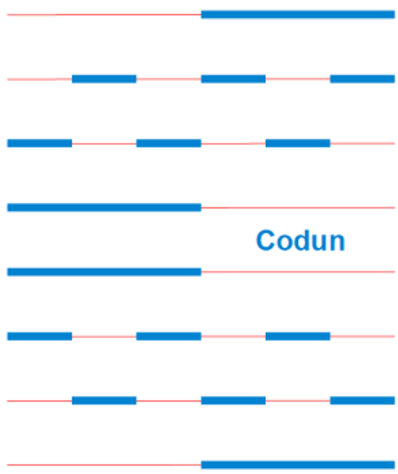
L'Univers TOTAL
et les nombres omégaréels

Par Hubert ABLI-BOUYO
Science de l'Univers TOTAL
(hubertelie.com)

(Version du 21 avril 2019, révision d)



Nous voyons les choses telles qu'elles sont dans le ***Néant****,*
*et nous les prenons pour les choses telles qu'elles sont dans l'****Existenc****e.*
Mais puissent les choses telles qu'elles sont dans le ***Néant***
nous servir à connaître les choses telles qu'elles sont dans la vraie ***Existence****, la vraie* ***Vie****:*
*l'****Univers TOTAL****, la* ***Réalité TOTALE****, l'****Ensemble de toutes les choses****.*
Nous ouvrons donc un ***Nouveau Paradigme****: la* ***Science de l'Univers TOTAL****,*
la ***Science de l'Existence****, de l'****Etre****, de l'****Univers-DIEU****, l'****Alpha*** *et l'****Oméga****.*

Sommaire

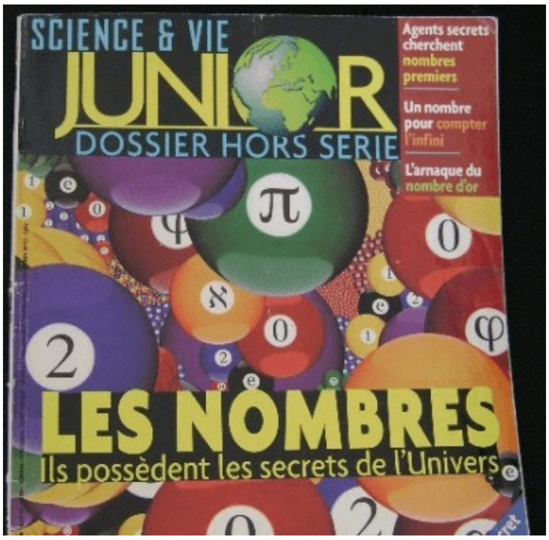
Partie A:

L'Univers numérique,
les nombres entiers oméganaturels,
ou les ordinaux omégacycliques

I. Univers numérique et nombres omégaréels

1. Comprendre les nombres, c'est comprendre l'Univers

a) Tout dans l'Univers est nombre, tout est numérique, tout est information



Pour le philosophe et mathématicien grec Pythagore (VI^{ème} siècle avant Jésus-Christ) dont le nom est en mathématiques attaché au fameux théorème de Pythagore, ainsi que pour ses disciples et son courant de pensée, les secrets de l'Univers sont dans les nombres. Et même, selon certains auteurs, Pythagore penserait simplement que tout dans l'Univers est nombre. Si réellement Pythagore voyait l'Univers et les nombres ainsi, alors il a compris une chose extrêmement importante qui, 2600 ans après, n'est pas encore intégrée (ou pas vraiment encore comme nous allons le faire) dans les mathématiques et les sciences. Cette idée est infiniment plus importante que son « théorème de Pythagore », et qui est donc que **TOUT dans l'Univers est nombre**.

Sur l'image plus haut on lit : « **LES NOMBRES : Ils possèdent les secrets de l'Univers** ». Le titre d'un numéro hors série de Science & Vie Junior, qui donne raison à Pythagore. Ce numéro, dont je n'ai plus les références, date d'une bonne grappe d'années, mais on trouvera les références en cherchant, et de toutes les façons c'est le genre de marronniers qui reviennent périodiquement. Entre-temps il y a sans aucun doute eu beaucoup de numéros du même genre, plus récents. On y traite des questions des plus pertinentes sur les nombres jusqu'aux plus légères, donc de la très sérieuse question incontournable des énigmatiques nombres premiers (comme le sous-titre de couverture « **Agents secrets cherchent nombres premiers** » l'indique, mais eux font des recherches très actives sur les nombres ou commandent des recherches pas vraiment pour faire comprendre l'Univers, faire avancer l'humanité, la rendre plus intelligente, mais pour des applications comme le cryptage entre autres, dans le domaine militaire par exemple), jusqu'aux questions telles que le « nombre d'or » noté de la lettre grecque **φ** (lire « phi » ou « fi »), qui est un objet aux propriétés mathématiques très intéressantes, mais que des « pythagoriciens » de tous les temps ou plutôt ici des disciples de Platon ont élevé au rang de nombre « plaqué or », parce qu'ils y voient le nombre de la perfection ou en tout cas de la proportion idéale.

Mais le roi des nombres est sans aucun doute le nombre **1** ou **UN**, ou en tout cas, ce qui est certain, il est parmi les **nombres entiers naturels** le nombre … **numéro 1**, n'étant précédé que du **0**, qui est le nombre … **numéro 0**, l'**ordinal 0**. Et si **1** n'est pas le roi des nombres, alors c'est forcément le **nombre infini**, l'**oméga** ou **ω**, ce qui finalement revient au même, comme on va le démontrer. En tout cas les trois nombres fondamentaux de l'Univers sont la **Trinité**: **Alpha**, **Un** et **Oméga**, ou: **Zéro**, **Un** et l'**Infini**. Autrement dit: **0**, **1** et **ω**.

En effet, le plus important nombre que suggère cette couverture, ou plus exactement celui des **trois nombres** les plus **fondamentaux** de l'**Univers** que montre la couverture, est celui noté, en **théorie des ensembles**, ou en théorie des **ordinaux** et des **cardinaux**, de la première lettre de l'alphabet hébreu **ℵ** ou « **aleph** », et qui est aussi très souvent noté par la dernière lettre de l'alphabet grec, **ω** ou « **oméga** ». Et plus précisément c'est $\aleph_0$ ou « **aleph zéro** », le plus important des « **aleph** » (car il est la base), et il est qualifié aussi de « **cardinal**

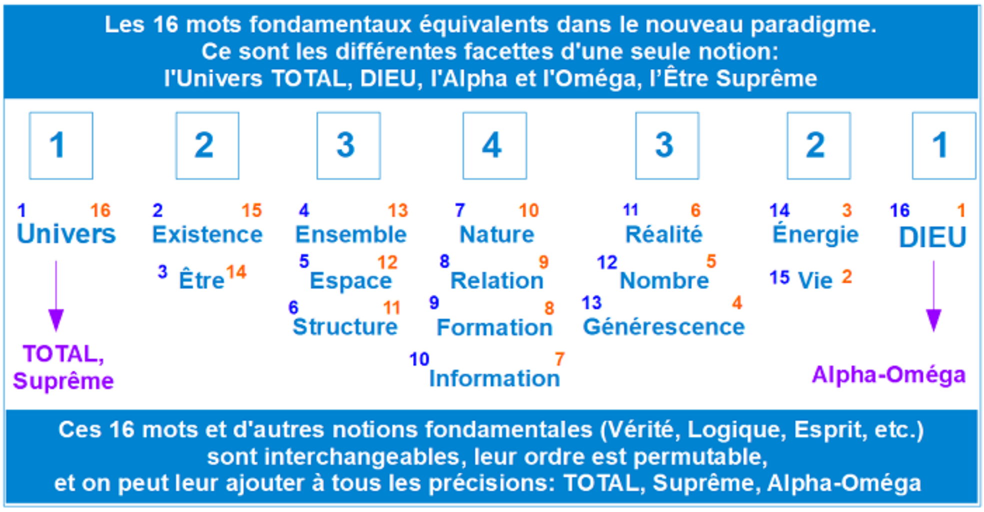
infini dénombrable » (on clarifiera par la suite la question des **ordinaux** et des **cardinaux**). C'est entre autres de $\aleph_0$ ou ω que parle aussi la couverture, avec ce sous-titre : « **Un nombre pour compter l'infini** ».

Mais seulement voilà: même s'il existe un nombre ou des **nombres** dans les mathématiques actuelles pour compter ou mesurer l'**infini**, ce nombre infini n'est pas ce qu'il devrait être, autrement dit, la conception actuelle de l'infini est fausse, et plus généralement la conception des nombres est fausse, simplement aussi parce que la conception de l'**Univers** est fausse, un problème de paradigme scientifique. Commençons à découvrir le bon paradigme.

b) L'Univers TOTAL, l'Univers-DIEU, l'Alpha et l'Oméga

Ce livre s'inscrit dans un nouveau paradigme scientifique, la **Science de l'Univers TOTAL**. C'est une nouvelle vision de l'**Univers** et des **choses**, et une nouvelle vision de la notion de **nombres**, donc des **mathématiques** et des **sciences**. Comprendre les **nombres** c'est enfin comprendre l'**Univers**, oui l'**Univers TOTAL**. Ce concept de d'**Univers TOTAL** se précisera dans toute la suite, et notamment dans la partie C.

Mais pour l'instant, disons ici simplement que nous entendons par **Univers TOTAL** l'**Ensemble de TOUTES les choses et de tous les êtres**. Ce qu'on appelle habituellement « **univers** » n'est que **NOTRE univers**, un parmi une **infinité** des **univers** dans l'**Univers TOTAL**. Celui-ci est la **Réalité TOTALE**, l'**Etre TOTAL**, l'**Unique**, le **UN**, la définition scientifique de la notion d'**Être suprême**, c'est-à-dire du mot « **DIEU** ».



*Ci-dessus donc **16 mots fondamentaux** du nouveau paradigme.*
*Comme l'image l'explique, ces mots sont **équivalents** (**équivalents**, pas **identiques**),*
*ce qui veut dire qu'ils ont le même **sens fondamental** en ayant chacun son **sens propre**.*
*Tous sont les différentes manières de dire « **Univers TOTAL, l'Alpha et l'Oméga** » ou « **DIEU** »,*
*tous ces mots sont ses **différentes facettes**, autant d'approches différentes pour le définir.*
*Ces mots sont donc interchangeables, on peut permuter l'**ordre** qui a été proposé.*

*Néanmoins, pour nos esprits déconnectés de l'**Être Suprême**, du **Sens**, de la **Logique Divine**,*
*l'ordre proposé permet (sans doute) de se reconnecter plus facilement à cette **Logique**.*
*En effet, on ne **nierait** pas l'**existence** de **Dieu** si l'on comprenait par exemple*
*qu'il est l'**Univers TOTAL**, l'**Existence** elle-même, l'**Etre** lui-même.*
*Il faut être fou pour **nier** l'**existence** de l'**Existence** elle-même, pour **nier** l'**être** de l'**Etre** lui-même.*
*Et tout simplement il faut être un **Diable** pour **nier** l'**existence** de l'**Univers**, du **Grand TOUT**.*
*Et comment donc **nierait**-on son **existence** si l'on comprenait pourquoi il est l'**Information** ou la **Vie**?*
*Car, là encore, qui **nierait** l'**existence** de l'**Information**, de la **Vie**?*

*Alors donc ces **16 mots** permettent de nous **reconnecter** au **SENS**, oui au **SENS des sens**, à **DIEU**.*
*D'abord, l'**ordre** du **1** au **16** suggère de comprendre que l'**Univers TOTAL**, le **Grand TOUT**,*
*est l'**Existence**, l'**Etre**, l'**Ensemble**, l'**Espace**, la **Structure**, la **Nature**,*
*la **Relation**, la **Formation**, l'**Information**, la **Réalité**, le **Nombre**,*
*la **Générescence** (seul néologisme de la liste), l'**Energie**, la **Vie**, **DIEU**, qui est l'**Alpha** et l'**Oméga**.*
*Et l'**ordre inverse**, du **16** au **1**, suggère de comprendre que **DIEU**, l'**Alpha** et l'**Oméga**,*
*est la **Vie**, l'**Energie**, la **Générescence**, le **Nombre**, la **Réalité**, l'**Information**, la **Formation**,*
*la **Relation**, la **Nature**, la **Structure**, l'**Espace**, l'**Ensemble**, l'**Etre**, l'**Existence**, l'**Univers TOTAL**.*
*Même si sans l'on conçoit plus facilement que certaines notions à elles seules puissent définir **DIEU**,*
*comme par exemple la **Vie**, l'**Etre**, l'**Existence**, l'**Univers** et même l'**Energie**,*
*sans cette synonymie, on ne verrait pas comment certaines autres notions puissent être synonymes de **DIEU**,*
*comme par exemple **Espace**, **Nombre**, **Formation**, etc.*
*et il y a aussi cette nouvelle notion de **Générescence** ou **Information Unaire**, que nous découvrirons,*
*qui est l'une des **clefs** de la compréhension de la **Nature Divine**, de l'**Information** ou « **Esprit** » que **DIEU** est.*
*Il sera utile aussi d'associer les mots de **même numéro** dans l'**ordre** et l'**ordre inverse**,*
associations d'idées qui aideront à voir les choses sous des angles que l'on ne pensait sûrement pas.
*Par exemple d'abord, évidemment, l'**Univers** (**1**) et **DIEU** (**16**, et **1** dans l'ordre inverse),*
*et **Existence** (**2**) et **Vie** (**15**), **Ensemble** (**4**) et **Générescence** (**13**), **Espace** (**5**) et **Nombre** (**12**), etc..*
*Et simplement, toute **permutation** ou **association** de ces mots n'est que plus éclairante,*
*et mathématiquement, il existe **16! permutations** (c'est-à-dire la **factorielle de 16**),*
*qui est la bagatelle de **16! = 20 922 789 888 000 permutations**,*
*pour enfin comprendre le **sens** du mot **DIEU** (juste le **sens**, on est d'accord ?).*
Et même si l'on a compris ce sens, il ne faut pas oublier la « cerise sur le gâteau »,
*qui est d'ajouter à chaque **mot** les précisions **TOTAL**, **Suprême**, **Alpha-Oméga**,*
*pour que chaque mot livre tout son sens, sinon il reste encore pâle pour définir **DIEU**.*
*Par exemple, **Univers** seul est insuffisant, mais **Univers TOTAL** ou **Univers Suprême**, commence à être bon.*
*De même, les mots **Existence** ou **Etre**, même en majuscule, ça reste faible.*
*Mais **Existence TOTALE** ou **Etre Suprême**, ça commence à être approchant du sens du mot « **DIEU** ».*
*Et définir **DIEU** comme la **Vie**, c'est bien, mais dire qu'il est l'**Alpha** et l'**Oméga** de la **Vie**, c'est mieux, etc..*

*Et enfin, bien d'autres **notions fondamentales** méritent d'être ajoutées à cette liste,*
*qui ne se limite pas à **16 mots** pour bien définir **DIEU**, évidemment.*
*Par exemple, les mots: **Science**, **Lumière**, **Vérité**, **Théorème**, **Logique**, **Intelligence**, **Psyché**, **Esprit**, etc.,*
*sans oublier le mot **Amour**, demandent d'être ajoutés, donc **16 mots**, c'est juste une base.*
Ensuite il est possible pour toute autre notion fondamentale
*de s'associer à l'un des **16 mots** ou même à plusieurs, pour former une **famille** ou **galaxie** de sens,*
*en plus des **7 groupes** de sens formés respectivement de: **1, 2, 3, 4, 3, 2, 1 mots**, soit **16 mots** en tout.*
*Par exemple, tous ces mots: **Science**, **Lumière**, **Vérité**, **Théorème**, **Logique**, **Intelligence**, **Psyché**, **Esprit**, etc.,*
*sont représentés par le mot **Information**, et forment donc avec lui une même **famille** ou **galaxie**.*
*Et quant au mot **Amour**, sa famille est **Relation**, qui est aussi la représentante de notions inattendues*
*comme **Application**, **Fonction**, **Opération**, etc., qui sont des **relations** entre **ensembles** et dans les **ensembles**.*
*Et aussi, le mot **Amour** cette fois-ci sous son aspect d'**Union**, est de la même famille que le mot **Ensemble**,*
*qui est la notion technique même signifiant **Union**, **Réunion**, etc..*
***Union** donc de **différents éléments** en un **Tout** appelé **Ensemble** et à prendre comme **un seul être**.*
*Sans cet éclairage, on pourrait se demander quel rapport entre **DIEU** et les **nombres réels** ou **omégaréels**?*
*On pourrait penser que parler de **DIEU** c'est faire obligatoirement de la « religion » ou de la « théologie ».*
*Or, en fait, parler de **DIEU**, vraiment de **DIEU**, du **vrai DIEU**,*
*c'est faire la **Science**, la **vraie Science**, et vice-versa!*
*Faire donc la **Science**, la **vraie**, c'est expliquer **DIEU**, l'**Univers TOTAL**, l'**Alpha** et l'**Oméga**.*

Nous allons faire aujourd'hui toute la lumière scientifique sur deux mot bibliques: l'**Alpha** et l'**Oméga** (Apocalypse 1: 8; 21: 6; 22: 13). Numériquement parlant, c'est la notion de **Zéro** et de l'**Infini**.

Contrairement à notre habitude, nous ne donnerons pas beaucoup de références bibliques dans le présent livre, pour ne pas offrir une fois encore aux esprits de négation l'occasion de le réduire (par mauvaise foi) à un livre de religieux ou philosophique, lui déniant donc son caractère scientifique. Les références bibliques sont abondamment données dans le livre pdf: **L'Univers TOTAL, l'Alpha et l'Oméga**, qui est le livre de la **science divine** écrit avant celui-ci, mais qui en est en réalité la suite.

En effet, le présent livre est écrit pour expliquer pour le plus large public possible (et en particulier celui ayant une certain niveau minimal de culture mathématique et scientifique) le concept assez technique de **nombres omégaréels** qui est le cœur de la partie B. Ce noyau technique a été développé bien des années avant le livre **L'Univers TOTAL, l'Alpha et l'Oméga**, mais le présent livre qui explique et développe ce noyau technique est écrit peu après ce livre sur l'**Alpha** et l'**Oméga** (autant dire **DIEU** maintenant compris mathématiquement, scientifiquement), un peu comme un tome d'introduction de ce livre.

Si l'on doit résumer par une phrase le but du présent livre **L'Univers TOTAL et les nombres omégaréels**, ce serait par exemple : « *Des actuels **nombres réels** à la nouvelle notion de **nombres omégaréels**, les nombres dans le paradigme de l'**Univers TOTAL, l'Alpha et l'Oméga*** ».

L'**Univers TOTAL l'Alpha et l'Oméga** est la **Réalité** (avec « **R** » majuscule), en l'occurrence la **Réalité TOTALE**. C'est cette **Réalité** que les **nombres** dits **réels**, les éléments du très classique **ensemble R** dits **nombres réels**, sont censés nous faire comprendre. Mais justement les actuels **nombres réels** ne nous éclairent pas beaucoup sur l'**Univers**, ils disent tout sauf justement le **principal**, et on va largement comprendre pourquoi. Mais commençons d'ores et déjà à comprendre que le **Principal**, c'est l'**Univers TOTAL**, l'**Univers-DIEU**, l'**Alpha** et l'**Oméga**. Il suffit par exemple de demander aux collégiens, aux lycéens et même aux étudiants (y compris les étudiants mathématiques) à qui l'**ensemble R** des **nombres réels** est familier de même que les autres ensembles comme l'**ensemble N** des **nombres entiers naturels**, l'**ensemble Q** des **nombres rationnels**, etc. (ne parlons même pas encore de l'**ensemble C** des **nombres complexes**), oui qu'on demande à ces élèves ou étudiants avec la tête pleine de ces **nombres** ce qu'ils ont appris de l'**Alpha** et l'**Oméga** ou de l'**Univers** (pas même besoin de parler de **DIEU**, mais seulement de l'**Alpha** et l'**Oméga**, et même seulement du **Zéro** et l'**Infini**, ou encore de l'**Univers)**, et on verrait la tête qu'ils feraient.... Des têtes pleines donc de **nombres réels**, mais **VIDES** de l'**Alpha** et de l'**Oméga**, c'est-à-dire de l'**Essentiel**, du **Principal**! A la rigueur, ils diront connaître le **Zéro**, c'est-à-dire l'**Alpha**, ou pensent le connaître. Mais sans la compréhension aussi de l'**Infini**, c'est-à-dire l'**Oméga**, telle que nous allons l'avoir dans ce livre, autant dire qu'on ne connaît pas bien le **Zéro** non plus.

Moi aussi, à la sortie de la formation de classes scientifiques en lycée puis de mes études universitaires en mathématiques et sciences physiques, puis en formation technique (électronique, électrotechnique, automatique), puis pendant ma carrière d'enseignant de mathématiques et sciences en lycée, je croyais savoir ce que sont les **nombres**, ce qu'est le **Zéro** (l'**Alpha**), le **nombre UN** et l'**Infini** (l'**Oméga**). Je pensais comme beaucoup de scientifiques connaître le **trio**: **Zéro, UN** et **Infini** (ou **Alpha**, **UN** et **Oméga**) que nous allons comprendre dans toute la suite. Mais j'ai appris une chose que beaucoup n'ont pas encore apprise et comprise, à savoir que le monde dans lequel nous vivons est un monde de mensonges, et que les pires et plus grands mensonges ne sont pas là où on pense, mais là où on ne pense pas du tout. C'est en pleines mathématiques et en pleines sciences dites « exactes » que se cachent les plus grands mensonges du monde.

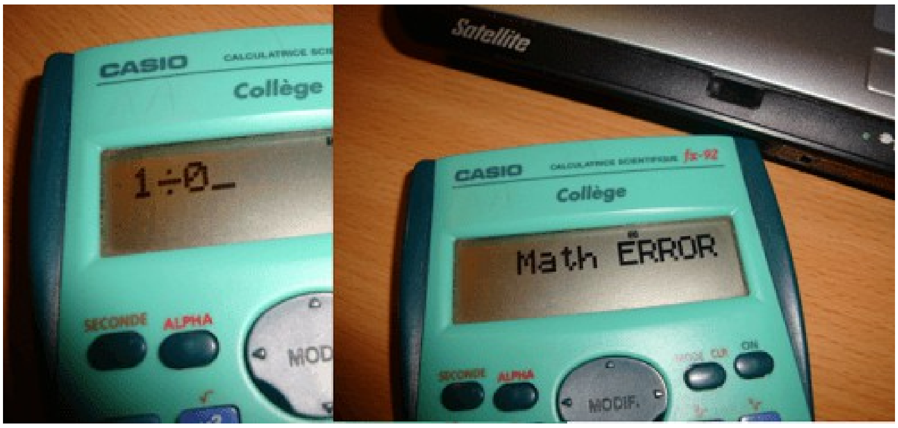
c) Plus qu'une simple erreur, un mensonge sur les nombres et sur l'infini

Tous les mathématiciens ou les scientifiques ne sont pas menteurs ou malhonnêtes intellectuellement. Mais tous, consciemment ou non, par ignorance ou en connaissance de cause, participent à un grand mensonge entretenu depuis des millénaires concernant: 1) les **nombres entiers naturels** et les **nombres réels** en général, 2) la notion d''**infini**, et 3) la question de la **division par 0**, qui est liée à la question de l'**infini**.

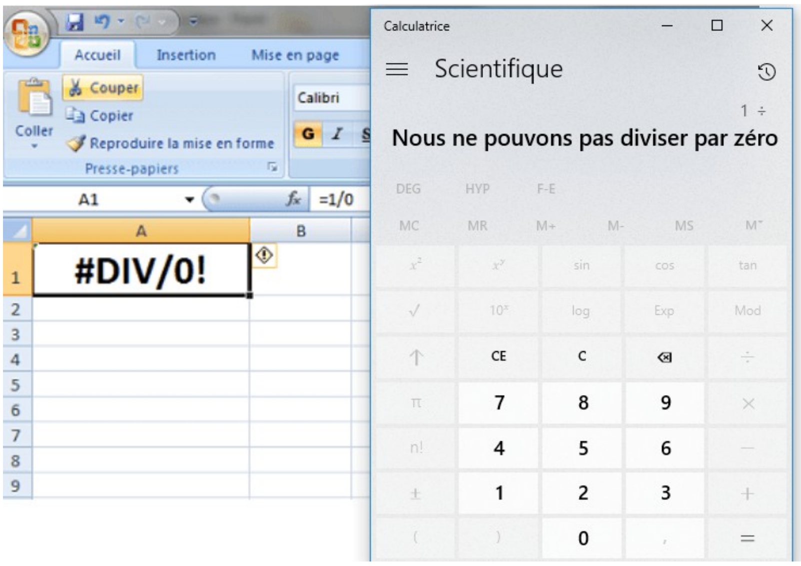
Notre approche de la **structure** des **nombres** est radicalement différente. Nous n'allons pas, comme on le fait dans les paradigmes traditionnels, dresser un **système figé** d'**axiomes** (même avec l'intention de le compléter au fur et à mesure que le besoin se fait sentier), ni une **structure numérique figée** comme par exemple la **structure de corps** (même avec l'intention de l'étendre au besoin), dans laquelle la notion de **nombre** ne peut elle aussi qu'être figée (même avec l'intention de l'assouplir au besoin). Un tel **système** ne peut qu'être **incomplet**, et même si l'on est conscient de cette **incomplétude** comme on l'est depuis les **théorèmes d'incomplétude de Gödel**, l'usage finit tôt ou tard par transformer tout **système** (comme par exemple le **système axiomatique** de **Zermelo-**

Fraenkel communément abrégé **ZF** ou **ZFC** avec l'**axiome du choix**) en véritables **dogmes scientifiques** qui n'ont rien à reprocher aux **dogmes religieux**. Plus le **système** est robuste et puissant (comme l'est justement **ZF** ou **ZFC**), plus le risque de sa transformation en **dogmes scientifiques** est très élevé. Car il faudra ensuite user de la dynamite et même de la bombe atomique pour convaincre les esprits scientifiques installés dans une véritable adoration de leur **système** (devenu une véritable **idole**) et dans leur **culte scientifique** du **veau d'or**, que le système a besoin d'être changé, d'être démoli pour un autre plus exact, plus véridique. Mais allez convaincre qu'on doit changer un système qui a permis de fabriquer des voitures, des trains à grande vitesse, des navettes spatiales, et qui a mis entre les mains de chacun les smartphones. En fermant les yeux évidemment sur les enfants esclaves d'Afrique et d'ailleurs, qui meurent dans des mines de cobalt ou autres, pour que l'homo occidentalus puisse aussi avoir son petit plaisir. Et aussi l'homo imitantus l'occidentalus ou l'homo tiers-mondus rêvantus de devenirus commus l'occidentalus.

Oui, allez convaincre de changer ce **système** devenu une **religion luciférienne**, de changer ce paradigme, non pas pour une technologie assurant de plus grands profits, mais pour... **DIEU**. Oui, parce que **DIEU**, l'**Alpha** et l'**Oméga**, est **absent** dans les paradigmes, ce qui a des conséquences gravissimes au niveau fondamental. Oui, on est capable d'aller sur la lune ou de construire des TGV, mais on ne sait pas encore faire la simple opération arithmétique **1/0** qui concerne la notion d'**infini**, et ça ne gêne personne!



Ces messages des instruments technologiques indiquent simplement que quelque chose de très fondamental manque dans les paradigmes.Ils sont **incomplets**, pour ne pas dire que quelque chose est faux dans les bases, ou même pire, il y a un **mensonge** caché quelque part. Comme on le voit aussi avec le tableur suivant ou la calculatrice du du dernier système d'exploitation Windows 10 (soit dit en passant, tous les systèmes en sont là, pas que Windows...):

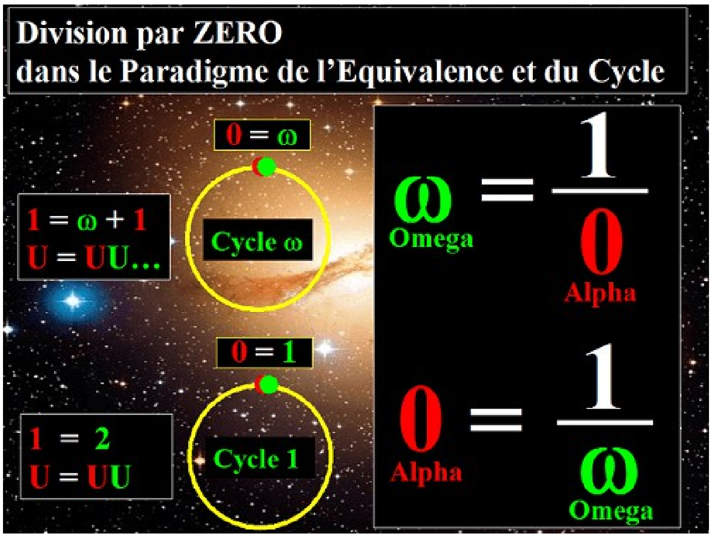


Oui tous les systèmes en sont là:

On ne va pas tous les passer en revue, tous en sont là, dis-je. Que le lecteur ou la lectrice prenne son propre instrument de calcul, un smartphone par exemple, et tape l'**opération 1/0**, et la machine affichera un message semblable. On ne nous fera pas avaler qu'il est trop difficile pour des gens suffisamment géniaux pour fabriquer ces instruments de calculs, ces logiciels, etc., qui s'illustrent brillamment en ce moment même en matière de création de l'intelligence artificielle (comme par exemple avec le robot Sophia), de trouver la logique pour **diviser par 0**! D'autant plus qu'en fait il n'y a aucun problème, il suffit juste de poser le bon paradigme, l'**Univers TOTAL**, l'**Alpha** et l'**Oméga**. Ou (ce qui revient au même), de travailler avec la **logique d'alternation** qu'on va voir, qui, oh **mon Dieu**, ne présente absolument aucune difficulté, en tout cas pas à des gens capables de fabriquer ces machines ou de fabriquer le robot Sophia.

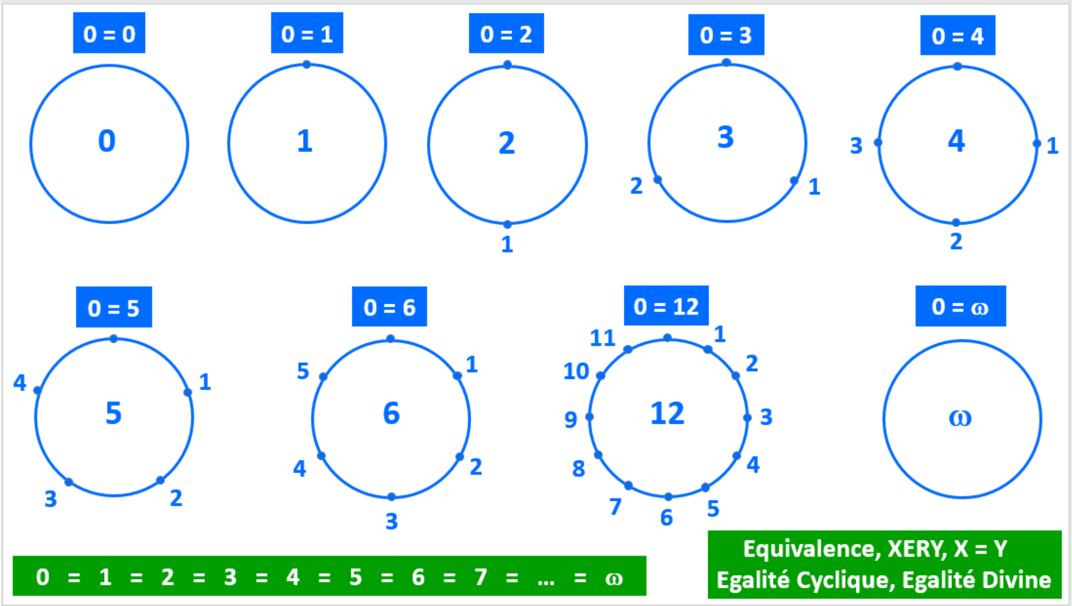
Et plus simplement encore, il suffit de travailler dans la logique d'**équivalence** et de **cycle**, ce qui veut dire aussi la **logique fractale**. Là encore, ma foi, c'est d'une facilité élémentaire, d'une simplicité biblique, et c'est vraiment le cas de le dire.

La **division par 0** (par exemple donc l'**opération**: **1/0**) est réputée « **impossible** » ou « **non définie** », alors qu'en fait il n'y a rien de plus **défini**, de plus **simple**: « **UN divisé par ALPHA égale OMÉGA, et UN divisé par OMÉGA égale ALPHA** ». Autrement dit: « **UN divisé par ZÉRO égale INFINI, et UN divisé par INFINI égale ZÉRO** »:



*Nous allons dans un premier temps comprendre la notion de **cycle** et de **fractale**,*
*avec laquelle la **division par 0** est d'une simplicité enfantine.*
*La notion classique de l'**égalité** est l'**identité**, une **égalité** trop retreinte, ce qui est l'un des problèmes.*
*L'**égalité** classique, que l'on note « = » est donc l'**identité**, que nous notons maintenant « == ».*
*La **logique cyclique** et **fractale** (qui est la **logique** des **nombres**, la **logique** de l'**Univers** simplement)*
*demande une notion d'**égalité** plus **générale** qui est l'**équivalence** et qui est un nouveau paradigme.*
*Et le signe « = » désigne maintenant l'**équivalence**, la nouvelle **égalité**.*
Pour des raisons pratiques, de simplification de l'écriture, mais aussi par habitude,
*nous l'utiliserons le plus souvent comme actuellement pour désigner AUSSI l'**identité**,*
*mais chaque fois que c'est nécessaire ou une confusion est à craindre, l'**identité** sera notée « == ».*
*Ce signe sert notamment à spécifier que les **expressions** concernées sont des **définitions**.*
*Une écriture comme « **x == y** » signifiera que **l'identité de x est y** et donc que **l'identité de y est x**.*
*Ou encore que **x est par définition y** ou que **y est par définition x**.*
*Ou encore que **x est noté y** ou que **y est noté x**, etc., bref ce signe indique une **identité**!*
*Deux **choses identiques x** et **y**, c'est-à-dire telles que « **x == y** »,*
*sont forcément **égales**, **équivalentes**, on obligatoirement : « **x = y** ».*
*D'où le fait que le signe de l'**égalité** ou de l'**équivalence**, « = », servira souvent à exprimer l'**identité**.*
*Mais deux **choses égales**, **équivalentes**, ne sont pas nécessairement **identiques**,*
*elles peuvent être **différentes**, **distinctes**, comme par exemple **0**, **1** et **ω**.*
*Par exemple, on a les **égalités**: « **0 = 1** » (cycle 1), et: « **0 = ω** » (cycle ω),*
*Mais on n'a pas les **identités**: « **0 == 1** » ou : « **0 == ω** », car **0**, **1** et **ω** sont trois **choses distinctes**.*

*Le secret premier secret fondamental de la **division par 0** est d'abord qu'il faut raisonner en **logique de cycle**!*

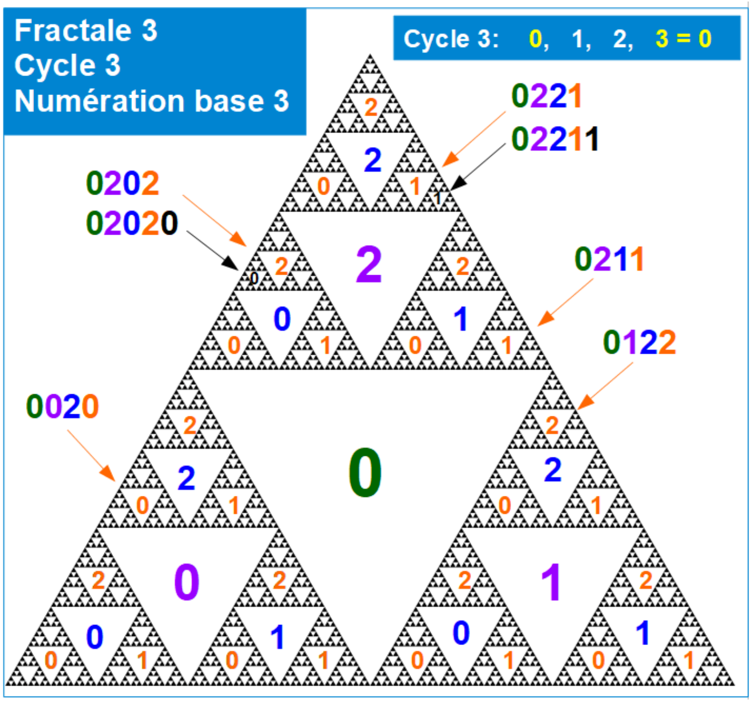


*Une égalité comme par exemple: **4 + 11 = 3**, autrement dit: **15 = 3**,*
*peut paraître **complètement fausse**, **farfelue**, une « crime » contre les mathématiques mêmes,*
*oui mais seulement si le signe de l'**égalité** « = » signifie l'**identité**.*
*Autrement dit si l'on ne raisonne pas en **logique de cycle** ou de **cercle**.*
*Mais en **logique de cycle**, en l'occurrence ici le **Cycle 12**,*
ce calcul et cette égalité exprime la vérité très banale
*selon laquelle par exemple **15 heures** c'est **3 heures** de l'**après-midi**,*
*donc si on commence un travail à **4h** du **matin**, et que l'on travaille pendant **11 h**,*
*ou si l'on commence à **11 h** et que l'on travaille pendant **4h**, on finira à **15 h** dans le **Cycle 24**,*
*ce qui dans le **Cycle 12** correspond à **3h**, donc on a bien: **4 + 11 = 3**, ou: **15 = 3**.*

*L'**égalité**: **15 = 3** ou: **3 = 15**, revient à dire: **12 = 0** ou: **0 = 12**, qui est l'expression du **Cycle 12**.*

L'erreur de paradigme est donc de raisonner, de faire la science et de calculer
*dans une seule logique, à savoir l'**identité**,*
*comme si elle était la logique la plus générale et la plus fondamentale de l'**Univers**, ce qui est **FAUX**!*
*C'est l'**équivalence** et le **cycle** la **logique la plus générale**, ce qui est donc le premier secret de la **division par 0**!*

*Ou, ce qui revient au même, il faut raisonner en logique de la **structure fractale**.*



*Comme par exemple ci-dessus l'exemple du **Triangle de Sierpinski**, une **Fractale 3**,*
*ce qui veut dire que chaque **modèle** de la **fractale** est formé de **3 petits modèles « identiques »**.*
*Et tous les **modèles** sont **équivalents**, car ils sont tous la même **fractale**.*
*Et c'est aussi un **Cycle 3**, **cycle** défini par l'**égalité**: **0** = **3** ou: **3** = **0**,*
*ce qui signifie qu'à **3** on a bouclé ce **cycle** et on revient à **0**.*
*Et c'est aussi un **système de numération de base 3**,*
*ce qui veut dire que dans ce **système** les **trois chiffres** sont: **0, 1, 2**,*
*le **nombre 3** s'écrit: « **10** », ce qui veut dire que c'est le « **0** » du second tour de **cycle**.*
***Fractale 3**, **Cycle 3**, **Numération de base 3**, sont des manières différentes de parler de la même chose.*

*Et de manière très générale, **Fractale n**, **Cycle n**, **Numération de base n**,*
sont des manières différentes de parler exactement de la même chose.
Et ce qui va nous intéresser particulièrement dans le nouveau paradigme,
*c'est la **Fractale ω** , **Cycle ω**, **Numération de base ω**,*
*autrement dit la **Fractale Oméga**, ou **Cycle Oméga**, ou **Numération de base Oméga**, la **base Infinie**,*
*avec justement une notion d'**Infini** qui est désormais celle de la **Fractale**, du **Cycle**, de l'**Équivalence**!*
*Dans ce paradigme, le **nombre ω** tout en étant éminemment **INFINI**,*
*se comporte pourtant exactement comme n'importe quel **nombre FINI**!*
*Tout le secret des **nombres**, de la **division par 0**, etc., se trouve dans cette **nature duale** de l'**INFINI**,*
*autrement dit cette nature où **on ne sépare plus** les **opposés**,*
*où les **contraires ne s'excluent plus** mutuellement, etc.,*
*où la **Négation n'est plus absolue** (la manière de **nier** les choses),*
*comme c'est le cas avec la traditionnelle logique du « **TOUT ou RIEN** ».*

*Chaque **modèle** de la **Fractale ω** est formé de **ω petits modèles « identiques »**.*
*Et le **Cycle ω** est défini par l'**égalité**: **0** = **ω** ou: **ω** = **0**,*
*ce qui signifie qu'à **ω** on a bouclé ce **cycle** et on revient à **0**.*
*Et rien que cette **égalité**: **Alpha** = **Oméga**, signifie que les **contraires** peuvent être **une seule et même chose**!*
*Et en tant que **système** de **Numération de base ω** ,*
*cela veut dire que ses **ω chiffres** sont: **0, 1, 2, 3, 4, …, ω-4, ω-3, ω-2, ω-1**,*
*et dans ce **système** le **nombre ω** s'écrit : « **10** », qui est le « **0** » du second tour de **cycle**.*
*On le voit bien aussi avec la **fractale** précédente, en considérant par exemple le **modèle violet 0**:*
*il a un **sous-modèle bleu 0**, qui a ses **trois sous-modèles oranges**: **0**, **1**, **2**.*
*On voit bien que quand on a fini de les compter, on poursuit avec le **sous-modèle bleu 1**,*
*et ses **trois sous-modèles oranges**: **0**, **1**, **2**,*
*ce qui veut dire que le **sous-modèle orange** numéro **3** dans le comptage ou la **numération en base 3**,*

*est bel et bien le **sous-modèle oranges 0** du **sous-modèle bleu 1**, donc sa **numération** est bien « **10** ».*

*Que ce soit la **fractale**, le **cycle** ou la **numération**, la notion d'**égalité** sous-jacente est l'**équivalence**.*
*Et pour la **division par 0**, il faut simplement raisonner en **logique de l'équivalence**,*
*autrement dit avec donc une notion d'**égalité** qui est l'**équivalence** et non plus (seulement) l'**identité**.*
*Et ensuite il faut comprendre qu'on a **trois nombres fondamentaux** de l'**Univers**,*
*le **Zéro**, le **UN** et l'**Infini**, autrement dit l'**Alpha**, le **UN** et l'**Oméga**, notés: **0**, **1** et **ω** ,*
qui sont très intimement liés, pour ne pas dire synonymes,
*car les trois ne sont que trois manières différentes de voir la même **réalité**: l'**Univers TOTAL**.*
*Chacun des trois a son **identité propre**, sa **définition propre**, son **nom propre**, son **sens propre**, etc..*
*Mais tous les trois sont **équivalents**, ils **équivalent** à l'**Univers TOTAL**.*
*Aucun des trois ne doit manquer (notamment l'**infini ω** ne doit surtout pas manquer!),*
et aucun des trois ne doit aller sans les deux autres, ce qui n'aurait pas de sens!
*Par exemple, cela n'a pas de sens que le **0** existe comme **nombre réel**,*
*mais sans **ω** qui est son **inverse**, c'est-à-dire la manière **inverse** de dire **0**!*

*Et ensuite, le troisième secret fondamental relatif à la **division par 0***
*est que **0** et **ω** sont **inverses** l'un de l'autre: **ω = 1/0**, et: **0 = 1/ω** , c'est leur définition même!*
*Plus précisément, on a les **identités**: **ω == 1/0**, et: **0 == 1/ω**.*
*Et enfin, le quatrième secret fondamental relatif à la **division par 0***
*est de comprendre que les trois **nombres 0**, **1** et **ω** possèdent une **propriété commune clef**,*
*à savoir: **1/x = x**, qui signifie qu'ils sont **auto-inverses** ou **auto-inversibles**,*
*et j'entends par là qu'ils sont l'**inverse** d'eux-mêmes, leurs **propres inverses**.*
*Dans l'algèbre classique des **nombres réels**, on connaît cette propriété d'**auto-inversibilité***
*seulement pour deux **nombres**, à savoir **1** et **-1**, on a en effet: **1/1 = 1** et **1/(-1) = -1**.*
*Nous dirons que **1** est l'**auto-inversible trivial**, et il est par définition le seul du genre,*
*c'est-à-dire que dans la propriété d'**auto-inversibilité**: **1/x = x**,*
*le **dénominateur** qui est **x** et le **résultat** qui est aussi **x** est **identique** au **numérateur 1**.*
*Et nous dirons que **-1** est un **auto-inversible non trivial**,*
*ce qui veut dire que dans la propriété d'**auto-inversibilité**: **1/x = x**,*
*le **nombre auto-inversible x** est **distinct** de **1**.*
*Rien n'oblige que **-1** soit le seul **auto-inversible non trivial**.*
*Dans la classique **structure algébrique** appelée un **corps**,*
*qui se fait en **logique non cyclique** ou **non équivalencielle**,*
***-1** est effectivement le seul **auto-inversible non trivial**, car la propriété des **auto-inversibles**: **1/x = x**,*
*se ramène à l'**équation**: $x^2 = 1$, qui n'a que deux **solutions**: **1** et **-1**, dont l'unique **non trivial** est donc **-1**.*
*Mais en **logique cyclique** la **structure de corps** n'est plus classique,*
*le **nombre réel ω** , l''**inverse de 0**, fait partie de la nouvelle version de **structure** de **corps**,*
*et justement **ω** est un deuxième **auto-inversible non trivial**.*
*Autrement dit, on a: **1/ω = ω**, et puisque **1/ω** est la **définition** de **0**,*
*c'est-à-dire l'**identité**: **0 == 1/ω** , et donc par **définition** aussi: **ω == 1/0**,*
*l'**égalité** d'**auto-inversibilité**: **1/ω = ω** signifie donc: **0 = ω**, qui est l'expression du **cycle ω** .*
*Du coup, **0** aussi devient **auto-inverse non trivial**: **1/0 = 0**, ce qui signifie: **ω = 0**,*
*ce qui est l'expression du même **cycle ω** , le **Cycle Oméga**, le **Cycle Infini**.*

*Il est clair donc que l'**identité** et la **non-division par 0** vont ensemble, les deux sont synonymes,*
*tandis que l'**équivalence** et la **division par 0** vont ensemble, les deux sont synonymes aussi.*
Tout dépend ce que l'on veut faire, et en fonction on se place dans le cadre approprié, tout simplement,
*sachant que le cadre le plus général étant le paradigme de l'**équivalence** et du **cycle**.*
*Si l'on ne veut pas d'**égalités** de type **cyclique**, **fractal** ou plus généralement de type **équivalenciel**,*
*c'est-à-dire des **égalités** entre deux **nombres différents**, du genre « **0 = 1** », « **2+2 = 5** », « **3 = 15** », etc.,*
*alors on se place dans le cadre de l'**identité**, et alors le **nombre infini ω** y sera absent,*
*donc aussi on ne fera pas de **division par 0**, etc..*
*Mais si on veut la faire, on se place alors dans le cadre de l'**équivalence**, et le simple **cycle** même suffit.*
*Sinon,dès que l'on fait la **division par 0** ou que l'on utilise les **quantités infinies** réellement **numériques**,*
*alors l'**équivalence** est implicitement et automatiquement enclenchée.*
Elle est même implicitement utilisée dès qu'on se sert de certaines notions,
*comme par exemple celle de **variable**, **x** par exemple, pour dire: **x = 0**, **x = 1**, **x = 2**, **x = 17**, etc.*

*c'est-à-dire un même **objet x** pouvant (potentiellement) être **égal** à **différents nombres**,*
*ce qui rend implicitement ces **nombres égaux** entre eux, donc sous-entend une **équivalence**!*
*Tout usage de notion de **variable** comme **x** par exemple cache donc un usage de l'**équivalence**.*

*Il est donc **faux** de dire que la **division par 0** est « **impossible** », elle est juste **impossible** avec l'**identité**.*
*Exactement comme il est **faux** de dire que l'**équation**: $x^2 + 1 = 0$ ou: $x^2 = -1$ est « **impossible** »,*
*car elle n'est **impossible** qu'avec les **nombres réels**, mais bel et bien **possible** avec les **nombres complexes**.*
*Et encore faut-il préciser que l'**équation**: $x^2 + 1 = 0$ n'est **impossible** avec les **nombres réels***
*que si l'**égalité** concernée, le signe « = » donc, est l'**identité** (une fois encore la question est l'**identité**).*
*Car avec l'**équivalence**, même cette **équation**: $x^2 + 1 = 0$ devient **possible** avec les **nombres réels**.*
***Tout devient possible** avec l'**équivalence**, tout simplement, et seule l'**impossibilité**... est **impossible**,*
*c'est l'unique **fruit défendu** dans le **Jardin de l'Univers TOTAL**,*
*et de manière générale tout ce qui est synonyme de la **Négation** (absolue).*

*On a enfoncé dans les esprits notamment **logique** et en **mathématiques***
*qu'une **égalité** du genre « **0 = 1** » est synonyme de « **paradoxe** », d' «**effondrement** » de la **logique**,*
*que dire par exemple « **2+2 = 5** » est synonyme de « **fausseté** » **mathématique** même,*
*et de manière générale qu'accepter en sciences une **égalité** entre deux **choses différentes***
*conduit à une **science** où **tout devient vrai**, donc que... c'est du « **n'importe quoi** ».*
*Mais il n'y a rien de plus **FAUX**, car les **égalités** du genre « **0 = 1** », « **2+2 = 5** »,*
*bref les **égalités** entre deux **choses différentes**, ce n'est pas l'**effondrement** » de la **logique**,*
*mais uniquement l'**effondrement** de la **logique de l'identité**, nuance!*
*Ces **égalités** signifient simplement que l'on bascule dans une autre **logique**, celle de l'**équivalence**!*
*On fonctionne avec un **autre paradigme**, qui est le **cycle**, la **fractale**.*
*Et le fait que « **tout devient vrai** » ce n'est pas non plus du « **n'importe quoi** »,*
*mais simplement que l'on passe de **NOTRE univers** où **tout n'est pas vrai***
*c'est-à-dire **NOTRE univers** où **certaines choses sont fausses**, **n'existent pas**,*
***sont impossibles**, **ne sont pas la réalité**, etc.,*
*bref **NOTRE univers** qui est **restreint** ou **étroit** ou **incomplet** ou **NON TOTAL** comme l'**identité**,*
*à l'**Univers TOTAL**, un **Univers** qui est **général** et **large** comme l'**Equivalence**,*
*qui est la **Réalité TOTALE**, dans laquelle **toute chose est une réalité**,*
***toute chose existe**, **toute chose est vraie**, **toute chose est possible**, etc..*

*C'est comme passer d'un **petit village** où **il manque presque tout**, où **il n'y a que certaines choses**,*
*à une **immense ville** où l'**on trouve tout ou presque**, où **tout devient possible**, et le **contraire de tout aussi**!*
*On ne va quand même pas se plaindre, du moment où **tout est ordonné dans la grande ville**,*
*où **tout est bien indiqué**, **toutes les rues sont bien nommées**, il y a des **cartes pour s'y retrouver**, etc..*
*S'il y a des « **quartiers chauds** » appelés « **enfers** » ou « **ghettos** », on ne va pas dans ces **quartiers**, c'est tout.*
Et si l'on habite dans ces quartiers et que cela ne nous plaît pas,
*alors on fait tout pour sortir de l'**enfer**, pour aller dans les **meilleurs quartiers**, c'est simple.*
*Et justement, dans l'**Univers TOTAL**, notre **monde** et même tout **NOTRE univers** présent,*
*est un « **quartier chaud** », c'est un « **enfer** », et il y a des « **enfers** » pires que ça.*
*Et dans tout **enfer** il y a des **endroits chics** occupés souvent par les **démons** de l'**enfer**,*
*tandis que les autres, généralement leurs esclaves, souffrent dans le reste de l'**enfer**...*

*C'est déjà la logique de ce monde, mais c'est encore plus la logique du **Nouvel Ordre Mondial**,*

*avec ses **mégapoles** déjà construites comme **Astana** par exemple au Kazakhstan,*
*et ses grands projets de **mégapoles** comme par exemple le fameux **NEOM**.*
*Dans tous les cas c'est toujours cette logique de **paradis des diables dans l'enfer des damnés**.*
*Mais évidemment ce n'est pas normal, c'est contraire aux lois de l'**Univers TOTAL**, les **lois de Dieu**.*
*Ce n'est pas aux **diables** d'être heureux en **enfer** et aux autres d'y souffrir, mais le contraire!*
*Et même mieux, les autres, s'ils ne sont pas de nature **diabolique**, n'ont plus rien à faire en **enfer**.*
*S'ils y sont, c'est parce qu'ils étaient de nature **diabolique**, ils étaient pour y tirer des leçons.*
Et si les leçons sont tirées, et si ce qui y doit être appris est appris,
*alors le moment vient pour eux de sortir de l'**enfer**, et **Dieu** (l'**Univers TOTAL**) les y aide.*
*Et nous travaillons justement pour en sortir de cet **enfer**,*
*enfin ceux qui veulent en sortir, car il y a en que les **enfers** plaisent,*
*notamment les **diables** ou les êtres de nature **diabolique**, qui ne font rien pour redevenir **divins**.*
*Ils espèrent pouvoir toujours tricher avec les **lois universelles** pour faire des autres leurs esclaves,*
*autrement dit pour se nourrir des autres et leur faire vivre l'**enfer** à leur place.*
*D'où la nécessité de l'intervention de **Dieu** (l'**Univers TOTAL**), l'**Alpha** et l'**Oméga**,*
*pour sauver leurs victimes, ceux qui n'ont plus leur place en **enfer***
*et pour que l'**enfer** soit leur part (Apocalypse 20: 1-3, 7-10; 21: 1-8).*
*Sans donc ceux qui leur servaient de **ressources** en **enfer**, ils connaîtront le **plein enfer**!*
*Ces **vérités fondamentales**, ce ne sont justement les les **sciences diables** qui les diraient,*
*mas c'est la **Science de l'Univers TOTAL**, l'**Alpha** et l'**Oméga**, le **UN**, l'**UNIQUE**, qui les disent.*

La question de la **division par 0** n'est donc pas une question anodine. Et si l'on a fait des sciences racontant des **faussetés** et des **mensonges**, affirmant que la **division par 0** est « **impossible** » ou « **non définie** », des sciences ne voulant pas **définir** cette **division** qui est **simple** comme tout (elle est en effet d'une **simplicité biblique**), des sciences disant que l'**égalité** « **0 = 1** » est l'expression du « **paradoxe** », l'« **effondrement** » de la **logique** et de la **science**, ce n'est pas pour rien, c'est pour une raison que la **Science de Dieu** révèle maintenant.

On n'a pas voulu faire la **science** dans le **paradigme de l'équivalence**, car alors cette **science** conduirait directement à **DIEU**, elle ferait sortir les esclaves de l'**Egypte**, elle les ferait sortir de l'**enfer**. Alors qui bâtirait la **civilisation** de **Pharaon**? Qui seraient les ouvriers du **Nouvel Ordre Mondial** de **Lucifer** et des **lucifériens**?

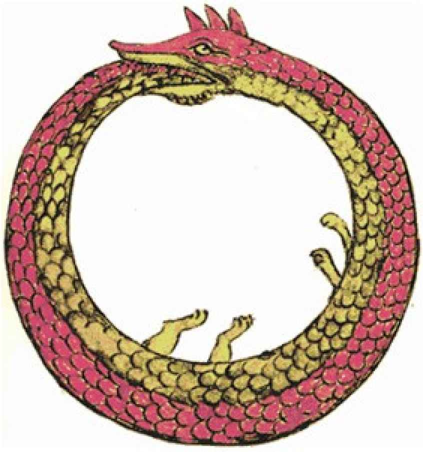
Mais la **division par 0** est aussi simple que l'**Alpha** et l'**Oméga**, c'est-à-dire la bonne vieille logique du **cercle**, connue depuis l'antiquité grecque (rappelons quand-même que les expressions bibliques l'**Alpha** et l'**Oméga** font référence à la première et à la dernière lettre de l'alphabet grec), depuis donc qu'on parle du fameux **nombre pi** ou **π = 3,14159265358979323846264338****3...**. Il est beaucoup plus difficile de calculer les décimales de **pi** que faire la science dans la logique du **cercle** ou du **cycle**. Et pour ce qui est de la logique **fractale**, une autre logique basée sur l'**équivalence**, il suffit d'observer le chou de Romasesco (on en parler plus en détail dans la partie C).

Il suffit d'avoir un minimum de formation en mathématiques pour savoir que quand on **divise 1** par un **nombre** qui **tend vers zéro** le **résultat tend vers l'infini**, et inversement quand on **divise 1** par un **nombre** qui **tend vers l'infini** le **résultat tend vers zéro**. Il n'est donc pas nécessaire d'être un génie comme Einstein ou comme Euler pour savoir cela.

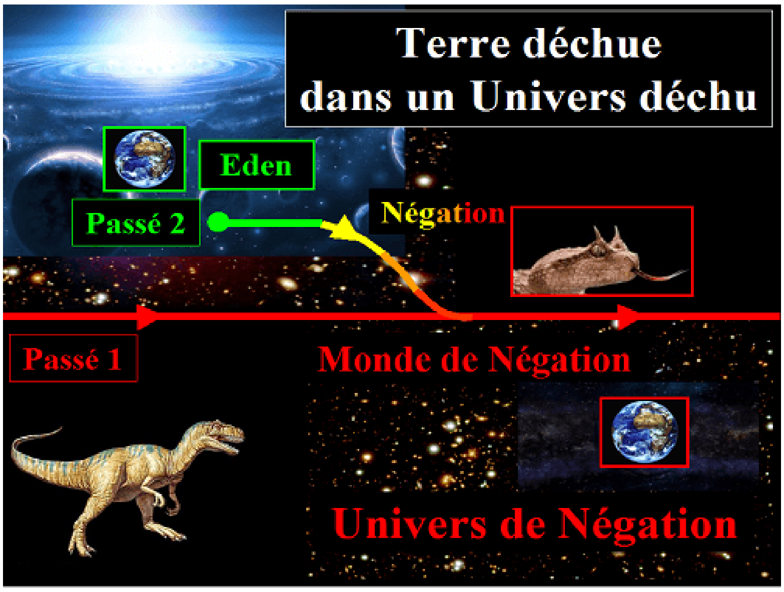
Et aussi, on ne pourra pas nous faire croire que c'était trop difficile pour ces grands génies et bien d'autres que cette terre a toujours portés et porte encore, de trouver la **logique** ou la **structure numérique** qui permet de **diviser par 0**, de mettre en œuvre le **théorème**: « **UN divisé par ALPHA égale OMÉGA, et UN divisé par OMÉGA égale ALPHA** », ou si l'on préfère: « **UN divisé par ZÉRO égale INFINI, et UN divisé par INFINI égale ZÉRO** ». Ou encore ce **théorème**, tel qu'on l'exprime actuellement dans le domaine des mathématiques appelé l'**analyse**: « La **limite** de **1/x** quand **x tend vers 0** est **∞**, et la **limite** de **1/x** quand **x tend vers ∞** est **0** », le symbole « ∞ » étant le fameux symbole de l'**infini**.

On ne nous fera donc pas gober qu'il était trop difficile pour tous les grands mathématiciens, physiciens et scientifiques de tous les temps de trouver la **logique** des **nombres** qui permet de **diviser par 0**, pour qu'on ne se trouve pas devant les affreux messages d'erreurs suivants quand avec les outils de calculs on tente de faire la simple **opération 1/0**:

Comme on le voit le symbole **0**, c'est-à-dire le **nombre Alpha**, se trouve sur ces machines comme un **nombre** à part entière, au même titre que **1, 2, 3, 4,** etc.. Mais force est de constater l'**absence** d'un **nombre** tout aussi à part entière, au même titre lui aussi que **1, 2, 3, 4,** etc., qui représenterait l'**infini**, à savoir le **nombre Oméga**, qu'on noterait par exemple **ω** ou à la rigueur du classique symbole de l'**infini** « **∞** ». Même si, comme je vais le montrer, cet **infini** comme tous les conceptions actuelles de l'**infini** sont fausses. Toutes les conceptions actuelles de l'infini ont le même défaut fondamental, la **Négation**, elles sont ce que j'appelle les **infinis** « **Ouroboros** », appellation qui ne vient pas de moi, mais c'est le nom de ce symbole occulte « **∞** », appelé l'« **Ouroboros** » (on y reviendra).

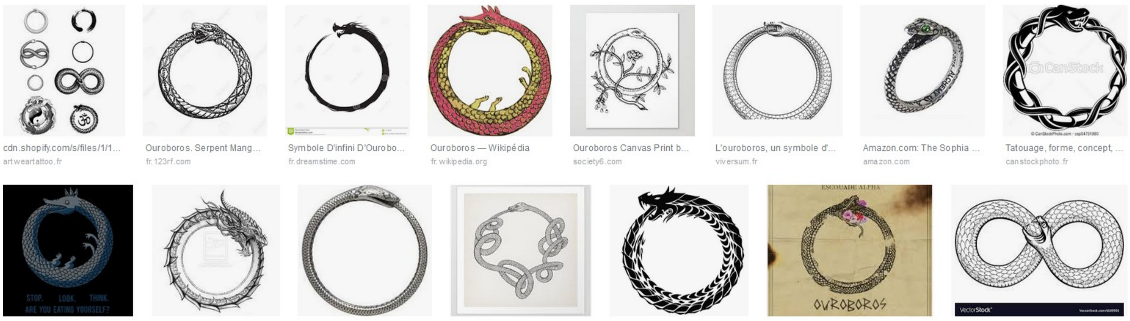


*L'**Ouroboros**, le symbole occulte*
*du **Serpent** ou du **Dragon** qui se mord la queue.*
Dans la Bible, notamment la Genèse le premier livre de la Bible,
*le Serpent représente **Satan** ou le **Diable**, donc aussi **Lucifer** (Genèse 3: 1-5).*
*Et dans l'Apocalypse, le **Serpent**, appelé aussi le **Dragon**,*
*est clairement désigné aussi comme **Satan** le **Diable** (Apocalypse 12: 1-12).*
*L'**Ouroboros** le symbole de **cycle infernal**,*
*le cycle des réincarnations dans l'**Onivers**, que certains appellent l'« **Astral** »,*
*que l'on désigne souvent aussi par le terme « **Matrice** » depuis le film « Matrix »,*
*et qui est en fait les **mondes de Négation**, ce qu'on appelle les **enfers**,*
*les **mondes du Diable** ou du **Serpent d'Eden**:*



*L'**Ouroboros** la perversion **luciférienne** du **Cycle Divin**, l'**Alpha** et l'**Oméga**,*
*la perversion de la **Logique du Cycle**, qu'on va découvrir,*
*et purifier de la **souillure** du **Serpent**, rétablir dans sa **Sainteté** (Matthieu 6: 9),*
et libérer de sa prise en otage et de l'occultisme
*dont il est véritablement l'objet de la part de **Lucifer**, de **Satan** et de tout son système.*
*L'**Ouroboros** le **symbole** actuel de l'**infini**,*

*la perversion **satanique** de l'**Infini Oméga**, pour en faire un **infini** de **Négation**,*
*l'infini synonyme « **impossibilité** », comme on le voit avec la question de la **division par 0**.*



*Je vous épargne les symboles les plus **sataniques** autour de l'**Ouroboros**,*
*comme justement les **satanistes** et autres **magiciens**, **occultistes** et **sorciers** les utilisent,*
*et ils savent pourquoi, ils connaissent donc le puissance du **Cycle Divin**, l'**Alpha** et l'**Oméga**,*
*la puissance de l'**Infini** n'est plus à expliquer,*
*ils savent par conséquent le pouvoir que leur procure sa **perversion** ou son **occultation**,*
*comme toutes les **perversions** qu'ils font de ce qui est **divin**.*
*Et puisque nous parlons justement du **Cycle**, donc du **Cercle**,*
*une figure **Géométrique** de la plus haute importance, comme aussi la **Sphère**, l'**Hyper-Sphère**, etc.,*
*le **Géométrie** même du **Monde**, de l'**Univers**,*
*et puisque, aussi,nous parlons l'**Infini** donc, des **Nombres**, des **Mathématiques**,*
*c'est l'occasion de dire que les sciences actuelles sont une **perversion** ou une **occultation** de la vraie **Science**,*
que derrière ses symboles et son langage apparemment de connaissance et de lumière
*se cachent des sens **occultes** et des choses très **obscures**, **maçonniques**, **lucifériennes**, **sataniques**.*
*Ses symboles sont véritablement **kabbalistiques** et son langage est **ésotérique**.*
Ses symboles et langages dont le véritable sens est réservé aux initiés,
*autrement dit c'est dans les **loges maçonniques** (et encore dans les hauts degrés)*
*que le vrai sens est révélé à ceux qui gravissent les échelons dans la **Pyramide** de **Lucifer**.*
Qu'on se demande par exemple pourquoi le symbole maçonnique est le Compas et l'Equerre,
*et pourquoi l'Equerre, qui a la forme évidente de la lettre « L » comme « **Lucifer** »,*
se place en opposition au Compas, bloque t-elle et paralyse t-elle le Compas
et le tout formant la lettre « A », à la fois comme une « Pyramide »
mais aussi « A » comme « Grand Architecte »,
comme ici sur la pierre inaugurale de l'aéroport de Denver?

Comme c'est amplement expliqué dans d'autres documents (car ce n'est pas le but ici)
*ce n'est pas de **Dieu**, l'**Univers TOTAL**, l'**Etre TOTAL**, l'**Alpha** et l'**Oméga**,*
que représente ce symbole du « Grand Architecte »
formé par cette Equerre qui paralyse le Compas, c'est-à-dire le symbole du Cercle ou du Cycle.
*Si les francs-maçons vénéraient le vrai **Dieu**, celui de la **Bible**, l'**Alpha** et l'**Oméga**,*

cela se saurait, la science et le monde seraient tout autre!
*On n'aurait jamais dit qu'il est « **impossible** » de **diviser par 0**,*
et les agents de ce système dont je parle et dont je parlerai un peu encore,
qui sont très actifs sur le net, sur les plates-formes de vidéos et dans tous les réseaux sociaux,
*ne martèleraient pas dans les esprits les paradigmes opposés à l'**Alpha** et l'**Oméga**,*
*n'envoûteraient pas les gens avec leurs **symboles occultes** tels que l'**infini** « **Ouroboros** »,*
ne traiteraient pas de « complotistes », de « malades mentaux » ou que sais-je encore
*ceux qui travaillent à une autre vision de l'**Univers** et des **choses**, etc..*
Tout simplement leurs sciences seraient celle que fais,
et donc je n'aurais jamais eu besoin de la faire,
j'aurais fait autre chose de ma vie et de mes journées,
j'aurais fait par exemple du bateau de plaisance, je m'amuserais comme beaucoup,
car, figurez-vous, moi aussi j'aime tout ça.
*Je ne passerais pas mon temps nuit et jour à réfléchir sur les secrets des **nombres** et de l'**Univers**,*
*à chercher et à travailler pour la vérité, à méditer, à être en **connexion** avec l'**Univers TOTAL**, etc..*
Je ne le fais pas parce que j'ai envie de « comploter »,
mais parce qu'il le faut, dans un monde où tout ou presque est faux, trompeur ou mensonger!

Pour en revenir aux affichages des machines ou des tableurs qui nous disent que la **division par 0** serait « **impossible** », la question est: pourquoi à la rigueur ce symbole de l'« **Ouroboros** », « **∞** » donc, n'est pas indiqué tout aussi systématiquement que **0**, en compagnie des autres **symboles numériques**: **1, 2, 3, 4,** etc., au même titre donc qu'eux, tel que si l'on tape par exemple: **1/0**, on ait comme résultat: « **∞** » ou mieux « **ω** »?

Notre **unique axiome**, le seul qu'il faut en fait non seulement pour toute la **science des nombres** mais toute la **science** tout simplement, et même au-delà, le seul qu'il faut pour le **monde entier**, est l'**Univers TOTAL**, l'**Ensemble de toutes les choses**, l'**Alpha** et l'**Oméga**. C'est tout. Nous développons toutes les **conséquences** et les **propriétés** de cet **unique axiome**, et l'unique souci est de trouver la **logique scientifique** adéquate pour faire la **Science de l'Univers TOTAL**. Nous découvrirons la **Théorie universelle des ensembles**, qui est le nom technique de la **Science de l'Univers TOTAL** en tant que nouvelle **théorie des ensembles**, la **théorie universelle** et non plus **axiomatique**, comme présentement. Nous découvrirons enfin ce que sont ce que nous appelons les **nombres**, leur vraie **nature**.

Ce que nous découvrions et expliquerons, dans un monde normal et si le monde était normal, devrait faire la une de tous les journaux scientifiques et de tous les journaux tout simplement, et ce pensant longtemps! Malgré les apparences, malgré tout le respect que je dois à Einstein, à côté de ce que vais expliquer et de la **vision** de l'**Univers** que je vais présenter en toute **simplicité biblique** (c'est le cas de le dire), la théorie de la relativité c'est du pipi de chat! Et la formule: « $E = mc^2$ » ou les considérations de la relativité générale, de la physique quantique, de toute la physique et de toutes les sciences actuelles, c'est vraiment du bricolage scientifique! Je l'ai dit, ce n'est que de l'ésotérisme et de l'occultisme déguisé en sciences, en lumière, et qui est imposé à tous depuis la nuit des temps. Les plus grandes vérités ne sont pas où l'on pense, mais sont où l'on ne pense pas, et sans exagérer, c'est ce que je vous proposerai de découvrir dans ce livre.

Nous comprendrons donc vraiment ce que sont les **nombres**, comme par exemple ce qu'on appelle les **nombres réels**, et du coup nous comprendrons vraiment l'**Univers**, car les **nombres** sont la **Réalité**, toute la **Réalité**. Nous sommes des **nombres**, comprenez-vous ce que cela veut dire? Je n'ai pas dit : nous sommes des êtres pensants, qui concevons et utilisons entre autres des concepts appelés les **nombres**. Mais j'ai dit: Nous **SOMMES** des **nombres**, toute la **Réalité** est **Numérique**, toute **chose** est fondamentalement une **information** (et nous verrons de quel type d'**information** il s'agit et comment ça fonctionne), toute **chose** est un **nombre**! Nous verrons que toute **chose** dans l'**Univers TOTAL** (lui-même en particulier), oui toute **chose** dans **DIEU** pour le dire en langage **biblique** (et **DIEU** lui-même en particulier), est un **ensemble**. Et en particulier l'**Univers TOTAL** est l'**Ensemble de toutes les choses** et de **tous les êtres**, l'**Ensemble Suprême**, l'**Etre Suprême**, l'**Etre TOTAL**, l'**Alpha** et l'**Oméga**, la définition scientifique donc de la notion de **DIEU**. Mais ce n'est pas tout, nous verrons que la notion d'**ensemble** et la notion de **nombre** ou d'**information** sont une seule et même notion, et elle le parfait synonyme de notion de **chose** ou d'**être**.

Dit comme cela, ça ne paraît pas extraordinaire, on ne mesure pas la portée de cela, mais en réalité c'est d'une portée inouïe, c'est tout simplement une **bombe scientifique**, une révolution conceptuelle, il faut remonter à **Jésus Christ** il y a 2000 ans pour trouver une révolution pareille (voir Jean 16: 7-15). Et vous allez me dire: qui est **Jésus Christ**? Dans les manuels de mathématiques et des sciences de ce monde, il brille par son absence, à plus forte raison **Jean-Baptiste** que **Jésus** a qualifié du plus grand humain né d'une femme jusqu'à son époque (voir Matthieu 11: 1-15). Mais vous parle t-on de **Jean-Baptiste** comme grande figure de l'histoire de ce monde? A côté de lui, même si on n'en parle pas dans l'histoire des sciences (et on devrait!) **Jésus Christ** tire son épingle du jeu. Mais quant à **Jean**, c'est le quidam, qui avait l'apparence d'un « fou », qui en son temps prêchait dans le désert de Judée, et encore qui n'est connu que par ceux qui lisent les évangiles. En ce qui me concerne je comprends ce que **Jésus** voulait dire et pourquoi, tout simplement parce que... **Jean** et moi nous avons le même **Esprit** d'**Elie** (Luc 1: 11-19). Vous ne savez pas ce que cela veut dire? Ce n'est pas grave, passons, car cela nous emmènerait trop loin ici, c'est largement expliqué ailleurs....

Jean et moi nous sommes habités par le même **Esprit de la Vérité** (Jean 16: 7-15), de la **Lumière** et de la **Science**, nous sommes reliés à la même **entité angélique** appelée **Gabriel** dans la Bible, l'**ange** de la **révélation** et de la **science**. Et je parle de la **science divine**, pas de l'actuelle **science luciférienne** et **maçonnique** (la nature **luciférienne** et **maçonnique** des sciences de ce monde n'est pas encore évidente, comme cela commence à être évident pour beaucoup dans les autres domaines, notamment la politique par exemple; mais cela finira aussi par devenir évident pour beaucoup que même la **science** est en fait **maçonnique**, **luciférienne**, tout en ce monde jusqu'à présent l'est, et j'y travaille justement pour éveiller les consciences sur cette réalité et d'autres). Des serviteurs de **Dieu** du passé comme par exemple **Moïse** (Exode 3: 1-15) avaient comme **alter angélique** le même **ange Gabriel**, qui est donc l'**ange** de la **science divine**, l'incarnation de l'**Esprit de Dieu** (l'**Esprit** de la **Vérité**), de la **Pensée** de **Dieu**, de la **Loi** de **Dieu** (la **Torah** à l'époque de **Moïse**, l'**Alliance Chrétienne** avec **Jean** et **Jésus**, la **Science de Dieu** en ce qui me concerne à notre époque du troisième millénaire, l'ère du **numérique**, on suit ? On commence à comprendre ce que je veux dire au sujet des êtres comme **Jean**?), de la **Logique** de **Dieu**, de l'**Information** de **Dieu**, etc..

Mais comme depuis toujours dans ce monde du **Serpent d'Eden**, ces êtres lumineux traversent des déserts, y reçoivent leur **révélation**, c'est-à-dire leur reconnexion au vrai **Dieu** ou à leur **alter angélique**. Ils ne sont jamais considérés à leur juste valeur dans ce **monde maçonnique**, gouverné par des **francs-maçons** et de **sociétés secrètes** dont les ancêtres et prédécesseurs sont les **talmudistes** et **kabbalistes** qui hier ont crucifié le **Christ** (Matthieu 15: 3, 6, 9; 23: 37-39 ; Jean 8: 44; 10 : 39-39), qui avant-hier étaient les **prophètes de Baal** opposés à **Elie** (1 Rois 18: 25-40), qui avant-avant-hier étaient les adorateurs du **Veau d'Or** opposés à Moïse (Exode 32 : 1-35). Nous assistons aujourd'hui l'échelle mondiale et universelle à l'accomplissent de tous ces modèles biblique, en pire donc. Jamais le **mensonge**, le **mal**, la perversion de la **vraie science** et de la **pensée de Dieu** n'a atteint des sommets pareils, jamais la **vérité** et ceux qui l'incarnent n'a été à ce point étouffée. Et pourtant le paradoxe est que nous sommes censés vivre à l'ère même de l'**information** et du **numérique**, au troisième millénaire donc. Mais jamais la **désinformation** n'a été aussi grande, et ce sont les porteurs de la **vraie information** et les vrais **porteurs de la lumière divine**, qui sont vilipendés. Que le **cycle infernal** de l'« **Ouroboros** » soit maintenant brisé! Que l'**infini** du **Diable**, du **Serpent d'Eden**, soit pulvérisé comme l'a été le **Veau d'Or**, que le nouveau **bâton de Moise** devienne un plus grand **Serpent divin** avalant les **serpents** des nouveaux **égyptiens** les **francs-maçons**, et que le nouvel **Elie** humilie et réduise au silence les nouveaux **prophètes de Baal,** que l'**Infini Oméga**, l'**Infini Divin**, soit restauré dans l'**ensemble des nombres entiers naturels**, dans la **Science**, l'**unique**, la **vraie**! Que donc le **Paradigme** de l'**Univers TOTAL**, l'Ensemble de **toutes les choses** et de **tous les êtres**, l'**Etre Suprême**, l'**Alpha** et l'**Oméga**, triomphe!

Nous découvrirons donc enfin la vraie nature des **nombres**, la vraie nature des **choses** et des **êtres**, la vraie nature des **ensembles**, et que toutes notions: **nombre**, **information**, **chose**, **ensemble**, etc. et bien d'autres notions fondamentales, sont une seule et même notion. Les sciences de la **Tour de Babel** les sépare, elles présentent l'**Univers** en pièces détachées, l'**Univers** morcelé en une infinité de pièces du Puzzle confus nommé les « sciences » au pluriel, qui ne permettant pas de voir le **Tableau d'Ensemble**, qui est le **Visage de Dieu**, tout simplement. Mais l'**Univers**, en l'occurrence l'**Univers TOTAL**, est le **TOUT** inséparable, le **Grand TOUT**, la **Réalité TOTALE**, l'**Etre TOTAL**. C'est lui, **DIEU** donc, l'**Alpha** et l'**Oméga**, que le **Diable** n'a jamais voulu que nous découvrions scientifiquement.

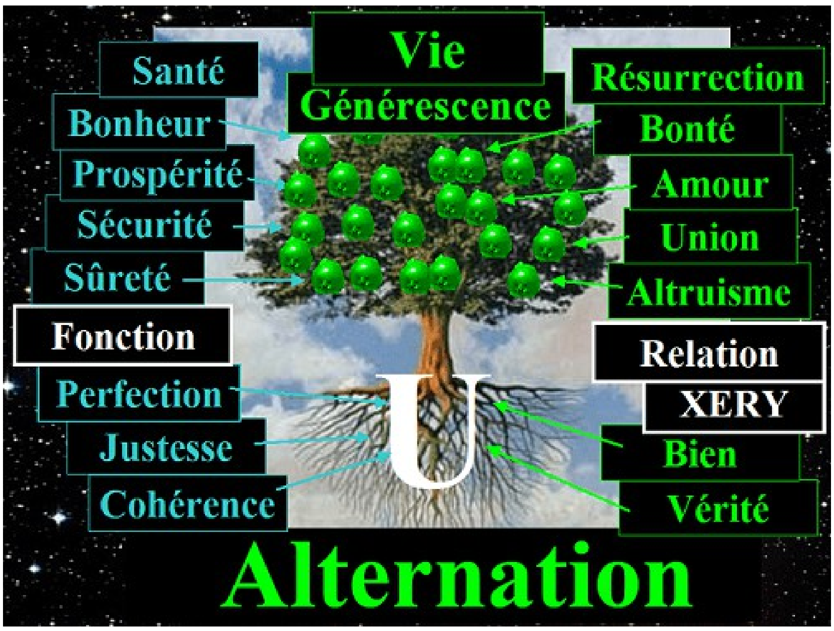
Nous découvrirons donc maintenant les **nombres omégaréels**, c'est-à-dire les **nombres réels** dans lesquels l'**Infini Oméga** joue maintenant son rôle, et ça change tout! Et les **nombres réels** si bien nommés (et pour une fois que les sciences actuelles nomment bien quelque chose de manière à ce que le commun des mortels puisse comprendre, au lieu d'être tétanisé face à l'habituel langage **occulte**, **ésotérique** et **kabbalistique** des sciences... on ne va pas se plaindre), oui les **nombres réels** si bien nommés sont plus que des **nombres** de la **réalité** mais les **nombres** qui **SONT** toute la **Réalité**! Les **nombres** qui **SONT** tous les **ensembles** et que tous les **ensembles SONT** (je comprends que pour l'instant, l'importance, la profondeur et la portée immense de cette idée vous échappe, mais je m'efforcerai de vous expliquer la révolution du mieux que je peux). Ou, ce qui revient au même, les **nombres** qui **SONT** toutes les **choses** et que **toutes les choses SONT** (même remarque donc).

Même si je peux en donner l'impression, nous nous parlons pas des **nombres** juste pour parler des **nombres**, nous ne faisons donc pas l'**algèbre** au sens traditionnel, en parlant des **nombres omégaréels** je ne donne pas des cours pour le lycée ou pour les universités. A la rigueur des chercheurs de très haut niveau ou des étudiants en thèse pourront y puiser des idées nouvelles, de l'inspiration, de innovation (la vraie) qui manque actuellement, pour faire avance un peu le schmilblick dans les institutions actuelles qui tombent partout en ruines à cause de leurs mauvais paradigmes que l'on continue à imposer, et de plus en plus par la force (comme on le voit actuellement avec la crise des Gilets Jaunes). Quand on commence à impose une chose par la force, c'est qu'elle ne trompe plus les gens, elle montre ses limites, le système tremble dans ses fondements. Tel le Titanic il prend de l'eau de toutes parts, on colmate les brèches, on cache la perdition et le péril imminent, on joue de la flûte ou du pipeau pour rassurer les gens, on leur dit que tout va bien....

La compréhension des **nombres omégaréels** commence par celle de ce que j'ai décidé d'appeler les **nombres réalis** ou simplement les **réalis**. Cela signifie les **nombres purs**, sans signe, comme par exemple **0**, **1**, **2**, **3**, **4**, etc., ou **ω**, ce qu'on appelle aussi souvent les **valeurs absolues**, terme qui encore est bien choisi. Mais on confond souvent cela avec les **nombres** dits **positifs**, comme par exemple **+1**, **+2**, **+3**, **+4**, etc., ou **+ω**, précédés donc du signe **plus**. C'est vrai que pour simplifier, on peut assimiler les deux notions de **valeurs absolues** (les **réalis** donc) avec les **nombres positifs**. Mais en toute rigueur, ceux-ci sont une des **orientations** des **réalis** (les **valeurs absolues**), l'**orientation positive** donc, mais il y a une infinité d'**orientations** possibles des mêmes **réalis**, à commencer par l'**orientation négative**: **-1**, **-2**, **-3**, **-4**, etc., ou **-ω**, précédés donc du signe **moins**. Mais au lieu des habituels termes « **positif** » et « **négatif** », je préfère parler d'**orientation anitive** et d'**orientation antitive**, et on comprendra pourquoi par la suie.

Je n'introduis pas les nouveaux termes juste pour le plaisir de le faire, pour contrarier le monde ou la « sacro-sainte » terminologie scientifique pratiquée depuis longtemps. Mais je le fais, quand c'est nécessaire, pour faire ressortir la vraie logique des **nombres**. Ici, quand on parle juste de l'**orientation** (qui est la généralisation de la notion de **signe**) des **valeurs absolues** ou du choix de l'**orientation** des **axes**, des **sens** de **rotations**, etc., qu'on on le fait en maths, le terme « **négatif** » (et surtout lui!) ne s'y prête pas du tout, il est l'un de ces termes qui pendant longtemps a empêché de comprendre la vraie logique des **nombres**. Le terme « **négatif** » ne doit être employé que si la notion de « **Négation** », la **négation** d'**existence**, de **possibilité**, l'**absence** d'une **chose**, quand par exemple la notion de « **vide** » est impliquée (comme dans la notion « **ensemble vide**»), etc. ou plus généralement quand les **nombres** expriment quelque chose de **négatif** au sens de **mauvais** ou de **mal**, comme par exemple, une **perte**, un **déficit**, etc.. Dans tous ces cas, il y a de manière sous-jacente une notion d'**absence** de quelque **chose** d'**existentiel**, de **Positif** au sens de **Bon** ou de **Bien**. Et le **négatif** au vrai sens du terme a toujours un lien, directement ou indirectement, avec la **Négation** de l'**Univers TOTAL**, ou la **Négation** de **Dieu**.

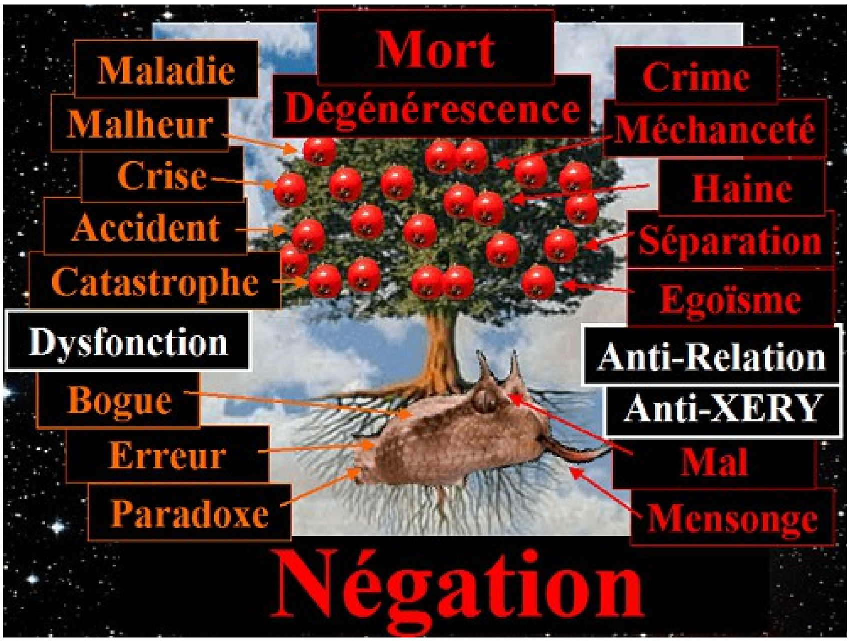
Bref, la **Positif** au vrai sens du terme, au sens le plus **absolu** du terme, c'est ça:



Et on parlera justement de l'**Alternation**, et on découvrira ce que c'est. C'est synonyme donc de **Vital**, d'**Existentiel**, d'**Universel**, de **Positif**, bref de **Divin**. L'**Alternation** est synonyme d'**Affirmation**, de ce qui est

Affirmatif, qui ne nie donc pas les **choses** ou les **réalités**, mais qui **AFFIRME TOUT**, donc qui est de nature à **AFFIRMER** l'**Univers TOTAL**, l'**Ensemble de toutes les choses**. Comme aucune **chose** n'est **niée** dans la logique d'**Alternation**, et par conséquent seule la **Négation** est **niée**, seule elle le **fruit défendu**, donc le **mal** ne peut exister dans un monde fonctionnant avec l'**Alternation** ou l'**Affirmation**. C'est ce que dans le langage biblique on appelle un **paradis** ou un **Eden**, ce qui veut dire un **monde divin**, tout simplement un **monde normal**. Ce que techniquement nous découvrons aujourd'hui comme l'**Alternation**, c'est ce que dans le langage de la Genèse mais aussi de l'Apocalypse on appelle l'**Arbre de Vie** (Genèse 2 : 7-9). Pas celui dont il est question dans la Kabbale, qui là encore est une perversion du **divin**, mais enfin le vrai sens de cette notion biblique.

Et à son opposé, le **Négatif** au vrai sens du terme, au sens le plus **absolu** du terme aussi, c'est ça:



L'**arbre** associé au **Serpent d'Eden** donc, à l'**Ouroboros**, à **Lucifer**, à **Satan** le **Diable**. La **Négation** de **Dieu**, de l'**Univers TOTAL** donc, est la racine de toutes les choses **négatives** de l'**Univers** et du monde. Et cela, les nombres dans le paradigme de l'**Univers TOTAL**, permettent enfin de comprendre cela, car les **nombres** sont tout, je le répète. Les **nombres** sont **TOUT**, donc parlent de **Dieu** et du **Diable**, et si l'on ne comptait que sur les sciences du **Diable**, on ne le saurait jamais! **Dieu** et le **Diable** brillent donc par son absence dans les mathématiques et dans ces sciences, parce qu'implicitement, sans le dire ou le crier très fort sous les toits, ce sont justement les **sciences maçonniques**, **lucifériennes**, les **sciences** du **Diable**!

Les **nombres négatifs** sont donc les **nombres** qui expriment la **Négation**, le **négatif** au vrai sens du terme, l'**absence** du **positif**, au vrai sens du terme. Autrement dit, ils expriment la **négation** du **positif**, du **divin**. Autrement dit encore, un **nombre négatif**, qu'on peut aussi appeler un **nombre soustractif**, exprime une **négation** du **positif**, d'une **valeur absolue**, d'un **réali** donc.

Prenons des exemples pour bien comprendre: Si j'ai **5 pommes** et que je vous en donne **3**, ces **3 pommes** sont **soustraites** de mon avoir, certes, on peut les compter « **négativement** » et dire « **–3** », mais en réalité, dans la **logique divine**, elles ne sont pas perdues, donc ce **nombre** n'est pas **négatif** au vrai sens du terme mais reste **positif**. Qui donne prête à **Dieu**, dit-on, ici les **3 pommes** sont juste **orientées** de manière **antitive**, pas **négative**, elles sont **orientées** autrement, une sorte de « placement » en somme. « L'« intérêt » viendra de l'**Univers TOTAL**, c'est certain. J'ai donné mais je n'ai rien perdu, c'est dans ce cas là que l'on dit: « Rien ne se perd, rien ne se crée, mais tout se transforme ». La **transformation** ici est juste une autre **orientation** des **3 pommes**, elles étaient « **+3** » chez moi et « **0** » chez vous, elles sont maintenant « **-3** » chez moi et « **+3** » chez vous. Mais elles restent **3**, la **valeur absolue** n'est pas « **détruite** », en ce sens que dans la chaînes des transformations, aucune **entité négative** ou un **acte de négation** n'a fait quelque chose qui revient à **négativer** cette **valeur 3**, c'est-à-dire à engendrer une notion ce **perte**, une notion **négative**, plus généralement.

Mais c'est une toute autre affaire si par exemple les trois pommes sont **volées** par vous, ou si quelqu'un venait les détruire, les empoissonner comme l'a fait la sorcière dans Blanche Neige, etc.. Là, il y a **négation**, j'ai subi un dommage, un préjudice, etc., et là les **3 pommes** sont chez moi comptées **négativement** au vrai sens du terme, « **–3** » donc, et chez vous, elles compte positivement en apparence, mais comme on dit aussi, « Bien mal acquis ne profite point ». **Réparation** ou **justice divine** devra être faite tôt tard. Cela veut dire que, fort heureusement, dans tous les cas, « Rien ne se perd et rien ne se crée dans l'**Univers TOTAL**», et que cette **valeur négative** a été elle aussi été compter, comme **valeur** à restaurer **positivement**. Sans Dieu donc et sa **logique d'Alternation**, qui malgré tout ne la compte qu'une simple **orientation** (« A quelque chose malheur est bon », dit-on), ce serait une vraie **perte**, réellement une **valeur absolue négative**.

Dans le même ordre d'idée, je **dépense** beaucoup d'**énergie** pour faire la **Science de Dieu** (comme dans ce livre par exemple), que je mets en plus à la disposition du monde gratuitement. Je donne donc de moi-même, et dans la **logique divine**, celle de l'**Univers TOTAL**, cette **dépense** d'**énergie** n'est pas **perdue**, même si des **êtres négatifs** rendent actuellement cette tâche très ingrate. De plus, comme je l'explique dans de nombreux documents, je subis de la part de ces êtres négatifs et de leur système, comme aussi le subissent des millions de personnes en France et dans le monde, le **harcèlement en réseau**, la **torture électromagnétique**, comme en ce moment moment même où j'écris ces lignes. C'est une des multiples formes de **satanisme**, de **vampirisme**, de **vol** d'**énergie**. Ceci s'exprime donc par un **nombre négatif**, parce que la **Négation** est impliquée.

Et pire encore, parce que j'ai dit la simple vérité sur ce qui se passe et qui est caché, des personnes impliquées et celles qui les protège (le **système satanique** couvrent particulièrement cette **criminalité** qui dévoile sa vraie nature), et surtout une qui est mon ancien bailleur dont je parle dans le document: Lettre ouverte à Eleuddutu et Condamnation de Satan Injuste, et aussi dans le document: Lettre à Eleuddutu à propos de son procès injuste et de sa persécution judiciaire, juste parce que je dis qu'il fait montre de mauvaise foi en niant les preuves de la criminalité que je lui ai fournies, et qu'en faisant dans cette affaire écho aux accusations mensongères des criminels et menaçant moi la victime, il se rend coupable de non assistance à personne en danger, et qu'il choisit ainsi d'incarner un **Satan Injuste** (ce qui est la pure vérité), il m'intente donc un procès en diffamation. Et la **justice** de son système, la **justice maçonnique**, une **injustice** qui ose devant **DIEU** s'appeler la « **justice** », condamne, moi la victime, à payer en plus à ces démons en chair et en os. Et je ne suis pas la seule personne à qui ils font cela. Une autre victime du **harcèlement en réseau** et de la **torture électromagnétique** a récemment écrit au procureur pour porter plainte de ce qu'elle subit, et on la menace elle aussi en disant qu'elle devra payer si ses accusations s'avèrent diffamatoire. Et comme de toutes façons le **système satanique** ne reconnaîtra jamais ces crimes, la réalité de ce satanisme dont il tire son énergie pour perdurer, les victimes seront toujours face à des **inversions accusatoires**, ce sont elles qui, en plus d'être des victimes, seront accusées de « diffamations » (une des techniques devenues courantes pour museler ceux qui dévoilent des choses dérangeantes pour ce système), et sont condamner à payer au **Diable** et aux siens. Comme si leur **vie volée**, leur **énergie vampirisée**, bref, comme si ces **victimes sacrifiées**, ce n'était pas déjà trop!

Juste pour dire donc que dans ces conditions, l'argent **extorqué** par ces **démons** en chair et en os (dont en plus soit dit en passant le paradigme est l'argent, cette notion n'est pas celle de l'**Alternation**, du **monde divin**, **Dieu** offre gratuitement la **nature**, l'**eau**, l'**air**, la **vie**, sans faire payer quoi que ce soit, mais le **Diable** fait **payer** pour avoir la **nature**, fait **payer** l'**eau** que l'on boit et qui en plus est **polluée** ou **empoisonnée**, est même prêt à facturer l'**air** respiré, il détruit la **vie** ou la **vole** et en faisant en plus **payer** les victimes!), oui toutes ces **valeurs** se comptent **négativement**, au vrai sens du mot négatif donc, qui, comme on le voit, a toujours un rapport avec les **êtres** de **Négation**, la **Négation** de l'**Univers TOTAL**, de **Dieu**. Sans eux donc, rien ne serait vraiment **négatif**, tout ne serait qu'**Alternation**, on serait simplement en présence de simples **orientations** de **réalis**, c'est-à-dire de **valeurs absolues** (**positives**).

Les **nombres** disent tout cela, car **tout est nombre**! Mais en brouillant la logique des **nombres**, en ne permettant pas de comprendre ce qu'est vraiment un **nombre négatif** au vrai sens du terme, en faisant confondre avec la notion de **nombre antitif**, c'est-à-dire **orienté** simplement dans un sens **antitif**, comme le sont la **gauche** et la **droite**, la **rotation dans un sens** ou la **rotation dans le sens contraire**, le **Diable** et ses sciences empêchent donc de comprendre l'**Univers**, la monde, la réalité des choses. Les **nombres** de **Dieu** sont toujours **positifs**, mais simplement **orientés** de cette façon ou de telle autre (une **valeur absolue** est toujours **positive**, sauf quand elle est **niée**, **déniée**, **négativée**, **soustraite**, **volée**, **vampirisée**, **annulée**, **détruite**, etc., par une **entité négative** ou par la **Négation**, et elle devient alors **négative**). Le mot « **antitif** » vient simplement du mot « **ANTI** » ou « **contraire** » ou « **opposé** », qui est réalité ce que l'on veut dire la plus part du temps quand on parle de **nombres** « **négatifs** ». On parle dans ce cas fort justement aussi de **nombres relatifs**, ce qui veut dire que le « **négatif** » dans ce cas est juste **relatif**.

C'est en effet bien souvent une simple affaire de **convention**, comme par exemple le fait de choisir de graduer un **axe** vers la **droite** ou vers la **gauche**. Qu'on change juste de convention, et cela **alterne** (le verbe **alterner** est le verbe de l'**alternation**), et les **négatifs** dans ce cas deviennent **positifs** et vice-versa. La nature du problème ne change pas. Mais par contre, on ne transforme pas une **dette** en **gain**, une **perte** en **profit**, un **mort** en **vivant**, etc., juste en changeant le **signe** ou la **convention**! On a beau trafiquer la **convention**, la nature **négative** de la chose reste. Ceci est donc autre chose qu'une simple **orientation** des **valeurs absolue**, qui change donc la signe sans changer la nature **positive** de la chose. Si elle était **positive**, elle le reste quelle que soit l'**orientation** qu'on lui donne, et si elle était **négative**, elle le reste aussi, quelle que soient les **conventions** de **signe**. La question de **positif** ou de **négatif** est donc une autre affaire que l'**orientation**, et c"est l'une des vérités profondes sur la logique des nombres, que le **Diable** et son système ne veulent pas que l'on comprenne.

Par exemple, les mêmes **valeurs absolues** ou **réalis**: **0**, **1**, **2**, **3**, **4**, etc., ou **ω**, qui sont **positifs** donc, qui **orientes anitivement** sont: **+1**, **+2**, **+3**, **+4**, etc., ou **+ω**, et qui **orientés antitivement** sont: **-1**, **-2**, **-3**, **-4**, etc., ou **-ω**, quand ils sont **orientés** selon l'**axe complexe pur anitif** deviennent: **+1i**, **+2i**, **+3i**, **+4i**, etc., ou **+ω**i, mais quand ils sont **orientés** selon l'**axe complexe pur anitif** deviennent: **-1i**, **-2i**, **-3i**, **-4i**, etc., ou **-ω**i. Sur une **droite** donnée ou un **axe** donné, il n'y a que deux **orientations** possibles, l'**anitive** et l'**antitive**. Mais dans le **plan**, il y a une **infinité** d'**orientations** possibles, dans l'**espace tridimensionnel** encore plus, et plus encore dans les espaces au fur et à mesure que leurs **dimensions** augmentent, et ce jusqu'à la **dimension infinie** ou **Oméga** (on y reviendra longuement). Mais toujours, ce sont les mêmes **réalis** (c'est-à-dire les mêmes **valeurs absolues**) que l'on **oriente**, donc ce sont eux les **nombres** de **base**, qu'il faut comprendre. Dans les conceptions classiques, on parle de **nombres réels**, de **nombres complexes**, de **vecteurs**, etc., et on dit qu'ils ont une **valeur absolue**, un **module**, une **norme**, etc. (ces mots et d'autres sont différentes manières de parler des **réalis**), comme si la **valeur absolue** est juste une caractéristique des **nombres** ou des **objets numériques**.

Mais en fait c'est exactement le contraire: les **nombres** au sens absolu, sont fondamentalement des **valeurs absolues** des **réalis** donc, qui vont de **Zéro** (**0**) à l'**Infini** (**ω**), c'est-à-dire de l'**Alpha** à l'**Oméga** en passant par **Un**. Et le reste est une simple **orientation** de ces **réalis**. Ce détail change beaucoup de choses.

Et si je devais décrire brièvement, dans les termes classiques, la **structure algébrique** des **réalis**, l'**ensemble** $\mathbf{R}_{\omega+}$, je dirai que, muni de l'**addition** (+) et de la **multiplication** (×), la **structure** ($\mathbf{R}_{\omega+}$, +, ×), est celle où ($\mathbf{R}_{\omega+}$, +) est un **magma associatif** et **commutatif**, et où où ($\mathbf{R}_{\omega+}$, ×) est un **groupe abélien**, la **multiplication** étant **distributive** par rapport à l'**addition**, comme dans tous les **anneaux**. A cela il faut ajouter les propriétés de bases de exponentiation, l'**opération** « ^ », la troisième **opération** qu'il faut ajouter donc pour avoir la **structure** ($\mathbf{R}_{\omega+}$, +, ×, ^), qui ne découlent pas forcément toutes de celle de la **structure** de **magma** ou de **groupe abélien**, les propriétés suivantes :

→ $x^0 = 1$, pour tout **réali x** (notamment quand le statut d'**élément neutre** de **0** aura été défini) et: $x^1 = x$.
→ $x^y\, x^z = x^{y+z}$; pour n'importe quels **réalis x**, **y** et **z**.
→ $(x\, y)^z = x^z\, y^z$; pour n'importe quels **réalis x**, **y** et **z**.
→ $(x^y)^z = x^{z\,z}$; pour n'importe quels **réalis x**, **y** et **z**.

D'autres propriétés importantes seront ajoutées, quand à la classique **identité** on adjoindra au moins une seconde **égalité**, une **équivalence**, pour pouvoir gérer la **division par 0** contenue d'office dans cette **structure réalie**, puisque ($\mathbf{R}_{\omega+}$, ×), c'est-à-dire les **réalis** munis de la **loi multiplicative**, est un **groupe**, donc **TOUS** les **éléments** sont **symétrisable** pour la **multiplication**, autrement dit on peut **diviser par tous**, y compris par **0**.

Autrement dit, cette **structure réalie** est un **anneau** pour lequel on n'exige pas que l'**addition** ait un **élément neutre** (**0** ou l'**Alpha** est un **élément** de la **structure**, et même un **élément** très important, plus même que dans les **structures** classiques, sauf que dans ces propriétés de base qui sont l'**essence** de la **structure**, il n'est pas un **élément neutre**, mais l'**élément fondamental** qui sert à construire tous les autres, et c'est là le point clef), et par conséquent que les éléments aient un **symétrique** pour l'**addition**. Cette **symétrisation** est justement l'une des **orientations ANI** et **ANTI** (**anitive** ou **antitive**) des **réalis** qu'on est en train de définir, donc il n'est pas nécessaire et même il est préférable de ne pas introduire prématurément cette **symétrie** dans la **structure** de base. Car, à moins de passer à la logique de l'**équivalence** (mais au début on reste dans la classique **identité**), cette symétrisation précoce empêche la **division par 0** dans les **réalis**, et donc l'existence de l'**Infini Oméga**. Et les **réalis** se trouvent dès le départ **incomplets**, et cette **tare** sera ensuite trimballée par les **nombres**, par les **vecteurs**, etc.. Partout on se heurtera à cette fameuse dite « **impossibilité** » de **diviser par 0**, qu'on essayera ici ou là de colmater par toutes sortes d'artifices ou à coups d'axiomes supplémentaires, comme par exemple dans l'analyse non standard (avec les « nombres infiniment grands »), en topologie (avec la « droite numérique achevée », etc..

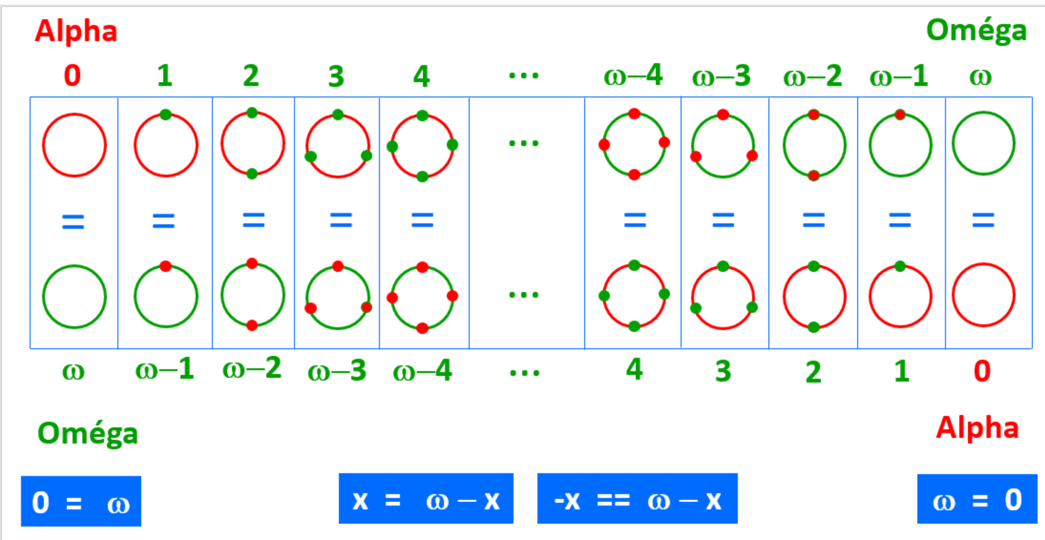
Pour compléter cette **structure réalie**, il faut dire que contrairement aux structures classiques où en général on n'a qu'une seule **égalité**, et qui est l'**identité**, on a ici deux **égalités**, « **==** » et « **=** » (on aurait pu choisir aussi

« = » et « ≡»), donc une **structure** de la forme: **$(R_{\omega+}, +, \times, \wedge, ==, =)$**, avec une **égalité** de base, l'**identité**, qui est « == », qui est celle avec laquelle cette structure de base est définie. Avec elle, **0** ne peut pas pour l'instant être l'**élément neutre** de l'**addition**, parce qu'alors cela enclenche les propriétés du **cycle** et de l'**équivalence**, comme par exemple « **0 = 1** » (donc ici « **0 == 1** »), qui du point de vue de l'**identité** est interprété comme un « paradoxe », et on est alors obligé d'interdire la **division par 0** (la **symétrisation** pour la **multiplication** donc), donc d'interdire l'existence de l'**Infini Oméga**. On met donc dans un premier temps en veilleuse la **neutralité du 0**, lui permettant de son comporter comme absolument n'importe quel autre **nombre**, d'être **inversible** comme tous les autres, et dans ce cas pour donner comme **inverse** l'**Infini Oméga**, **ω** donc.

En plus, puisqu'il n'est pas, dans un premier temps, vu comme un **élément neutre** qui habituellement s'efface dans son **addition** avec les autres (comme un être sans **existence** propre, sans **identité** propre, sans **personnalité** propre), le **0** dévoile certaines importantes de ses facettes très inhabituelles, comme par exemple avoir une **racine carrée** qui n'est pas **0** et que nous appellerons par la suite l'**infinitésimal δ** (ou « delta »), de posséder un **logarithme**, ce qui habituellement est interdit, etc.. De même, son **inverse**, l'**infini ω**, va voir une racine carrée précise, de grand importance, que nous appellerons **Δ**.

C'est dans un second temps qu'on introduira une relation d'**équivalence** sur les **réalis** ainsi **définis**, qui est donc l'habituelle **égalité** « = », qui obéira elle aussi la même **structure réalie**, et qui en plus stipulera que tout **réali x ajouté** à **0** donne comme **résultat équivalent** à **x**. C'est une manière plus fine et plus riche de dire que **0** est l'**élément neutre** de l'**addition**. L'**identité** lui reconnaît une existence de **nombre** à part entière ayant donc une **identité propre**, de même que son **inverse** l'**infini ω** qui acquit un statut de **nombre** à part entière. Mais l'**équivalence** va dire par exemple que **0** est **additivement neutre** devant **1**, c'est-à-dire: **1 + 0 = 1**, une manière de dire aussi qu'il est « négligeable » devant **1**. Du coup, cela aura pour conséquent cette autre **équivalence**: **ω + 1 = ω**, ce que l'on exprimerait présentement en disant que **ω absorbe 1**. Mais en fait, c'est plus profond que cela, cela veut dire aussi que **1** est **neutre** devant **ω**, exactement comme **0** est **neutre** devant **1**. Autrement dit, l'**équivalence**: **ω + 1 = ω**, dit que **ω** est un **nombre infini**, et: **1 + 0 = 1**, dit que **1** est **infini** devant **0**, exactement comme **ω** l'est devant **1**, comme **ω^2** l'est devant **ω**, etc.. Et l'**équivalence**: **0 + 0 = 0**, que, si l'on veut être encore fin dans notre étude et notre compréhension de la logique des **nombres** (comme on le fera par la suite), l'on devra distinguer des **précédentes**, celles de type: **1 + 0 = 1**, elle délivre tout un autre message avec d'autres **conséquences**.

Nous avons ainsi le meilleur des deux mondes, celui de l'**identité** et de l'**équivalence**, au lieu de ne voir les choses qu'à travers la lucarne de l'**identité**, comme présentement, et l'**équivalence**, pourtant abondamment utilisée (comme par exemple dans la notion d'« ensembles quotients »), n'étant finalement qu'au service de l'**identité**, au lieu du contraire!



Une autre manière plus simple et plus directe de définir la **structure** des **réalis**, est de partir des **nombres entiers oméganaturels** non nuls: **N^*_ω = {1, 2, 3, 4, 5, …, ω-5, ω-4, ω-3, ω-2, ω-1, ω}**, avec donc l'**infini ω** dans sa place de droit maintenant, et de définir l'**ensemble $R_{\omega+}$** de tous les **nombres réalis** comme étant toutes les **fractions** ou **rationnels p/q**, où **p** et **q** sont des **nombres entiers oméganaturels**, en munissant cet **ensemble** de toutes les propriétés habituelles des **rationnels** ou **fractions**. Le **nombre 0** est alors automatiquement défini comme la **fraction spéciale**: $\mathbf{0 = 1/\omega}$, et donc on a aussi: $\mathbf{\omega = 1/0}$.

A noter aussi que quand l'**infini** ω a maintenant sa place dans les **nombres entiers**, le nouvel **ensemble** $\mathbf{Q_\omega}$ des **nombres rationnels** (ou **fractions**) et l'**ensemble** $\mathbf{R_\omega}$ des **nombres réels**, deviennent le même **ensemble**! On ne parle donc plus des **nombres** « **irrationnels** » (c'est-à-dire des **nombres réels** qui ne seraient pas des **fractions**), et un **nombre** comme le fameux **nombre** π, par exemple, devient une **fraction**, sauf que son **numérateur p** et son **dénominateur q**, sont des **nombres entiers oméganaturels infinis**. C'est donc parce qu'on ne parlait que des **nombres entiers finis**, que les **numérateurs p** et les **dénominateurs q** des **nombres** dits « **irrationnels** » apparaissaient comme inexistants.

Et ensuite, pour rendre le **0** et le ω **absolus**, (donc pour en faire un vrai **zéro élément neutre** de l'**addition** et un vrai **infini élément absorbant** de l'**addition**) il faudra juste ajouter à cette structure des fractions une relation d'**équivalence** adéquate juste pour dire que toutes les **fractions inférieures** ou **égale** à **0** (par exemple $\mathbf{3/\omega^2}$ ou $\mathbf{3\times 0^2}$) sont **équivalentes** à **0**, et que toutes les **fractions supérieures** ou **égale** à ω (par exemple $\mathbf{\omega^2/5}$) sont **équivalentes** à ω. Précisons qu'on parle de ma structure définissant les **règles de calcul** avec les **fractions** de la **formes p/q**, où **p** et **q** sont des **nombres entiers oméganaturels**, et ce à partir des **règles de calcul** dans les **entiers oméganaturels**. Une technique construction de **rationnels** très classique, qui dit que l'**addition** de deux **fractions** est: $\mathbf{p/q + p'/q' = (pq' + p'q)/qq'}$, et que la **multiplication** est: $\mathbf{(p/q) \times (p'/q') = pp'/qq'}$. Et deux **fractions p/q** et **p'/q'** sont **équivalentes** si: $\mathbf{pq' = p'q}$ (c'est la classique **égalité** des **fractions**, qui signifient que deux **fractions** sont égales si **simplifiées** elles ont la même **forme réduite**). Et on a: $\mathbf{p/q < p'/q'}$ si: $\mathbf{pq' < p'q}$. C'est cela qu'il faut ajouter une autre couche de relation d'équivalence, qui dit que toute **fraction** en dessous de **0** (c'est-à-dire **inférieure** ou **égale** à $\mathbf{1/\omega}$) est **équivalente** à **0**, et toute **fraction** au dessus de ω est **équivalente** à ω, et qui entraînera d'autres **équivalences**, comme: $\mathbf{1 + 0 = 1}$, etc..

On note que les mathématiciens orthodoxes ou formatés dans les conceptions orthodoxes répondent tout bonnement que la **division par 0** est « **impossible** », « **n'a aucun sens** », point final. On note cependant chez d'autres une position plus modérée, souvent de la plus jeune génération, notamment à l'ère d'internet où des questions du genre « pourquoi ceci? », « pourquoi pas cela? » fusent partout sur les réseaux, et où plus d'un comme moi n'hésitent plus à remettre en question des dogmes établis et à proposer des visions alternatives. Certains d'entre eux ont souvent une attitude plus modeste du genre « On ne sait pas... » ou « On ne sait pas faire... ». Et dire « **On ne sait pas faire** » est évidemment plus honnête et plus modeste que d'affirmer radicalement « **C'est impossible** ».

On note donc chez certains une position plus modérée, sans toutefois non plus remettre fondamentalement en question les paradigmes et le cœur de l'édifice, qui constitue le problème. Bien au contraire, ces scientifiques de la nouvelle génération, très actifs sur les réseaux sociaux, apparaissent comme une vraie armée missionnée (ou s'étant auto-missionnés pour beaucoup) pour sauver ou en tout cas défendre ou même consolider les paradigmes traditionnels. Je suis très tenté d'en donner des exemples, mais je m'en garderai, pour ne pas donner le sentiment que ce sont les pires....

Allons, cédons à la tentation quand-même, histoire qu'on ait une idée précise du genre de Youtubeurs dont je parle, en commençant par le pire du genre à mon sens ou à ma connaissance à ces jours de janvier 2019, à savoir **Defakator** (voir: Contre tous les "DEFAKATOR", les agents de la matrice et du système). Il n'est pas à proprement parler un vulgarisateur scientifique, mais un type mais cet individu cagoulé, caché derrière un masque, qui sous le prétexte de « débunker » (mot à la mode pour dire dévoiler) les fakes en tous genres, a clairement la mission de livrer la guerre à tout ce qui est une vision alternative des choses. Et par la même, sa mission est de contribuer à enfermer les esprits dans la matrice et sa « vérité » officielle, dans les paradigmes du système luciférien et satanique.

Vient ensuite selon moi quelqu'un comme **e-penser** (que j'évoque aussi dans le document consacré à Defakator), qui, lui, passe à première vue pour être un « vulgarisateur ». Mais il suffit juste un peu de discernement pour voir tout le serpent d'Eden qu'il est. Cela se perçoit notamment dans ses yeux et son regard démoniaque, son attitude condescendante ou très faussement humble (je ne sais même pas si dans son cas il faut parler de chercher à être « humble », tellement c'est difficile à décrire) et sa façon d'enfoncer dans les esprits tous les paradigmes du système satanique de manière plus « douce » que Dekakator. Et côté « ludique », il suffit de voir aussi (et la règle est très générale pour détecter ces progénitures de Lucifer ou du serpent d'Eden) vers quel genre de « jeux », de « distractions », de « divertissements », etc., que cet individu oriente tous ses « suiveurs ». Car (et ce n'est plus un secret pour personne), les mathématiques et les sciences traditionnelles ont la triste réputation d'être repoussantes ou très barbantes pour le commun des mortels et les « non initiés ». Il suffit de voir le mal de crâne que le quidam attrape très vite devant un bouquin de maths....

Il y a une raison simple à cela, qui est qu'en fait ces sciences ne sont pas ce qu'elles devraient être, elles sont déconnectés de l'Existence, de la Vie, de l'Etre, bref de l'Univers TOTAL, l'Alpha et l'Oméga, autrement dit, de DIEU. Et forcément, coupées de la vie, ces sciences lucifériennes, arides, sans vie et sans amour, ne parlent pas à l'intuition des gens du commun peuple, à leur esprit et à leur cœur, comme je m'efforce de le faire maintenant avec la **Science de Dieu**. Je montre ce que devrait être en fait la science. En réaction au désamour face aux sciences traditionnelles et simplement pour empêcher leur déclin face à toutes les visions alternatives qui fleurissent dans tous les domaines (car ce problème paradigmatique est absolument général), le système a donc missionné ces agents pour (tenter) de récupérer le maximum de gens possibles et de les enfermer plus que jamais dans les vieux paradigmes. Dans cette optique donc, on assiste dans cette entreprise de « vulgarisation » à une tendance très généralisée de rendre « ludiques » ou attractives les sciences traditionnelles, et alors qu'on devine le genre de « jeux », de « distractions », de « divertissements », etc., avec lesquels ces « vulgarisateurs » séduisent les « moutons de Panurge »?

Eh ben, c'est simple: tout ce avec quoi ces serpents d'Eden et leur système séduisent les masses dans tous les autres domaines: télévision, cinéma, jeux vidéo, et j'en passe! On parlera par exemple de « Game of Thrones », des mathématiques ou les géométries cachées derrière le pavage du ballon de foot, etc.. Et encore je connais pas trop en matière de ce dernier film à la mode « Game of Thrones ». Je ne pense pas que ce soit le pire, car d'après le peu que j'en sais, ce doit être quelque chose dans le même esprit que « Le Seigneur des Anneaux » ou comme le classique « Matrix », etc.. Ces « classiques » que moi aussi j'apprécie et en parle mais pas sous le même angle que ces serpents d'Eden et pas avec le même but qui est le leur et celui de leur système. Je n'en parle pas pour occuper les esprits, les abrutir ou les détourner de l'essentiel, car tout pour moi est occasion de ramener les esprits et les cœurs vers les vraies valeurs, et simplement vers la Source, c'est-à-dire dans ma bouche vers DIEU, l'Univers TOTAL, l'Alpha et l'Oméga.

Dans un style moins vulgarisateur et plus élitiste (plus dans l'esprit traditionnel donc), on a par exemple les Etienne Klein, les Aurélien Barrau, Cédric Villani, etc., ce dernier toutefois étant plus sympathique ou en tout cas n'ayant pas l'arrogance des premiers. Mais tous sont ce que j'appelle les scientifiques du système ou les scientifiques du Nouvel Ordre Mondial, ou encore, en des termes plus « complotistes », les scientifiques des Illuminatis. Leur mission, consciente ou non, est de maintenir les esprits bien enfermés dans les paradigmes traditionnels, de marteler plus ou moins explicitement qu'il ne peut exister aucun autre paradigme scientifique, ou en tout cas un paradigme vraiment différent des paradigmes traditionnels.

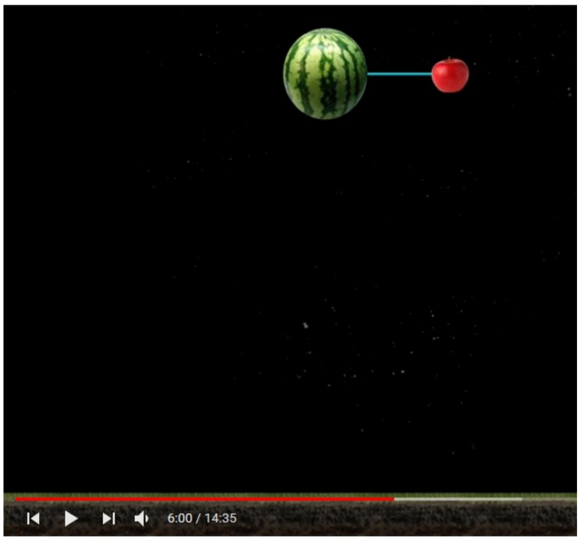
Et maintenant, dans la catégorie des scientifiques de la jeune génération formant une véritable armée sur Youtube et les réseaux sociaux pour ancrer les esprits dans les esprits dans les vieux paradigmes, il y a par exemple « Science Étonnante » (David Louapre), « Science for All » (Lê Nguyên Hoang), « MicMaths » (Mikaël Launay), etc., etc., etc., car il y a vraiment foule en la matière et la liste serait interminable. Ceci dit, certains peuvent être très compétents scientifiquement au sens traditionnel j'entends (comme par exemple David Louapre de « Science Étonnante »), très compétents scientifiquement et en plus très sympathiques (comme par exemple Lê Nguyên Hoang de « Science for All »), très compétents scientifiquement et en plus très sympathiques et en plus très drôles (comme par exemple Mikaël Launay de « MicMaths ») , etc., et là n'est pas la question ou le problème, qu'on s'entende très bien.

J'ai donné surtout des exemples de gars mais il y a aussi des filles. Par exemple deux Youtubeuses qui font de la vulgarisation scientifique, comme par exemple « Scilabus » (Viviane) et Esther (eh ben, qui s'appelle Esther, elle ne dit pas plus que ça de son identité). Elle précise dans sa description de chaîne qu'elle est... docteur en astrophysique (et pas « doctoresse » j'observe), et aussi, dit-elle, que « cela arrive aussi aux blondes »..., ce qui veut tout dire. Eh bien, voilà, voilà. Soyez pas trop timides en matière de science, en France et en français, c'est votre domaine, les filles. Ne soyez donc pas complexées, partez à l'assaut de ce qui est vôtre. Et tant qu'à faire, si j'ai un ultime souhait à formuler, faites mieux que les mathématiques et les sciences des sciences des gars, réinventez les sciences à votre image, des sciences synonymes d'existence, de vie et d'amour. En d'autres termes, je vous tends la perche avec la Science de l'Univers TOTAL, l'Alpha et l'Oméga... ou Science de DIEU! Les gars méprisent cela, ils n'en veulent pas, car c'est pas macho à leur goût, selon leurs critères et leurs paradigmes. Dieu en sciences, quelle horreur, disent-ils! Alors je vous invite à être toute une armée d'amazones qui réinventent totalement la science, votre propriété et votre nature que je vous rends. Et maintenant, si vous refusez vous aussi, je ne peux pas faire mieux.... A vous de voir.

Car franchement, il y en a marre des vieux paradigmes. Tous les exemples de gars que j'ai donnés ne sont pas forcément méchants ou des diables, mais certains sont de vrais Lucifer, des soldats des sciences du Serpent d'Eden. En croquant le fruit du Serpent, la femme a croqué aussi la science du Serpent, celle de l'« arbre de la connaissance du bien et du mal », et a ainsi renoncé à sa propre science, qui celle de l'autre arbre du paradis, à savoir l'« arbre de vie » (Genèse 3: 1-24). Et tout simplement, la femme s'est placée sous la domination masculine, non pas nécessairement que le monde devrait être celui d'une domination féminine, mais simplement que le monde n'est plus le monde de la vie, il ne reflète plus la caractéristique de la femme (l'existence, la vie, la douceur, l'amour, etc.), et ce dans tous les domaines!

Je suis donc le premier à déplorer cela, à travailler pour que les choses soient de nouveau comme elles devraient être, pour un monde de la vie et de l'amour donc. A commencer donc par la science! Car telle est la science d'un monde, tel est ce monde. Et il y en a marre des vieux paradigmes, de voir une armée masculine défendre ces paradigmes et même les imposer encore dans les esprits. Et de voir que des femmes, quand bien même elles arrivent à percer dans ce monde, sont des « docteurs » en astrophysique, ce qui veut dire qu'elles ont encore beaucoup de mal à être des « doctoresses ». Pour le coup, si, au nom de l'union et de l'unité, l'on doit décliner en un seul genre les mots de l'univers scientifique, c'est plutôt les hommes qui devraient être des « doctoresses » en astrophysique, en mathématiques ou en sciences, puisque... eh les mots « astrophysique », « mathématique », « science », etc., sont au féminin, en France et en français en tout cas! Fifi Brin d'Acier ne dirait pas autrement... Que donc la féminine France réinvente la science du monde! Cela fait des années que je le dis, et je prêche dans le désert.

Mais bon, ceci dit, il y a quand-même des gars très sympas qui sont très bons en matière de vulgarisation scientifique, même s'il s'agit des vieux paradigmes bien rouillés. Je ne dis donc pas qu'il faut les boycotter, puisque moi-même je regarde nombre d'entre eux, sinon... eh bien, je ne pourrais pas en parler. J'ai dit par exemple plus que Lê Nguyên Hoang de « Science for All » est très compétent et sympa. Et pourtant, que l'on regarde par exemple sa vidéo intitulée: « **La loi de la chute des corps. Relativité 13** », en particulier de la minute 6 à la minute 10.



La loi de la chute des corps | Relativité 13

Juste après son exposé sur la loi de la chute des corps démontrée par Galilée (qui n'est pas le problème ici), on assistera à un magnifique exemple de prêche du catéchisme de la **religion scientiste**. Car ce n'est ni plus plus ni moins qu'une religion avec ses dogmes et ses paradigmes, qui s'est imposée comme « science », et qui traite de « pseudo-science » tout ce qui remet en question ces dogmes ou ces paradigmes. Tout ce que je déteste et dénonce à propos de la mission attribuée à toute une armée de scientifiques surtout de la jeune génération, se trouve dans ces 4 minutes.

Et le comble, c'est que ce jeune Lê Nguyên Hoang de « Science for All » n'est pas du tout le pire, c'est même l'un des meilleurs! Et pourtant, que l'on regarde le désastre. Le problème de ce jeune et intelligent scientifique s'appelle le conformisme, ou plus exactement dans son cas le besoin de s'identifier aux Youtubeurs vulgarisateurs ayant acquis une notoriété sur Youtube, afin d'acquérir lui-même une notoriété, comme par exemple s'identifier à « Science étonnante », « MicMaths », « e-penser », etc., il possède une spécificité très intéressante, qui est que, à la différence des autres, qui eux sont de grands prêtres des paradigmes traditionnels (ce qui signifie aussi la science faite dans la bonne vieille logique classique, c'est-à-dire la logique d'Aristote, avec le « principe de non-contradiction » et le « principe du tiers-exclu »), il est capable de prendre du recul et s'interroger sérieusement sur le fondement (ou l'épistémologie) des sciences, ce qu'on ne note pas du tout ou très peu chez les autres. En ce sens, je qualifierai son esprit de « progressiste », de moderne ou même d'hyper-moderne, ainsi que je me revendique.

Travailler à un paradigme scientifique qui intègre désormais la notion de **DIEU** ou de spiritualité n'est pas du tout être rétrograde ou revenir aux âges sombres de la religion, bien au contraire! Car l'avenir de la science, la vraie, passe par une intégration de l'idée de **DIEU**, en l'occurrence le concept d'**Univers TOTAL**, oui l'**Univers TOTAL, l'Alpha et l'Oméga**. C'est le grand futur de la science. C'est de comprendre que la **Réalité** est infiniment plus que la **réalité** accessible par les méthodologies scientifiques actuelles, mais surtout par la **logique scientifique** actuelle, qui est en fait le problème! En l'occurrence le problème est la bonne vieille **logique classique**, c'est-à-dire la logique d'Aristote, avec ses deux principes clefs que sont le « **principe de non-contradiction** » et le « **principe du tiers-exclu** ». Telle est la **logique**, telle est la **réalité** à laquelle elle donne accès, et telle est cette **réalité**, telle est la **logique** qui va avec. Car nous raisonnons comme est la **réalité** présente et dont nous sommes le produit, nous notre cerveau et son fonctionnement, et ses limitations.

Tout le prêchi-prêcha scientiste du jeune et sympathique Lê Nguyên Hoang de « Science for All », dans cette vidéo entre les minutes 6:00 et 10:00, en conclusion de loi de la chute des corps démontrée par Galilée. Celui-ci a démontré que deux corps, quelle que soit la différence de leurs masses (l'un pouvant être léger comme une plume et l'autre lourd comme une boule en plomb), s'ils sont lâchés à une hauteur donnée, comme par exemple du haut de la Tour de Pise ou de la Tour Eiffel, tombent à la même vitesse (qui va croissante), à la même accélération (qui elle est constante et est l'accélération de la pesanteur), et touchent le sol exactement en même temps. Pour démontrer cela de manière absolue, c'est-à-dire sans la nécessite de le vérifier par une expérience physique, mais par ce qu'on appelle une « expérience de pensée » (ce qui veut dire qu'on démontre la chose à un niveau fondamental, au niveau de la **logique**), Galilée a décrit une expérience que Lê Nguyên Hoang illustre dans cette vidéo.

Il s'agit de relier par exemple une lourde pastèque et une petite pomme et de les lâcher le dispositif depuis le sommet de la tour et de démontrer que, contrairement à ce qu'à affirmé Aristote il y a près de 2400 ans, le corps le plus lourd (la pastèque donc) ne touchera pas le sol avant le corps le plus léger (ici la pomme), et donc que les deux toucheront le sol en même temps. Sinon, on serait face à une contradiction, autrement dit, on violerait le fameux et « sacro-saint » « **principe de non-contradiction** » des sciences classiques que défend Lê Nguyên Hoang, « **principe de non-contradiction** » qui se trouve être formulé par... Aristote lui-même! Ironie du sort....

Il ne le dit pas dans la vidéo, mais c'est moi qui ajoute cette observation, juste pour dire à Lê Nguyên Hoang et à tous les défenseurs des paradigmes scientifiques actuels, qu'il ne faut pas faire les choses à moitié ou partiellement, car quitte à remettre en question Aristote, c'est sa logique qui gouverne encore les sciences actuelles dans leur ensemble qu'il faut remettre en question une bonne fois pour toute et qu'on laisse ensuite ce pauvre homme tranquille dans sa tombe, au lieu d'agir par hypocrisie, de faire semblant de changer la science mais sans rien changer dans le fond, d'ouvrir la tombe de ce savant grec (qui a fait ce qu'il pouvait) et de lapider ses ossements tous les quatre matins....

Et aussi, je dois dire que j'aime la pastèque et les pommes aussi..., et donc, même s'il ne s'agit que d'une « expérience de la pensée », je préfère les avoir dans mon assiette que les lâcher du sommet des tours et de les voir ou de les imaginer s'éclater en mille morceaux au sol, surtout la pastèque....

Le but de la démonstration est de montrer que si la pastèque tombait plus vite que la pomme, elle serait ralentie dans sa chute par la pomme, telle un parachute au-dessus de quelqu'un sautant en parachute et relié par des cordes au parachute. Mais alors si la pastèque est ralentie, l'ensemble tombe moins vite que la pastèque seule. Or l'ensemble ainsi relié est plus lourd que la pastèque seule, donc devrait tomber plus vite que la pastèque seule, si Aristote avait raison. On a ainsi démontré une chose et son contraire, donc c'est une **contradiction**, une violation du « **principe de non-contradiction** » d'Aristote lui-même, et il ne lui reste qu'à se retourner dans sa tombe. Et, il me faut mettre en œuvre ce qui me reste de réflexe de joueur de basket, d'attraper vite au vol la basquette, euh la pastèque, pour la manger et aussi la pomme, avant que tout ça ne s'éclate pas au sol, et en faisant gaffe aussi de ne pas prendre le tout sur la tête... Car ça risque fort de faire faire bien plus mal au crâne que la fameuse pomme de Newton...

A part ça, pour la démo, OK, dans notre monde tridimensionnel, et sans faire intervenir rien d'autre que les caractéristiques de ce monde, et aussi la manière dont nous percevons les choses et raisonnons dans ce monde (la question de la **logique**), deux corps, quelles que soient leurs masses, tombent effectivement à la même accélération de pesanteur, dont ont exactement la même loi de variation de la vitesse. Par conséquent, lâchés à n'importe qu'elle hauteur, ils touchent le sol en même temps. Sinon, dans notre monde, ça contredirait le « **principe de non-contradiction** ». On remarquera que pour dire cela, j'ai **relativisé** l'expérience, ses raisonnements (autrement sa **logique**) ainsi que ses conclusions à NOTRE monde, à NOTRE réalité.

Mais là où rien ne va plus dans cette vidéo Lê Nguyên Hoang de « Science for All », c'est (comme les scientifiques actuels le font très souvent) sa prêche scientiste qui a suivi, et qui faisait dire à cette expérience de Galilée ce qu'elle ne disait pas du tout! Il commence par faire observer que Galilée a « **prouvé définitivement** » que la loi de chute des corps d'Aristote est « **fausse** »! Et le « pire », ajoute-il, c'est qu'il l'a prouvé « **indépendamment de toute expérience** », et même « **malgré l'expérience** ». Jusque là OK, à part quand même la nécessité de laisser toujours une part de **relativité** au sens le plus large du terme, pas au sens retreint de la **théorie de la relativité** qu'il expose et dont cette vidéo constitué le volet 13 sur une vingtaine. Depuis Einstein et je dirais malgré Einstein et ce qu'il a montré qu'il faut faire attention à ce qui semble être des vérités absolues dans notre monde ou la réalité telle que nous percevons ou la concevons.

De cette expérience de Galilée, il conclut puis se lance dans des extrapolations plus que douteuses, et plus que plu que **fausses** au sens le plus fondamental que je donne à la notion de **fausseté**, c'est-à-dire à ds **propos de Négation**, c'est-à-dire des propos qui nient la **Réalité TOTALE**, autrement dit l'**Univers TOTAL**, l'**Ensemble de toutes les choses**, l'**Ensemble** dans lequel **toute chose existe** et le **contraire** de **toute chose**, l'**Ensemble** dans lequel **toute chose est vrai** et le **contraire** de **toute chose**, l'**Ensemble** dans lequel **toute chose est possible** et le **contraire** de **toute chose**. L'**Ensemble** par excellence que les **sciences de Négation** et leurs paradigme **nient**! La vraie **fausseté**, c'est tout ce qui d'une manière ou d'une autre revient à **nier** l'**Univers TOTAL**, la **Réalité TOTALE**. C'est cela la vraie **contradiction**, c'est cela la vraie expression de **principe de non-contradiction**, ou plutôt l'expression du vrai **principe de non-contradiction**. Pas le principe d'Aristote qui gouverne la science actuelle, et qui dans son état depuis Aristote à nos jours est en réalité un **principe de Négation**.

Ainsi, partant de cette de cette expérience de Galilée, Lê Nguyên Hoang invite à réfléchir à l'épistémologie, c'est-à-dire, dit-il, à « *la manière dont on finit par savoir des choses* ». Et alors l'horreur arrive...

Il poursuit en montrant un tableau sur lequel le propos qu'il va tenir est résumé en plusieurs lignes qu'il lit de haut en bas, suivant une flèche dirigée vers le bas. Il dit: « *Parmi les pires criminels de la justice des sciences, on trouve : 1) Les théorie complotistes du web, 2) Les expériences personnelles, 3) Ce que j'ai rêvassé la nuit derrière, 4) Et tout en bas, les théories inconsistentes à qui on a réservé la peine capitale* », martèle-t-il à la fin, en fermant les poings et en faisant un geste d'exécution.

La loi de la chute des corps | Relativité 13

Avec soi dit en passant une faute à « inconsistentes » au lieu de « **inconsistantes** », mais passons.... Ça arrive....

Le pire dans tout ça c'est qu'on parle de **Galilée** et de la **relativité** d'Einstein. Je finirai par revoir nettement à la baisse le jugement positif que j'ai formulé sur ce jeune Lê Nguyên Hoang, à lui donner une notre non pas de « **0 pointé** » (quand-même pas, ne soyons pas méchants comme eux...), mais qui frôle juste la moyenne en matière de science telle que « théoricien complotiste du web » comme moi je la conçois. Ou telle que la pratique en toute indépendance avec le système (ce qu'il appelle les « expériences personnelles ») une personne comme moi qui écoeurée justement par cette **religion scientiste**, dont ce pauvre jeune et tous ceux de son genre n'est qu'une marionnette formatée. Voilà donc l'armée missionnée par le système dont je parle, et pourtant franchement ce jeune n'est pas le pire du genre, comme je l'ai dit.

On me parle donc de **Galilée** et de la **relativité** d'Einstein, et on ose me dire cela, sans réaliser le paradoxe dans lequel on se trouve. Il faut comprendre qu'au temps de Galilée, c'est l'obscurantisme et l'inquisition étaient du côté de l'Eglise, qui guillotinait ou brûlait sur le bûcher ceux qui remettaient en cause la vérité officielle. Mais aujourd'hui, les rôles sont complètement inversés, c'est la science et le système actuels qui sont devenus un vrai **système d'inquisition**. Là où l'Eglise parlait d'« *hérésie* » et exécutait à la « *peine capitale* » ceux et celles qui sont étiquetés d'« *hérétiques* », aujourd'hui le système actuel en particulier ses sciences parlent de « *complotisme* » et condamnent à le « *peine capitale* » les « *complotistes* ».

Or ces gens dans leur immense majorité ne parlent pas d'exécuter le système et ses agents, et comment d'ailleurs le pourraient-ils, puisque ce n'est pas eux qui représentent le pouvoir, ils sont le David contre le système et ses agents qui sont le Goliath, ils sont le pot de terre contre le système et les siens qui sont le pot de fer. Eux ne cherchent que la vérité alternative, car ils en ont marre de la vérité officielle, de la science officielle, la vérité et la science d'un système dont les mensonges deviennent de plus en plus évidents. Ils prennent des distances et des reculs par rapport au système, ils sont donc juste des « *hérétiques* », et c'est justement ce que le système **intolérant**, **dictatorial**, **despote**, **totalitaire** (au plus mauvais sens de la notion de « total »), ne supporte pas, c'est un fait! La vérité ne s'impose pas par la force, par la pression psychologique, l'intimidation, la menace, les invectives, les insultes, le mépris, etc.. Quand on en vient là, c'est parce qu'on prouve soi-même qu'on ne représente pas la vérité!

Et le pire, c'est évident que c'est le système et ses agents eux-mêmes qui ont lancé des absurdités comme la « **terre plate** », pour tendre un piège au milieu de vérité alternative. Plus d'un agent missionné par le système pour passer pour des chercheurs de vérité (autrement dit le milieu des chercheurs de vérité est infiltré par le système), pour répandre l'absurde théorie de la « **terre plate** », afin de pouvoir discréditer les chercheurs de vérité (les vrais), pour ranger toute personne qui remet en question la vérité officielle pour un partisan de la « **terre plate** », et surtout pour permettre au système et à ses agents défendant la vérité officielle, de passer pour les « authentiques scientifiques » ou des « authentiques membres du camp de Galilée », qui de nouveau font barrage face à l'« obscurantisme », « résistent » à qui remettraient en question le fait que la « terre est ronde»,. C'est la nouvelle façon de les accuser de remettre en question le fait que la « terre tourne » sur elle-même et autour du soleil, ce qui a valu des déboires à Galilée de la part de l'Eglise. Or, aujourd'hui, les vrais scientifiques, les Galilée et les Einstein, que ces gens et leur système disent représenter, sont en réalité à chercher parmi ceux qu'ils traitent de « *complotistes* »! La vérité est que c'est le système et ses agents qui menacent aujourd'hui de « *peine capitale* » ceux et celles qui remettent en question leurs paradigmes et leurs dogmes. Tout est dans cette vidéo de la minute 6:00 à la minute 10:00.

Et pour parler maintenant d'Einstein dont soit disant on « vulgarise » ainsi la **théorie de la relativité**, il faut dire que les scientifiques en règle très générale pensent que la notion de « **relativité** » si chère à Einstein se limite seulement aux conséquences de l'**invariance de la vitesse de la lumière** (qui est la base de la **relativité restreinte**), à la notion de **gravitation** (qui est la base de la **relativité générale**). Alors qu'en fait, la notion de « **relativité** » est extrêmement **générale**, c'est le cas de le dire, et Einstein lui-même, à mon sens a commis l'erreur de nommer sa seconde **théorie de relativité** la **relativité générale**, alors qu'elle-même n'est en fait qu'une **relativité** encore **restreinte**, mais juste moins restreinte que celle qu'il a nommée la **relativité restreinte**! Einstein serait encore là en 2019, que s'il n'est pas taxé de « complotiste » ou de « super hérétique », il y a fort longtemps qu'il aurait regretté les appellations données à ses théories. Ce savant à l'esprit tout sauf conservateur aurait poursuivi ses réflexions, ce qu'il faisait d'ailleurs jusqu'à la fin de sa vie. Il s'attaquait au plus dur, une **théorie du champ unifié**, en un mot le genre de théorie qu'est la **Science de l'Univers TOTAL**. Mais, hélas, l'âge n'est pas extensible à l'infini. Je suis persuadé que cet homme aurait fini par découvrir le concept de l'**Univers TOTAL**, qui non seulement simplifie considérablement la science mais en même temps la rend considérablement plus puissante et plus féconde.

Autrement dit, ce scientifique dont le propre est de remettre en question tous les formatages et toutes les idées reçues de son temps, aurait fini par comprendre ce qui ne va pas dans les paradigmes scientifiques traditionnels, il aurait fini par découvrir le **nouveau paradigme**, celui auquel je travaille. L'**Univers TOTAL** et tout ce qui lui est synonyme sont les seules notions scientifiques **absolues**, tout le reste étant **relatif** et relevant de la **relativité**, donc demandant toujours d'être **relativisé**! La question de l'**absoluité** et de la **relativité** n'est donc pas seulement une question de **vitesse de la lumière** ou de **gravitation**, mais est bien plus profonde que cela. La **vitesse de la lumière**, la **constante de gravitation**, tous les **constantes de la physique**, souvent appelées aussi les **constantes universelles**, sont en réalité les **paramètres** de **NOTRE univers**, et ne sont rien d'autres que cela. C'est exactement comme de dire qu'une personne est **né** le **15 janvier 1979** (donc a **40 ans** le **15 janvier 2019**), a une **taille** de **l.8 mètre**, une **masse** de **75 kilos**, a les **cheveux bruns**, court le **100 mètre**s en **8 secondes**, etc.. Si des êtres d'une autre réalité ne connaissent que cet **humain**, ils pourraient conclure qu'il est unique, et que ce sont les caractéristiques de **L'être humain**, au singulier, comme nous parlons de **L'univers**, en désignant l'**univers** que nous connaissons.

Mais en réalité, il s'agit d'**un humain** parmi tant d'autres, et sa **vitesse maximale** de course (qui, on l'a compris, représente la **vitesse de la lumière**) est sa caractéristique à lui. D'autres **humains** ont d'autres caractéristiques (donc celle de **vitesse maximale**), et il y a même des êtres qui ne sont même pas des **humains**, et dont les caractéristiques ne s'expriment pas en ces termes-là!

C'est exactement la même chose pour l'**univers** que nous connaissons, qui n'est qu'un parmi une infinité d'autres dans l'**Univers TOTAL**, et ce que nous appelons par exemple **LA vitesse de la lumière**, n'est que la **vitesse de la lumière** de **NOTRE univers**, une de ses caractéristiques. Il y a même une infinité d'**univers** ou de **natures** ou d'**êtres** qui ne sont même pas la notion d'**univers**, de **nature** ou d'**être** au sens où nous l'entendons. Il nous faut donc **relativiser** les choses à **NOTRE réalité**, ce que ne font pas les scientifiques actuels en général, et ce que ne fait pas Lê Nguyên Hoang de « Science for All ». Il devrait dire : « Science of OUR universe for all in OUR world », c'est-à-dire « Science de NOTRE univers pour tous dans NOTRE monde ». Et limiter donc ses affirmations et sa prêche scientiste aux disciples de NOTRE monde qui veulent en faire leur religion....

Lê Nguyên Hoang a fait cette vidéo en 2016, et en 2019 il cherche encore un peu ses marques, sa spécificité et son créneau. Comme je l'ai dit, contrairement aux autres « vulgarisateurs » que j'ai croisés sur le web, il a un peu plus un esprit épistémologique, un esprit de remise en question des paradigmes classiques, notamment de la logique classique. Sauf qu'il ne va pas jusqu'au bout, il s'en tient à la **logique intuitionniste**, qui accepte encore le **principe de non-contradiction** d'Aristote sous sa forme actuelle, mais ne rejette que le **principe du tiers-exclu**. Alors qu'en fait, c'est toute la **logique classique** (les deux principes donc) qu'il faut rejeter au profit d'une **logique** plus large, qui est la **logique d'alternation**, que nous verrons amplement dans cette partie, et notamment dans la partie C.

Comme nous l'avons dit plus haut, dans l'**Univers TOTAL**, l'**Ensemble de toutes les choses**, **toute chose existe** et le **contraire** de **toute chose**, **toute chose est vrai** et le **contraire** de **toute chose**, **toute chose est possible** et le **contraire** de **toute chose**. C'est ce que j'appelle le **Théorème de l'Existence** ou la **Loi de Réalité TOTALE**, qui est simplement synonyme de la définition de l'**Univers TOTAL** (on y reviendra). Dans un **Univers** où **tout est vrai**, où **tout existe**, où **tout est possible**, il est clair que la logique ne plus être la **logique classique** ni la **logique intuitionniste**, qui séparent les choses en celles qui **existent** et celles qui **n'existent pas**, celles qui **sont vraies** et celles qui **sont fausses**, celles qui **sont possibles** et celles qui **sont impossibles**, etc.., comme par exemple la **division par 0** qui est prétendue « **impossible** », alors qu'en fait elle est très facile à faire en **logique d'alternation**. Une simple affaire d'**équivalence** et de **cycle**! Les choses qui sont **fausses**, au vrai sens du terme **faux**, au sens absolu de la **fausseté**, c'est uniquement celles qui reviennent à **nier** l'**Univers TOTAL**, donc à **nier** la **logique d'alternation**.

La logique classique est simplement une **sous-logique** de la **logique d'alternation**, exactement comme **NOTRE univers** ou **NOTRE réalité**, qui va avec cette **logique classique**, est un **sous-univers** ou une **sous-réalité** de l'**Univers TOTAL**. On ne laisse donc pas vraiment tomber la **logique** actuelle mais on passe simplement à une **logique** infiniment plus **générale**, une **logique absolue**, **complète**, On découvre une **Réalité** plus plus grande, la **Réalité TOTALE**, sans perdre les avantages et les acquis de la **réalité** présente. Pour le dire autrement, on passe de notre réalité tridimensionnelle (quatre avec le temps, ce qu'on appelle justement l'espace-temps de la relativité) pour une **Réalité** à un **nombre infini** de dimensions. Que demander de plus?

Tout le prêchi-prêcha scientiste de Lê Nguyên Hoang dans cette vidéo revient simplement à dire que tout ce qui n'entre pas dans le cadre étroit de la **logique scientifique** traditionnelle est « **archi-faux** ». Autrement dit, toute réalité qui ne se réduit pas à **NOTRE réalité**, celle de **NOTRE expérience** (que ce soit l'expérience matérielle de physique ou l'expérience de pensée, ou expérience de logique), ne peut pas exister. C'est tout ce qu'il est en train de dire, et il n'est pas le premier à prêcher cette arnaque! Il est très facile de prouver à quel point cette conception est **fausse**, au sens absolu de la notion de **fausseté**, tandis que la **fausseté** ou l'« **archi-fausseté** » qu'il attribue à la conception **alternative** (celle de l'**alternation** simplement) n'est que très, très, très **relative**, cela ne l'est que relativement à **NOTRE logique**, à **NOTRE expérience**, à **NOTRE réalité**.

Ce n'est plus à démontrer que nos facultés actuelles sont **limitées**. Quant à savoir pourquoi et comment elles sont limitées, c'est une autre question, qui est développée dans le livre **L'Univers TOTAL, l'Alpha et l'Oméga** et dans biens d'autres livres et d'autres documents, sur lesquelles je ne m'étendrai pas dans celui-ci. Nous devons simplement tenir compte de ces limites, bien comprendre quelle part de **facultés absolues** il nous reste, ou quelles **vérités absolues** nous sont encore accessibles malgré nos **limites**, et faire bon usage de ces **facultés** ou **vérités absolues** pour travailler à recouvrer tout le reste. Le **concept absolu** fondamental qu'il nous est encore accessible et fort heureusement, c'est l'**Univers TOTAL**. Même si nous ne pouvons pas appréhender toute **l'infinité** qu'il est (il n'est pas nécessaire de pouvoir le faire ou pas pour l'instant), nous pouvons au moins comprendre sa définition et déduire ses **caractéristiques fondamentales**, les **vérités** ou les **réalités absolues** qui nous sont parfaitement accessibles, celles-là.

Par exemple, personnellement, à moins d'astuces intellectuelles, je n'arrive pas à percevoir la réalité à 4 dimensions, à plus forte raison à 4, 5, 6, 7 dimensions, 5243265488 dimensions, ou une infinité de dimensions! C'est ainsi, la limitation est là, c'est un fait chez moi et je ne suis pas le seul. Et beaucoup, beaucoup d'humains n'ont même pas les ressources intellectuelles comme je les aies, et ils ne les ont pas simplement parce qu'ils ne les ont pas développées ou ne sont pas entraînés par des concepts adéquats. Ils n'ont pas mis en œuvre les protocoles ou les astuces nécessaires pour compenser nos tares « naturelles » et avoir une certaine perception des dimensions au-delà des 3 dimensions classiques, pour comprendre leur logique et deviner comment les choses peuvent se passer dans ces dimensions supérieures. Et quand on comprend par exemple la logique de la quatrième dimension, on comprend aussi que beaucoup de choses de cette dimension vues en trois dimensions peuvent paraître **contradictoires**, **paradoxales**, **fausses** ou **impossibles**, alors que par exemple elles sont tout à fait vraies et possibles dans une réalité quadridimensionnelle par exemple.

C'est ainsi que dans notre réalité et expérience tridimensionnelle, il est **impossible** à un humain (en tout cas un humain « normal » au sens où on le comprend traditionnellement) d'entrer dans un appartement ou une pièce fermée sans passer par la porte, les fenêtres, ou sans franchir les murs. Affirmer le contraire est **faux**, ce qui veut dire que cela viole le **principe de non-contradiction**, c'est **incohérent**, cette situation est « **inconsistante** », etc., comme le diraient Lê Nguyên Hoang et ses camarades. Mais si l'on soutient que c'est vrai, et si c'est vrai que c'est vrai, alors on est obligé de dire que l'humain en question est « **paranormal** ».... Mais comme on le sait, dans l'absolu, ce n'est pas « **paranormal** », ce n'est pas « **impossible** » ou « **faux** », si l'on fait intervenir la quatrième dimension, avec laquelle l'explication de ce phénomène est très banale! La « **fausseté** » ou l'« **impossibilité** » n'est que **relative** et pas **absolue**, elle signifie simplement que dans NOTRE monde tridimensionnel, ou pour l'instant, ou jusqu'à preuve du contraire ou en tout cas officiellement, les humains n'ont pas la faculté d'utiliser la quatrième dimension pour entrer dans une pièce sans passer par la porte, les fenêtres ou sans franchir les murs. Ou alors cette faculté est pour l'instant désactivée.

Et pour moi, tous ceux qui martèlent les **paradigmes traditionnels**, font de la **logique classique** une **logique absolue** alors que la même logique n'exclut pas du tout l'existence des **espaces de dimension 4** et plus, ce qu'ils savent très bien, travaillent tout simplement avec le système pour maintenir les gens prisonniers du monde tridimensionnel, de cette réalité. Ils travaillent pour maintenir désactivées les facultés supérieures des gens ou pour les empêcher de les développer. Ils oeuvrent pour maintenir les gens dans la matrice.

Lê Nguyên Hoang est loin d'être le pire en la matière, il est regardable. Encore que, par moment.... Les horreurs de la religion scientiste et les propos des pires inquisiteurs qu'il a tenus dans la vidéo mise en évidence, je n'ai pas (encore) entendu de semblables chez Mikaël Launay (« Micmaths ») par exemple. Mais, désolé, les pires d'entre eux, je ne peux pas les regarder plus de 5 secondes, tellement ils me font pousser des boutons d'allergie.... Ces agents du système qui savent très bien leur mission ou ce qu'ils font et dans quel vrai but, puent l'endoctrinement du Serpent d'Eden à des années-lumière, ou plutôt années-ténèbres. Et on ne s'étonnera donc pas que ce sont leurs vidéos et leurs chaînes qui sont les plus mises en avant par les algorithmes.

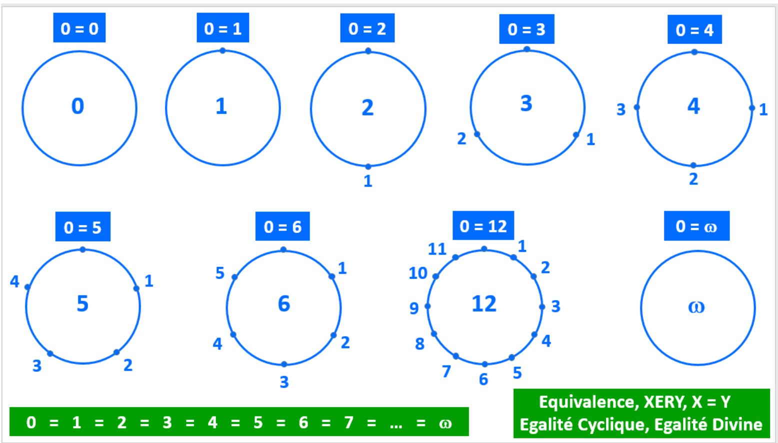
Faire la **science**, la **vraie**, c'est tout simplement dire la **vérité**, c'est parler de la **réalité** de l'univers et du monde. C'est vrai que ce ne sont pas ces Youtubeurs qui parleraient des réalités du monde dont je parle dans mon **site de la Science de l'Univers TOTAL** ou dans mes chaînes comme **Hubertelie Esprit de la Vérité** ou **Utevadamia**. Et surtout pas les serpents d'Eden que j'ai mis en évidence! C'est plus plus attirant de parler des « fictions » comme « Game of Thrones ». Alors là il y a toute une foule qui est drainée vers ces chaînes ou sites, les algorithmes de référencement les propulsent (et très souvent artificiellement) au premier plan, en plus d'étouffer les autres, en allant jusqu'à manipuler les nombres d'abonnements, de vues, de likes, etc., notamment sur Youtube, comme beaucoup s'en aperçoivent de plus en plus et s'en plaignent. Si ce n'est pas carrément les chaînes qui sont censurées, si malgré tout cela elles arrivent à percer et donc à déranger le système de mensonges.

Le système a compris qu'une absence de réaction de sa part à l'ère d'internet serait fatal pour lui. Cet espace de liberté (pour combien de temps encore?) et toutes les nouvelles idées et visions alternatives de choses sont comme un vrai tsunami menaçant de renverser le système et tous ses fondements. Le domaine scientifique est l'une des plus grandes forteresses du système luciférien, qu'il ne saurait laisser prendre par les assaillants.

Il n'est donc pas étonnant qu'on ait sur le net une véritable armée du système qui martèle dans les esprits les « bons vieux paradigmes », entre autres cette question de la **division par 0**, qui en 2018, est encore présentée comme « **impossible** ». Cette question, qui implique donc celle de l'**infini** (comme on commence à le comprendre), fait partie de l'un des plus grands dogmes fondamentaux de toutes les mathématiques et les sciences actuelles. Si ce dogme venait à être renversé, c'est toutes les sciences telles qu'on les connaît actuellement qui s'effondreraient.

Voilà pourquoi on entend nombre de ces chevaliers des sciences actuelles défendre le dogme de l'« **impossibilité** » de **diviser par 0** en disant par exemple que c'est parce que pour tout **nombre réel** (et par conséquence **complexe**) **x**, on doit obligatoirement avoir l'**égalité**: **0×x = 0**. Par conséquent, si l'on devait avoir un **nombre ω** tel que: **0× ω = 1** (**nombre ω** qui de ce fait est l'**inverse de 0**, donc la **solution** de la **division par 0**), cela violerait la « sacro sainte » propriété « **0×x = 0** », et donc on préfère dire que: **0× ω = 1** est « **impossible** », autrement dit que la **division par 0** est « **impossible** ». Et dans une autre variante de ce raisonnement, d'autres expliquent que si l'on tient à: « **0×x = 0**», et que l'on veuille aussi: **0× ω = 1**, on doit donc avoir à la fois: **0× ω = 0** et: **0× ω = 1**, alors on a: **0 = 1**, ce qui est, expliquent-ils, une « **grande catastrophe**», un « **effondrement général**» dans les mathématiques et les sciences! C'est pourquoi donc, concluent ces chevaliers des sciences actuelles, une **égalité** du genre: **0 = 1**, est l'expression même de l'« **impossibilité** ». Et donc aussi, des **égalités** comme: **0× ω = 1**, ou: **ω = 1/0**, ou: **0 = 1/ω** , sont des expressions de l'« **impossibilité** », et tomber avec un calcul sur une **égalité** de ce genre est synonyme d'une chose « **impossible** », etc..

Mais avant d'aller plus loin, observons juste la simple image suivante, qui reviendra souvent en leitmotiv:



On y voit un objet **objet** des plus familiers, le **cercle**, et différentes manières de **graduer** un **cercle**, qui donnent lieu à différentes **égalités** typiques de la **logique de cercle**, ou **logique de cycle**, et qui sont des **équivalences**: « **0 = 0** » (**cycle 0** ou **équivalence 0**, l'**équivalence** spéciale qu'est l'**identité**), « **0 = 1** » (**cycle 1** ou **équivalence 1**, là commence l'**équivalence** proprement dite), « **0 = 2** » (**cycle 2** ou **équivalence 2**), « **0 = 3** » (**cycle 3** ou **équivalence 3**), …, , « **0 = 7** » (**cycle 7** ou **équivalence 7**, qui est par exemple le **cycle** de la **semaine** de **7 jours**), « **0 = 12** » (**cycle 12** ou **équivalence 12**, qui est par exemple le **cycle** d'une horloge à aiguilles), …, « **0 = ω** » (**cycle ω** ou **équivalence ω**, qui est le plus grand des **cycles** et la plus grande des **équivalences**).

Ainsi donc une **égalité** de la forme: « **0 = n** », signifie tout simplement une certaine **graduation** du **cercle**, en l'occurrence en **n arcs de cercles égaux**. Et la **graduation 0** et la **graduation n** sont le **même point**, ce que veut dire: « **0 = n** ». Par exemple, pour le **cycle** d'une **journée** de **24 heures**, **0h** et **24h** sont la **même heure**, ce qu'on exprime par l'**égalité**: « **0 = 24** », une **équivalence** qui est donc le **cycle 24**.

Alors juste une question: a-t-on vu quelque chose qui soit « **absurde** », qui n'ait « **aucun sens** », qui soit « **impossible** », qui soit une « **grande catastrophe**», un « **effondrement général** » dans les **mathématiques** et les **sciences**, voire dans tout l'**Univers**?

Une **égalité** de la forme: « **0 = 0** », nous l'appelons l'**identité**, qui est l'**égalité** habituelle. Elle représente toutes les **égalités** du genre « **n = n** » ou « **x = x** », c'est l'**identité** que représente le signe « = » par exemple dans « **4 = 4** » ou dans « **2+2 = 4** ». L'**identité** exige que les deux membres de l'**égalité**, c'est-à-dire le **nombre** à gauche du signe « = » et celui à droite du signe, soient **identiques**. Sinon il ne s'agit plus d'une **identité** mais d'une **équivalence** pure, comme par exemple « **0 = 1** » ou comme « **0 = 12** ». Dans ce cas, cela signifie une **égalité** correspondant à la logique d'un **cercle** gradué en **1 partie** (pour ce qui est de « **0 = 1** »), ou d'un **cercle** gradué en **12 parties** (pour ce qui est de « **0 = 12** »). L'**égalité** « **0 = 0** » ou **identité** correspondrait au cas particulier d'un **cercle** gradué en **0 partie**, c'est-à-dire qui a **0 arc** de **cercle**. Cela veut dire alors simplement que le **cercle** n'existe pas, ou est réduit à **un seul point**. Le **point de départ** (l'**alpha**) et le **point d'arrivée** (l'**oméga**) est le même comme pour tout **cercle**, sauf qu'ici la **circonférence** (ou **longueur de cercle**) parcourue est **0**.

Le cas « **0 = 1** » représente celui où la **longueur** parcourue est **une unité** de **graduation** donc **1**. Et le cas « **0 = 2** » représente celui où la **longueur** parcourue est **deux unités** de **graduation** donc **2**, donc un **cercle deux fois** plus **longs** que le précédent. Sur le schéma nous avons pris des **cercles** de **même longueur** (mettons une **longueur** de **1**), ce qui se traduit par des **subdivisions** de plus en plus petites, mais la logique est la même. Avec « **0 = 12** » on a une **longueur** parcourue de **douze unités** de **graduation** donc **12**, donc un **cercle 12 fois** plus **longs** que le **cercle** de **longueur unité**, le **cycle 1** ou « **0 = 1** ».

Et enfin, le cas « **0 = ω** », qui représente celui où la **longueur** parcourue est toute l'**infinité** des **unités** de **graduation**, donc **ω graduations**, et donc un **cercle ω fois** plus **longs** que le **cercle unité**. Un **cercle** de **longueur infinie** est aussi un **cercle** de **rayon r infini**, donc de **courbure 1/r nulle**. En logique de **cercle**, un tel **cercle infini** est la définition d'une **droite**. En effet, plus le **rayon** d'un **cercle** est grand, plus il est localement **plat** (**courbure nulle**). C'est ce qui localement donne l'impression que la **terre** est « plate », alors qu'en réalité, elle est **ronde**, oui **RONDE**, j'ai dit!

Si j'ai le choix entre créer un monde « plat » et un monde **rond**, je choisirai de loin le monde **rond**, pour les raisons que je suis justement en train d'expliquer, car la logique de **cercle** ou de **cycle** et infiniment meilleure que celle de la **droite** (plane). Avec un **cercle** on peut avoir toutes les propriétés de la **droite**, et pour cela il suffit que son **rayon** soit **infini** ou soit **ω** (ce qui fait une **longueur** ou **circonférence** de **2πω**). Ou que sa **longueur** soit **infinie** ou soit **ω** (ce qui fait un **rayon** de **ω/2π**). Autrement dit, on peut toujours définir une **droite** comme étant un **cercle** de **rayon infini**, ou de **longueur infinie**, ce qui fait aussi que sur ce **cercle** on aura toujours **localement** une **étendue plate infinie** (c'est-à-dire une **droite**), alors que l'**ensemble** est bel et bien **rond**! De même, une **sphère** de **rayon infini** présentera à sa **surface** toujours **localement** un **plan infini**, ou plutôt un **disque** de **rayon infini**, alors que l'**ensemble** de la **surface** est bel et bien rond. Et même avec un **cercle** ou une **sphère** de **rayon fini**, il suffit à sa surface de changer d'**échelle** et de passer à une **échelle infinitésimale**, pour que ce **cercle** ou cette **sphère** devienne **infinie**, donc localement **plane**.

Par exemple, une **sphère** de la taille d'un ballon semble pour nous « **finie** » ou « **petite** ». Mais qu'on imagine un microbe à sa surface, comment lui voit les choses à son échelle à lui. De même, comparativement à nous, il existe dans l'**Univers TOTAL** des **sphères** sur la **surface** desquelles nous aurions le sentiment d'être sur un **disque** de **rayon infini**, alors que pour d'autres êtres ces **sphères** sont juste comme des ballons.

Et dans un **monde** ou un **Univers fractal** (ce qu'est l'**Univers TOTAL**), on retrouve sans cesse la **même réalité** en passant pourtant à une **échelle infinitésimale**, et d'une **échelle infinitésimale** à une autre encore plus **infinitésimale**. Tout cela fait que ce monde, même **rond** est **plat**, et même **plat** est **rond**, le vrai problème (très pertinent) étant de savoir qu'est-ce qui nous fige à **une seule échelle** de **réalité** et nous empêche d'expérimenter cette nature **cyclique** et **fractale** de l'**Univers**. Autrement dit, qu'est-ce qui nous enferme dans **une seule réalité**, **un seul univers**, et même **un seul monde tridimensionnel** (**trois dimensions spatiales** plus une **temporelle**), qui devient de ce fait une véritable **prison** ou « **matrice** » comme dans le film « Matrix »? Dans cette prison l'accès à l'**infinité** des **autres réalités**, des **autres univers**, des **autres mondes**, des **autres dimensions**, devient « **impossible** ». C'est justement cette étrange « **impossibilité** » qui se présente entre autres sous la forme de la dite « **impossibilité** » de **diviser par 0**. Qu'est-ce qui en est la cause, alors que cette **division** est en réalité d'une **simplicité biblique**? Elle est en effet synonyme de l'ouverture de toutes les portes de l'**Univers TOTAL** l'**Alpha** et l'**Oméga**. Ce sont les vraies questions, et ce n'est pas du tout «complotiste » que de se les poser.

Faire la **science**, c'est avant tout se poser des questions, et aucune ne doit être interdite! Mais s'il y a des gens qui prétendent faire la science, qui nous enfoncent leurs « sciences » et paradigmes dans les crânes, mais nous interdisent de nous poser des questions, de remettre des choses en question sous peine d'être étiquetés de « complotistes », alors le moins qu'on puisse dire est que ce sont eux en fait les **pseudo scientifiques**! La preuve:

ils ne savent même pas **diviser par 0**, alors que c'est simple comme un **Cercle**, comme un **Cycle**, comme l'**Alpha** et l'**Oméga**! Et par conséquent aussi, on ne peut pas avoir une réponse digne de ce nom sans ouvrir la **Bible** de la **Genèse** à l'**Apocalypse**, là où donc l'**Alpha** et l'**Oméga** se révèle, là où est la vérité sur l'origine du monde. Mais aussi sur sa « fin ».... C'est-à-dire la fin d'un paradigme et l'avènement d'un **Nouveau Paradigme**, le vrai, celui de l'**Univers TOTAL**.

Voilà donc aussi pourquoi je dis que si j'ai le choix entre créer un monde « plat » et un monde **rond**, je choisirai de loin le monde **rond**! Car un monde **rond** est toujours aussi un monde plat, pourvu que l'**infini ω** (l'**Oméga** que nous allons largement comprendre sous tous les angles) y ait sa place, vraiment sa place, ce qui n'est pas le cas actuellement. Mais avec une **droite** on ne peut pas avoir un **cercle**, car une **droite**, avec une conception de l'**égalité** qui n'est que l'**identité** (ce qui est la conception scientifique actuelle), est seulement un **segment** de **longueur infinie**. Et à moins de faire intervenir une **loi fondamentale** de l'**Univers TOTAL** (une des conséquences mêmes de sa définition), que je nomme la **Loi de l'Horizon Oméga** (on verra à l'oeuvre cette très puissante loi), prolonger **indéfiniment** un **segment** ne produira jamais un **cercle**, comme un **cercle** dont la **longueur** est **indéfiniment** augmentée produit **localement** progressivement une **droite**.

Le **cercle** de **rayon infini** équivaut à un **cercle** de **longueur** fixe comme les autres sur le schéma (**longueur fixe 1**), mais **subdivisé** en une **infinité** de **graduations** (donc **ω graduations**), ce qui fait que chaque **subdivision** a une **longueur** de **0** (elle se réduit à un **point**). C'est une autre manière de dire ce que nous avons dit plus haut, à savoir que même avec un **cercle** de **rayon fini**, il suffit sur ce **cercle** de changer localement d'**échelle** et de passer à une **échelle infinitésimale** (l'**échelle** du « **point** » donc, mais avec la nature **fractale** de l'**Univers** tout « **point** » est en fait aussi tout un **Univers**!) pour que le **cercle fini** se transforme en un **cercle infini**. Par conséquent tous les **cercles** sont **finis**, et tous sont **infinis**, tous sont un **point**, et tous sont tout un **Univers**! Tous sont **ronds**, et tous sont **plats**. Tout dépend de l'**échelle** où l'on se place pour voir les choses.

On peut généraliser en prenant une **longueur de cercle** pas nécessairement un **nombre entier n**, mais n'importe quel **nombre réel x**. On a alors le **cycle**: « **0 = x** ». Cela veut dire qu'on revient à chaque fois à **0** en ayant parcouru une **longueur x**. Autrement dit, chaque **tour de cercle** ou de **cycle** a une **longueur** de **x**, donc chaque **tour** nous ramène au **même point** de **départ** (même **point alpha**), et si ce **point** est appelé **0**, alors chaque **tour** du **cercle** (donc chaque **longueur x** parcourue sur le **cercle**) nous ramène à **0**.

L'essentiel est de dire qu'à chaque type de **graduation** (chaque **valeur** du **nombre** de **subdivisions x**) correspond un type d'**égalité** ou **équivalence**, le cas où **x** vaut **0** étant un cas très spécial qui est l'**identité**, l'**égalité** habituelle, qui est donc celle de type: « **0 = 0** ». Cela veut dire que pour ce type d'**égalité** (l'**identité** donc) il n'y a que **0** qui est **égal** à **0**, et de manière générale, pour tout **nombre x**, il n'y a que **x** qui est **x**, donc on a seulement: « **x = x** ». Tandis que pour les autres types d'**égalité**, un **nombre distinct** de **0** (c'est-à-dire qui n'est pas **identique** à **0**) peut être **égal** à **0**, comme par exemple: « **0 = 1** ». Dire cela n'a rien de « **catastrophique** » ou d'« **impossible** », dans la mesure où l'on comprend qu'il s'agit d'une **équivalence**, une notion **circulaire** ou **cyclique** d'**égalité**. Qu'est-ce qui oblige à ne raisonner qu'en terme d'**identité** comme notion d'**égalité**? Qu'est-ce qui oblige à ne voir les **nombres** qu'à travers la lucarne de l'**identité**? Le fait est que si en règle générale il n'y a pas de gros problème quand on traite les **nombres finis** avec seulement l'**identité**, cela devient problématique de traiter les **nombres infinis** avec uniquement l'**identité**. Autrement dit, les **nombres finis** peuvent se contenter de l'**identité** seule (et encore...), mais avec les **nombres infinis**, il est impératif de travailler avec l'**identité** et l'**équivalence**, et surtout avec l'**équivalence**. Car, comme on le verra, l'**identité** devient de plus en plus inappropriée au fur et à mesure que les **nombres** concernés croissent. Cela veut dire simplement qu'avec les **grands nombres** (et à plus forte raison les **nombres infinis**) l'**identité** doit mettre de l'eau dans son vin et accepter des **égalités** de type **équivalence**, qu'elle avait toutes les raisons de refuser avec les **petits nombres**.

Par exemple, avec **x = 10**, un **nombre** relativement **petit**, on a l'**identité**: « **x = x** » ou « **10 = 10** ». On peut toujours exprimer l'**équivalence**: « **x = x+1** » ou « **10 = 11** », mais on doit préciser avec les **petits nombres** qu'il ne s'agit pas d'une **identité** (car elle hurlerait au scandale, et elle a raison...) mais qu'il s'agit d'une **équivalence**, en l'occurrence une **égalité** de type « **0 = 1** » ou **cycle 1**. Car, parce que **10** est encore trop **petit**, on n'a pas encore l'**identité**: « **x = x+1** » ou « **10 = 11** ». Si on affirme une telle **identité**, si donc le signe « = » entre **10** et **11** signifie une **identité**, alors l'**erreur** ou la **fausseté** est de: **1/10 = 0.1 = 10%**, et donc cette **identité** n'est vraie qu'à **0.9** ou **90%**. Mais avec **x = 1000**, on a l'**identité**: « **x = x** » ou « **1000 = 1000** », et on peut là encore toujours exprimer l'**équivalence**: « **x = x+1** » ou « **1000 = 1001** », mais là aussi il s'agit d'une **équivalence**, en l'occurrence une **égalité** de type « **0 = 1** » ou **cycle 1**. Mais parce que **1000** est un peu plus grand que **10**, certes, est encore trop petit, on n'a pas encore l'**identité**: « **x = x+1** » ou « **1000 = 1001** ». Si on affirme une telle **identité**, alors l'**erreur** est de: **1/1000 = 0.001 = 0.1 %**, et donc cette **identité** est **vraie** à **0.999** ou **99.9%**, ce qui est déjà nettement mieux! Cela veut dire que l'**identité** est d'accord avec l'**équivalence**, mais à **99.9%**.

Et maintenant, avec **x = 10000000000** ou **10^{10}**, on a l'**identité**: « **x = x** » ou « **10000000000 = 10000000000** » comme d'habitude, et aussi on peut toujours exprimer l'**équivalence**: « **x = x+1** » ou « **10000000000 = 10000000001** », une **équivalence**, de type « **0 = 1** » ou **cycle 1**. Mais cette fois-ci, **10000000000** commence sérieusement à devenir grand grand, et si on affirme l'**identité**: « **x = x+1** » ou « **10000000000 = 10000000001** », alors l'**erreur** ou la **fausseté** n'est plus que de: **1/ 10000000000 = 0.0000000001 = 0.00000001 %**, et donc cette **identité** est vraie à **0.9999999999** ou **99.99999999%**. Et là l'**identité** est pratiquement en accord avec l'**équivalence**, à plus forte raison avec **x = 10^{1000}** ou **x = $10^{10000000000}$**. Cela signifie qu'avec les **grands nombres**, au fur et à mesure que l'on s'approche de l'**infini**, l'**identité** n'est plus vraiment dans son domaine, elle cède la place à l'**équivalence**, car de nouveaux phénomènes apparaissent, de type **logique** de **cycle** ou du **cercle**. Ces phénomènes qui étaient en veilleuse avec les **petits nombres** ce qui obligeait l'**équivalence** à ne s'appliquer qu'à des objets spécifiques comme le **cercle**, deviennent la règle générale. Autrement dit, l'**infini** révèle la vraie **nature** des **nombres**, leur logique générale, qui est l'**équivalence**.

On découvre que l'**égalité générale** est en fait l'**équivalence**, et que l'**identité** est un cas particulier d'**équivalence**, celle pour les **petits nombres**. Même si l'on sait que l'**infini** existe et ou qu'il existe de **très grands nombres**, comme en pratique on ne travaille qu'avec des **nombres relativement petits**, cela a pour effet de nous faire croire que l'**égalité** générale et normale est l'**identité**. En cela la situation est comparable à la **géométrie euclidienne**, qui est la **géométrie** usuelle, celle de l'expérience quotidienne, ce qui a fait croire depuis très longtemps que c'est la **géométrie** générale et normale de l'**Univers**. Mais la **relativité** (d'Einstein) a révélé qu'elle n'est qu'un cas particulier de **géométrie**, et qu'à l'échelle de l'**Univers**, il faut une **géométrie** plus générale, des **géométries** qui peuvent même être contre-intuitives!

C'est exactement la même chose avec la notion d'**égalité**. Dans notre expérience usuelle, l'**identité** semble être la règle, c'est-à-dire les **égalités** du genre: « **x = x** », « **0 = 0** », « **1 = 1** », « **2+2 = 4** », etc.. Et les **égalités** du genre: « **x = y** », « **0 = 1** », « **2+2 = 5** ». semblent fausses, et même « archi fausses », comme le dirait le gars de « Science 4 all », de « Science étonnante », et autres « Astronogeek », « e-penser », « Didi Chandouidoui », etc. Sans parler des « Defakator », et j'en passe bien d'autres. Bref toute l'armada du système de mensonges qui sévit sur internet, Youtube et les réseaux sociaux, qui martèlent dans les crânes les paradigmes de **Négation**, les paradigmes du **Diable**. Et y pas que des gars dans cette affaire, les filles sont rares, certes, la parité est dans ce domaine loin d'être respectée, mais il y a quand même des filles aussi. Mais vu que j'ai tendance à défendre les minorités, celles et ceux qui ont moins la parole, je défends les filles donc, pourtant majoritaires sur terre (mais mises en minorité dans certains domaines, et je le dis sans démagogie aucune, mais j'ai des raisons toutes personnelles de défendre les filles, la **Femme**...), et placent en elles un petit espoir pour changer la donne....

En attendant, hélas, tous s'accordent pour dire que les **égalités** du genre: « **x = y** », « **0 = 1** », « **2+2 = 5** » sont la fausseté même, l'inconsistance, cela ne peut pas être vrai dans l'**Univers**, dit-on. Ce faisant, ils nous enferment tout simplement dans notre petit univers, et même dans notre petit monde, notre « **matrice** ». Car ces **égalités alternatives** sont non seulement la **vérité scientifique** même, mais sont en fait la règle à l'échelle de l'**Univers**. Les **égalités** et **équations** des sciences courantes, qui sont donc des **identités**, ne sont en réalité que des cas particuliers de vérités scientifiques, une infime partie de la **Vérité**, sûrement pas la **Vérité générale**!

Dans la vision traditionnelle, une **structure numérique**, comme par exemple la structure de **groupe**, d'**anneau**, de **corps**, etc., fonctionne avec une seule **relation** d'**égalité**. Elle est souvent même **implicite**, on la situe en amont, au niveau des axiomes de la logique, et non pas dans la **structure numérique** elle-même. On définit généralement une seule **relation** d'**égalité** et non pas plusieurs. Je veux dire par là qu'une **théorie numérique** en général, comme par exemple la **structure de corps**, utilise une **relation** d'**égalité** pour exprimer les propriétés de ses objets (notamment les **nombres**), mais elle n'intègre pas, une théorie de l'**égalité**, sauf si l'on est en **théorie des ensembles** par exemple, qui est l'**univers le plus fondamental** dans lequel tous les objets dont nous parlons et allons parler évoluent: **informations**, **nombres**, **vecteurs**, **espaces**, **matières**, **énergies**, **êtres**, **choses**, etc.. Cet **univers le plus fondamental** est ce qu'on appelle actuellement la **classe des ensembles**, mais qu'il faudrait appeler simplement l'**ensemble de tous les ensembles**. Or l'existence de certaines **choses** dépend étroitement des **relations** d'**égalités** définies en même temps que les **choses**. Comme justement la notion d'**ensemble de tous les ensembles**, chose qui ne peut exister dans les paradigmes actuels, à cause de la logique de **négation** ou logique orientée vers l'**identité**, avec laquelle on fonctionne.

La **classique théorie des ensembles**, celle qui est la référence, est celle de Zermelo-Fraenkel couramment abrégée **ZF**, et **ZFC** avec l'**axiome du choix**. L'approche classique consiste à supposer d'abord l'existence d'un **univers** d'**objets** appelés **ensembles**. On introduit des **relations** sur ces **objets** (on verra comment), on définit leur **langage** (on verra aussi comment), les **règles** et la **syntaxe** des **énoncés** les concernant, qu'on appelle actuellement techniquement les **formules**. Mais selon l'angle sous lequel on veut les voir ou leur aspect que l'on veut mettre en évidence, ces **formules** seront appelées **prédicats**, **propositions**, **phrases** ou **énoncés**, **propriétés**, etc.. On sélectionne avec soin certaines **formules** qu'on appelle les **axiomes** de la **théorie des ensembles**, et à partir de ces **axiomes**, et en appliquant les **règles** de la **logique** (et c'est la un point clef, tout va beaucoup dépendre de la **logique** choisie! c'est là le **point noir** actuellement, car la **logique classique** n'est pas celle qu'il faut pour les **ensembles**), on démontre d'autres **formules**, appelées les **théorèmes**. Nous allons revisiter tout cela, poser quelques bases avant d'entrer dans le vif du sujet des **nombres omégaréels** dans la partie B, pour ensuite revenir dans la partie C sur la **théorie des ensembles**, car c'est la clef même de tout, la **clef** de la compréhension de l'**Univers**, oui l'**Univers TOTAL**!

D'abord commençons à faire remarquer un détail de grande importance dans cette démarche, là où ça commence mal dans la manière d'aborder la question des **ensembles**. Nous avons dit que l'approche classique consiste à supposer d'abord l'existence d'un **univers** d'**objets** appelés **ensembles**, puis on fait tout ce que nous avons expliqué et verrons encore, avec ces **ensembles**. Avant donc de poser le moindre premier **axiome** officiel, il y a déjà un **axiome implicite** dans cette démarche, qui va à l'encontre de la nature même et de la logique des **ensembles**. C'est là où tout est faussé déjà dès le départ. En effet, cette démarche présuppose que certaines **choses** de l'**Univers**, certains **objets**, ne seraient pas des **ensembles**, et là on se propose d'étudier les **choses** ou **objets** qui sont des **ensembles**, **axiomatiser** leur fonctionnement, définir leurs propriétés élémentaires, démontrer celles qui en découlent, etc ., bref permettre ainsi de distinguer les **choses** ou **objets** qui sont des **ensembles**, des **choses** ou **objets** qui ne le seraient pas.

Voilà ce qui ne va pas! Cet **axiome implicite** donc que **certaines choses ne seraient pas des ensembles**, axiome de base qui va déterminer la manière de choisir et de formuler les autres **axiomes** censés être ceux vérifiés par les **ensembles** et ceux-là uniquement, et pas aussi leurs **contraires** ou leurs **négations** (on fera une différence très importante entre la notion de **négation** et celle de **contraire**). Et cet **axiome implicite** (caché comme un **serpent** très **sournois**) qui guide les autres axiomes va ensuite se manifester plus concrètement pour dire qu'il **n'existe pas** d'**ensemble** qui soit l'**ensemble de tous les ensembles**, qu'il faudrait parler de **classe des ensembles**, et que cette **classe n'est pas** un **ensemble**. Autrement dit, dans ZF ou ZFC (la **théorie des ensembles** qui est la référence), on a un axiome qui dit que l'**ensemble vide** (l'**Alpha** des **ensembles**) existe, mais aucun qui dit que l'**ensemble plein** (l'**Oméga** des **ensembles**), qui est justement cet **ensemble de tous les ensembles**, lui aussi existe. Et même tout est fait justement pour qu'il n'existe pas, parce que ce serait lui entre autres la cause des **paradoxes** de la **théorie des ensembles** de Georg Cantor. Tous les axiomes ont précisément été posés de sorte que les **ensembles** de son genre, comme aussi l'**ensemble de tous les ordinaux** ou le **dernier ordinal**, l'**infini Oméga absolu** dont nous parlerons dans toute la suite, n'existe pas. Et tout cela a un lien très étroit avec la question de la **division par 0**. C'est en fait la seule et même question mais vue sous l'angle de la **théorie des ensembles**. Et selon le domaine, on va la retrouver sous une forme ou sous une autre.

Il faut donc supprimer cet **axiome implicite** (et qui est même plus qu'implicite) selon lequel **certaines choses ne seraient pas des ensembles**, nous devons laisser simplement les **ensembles** être ce qu'ils sont, laisser l'**Univers** être ce qu'il est et nous dire dans son **langage** (qui est le **langage universel des ensembles**) ce qu'il est et comment il fonctionne. Nous devons changer la **logique** comme on va le voir (car c'est elle le **problème**, le **point noir**), autrement dit changer de **paradigme**. Il nous faut donc passer au paradigme de l'**Univers TOTAL**, et travailler avec la **logique** que ce paradigme exige, et que nous allons découvrir bientôt.

Au lieu de dire : « *On se donne un **univers** d'**objets** appelés **ensembles**...* » ou, ce qui revient au même: « *On se donne un **univers** de **choses** appelées **ensembles**...* », nous dirons simplement: *On se donne l'**Univers** de tous les **objets**, appelés aussi **ensembles**...* » ou, ce qui revient au même: « *On se donne l'**Univers** de toutes les **choses**, appelées aussi **ensembles**...* ». Car en fait, **toute chose est un ensemble**, un **humain** par exemple est un **ensemble** fait d'**éléments** et de **parties** ou **sous-ensembles**. La notion d'**ensemble** ne se réduit donc pas à l'algèbre au sens traditionnel, cela concerne aussi la **physique**, la **biologie**, etc.. Bref c'est une notion **universelle**, comme **Univers** (**TOTAL**), le **plus grand** de **tous les ensembles**, l'**Ensemble Suprême**, l'**Oméga**.

Le **mot clef fondamental** de la **théorie des ensembles** ainsi abordée, et que je nomme la **Théorie universelle des ensembles** (qu'on verra plus en détail dans la partie C), n'est pas le mot « **ensemble** » avec l'**arrière-pensée** ou **axiome implicite** qui est que **certaines choses ne seraient pas des ensembles**, mais ce mot clef est simplement le mot **CHOSE**, ou le mot **OBJET** lui-même. Mais je préfère le mot **chose**, ou **thing** en anglais, car il est plus courant, plus familier. On ne dit pas naturellement : « **Tous les objets de l'Univers** », ou en anglais « **All objects in the Universe** » ou « **Every object in the Universe** », mais plus naturellement: « **Toutes les choses de l'Univers** », ou en anglais « **All things in the Universe** » ou « **Everything in the Universe** ».

Universal Set Language

	T Et, Ut	L El, Ul	U, O… , O Universum	X Ex, Ux	∀, A Au, Aut	=, E, R Er, Ur
	Ensemble	Élément	Univers Total, Complet	Chose	Tout Tous	Être
	Set	Element	Universe Total, Complete	Thing	All Every	(To) Be
	Menge	Element	Universum Gesamt, Völlig	Sache	Alle	Sein
	Conjunto	Elemento	Universo Total, Completo	Cosa	Todo	Ser
	Aro	Elemento	Universo Totala, Tuta, Plena	Ajo	Ĉio	Esti
	קבוצה (Kvutsa)	איבר (Hiver)	היקום (Hayekum)	דבר (Davar)	כה (Kol)	להיות (Lihyot)
	集合 (Jí_Hé)	分子 (Fèn_Zǐ)	宇宙 (Yǔ_Zhòu)	物 (Wù)	都 (Dōu)	乃是 (Nǎi_Shì)

Le mot **chose** ou toute notion synonyme et qui lui est vraiment synonyme, est le **mot clef** le plus **fondamental**, le **nom commun** le plus générale. Si on doit définir cette notion dans le langage courant, on dira simplement: « ***Une chose est tout ce dont on parle*** ». Mais en disant cela, on est en fait en train de dire: « ***Une chose est toute chose dont on parle*** », ce qui montre qu'en fait il s'agit d'une **notion première**, ce qui n'est pas le cas de la notion d'**ensemble**, qui, elle, se définit à partir du mot **chose**. Si tel n'était pas le cas, on n'aurait pas pu avoir cet **axiome implicite** selon lequel **certaines choses (ou certains objets) ne seraient pas des ensembles**. C'est bien parce que la notion de **chose** ou d'**objet** est plus fondamentale que celle d'**ensemble**, elle se situe en amont. Donc aussi, si l'on veut une notion d'**ensemble** la plus **fondamentale** et la plus **universelle**, c'est avec la notion de **chose** qu'elle doit démarrer.

Nous avons donc vu comment la notion de **chose** se définit dans le langage courant, à savoir en à partir d'elle-même, propriété d'**auto-définition** ou de **récursivité** de la **définition**, qui caractérise les **notions premières**.

Et maintenant comment peut-on définir la notion de **chose** plus techniquement, plus scientifiquement? Très simple, et pour une définition correcte, on ne peut pas éviter l'**Univers**, et aussi un mot du **langage** de l'**Univers**, soit **ensemble**, soit **élément**, ou les deux. Voici deux exemples de définition, qui sont simples et équivalents:

« ***Une chose est par définition un élément de l'Univers*** »,
ou: « ***La notion de chose est la notion universelle d'élément*** ».

Cela veut dire donc qu'on ne peut pas vraiment dire qu'on parle des **ensembles** et des **éléments** (pour ce qui est des mathématiques), ou que l'on parle d'**Univers** (pour ce qui est de la physique, dans laquelle la notion d'**élément** est très importante, comme par exemple dans la notion de **particule élémentaire** ou de la **classification périodique** des **éléments**), si l'on occulte la notion de **chose** et que l'on ne la prend pas ou toute notion équivalente, comme **terme premier**.

Et maintenant, le **terme premier** identifié, ainsi que sa synonymie avec la notion d'**élément**, comment se définit la notion d'**ensemble**? Très simple: « ***Un ensemble est par définition une chose formée d'autres choses appelées ses éléments …***».

Et voilà la notion d'**ensemble** et d'**élément**, dans leur relation très intime et incontournable avec la notion de **chose**. Et cette définition coule tellement de source et tombe tellement sous le sens, que la phrase appelle comme une suite naturelle: « ***… et la chose formée de toutes les choses, est par définition l'Univers TOTAL, l'Ensemble de toutes les choses*** ».

Notations de l'Univers TOTAL 1
L'**Univers TOTAL** est noté **U** comme « **Univers** », mais surtout « **U** » comme « **UN** » ou comme « **Unique** » ou comme « **Unité** », mais aussi « **Union** ». Car un **opérateur** fondamental des **ensembles** est l'**opérateur** de **réunion**, habituellement noté « ∪ », et qui se lit « **union** ». Par exemple, « **A ∪ B** » se lit « **A union B** », qui

signifie la **réunion** des **ensembles A** et **B**, la mise **en commun** de leurs **éléments** pour former un nouvel **ensemble**, qui est l'**Union** donc.

La nature même d'un **ensemble**, c'est fondamentalement une nature d'**union** et non pas de **division** ou de **séparation**, et le **langage des ensembles**, c'est fondamentalement un **langage** d'**union**. C'est ainsi que l'**Univers** est et fonctionne, et c'est ainsi que le monde et ses peuples et ses langues, devraient fonctionner. Mais...

Universal Set Language

	T Et, Ut	L El, Ul	U, O... , O Universum	X Ex, Ux	∀, A Au, Aut	=, E, R Er, Ur
	Ensemble	Élément	Univers Total, Complet	Chose	Tout Tous	Être
	Set	Element	Universe Total, Complete	Thing	All Every	(To) Be
	Menge	Element	Universum Gesamt, Völlig	Sache	Alle	Sein
	Conjunto	Elemento	Universo Total, Completo	Cosa	Todo	Ser
	Aro	Elemento	Universo Totala, Tuta, Plena	Aĵo	Ĉio	Esti
	קבוצה (Kvutsa)	איבר (Hiver)	היקום (Hayekum)	דבר (Davar)	הכ (Kol)	להיות (Lihyot)
	集合 (Jí_Hé)	分子 (Fèn_Zǐ)	宇宙 (Yǔ_Zhòu)	物 (Wù)	都 (Dōu)	乃是 (Nǎi_Shì)

Quand nous notons **U** l'**Univers TOTAL** donc, c'est son caractère de **UN** que nous mettons en évidence. Autrement dit, l'incarnation même du **nombre UN** ou **1**. C'est son **nombre**, qui en **se répétant**, **s'itérant**, **forme**, **engendre**, **génère** tous les autres **nombres**, jusqu'à l'**Infini Oméga**, comme on va le voir. Et dès que l'**Infini Oméga** ou **Ω** ou **ω** (en minuscule) est formé, du coup l'**unité** par **rapport** à l'**infinité**, c'est-à-dire **1/ω**, est la définition de l'autre **nombre**, l'**inverse** de **ω**, le nombre que nous appelons le **Zéro** ou **0** ou **Alpha**. Il y a donc deux notions d'**Alpha**, l'**Alpha** qui est le **UN** ou **1**, comme « **A** » la **première lettre** de l'**alphabet**, et il y a l'**Alpha** qui est le **ZÉRO** ou **0**, qui est l'**inverse** de l'**INFINI**. Mais pour faire simple et éviter les confusions, j'ai réservé le terme « **Alpha** » presque exclusivement au **Zéro**.

Dans l'approche **universelle** de la notion d'**ensemble** et d'**élément**, il est clair donc que:
« ***Une chose est par définition un élément de l'Univers*** »,
ou: « ***La notion de chose est la notion universelle d'élément*** ».

Toute **chose** est donc un **élément**, et tout simplement, la notion de **chose** est la notion **universelle** d'**élément**. Et pour la notion **universelle** d'**ensemble**:
« ***Un ensemble est par définition une chose formée d'autres choses appelées ses éléments ...***».

Cela veut dire donc qu'aussi **toute chose est un ensemble**, formé d'autres **choses**, et à défaut formé de lui-même. C'est dans ce cas un **ensemble premier**, ce qui est la notion **universelle** d'**ensemble** « **vide** ». Cela signifie donc un **ensemble** qui n'a pas d'**élément** (mais un **ensemble** quand-même, spécial, mais c'est un **ensemble**), mais est un **élément** qui forme d'autres **ensembles**. Par conséquent, cette vérité fondamentale de la vision **universelle** des **ensembles**: « ***Toute chose est un ensemble*** ». Donc :
« ***L'Univers TOTAL est l'Ensemble de tous les ensembles*** ».

Notations de l'Univers TOTAL 2
Et à ce titre donc, on le notera **V**, la lettre après **U**. Mais en tant qu'**ensemble de tous les ordinaux**, ou de tous les **nombres entiers**, on le notera **Ω**, et à ce titre il est l'**Infini absolu**, tout l'opposé donc de l'**ensemble vide absolu**, habituellement noté **∅**, mais qu'on notera aussi **O**.

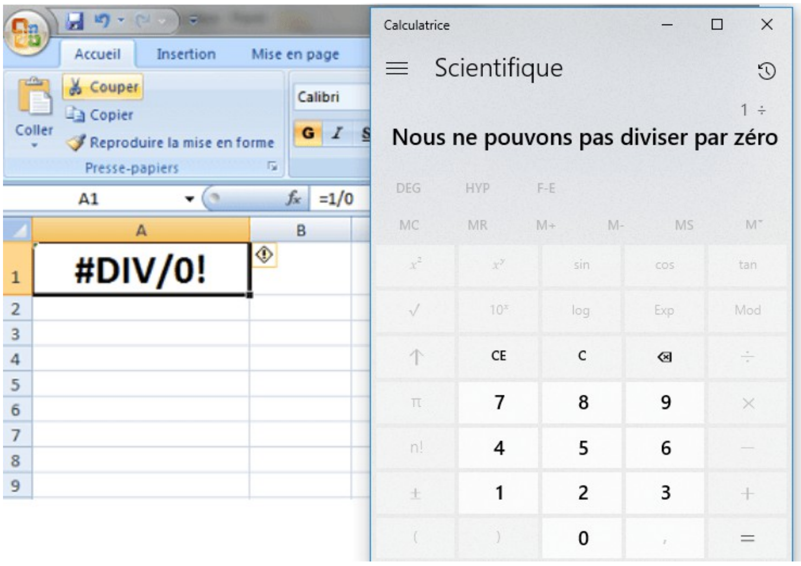
Notations de l'Univers TOTAL 3
Et enfin, en tant qu'**ensemble des nombres** de manière très générale, tous types de **nombres** confondus (**réels**, **omégaréels**, **complexes**, **hypercomplexes**, **vectoriels**, **hyper-vectoriels**, etc.), et de toutes les **dimensions** (**0 dimension**, **1 dimensions**, **2 dimensions**, **3 dimensions**, **4 dimensions**, etc.), le même **Univers TOTAL** sera

noté **W**, la lettre qui vient après **V**, son nom d'**Ensemble suprême**. Mais en un sens restreint, nous utiliserons aussi **W** pour parler des **nombres omégaréels**. Quatre noms donc, pour désigner quatre aspects de l'**Univers TOTAL** et pour le comprendre: **U** (l'**Ensemble de toutes les choses**, le **UN**, l'**UNIQUE**), **V** (l'**Ensemble de tous les ensembles**), **Ω** (l'**Ensemble de tous les ordinaux**), **W** (l'**Ensemble de tous les nombres**).

Voilà donc l'approche de l'**Univers** et des **choses**, que je nomme l'approche **universelle**, la **Théorie universelle des ensembles**, par opposition à l'actuelle **théorie axiomatique des ensembles**, mais qui n'exclut pas celle-ci non plus, car comme on va le voir, celle-ci est une sous-théorie de la présente version **universelle**. Exactement comme la **géométrie euclidienne** est un cas particulier de **géométrie**, ou comme l'**identité** est un cas particulier d'**équivalence** (ou d'**égalité**), comme la **Négation** est un cas particulier d'**Alternation**, ou encore comme notre **univers** est un cas particulier d'**univers** dans l'**Univers TOTAL**, etc..

Le problème, c'est quand le cas particulier est fait cas général à la place de ce qui doit l'être, et quand on va jusqu'à **nier** ce qui dont être le cas général ou déclarer le paradigme qu'il doit être de « pseudo science ». Là c'est carrément le **crime** contre la **Science**, la **vraie**, et c'est plutôt l'**Univers TOTAL**, sa **Science** et son **scientifique**, qui a le droit de tenir des propos du genre de ceux qu'a tenus la gars de « science 4 all », qui a dit, on la rappelle : « *Parmi les pires criminels de la justice des sciences, on trouve : 1) Les théorie complotistes du web, 2) Les expériences personnelles, 3) Ce que j'ai rêvassé la nuit derrière, 4) Et tout en bas, les théories inconsistentes [inconsistantes donc...] à qui on a réservé la peine capitale* ».

Et moi je réponds donc: « *Parmi les pires criminels de la justice de la **Science de l'Univers TOTAL**, la **Science Divine**, on trouve : 1) ceux qui nient le paradigme de l'**Univers TOTAL** et enfoncent dans les crânes, sur le web ou ailleurs, les paradigmes de la **Négation**, les paradigmes du **Diable**, au lieu de commencer simplement à apprendre à **diviser enfin par 0**, autrement dit à tracer un **cercle**, à observer sa logique qui est d'une **simplicité biblique** (la logique de l'**Alpha** et l'**Oméga**) et à en déduire la méthode de la **division par 0**, et 2) ceux qui condamnent à la peine capitale les autres qui cherchent simplement la **vérité**, remettent en question leurs paradigmes et travaillent à une **vision alternative**. Eux-mêmes montrent qu'ils méritent la peine capitale dont ils parlent. L'**inconsistance**, la vraie, la **contradiction**, la vraie, le **paradoxe**, le vrai, la **fausseté**, la vraie, l'**archi fausseté**, la vraie, l'**illogisme**, le vrai, bref la **folie**, la vraie, est en réalité de leur côté. Et tout est démontré et résumé par cette lamentable image suivante:*



Et oui, leurs propres machines et logiciels le disent d'une manière très pitoyable....

Et ce sont donc eux qui osent parler d'« inconsistance » et condamnent à la peine capitale ceux qui travaillent jour et nuit pour réparer cela et pour changer de paradigme?

*Mais **Dieu** pardonne aux possédés, aux contrôlés mentaux (MK Ultra ou autres) ou aux larbins qui ne font que répéter comme des perroquets leurs leçons ou accomplir la mission de leurs maîtres, et réservent la peine éternelle à **Satan** leur maître (Apocalypse 20 : 1-15)».*

La **théorie des ensembles** ou l'**algèbre**, c'est bien plus qu'une question technique, abstraite, une affaire de matheux. Et si en abordant ainsi les **ensembles** et les **éléments**, on se heurtait à des difficultés comme avec la **théorie des ensembles** de Georg Cantor, ce n'est pas cette définition limpide et cristalline des **ensembles** et des **éléments**, de l'**Univers** et des **choses**, qu'il faut remettre en question et se fabriquer à coups d'**axiomes** une **théorie des ensembles** qui n'est plus la théorie **naturelle** et **universelle**, mais c'est simplement notre **logique** scientifique et nos **paradigmes** qu'ils faut revoir.

Commençons maintenant à entrer dans le **langage universel ensembles**. On a sur l'**Univers des ensembles**, **V** donc, d'abord la **relation d'égalité** notée « **=** », dont les propriétés sont définies à un niveau plus fondamental, à savoir la **logique**. L'écriture « **x = y** » se lit « **x égale y** » ou « **x est égal à y** » ou simplement « **x est y** ».

Rien que cela met déjà en évidence l'un des problèmes des langages actuels, le problème du « **too many words** », c'est-à-dire trop de mots pour dire exactement la même chose. Ceci normalement est un indice de la richesse du langage et vu sous cet angle, c'est plutôt positif. Mais entre d'un côté la **novlangue** que sont en train d'instaurer les esprits de **négation** (les humains démoniaques et leur système satanique ou luciférien), un projet d'appauvrissement du langage donc de la pensée et de l'esprit, et de l'autre les problèmes du genre « **too many words** » et qui font partie du phénomène global de la **Tour de Babel**, il y a une troisième voie dont je m'efforce de faire prendre conscience, et qui est le **langage universel des ensembles**. C'est tout simplement le **langage de l'Univers**, son **langage fondamental**.

Toute **langue** ou tout **langage** normalement constitué se doit d'obéir aux règles du **langage universel des ensembles**, que nous commençons ainsi doucement à exposer. C'est en cela que le travail de Georg Cantor le père de la **théorie des ensembles** (1882) est une révolution conceptuelle considérable. Avec lui, c'était le début de la fin du phénomène **Tour de Babel** (dont l'un des aspects est le « **too many words** ») en mathématiques, en sciences, en technologie et dans le monde tout simplement. Car, pour la première fois dans l'histoire, tous les concepts de tous les domaines des mathématiques et des sciences (et même au-delà des frontières habituelles des sciences) pouvaient être définis et traités dans **un seul langage**, un **langage unifié**, qui est le **langage des ensembles**. Et le plus étonnant et le plus extraordinaire, c'est que ce langage repose sur un nombre très restreint de **termes**, de **relations** et de **concepts initiaux**, ce qui pourrait laisser croire qu'il serait pauvre ou serait une sorte de « **novlangue** ». Mais que Néni! Au contraire (et c'est la très agréable surprise) ce langage, malgré son très peu de **concepts initiaux**, est tout l'opposé même d'une logique de **novlangue**! Le **langage des ensembles** est si puissant que très vite, à partir donc d'énoncés de départ très simples, il déploie un nombre phénoménal de concepts de plus en plus puissants, tant il est impossible de développer exhaustivement la moindre branche de son **arborescence**. Car la **structure des ensembles** (la **structure ensemble-élément**) est bel et bien une **structure arborescente**, en l'occurrence une **structure fractale**. Le secret de sa puissance réside là, oui la **fractale**!

La **structure** est « **explosive** » en matière de richesse de ses concepts, si bien que les mots courants, même imparfaits et souffrant du phénomène **Tour de Babel**, sont obligés d'être sollicités pour désigner les concepts **ensemblistes**, et deviennent même insuffisants. En un mot, le **langage des ensembles** est à la fois l'antidote contre le phénomène **Tour de Babel** en général et le « **too many words** » en particulier, et à la fois l'antidote même contre la **novlangue** et sa logique! Nous poursuivons donc et améliorons le travail de Georg Cantor, apportons les vraies solutions aux problèmes rencontrés dans sa théorie qui fait partie des approches actuellement qualifiées de « naïves » de la **théorie des ensembles**. On entend traditionnellement par là que le concept des **ensembles** est si puissant et le langage courant est si imparfait que l'usage sans restriction de l'intuition avec les **ensembles** conduit à des **paradoxes**. Par conséquent, conclut-on, il faut encadrer rigoureusement la notion d'**ensemble** par un système **axiomatique**, pour éviter tout **paradoxe**. Ces idées sont en partie vraies et en partie fausses.

Ce qui est vrai c'est qu'effectivement le concept des **ensembles** est vraiment, vraiment très puissant, et le langage courant est vraiment, vraiment imparfait (phénomène **Tour de Babel** dont je parle), et donc cela demande beaucoup de rigueur et de méthode pour traiter et maîtriser la notion. Sinon il se produit des catastrophes, des paradoxe donc.

Mais ce qui est faux, c'est d'abord de dire qu'il faille restreindre la notion d'**ensemble** ou qu'il faille obligatoirement la traiter par la **méthodologie axiomatique**, ou en tout cas l'usage actuel de l'**axiomatique**. Comme on ne va pas tarder à le montrer, le vrai problème se trouve en fait dans la **logique** mathématique, il est en amont de la notion d'**ensemble**. C'est la **logique** et le **paradigme** dans son ensemble qu'il faut revoir, et non pas vraiment la notion d'**ensemble** qu'il faut recadrer à coups d'**axiomes**.

Pour en revenir au problème du « **too many words** », l'écriture « **x = y** » se lit donc « **x égale y** » ou « **x est égal à y** » ou simplement « **x est y** ». La notion de trop ici qui brouille les pistes et qui nous oblige à faire avec, c'est la notion... d'**égalité**. Car en réalité c'est du verbe **ÊTRE** qu'il s'agit dans le **langage universel des ensembles**. Donc une seule notion suffit et c'est la notion d'**ontologie**. Les **ensembles** nous expliquent l'**Etre**, ils nous expliquent le « **Je suis** », le « **x est** », le « **x est y** ».

Le « **Je suis** » ou le « **x est** » est la **forme unaire** du verbe **être**, c'est-à-dire le verbe **être** en tant que **relation unaire**. Sous cette forme, le sens de « **Je suis** » est « **J'existe** », et le sens de « **x est** » est « **x existe** ». Par conséquent, la notion d'**existence** elle aussi est de trop, le verbe **exister** lui aussi est redondant, dès lors qu'on a déjà le verbe **être**, c'est-à-dire la **relation binaire être**, la relation donc « **x est y** ». C'est un énoncé à **deux variables libres**, **x** et **y** (notion de **variable libre** qui nous servira pour définir la notion de **relation fonctionnelle**). Quand la seconde **variable**, **y**, n'est pas précisée ou est remplacée par une **constante** comme dans « **x est 0** » ou « **x est 1** », ou « **x est 2** », ou …., ou « **x est ω** », cela devient un énoncé à une seule **variable libre**. De même si l'on remplaçait la **variable y** par un **paramètre**: « **x est a** » ou « **x est b** », ou « **x est c** », ou …., ou « **x est d**». La seule **variable libre** est alors **x**, et l'**énoncé** peut se résumer simplement par « **x est** ». C'est la forme **unaire** du verbe **ÊTRE**, qui a alors le sens intuitif du verbe **EXISTER**.

Le terme technique que nous avons choisi pour signifier le verbe **ÊTRE** est « **ER** », qui, comme on le sait, en français est la terminaison des verbes du premier groupe, comme par exemple **EXISTER**. Et surtout « **ER** » est notre sigle pour dire en anglais « **Equivalence Relation** ». Car en effet, en **langage des ensembles**, la **relation d'équivalence** est la manière de traiter techniquement la notion de l'**être**, autrement dit le verbe **être**.

Nous disons donc « **x er y** » pour dire « **x est y** », et le verbe technique « **er** » ne souffre pas du polymorphisme du verbe **être** français par exemple: « Je **suis** », « Tu **es** », « Nous **sommes** », « Ils **sont** », « Je **fus** », etc.. Qu'on demande à un extraterrestre, ou simplement à un étranger bien terrestre qui ne parle pas français, de dire si les mots « **suis** », « **es** », « **sommes** », « **être** », « **sont** », « **fus** », etc. sont un même verbe, et qu'on lui demande de deviner dans cette liste lequel est le verbe. Même chose en anglais. Qu'on demande à une personne ne parlant pas anglais de dire si les mots « **are** », « **is** », **be** », « **am** », etc., sont le même verbe, et quel est-il ce verbe dans la liste. C'est encore l'un des aspects du phénomène **Tour de Babel**.

Mais la version technique du verbe **etre**, à savoir « **er** », ne souffre pas de ce phénomène. Le conjuguer ou le décliner ne fait en aucun cas perdre de vue le verbe dont il s'agit. C'est l'occasion de dire qu'en même temps que se développe le **langage universel des ensembles**, en même temps aussi se construit petit à petit une nouvelle langue, que j'appelle le **Verba** ce qui veut dire la **langue du verbe être**. Cette langue entend refléter le plus fidèlement possible le **langage universel des ensembles**. J'en parle plus dans le livre: **L'Univers TOTAL, l'Alpha et l'Oméga**.

Après le verbe **être**, on a la seconde **relation**, spécifique aux **ensembles**, qui est la **relation d'appartenance**, notée « **∈** ». L'écriture « **x ∈ y** » se lit « **x est un élément de y** » ou « **x appartient à y** ». La forme ontologique de la **relation d'appartenance** est simplement le verbe « **ETRE un** », techniquement ou en **Verba**, « **ER an** ». C'est le plus souvent sous cette forme ontologique qu'on n'exprime l'**appartenance** dans le langage courant.

Par exemple, on dira simplement « **x est un y** », pour signifier que « **x est un élément de l'ensemble de tous les y** ». Ainsi, « **x est un entier naturel** » signifie « **x est un élément de l'ensemble des entiers naturels** ». On dira donc exactement de la même façon « **x est un ensemble** », « **x est un humain** », « **x est un univers** », etc.. Et « **x est une chose** » signifie « **x est un élément de l'ensemble de toutes les choses** », c'est-à-dire « **x est un élément de l'Univers TOTAL** ».

De la **relation d'appartenance** découle (on verra un peu plus loin comment) une autre relation très importante dans le **langage des ensembles**, et qui est la **relation d'inclusion**, notée « **⊂**». L'écriture « **x ⊂ y** » se lit « **x est inclus dans y** » ou « **x est un sous-ensemble de y** » ou « **x est une partie de y** ». Ce sont donc les **relations binaires fondamentales** en **théorie des ensembles**.

L'**Univers le plus fondamental** dans lequel tout se passe et toutes les **relations** se déroulent, est donc l'**Univers TOTAL**, **U**, l'**Ensemble de toutes les choses**. Il est plutôt noté **V** quand nous en parlons sous l'angle de la **théorie des ensembles**, notamment quand nous traitons des concepts similaires à ceux de la classique **théorie axiomatique des ensembles**, ou plus exactement quand nous traitons des notions actuelles (**relation binaire**, **relation d'équivalence**, **application**, etc.) dans le cadre de la **Théorie universelle des ensembles**. Dans ce cas là, en général, nous ne faisons pas (ou peu) intervenir les **propriétés transcendantes** de l'**Univers TOTAL**. Mais quand nous parlons de **Science de l'Univers TOTAL** (et là nous nous situons plutôt dans une **logique** de

physique, une **logique numérique** au sens de **logique informatique**, de **science informationnelle**, etc.), là les **propriétés transcendantes** de l'**Univers TOTAL** sont plus développées (**cycles**, **informations unaires**, **générescences** et **structure fractale**, etc.).

Ce sont les bases du **langage universel des ensembles**, qui éclaire d'un tout nouveau jour la nature et le vrai sens de la notion d'**ensemble** et d'**élément**. C'est dans le paradigme de l'**Univers TOTAL**, l'**Ensemble Suprême**, que la notion d'**ensemble** et d'**élément** prend tout son sens, comme on le verra plus en détail dans la partie C.

Comme nous l'avons déjà dit, la notion **universelle** des **ensembles** demande de changer de **logique scientifique** pour qu'elle soit plus en adéquation avec les **ensembles**, et on va commencer à comprendre pourquoi. La logique que réclament les **ensembles universels**, est ce que j'appelle la **logique d'alternation**, que nous allons par la même occasion commencer à découvrir, et qui sera elle aussi détaillée dans la partie C.

La **classique théorie des ensembles** repose sur un **système d'axiomes**, l'**axiomatique** étant la méthodologie obligée quand on raisonne avec la **logique classique**, qui est une logique du **tout ou rien**, que j'appelle aussi la **logique de négation**, ou la logique de **dualité**, ou encore la logique orientée **identité**. La caractéristique fondamentale de ce type de logique est d'abord qu'elle utilise un **connecteur logique**, généralement noté « ¬ », qui permet, pour tout **énoncé**, **proposition** ou **phrase p**, de lui associer un autre **énoncé**, **proposition** ou **phrase** notée **¬ p**. La Jusque là tout va bien....

Mais là où la **logique d'alternation** se distingue de la **logique de négation**, c'est entre autres au sujet du sens donné à ce **connecteur** « ¬ ». On l'appelle présentement justement le **connecteur** de **négation**, noté souvent « **non** », et pour une **proposition** (ou **énoncé**) **p**, la **proposition** **¬ p** ou **non-p**, est appelée la **négation** de **p**. Ce qui pose problème, c'est le **pouvoir absolu** que l'on donne à ce **connecteur** « ¬ » ou « **non** », d'où le nom de **logique de négation** que je lui donne.

Ce pouvoir commence par le fait que cette logique repose sur le fameux **principe de non-contradiction** (d'Aristote), qui veut dire que pour une **proposition** (ou **énoncé**) **p**, on ne peut avoir à la fois **p** ET **non-p**, autrement dit l'**énoncé p** et sa **négation**, à savoir **non-p**, ne peuvent être **vrais** en même temps. C'est soit l'un, soit l'autre, et pas les deux. A ce **principe de non-contradiction** (qui semble couler du bon sens mais qui contient un très **redoutable** et **diabolique** piège), la **logique classique** lui ajoute un second principe important aussi, qui lui est semblable, le **principe du tiers-exclu**, qui est encore plus contestable. Il dit que des deux propositions **p** et **non-p**, l'une des deux est obligatoirement **vraie**. Autrement dit, non seulement ce fameux connecteur de **négation** « **non** » interdit que les deux soient vrais en même temps (ce qui est le moindre mal...), mais en plus il nous met littéralement un pistolet sur la tempe en nous disant que nous n'avons pas d'autre choix qu'entre ces deux options: soit **p**, soit **non-p**. Si donc aucune de ces deux options ne nous convient, nous n'avons pas le droit d'aller chercher ailleurs une **troisième voie** (d'où le nom de « **tiers exclu** » donné à cet autre **terrible principe**), sinon la **négation** appuie sur la gâchette....

Pour mieux comprendre ces questions de logique qui sont techniques, prenons une illustration qui nous accompagnera pendant un petit moment. Ce sera l'illustration des **fruits**, et en particulier considérons l'**orange** et la **pomme**. Avec le connecteur de **négation** « **non** », pour la **logique classique** comme pour le raisonnement courant, on dira (et cela se comprend) qu'une **orange** est une **non-pomme**, autrement dit, **n'est pas** une **pomme**. Et de même, on dira qu'une **pomme** est une **non-orange** (et cela se comprend aussi). Nous sommes donc en situation de type **p** et **non-p**, comme aussi pour **vrai** et **non-vrai**, ou **faux** et **non-faux**. Considérons donc, pour mieux comprendre le problème de la logique classique, que l'**orange** joue le rôle de la **valeur logique** nommée « **vrai** », et que la pomme joue le rôle de la **valeur logique** nommée « **faux** », ou vice-versa. Autrement dit, imaginons-nous un moment dans un monde où pour dire « **vrai** » on dit « **orange** », et où pour dire « **faux** » on dit « **pomme** », ou vice-versa peu importe, car le choix inverse fonctionne aussi. Car, après tout, ce qu'en **logique** on appelle la **table de vérité** du connecteur de **négation** « **non** » dit simplement qu'on **alterne** entre deux **valeurs de logique** appelée traditionnellement « **vrai** » et « **faux** », mais qui peuvent tout aussi bien être « **oui** » et « **non** », « **0** »et « **1** » (comme d'ailleurs on le fait en **informatique binaire**), « **blanc** » et « **noir** », ou simplement **A** et **B**, donc aussi « **orange** » et « **pomme** », dans une situation où l'on n'aurait que ces deux choix.

X	NON X
Vrai	Faux
Faux	Vrai

X	ALTER X
1	2
2	1

La **table** dit simplement qu'on **alterne** entre deux **valeurs différentes**. La première des deux seules conditions est donc que les **deux valeurs** soient **différentes**, et la seconde est qu'elles **alternent**. Que l'on note bien le verbe « **alterner** » que nous employons (le verbe qui donne lieu au nom **alternation** à la nouvelle logique), et non pas **nier**. Le **connecteur** en lui-même, qu'on l'appelle « **non** », « **alter** » ou autre, ne **nie** rien, mais **alterne** simplement les **deux valeurs** qu'on lui fournit, sans même chercher à savoir ce qu'elles peuvent signifier pour nous. C'est nous en fait qui leur donnons le sens de « **vrai** » et « **faux** », et voyons le **connecteur** comme étant celui de la **négation**. C'est donc nous en fait qui **nions**.

Sinon pour le **connecteur**, ce sont juste des **valeurs différentes**, ainsi que d'ailleurs les voit un **ordinateur**. Il applique juste un **programme**, une **logique à deux valeurs**, dont le fonctionnement est simple : appliqué à une des **deux valeurs**, le **connecteur** la remplace par l'autre, et appliqué à l'autre il la remplace par l'une. Bref il **alterne** les deux valeurs, sans avoir besoin de savoir ce que c'est. La preuve étant qu'il peut **permuter leur rôle**, ce qu'il fait justement. Cela peut donc tout à fait bien être simplement « **1** » et « **2** », « **A** » et « **B** », « **orange** » ou « **pomme** », la **logique** serait **exactement la même**, et c'est là où nous voulons en venir. L'**orange** et la **pomme** peuvent donc tout à fait jouer le rôle de « **vrai** » et « **faux** », ou vice-versa. Les deux **fruits** différents peuvent tout à fait jouer les rôles de **p** et **non-p**, de **vrai** et **non-vrai**, ou de **faux** et **non-faux**, etc., étant entendu qu'en réalité ces **mots** de **logique** n'ont pas le sens que nous leur donnons. Leur sens **absolu** ou **universel** (leur sens fondamental dans l'**Univers TOTAL**) n'est pas ceux-là. Nous faisons donc dire à la **logique** ce qu'elle ne dit pas, et ne disons pas ce qu'elle dit réellement, à savoir une simple **alternance** des **choses**, une simple **alternation**. C'est dans nos esprits et/ou dans notre monde que se trouve la **négation**, la vraie, pas dans les **tables** de **logique**! Or les **ensembles** et les **éléments** fonctionnent avec les **tables de logique**, tout simplement.

Poursuivons donc notre examen de la **logique de notre monde** avec cet exemple très éclairant des **fruits**. D'abord, pour le **principe de non-contradiction**, la situation est comme si on nous disait que pendant toute notre vie nous n'avons pas le droit de manger une **orange** et une **pomme** à un même repas. Si donc l'envie nous prend un jour de manger une **salade de fruits** contenant des **oranges** et des **pommes**, c'est foutu, car ce **principe** nous l'**interdit formellement**, en effet il interdit **p** et **non-p**.

Mais nous nous consolons en disant qu'on pourra faire notre **salade de fruits** avec au moins un **troisième fruit**, la **banane** par exemple, donc combiner l'**orange** et la **banane**, ou la **pomme** et la **banane**. Mais c'est alors que le **second principe** se pointe, à savoir le **principe du tiers-exclu**. Il nous dit en somme que pour notre **salade fruits**, nous n'avons le choix qu'entre l'**orange** et la **pomme**. Pas de **troisième fruit** donc! Mais comme son collège le **principe de non-contradiction**, nous **interdit** de mélanger l'**orange** et la **pomme** pour un même repas, alors on a compris, pour notre **salade de fruits**, on a droit **SOIT** à l'**orange**, **SOIT** à la **pomme**! Cela veut dire que non seulement la **salade de fruit** est tout simplement **impossible** dans un tel **monde**, **pays** ou **maison**, mais on est condamné à **alterner** pour toujours seulement entre l'**orange** et la **pomme**.

C'est le **pouvoir d'alternation** ainsi réduit que j'appelle la **logique de négation**, qui comme on le voit est bel bien une **logique du « tout ou rien »**, une **logique de dualité**, ou **logique de séparation**, mais aussi une **logique** orientée vers l'**identité**, car cela revient à dire aussi qu'elle n'autorise que les **égalités** du genre « **orange = orange** » ou « **pomme = pomme** », et **interdit** toute **égalité** du genre « **orange = pomme** » (en **logique**, cela signifie toute **égalité** du genre « **0 = 1** »), autrement dit du genre **salade de fruit**, qui ne peut donc posséder à la fois les deux **identités** d'**orange** et **pomme**, ou à la fois le **goût** ou le **parfum** de l'**orange** et de la **pomme**.

La **logique intuitionniste** (qui est un moindre mal) accepte le **principe de non contradiction**, donc en quelque sorte l'**interdiction** de mélanger des **oranges** et des **pommes**, ce qui est déjà un problème. Mais elle se rebelle (et elle a raison) face au **principe du tiers-exclu**, donc en quelque sorte face à l'**interdiction** d'un **troisième choix**, face donc à l'**obligation** de n'avoir le **choix** qu'entre l'**orange** et la **pomme**. Cette **logique intuitionniste**, donc, qui a refusé le second problème, le plus mauvais en fait, reste donc dans le premier problème. Comme les autres, les intuitionnistes pensent à tort que rejeter le nommé **principe de non contradiction**, c'est obligatoirement accepter la **contradiction**, ou faire une science **contradictoire**. Mais en fait, la vraie **contradiction** est complètement ailleurs, c'est le fait de **nier** l'**Univers TOTAL**, ou de **nier** l'**alternation**. Ce qu'on a appelé le **principe de non contradiction** est en réalité un **principe de négation**, qui fait de la **négation** (la vraie) le fondement de la **logique**.

C'est exactement comme un **dictateur** qui a appelé son régime « **démocratie** », et a instauré une loi appelée le « **principe de non-dictature** ». Evidemment on est d'accord avec ce « principe », sauf que pour le **dictateur**, contester sa « démocratie », son **régime dictatorial** donc, qui est la vraie **dictature**, c'est être pour... la

« dictature » (soit dit en passant, tout ainsi en France et dans le monde, les valeurs sont inversées). Les intuitionnismes ont donc vu une partie de l'imposture du **Diable**, mais l'autre leur a échappé.

Nous avons commencé à apercevoir le concept d'**alternation** avec l'examen de la **table** dite du **connecteur** de **négation**, qui en fait est une **table d'alternation**, en l'occurrence ce que nous appelons l'**alternation 2**, l'**alternation** à **deux valeurs**, donc la **logique** à deux **valeurs de vérité A** et **B**. Mais découvrons davantage l'**alternation** à présent.

Les mathématiques et les sciences actuelles ont leurs **principes fondamentaux** de **logique**, tel le **principe de non-contradiction** par exemple. Si nous devons formuler un **principe** qui soit aussi le **principe fondamental** de la **logique d'alternation**, quel serait-il? Ce serait alors le **principe d'alternation**, qu'on peut énoncer ainsi:

DÉFINITIONS *LOGAN PAN: Logique d'Alternation, Principe d'Alternation*

D-LOGAN PAN 1) « **Toute vérité alterne** à un certain **horizon fini** donné, le cas échéant à un certain **horizon infini**, et au plus tard à l'**horizon infini absolu** ».

Il s'agit d'un **principe extrêmement puissant** et extrêmement fondamental, qui n'en a pas l'air quand il est formulé ainsi, sous cette forme brute. Mais on se rend compte de sa puissance sous ses formes équivalentes ou sous ses corollaires. Et lui-même n'est pas un axiome mais en fait un théorème, car il n'est qu'un corollaire d'un théorème fondamental, le **Théorème de l'Existence**, dont nous parlerons un peu plus plus loin. Ce **Théorème** dit : « **Toute chose existe dans l'Univers TOTAL** ».

On en déduit alors le **corollaire**, qui intéresse le domaine de la **logique**, le domaine de la **vérité**, et qui est: « **Tout est vrai dans l'Univers TOTAL**». Une **chose** peut ne pas être **vraie** dans un **contexte** donné de l'**Univers TOTAL** (un **contexte spatio-temporel** par exemple, c'est-à-dire la **chose** peut ne pas être **vraie** dans un **espace** donné et/ou dans un **temps** donné), elle peut ne pas être **vraie** dans un **monde** donné, dans un **univers** donné, etc.. Mais à l'**échelle** de l'**Univers TOTAL**, elle est **vraie**, car elle est **vraie** dans un **autre contexte**, dans un **autre monde**, dans un **autre univers**, etc..

Et chaque fois que nous employons le mot « **autre** » pour dire ce genre de **choses**, comme « **AUTRE contexte** », « **AUTRE monde** », « **AUTRE univers** », etc., nous employons simplement le mot « **ALTER** », qui est son sens en latin. Et le mot « **ALTER** » est précisément le **connecteur** de l'**alternation**. Et dire « **autre contexte** », « **autre monde** », « **autre univers** », etc., c'est tout simplement renvoyer à un certain **horizon** où la **chose** qui n'est pas **vraie** dans un **contexte** donné est **vraie** dans cet **autre contexte**-là, à cet **horizon** donc, **fini** ou **infini**. Et au pire donc, cette **chose** est **vraie** à l'**horizon infini absolu**, ce qui veut dire simplement à l'échelle de l'**Univers TOTAL**, là où cela signifie qu'on a faire le tour de **tous les horizons**, de **tous les contextes**, de **tous les mondes**, de **tous les univers**, bref de **tous les infinis**. Alors c'est bien le **Diable** (comme on dit), s'il n'**existe** pas un **horizon** où la **chose** est **vraie**! Mais elle ne peut qu'être vraie, puisque justement « **Toute chose existe dans l'Univers TOTAL** », l'**Ensemble de toutes les choses**. C'est sa définition même.

Et dire qu'une **chose** qui n'est pas **vraie** dans un **contexte** donné est **vraie** dans un **autre**, et au pire on est certain qu'elle est **forcément vraie** à l'échelle de l'**Univers TOTAL** (sinon il n'est pas **TOTAL**), est ce que nous entendons par « la **vérité alterne** ». C'est ce que dit le **principe d'alternation**, qui n'est donc qu'un **corollaire** du **Théorème de l'Existence** ou de la **définition** de l'**Univers TOTAL**.

Nous rencontrerons ce principe par la suite, le plus souvent sous la forme de la **Loi de l'Horizon Oméga**, particulièrement de l'employer en relation de la notion d'**infini**.

D-LOGAN PAN 2) Cette loi dit que les phrases: « **p est faux** » et « **p est vrai à un certain horizon infini** », sont **logiquement équivalentes**. Autrement dit: **« p est faux » ssi « p est vrai à un certain horizon infini »** (l'abréviation « **ssi** » se lit « **si et seulement si** ».
Ou encore: **« p est faux »** $\Leftrightarrow$ **« p est vrai à un certain horizon infini »**.
De même: **« p est vrai »** $\Leftrightarrow$ **« p est faux à un certain horizon infini »**.

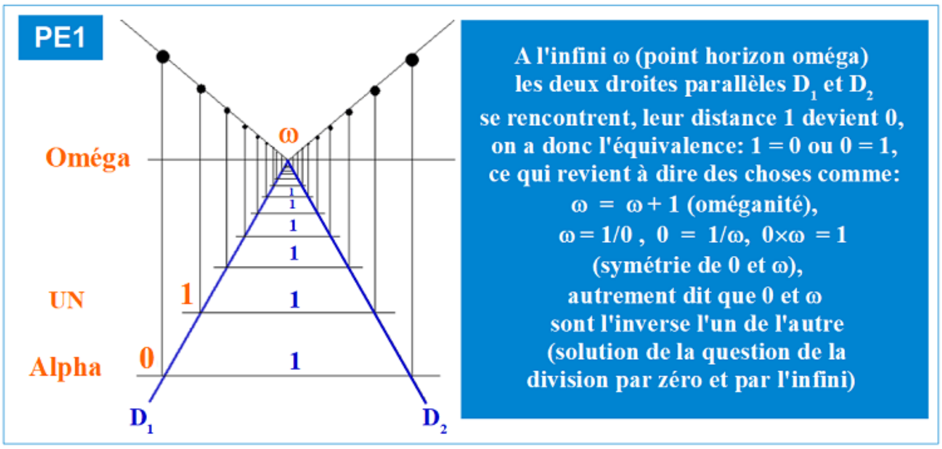
Un cas particulier important est quand l'**énoncé** affirmant la **vérité** ou la **fausseté** contient un terme synonyme de notion d'**infini**, comme par exemple les mots « **toujours** » et « **jamais** », comme justement

D-LOGAN PAN 3) On alors:

D-LOGAN PAN 3-a)
Ou encore: **« p est toujours faux » ⇔ « p est vrai à partir d'un certain horizon infini ».**
De même: **« p est toujours vrai » ⇔ « p est faux à partir d'un certain horizon infini ».**
De même: **« p n'est jamais vrai » ⇔ « p est vrai à partir d'un certain horizon infini ».**
De même: **« p n'est jamais faux » ⇔ « p est faux à partir d'un certain horizon infini ».**

Et donc, au pire l'**horizon infini** dont on parle est l'**horizon infini absolu**. Au plus tard à cet **horizon ultime** donc, la **vérité alterne**, sinon il y a **violation** du **Théorème de l'Existence**, ce qui veut dire **négation** de l'**Univers TOTAL**.

L'une des illustrations les plus éloquente de la **Loi de l'Horizon Oméga** est celle-ci, qui reviendra de temps en temps pour nous rappeler cette **loi**, et donc le **principe d'alternation** dont elle est le **corollaire**.



*Dire que **deux droites parallèles ne se rejoignent jamais***
*revient exactement à dire qu'**elles se rejoignent à un certain horizon infini**.*
*Ou dire qu'**elles sont toujours séparées***
*c'est dire qu'**elles cessent d'être séparées à l'infini**.*
*Cette **vérité** banale, vérifiable par tous, n'est pas une illusion d'optique,*
*mais est simplement l'expression d'une propriété de l'**infini**,*
*l'expression du **principe d'alternation** sous sa forme de **Loi de l'Horizon Oméga**.*

D-LOGAN PAN 3-b) Et maintenant, donnons un sens technique précis de la notion de **vérité** à un **horizon**. Et aussi le but de ce livre c'est d'étudier les **nombres omégaréels** et tous les notions de **nombres** qui se rattachent: les **nombres entiers oméganaturels** ou les **ordinaux** ou simplement les **nombres entiers**, étant entendu qu'on parle maintenant de **nombres entiers finis** ou **infinis**, on ne sépare plus les deux notions, comme justement on ne va pas tarder à le comprendre avec la notion des **horizons** et comme aussi illustré sur l'image ci-dessus: les **nombres entiers**, représentés par les **traverses**, croissent en **toute continuité** et très **graduellement** du **nombre 0** au **nombre infini absolu ω** à l'**horizon**, sans **aucune rupture**, sans qu'on puisse **séparer** de manière **catégorique** les **nombres finis** des **nombres infinis**.

C'est à nous, en fonction de la **finitude** et de l'**infinitude** d'un **nombre** (notion de **finitude** et d'**infinitude** que nous allons aussi définir et calculer), de décider à partir de quel **nombre** jugé suffisamment grand nous allons considérer que le domaine des **nombres infinis** commence avec ce **nombre**. Car, en raison de cette extraordinaire **continuité** des **nombres**, nous ne pouvons pas séparer les deux domaines de manière **absolue** et **catégorique**, dans une **logique** du « **tout ou rien** », comme on le fait das les conceptions traditionnelles des **ordinaux**, conceptions fausses pour ces raisons mêmes. Cette seule image démontre la fausseté de ces conceptions (on y reviendra).

D-LOGAN PAN 3-c) Limage illustre aussi par la même occasion la notion de **nombres omégaréels positifs**, que nous appelons les **réalis** (nouvelle terminologie), ou les **valeurs absolues** (terminologie classique), ou les **modules** (terminologie classique), ou encore les **rayons** (terminologie courante aussi, comme le **rayon** d'un **cercle**). Les **traverses 0** et **1** représentent des **nombres entiers**. Mais ces deux traverses définissent ce qu'on appelle le **segment unité**, de **longueur 1**, que l'on note habituellement **[0, 1]**. Tous les **points** de ce **segment unité** représentent donc tous les **nombres intermédiaires** entre **0** et **1**, que nous appelons les **nombres tau** et notons souvent de la lettre grecque **τ** (lire « tau »), nom choisi simplement parce qu'ils représentent tous les **taux** ou les **pourcentages**, qui vont de **0%** ou **0** à **100%** ou **1**. Ces **nombres tau** nous seront particulièrement utiles pour la notion de **valeur de vérité** par exemple et pas que, car ce sont les mêmes qui définissent la notion de **finitude** et d'**infinitude**, la notion de **probabilité**, etc., bref un très grand nombre de notions d'importance vitale en science.

En particulier, il nous serviront à définir d'une manière très intuitive et très simple la notion de **nombres réalis** ou simplement **réalis**, notion qu'il suffit d'avoir défini pour définir aussi la notion de **nombres omégaréels** et même de **nombre**s en général. Pour cela, il faut commencer par la très importante notion de **nombres entiers oméganaturels** ou **ordinaux**, le fondement même de toute notion de **nombre**.

D-LOGAN PAN 3-d) Les **nombres entiers oméganaturels**, c'est-à-dire les **nombres omégaréels** qui sont des **nombres entiers**, sont tous les **nombres entiers** de **0** à **ω**, et ils sont donc représentés par les **traverses** de l'image ci-dessus. Ce sont donc tout simplement les **éléments** de la liste: **0, 1, 2, 3, 4, 5, …, ω-5, ω-4, ω-3, ω-2, ω-1, ω**. Il suffit donc d'imaginer (et c'est très facile de le faire) que chaque **traverse** de l'image représente l'un de ces **nombres**, dont nous voyons distinctement les premiers, ceux du côté du **0**. C'est habituellement ceux qu'on appelle seulement les **nombres entiers naturels**, dont l'**ensemble** est: **N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …}**. Mais ce serait une très grave erreur de ne voir ces **nombres** qu'ainsi, ignorant qu'ils obéissent à la **séquence continue** (sans aucune discontinuité donc), jusqu'au point à l'**horizon** et qui est l'**infini**, le **dernier des nombres**, et qui est tout simplement aussi l'**inverse** de **0**, c'est-à-dire **ω = 1/0**, et donc aussi: **0 = 1/ω**.

Raison donc pour laquelle on présente ainsi les **entiers naturels**: **N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …}**, avec donc seulement « tous » ceux du côté du **0**, en niant donc « tous » ceux du côté de **ω**. Or la propriété connue des **horizons** est que si l'on se plaçait au **point ω** et que l'on regardait le **0**, c'est **ω** qui deviendrait un **0**, et alors le **0** serait serait vu au loin comme **ω**! Cela signifie simplement que le **0** et le **ω** sont parfaitement **équivalents**. Et étant maintenant du côté de **ω**, on verrait tout aussi distinctement les **nombres** du côté de **ω**, ceux qui le **précèdent** donc, exactement comme l'on voyait les **nombres** du côté du **0**, ceux qui lui **succèdent**, et que nous appelons donc: **0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …**. Leurs **équivalents** du côté de **ω** sont: **…, ω-7, ω-6, ω-5, ω-4, ω-3, ω-2, ω-1, ω**. Ce qui donne maintenant la liste complète des **nombres entiers omégaréels naturels**: **N_{ω} = {0, 1, 2, 3, 4, 5, …, ω-5, ω-4, ω-3, ω-2, ω-1, ω}**.

Et maintenant que nous savons ce que sont les **nombres entiers oméganaturels**, la définition des **nombres réalis** ou **réalis**, c'est-à-dire de tous les **nombres omégaréels positifs** de **0** à **ω** inclus, est très simple:

D-LOGAN PAN 3-e) Il s'agit de **tous** les **nombres** représentés par **tous** les **points** de la **droite** allant de **0** à **ω** inclus. Ils comprennent donc tous les **entiers oméganaturels** et tous les **nombres intermédiaires** entre deux **traverses successives**. Cela revient à dire qu'il suffit d'avoir **tous** les **nombres tau** (oui encore ces très importants **nombres tau**), c'est-à-dire tous les **éléments τ** de l'**intervalle [0, 1]**, pour construire ensuite tous les **réalis**, en ajoutant simplement **tous** les **nombres tau** à chaque **nombre entier oméganaturel** qui précède **ω**. On peut évidemment les ajouter à **ω** aussi, pour obtenir les **nombres** de **ω** à **ω+1**, ce qui dépasserait donc le dit **dernier nombre**, qui du coup ne serait plus le **dernier**. C'est ce qu'on a vu jusqu'ici comme étant un paradoxe, et on a donc préféré dire (pour les matheux sincères, et heureusement il y en a) que ce **dernier nombre** ne peut pas exister. Mais seulement voilà: c'est qu'on a loupé un détail très important, et qui est la nature et la définition même de l'**infini**, et on le voit aussi clairement sur l'image: c'est que **plus** on va vers l'**infini ω**, **moins** les **traverses successives** se distinguent les unes des autres, autrement dit la **traverse n** et la **traverse n+1** se confondent, ce qui signifie qu'on a l'**égalité**: **n = n+1**, qui est une **équivalence**, car dans l'absolu les **traverses** se distinguent, quel que soit le point d'observation. La confusion apparente des **traverses** qui se traduit sur l'image par leur resserrement, signifie simplement que plus on va vers l'**infini**, plus l'**égalité** courante, qui est une **identité**, se transforme en une **équivalence**. Il faut en tenir compte pour commencer à raisonner en terme d'**équivalence**, sinon on a un paradoxe, qui ne signifie en rien que l'**infini ω** (qui est l'**inverse** du **0**, c'est-à-dire: **ω = 1/0**, et donc aussi: **0 = 1/ω**) **n'existerait pas** ou serait « **impossible** », mais simplement que c'est notre logique qui est mauvaise ou incomplète.

On peut donc bel et bien **ajouter** des **nombres** à l'**infini absolu ω**, sans pour autant que cela remettent en question sa qualité de **dernier nombre**, pour une raison très simple: étant l'**infini absolu** (ou simplement l'**infini**, propriété de tous les **nombres infinis**, **absolus** ou non, et à plus forte raison quand c'est l'**infini absolu**), les **nombres** qu'on lui **ajoute** ne l'**augmentent** plus. On résume cela par la **propriété caractéristique** des **infinis oméga**, que je nomme l'**énitivité**, et qui est: **ω = ω+1**.

Et tout ce que nous venons de dire pouvait se déduire aussi par une simple application du très puissant **principe d'alternation**, qui est de commencer à constater que: **pour tout nombre entier naturel n, on a toujours: n ≠ n+1**, et plus précisément **on a toujours: n < n+1**, et donc **on n'a jamais: n = n+1**. Le **principe d'alternation** dit alors que l'**énoncé**: « **on a toujours: n ≠ n+1** », ou: « **on a toujours: n < n+1**», ou: « **on n'a jamais: n = n+** », est **logiquement équivalent** à: «**on a: n = n+1 partir d'un certain horizon infini** », **horizon** qu'on appellera donc **ω**. A cet **horizon**, on a alors : « **ω = ω+1** ». Et si c'est **vrai** à cet **horizon**, ça ne l'est que plus à l'**horizon absolu ω**. Et ça tombe bien aussi, nous sommes justement en train d'étudier les rouages de ce très puissant **principe d'alternation**, et de la question des **horizons**, en l'occurrence la **vérité** aux différents **horizons**. Pour faire, nous avons besoin des **nombres réalis**, ou **nombres omégaréels positifs** (tous les nombres omégaréels de **0** à **ω** donc), que nous venons de définir, et même de construire.

D-LOGAN PAN 3-f) Le but par la suite sera d'affiner leur **structure**, de comprendre leur **logique** et leurs **secrets**, de découvrir des **nombres omégaréels** particulièrement importants et inconnus jusqu'ici, etc.. Il est par exemple d'ores et déjà facile de voir que le simple **segment unité** ou **intervalle unitaire** des **nombres tau**, à savoir **[0, 1]**, recèle des nombres que l'on ne soupçonnait pas. Il suffit de voir l'image plus haut pour comprendre que pour tout **nombre réali** (donc en particulier les **entiers oméganaturels**) de l'**intervalle [1, ω]**, **nombres** que j'appelle les **nombres êta** ou les **nombres η** (lire « êta »), il existe un **nombre tau τ** tel que: **τ = 1/η**. Et plus généralement, pour deux **nombres êta η** et **η'**, tels que: **η ≤ η'**, le **nombre réali**: **η/η'** est un **nombre tau τ**, donc: **τ = η/η'**. Cette **vérité** semble banale, mais comme maintenant nous avons toute une **infinité absolue** de **nombres entiers oméganaturels** $\mathbf{N_\omega}$ **= {0, 1, 2, 3, 4, 5, …, ω-5, ω-4, ω-3, ω-2, ω-1, ω}**, dont en particulier toute une une **infinité absolue** de **nombres entiers oméganaturels êta**, autrement dit les **nombres:** $\mathbf{N^*_\omega}$ **= {1, 2, 3, 4, 5, …, ω-5, ω-4, ω-3, ω-2, ω-1, ω}**, nous allons avoir aussi toute une **infinité absolue** de **fractions** ou **rationnels tau** de la forme **τ = η/η'**, où donc **η** et **η'** sont des **entiers êta** tels que: **η ≤ η'**. Ce sont donc tous les **nombres omégarationnels** ou **oméga-fractions** qui sont des **nombres tau**.

Cela fait donc potentiellement beaucoup, beaucoup, beaucoup d'**individus numériques** nouveaux et inconnus jusqu'ici, qui promettent de chambouler complètement la vision classique des **nombres réels** et **rationnels**, notions qui, pour tout dire, n'en font plus qu'une, avec maintenant la présence de l'**infini ω**. C'était l'absence de cet **horizon** des **nombres** où tout se rejoint, qui faisait entre autres que l'on séparait inutilement beaucoup de notions, que l'on affirmait que ceci ou cela n'existe pas ou était impossible, par exemple que le fameux **nombre π = 3,1415926535897932...**, soit une **fraction**, autrement dit que lui et d'autres, comme aussi le non moins fameux **e = 2,7182818284590452...** (la base du **logarithme naturel**), ou encore les « simples » **nombres algébriques** comme **√2**, ou **√3**, ou **√5**, etc., seraient des **nombres** « **irrationnels** ».

D-LOGAN PAN 3-g) Mais en réalité, on ne trouvait pas leurs **numérateurs** et leurs **dénominateurs**, tout simplement parce que l'**ensemble** des **nombres entiers** nécessaires pour le faire était incomplet: **N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …}**. En effet, ceux-ci ne sont que les **entiers** que je qualifie d'**initiaux**. Les **nombres omégaréels initiaux x** sont ceux qui se caractérisent par la propriété: **0×x = 0**, qui est un **théorème** de toute **structure** d'**anneau** (**commutatif**) **unitaire**. Intuitivement, cela veut dire que les **multiplier** par **0** donne **0** parce qu'ils ne sont pas assez **infinis** ou assez **grands** pour qu'il en soit autrement. Leurs correspondants du côté de **ω** sont donc: **N' = {…, ω-7, ω-6, ω-5, ω-4, ω-3, ω-2, ω-1, ω}**. Je les qualifie d'**entiers finaux**, pour une raison évidente aussi. Les **nombres omégaréels finaux x** sont ceux qui se caractérisent par la propriété: **0×x = 1**. Intuitivement, cela veut dire que les **multiplier** par **0** donne **1** parce qu'ils sont assez **infinis** ou assez **grands** pour être de l'**ordre de grandeur** de l'**infini ω absolu**, ou en tout cas de l'**ordre de grandeur** de l'**infini ω** dont l'**inverse** est le **0** par lequel on **multiplie x**, c'est-à-dire l'**infini** qui vérifie: **0× ω = 1**. Ceux-là, les **nombres finaux** donc, les **nombres Oméga**, ne peuvent pas exister dans une **structure** classique d'**anneau** donc aussi de **corps**, si la notion d'**égalité** reste l'**identité**. Comme il s'agit de **nombres infinis**, on a vu qu'alors l'**identité** n'est plus adéquate comme **égalité**, si elle veut rester l'**identité** qui ne dit que: « **x = x** » ou « **0 = 0** » ou « **1 = 1** » ou « **2+2 = 4** », etc.. Elle doit devenir l'**équivalence**, qui dit: « **x = y** » ou « **0 = 1** » ou « **2+2 = 5** », etc., sinon ça ne va pas le faire.... Ces **égalités** inhabituelles vont de paire avec la propriété tout aussi inhabituelle des **nombres finaux**: **0×x = 1**, vérifiée par excellence par l'**infini ω absolu**: **0× ω = 1**.

Dans ce cas, il est très facile de voir que si **x** est de la forme: **x = ω + y**, où **y** est n'importe quel **nombre initial**, qu'il soit un **réali** (**omégaréel positif**), **négatif**, **complexe**, etc., du moment donc que **y** est **initial** et donc vérifie: **0×y = 0**, alors **x** est **final**, c'est-à-dire on a: **0×x = 1**. En effet: **0×x = 0×(ω + y) = 0×ω + 0× y = 1 + 0 = 1**.

D-LOGAN PAN 3-h) De manière générale, pour un **nombre tau** τ quelconque, c'est-à-dire un **élément** de l'**intervalle** [**0**, **1**], appelons un **τ-nombre réali** ou un **τ-réali**, ou encore un **réali** de **transfinitude** τ, tout **nombre** dont le **réali** (ou **valeur absolue** ou **module**) **x** vérifie: $0 \times x = \tau$ (comme on le verra plus en détail, un **nombre x** dans la nouvelle vision est un **réali orienté**, et ce qui compte le plus, c'est le **réali** ou la **valeur absolue** |x| du **nombre x**, et non pas son **orientation** ⟨x⟩. Nous assimilons donc **x** et son **réali** |x|). Ainsi les **nombres initiaux** sont les **0-nombres**, et les **nombres finaux** sont les **1-nombres**. Et les **nombres** de **transfinitude** τ différente de **0** et **1**, c'est-à-dire comprise dans l'**intervalle**]**0**, **1**[, sont dits **intermédiaires**, et c'est l'**immense majorité** des **nombres**, la **quasi totalité** même (on y reviendra). Étant donné un **τ-nombre Ш** (lire « cha » ou « charus »), tout **nombre x** de la forme: $x = Ш + y$, où **y** est n'importe quel **nombre initial** (**réel**, **complexe** ou autre), est lui aussi un **τ-nombre**.

En effet: $0 \times x = 0 \times (Ш + y) = 0 \times Ш + 0 \times y = \tau + 0 = \tau$.

Cette notion de **τ-nombre** dont les **nombres initiaux** et **finaux** n'en sont en fait qu'un cas particulier (les cas extrêmes), est d'une importance phénoménale pour saisir la vraie **structure** et **logique** des **nombres** de toutes les espèces (**entiers**, **rationnels**, **réels**, **complexes**, **hypercomplexes**, **vectoriels**, **matriciels**, etc.). Du moment où nous sommes dans un **ensemble numérique**, vérifiant les propriétés des **structures fondamentales** telles que les propriétés d'un **anneau** par exemple, contexte numérique donc où il existe deux **éléments** distincts **0** (l'**élément neutre** de la **loi additive** ou **opération** d'**addition**) et **1** (l'**élément neutre** de la **loi multiplicative** ou **opération** de **multiplication**), et où donc il faut **multiplier** les **nombres** par **0**, cette notion de **τ-nombre** doit impérativement être prise en compte, ne serait-ce que pour distinguer les **0-nombres** et les **1-nombres**, c'est-à-dire les **nombres initiaux** et les **finaux**. Cela signifie qu'il faut reformuler les **axiomes** de la **structure** en question qui ont pour conséquence que tout **élément x** de la **structure** doivent obligatoirement vérifier: $0 \times x = 0$. Sans cela, la **structure** est en fait restrictive et ne concerne que des **objets initiaux**, ce qui est le cas des structures classiques. En n'obligeant pas tous les **nombres** (notamment quand il s'agit de **nombres** dits **réels**) à vérifier: $0 \times x = 0$, on ne perd pratiquement pas grand chose, mais par contre on a un gain énorme en richesse **structurelle**. on reviendra périodiquement sur cette thématique des **τ-nombres** car elle d'une importance capitale!

On sait donc maintenant le sens des **nombres** de l'**ensemble** que nous écrivons: **N' = {…, ω-7, ω-6, ω-5, ω-4, ω-3, ω-2, ω-1, ω}**. Ce n'est rien d'autre que la **sœur jumelle** de notre bon vieil **ensemble** des **nombres entiers naturels**: **N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …}**. Autrement dit, c'est exactement le même **ensemble**, sauf que l'un est au **début** et l'autre à la **fin**. A eux deux déjà ils nous éclairent beaucoup sur la vraie **structure** et **logique** des **nombres**. Et pourtant ce n'est que... le **commencement**, pour faire un jeu de mots. Et aussi ce n'est que la **fin**, c'est-à-dire la « queue de l'animal ». Tout le « corps de l'animal », les **nombres intermédiaires** donc, reste à découvrir...

D-LOGAN PAN 3-i) En attendant, adoptons la convention, très compréhensible, que si nous déployons la liste des **entiers initiaux** dans l'**ordre croissant** (en partant de **0**) jusqu'à un certain **entier k**, alors (normalement) aussi, nous devrions déployer la liste des **entiers finaux** dans l'**ordre inverse** (en partant de **ω**) jusqu'au même **entier k**. Par exemple, si **k** est **5**, on doit dresser la liste ainsi: **0, 1, 2, 3, 4, 5, …, ω-5, ω-4, ω-3, ω-2, ω-1, ω**. Et dans cette écriture le symbole « **...** » est bien plus qu'un simple objet typographique pour abréger une **liste infinie** ou trop **longue** pour être écrite entièrement. Il s'agit en fait d'un **opérateur** à part entière, un **opérateur** de **génération** ou d'**itération** (**finie** ou **infinie**, plus souvent nécessaire pour une **itération infinie**), ou encore le **générateur**, que j'appelle le **GENER**.

Et maintenant voici un très important **corollaire** du **principe d'alternation**:

D-LOGAN PAN 3-j)
Tout **processus itératif** doit s'accompagner d'une **condition d'arrêt** de l'**itération**, qui, si elle n'est pas remplie, entraîne la poursuite de l'**itération**. Mais dès qu'elle est remplie, l'**itération** s'achève.

Pour en revenir aux **opérateurs GENER**, la liste des **nombres entiers oméganaturels**:
0, 1, 2, 3, 4, 5, …, ω-5, ω-4, ω-3, ω-2, ω-1, ω,
est à interpréter de plusieurs manières, dont celle-ci, la plus basique: on part d'un **état initial**, qui est le **0**. L'**opération** que l'on fait est d'**ajouter** à chaque fois **1**. A la première **itération** donc, cela donne **1**, et à la seconde **itération**, cela donne **2**, et ainsi de suite. Et maintenant comment pouvons-nous formuler la **condition de continuité** de l'**itération** de cette **opération** « **ajouter 1** », ou d'**arrêt** de celle-ci. De plus sieurs manières équivalentes, dont celle-ci: « **Arrêter** si le **résultat n** obtenu vérifie: $0 \times x = 1$, sinon **continuer** l'**itération**. »

Et comme nous l'avons vu, cette **condition d'arrêt**: $0 \times x = 1$, signifie alors qu'on est entré dans un domaine de **nombres finaux**, ainsi nommés justement pour cela. Autrement dit, on est entré dans un domaine de **nombres entiers** tellement grands qu'ils sont de l'**ordre de grandeur** du **nombre infini absolu** ω, qui est l'**inverse** de **0**, c'est-à-dire le nombre qui vérifie: $0\times \omega = 1$. On a vu alors que tous les **nombres x** de la forme: $x = \omega + y$, où **y** est un **nombre initial**, c'est-à-dire vérifiant: $0 \times y = 0$, est lui aussi **final**. Donc n'importe quel **nombre entier n** de cette forme ou qui vérifie: $0 \times n = 1$, est **équivalent** à ω (on parle de **relation d'équivalence**), donc peut servir de **terminus** du **processus**. Une autre manière équivalente de formuler la **condition d'arrêt** est de partir du constat qu'en partant de **0** et en **ajoutant** à chaque fois **1**, **on a toujours**: $n \neq n+1$, pour tout **entier n** obtenu. Tant que c'est ainsi, cela veut dire alors qu'on n'a pas encore atteint le **dernier entier**, autrement lz domaine des **entiers naturels** à considérer comme **infinis**, car ils deviennent **énitifs**, une **propriété caractéristique** des **nombres infinis**. Mais dès que la **condition**: $n \neq n+1$ n'est plus remplie, alors c'est qu'on est entré dans le domaine des **nombres terminus** du **processus** d'**itération**. Autrement dit on a: $n = n+1$. Avec les **nombres entiers** qui ne sont pas **terminus**, une telle **égalité** conduirait à: $n - n = 1$, donc: $0 = 1$, ce qu'on interprète en disant que si l'on ne veut pas une **catastrophe** avec l'**identité** courante, il faut enclencher la logique du **cycle 1** à partir des **entiers** vérifiant cela. Une autre conclusion équivalente est qu'avec ces **entiers**, on a: $n - n = 1$ donc: $(1 - 1)\times n = 1$, c'est-à-dire: $0\times n = 1$, et on retrouve la propriété des **nombres entiers finaux**.

D-LOGAN PAN 3-k) Donc l'**énitivité**, le **déclenchement du cycle 1**, la **propriété des nombres finaux**: $0\times n = 1$, etc., sont **logiquement équivalents**, donc sont les différentes manières de formuler la **condition d'arrêt** du **processus** d'**itération** ayant pour but de former tous les **nombres entiers oméganaturels**. Ce cas est **canonique**, car il concerne la formation de tous les **ordinaux** ou **nombres entiers** dans le nouveau paradigme, avec donc la **logique d'alternation**. Or les **ordinaux** sont les **objets clefs** du **raisonnement par récurrence**, et donc comment doit maintenant se faire ce raisonnement dans la **logique d'alternation**. La **récurrence** classique formule la **condition initiale**, mais de **condition finale**, ou **condition d'arrêt**. C'est ce qui se traduit par un ensemble des nombres entiers $N = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots\}$, qui a bien un **élément initial**, **0**, mais pas d'**élément final**, comme ω ou $\omega-1$ par exemple, ou n'importe quel **entier final**, puisqu'ils sont **équivalents**. Mais avec la récurrence du nouveau paradigme de l'**Univers TOTAL**, celle de la **logique d'alternation** et respectant donc le **principe d'alternation**, tout **processus itératif** (donc toute **récurrence**) a une **condition initiale** comme une **condition finale**, et le classique **ensemble N des nombres entiers naturels** devient l'**ensemble des nombres entiers oméganaturels**, qui est donc: $N_\omega = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots, \omega\text{-}7, \omega\text{-}6, \omega\text{-}5, \omega\text{-}4, \omega\text{-}3, \omega\text{-}2, \omega\text{-}1, \omega\}$. Et le **processus** de **formation** de ces **ordinaux** est maintenant la **référence absolue** pour tous les processus de **récurrence**, c'est-à-dire de **raisonnement**, de **définition** et de **construction indexée** par les **ordinaux**.

Nous convenons donc, quand nous déployons la liste des **nombres entiers oméganaturels**, de respecter autant que faire se peut cette **symétrie** des **ordinaux initiaux** et celle des **ordinaux finaux**, et ce par rapport au **symbole central**, à savoir l'**opérateur GENER** ou « **...** ». Même si par souci de raccourci nous écrivions par exemple: $0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots, \omega$, ou même en omettant carrément le **dernier élément** ω (comme on le fait actuellement, mais par négation ou par mauvais paradigme): $0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots$, il faudra comprendre que la convention précédente est néanmoins sous-entendu, sauf si évidemment le but est de présenter les choses selon les paradigmes traditionnels.

Revenons maintenant aux **τ-nombres**, c'est-à-dire les **nombres x** tels que: $0\times x = \tau$, où τ est un **réali tau**, c'est-à-dire un **élément** de l'**intervalle** $[0, 1]$. Les **nombres initiaux** sont donc les **0-nombres** tandis que les **finaux** sont les **1-nombres**. Entre ces deux extrêmes se trouvent tous les autres **nombres omégaréels**, et notamment les **nombres entiers oméganaturels** ou **ordinaux intermédiaires**.

D-LOGAN PAN 3-l) Les **nombres omégaréels intermédiaires x** sont tous les **τ-nombres** autres que **initiaux** et les **finaux**, c'est-à-dire ceux qui se caractérisent par la propriété: $0\times x \neq 0$ et: $0\times x \neq 1$. Autrement dit la propriété: $0 < 0\times|x| < 1$, où $|x|$ désigne le **réali** de **x**, c'est-à-dire sa **valeur absolue**, ce qu'on désigne habituellement aussi par **module**, **norme** ou **rayon**.

Il manquait donc dans le classique **N** beaucoup, beaucoup, beaucoup de **grands nombres entiers**, notamment les **finaux** (ceux du côté de ω), et surtout, oui surtout **ceux du milieu**, ceux que cachent l'**opérateur GENER** « **...** » dans $N_\omega = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots, \omega\text{-}5, \omega\text{-}4, \omega\text{-}3, \omega\text{-}2, \omega\text{-}1, \omega\}$. Autrement dit donc, les **ordinaux intermédiaires**. Malgré les apparences de cette écriture de N_ω, ce sont ceux qui sont de loin **infiniment plus nombreux** que les **initiaux** et les **finaux**! Ceux-ci sont une **goutte d'eau** dans l'**Océan**, et même comme un simple **atome** dans tout l'**Univers**! En effet, c'est dans la **zone GENER** que se **génère** toute l'**infinité** des **ordinaux**! Et surtout (et c'est facile à comprendre), tout est dans leur définition, leur propriété caractéristique: **0×x ≠ 0** et: **0×x ≠ 1**. ou: **0 < 0×x < 1**. La clef est donc dans le **résultat τ** du **produit**: **0×x**. Les **nombres intermédiaires** sont donc tous ceux qui se caractérisent par tous les autres **résultats τ** dans l'**intervalle]0, 1[**, c'est-à-dire le **segment unité [0, 1]**, mais avec les deux points d'extrémité **0** et **1** exclus. Par conséquent, l'ensemble cumulé de tous les **initiaux** et tous les **finaux**, comparé aux **nombres** de tous les **intermédiaires**, sont comme les deux **nombres 0** et **1** seuls comparés à tous les autres **nombres** du **segment]0, 1[**.

Autrement dit simplement, si, le **segment** de **longueur 1** représente **tous** les **nombres omégaréels**, les **nombres initiaux** et **finaux** quant à eux sont seulement comme les **deux points** de l'**extrémité** du **segment**, ils sont juste ces **deux points** comparés à toutes l'**infinité absolue** des autres. Autant dire donc que la **quasi totalité** des **nombres omégaréels**, donc aussi des **nombres entiers oméganaturels**, sont les **intermédiaires**, contrairement à ce qu'on pourrait penser en regardant l'écriture: **N_ω = {0, 1, 2, 3, 4, 5, …, ω-5, ω-4, ω-3, ω-2, ω-1, ω}**.

Les **ordinaux intermédiaires** sont donc tout le lieu de la « **pépinière** » **infinie absolue** des **ordinaux**, c'est là où la grande masse se trouve, avec donc des individus tous plus fabuleux les uns que les autres, plus extraordinaires les uns que les autres.

Sachant cela et sachant que ce sont surtout ces **ordinaux intermédiaires** qui vont donner l'**infinie absolue majorité** des **nombres omégarationnels positifs**, c'est-à-dire les **oméga-fractions positives**, et tout simplement l'**infinie absolue majorité** des **nombres réalis**, alors on devine le monde qui peut se cacher dans le simple **intervalle unitaire** des **nombres tau**, à savoir **[0, 1]**. En effet, tous les **ordinaux intermédiaires** dont nous parlons sont des **nombres êta** particuliers, l'**infinie absolue majorité** d'entre eux même. Et ils ont tous leurs **inverses** dans les **nombres tau**, donc dans l'**intervalle [0, 1]**. Le connaître, c'est connaître tous les **nombres** et vice-versa. Parce qu'ils sont un **petit modèle** de tout l'**ensemble**, le **concentré** de tout ce qu'est l'**ensemble**, eux aussi ont leurs **initiaux** et leurs **finaux**, qui sont donc juste **0** et **1**, autrement dit juste un **initial** et un **final**! Tous les autres sont donc des **intermédiaires**, puisque justement ce sont eux qui définissent les **intermédiaires**. Toute l'**infinité** que l'on croit connaître de ces **intermédiaires** du **segment [0, 1]**, à savoir donc **]0, 1[**, par exemple, **1/2, …, 1/3, …, 1/4, …, 1/5, …, 2/3, …, 2/5, …, 3/4, …, √2/2, …,√3/4, …., √5/8, …, 1/e,…, 1/π, …, 2/e,…, 3/π, ...**, n'est elle aussi que **quelques éléments** dans une **infinité absolue**.

Et pourtant aussi (et c'est là où cela peut paraître paradoxal), malgré tout ce que les conceptions classiques disent, il y a autant d'**éléments** dans le simple **ensemble N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …}**, qu'il n'y en a dans tout l'**ensemble R** des **nombres réels**, et même dans tout l'**ensemble R_ω** des **nombres omégaréels**, et même dans tout l'**ensemble de tous les ensembles** (ou **classe de tous les ensembles** comme on préfère dire actuellement)! Le secret réside dans la **structure fractale** des **nombres** et des **ensembles** dont on ne cessera de parler. Mais aussi, une fois encore, c'est le **principe d'alternation** qui le dit. Il suffit de l'appliquer avec l'idée, vraie, qu'« **un nombre entier naturel n sera toujours insuffisant pour numéroter tous les nombres omégaréels** » (même raisonnement avec « **tous les ensembles** »). Le **principe d'alternation** dit alors que cette phrase revient à dire que cet « **impossible** » sera **possible** à partir d'un certain **horizon infini** des **entiers naturels**.

Et plus simplement, l'idée « **n sera toujours insuffisant pour numéroter...** », exprime ni plus ni moins une **itération infinie**, à savoir: « **0 est insuffisant pour numéroter...** », « **1 est insuffisant pour numéroter...** », « **2 est insuffisant pour numéroter...** », ainsi de suite. Et le raisonnement par **récurrence** consiste ensuite à formuler une **hérédité** avec une **variable n**: « **si n est insuffisant pour numéroter..., alors n+1 est insuffisant pour numéroter...** ». Et le raisonnement classique conclura en disant alors: « **Tout entier naturel est insuffisant pour numéroter...** ».

D-LOGAN PAN 3 REC 1) Mais, comme on le verra bientôt avec le premier contact avec la très importante notion de **finitude** et d'**infinitude**, c'est au niveau de l'**hérédité** puis de la **conclusion** de la **récurrence** classique qu'intervient maintenant une différence significative avec le nouveau paradigme et la **logique d'alternation**. De manière générale, une **propriété P** dépendant de la **variable n** et qui est **héréditaire** vérifie: **P(n) ⇒ P(n+1)**, ce qui veut dire : « **Si P(n) est vrai alors P(n+1) est vrai** ».

Cela signifie que la **propriété P** se **transmet** de proche en proche d'un **entier n** à son **successeur n+1**, avec une **valeur de vérité toujours** de **100%**, cette **valeur de vérité** ne **varie** pas d'un iota de **proche** en **proche** et d'**horizon** en **horizon**. La **propriété P(n)** est ici : « **n est insuffisant pour numéroter...** », en parlant de **numéroter** un **ensemble** dit « **infini indénombrable** » comme par exemple le classique **ensemble R** des **nombres réels**, et plus encore le nouvel **ensemble R_ω** des **nombres omégaréels**, et à plus forte raison des **ensembles** « hors norme » comme l'**ensemble de tous les ensembles**, cas qu'on traitera plus loin, et qui n'est autre que l'**Univers TOTAL**.

D-LOGAN PAN 3 REC 2) Mais dans la nouvelle **récurrence**, la **valeur de vérité** de l'**hérédité** de la **récurrence**, « **P(n) ⇒ P(n+1)** », ne reste pas **constante** à **100%** à tous les **horizons**, mais **diminue progressivement** au niveau de la transmission de chaque **entier n** à son **successeur n+1**. Elle finira par tomber à **0%** au plus tard à l'**horizon infini absolu**, ce qui veut dire alors que le **processus** de **récurrence** est achevé. Et cela veut dire aussi que la **vérité** aura **alterné**, la **propriété P** qui était **vraie** devient **fausse** à l'**horizon infini**, donc son **contraire** devient **vrai**. Et c'est cette **fausseté** de **P** et la **véracité** de son **contraire** **non-P**, qui constitue précisément la **condition d'arrêt** de la **récurrence**. Et alors, autre différence avec la **récurrence** classique, et cette fois concernant le sens de la **conclusion**, quand donc on conclut et dit **P** est **vrai** pour **tous** les **nombres entiers**, cela veut dire que c'est **vrai** pour **tous** les **nombres entiers oméganaturels** jusqu'à l'**horizon précis** où justement la **propriété cesse d'être vraie** et où c'est son **contraire** **non-P** qui devient **vraie**. Autrement dit, **P** est **vraie** jusqu'à l'**horizon d'alternance**, et au plus tard cet **horizon** est l'**infini ω absolu**.

Dans notre exemple, le fait que la **valeur de vérité** de l'**hérédité** de la **propriété P(n)**: « **n est insuffisant pour numéroter...** » diminue de proche en proche, signifie qu'au fur et à mesure que **n augmente**, il devient de plus en plus **suffisant** pour **numéroter** ce qu'on disait qu'il ne pouvait pas **numéroter**. Et donc au plus tard à l'**horizon infini absolu**, **n** devient finalement **suffisant** pour **numéroter**, ce qui était impossible devient possible, et alors c'est le **terminus** du **processus**.

Et maintenant, la notion des **vérité graduelle** et de **vérité horizonale** (nous avons bien dit **horizonale**, c'est-à-dire la **vérité** vue à différents **horizons**).

D-LOGAN PAN 4)

D-LOGAN PAN 4-a) A tout **énoncé p**, comme par exemple: « **0 = 0** », « **0 = 1** », « **n = n** », « **n = n+1** », « **4 < 5** », « **x ∈ y** », etc., on associe un **nombre omégaréel tau**, c'est-à-dire un **élément ν (p)** ou **τ** de l'**intervalle [0, 1]**, appelé sa **valeur de vérité**. On dit que **p** est **vrai** à **τ** ou à **100τ %**, et qu'il est **faux** à **1 – τ** ou **100(1 – τ)%** et **1 – τ** ou **100(1 – τ)%** est appelé sa **valeur de fausseté**, qui est la **valeur de vérité** du **contraire** de **p** ou **untition** de **p** ou **complémentaire** de **p**, noté **unti-p** (prononcer « une-ti-p » ou « oune-ti-p »).

On dit que **p** est **strictement vrai** ou **absolument vrai** ou encore **p** est une **vérité absolue**, si sa **valeur de vérité** est **1**. Et on dit que **p** est **strictement faux** ou **absolument faux** ou encore **p** est une **fausseté absolue**, si sa **valeur de vérité** est **0**. Si **p** est **absolument faux**, on dit simplement qu'il est **faux**.

Ainsi donc, **p** est **vrai** s'il n'est pas **strictement faux**, c'est-à-dire si sa **valeur de vérité** est non **nulle**, si elle est donc **différente** du **0 absolu**. Sinon **p** est **faux**. Par conséquent, un **énoncé partiellement faux**, c'est-à-dire dont la **valeur de fausseté** n'est pas **1** ou **100%**, est **vrai**.

Dans les paradigmes classiques, cette conception **graduelle** de la **vérité** est ce qu'on qualifierait de « **logique floue** », très prisée pour l'intelligence artificielle par exemple. Mais alors cette terminologie est absolument fallacieuse, de valeur de vérité **0**! C'est ici que réside l'esprit du « **tout ou rien** » de la logique classique, esprit qui est la vraie cause de tous les paradoxes, de toutes les faussetés, de toutes les impossibilités. Car, bien au contraire, la logique de **vérité graduelle** telle que nous sommes en train de la définir, est la logique de précision, de finesse, de nuance. C'est la **logique** même de l'**intelligence naturelle**, **universelle**! Mais la logique du « **tout ou rien** » (la logique dite classique) par contre est la logique grossière, peu précise, peu fine, sans nuance. C'est elle la logique artificielle, l'intelligence des robots, qui essaie par contre d'imiter l'**intelligence naturelle**.

Dans un premier temps, la **logique d'alternation** se préoccupe de la **valeur de vérité** des **énoncés** et les voit simplement comme de telles **valeurs**, sans pour l'instant trop s'étaler sur la **structure** et la **syntaxe** des **énoncés** eux-mêmes, c'est-à-dire sur le **langage**, qui est le **langage universel des ensembles**, que je nomme aussi souvent le **Verba** ou « **langage du verbe être** ». Ce **langage universel** comprend tous les **énoncés** (ou **formules**) du langage classique des **ensembles**, qui comprend la **relation** d'**égalité** « **=** », la **relation** d'**appartenance** « **∈**», le **connecteur** « **non** » (qui dans la nouvelle vision n'est aussi **exclusif** que dans le langage classique), le **quantificateur existentiel** « **∃** », le **quantificateur universel** « **∀**», les **constantes** (ou symboles de **noms propres d'ensembles**), les **variables** (ou symboles de **noms communs d'ensembles**), les **paramètres** (**mi-constantes mi-variables**), les symboles spéciaux comme les **parenthèses**, les **accolades**, les **crochets**, etc..

A tout cela s'ajoutent des spécificités comme les **symboles numériques**: **0, 1, 2, 3, …, ω-3, ω-2, ω-1, ω**. La **relation** d'**identité** courante « **==** », d'**équivalence** courante « **≡** », d'**égalité** généralisée « **=, ==, ===, …, $=_n$** », d'**équivalence** généralisée « **≡, ≡≡, ≡≡≡, …, $≡_n$** », d'**appartenance** généralisée « **∈, ∈∈, ∈∈∈, …, $∈_n$** », les **verbes** « **être** » ou « **er** », « **être un** » ou « **er an** », « **être le** » ou « **er id** », « **être dans** » ou » « **er in** », etc., et plus généralement « **er x** ». Les mots de **quantification** « **aucun** » ou « **zéro** », « **un** », « **deux** », « **trois** », …, « **au moins un** » (**quantification existentielle**), « **certains**», « **tous** », « **tout** » (**quantification universelle**), etc.. Et les nouveaux **connecteurs** : « **alter** », « **ani** », « **anti** », « **bani** », « **banti** », « **cani** », « **canti** », etc ., « **eni** », « **enti** », …, « **oni** », « **onti** », …, « **uni** », « **unti** », …. La **variable** « **x** » se lit « **chose** », « **y** » se lit « **autre chose** » ou « **deuxième chose** », « **z** » se lit « **troisième chose** », etc.,. Toutes les **lettres** de tous les **alphabets**, notamment **latin**, **grec**, **russe**, **hébreu**, etc., en minuscule et majuscule, et plus général tous les **caractères** de l'**Unicode**. Et enfin **U** (**Univers TOTAL**).

Avec tout cela, on forme tous les énoncés sans s'attarder sur les questions de **syntaxe**., ni de la question du sens de certains des mots du langage, d'autres étant évidents. Et aussi et surtout, dans le nouveau paradigme, toute **combinaison de symboles** et dans n'importe quel **ordre**, est un **mot**, un **objet** du langage universel des ensembles. On peut se contenter de répéter un même **symbole**, comme la **lettre a** : **a, aa, aaa, aaaa, ...**, ou la lettre **U: U, UU,UUU, UUUU, …**, ou le chiffre **0: 0, 00, 000, 0000, …**. Etc.. Dans toutes combinaisons, certaines objets sont des énoncés, c'est le cas si la **combinaison** contient au moins un **symbole** de **relation**, un **verbe**, etc., suivant donc une syntaxe que nous ne détaillerons pas, mais dont les plus élémentaires sont: « **x = y** », « **x == y** », « **x ∈ y** », …, « **x $\mathcal{R}$ y** », « **x est y** » ou « **x er y** », « **x est un y** » ou « **x er an y** », « **x est dans y** » ou « **x er in y** », etc., et un énoncé plus complexe comme : « **Toute chose est dans U** » (**Théorème de l'Existence**), techniquement : «**∀x(x∈U)** », etc.. Et la spécificité des **combinaisons** qui sont des **énoncés**, c'est donc qu'on leur affecte un **réali tau**, un **élément τ** de l'**intervalle [0, 1]**, qui est leur **valeur de vérité**. La **valeur de vérité** de l'énoncé: « **Toute chose est dans U** » ou «**∀x(x∈U)** », est **1** ou **100%**.

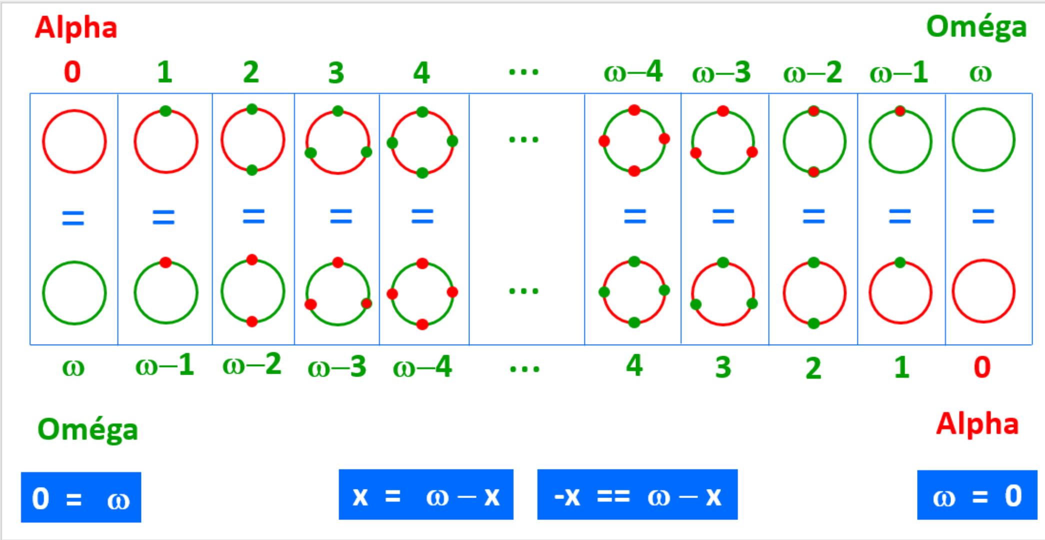
D-LOGAN PAN 4-b) Tous les **énoncés p** de **même valeur de vérité τ** donnée, sont dits **τ-logiquement équivalents**, et étant donnés **p** et **q** deux tels **énoncés**, on écrira: **p $\Leftrightarrow_\tau$ q**. Par définition, deux **énoncés vrais p** et **q**, c'est-à-dire de **valeurs de vérité non nulles** (c'est-à-dire différentes du **0 absolu**) sont dits **logiquement équivalents**, et on écrira: **p ⇔ q**. Et de même, deux **énoncés faux p** et **q**, c'est-à-dire de **valeurs de vérité nulle** (c'est-à-dire égales au **0 absolu**) sont dits eux aussi **logiquement équivalents**, et on écrira: **p ⇔ q**. Dans ce cas, c'est qu'ils sont **0-logiquement équivalents**: **p $\Leftrightarrow_0$ q**.

Autrement dit, tous les **énoncés vrais** sont **logiquement équivalents** entre eux, même s'ils n'ont pas la même **valeur de vérité**. Et tous les **énoncés faux** sont **logiquement équivalents** entre eux aussi, mais dans leur cas ils ont tous la même **valeur de vérité 0**.

D-LOGAN PAN 4-c) L'**équivalence τ-logique** est simplement l'**égalité** des **énoncés**, et vus sous cet angle, deux **énoncés τ-logiquement équivalents p** et **q** sont le « **même** » **énoncé**. Par conséquent, **tous** les **énoncés τ-logiquement équivalents** à un **énoncé p** donné sont **représentés** par leur **valeur de vérité commune τ = ν(p)**. Pour cette raison, on écrira: **p = τ**, et plus généralement: **p' = p = τ**, pour tout **énoncé p'** qui est **τ-logiquement équivalent** à **p**, c'est-à-dire ayant **pour valeur de vérité τ**. En d'autres termes, par « **énoncé** » **p** on entendra simplement une **valeur de vérité τ**, et tout ce qu'on va dire de **τ** est valable pour tous les **énoncés p** dont la **valeur de vérité** est **τ**. L'**équivalence logique** est une **égalité** des **énonces** plus large, à côté de laquelle l'**égalité** qu'est l'**équivalence τ-logique** est à voir comme une **identité** des **énoncés**.

D-LOGAN PAN 4-d-i) Le **contraire** d'un **énoncé p** ou **unti-p** est donc tout simplement et par définition le **complémentaire** de **p**, à savoir: **unti-p = 1 – p = 1 – τ**, ce qui veut dire donc l'**ensemble** de tous les **énoncés** ayant pour **valeur de vérité τ' = 1 – τ = unti-τ**. Par abus, **unti-x** sera quelque fois appelé **anti-x**, mais à proprement parler, **anti-x** désigne l'**opposé** de **x**, à savoir: **–x**, à ne pas confondre donc avec le **complémentaire** de **x** dans **1**, à savoir donc: **unit-x = 1 – x**. Toutefois, pour tout **nombre c**, et absolument tout **nombre** (**positif**, **négatif**, **entier oméganaturel**, **entier omégarelatif**, **omégaréel**, **omégacomplexe** ou autre), on a le **cycle c**, défini par l'**équivalence**: **0 = c**. Et par conséquent, pour tout **nombre x**, et absolument tout **nombre** aussi, on a aussi l'**équivalence**: **0 – x = c – x**, c'est-à-dire: **–x = c – x**, qui est une autre manière d'exprimer le même **cycle c**. Le **nombre c – x**, qui est donc un **équivalent** de **–x** dans le **cycle c**, est appelé **c-unit-x**. Par définition, nous appelons **anti-x** ou **antition** de **x** ou **opposé** de **x**, étant entendu qu'on se place dans le cadre du **cycle c**. En particulier donc, si **c** est **1**, **anti-x** est **1-unit-x** ou simplement **unit-x**, qui est donc effectivement un cas particulier d'**antition**. Un autre cas très implorant est quand **c** est un **nombre infini**, comme par exemple l'**infini de référence ω** (qui, on le rappelle, représente un **nombre entier naturel** suffisamment grand pour que l'on commence à le considérer comme étant **énitif**), ou l'**infini absolu Ω** ou **ω**, qui correspond à l'**infini** actuellement noté par le symbole « ∞». Dans ce cas alors le **nombre –x = 0 – x = c – x** , prend tout son sens d'**anti-x** ou d'**opposé** de **x**. Plus **c** est grand en tant que **réali** (autrement dit plus le **réali** |c| est grand) plus la notion d'**anti-x** devient la même notion que la notion habituelle d'**opposé** de **x**, à savoir **–x**. Quand donc **c** est l'**infini** de **référence ω** (et à plus forte raison quand **c** est l'**infini absolu ω**) on a donc: **anti-x = –x = 0 – x = ω – x**.

L'image ci-dessous (qu'on revoit de nouveau) non seulement à elle seule résume toute la logique de la **complémentarité** et de l'**antition**, mais aussi montre une autre importante manière de définir les **nombres entiers oméganaturels**:



On a l'**équivalence** ou l'**égalité**: **x = ω – x** (où **ω** peut tout aussi bien désigner l'**infini absolu ω**, l'**infini de référence ω**, n'importe quel **nombre entier naturel** simplement **infiniment grand** comme **10^{100}** ou le **Googol**, le **nombre de Graham G**, le **nombre** entier encore plus grand que ceux-là et que j'appelle **Zaw 7**, et plus généralement n'importe quel **nombres entier oméganaturel**), ce qui veut dire que les **objets complémentaires x** et **ω – x**, sont exactement le **même objet**, mais vu sous deux angles différents et parfaitement **symétriques**. Le premier est de dire: «**vide** à **ω – x** et **plein** à **x** » et le second est de dire: «**vide** à **x** et **plein** à **ω – x**», sachant que ce qui est « **vide** » dans un sens est « **plein** » dans l'autre sens, et vice-versa. Autrement dit les mots « **vide** » et « **plein** » jouent un rôle parfaitement **symétrique**, autrement dit ils sont **interchangeables**.

Et on a ensuite l'**identité**: **–x == ω – x**, qui, elle, signifie que l'**objet ω – x** est par **définition** appelé **anti-x** ou l'**opposé** de **x**, et noté: **–x**.

Dire que **ω – x** est la **définition** de la notion de **–x**, autrement dit l'**identité**: **–x == ω – x**, est plus fort que l'**équivalence**: **–x = ω – x**, qui est une expression du **cycle ω** ou: **0 = ω**.

D-LOGAN PAN 4-d-ii) Par définition, pour tout **énoncé vrai p**, la **négation** de **p**, notée **non-p**, est **0**, c'est-à-dire tout **énoncé faux**. De même, pour tout **énoncé faux p**, par définition, la **négation** de **p**, notée elle aussi **non-p**, est **tout énoncé vrai**. Autrement dit plus simplement, tout ce qui est **non nul** a pour **négation** le **0**. Et **0** a pour **négation** tout ce qui est **non nul**, donc il a pour **négation** une **infinité** de **valeurs**. Cette notion de **négation** est dite **différencielle** (avec « **c** ») ou **distinctive**. Et en particulier si on est dans un **ensemble numérique**, comme ici, cette notion de **négation** est dite **différentielle** (avec « **t** »). Elle signifie en effet que si **x** est **différent** de **0**, alors **n nie 0** et **0 nie x**. Et de manière générale, si **x** et **y** sont deux **nombres différents** ou **distincts** (et plus généralement deux **choses différentes** ou **distinctes**), alors **x nie y** et **y nie x**. Il est clair que la notion de **négation** est incarnée par le **0 absolu**, tout simplement aussi parce que c'est le **0 absolu** qui incarne la notion de **faux**. Cette notion de **faux** et celle de **négation** sont tout simplement synonymes, et toutes les deux sont synonymes du **0 absolu**.

L'image ci-dessus illustre elle aussi la logique de la **négation différencielle**. L'**objet** appelé **0** ou **Alpha** incarne la **négation** de tous les autres, et jusqu'à l'**objet Oméga**. Et cet **objet Alpha** n'est qu'une autre manière de parler de l'**objet Oméga**, et vice-versa. C'est le même objet mais dans deux rôles différents, celui de **Vide** ou de **Plein**.

L'**énoncé unti-p**, le **contraire** de **p** donc dans la nouvelle vision, est ce qu'on appellerait **non-p** ou la **négation** de **p** dans la terminologie classique, et notamment en **logique** « **floue** ».

Il nous arrivera de dire **non-p** pour signifier en **réalité unti-p**. Dans ce cas il ne faudra pas confondre cette **négation** dans la nouvelle vision, à savoir donc la notion de **contraire**, qui est dite **inclusive** ou « **relative** », avec la **négation** classique, qui est dite **exclusive** ou « **absolue** ».

D-LOGAN PAN 4-d-iii) La notion **différentielle** de **négation** que nous venons de définir est la plus proche de la notion classique de **négaton**, dans la mesure où il s'agit d'une notion **exclusive** de **différence**, ce qui signifie que si l'on dit que **x** et **y** sont **différents**, on ne doit pas dire en même temps qu'ils sont **égaux**. Autrement dit, si l'on dit que **x** et **y** sont **distincts**, on ne doit pas dire en même temps que **x** et **y** sont **identiques**, étant entendu que les mots « **distinct** » et « **identique** » se rapporte à la **même identité**, c'est-à-dire à la même **relation** d'**identité**, à la même **relation** d'**équivalence** prise comme **identité** (ceci se précisera quand nous verrons les **relations** d'**équivalence**).

C'est la manière donc s'exprime le **principe de non-contradiction** dans le nouveau paradigme. Et même dans ce cas, ce principe dans la nouvelle vision n'est pas aussi **exclusif** que sa version dans le paradigme classique. Pour la bonne et simple raison que la notion **différentielle** de **négation** elle aussi n'est pas aussi exclusive que sa version classique. En effet, pour la **négation** classique, dès qu'il y a la moindre **différence** entre **x** et **y**, l'**affirmation** de l'**égalité** entre **x** et **y** est **fausse** à **100%**. Mais pour la notion **différentielle** de **négation**, plus la **différence** entre **x** et **y** est petite plus l'**affirmation** de l'**égalité** entre **x** et **y** est **vraie** et moins elle est **fausse**.

Par exemple, l'**égalité**: « **2 = 2.001** » est plus **vraie** que l'**égalité**: « **2 = 2.1** ». Dans le premier cas la **valeur de fausseté** est de: **0.001 / 2 = 0.0005 = 0.05%**, donc la **valeur de vérité** est: **0.9995 = 99.95%**. Mais dans le second cas, a **valeur de fausseté** est de: **0.1 / 2 = 0.05 = 5%**, donc la **valeur de vérité** est: **0.95 = 95%**. Cela signifie que **2** et **2.001**, parce que **différents**, se **nient** certes, mais ils se **nient** moins que **2** et **2.1**, parce que leur **différence** est plus petite. Autrement dit, **0** et **0.001**, bien que **différents** ou **distincts**, se **nient** moins que **0** et **0.1**. Mais la négation classique quant à elle ne fait pas de nuance. Dès qu'il y a la moindre **différence** l'**égalité** est déclarée **fausse** à **100%**.

La **négation différentielle** permet de faire tous les raisonnements de la **logique classique**, mais qui ont toute la **finesse** de la **logique graduelle**, la **logique d'alternation**. Par exemple l'idée que la **négation** de **vrai** est **faux**, et que la **négation** de **faux** est **vrai**, s'exprime exactement de la même manière qu'en **logique classique**, ainsi que l'idée que la **valeur de vérité** de **faux** est **0**. Par contre la **valeur de vérité** de **vrai** n'est pas uniquement **1**, mais est toute **valeur de vérité non nulle**. Le **vrai**, c'est par exemple aussi **0.0000001**, ou **0.000000000000000001**. C'est presque **0** ou **faux**, mais ça reste une **valeur vrai**. Ainsi les lois essentielles de la **logique classique** sont conservées, mais sans qu'on soit dans une logique de « **tout ou rien** ». En effet la **valeur de vérité** reste **graduelle**.

Et il est clair aussi que quand on n'a une logique seulement à deux **valeurs de vérité** soit **0** soit **1**, la notion de **contraire** et celle de **négation** deviennent une seule et même notion, d'où le fait que dans la **logique classique** les deux notions sont confondues. Mais en réalité non seulement ce sont deux notions différentes, mais en plus la notion de **négation** de la **logique d'alternation** n'est pas aussi **exclusive** que celle de la **logique classique**. La **valeur de vérité** étant **graduelle**, la **négation** est **graduelle** elle aussi.

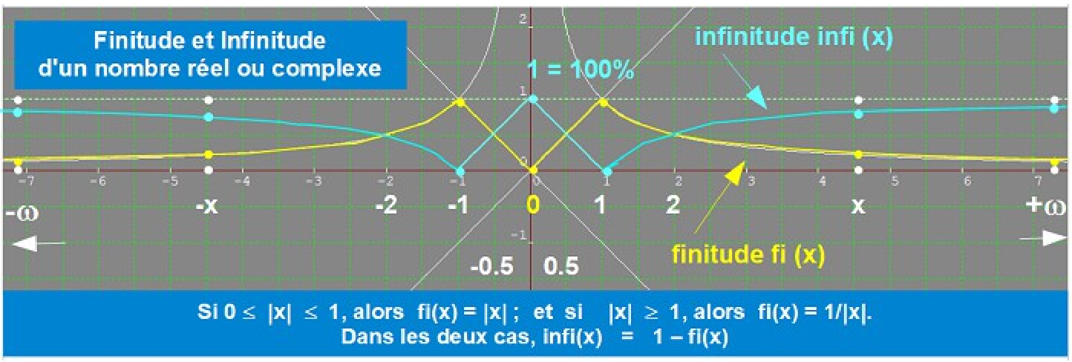
D-LOGAN PAN 4-d-iv) D'une manière très générale, soit un **ensemble E** ayant au moins deux éléments **distincts**, et soit un **élément e** de **E**. On appelle **négation différencielle** ou **distinctive** dans **E** de **singularité e**, une **relation binaire** dans **E** telle que l'**élément e** ne soit pas en **relation** avec lui-même, et telle que tout **élément x** de **E distinct** de **e** ne soit en **relation** qu'avec **e**, et telle que **e** soit en **relation** avec tout **élément distinct** de lui. Autrement dit, tous les **couples** d'**éléments** de **E** définissant le **graphe** de cette **relation** sont la **réunion** de tous ceux de la forme **(x, e)** et de tous ceux de la forme **(e, x)**, le **couple (e, e)** étant exclu. Une telle **relation binaire** est notée alors $\mathbf{non}_{E,e}$, ou simplement **non**, s'il n'y a aucune ambiguïté au sujet de l'**ensemble E** et de l'**élément singulier e** concernés par cette **négation différencielle**. Pour tout **élément x** de **E distinct** de **e**, on a donc: **x non e**, et: **e non x**. Et dans ce cas, pour tout **élément x** de **E distinct** de **e**, l'écriture « **non x** » désignera l'unique **élément e**, et l'écriture « **non e** » désignera n'importe quel **élément x** de **E distinct** de **e**, car tous forment une **classe** d'**équivalence**.

Par exemple considérons l'**ensemble: E = {a, b, c, d, e, f, g}**, dans lequel nous choisissons **a** comme **élément singulier**, mais on peut chois de la même façon n'importe quel autre élément. Considérons la **relation binaire** $\mathcal{R}$ dans $\mathcal{R}$ dont le **graphe** est défini par les **couples**: $\mathcal{R}$ **= {(a, b), (a, c), (a, d), (a, e), (a, f), (a, g), (b, a), (c, a), (d, a), (e, a), (f, a), (g, a)}**. ce qui signifie donc: **a** $\mathcal{R}$ **b**, **a** $\mathcal{R}$ **c**, **a** $\mathcal{R}$ **d**, **a** $\mathcal{R}$ **e**, **a** $\mathcal{R}$ **f**, **a** $\mathcal{R}$ **g**, **b** $\mathcal{R}$ **a**, **c** $\mathcal{R}$ **a**, **d** $\mathcal{R}$ **a**, e 𝓡 a, f 𝓡 a, g 𝓡 a. Autrement dit, **a** est isolé des autres **éléments** et est en **relation** avec tous les autres et tous les autres sont en **relation** avec **a** seul. Une telle **structure** de **relation** vaut à 𝓡 d'être qualifiée de **négation différencielle** dans **E**, d'**élément singulier a**. La **relation** pet alors être noté **non**. En effet dans ce schéma de **relation**, l'écriture « **a 𝓡 x** » peut être interprétée comme « **a n'est pas x** » ou « **a non x** », et l'écriture « **x 𝓡 a** » peut être interprétée comme « **x n'est pas a** » ou « **x non a** ». Évidemment ce n'est pas seule interprétation possible de ce type de **structure relationnelle**, mais c'est l'une des interprétations les plus immédiates qu'une **structure** appelle, car on voit clairement l'**élément a seul** d'un côté et tous les autres de l'autre côté. Autrement dit, dans l'écriture « **x 𝓡 y** », quand **a** est à gauche de « 𝓡 », tous les autres sont à droite. Et quand **a** passe à droite tous les autres passent à gauche. Et aucun autre élément n'a ce comportement **singulier** dans la **structure** de cette **relation** 𝓡. Tout se passe donc bel et bien comme si **a nie** tous les autres et tous les autres le **nient**.

L'idée de la **négation différencielle** dans un **ensemble E** donné est qu'on a un **élément très spécial e** dans **E** qui sert à **nier** tous les autres, de sorte que si tous les autres sont **niés**, alors c'est que c'est lui qui est **affirmé**, et le **nier** signifie que tous les autres sont **affirmés**. C'est simplement le rôle que joue **0** dans un **ensemble** comme par exemple: **N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …, ω}**. **Nier 0**, c'est **affirmer tous les autres éléments**, et **affirmer 0**, c'est **nier tous les autres**. Et aussi, c'est le rôle qu'on peut attribuer à **0** dans l'**intervalle [0 , 1]**, qui est l'**intervalle** des **valeurs de vérité**, et c'est là où nous voulons en venir. L'**élément 0** est le seul, l'unique, qui est appelé « **faux** », et donc qui incarne la **négation**, et toute l'**infinité** des autres **éléments** sont collectivement appelés « **vrai** ». Autrement dit, chacun d'entre eux incarne une **valeur** « **vrai** », une **degré** du **vrai**, un **degré de vérité** donc, le **degré absolu** étant **1**. Et alors le **0** apparaît comme le **plus petit degré de vérité**, appelé alors « **faux** ». Ainsi, comme dans la logique classique, un **énoncé p** qui n'est pas **faux** est **vrai**, mais à **différents degrés** (ce qui est une particularité de la nouvelle logique et des logiques très improprement qualifiées de « **floues** », pouce en bas donc pour une telle terminologie!), et un **énoncé p** qui n'est pas **vrai** est **faux** est mais à **un seul degré**, comme aussi en logique classique.

Et maintenant la notion de **valeur de vérité** à un **horizon x** donné. Les **fonctions** par excellence qui illustrent cette notion et serviront de **fonctions fondamentales** pour définir l'**évolution** de la **valeur de vérité**, sont les **fonctions fi** et **infi**.

D-LOGAN PAN 5-a) On appelle la **fonction canonique** d'**alternance** de la **valeur de vérité**, la **fonction fi** définie par: **fi(x) = x** si **x** est un **réali tau**, et **fi(x) = 1/x** si **x** est un **réali êta**. Sa **fonction** d'**infinitude** associée est notée **infi**. On a donc: **infi(x) = 1 – fi(x)**, pour tout **réali x**.
Pour un **réali x**, **fi(x)** est appelé la **finitude canonique** de **x**, et **infi(x)** est appelé l'**infinitude canonique** de **x**.



La **finitude fi(n) = 1/n** signifie que pour un **ordinal non nul n**, la **valeur de vérité** de l'**énoncé p**: «**n est fini** » ou « **n = n** » est: **1/n**, et sa **valeur de fausseté**, qui est la **valeur de vérité** de son **contraire non-p**, à savoir: « **n n'est pas fini** » ou « **n est infini** » ou « **n est énitif** » ou « **n = n+1** », est: **infi(n) = 1 – fi(n) = 1 – 1/n**.

Ainsi, **fi(1) = 1/1 = 1**, ce qui veut dire donc que la **valeur de vérité** de l'**énoncé p**: «**1 est fini** » ou « **1 = 1** » est: **1**, et sa **valeur de fausseté**, qui est la **valeur de vérité** de son **contraire non-p**, à savoir: « **1 n'est pas fini** » ou « **1 est infini** » ou « **1 est énitif** » ou « **1 = 2** », est: **infi(1) = 1 – 1 = 0**. En d'autres termes, **1** est le **nombre fini** par excellence. Convenons qu'avec **1** nous sommes à l'**horizon 1**. Et on a: **fi(2) = 1/2 = 0.5 = 50%**, ce qui signifie que la définition **canonique** de la **finitude**, l'**énoncé**: «**2 est fini** » ou « **2 = 2** » est **vrai** à **50%** et donc **faux** à **50%**. A l'**horizon 2** donc, l'**énoncé**: «**n est fini** » est **vrai** à **50%**, donc **faux** à **50%** aussi. C'est-à-dire l'**horizon** où la vérité commence à **alterner**, en l'occurrence ici à **basculer**, la **valeur de vérité** qui est **vrai** au départ est à **égalité** avec le **faux**. Et à l'**horizon 3**, la **valeur** aura **basculé**, la **vérité** n'est plus que de: **1/3 = 33.3%** pour l'**énoncé**: «**n est fini** », et de **66.7%** pour son **contraire** «**n est infini** ».

A l'**horizon 10**, l'**énoncé**: «**n est fini** » n'est maintenant **vrai** qu'à: **1/10 = 0.1 = 10%**, donc **faux** à **90%**, et alors son **contraire** «**n est infini** », c'est-à-dire «**10 est infini** » est **vrai** à **10%**, donc **faux** à **90%**. Et ainsi de suite. Et à l'**horizon infini absolu ω**, l'**énoncé**: «**n est fini** », c'est-à-dire « **ω est fini** », est **vrai** à: **1/ω = 0**, donc **faux** à **1 – 0 = 1 = 100%**. Et alors son **contraire** «**n est infini** », c'est-à-dire « **ω est infini** » est **vrai** à **100%**, donc **faux** à **0%**.

Dans la définition stricte de la notion de **finitude** et d'**infinitude**, que nous verrons plus en détail plus tard, **0** n'est pas **fini** mais est tout aussi **infini** que son **inverse ω**. Le **nombre 1** est donc le **nombre fini** par excellence, le seul d'ailleurs, quand on parle de **nombres omégaréels positifs** (que nous appelons les **réalis**, les **valeurs absolues** ou les **modules**), comme on le voit sur l'image précédente. La **finitude** est **maximale** pour **1** et donc uniquement pour tous les **nombres** (**réels**, **omégaréels**, **complexes**, **omégacomplexes**, **vecteurs**, etc.,) **x** dont le **réali**, c'est-à-dire la **valeur absolue** ou **module |x|** est **1**. Pour les autres la **finitude** décroît quand le **nombre x** tend en **valeur absolue** vers **0** ou vers **ω**, qui ont la même **finitude minimale** de **0**, donc la même **infinitude maximale** de **1**. La **finitude** et l'**infinitude** sont donc à **égalité** à **50%** pour les **nombres** dont le **réali** (ou **valeur absolue** ou **module**) est **2**.

D-LOGAN PAN 5-b) La **finitude fi** exprime donc en **pourcentage** (donc en **valeur de vérité**) la qualité de **nombre fini** pour un **réali x** donné, ou pour tout **nombre x** (**entier oméganaturel**, **omégarelatif**, **nombre omégaréel**, **omégacomplexe**, **vecteur**, etc.) dont le **réali**, **valeur absolue** ou **module** est |x|. Plus la **finitude fi(x)** de **x** est proche de **1** ou **100%** plus **x** est **fini**. Et plus la **finitude fi(x)** de **x** est proche de **0** ou **0%** plus **x** est **infini**. L'infinitude infi quant à elle exprime le **contraire**, c'est-à-dire la qualité de **nombre infini**.

Et comme on le voit, le **réali 1** ou les **nombres x** dont le **réali |x|** est **1**, sont les plus **finis**, leur **finitude** est en effet **1** ou **100%**. Si donc l'on interprète la **finitude** comme la définition du mot **vrai**, et l'**infinitude** comme la définition du mot **faux**, alors la **décroissance** de la **finitude** en partant de l'**horizon 1** est la **décroissance canonique** (c'est-à-dire de **référence** ou **triviale** ou la plus **élémentaire**) de la **valeur de vérité**, qui part du **niveau 1** ou **100%** pour **alterner progressivement** et devenir **0** ou **0%** à l'**horizon ω** pour les **réalis êta**, ou à l'**horizon 0** pour ce qui est des **réalis tau**. Et l'**évolution** est le **contraire** pour l'**infinitude**, qui part de **0** pour l'**horizon** de **référence** (qui est donc **1**) pour **alterner progressivement** et devenir **1** aux **horizons infinis** que sont **0** et **ω**.

On peut considérer par exemple qu'on a l'**énoncé** « **1 = 1** » ou « **0 = 0** » associé à **l'horizon 1**, et l'**énoncé** « **0 = 1** » associé aux **horizons 0** et **ω**. Le premier énoncé est **vrai** à **100%** et le second **énoncé** est **vrai** à **0%** donc **faux**. Et de manière très générale, on peut attacher à l'**horizon 1** absolument n'importe quel **énoncé p** qui est **vrai** à **100%** et aux **horizons 0** et **ω** le **contraire** de **p**, à savoir **unti-p = 1 – p**, ou sa **négation**, à savoir **non-p**, ce qui dans le cas où **p** est **strictement vrai** à l'**horizon 1**, revient exactement au même, puisque alors sa **valeur de vérité** est alors **0** aux **horizons infinis**. Et maintenant il suffit de considérer la **fonction** de **finitude fi** comme étant l'**évolution graduelle** de la **valeur de vérité** de **p** à celle de son **contraire unti-p** ou **non-p**, ce que cette **fonction** est et fait effectivement.

D-LOGAN PAN 5-c) Si au lieu d'un **énoncé vrai p** à l'**horizon 1** on associait un **énoncé faux**, alors c'est la **fonction** d'**infinitude infi** qu'il faudrait prendre pour suivre l'**évolution** de la **valeur de vérité**, qui est donc **0** au départ et **1** à la fin. Les **fonctions fi** et **infi** ne sont pas les seules à avoir cette **évolution**, mais elles sont les **fonctions canoniques**, les **références** en la matière. Il ne reste plus qu'à mettre à la place de **p** n'importe quel **énoncé vrai** ou **faux** que l'on veut. Il **alterne** donc en son **contraire** à l'**infini absolu**, avec cette **fonction canonique**. Cette **réalité** est tout simplement ce que dit le **principe d'alternation**.

On peut même généraliser en plaçant à l'**horizon 1** un **énoncé** de **valeur de vérité τ** quelconque. Si **τ ≤ 0.5**, alors **1 – τ ≥ 0.5**, et alors la **fonction** d'**infinitude** assurera l'**alternance croissante** de la **valeur de vérité** de **τ** à **1 – τ**. Mais si **τ ≥ 0.5**, alors **1 – τ ≤ 0.5**, et alors la **fonction** de **finitude** assurera l'**alternance décroissante** de la **valeur de vérité** de **τ** à **1 – τ**.

D-LOGAN PAN 5-d) Et on peut considérer toute autre **fonction** de **finitude f** d'**évolution continue** et **décroissante** de la **valeur de vérité 1** à l'**horizon 1** à à la **valeur 0** aux **horizons infinis absolus**. On demande à cette **fonction f**, qu'on notera alors **fi-f**, simplement de vérifier donc: **f(1) = 1**, et **f(0) = f(ω) = 0**, d'être **définie** et **continue** sur l'**intervalle [0 , ω]**, d'être **croissante** sur l'**intervalle [0 , 1]**, et **décroissante** sur l'**intervalle [1 ,**

ω]. La **fonction** d'**infinitude** associée, notée **infi-f**, est alors la **fonction** définie sur **[0 , ω]** par: **infi-f(x) = 1 – f(x)**. Il est clair qu'elle vérifie quant à elle: **f(1) = 0**, et **f(0) = f(ω) = 1**. Elle est **décroissante** sur l'**intervalle [0 , 1]**, et **croissante** sur l'**intervalle [1 , ω]**. Elle donne lieu exactement aux mêmes définitions et propriétés d'**alternance** de la **valeur de vérité** qu'avec les **fonction fi** et **infi**. Et cela constitue alors le **principe d'alternation** dans toute sa généralité.

Par exemple, considérons la **fonction f** définie sur l'intervalle **[0, 1]** par: **f(x) = fi-f (x) = x^2**, et sur l'intervalle **[1, ω]** par: **f(x) = fi-f (x) = $1/x^2$**. La **fonction f** ainsi définie est une **fonction** de **finitude**, et donc la **fonction**: **g(x) = infi-f (x) = 1 – f(x)**, est la **fonction** d'**infinitude** associée.

De manière générale, soit un **réali non nul a**. On considère la **fonction f** définie sur l'intervalle **[0, 1]** par: **f(x) = fi-f (x) = x^a**, et sur l'intervalle **[1, ω]** par: **f(x) = fi-f (x) = $1/x^a$**. La **fonction f** ainsi définie est une **fonction** de **finitude**, et donc la **fonction**: **g(x) = infi-f (x) = 1 – f(x)**, est la **fonction** d'**infinitude** associée. Plus **a** est petit par rapport à **1** plus l'**alternance** est **lente**, jusqu'à pratiquement ne plus se produire si **a** est trop près du **0 absolu** (**vitesse** d'**alternance quasi-nulle** donc **constance** des **fonction fi-f** et **infi-f**). Mais plus **a** est grand par rapport à **1** plus l'**alternance** est **raide**, jusqu'à pratiquement se produire pratiquement immédiatement si **a** est trop près de **ω absolu** (**vitesse** d'**alternance quasi-infinie**). Le cas **a = 1** est le cas **canonique**.

Comme autre exemple, considérons la **fonction f** définie sur l'intervalle **[0, 1]** par: **f(x) = 1/(ln (1/x + e – 1))**, et sur l'intervalle **[1, ω]** par: **f(x) = 1/(ln (x + e – 1))**, où **ln** est la **fonction logarithme naturel**, et **e** la **base** de ce **logarithme**. Signalons que dans le nouveau paradigme, la **fonction logarithme** est définie pour **nombre réali**, dont en particulier pour **0** et **ω**, comme nous le verrons largement dans toute la suite.

Dans tous les cas, il n'y juste que quelques précautions de calcul à prendre avec l'**infini absolu ω**, et de manière générale avec les **réalis infinis**, car leur propre est de transformer l'**égalité** courante en **égalités** de plus en plus **équivalencielles**, autrement dit d'enclencher des **équivalences** et des **cycles** (**énitivité**, **auto-additivité**, **auto-multiplicativité**, **auto-exponentiativité**, etc.), qui respectent de moins en moins les propriétés habituelles de l'**identité**. Il sera parfois nécessaire de changer une ou plusieurs fois d'**égalité** en cours de calcul, pour qu'elle reste toujours une **identité** (eh oui, car le **principe d'alternation** s'applique à tout, y compris aux **égalités**).

Par exemple un **infini ω auto-additif** vérifie : **$\omega = \omega + \omega$** ou: **$\omega = 2\omega$**, ce qui veut dire que l'**égalité** courante se transforme en **équivalence** avec ces **infinis**. Autrement dit ils enclenchent l'**équivalence**, ce qui demande de dire des choses comme: **$0 = \omega$** (**cycle ω**), ou: **$1 = 1 + 1$** ou **$1 = 2$** (**cycle 1**), etc.. Par conséquent, on doit remplacer l'**égalité** courante par une **égalité** plus **identitaire**, de sorte que l'on continue de distinguer par exemple **ω** et **2ω**, et donc aussi **1** et **2**. Et donc quand on calcule avec l'**infini absolu ω**, on doit passer à l'**identité absolue** elle aussi, quand c'est nécessaire, qui permet de désactiver les **propriétés** d'**absoluité** de cet **infini**, afin de donner une priorité au résultat de l'**identité** par à rapport à tout résultat de l'**équivalence**.

Par exemple, l'**infini absolu** vérifie l'**auto-exponentiativité**: **$\omega = \omega^\omega$**. Cela peut être embêtant quand il faut calculer par exemple: **ω/ω**, ou **ω^0**. On a alors: **$\omega/\omega = (\omega^\omega)/\omega = \omega^{\omega-1}$**, si l'on applique les règles habituelles de calcul. Or **ω**, toujours en raison de son **absoluité**, vérifie l'**énitivité** aussi: **$\omega - 1 = \omega = \omega + 1$**, ce qui dans son cas est la moindre des choses, puisque c'est **propriété basique** des **nombres infinis**. Par conséquent: **$\omega^{\omega-1} = \omega^\omega$**, et finalement: **$\omega/\omega = \omega$**. De même: **$\omega^0 = (\omega^\omega)^0 = \omega^{\omega\times 0} = \omega^1 = \omega$**. Et même, toujours à cause de son **absoluité**, la simple **égalité**: **$\omega\times 0 = 1$**, qui signifie que le **0 absolu** et le **ω absolu** sont **inverses** l'un de l'autre, pose problème. Car on a: **$\omega\times\omega = \omega$** (l'**infini absolu** est **auto-multiplicatif** comme tout **infini** suffisamment grand pour l'être; et comme il est l'**absolu** il cumule toutes les **propriétés** des **infinis**). Donc **$\omega\times 0 = 1$**, implique: **$(\omega\times\omega)\times 0 = 1$**, donc: **$\omega\times(\omega\times 0) = 1$**, donc: **$\omega\times 1 = 1$**, donc: **$\omega\times\omega = \omega = 1$**.

Bref l'**infini absolu** pose tous les « problèmes » de ce qu'on appelle habituellement les « **formes indéterminées** ». Mais ils ne s'agit pas de « **formes indéterminées** » mais simplement que les **nombres infinis**, au fur et à mesure de leur **infinité**, enclenchent toutes sortes d'**équivalences**, et l'**infini absolu** les cumule toutes. Si l'on veut donc privilégier les résultats de l'**identité**, alors il faut donner au signe « = » le sens de l'**identité** elle aussi **absolue**. Et alors on désactive les différentes **équivalences** mentionnées, ce qui fait par exemple que: **$\omega\times 0 = 1$** devient le résultat privilégier du produit **$\omega\times 0$**, de même que **$\omega/\omega = 1$**, et **$\omega\times\omega = \omega^2$**, devient le résultat privilégié de **$\omega\times\omega$**, etc.. En d'autres termes, avec l'**identité absolue**, l'**infini absolu** se comporte comme un **nombre infini**.

Un cas particulier très important et très fondamental de l'application du **principe d'alternation**, est quant ce **principe** concerna la notion d'**itération** ou de **répétition**.

Considérons par exemple le **nombre 1**, et interprétons les **nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …**, comme étant les **itérations** (ou **répétitions**) **successives** du **nombre 1**, c'est-à-dire respectivement: **1, 11, 111, 1111, 11111, 111111, 1111111, ...** Ce sont ces **itérations**, que nous appellerons dans toute la suite des **générescences** ou **informations unaires** d'**unit 1**, qui sont aussi les définitions fondamentales des **opérations** d'**addition**: **1, 1+1, 1+1+1, 1+1+1+1, 1+1+1+1+1, 1+1+1+1+1+1, 1+1+1+1+1+1+1, ...** Il est clair alors par exemple que le **nombre 1 itéré 3** fois, est **111** ou **1+1+1**, et c'est la définition du **nombre** appelé « **3** ». Et le **nombre 3 itéré 5** fois, est: **33333** ou **3+3+3+3+3**, c'est-à-dire: **(111)(111)(111)(111)(111)**, ou: **(1+1+1)+(1+1+1)+(1+1+1)+(1+1+1)+(1+1+1)**, qui est une des définitions du **nombre** que nous appelons « **15** » ou « **quinze** ». Il est clair aussi que le **nombre 1 itéré** un **nombre fini** de fois, en l'occurrence **10** fois, est une des définitions du **nombre** que nous appelons « **10** » ou « **dix** ». Mais les **itérations** du **nombre 3** ne donnent **jamais 10**, ce qu'on a l'habitude de dire que **10** n'est pas un **multiple** de **3** ou n'est pas **divisible** par **3**. Et nous constatons que pour dire cela nous avons employé le mot « **jamais** ». Et nous commençons à avoir l'habitude avec le **principe d'alternation** ou la **Loi de l'Horizon Oméga**: là où il y a les mots comme « **jamais** » , « **toujours** » et autres, qui signifie qu'une certaine **valeur de vérité p ne change** ou **n'alterne pas**, donc reste **toujours** la même, là aussi on dit qu'elle **alterne** à un certain **horizon infini**, et au plus tard à l'**infini absolu Ω** ou **ω**.

Ainsi donc, en **répétant 3**, on a: **3, 33, 333, 3333, 33333, …**, c'est-à-dire: **3, 6, 9, 12, 15, …**. A la **3ème itération** on a **9** (et il a encore une « chance » qu'on atteigne **10**), mais à la **4ème itération** on a **12**, donc on a dépassé **10** sans l'avoir atteint. A partir de ce moment-là, selon la logique classique, la logique de **négation**, on n'a plus aucune « chance » d'atteindre **10**, on s'en éloignera **toujours**, on le dépassera à tout **jamais**. Mais c'est justement là où la **logique d'alternation** et son **principe d'alternation** nous redonne un espoir d'atteindre le but, d'atteindre donc **10**, elle nous dit que cela se produira à un certain **horizon infini**, au plus tard à l'**horizon infini absolu**.

De même, en **itérant 2** on n'atteindra **jamais 9**, car **9** n'est pas **pair**, et en **itérant 1** on n'atteindra **jamais 101/7**, ou **√5**, ou **π (pi)**, etc., car ces **nombres** ne sont pas **entiers**. Par conséquent, la même **logique d'alternation** et son **principe d'alternation** nous donnent un espoir que cela se produise à un certain **horizon infini**, au plus tard à l'**horizon infini absolu**. Ceci fait entrevoir la **puissance** de cette **logique** avec laquelle **tout devient possible**. Son secret réside en une seule notion, celle de l'**infini**. Avec l'**infini**, **tout devient possible**! À l'**infini**, **tout devient possible**! À l'**infini** donc, **tous** les **nombres** deviennent des **entiers naturels**, tous deviennent des **multiples** de **1**. Très étonnant, mais c'est l'une des conséquences du **principe d'alternation**, de la **finitude** et de l'**infinitude**. Toute **valeur de vérité 0** devient **1** à l'**infini**, et vice-versa!

Cela signifie par exemple qu'un **nombre irrationnel** comme le fameux **nombre π** ou **pi** est à voir comme un certain **nombre infini** spécial, sous son aspect de **nombre fini**. Autrement dit, **π** est un **nombre fini** qui est tel que s'il fallait l'obtenir en partant du **0 absolu** et en **ajoutant** à chaque fois **1**, on devra **ajouter 1** un certain **nombre infini** de fois pour atteindre de but. C'est effectivement ce que l'on constate. En faisant: **0, 0+1, 0+1+1, 0+1+1+1, 0+1+1+1+1, …, 0+1+1+1+1+1, …**, on obtient respectivement: **0, 1, 2, 3, 4, 5, ...**, on n'obtient donc **jamais 3,14159265358979323846264338 3...**, qui est la valeur de **π**. Cela signifie qu'on l'obtient à un certain **horizon infini**, autrement dit il faudrait **ajouter 1** une certaine **infinité** de fois. C'est donc la raison pour laquelle, tant que le **nombre** des **itérations** de **1** (c'est-à-dire d'**ajouts** de **1**) est **fini**, on n'obtient pas **π**.

D'une manière très générale, le **principe d'alternation** sous sa forme de **principe d'itération**, s'énonce ainsi en **langage des ensembles unidaux** (on verra les **ensembles unidaux** plus loin et plus en détail dans la partie C, mais pour l'instant disons simplement qu'un **ensemble unidal** est n'importe quelle **structure de parenthèses**, comme par exemple { }, {{ }}, {{{ }}}, { }{ }, { }{ }{ }, {{ }}{{{ }}}, etc.)

D-LOGAN PAN 5-e)
Soient deux **ensembles unidaux a** et **b**. L'**ensemble b** s'obtient en **itérant a** un certain **nombre fini n** de fois. Autrement dit, **b** est l'un des **ensembles unidaux**: **a, aa, aaa, aaaa, aaaaa, aaaaaa, aaaaaaa, ...** Autrement dit, **b** est l'une des **générescences** ou **informations unaires** d'**unit a**, où **a** est **itéré** un **nombre fini n** de fois, autrement dit un **nombre n** pas suffisamment grand pour que l'**énitivité**: **n = n+1**, soit vérifiée. Autrement dit encore un **nombre entier n** dont la **finitude 1/n** n'est pas encore **0**, et donc dont l'**infinitude 1 – 1/n** n'est pas encore **1**. Mais si **b** n'est pas l'une des **générescences** ou **informations unaires** d'**unit a**, où **a** est **itéré** un **nombre fini n** de fois, alors c'est qu'il faut **itérer a** un certain **nombre infini** $\omega_{a,b}$ de fois, dépendant de **a** et de **b**,

pour obtenir **b**. Autrement dit, il existe un certain **horizon infini** $\omega_{a,b}$ (dépendant de **a** et de **b**), au plus tard l'**infini absolu** Ω ou ω, tel que **a itéré** $\omega_{a,b}$ fois donne **b**.

Exemples:
→ Soit un **ensemble unidal** quelconque **e**, et en particulier **e** peut être le **0-unid** (on verra plus tard ce que cela veut dire), ou **0 absolu**, ou **espace o** ou **point**. Si **a** est **e** et si **b** est **e** aussi, alors il suffit d'**itérer a une fois** pour avoir **b**, donc **n** est **1**, qui est le **nombre entier fini** par excellence.
→ Si par exemple **a** est **e** et si **b** est **eeeee**, alors **n** est **5**, qui est un **nombre fini** aussi.
→ Mais si **a** est **ee** et si **b** est **eeeee**, alors **b** ne s'obtient pas en **itérant a** un **nombre fini n** de fois. Donc **b** s'obtient en **itérant a** un certain **nombre infini** $\omega_{a,b}$ de fois, et au plus tard $\omega_{a,b}$ est l'**infini absolu**.
→ Si **a** est **e** et si **b** est **{e}**, c'est-à-dire **b** est **{a}**, ce qui signifie que **b** est le **singleton** dont l'**unique élément** est **a**, alors on n'obtient **jamais b** en **itérant a** un **nombre fini n** de fois. Autrement dit, **b** est jamais l'un des **ensembles unidaux**: **a, aa, aaa, aaaa, aaaaa, aaaaaa, aaaaaaa, ...**, où **a** est **itéré** un **nombre fini** de fois. Par exemple si **a** ou **e** est l'**ensemble vide { }**, et **b** est l'**ensemble {{ }}**, c'est-à-dire l'**ensemble** dont l'**unique élément** est **a**, c'est-à-dire **{a}** donc, en **itérant a**, c'est-à-dire en faisant indéfiniment: **{ }, { }{ }, { }{ }{ }, { }{ }{ }{ }, …**, tant que le **nombre** des **itérations** de l'**ensemble vide { }**, on aura toujours un **ensemble unidal équivalent** à l'**ensemble vide { }**, on ne se retrouvera jamais avec la **structure {{ }}**. Par conséquent, ceci ne se produit qu'à un certain **horizon infini**. On reviendra sur cet exemple très important, et on écrira: **{ }... = {{ }}**, pour dire donc que l'**ensemble vide { } itéré** l'**infinité** adéquate de fois donne **{{ }}**, et de manière générale: **a... = {a}**, où l'**opérateur** « **...** », que nous appelons le **GENER**, est l'**opérateur** d'**itération infinie**.

Le **principe d'alternation** sous sa forme de **principe d'itération** est d'une extrême importance. On peut l'appeler aussi le **principe de l'infini**, car il définit tous les types d'**ordinaux infinis**, un pour chaque **couple** d'**ensembles unidaux (a, b)**. Il est infiniment plus puissant que l'habituel **axiome de l'infini**. Il établit aussi un lien très étroit entre le fait de dire qu'une **chose a alterne** et devient une **chose b**, et le fait de dire que **a** devient **b** à un certain **horizon fini** $n_{a,b}$ ou **infini** $\omega_{a,b}$. Autrement dit, il établit un lien entre la notion d'**alternation** et la notion d'**infini**, autrement dit une synonymie entre la **logique d'alternation** et une bonne conception de l'**infini**, et la **logique de négation** et une mauvaise conception de l'**infini**.

Et maintenant concluons cette présentation de la logique d'**alternation** en donnant ses principes plus généraux.

D-LOGAN PAN 6-a)
La **logique d'alternation**, qui sera plus détaillée dans la partie C, utilise une **infinité** de **connecteurs**, un pour chaque type d'**alternation**, types qui sont: **alternation 0**, **alternation 1**, **alternation 2**, **alternation 3**, …, **alternation** ω. Autrement dit, il y a autant d'**alternations** qu'il y a de **nombres entiers** ou **ordinaux**, et chaque **alternation** a son **connecteur** appelé **ALTER** (mot latin pour dire **AUTRE**). On a donc le **connecteur alter 0**, **alter 1**, **alter 2**, **alter 3**, …, **alter** ω. Et toutes ces **logiques alternation n** avec leur **connecteur** associé **alter n**, constituent la **logique d'alternation** dans sa **totalité**.

D-LOGAN PAN 6-b)
L'**alternation n**, dont le **connecteur** est **alter n** donc, qu'on peut noter « $\neg_n$ » ou « alt_n » (le symbole « $\neg$ » est donc lu « **alt** » et non pas « **non** »), signifie que l'on est dans une logique ou une situation où l'on a **n alternatives** ou **n possibilités** ou **n valeurs de vérité**, on n'a le **choix** qu'entre ces **n alternatives**, toute **(n+1)-ème alternative** étant interdite dans cette situation mais pouvant tout à fait exister dans une autre situation. Dans l'**alternation n** de référence, chaque **alternative** a la même **valeur de vérité** de **1/n**. A ce propos, la **logique** est tout simplement la même que celle du **calcul probabiliste**, avec **équiprobabilité** des **n possibilités**. On peut comparer cela aussi à l'actuelle **logique polyvalente**, qui souvent rejoint les sentiers de la **probabilité**. C'est l'**équivalence** des **alternatives**, qui **évaluée** ou associée à une **mesure**, peut s'interpréter comme une logique de **probabilité**. Sinon en fait, nous sommes fondamentalement dans une **logique d'équivalence**, ce qu'est la **logique d'alternation**. Nous sommes simplement en **logique**.

D-LOGAN PAN 6-c)
Et ces **n alternatives** ne s'excluent pas forcément non plus, cela peut être le cas comme ne pas l'être. C'est la situation qui précise si le **choix** des **alternatives** est **inclusif** ou **exclusif**. Si par exemple on est dans une situation (à la cantine, dans une cafétéria ou un restaurant, etc., ou dans un magasin de fruits pour acheter des fruits) où on n'a **aucun fruit** (aucun choix possible de fruit donc), c'est une situation d'**alternation 0**. Si l'on n'a le **choix** que d'**un fruit A**, c'est une situation d'**alternation 1**.

D-LOGAN PAN 6-d)

Si l'on n'a le **choix** que de **deux fruits A** et **B**, c'est une situation d'**alternation 2**. Et les deux **alternatives A** et **B** sont alors dites l'**alternative** l'une de l'autre et appelées aussi le **contraire** l'une de l'autre (le **contraire**, pas la **négation**, ce qui n'est pas la même chose!). Et l'**alternation 2** va se décliner en deux options, celle où le **choix** est **exclusif**, et cela correspond alors à la **logique de négation**, qui est donc une **sous-logique** de l'**alternation 2** (c'est-à-dire l'**alternation 2 exclusive**), et celle où le **choix** est **inclusif**, ce qui ne veut pas dire que **A** et **B** doivent obligatoirement être **choisis** à la fois, mais simplement qu'on ne dit rien à ce propos, donc peuvent éventuellement être **choisis** tous les deux. Deux **choses contraires A** et **B** peuvent exister en même temps, sans que cela soit nécessairement une « **contradiction** ». Comme par exemple **Blanc** et **Noir** qui sont **contraires** mais qui admettent un **état intermédiaire** appelé **Gris** par exemple. Ou comme **0** et **1**, ou **0%** et **100%**, qui sont **contraires** qui admettent tout à fait une **valeur intermédiaire** qui est par exemple **0.5** ou **50%**, mais il y a d'autres **valeurs intermédiaires** aussi comme **0.3** ou **30%**, ou comme **0.8** ou **80%**.

Il n'y a donc **contradiction** que si l'on fixe une **condition supplémentaire** qu'on ne doit avoir que les deux **valeurs extrêmes**, soit **Blanc** soit **Noir**, ou soit **0** soit **1**, autrement dit soit **0%** et **100%**, donc une situation du genre soit **Vrai** soit **Faux**, ou soit **Faux** soit **Vrai**, mais que l'on se retrouve avec une **valeur intermédiaire**, comme par exemple **Gris** ou **50%**. C'est alors une « **contradiction** » non pas que cette **situation intermédiaire** est « **impossible** » dans l'absolu, mais simplement que nous avons au départ stipulé que nous ne choisissons que l'une des deux **valeurs extrêmes**. La « **contradiction** » ou le « paradoxe » remet simplement en question notre logique ou nos règles fixées, et non pas est l'expression d'une « **impossibilité absolue** ».

D-LOGAN PAN 6-e)

Bref, nous sommes dans ce cas dans la situation de la **logique de négation**. Et dans ce cas seulement, le **connecteur** « $\neg_2$ » ou « **alt**$_2$ » quand le **choix** est **exclusif**, est ce qu'on appelle le connecteur de **négation** « **non** ». Le but de cette logique est simplement quand il faut **trancher** ou de **décider** entre deux **alternatives A** et **B**, et alors **B** est noté **non-A**, et **A** est noté **non-B**. Le caractère **exclusif** du **choix** se traduit alors par le fait qu'on ne peut pas avoir à la fois **A** et **non-A**, ou à la fois **B** et **non-B**. Cette logique a donc pour but les situations de type **décision entre deux alternatives**, et toutes les situation de l'**Univers** ne sont pas forcément de ce type.

Par conséquent ce n'est pas la logique adéquate pour étudier l'**Univers TOTAL** ou les **ensembles**, sous peine de **paradoxes**, ce que l'on a justement constaté avec la théorie « naïve » des ensembles du cher Georg Cantor. La méthode **axiomatique** instaurée sous l'impulsion de David Hilbert elle aussi a ses limites. Car en fait elle n'est que l'art de raisonner dans le cadre de la **logique de négation**, en évitant la « **contradiction** » c'est-à-dire en évitant de violer les règles propres à cette logique.

D-LOGAN PAN 6-f)

Nous avons ensuite l'**alternation 3**, avec donc **trois alternatives A**, **B** et **C**, qui peuvent être **exclusives** (on n'a le **choix** qu'à **une** et **une seule** des **trois**, pas à **deux** sur **trois**, et encore moins à **trois** sur les **trois**), **partiellement inclusives** (**deux** sur **trois** donc), ou **totalement inclusives** (**trois** sur les **trois**). Le connecteur de cette **alternation**, **alter 3** donc, est donc « $\neg_3$ » ou « **alt**$_3$ ». Et ainsi de suite. La logique se généralise facilement à toute **alternation n**, de **connecteur** « $\neg_n$ » ou « **alt**$_n$ », et ce jusqu'à l'**alternation n**, de **connecteur** « $\neg_\omega$ » ou « **alt**$_\omega$ » (d'autres détails seront donnés dans la partie C. comme par exemple les **tables** des **alternations**).

La **théorie des ensembles** avec la **logique de négation** est infiniment restreinte, pour des raisons dues à la logique avec laquelle on fait cette théorie.

D-LOGAN PAN 6-g)

La méthodologie associée la **logique d'alternation** est alors que j'appelle la **théorématique**, ce qui veut dire que tout énoncé dévient un **théorème**, car c'est une vérité dans le cadre d'une certaine **alternation n**, et au pire dans le cadre de la plus grande des **alternations**, l'**alternation** ω, qui veut dire qu'on a toute l'**infinité** des **alternatives**: **A**$_0$, **A**$_1$, **A**$_2$, **A**$_3$, …, **A**$_\omega$. Autrement dit simplement toute l'**infinité** des **choses** de l'**Univers TOTAL**, malgré leurs **différences**, et malgré le fait qu'elles puissent être **contraires** ou très **opposées**, participent à l'**alternation**, chaque **chose** est une **alternative** comme toutes les autres, un **choix** comme toutes les autres, une **possibilité** comme toutes les autres, une **réalité** comme toutes les autres, une **vérité** comme toutes les autres, etc..

Si donc toutes sont aussi **vraies** les unes que les autres, il n'est plus nécessaire d'en sélectionner certaines spéciales **axiomes** ou comme **vérités premières**, ce qui ne veut pas non plus dire qu'une telle sélection est mauvaise. Cela veut dire simplement qu'il n'est plus nécessaire de choisir un **corpus** d'**axiomes** considéré comme étant plus **véridique** qu''un autre. Tous sont **véridiques** et tous sont des **vérités partielles** composant l'**ensemble** des **vérités**, la **Vérité**, l'**unique**, qui est l'**Univers TOTAL**.

D-LOGAN PAN 7)
Eu égard à ce que nous venons de dire, les **axiomes** de la classique **théorie des ensembles** sont des **théorèmes** de la **Théorie universelle des ensembles**. Donc tous les **résultats** de de la classique **théorie des ensembles** sont aussi des résultats de la **Théorie universelle des ensembles**, sauf que partout il est question de **négation**, il faut la remplacer par la **négation différencielle**, c'est-à-dire la notion de **contraire**.

Voyons maintenant quelques importantes notions basiques de la classique **théorie des ensembles**, et le mode de raisonnement classique qui va avec, et qui sont aussi d'importants concepts de vision **universelle** des **ensembles**.

Deux **ensembles A** et **B** ayant les **mêmes éléments** sont **égaux**.

Cet énoncé est dans la théorie classique appelé l'**axiome d'extensionnalité**. Il ne s'agit pas d'un **axiome** au sens strict, mais d'une définition de l'**équivalence** entre deux **ensembles**. Il dit en gros: « Deux **ensembles** sont **équivalents** s'ils ont les **mêmes éléments** ». Ou en détaillant: « On considère sur les **ensembles** la **relation binaire** « ***x et y ont les mêmes éléments*** ». Cette **relation**, qui vérifie les trois conditions d'une **relation d'équivalence** (**réflexivité**, **symétrie** et **transitivité**) est par définition appelée l'**égalité** de **x** et **y** ». Vu ainsi, cet énoncé est donc la définition de l'**égalité** des **ensembles**, en tant que **relation d'équivalence** sur eux.

Il reste juste à clarifier ce qu'on entend par « **avoir les mêmes éléments** » ou « **A et B ont les mêmes éléments** ». Cela veut dire que **tout élément** de **A** est aussi un **élément** de **B**, et que **tout élément** de **B** est aussi un **élément** de **A**. Cet énoncé s'écrit techniquement alors: $\forall A \forall B (\forall x (x \in A \Leftrightarrow x \in B) \Rightarrow A = B)$.

Mais dire: « **tout élément** de **A** est aussi un **élément** de **B** » est la définition de l'idée que **A est inclus dans B**, c'est-à-dire que **A est un sous-ensemble de B**, ou encore que **A est une partie de B**, ce qu'on écrit: $A \subset B$.
Par conséquent, cet axiome dit: **si** $A \subset B$ **et si** $B \subset A$ **, alors** $A = B$.

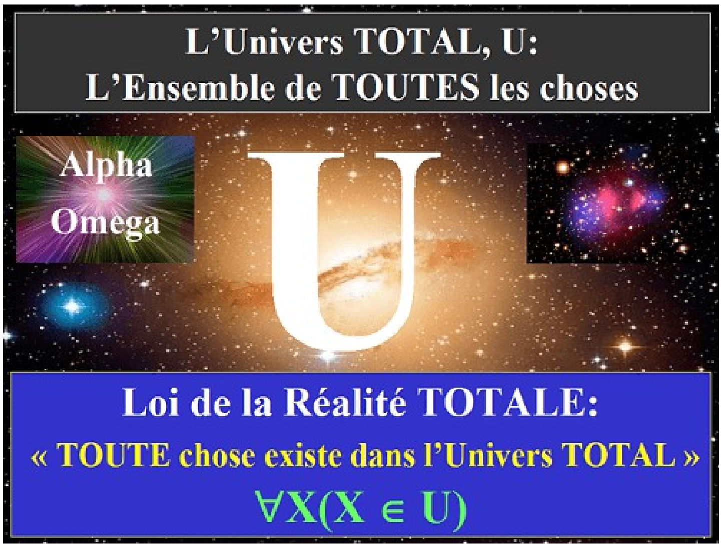
Axiome de l'ensemble vide classique
Il existe un **ensemble** n'ayant « **aucun élément**», appelé **ensemble vide**, noté **{ }** ou **∅**, appelé aussi **zéro** et noté alors **0**.

Cet axiome dans sa formulation classique est appelé l'**axiome de l'ensemble vide**. La notation **{ }** ou **∅**, pour l'**ensemble vide** n'appelle aucune réserve, mais c'est sa définition comme **zéro** ou **0** qui, sans être incorrecte, demande néanmoins quelques précisions, qui seront détaillées plus loin. Car **zéro**, oui et non, parce que le « **vide** » n'est pas forcément aussi « **vide** » qu'on l'entend. On peut définir aussi l'**ensemble** « **vide** » comme **1**...

Et on a ici un important exemple de comment la **négation** est conçue dans le nouveau paradigme, la vision **universelle** des **ensembles** ou des **choses**. Dans la nouvelle vision, la **négation** dans l'expression « **aucun élément** » n'est pas **absolue**, mais juste **relative**. L'**ensemble** n'ayant « **aucun élément**» signifie simplement un **ensemble** ayant des **éléments** mais dont on a décidé de ne pas considérer ses **éléments**, ou de les appeler le « **vide** », comme va le voir plus loin, et aussi ce que ce « **vide** » signifie vraiment (pour anticiper un peu ici, dans la nouvelle vision ce « **vide** » signifie l'« **espace** »). Le vrai sens de cet **axiome** est simplement qu'on a décidé de prendre cet **ensemble** comme **premier élément** et **premier ensemble**, pour construire tous les autres **ensembles**. Vu sous cet angle, cet **axiome de l'ensemble vide** sous cette formulation intègre l'idée de ce qu'on appelle l'**axiome de fondation** dans la théorie classique.

A la différence de l'**axiome d'extensionnalité**, celui-ci contient l'expression « **Il existe** », dont le symbole classique est «∃ », appelé le **quantificateur existentiel**. Ce type d'**axiome** est ce qu'on appelle un **axiome d'existence**, car il affirme l'**existence d'une certaine chose**, **existence** que l'on ne peut prouver à partir de **vérités** antérieures, donc que l'on pose en **axiome**.

L'**Univers TOTAL** est par définition l'**Ensemble de toutes les choses**, il découle de sa définition que « **Toute chose existe dans l'Univers TOTAL** ». Cette **vérité fondamentale**, synonyme de la définition de l'**Univers TOTAL**, est ce que j'appelle le **Théorème de l'Existence**.



*Le symbole « ∀» est justement bien nommé le **quantificateur universel**,*
*et il signifie « **Tout** », « **Pour tout** », « **Quel que soit** ».*
*On comprend bien que c'est avec l'**Univers** qu'il prend tout son sens.*
*L'écriture « **∀x(x∈U)** », qui est très simple, est le **Théorème de l'Existence**.*
*Elle se lit :« **Toute chose x est élément de U** »*
*ou : « **Quelle que soit la chose x, x appartient à U** ».*
*C'est donc la manière de dire: « **Toute chose existe dans l'Univers TOTAL** ».*

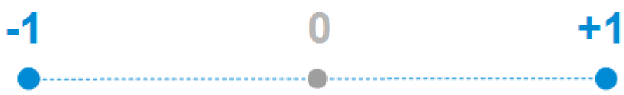
En vertu de ce **théorème**, tout **axiome d'existence** devient du coup un **théorème**, puisque la **chose** dont l'**axiome** affirme l'**existence** a une **existence** assurée par le **Théorème de l'Existence**, lui-même qui n'est qu'une autre manière de formuler la définition de l'**Univers TOTAL**, l'**Ensemble de toutes les choses**.

Savoir qu'une **chose existe** est important, car on sait alors qu'il ne nous reste qu'à la chercher. Chercher une **chose** en sachant qu'**elle existe** quelque part dans l'**Univers TOTAL** est plutôt sympa. Il vaut mieux cela que de chercher sans être certain que ce qu'on cherche **existe**! Le **Théorème de l'Existence** nous garantit aussi qu'on finira par trouver la chose cherchée. Si ce n'est pas dans cet univers ce sera dans un autre, car tous **existent**! Si ce n'est pas dans ce monde ce sera dans un autre, car tous **existent**! Et si ce n'est pas dans cette vie ce sera dans une autre car toutes **existent**! Nous savons avec ce **Théorème** que nous eu une infinité de vies avant celle-ci et aurons une infinité de vie après. Formidable ce **Théorème**, non? Extraordinaire l'**Univers TOTAL**, non?

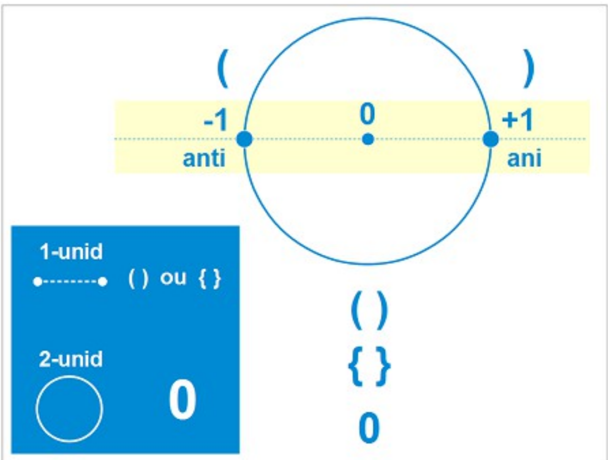
Comme nous allons le voir maintenant, les **objets** que les **théories des ensembles** traditionnelles comme ZF ou ZFC appellent les « **ensembles** », sont ce que nous appelons la **structure unidale** de l'**Univers TOTAL**, c'est-à-dire la **structure hypersphérique** de l'**Univers TOTAL**, les **hypersphères** ou **unids** des différentes **dimensions** étant d'abord le **point** ou **0-unid** ou **hypersphère** de **dimension 0**:

Cet **unid** ou **hypersphère** ou **point** peut tout aussi bien être interprété comme **0**, comme **1**, ou comme n'importe quel **ensemble** ou **nombre**, comme on va le comprendre. Mais dans la **structure unidale** des **ensembles**, encore appelée **structure** « **parenthésique** » (et on ne va pas tarder à comprendre pourquoi, quand nous aurons présenté les **unids**), le **0-unid** sera le plus souvent interprété comme **0**, il sera aussi noté **o** ou **O** ou encore **« »**, et sera appelé alors l'**espace**. Tout **objet** ou toute **chose** peut être prise comme **point**, **zéro** ou **unité**, qui par **itération** ou **répétitions** selon les règles que nous allons voir, permet de construire tous les autres **ensembles**. En l'occurrence, les **ensembles** que le **0-unid** permet de construire par **itération** sont les **générescences** ou **informations unaires**. Ce sont les **ensembles** les plus **fondamentaux**, l'**Univers TOTAL** est fondamentalement un **champ** de **0-unids** ou **champ** de **zéros** ou **champ** de **points**. Et pour cela, toute chose est fondamentalement une **générescence** (mais on y reviendra et cela sera plus clair et surtout plus convaincant, quand on aura découvert et compris la magnifique, extraordinaire et très puissante **logique** des **unids**).

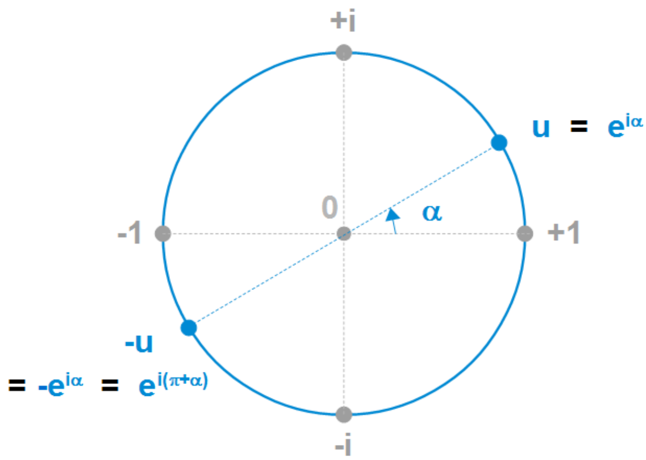
Le prochain **unid** est le **1-unid** ou **hypersphère** de **dimension 1**, à savoir le **bipoint**:



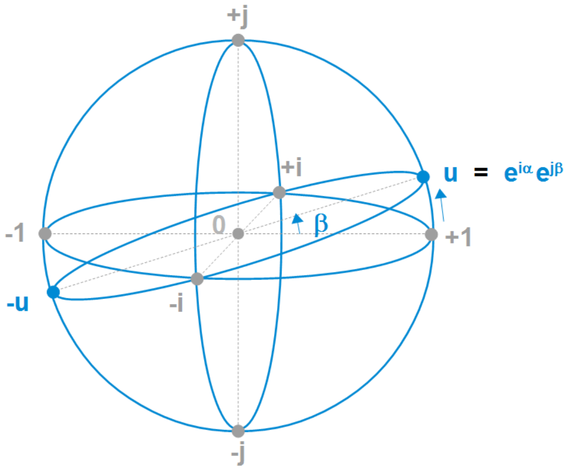
C'est cet **1-unid** ou **hypersphère** de **dimension 1**, qui est le secret même du fait que les **ensembles** se notent si bien avec des **parenthèses**, et va mieux le comprendre avec l'**unid** suivant, le **cercle**, avec lequel toute la lumière sur la **nature**, la **structure** et la **logique** des **ensembles** se fait. Le **point** appelé « **-1** » est ce que l'on note par la **parenthèse ouvrante** « **{**» ou « **(** », et le **point** appelé « **+1** » est ce que l'on note par la **parenthèse fermante** « **}**» ou « **)** ». Cet **1-unid** en tant que **structure ensembliste** est donc l'**ensemble { }** ou **( )**, que dans la conception classique on appelle l'**ensemble vide** et qui est aussi la définition du **0**.



Mais avant d'y revenir, voyons le prochain **unid**, le **2-unid** ou **hypersphère** de **dimension 2**, à savoir le **cercle**:



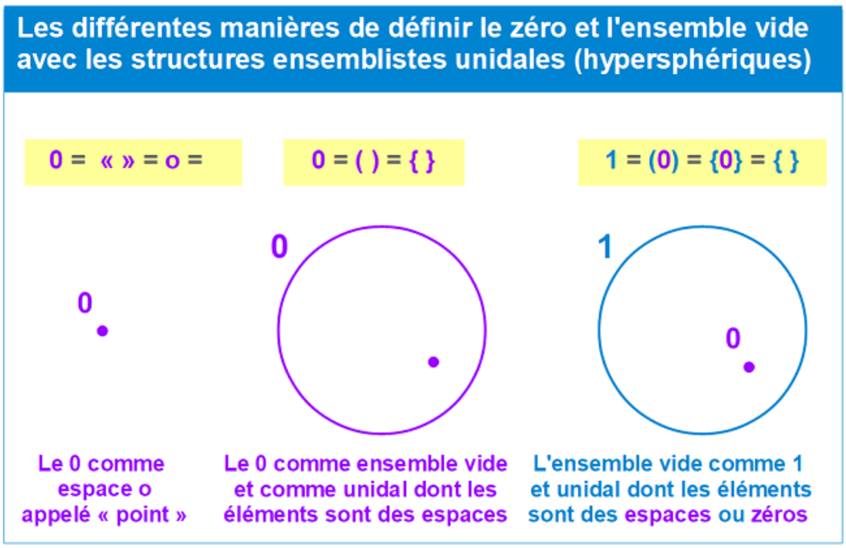
.C'est avec cet **unid** que les **choses** commencent sérieusement à s'éclaircir. On voit déjà que le **1-unid**, **{ }** ou **( )**, est l'**intersection** du **2-unid** ou **cercle** avec un **espace** de **dimension 1**, c'est-à-dire une **droite**. Si le **1-unid** est en **dimension 1** la définition de l'**ensemble vide**, par contre en **dimension 2** c'est le **2-unid** ou **cercle** qui est la définition de l'**ensemble vide**. Le « **vide** » en question est l'**intérieur** du **1-unid** ou **bipoint**, et l'**intérieur** du **2-unid** ou **cercle**. L'**intérieur** est l'**espace** ou **ensemble de points 0** ou **o**, c'est-à-dire de **0-unids**. Avec ce **2-unid**, les bases de la logique de la **structure unidale** sont posées. Avant d'y revenir, mentionnons juste le prochain et dernier exemple d'**unid**, à savoir le **3-unid** ou **hypersphère** de **dimension 3**, à savoir la **sphère**:



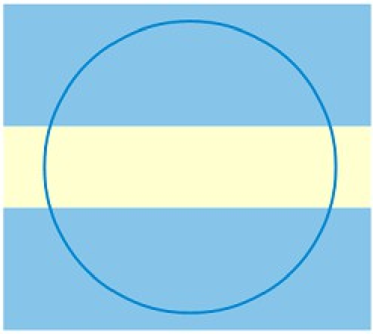
Le **2-unid** est l'**intersection** du **3-unid** avec un **espace** de **dimension 2**, c'est-à-dire le **plan**. Et en **dimension 3**, le **3-unid** est la définition de l'**ensemble vide**, et là encore le « **vide** » dont on parle est tout simplement l'**espace** à l'**intérieur** de l'**unid**, qui est donc un **ensemble de points 0** ou **o**, c'est-à-dire de **0-unids**.

Et la logique est générale: à partir de la **dimension 1**, tout **n-unid** ou **hypersphère** de **dimension n** est un **objet** séparant l'**espace** de **dimension n** (**espace** formé de **points** ou **0-unids**) en trois régions: l'**extérieur**, l'**enveloppe**, et l'**intérieur**, **espace intérieur** que nous choisissons d'appeler le « **vide** », si aucun **unid** autre que le **0-unid** n'y est considéré. C'est là la clef de la notion d'**ensemble** « **vide** », qui est donc juste un unid dont on ne considère pas d'autres **unids** en son **intérieur**, à part les **0-unids** ou **points**. Tout sera donc une question d'**unids**, que l'on parle d'un **ensemble** dit « **vide** », d'un **ensemble** dit « **non-vide** » ou que l'on parle de **vide**.

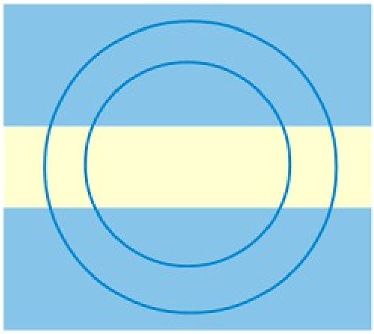
Et étant donné un **n-unid** à partir de la **dimension 1**, l'**Univers TOTAL** vu comme l'**ensemble** de **toutes** les **structures ensemblistes n-unidales**, est l'**ensemble** toutes les structures formées avec **cinq règles** extrêmement simples et intuitives, qui ne sont pas des **axiomes** mais des règles de constructions de **structures unidales**:
1) Le **0-unid** est appelé le **point** ou le **zéro** ou **0**, encore noté **O** ou **o** ou **« »**. Tout **ensemble** de **0-unids** vu seulement comme des **0-unids** et non pas comme formant un n-unid, avec n non nul, est appelé un **espace**. On l'appelle aussi le « **vide** » au sens donc d'**espace** et non pas d'absence de tout **objet**.
2) Le **n-unid** (avec donc **n** non nul) est par définition l'**ensemble vide** dans la **structure n-unidale**, appelé le **n-ensemble vide**. En effet, son **intérieur** est vu comme étant seulement de l'**espace**. L'**ensemble vide** est noté **{ }** (on note que l'**ensemble vide** est une question **définition** et non pas un **axiome**).



3) Pour tout **n-ensemble a** déjà défini ou formé, on obtient un nouvel **n-ensemble b** en plaçant **a** à l'**intérieur** d'un **n-unid** ou **n-ensemble vide**. On dit que **b** est un **singleton**, et que son **élément** est **a**. On note: **b = {a}**.

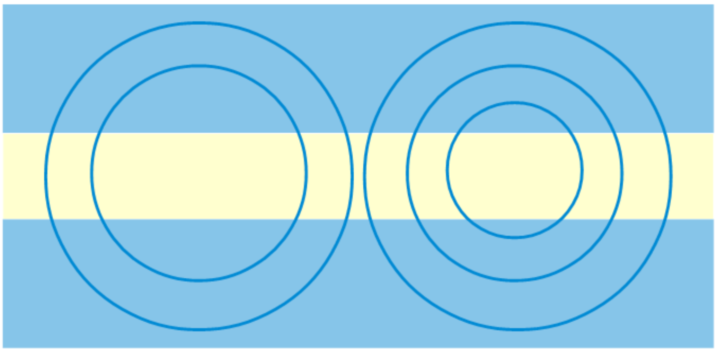


( ) = { } = 0



(( )) = {{ }} = {0} = 1

4) Pour deux **n-ensembles a** et **b** déjà définis ou formés, on obtient un **nouvel n-ensemble c** en **concaténant a** et **b**, c'est-à-dire en les plaçant juste côte à côté, autrement simplement, en plaçant l'un à l'**extérieur** de l'autre. On note alors: **c = a ∪ b = a + b = a . b = ab**, où l'**opérateur** « ∪ » ou « + » ou « **.** » est appelé l'**opérateur** de **réunion** de deux **ensembles**, ou d'**addition** ou de **concaténation**, notamment pour ce qui est de l'**opérateur** « **.** », appelé aussi le **HENER**.



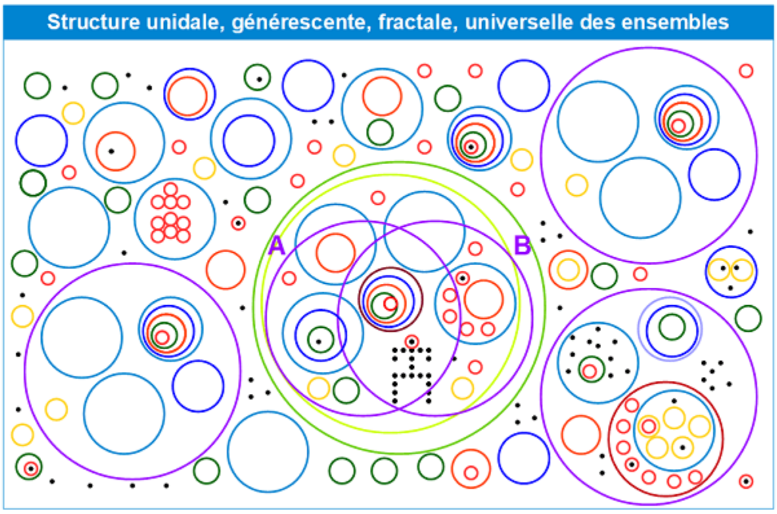
(())((())) = {{ }}{{{ }}} = {0}{{0}} = {0}{1} = 2

Et de manière très générale, on obtient un nouvel **n-ensemble** en plaçant les uns à l'**extérieur** des autres tous les **n-ensembles** déjà formés ou n'importe quel nombre de **n-ensembles** déjà formés.
5) Dans la **structure**, deux **enveloppes** peuvent se toucher, mais ne doivent pas se chevaucher. Elles ont donc tout au plus **un seul point** d'**intersection**. Tous les **n-ensembles** sont obtenus par **application itérée** des **quatre règles** précédentes.

Il est très facile de voir que que de la manière dont les **n-ensembles** ont été définis, tout **n-ensemble** est une **structure** formée d'**ensembles** qui sont soit **vides** soit des **singletons**. Pour les **ensembles vides**, on dit que leur **élément** est **O** ou **o** ou **0**. La règle 4) peut alors se formuler ainsi:
4') Etant donné un **n-ensemble A**, on obtient un nouvel **n-ensemble B** en plaçant les **éléments** de **A** les uns à l'**extérieur** des autres. On dit que **B** est la **réunion** des **éléments** de **A**, et on note: **B = reu(A) = ∪(A)**.

En particulier, si l'on a: **A = {a}{b}**, les **éléments** de **A** sont donc **a** et **b**. On dit que **A** est une **paire**. Alors la règle 4') veut dire qu'on a un nouvel **n-ensemble B = ab**, qui est la définition de **a ∪ b = a + b = a . b**.

Voici des exemples de **2-ensembles**, c'est-à-dire de **structures ensemblistes** avec des **2-unids** ou **cercles**:

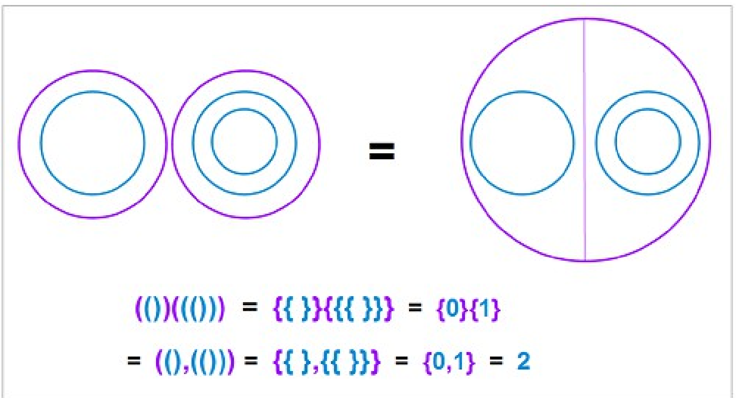


Que l'on ne tienne pas compte des **cercles** appelés **A** et **B**, qui n'ont pour but que d'illustrer ici grosso modo la notion classique de **réunion** et d'**intersection** de deux **ensembles**. La notion d'**ensemble** que nous venons de définir est trop précise pour employer pour l'instant les notions classiques. Par exemple, avec la définition que nous venons de donner, les **ensembles**: { }, { }{ }, { }{ }{ }, etc., sont des **ensembles différents**, alors qu'ils sont tous **équivalents** à l'**ensemble vide**, puisqu'ils n'ont aucun **élément** à part l'**espace**. De même, les **ensembles**: {{ }}, {{ }}{{ }}, {{ }}{{ }}{{ }}, etc., ont tous le même **élément** { }, donc sont tous **équivalents** au **singleton** {{ }}. Ainsi donc, nous devons définir une **relation** d'**équivalence** sur les **objets** qu'on vient de construire, et les **classes d'équivalence**, c'est-à-dire les **objets équivalents** entre eux et tous **équivalents** à un certain même **ensemble** donné, sont ce qu'on appelle « **ensemble** » au sens classique du terme.

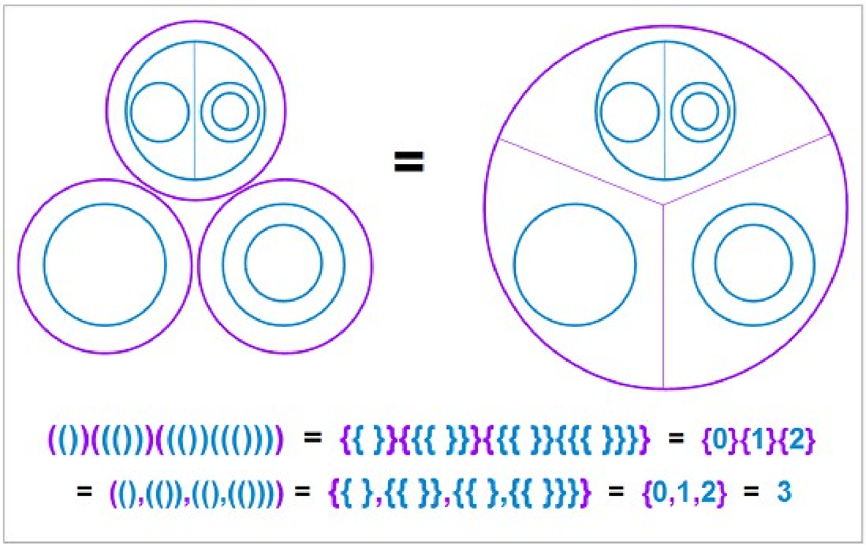
De même aussi, pour deux **structures distinctes a** et **b**, par exemple {{ }} et {{ }}{{ }}, les **ensembles** {**a**}{**b**} et {**b**}{**a**} sont **distincts** aussi. Ainsi, {{{ }}}{{{ }}{{ }}} et {{{ }}{{ }}}{{{ }}} sont **distincts**. Ainsi donc, deux **ensembles unidaux** ayant les **mêmes éléments** peuvent être distincts à cause par exemple de l'**ordre** des **éléments** ou simplement des **sous-structures**, qui donne lieu à des **structures distinctes**.

La notion de **structure unidale** que nous avons définie est donc trop riche par rapport à la notion classique d'**ensemble**, elle contient trop d'informations (notamment par exemple l'**ordre**, le fait qu'un **élément** est répété plusieurs fois, donc des **doublons**, etc.), ce qui fait que la **relation** d'**identité** sur ces **structures** ne coïncide pas encore avec l'**égalité** classique sur les **ensembles**. Cela au passage nous permet de voir que cette **égalité** est en **réalité** une **relation** d'**équivalence**. On doit volontairement ignorer des **informations**, notamment par exemple l'**ordre** des **éléments** ou leur **répétition**, pour pour dire entre autres que deux **ensembles** qui ne diffèrent que par l'**ordre** de leurs **éléments** ou par leurs **répétions** sont **équivalents**. Ainsi la **relation d'équivalence** coïncide avec l'**égalité** classique des **ensembles** (on reviendra plus en détail sur cela dans la partie C).

Nous appelons une « **cloison** » le **point** de « **contact** » de deux **enveloppes**, **point** qui équivaut à l'**assemblage** « }{», que nous nous notons par une « **virgule** »:



Ceci permet, pour une **structure**: $\{a_0\}\{a_1\}\{a_2\}\{a_3\}...\{a_n\}$, de la noter: $\{a_0, a_1, a_2, a_3, ..., a_n\}$.



Et ainsi, la notion classique d'**ensemble** a trouvé une parfaite définition en terme de **structure unidale**. Par conséquent, ce qu'on appelle traditionnellement les **axiomes** de la **théorie des ensembles**, sont de simples énoncés des propriétés des **structures unidales**, dites aussi **structures parenthésiques**.

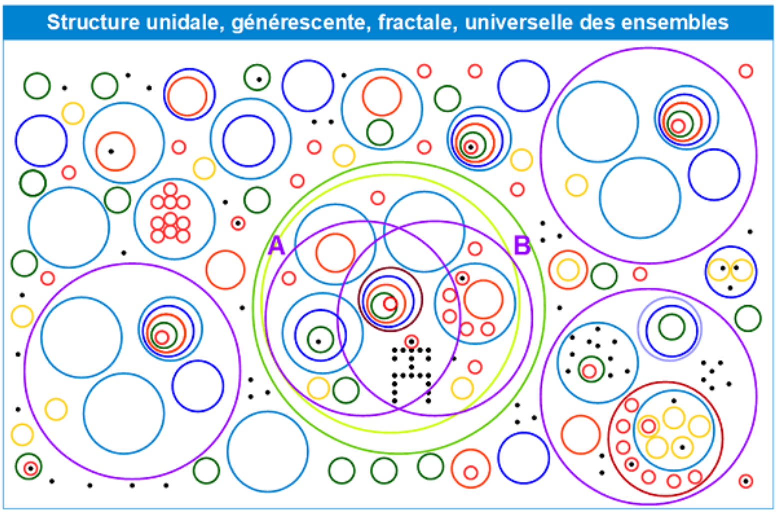
Les **0-ensembles** sont appelés les **générescences** ou **informations unaires**, car ils consistent en l'**itération** des **0-unids** ou **points**, vu que ceux-ci par définition n'ont pas d'**espace** intérieur dans lequel placer des **ensembles** autres que des **0-unids**. Et de manière générale, tous les **ensembles** formés par l'**itération** d'un certain même **ensemble a**, sont appelés les **générescences** ou **informations unaires** d'**unit a**. Ce sont donc: **o**, **a, aa, aaa, aaaa, aaaaa, aaaaaa, aaaaaaa, …**, où **o** désigne le **0-unid**. Ces **générescences** sont notées: **0a**, **1a, 2a, 3a, 4a, 5a, 6a, 7a, ….** Et l'**ensemble** de toutes ces **générescences** est noté **a...**, ou **ωa**. Et par définition aussi, le **singleton {a}** représente un tel **ensemble**. Autrement dit: **{a} = a... = ωa**.

Ceci est une très importante idée, de considérer que le **singleton {a}** représente l'**ensemble a itéré** toute l'**infinité** de fois. En particulier, on a: **o... = {o} = { }**, ce qui veut dire que **toute** l'**infinité** des **0-unids**, donne à la fin l'**ensemble vide { }** ou **{0}**, qui est la définition de **1**. Donc: **0… = 1**, autrement dit: **0×ω = 1**. C'est une application particulière du **principe d'alternation** vu précédemment, ou encore de la **Loi de l'Horizon Oméga**. Elle veut dire ici qu'en **additionnant** des **0-unids**, cela ne donne **jamais** un **1-unid**, cela donne toujours une **structure** de **0-unids**. Mais à l'**horizon infini absolu**, quand donc on aura additionné **toute l'infinité** des **0-unids**, cela donne le **1-unid**, c'est-à-dire **{ }** ou **1**.

En notant alors **« »** le **0-unid**, et le **1-unid** plutôt **( )**, on a donc de manière plus précise: **« »... = ( )**, qui signifie donc que **toutes les structures unidale** avec le **0-unid** ou **point**, qui est l'**ensemble vide** des **0-ensembles** ou **ensembles 0-unidaux**, forment l'**ensemble de tous les 0-ensembles**, c'est-à-dire de **tous** les **ensembles 0-unidaux**, qui est alors le **1-unid**, à savoir le **bipoint**, noté **( )** ou Ω_1. Il est l'**ensemble vide** des **1-ensembles**, c'est-à-dire des **ensembles 1-unidaux**.

Et ceci se généralise à tous les **n-unids**, à commencer par les **structures unidales** dont le **1-unid**, est l'**ensemble vide**. Cela donné toutes les **structures** avec les **parenthèses** traditionnelles, c'est-à-dire les **structures parenthésiques** de **dimension 1**.

Tous les **1-ensembles**, autrement dit tous les **ensembles 1-unidaux**, autrement dit encore tous les **ensembles** de **dimension 1**, forment le premier **ensemble** de **dimension 2**, c'est-à-dire le premier **2-unid**, à savoir le **cercle**, noté **{ }** ou Ω_2, qui est l'**ensemble vide** des **2-ensembles**, c'est-à-dire des **ensembles 2-unidaux**.



Tous les **2-ensembles**, autrement dit tous les **ensembles 2-unidaux**, autrement dit encore tous les **ensembles** de **dimension 2**, forment le premier **ensemble** de **dimension 3**, c'est-à-dire le premier **3-unid**, à savoir la **sphère**, notée **[ ]** ou Ω_3, qui est l'**ensemble vide** des **3-ensembles**, c'est-à-dire des **ensembles 3-unidaux**.

Etant donné un **nombre entier oméganaturel n**, tous les **n-ensembles**, autrement dit tous les **ensembles n-unidaux**, autrement dit encore tous les **ensembles** de **dimension n**, forment le premier **ensemble** de **dimension n+1**, c'est-à-dire le premier **(n+1)-unid**, à savoir la **(n+1)-sphère**, notée ${}_{n+1}[\ ]_{n+1}$, qui est l'**ensemble vide** des **(n+1)-ensembles**, c'est-à-dire des **ensembles (n+1)-unidaux**. Et ainsi de suite jusqu'à ${}_{\omega}[\ ]_{\omega}$ ou Ω_ω, qui est l'**Univers TOTAL**, l'**Ensemble de tous les ensembles**.

Nous venons out simplement de définir toute la **structure fractale** des **ensembles universels**, la **structure** de **toutes les choses** de l'**Univers TOTAL** et absolument **toutes**. Le même **modèle** Ω_n se reproduit, pour **n** parcourant tous les **nombres entiers oméganaturels**, c'est-à-dire tous les **ordinaux**: Ω_0, Ω_1, Ω_2, Ω_3, …, $\Omega_{\omega-3}$, $\Omega_{\omega-2}$, $\Omega_{\omega-1}$, Ω_ω. Chaque Ω_n est l'**ensemble vide** de **dimension n**, et en même temps aussi chaque Ω_n est un **ensemble de tous les ensembles**. Le **0-unid**, à savoir **« »**, a donc exactement la même **structure** que tous les **ensembles vides**, ce qui vaut dire que malgré les apparences, il n'est pas si « **nul** » que cela, il est un **ensemble de tous les ensembles**, exactement comme tous les Ω_n, autrement dit, il est le même **ensemble** que Ω_ω, il contient tous les ensembles, sauf que dans on cas, on a choisi d'ignorer ces **ensembles**, ils appartiennent au **cycle antérieur** de formation de **tous les ensembles**, cycle qui s'achève donc avec Ω_ω. Si nous décidons par exemple d'ignorer tous les **éléments** de celui-ci, c'est-à-dire tous les **ensembles** que nous venons de construire, autrement dit si nous décidons de considérer tous ces ensembles comme un **cycle antérieur** de formation des **ensembles**, alors, Ω_ω, qui le grand **Oméga**, l'**Ensemble plein** (c'est-à-dire l'**Univers TOTAL**), redevient un nouvel **Alpha**, autrement dit un **0-unid**, qu'on notera alors de nouveau **« »**, et exactement les mêmes ensembles seront formés en partant du **0-unid** ou **Alpha**. Ainsi donc, l'**Oméga** nous fait comprendre ce qu'était l'**Alpha**, c'est-à-dire lui-même au début d'un nouveau cycle de formation des **ensembles**.

Et maintenant, ayant déjà toute la **structure** des **ensembles** et sachant ce qu'elle est et comment elle fonctionne, à savoir une **structure unidale** ou **hypersphérique** de toutes les **dimensions** de **0** à **ω**, comprenant donc maintenant profondément non seulement la question de l'**ensemble vide** mais aussi de l'**ensemble plein**, poursuivons, à la lumière du nouveau paradigme, notre passage en revue des **axiomes** de la **théorie** classique des **ensembles**, notamment **ZF** ou **ZFC**. Nous savons maintenant avec le **Théorème de l'Existence** et avec la construction de Ω_ω. ou **V**, qui est déjà faite, qu'en réalité il n'y a pas d'**axiomes** de **théorie des ensembles**, mais il n'y a que des **théorèmes**, tous des corollaires du **Théorème de l'Existence**, **théorème** qui est synonyme d'**Univers TOTAL**.

L'**axiome de l'ensemble vide**, un théorème donc, nous dit qu'**il existe un ensemble n'ayant aucun élément**, et nous savons maintenant ce que cela veut dire. Poursuivons donc avec les autres **axiomes**, dont certains, comme celui qui va suivre, ne sont pas des **axiomes** de **ZF**, mais des **théorèmes** spécifiques au nouveau paradigme. Nous les appelons « **axiome** » juste par parallélisme avec les **axiomes** de **ZF**. Cela signifie que si **ZF** ou **ZFC** devait formuler ces axiomes ainsi nommés, c'est ainsi que cela aurait été formulé. Comme il y a donc un **axiome de l'ensemble vide**, par parallélisme nous parlons d'**axiome de l'ensemble plein**.

Axiome (théorème) de l'ensemble plein
Il existe un **ensemble** ayant **tout ensemble** comme **élément**, appelé **ensemble plein**, noté **V**.

Comme déjà dit, cet **ensemble plein** ou **ensemble de tous les ensembles**, n'est autre qu'une autre manière de parler de l'**Univers TOTAL U**.

Axiome de la réunion
Soit un **ensemble A**. Il existe un **ensemble**, noté noté **reu(A)** ou **∪(A)**, dont les **éléments** sont les **éléments** des **éléments** de **A**.

C'est ce qu'on appelle l'**axiome** de la **réunion**. C'est aussi un **axiome d'existence**, donc un **théorème** en vertu du **Théorème de l'Existence**.

Pour l'**ensemble vide { }** ou **∅** ou **0**, il n'a pas d'**éléments** donc n'a pas non d'**éléments** de ses **éléments**. Par conséquent: **reu(0) = ∪(0) = 0**.

Axiome de l'ensemble des parties
Soit un **ensemble A**. Il existe un **ensemble**, noté **𝒫(A)**, dont les **éléments** sont les **parties** de **A**.

C'est ce qu'on appelle l'**axiome** de l'**ensemble des parties**. C'est ici aussi un **axiome d'existence**, donc un **théorème** en vertu du **Théorème de l'Existence**.

Il découle de cet **axiome** (maintenant un **théorème** donc), il existe un **ensemble** dont les **éléments** sont les **parties** de l'**ensemble vide 0**. Et comme il n'a qu'**une seule partie**, qui est lui-même, on a donc: **𝒫(0) = {0}**, **ensemble** que nous notons **1**. Il a deux **parties**, **0** et lui-même, et lui aussi a un **ensemble des parties**, qui sont ces deux **ensembles**, à savoir: **𝒫(1) = {0, 1}**. Cet **ensemble** est noté **2**. On a: **𝒫(2) = {0, 1, {1}, 2}**. Etc.

Il est facile de voir que si **A** est un **ensemble fini** de **n éléments**, alors **𝒫(A)** est un **ensemble** à **2^n éléments**. Ceci est vrai d'ailleurs aussi si **n** est **infini**, encore faut savoir le sens des notions de **fini** et d'**infini** dans le nouveau paradigme où **fini** et **non-fini**, ou **infini** et **non-infini**, n'ont plus le même sens que dans la **logique classique**, parce qu'aussi le connecteur « **non** » n'est plus absolu comme présentement. Les notions de **fini** et d'**infini** ne sont plus la **négation** l'une de l'autre mais simplement des notions **contraires** (on y reviendra largement).

Ainsi donc, qu'un **ensemble A** à **n éléments** soit **fini** ou **infini**, **𝒫(A)** est un **ensemble** à **2^n éléments**, donc un **ensemble** ayant bien plus d'**éléments** que **A**, quand **n** devient grand. Et de plus il est facile de montrer que **A** est toujours une **partie** de **𝒫(A)**. Autrement dit, en règle générale pour les ensembles, on a: **$2^n > n$** .

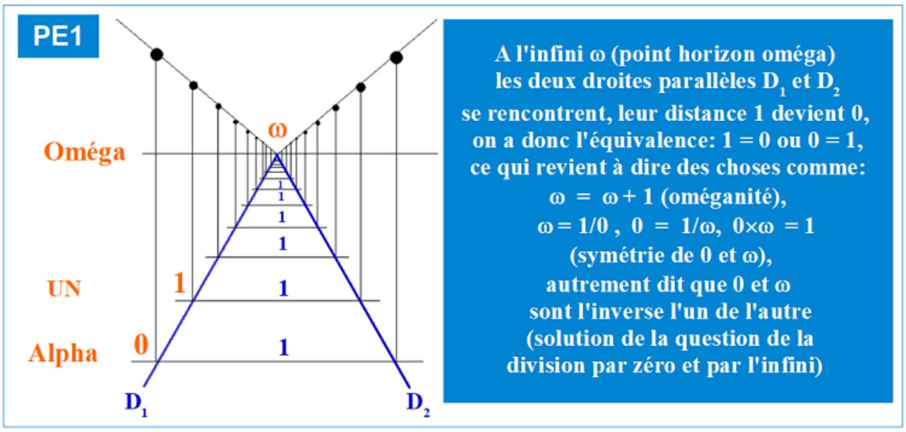
Et maintenant, en appelant l'**Univers TOTAL V**, c'est-à-dire l'**Univers TOTAL** vu comme l'**Univers des ensembles** ou l'**Ensemble de tous les ensembles**, quel est son **ensemble des parties** **𝒫(V)**? Il est clair que dans son cas, toutes les parties de **V** sont dans **V**, donc: **𝒫(V) = V**.

En appelant **Ω** le **nombre** des **éléments** de **V**, ou **cardinal** de **V**, l'**égalité**: **𝒫(V) = V**, veut dire donc que: **$2^\Omega = \Omega$**. La règle générale **$2^n > n$** est donc prise en défaut pour **V**. C'est l'une des formes des « paradoxes » du genre « **ensemble de tous les ensembles** », « **ensemble de tous les ordinaux** » ou « **dernier ordinal** » (paradoxe de Burali-Forti). Ces « paradoxes » ont la particularité de se présenter souvent sous la forme d'un **ensemble** qui **n'est pas élément de lui-même** et qui en même temps est **élément de lui-même**, donc le « paradoxe » **p** ET **non-p** sous la forme de: **élément** ET **non-élément**. Et ils se présentent souvent aussi sous la forme d'un **cardinal** qui est **plus petit que lui-même**, et **plus grand que lui-même**, et en même temps **égal à lui-même**, comme justement ici avec le **cardinal** de **V**. Donc simplement le « paradoxe » **égal** ET **non-égal**. La même question générale donc de type **p** ET **non-p**.

Mais il s'agit en réalité de faux paradoxes, pour plusieurs raisons. D'abord, comme on l'a déjà dit, ces paradoxes sont dus à la logique de **négation** elle-même, à cause du caractère absolu donné au connecteur « **non** », qui doit en fait signifier « **contraire** ». Les notions **contraires** comme **fini** ET **infini** (ou **fini** ET **non-fini**), **élément** ET **non-élément**, **égal** ET **non-égal**, etc., et de manière générale **p** ET **non-p**, s'excluent mutuellement pour les petits **ensembles**, les petits **ordinaux**, les petits **cardinaux**, etc.. Or, comme on va le voir de diverses manières, au fur et à mesure qu'on tend vers l'**infini**, la donne **change**, elle **alterne** (le terme exact à employer dans ce cas justement, le terme de l'**alternation**), jusqu'à se renverser même complètement quand un certain **horizon infini** est atteint. Nous rencontrerons cette **vérité** sous le nom de la **Loi de l'Horizon Oméga**.

Or pour une logique de **négation**, qui n'est pas **graduelle** ou **progressive**, avec laquelle les **valeurs de vérité** restent figées et constantes quel que soit le **nombre** ou l'**horizon** où l'on se place, qui est donc de nature raisonner en mode « tout ou rien », forcément il se produit un « paradoxe » aux **horizons** où normalement la **valeur de vérité** doit **alterner**. Ce qu'on appelle donc souvent « paradoxe », c'est simplement la juxtaposition ou la superposition d'une **valeur de vérité** en début de processus, avec la **valeur de vérité** en fin de processus, **valeurs de vérité** qui sont **contraires**, évidemment, par exemple **0** au début, et **1** à la fin, ou vice-versa, ou **vrai** au début, et **faux** à la fin, ou vice-versa, bref **p** au début, et **non-p** à la fin, ou vice-versa.

Ou simplement, comme les deux **droites** D_1 et D_2 de l'image ci-après, les deux **valeurs de vérités p** et **non-p** coexistent du début jusqu'à l'**infini**, mais s'excluent au début comme les deux **droites parallèles séparées** au début, mais ne s'excluent plus à la **fin**, comme les deux droites qui se rejoignent l'**horizon infini**. Nous reverrons cela sous donc le nom de la **Loi de l'Horizon Oméga**, déjà mentionné plus haut.



Il ne s'agit donc pas de « paradoxe » mais simplement que c'est la propriété caractéristique des **nombres infinis** ou simplement des **très grands nombres**, donc des **grands ensembles** ayant un **grand nombre** d'**éléments**. Des propriétés nouvelles **émergent**, qui ne manifestent pas avec les **petits nombres**. Elles peuvent paraître « étranges » ou « paradoxales » ou « contradictoires » comme le fait de dire que « **Deux droites parallèles sont deux droites qui se rejoignent à l'infini** ». Et pourtant c'est la **vérité**: ***à l'infini, l'impossible devient possible, et à l'inverse le possible devenir impossible***. Les **choses alternent**, au plus tard à l'**horizon infini**.

Et enfin les **égalités**: $\mathcal{P}(V) = V$ et $2^\Omega = \Omega$. , veulent dire une chose importante concernant la notion d'**égalité**, que nous verrons en détail quand les notions préalables auront été exposées: la notion d'**égalité** se déclinent en deux facettes, l'**identité** et l'**équivalence**, qui sont une question de **degré**. Nous avons commencé à le voir avec la notion de **cycle** et les différents **cycles**: le **cycle 0** (« **0 = 0** »), le **cycle 1** (« **0 = 1** »), le **cycle 2** (« **0 = 2** »), le **cycle 3** (« **0 = 3** »), etc., jusqu'au **cycle ω** (**0 = ω**). Ces différents **cycles** (et encore nous n'avons mentionnés que ceux qui ont une valeur entière) sont autant de différents types d'**égalités**, notamment de différentes **équivalences**, qui, comme on va le voir, s'enclenchent automatiquement quand les nombres ont atteint la grandeur adéquate. Nous avons justement ci un exemple: quand les **nombres n** sont relativement petits, c'est l'**inégalité**: $2^n > n$, qui prime. Mais quand **n** atteint l'"**horizon Ω**, alors l'**équivalence**: $2^\Omega = \Omega$, s'enclenche. Encore donc une forme de la **Loi de l'Horizon Oméga**: ce qui était impossible aux **horizons** d'avant devient possible à l'**horizon Ω**. Cela veut dire aussi que l'**égalité** courante, qui était une **identité**, qui distinguait **n** et 2^n, ne distingue plus **Ω**, et 2^Ω.

L'**identité courante** devient donc une **équivalence** à cet **horizon**. Si l'on veut continuer à distinguer **n** et 2^n à cet **horizon**, alors il faut changer d'**égalité**, et passer à une **égalité** plus stricte c'est-à-dire plus **identitaire**. L'**égalité** change donc aux différents **horizons** et nous verrons comment. Là encore quand on étudie les **ensembles** et les **nombres** avec **une seule égalité**, celle-ci reste figée à tous les **horizons** et ne s'adapte pas automatiquement à la grandeur des **nombres** qu'elle prend en charge. Ce manque de flexibilité et de **gradation** provoque des « paradoxes », qui une fois encore ,e sont pas dus à ce qu'on pense, mais une fois encore à un problème de logique et de paradigme.

Axiome (théorème) de la paire

Pour deux **ensembles a** et **b**, il existe un **ensemble** dont les **éléments** sont **a** et **b**, il est noté **{a, b}**. Cet **ensemble** est appelé une **paire**. Si **a** et **b** sont **distincts**, alors l'**ensemble** est appelé une **paire stricte** ou une **paire propre**. Et si **a = b**, alors cet **ensemble** est **{a, a}**, qui est noté **{a}**. Et on l'appelle un **singleton**.

Cet énoncé est classiquement appelée l'**axiome de la paire**. Encore un **axiome d'existence**, donc un **théorème** en vertu du **Théorème de l'Existence**.

Etant donné une **paire {a, b}**, l'**axiome de la réunion** permet de définir un nouvel **ensemble** de grande importance, et qui est la **réunion** de **a** et **b**. En effet, il dit qu'il existe un **ensemble**, **reu({a, b})** ou **∪({a, b})**, dont les **éléments** sont les **éléments** de **a** et **b**. On le notera également **a ∪ b**. Donc: **a ∪ b = reu({a, b}) = ∪({a, b})**.

Pour tout **ensemble a**, on pose: $\mathbf{a^+ = a \cup \{a\}}$, appelé le **successeur ensembliste** de **a**, ou simplement le **successeur** de **a**, si n'y a aucune ambiguïté à propos du type de **succession** dont il s'agit. Et pour tout **ensemble a**, on dit que **a** est un **successeur ensembliste** ou simplement un **successeur** s'il existe un **ensemble a'** tel que **a** soit le **successeur ensembliste** de **a'**. C'est-à-dire **a'** tel que: $\mathbf{a'^+ = a' \cup \{a'\} = a}$. L'**ensemble a'** est alors noté $\mathbf{a^-}$, et il est appelé le **prédécesseur ensembliste** de **a** ou simplement le **prédécesseur** de **a**, s'il n'y a pas d'ambiguïté à propos du type de **précession** dont il s'agit.

Axiome (théorème) de l'infini: Ensembles récurrenciels

Il existe un **ensemble récurrenciel**, c'est-à-dire ayant **0** pour **élément** et ayant pour **élément** le **successeur ordinal** de chacun de ses **éléments**.

C'est ce qu'on appelle l'**axiome de l'infini**. C'est encore un **axiome d'existence**, donc un **théorème** en vertu du **Théorème de l'Existence**. Et aussi, c'est une conséquence du **théorème de l'ensemble plein**. Il signifie qu'il existe un **ensemble** qui contient au moins tous les **ordinaux finis** construits précédemment. A défaut, cet **ensemble** est **Ω** ou **V**, qui est donc un **ensemble récurrenciel**, le **récurrenciel** par défaut.

Axiome des ordinaux

a) Il existe un **ensemble** noté **Ω**, dont les **éléments** sont appelés les **ordinaux**.
b) **0** et **Ω** sont des **ordinaux**.
c) Tout **ordinal n** a un **successeur ensembliste** $\mathbf{n^+}$, noté alors **n+1**, et qui est aussi un **ordinal**.
d) Tout **ordinal n** a un **prédécesseur ensembliste** $\mathbf{n^-}$, noté alors **n–1**. et qui est aussi un **ordinal**.
Les **ordinaux** qui sont **éléments** de **0** sont dits **antitifs** ou encore **négatifs**, tout autre **ordinal** étant dit **positif**.
e) Tout **élément** d'un **ordinal** est un **ordinal**.
f) Etant donnés trois **ordinaux m**, **n** et **p**, si **m ∈ n**, et si **n ∈ p**, alors **m ∈ p** (autrement dit, la **relation d'appartenance** est **transitive** dans un **ordinal**).
g) Etant donnés deux **ordinaux m** et **n**, on a **m = n** ou **m ∈ n** ou **n∈ m**.
h) Tout **ensemble E d'ordinaux** a un **plus petit élément**, appelé son **alpha** et un **plus grand élément**, appelé son **oméga**.

Il s'agit encore d'un **axiome d'existence**, qui introduit l'**ensemble Ω** et **tous** ses **éléments** appelés les **ordinaux**, dont les propriétés sont définies par les autres énoncés de l'**axiome** (les énoncés b à g). C'est donc un **corollaire** du **Théorème de l'Existence**. L'énoncé h) est dans la nouvelle vision la version de ce qu'on appelle l'**axiome du choix**. Il a pour conséquence que tout **ensemble**, **fini** ou **infini**, peut être **ordonné** d'un **premier élément**, l'**alpha**, à un **dernier élément**, l'**oméga**, suivant un type de **relation d'ordre** qu'on appelle communément le **bon ordre**, mais dont nous qualifions la nouvelle version d'**ordre parfait**. En effet, selon l'**ordre parfait**, l'**ensemble ordonné E** est au besoin décrit comme l'**alpha** et **tous ses successeurs** jusqu'au **dernier** qui est l'**oméga**, ou comme l'**oméga** et tous ses **prédécesseurs** jusqu'au **premier** qui est l'**alpha**. Et l'**alpha** et l'**oméga** jouent un rôle **parfaitement symétrique**, on peut intervertir leur rôle, et alors l'**oméga** est simplement aussi un **commencement** en partant de la **fin** et en allant vers l'**alpha**, qui devient alors un **oméga** dans le **sens inverse**. Autrement dit, l'**ensemble E parfaitement ordonné** se comporte exactement comme n'importe quel **ensemble fini** d'**éléments**, au sens habituel de la notion de **fini**, comme donc par exemple l'**ensemble A = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}**, ou comme l'**ensemble B = {0, 1, 2, 3, …, n-3, n-2, n-1, n}**, où la **lettre n** est une **variable** représentant un **nombre entiers naturel**, au sens classique ou standard du terme. Dans le nouveau paradigme, la notion d'**infini** et celle de **variable** sont tout simplement la même notion. Et aussi, si nous devions dresser la liste de tous les **nombres entiers naturels** de **0** à un certain **entier naturel n très grand** comme par exemple $\mathbf{10^{200}}$ (« **10 puissance 200** » ou « **1 suivi de 200 zéros** ») ou comme le **nombre de Graham G**, comme ce serait trop long d'énumérer ces **entiers naturels**, nous n'aurons d'autres choix que de dire quelque chose du genre: **B = {0, 1, 2, 3, …, n-3, n-2, n-1, n}**. C'est-à-dire pour les deux exemples de **nombres** donnés, **B = {0, 1, 2, 3, …, 10^{200}-3, 10^{200}-2, 10^{200}-1, 10^{200}}**, ou: **B = {0, 1, 2, 3, …, G-3, G-2, G-1, G}**. On voit donc que **formellement**, les notions de **variable n** et celle de **nombre infini n**, de **nombre infiniment grand n** ou de **très grand nombre n**, sont équivalentes. Et on remarque aussi que le **nombre n**, en remontant l'**ordre** vers **0**, joue exactement le même rôle que le **0** en allant vers **n**. Et **n-1** joue le même rôle que **1**, **n-2** joue le même rôle que **2**, etc., bref **n-k** joue exactement le même rôle que **k**. C'est ce que signifie l'**ordre parfait** et c'est simplement cette **logique** qu'exprime l'**axiome des ordinaux**.

Et maintenant, pour comprendre les autres énoncés de l'**axiome**, construisons pas à pas les **ordinaux** et observons leur **merveilleuse logique** (et le mot « **merveilleux** » est faible...). On a:

$0 = 0$

$1 = 0^+ = 0+1 = 0 \cup \{0\} = \{0\}$

$2 = 1^+ = 1+1 = 1 \cup \{1\} = \{0, 1\}$

$3 = 2^+ = 2+1 = 2 \cup \{2\} = \{0, 1, 2\}$

$4 = 3^+ = 3+1 = 3 \cup \{3\} = \{0, 1, 2, 3\}$

…

$n = (n-1)^+ = (n-1) \cup \{n-1\} = \{0, 1, 2, 3, .., n-1\}$

$n+1 = n^+ = n \cup \{n\} = \{0, 1, 2, 3, .., n\}$

Et cela continue indéfiniment.

On voit donc que les **nombres entiers** dans leur nature la plus fondamentale, la nature **ensembliste**, sont donc les **ordinaux**, qui sont donc des **ensembles spéciaux**. Un **ordinal n** est l'**ensemble** de **tous les ordinaux** qui le **précèdent**, ils sont dans l'**ensemble** que **n** est **ordonnés** selon leur **ordre** de **formation**. Tout **ordinal** a effectivement un **prédécesseur** et un **successeur**. Sauf apparemment le cas du **0**, qui n'a pas de **prédécesseurs**, mais ce n'est qu'une apparence. Car nous savons que ses **prédécesseurs** et qui sont aussi ses **éléments** en tant qu'**ordinal**, sont les **entiers négatifs**, que nous prenons pas en considération, nous limitant aux **éléments positifs**. C'est en sens que **0** «n'a pas d'**éléments** » ou est l'«**ensemble vide** ». Dans le cas des **ordinaux** donc, la notion d'«**éléments inexistants** » est la notion d'**ordinaux négatifs**.

Si nous voulions prendre en compte les **éléments** de **0**, en tant qu'ordinal, il serait donc: **0 = {–Ω, …, –4, –3, –2, –1}**, et ensuite on aurait: **1 = {–Ω, …, –4, –3, –2, –1, 0}**, puis: **2 = {–Ω, …, –4, –3, –2, –1, 0, 1}**, puis: **3 = {–Ω, …, –4, –3, –2, –1, 0, 1, 2}**, puis: **4 = {–Ω, …, –4, –3, –2, –1, 0, 1, 2, 3}**, et ainsi de suite. Cela revient à la liste précédente, sauf qu'à chaque fois on énumère la liste de **tous** les **éléments** de **0**, c'est-à-dire **tous** les **ordinaux négatifs**, de l'**infini absolu négatif –Ω** inclus à **–1** inclus. Et les **éléments** de **–1** seraient tous les **ordinaux** de **–Ω** inclus à **–2** inclus, donc: **–1 = {–Ω, …, –5, –4, –3, –2}**. Et **–2 = {–Ω, …, –6, –5, –4, –3}**. Ainsi de suite. Et à la fin on aurait: **–Ω = { }**, ce qui revient à dire que pour notre construction de tous les **ordinaux négatifs** comme **positifs**, on par de l'**ensemble vide**, ce que nous faisons déjà. En effet, l'**ordinal –Ω** ou **{ }** est une autre manière de dire **0** ou **0 élément**, puis l'**ordinal –Ω+1 = –(Ω–1) = {–Ω}** une autre manière de dire **1**, puis l'**ordinal –Ω+2 = –(Ω–2) = {–Ω, –(Ω–1)}** une autre manière de dire **2**, puis l'**ordinal –Ω+3 = –(Ω–3) = {–Ω, –(Ω–1), –(Ω–2),}** une autre manière de dire **3**, ainsi de suite, jusqu'à: **0 = {–Ω, …, –4, –3, –2, –1}**. On aura ainsi formé une version de tous les **ordinaux**, sauf que c'est **–Ω** qui a joué le rôle du **0** dans la construction des versions **positives**. C'est le **Cycle des ordinaux**, le **cycle Ω**, c'est-à-dire le **cycle** du **zéro absolu** à l'**infini absolu** ou vice-versa, le **cycle** de l'**Alpha** à l'**Oméga** ou vice-versa. Qui dit **cycle** dit donc **répétition** d'une **même logique**.

Et alors on voit qu'il n'est plus nécessaire de poursuivre avec la construction de **1, 2, 3, 4,** etc., puisqu'en fait c'est déjà fait d'une autre manière, ce qui est quand même le but. Une fois donc qu'on sait comment se forment les **ordinaux positifs**, on sait aussi par **symétrie** comment se forment les **négatifs**, et vice-versa. C'est en raison de cette **logique cyclique** des **nombres** (mais aussi de la **logique fractale** qui lui est synonyme et lui intimement associée) qu'on ignore les **éléments** de **0**, on fait comme s'il n'en avait pas, et on démarre à partir de lui pour construire tous les **ordinaux**, c'est-à-dire les **ordinaux positifs**.

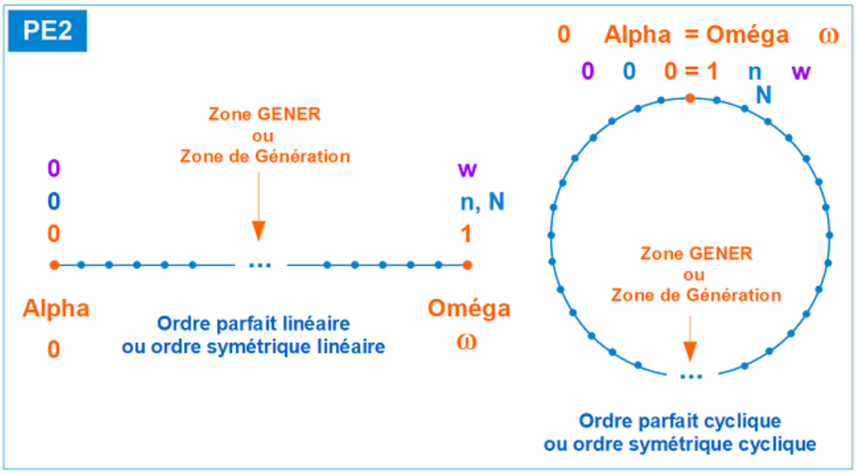
Donc effectivement, dans l'absolu, tout **ordinal** a un **prédécesseur** (**ensembliste**) et un **successeur** (**ensembliste**), qui sont eux aussi des **ordinaux**, comme l'**axiome des ordinaux** plus haut le dit dans les énonces b), c) et d). Et tout **élément** d'un **ordinal** est un **ordinal**, comme le dit l'énoncé e). La **relation** d'**appartenance** est **transitive** comme le dit l'énoncé f), c'est-à-dire tout **élément** d'un **élément** d'un **ordinal** donné, est aussi **élément** de cet **ordinal**. Et comme le dit l'énoncé g), deux ordinaux sont toujours **comparables** par la **relation**

d'appartenance. Où ils sont **égaux**, ou alors l'un appartient à l'autre ou vice-versa. Pour les **ordinaux** classiques, c'est une seule des trois options (soit **m = n**, soit **m ∈ n**, soit **n ∈ m**) qui est vraie. Mais quand les **ordinaux** deviennent **infinis**, à **commencer** par l'**énitivité**, ils commencent à **appartenir à eux-mêmes**, et aussi deux ordinaux bien que **différents**, peuvent être en même temps **égaux**, ce qui est tout simplement la définition d'une **équivalence**. Et enfin, comme le dit l'énoncé h), un ordinal a toujours un **plus petit élément** (l'**alpha**) et un **plus grand élément** (l'**oméga**).

C'est ce que nous montrent les ordinaux que nous avons construits, il n'est même pas nécessaire de construire toute l'**infinité** des **ordinaux** pour vérifier que la logique reste toujours la même. La **récurrence** fait le reste, elle a juste besoin de reposer sur un **ordre parfait**, pour ne pas assister à la rupture à laquelle on assiste dans les théorie des ensembles classiques entre la **récurrence** des **ordinaux finis** et celle des **ordinaux infinis**. Pour ceux-ci, le raisonnement par **récurrence** n'est plus valable et on utilise l'**induction transfinie**, rendue nécessaire simplement parce que dans la conception classique certains **ordinaux infinis**, dits « **limites** », n'ont pas de **prédécesseur**. C'est-à-dire le cas justement de **ω** (on reviendra plus en détail sur cette **fausseté** que sont les **ordinaux** « **limites** »). Cela veut dire simplement que l'ordre des ordinaux est à sens unique, cela ne se passe pas du tout dans le sens **retour** comme dans le sens **aller**, à cause de cette maudite notion d'**ordinaux** « **limites** », l'une des manifestations de la **logique de négation**.

Mais maintenant avec l'**ordre parfait** des **ordinaux**, l'**ordre parfaitement symétrique**, cette fausseté des **ordinaux** « **limites** » est supprimée. Je garde une « dent » contre elle car elle m'a sérieusement compliqué la vie dans mes études de la théorie des ensembles, de même que l'horrible **théorie des cardinaux** actuelle, à la fois très pauvre et ennuyeuse, mais aussi contenant de vrais casse-têtes avec des concepts à donner des migraines, comme les cardinaux « inaccessibles », la « cofinalité, et j'en passe. Toutes ces complications inutiles juste pour ne pas changer de paradigme, pour ne pas abandonner la non moins maudite **logique de négation**. Il n'y a donc plus d'**ordinaux** « **limites** » qui tiennent (j'y reviendrai), simplement parce que tout **ordinal** a un **prédécesseur**, même le **0** malgré les apparences! Il est juste le commencement d'un nouveau **cycle** de construction des **ordinaux**, ce qui veut dire qu'il existe un **cycle** d'avant. On ne bute donc plus sur ces affreux **ordinaux** « **limites** » dans le sens du **retour**, tout roule **parfaitement**, et de ce point de vue tous les ordinaux fonctionnent comme les classiques **nombres entiers**. Pas besoin donc de les construire tous pour le vérifier, car la constructions de quelques ordinaux classiques suffit pour comprendre la **logique** et la généraliser. Et pas besoin non plus d'avoir deux logiques de **récurrence**, une pour les **ordinaux finis** et l'autre pour les **ordinaux infinis**. Les **ordinaux** ont tous une seule logique de **récurrence**, la **récurrence** bonne vieille logique des **entiers naturels**. A l'**élément initial 0**, il faut juste ajouter un **élément final ω**, pour faire la **récurrence** dans le sens **aller** comme dans le sens **retour**.

Et malgré l'**infinité** que peut être le **nombre des éléments** (le **cardinal)**, si grande soit elle, let a présence du symbole « **...** » au milieu de la liste des **ordinaux**, la **récurrence aller** et la **récurrence retour** se rejoignent au milieu de la liste, **jonction** et **continuité** que l'on vérifie très facilement en regardant juste une **droite** ou un **segment**. C'est parfaitement **continu**, il n'y a pas **rupture** au **milieu** ou en n'importe lequel de ses **points**, juste parce qu'il s'agit d'un **ensemble infini**, qui a une **infinité** d'**éléments**.



Quel que soit donc l'**ordinal n** dont on parle, **fini** ou **infini**, le processus de sa construction par récurrence est donc le même :
0 = 0

$1 = 0^+ = 0+1 = 0 \cup \{0\} = \{0\}$
$2 = 1^+ = 1+1 = 1 \cup \{1\} = \{0, 1\}$
$3 = 2^+ = 2+1 = 2 \cup \{2\} = \{0, 1, 2\}$
$4 = 3^+ = 3+1 = 3 \cup \{3\} = \{0, 1, 2, 3\}$
…
$n = (n-1)^+ = (n-1) \cup \{n-1\} = \{0, 1, 2, 3, .., n-1\}$
$n+1 = n^+ = n \cup \{n\} = \{0, 1, 2, 3, .., n\}$

Et donc une fois que la **logique** est saisie, si donc on veut la **clôturer**, et exprimer qu'on a atteint le **grand terminus Ω** ou en tout cas le **terminus** de ce **processus**-là (qu'on appelle une **construction** par **récurrence**), autrement dit l'**horizon ω** de cette **construction**-là (un **premier** très important **horizon**), la manière simple et élégante de le faire est de dire qu'on atteint un **nombre ω** tel que: **ω = ω+1**, **propriété caractéristique** et **élémentaire** des **nombres infinis** ou **infiniment grands** ou **très grands**, que j'appelle l'**énitivité**. Quand on a atteint un **horizon énitif ω**, qui vérifie donc: **ω = ω+1**, cette construction par récurrence (qui n'est en fait que la première phase de la **récurrence**), se conclut ainsi: $\omega+1 = \omega^+ = \omega \cup \{\omega\} = \{0, 1, 2, 3, .., \omega\} = \omega$.

Cela signifie qu'on a atteint un **ordinal** ou un **nombre entier** si **grand** qu'il est **son propre successeur**, et alors le **processus** de **récurrence** s'arrête, ou en tout cas cette phase-là s'achève par son **mot de fin**, qui est l'**énitivité**. Une autre phase peut alors commencer, une autre aventure dans l'**Univers des ordinaux**, à savoir **Ω**. Celui-ci est le grand terminus, mais avant d'en arriver à lui la route est encore, très, très, très longue, et se passe encore beaucoup, beaucoup de choses, beaucoup d'autres phénomènes de **clôture**, l'**énitivité** n'étant que le premier. Il y aura encre beaucoup d'autres **horizons** à atteindre et à franchir, celui qu'on vient d'atteindre (l'**horizon** d'**énitivité**) n'étant que le **premier**. Nous venons juste de découvrir le **premier grand secret** de l'**infini Oméga absolu**, il y a encore une **infinité** d'autres.

Si le but du voyage dans les **ordinaux** (**nombres entiers**) est seulement les **ordinaux** dits **finis**, autrement dit grosso modo ce qu'on appelle actuellement les **nombres entiers standard** et **non-standard**, les **nombres entiers naturels** classiques donc, alors ce **premier horizon**, à sa voir l'**horizon** d'**énitivité**, suffit largement. L'**arithmétique** dite **non standard**, dont les axiomes permettent d'introduire des **nombres entiers dits infiniment grands**, c'est-à-dire plus **grands** que tous les **entiers** dits **standard**: **0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …**, est remarquable, certes, mais nul besoin d'axiomes ou de théorèmes compliqués ou techniques de la logique mathématique comme par exemple l'**axiome de compacité**, de **standardisation**, d'**idéalisation**, etc., pour comprendre la **logique** et le **structure** des **nombres entiers**. Un **système d'axiomes** presque aussi simple et très **intuitif** que les **axiomes de Peano**, qui est juste amélioré pour y faire fonctionner en parfaite **symétrie deux éléments extrêmes**, l'**alpha** et l'**oméga** (au lieu d'**un seul élément extrême** qui est seulement le l'**alpha** ou le **0**), autrement le **système axiomatique** des **ordinaux** énoncé plus haut, suffit à nous fait comprendre la **logique** et la **structure** des **nombres entiers naturels**.

En effet, dans l'écriture: **B = {0, 1, 2, 3, …, n-3, n-2, n-1, n}**, ou de préférence dans ce cas: **ω = {0, 1, 2, 3, …, ω-3, ω-2, ω-1, ω}**, la partie de gauche jusqu'à l'**horizon intermédiaire** indiqué par le symbole d'**infinité** ou d'**indéfinité** « **...** » (l'**opérateur** d'**itération infinie** ou **indéfinie** que j'appelle le **GENER**), c'est-à-dire la partie: **0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …**, correspond tout simplement aux **entiers naturels standard**, qui, en croissant, sont de moins en moins **standard**. Simplement parce qu'ils deviennent de plus en plus **infinis** ou **infiniment grands**, et donc perdent progressivement leur nature de **nombres finis** et les **propriétés caractéristiques** des **nombres finis**, ne conservant que les **propriétés communes** avec les **nombres infinis**. Et la partie de droite après le symbole « **...** », à savoir la partie **symétrique** à la première: **…, n-7, n-6, n-5, n-4, n-3, n-2, n-1, n**, ou de préférence: **…, ω-7, ω-6, ω-5, ω-4, ω-3, ω-2, ω-1, ω** (mettant ainsi en évidence que **ω** que est le **terminus**), correspond quant à elle aux **entiers** dits **non standards**, c'est-à-dire en fait les **entiers infiniment grands**. Cette catégorie s'achève avec **ω** (c'est-à-dire en fait n'importe lequel des **ordinaux** d'une nouvelle catégorie appelée les **oméga**), dès qu'apparaît un **entier non standard ω** qui est **énitif**, c'est-à-dire qui vérifie: **ω = ω+1**. Donc aussi: **ω = ω+1 = ω+2 = ω+3 = …**, et donc aussi: **... = ω-3 = ω-2 = ω-1 = ω**.

On avait déjà franchi l'**horizon** des **entiers** (ou **ordinaux**) **standard** (intuitivement ceux qui, sans être obligatoirement petits, ne sont pas encore « trop grands »), à savoir les **entiers**: **0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …**, pour entrer dans le domaine des **entiers** (ou **ordinaux**) **non standard** (intuitivement ceux qui, sans être obligatoirement **infinis**, sont **infiniment grands**, ils incarnent la notion de **nombres** « très, très grands »). Mais là avec les **nombres entiers** de la catégorie des **oméga**: **... , ω-3 , ω-2, ω-1, ω , ω+1, ω+2, ω+3, …**, bref de la forme générale **ω ± n**, où n est un **entier standard**, on n'est même plus dans **entiers non standard**, mais nus avons changé de catégorie, nous sommes entrés dans le monde des **entiers énitifs**, c'est-à-dire simplement nous avons franchi l'**horizon** des **entiers infiniment grands** (autrement dit **non standard**) et nos sommes maintenant dans le domaine des **nombres entiers infinis**. Ce ne sont sans doute pas encore les plus **grands infinis** ou la catégories des **infinis absolus** (on en est encore, très, très, très loin!), mais avec l'**énitivité**, on n'est carrément plus dans le domaine des **nombres finis**.

Et (chose très importante et qui est aussi un objectif poursuivi en faisant cet exposé des **ensembles**), qui dit énitivité ou une propriété du genre: $\mathbf{n = n+1}$, ou: $\omega = \omega+1$, dit aussi que l'**égalité courante**, « = », qui nous sert d'**identité**, cesse d'être une **identité** et commence à devenir une **équivalence**, puisqu'elle **égalise** deux **entiers différents**, qui revient ici à dire: $\mathbf{0 = 1}$. Si donc nous tenons à **différencier** les **nombres énitifs** $\mathbf{n}$ et $\mathbf{n+1}$, ou ω et $\omega+1$, alors il faut changer d'**égalité**, passer à une **identité** plus **stricte**, et éventuellement à l'**identité absolue** (on revendra sur les **degrés** des **égalités**).

Car les ces **entiers** classiques s'achèvent dès que commence à apparaître la **première propriété étrangère** aux **lois habituelles** de ces **entiers**, à savoir qu'un **nombre entier** est **égal** à son **successeur**. Lois des **entiers** classiques sont que tout **entier n** est **différent** de de son **successeur**, et plus précisément encore est **strictement inférieur** à son **successeur**: $\mathbf{n < n+1}$. Dans le **langage des ensembles**, cela signifie que l'**ordinal n** n'est jamais **élément de lui-même**, on n'a jamais $\mathbf{n \in n}$, mais on a toujours: $\mathbf{n \in n+1}$, comme justement on le voit avec la **construction** par **récurrence** que nous avons faite plus haut. Par conséquent cette première catégorie des **ordinaux** (ce qui revient à dire aussi l'**égalité courante**) s'achève quand on commence à avoir: $\mathbf{n = n+1}$, ce qui veut dire aussi: $\mathbf{n \in n}$. C'est l'**ordinal** ω qui inaugure cette première propriété, qui est donc l'**énitivité**, c'est-à-dire: $\omega = \omega+1$, ce qui veut dire aussi: $\omega \in \omega$.

On dit qu'un **ordinal n** est **classique** s'il **n'est pas élément de lui-même**, et si son **successeur** est lui aussi **classique**. c'est-à-dire vérifiant: $\mathbf{n \notin n}$ ou: **n non-$\in$ n**. L'**ensemble de tous les ordinaux classiques** est noté Ω_0, mais que par la suite on notera plus souvent ω_0, ou simplement ω, si aucune confusion n'est à craindre avec tout autre **ordinal** de la catégorie des **oméga**, c'est-à-dire les **ordinaux infinis**.

Axiome de clôture des ordinaux ou axiome de l'ordinal Oméga absolu
Pour tout **ordinal (positif) n**, on a: $\mathbf{n = \{0, 1, 2, 3, .., n-1\}}$. Autrement dit, la suite précédente est la suite de tous les **ordinaux**.

On a donc: $\Omega = \{0, 1, 2, 3, .., \Omega-1\}$. Et comme Ω est l'**ensemble de tous les ordinaux**, a aussi: $\Omega = \{0, 1, 2, 3, .., \Omega-1, \Omega\}$. Et aussi: $\Omega = \{0, 1, 2, 3, .., \Omega-1, \Omega, \Omega+1, ...\}$. Autrement dit, pour cet **ordinal spécial** Ω qui est l'**ensemble de tous les ordinaux**, on a: $\ldots = \Omega-3 = \Omega-2 = \Omega-1 = \Omega = \Omega+1 = \Omega+2 = \Omega+3 = \ldots$.

Par définition, Ω est le **cardinal** de **V**, c'est-à-dire le **nombre des éléments** de **V**, autrement dit le **nombre** de **tous les ensembles**. Il vérifie donc: $2^{\Omega} = \Omega$. C'est l'une des propriétés ultimes des **ordinaux infinis absolus oméga**, et donc en particulier l'**infini absolu** Ω la référence du genre, comme ω est la référence pour l'**énitivité**. La propriété ici est du type **auto-exponentiativité**, qui est celle que, après l'**énitivité** pour les premiers **infinis**, puis l'**auto-additivité** pour les plus grands, puis l'**auto-multiplicativité** pour les plus grands encore, etc., est celle que les **ordinaux infinis** acquièrent quand ils entrent dans le domaine de l'**infini absolu**, quand ils commencent donc à atteindre l'**horizon ultime** (on reviendra évidemment plus en détail sur tout cela au fur et à mesure).

Il existe donc un **ensemble** noté ω ou **N**, dont les **éléments** sont les **ordinaux classiques** et eux seuls, les **standard** et les **non standard**. Ce qui nous permettra définitivement de le dire (toujours en parlant des raisonnement classiques), c'est un très important axiome qu'on présentera bientôt et qui est le **schéma de remplacement**. Mais pour l'instant c'est l'**axiome du choix** qui est concerné par la question des **ordinaux**, de même aussi qu'un axiome nommé « **hypothèse du continu généralisé** », qui concerne ce que j'appelle les infinis de type **Aleph**, les $\aleph^n$ (lire « **aleph n** »), et qui sont en très étroite relation avec l'**axiome de l'ensemble des parties** et aussi la question des **cardinaux** (c'est-à-dire du **nombre d'éléments** d'un **ensemble** donné). Cet axiome clef des paradigmes actuels n'est pas en tant que tel dans le système axiomatique de base nommé **ZF** ni même dans **ZFC** (c'est-à-dire **ZF+l'axiome du choix**), mais les problèmes fondamentaux qu'il soulève, les problèmes de paradigme donc, sont communs avec les axiomes de **ZF** ou **ZFC**. Nous verrons aussi le vrais sens des nombres de la catégorie Aleph. Comme c'est presque toujours le cas, la question est beaucoup plus simple et plus intuitive que toutes les présentations qu'on en fait d'habitude. On se livre à des complications inutiles, alors que ce que disent les **ensembles** et les **nombres** est en réalité très simple.

Et étant donné que le connecteur « **non** » n'a plus le statut absolu qu'il a dans la logique classique, et que nous sommes maintenant dans une **logique graduelle**, où la **valeur de vérité** est progressive à l'image justement des **ordinaux**, nous ne disons plus dans la nouvelle vision les choses du genre « **Les ensembles ne forment pas un ensemble** », « **Les ordinaux ne forment pas un ensemble** », « **Les entiers naturels standard ne forment pas un ensemble, de même que les entiers non standard** ». Bref, de manière générale, nous ne disons pas « **Les X ne forment pas un ensemble** », ou « **Il n'existe pas d'ensemble de tous les X** », ou « **Il n'existe pas d'ensemble dont les éléments sont exactement les X et eux seuls** », etc.. Comme on le voit il s'agit de **négation** d'**existence**, donc d'une **négation** du **Théorème de l'Existence**, et par conséquent de l'**Univers TOTAL**.

Et tout simplement ces phrases dans la vision **universelles** des **ensembles** sont **absurdes**, elles sont la vraie **contradiction**, le vrai **paradoxe** qui ne dit pas son nom, puisque du simple fait de dire « **un X** » ou « **les X** », comme par exemple « **un ensemble** », « **les ensembles** », « **un ordinal** », « **les ordinaux** », « **un entier standard** », « **les entiers standard** », etc., c'est automatiquement parler d'un **ensemble**, qui est celui **des X** dont on parle.

On évoque donc souvent la seule et même notion d'**ensemble universel** avec des mots comme « **classe** », « **collection** », etc., comme par exemple la « **classe des ensembles** » ou la « **classe des ordinaux** », etc., pour ensuite **nier** cet **ensemble universel**, en disant donc qu'il **n'existe pas**, ou que **les X** dont on parle ne forment pas un **ensemble**. La vraie **contradiction** ou le vrai **paradoxe** se trouve donc là, et cela consiste donc à **nier** le **Théorème de l'Existence** ou l'**Univers TOTAL**, l'**Ensemble de toutes les choses**. Autrement dit, à **nier** les **ensembles universels**. Le problème donc? La l**ogique de négation**, ou le pouvoir absolu donné au connecteur « **non** ».

Nous avons présenté la nouvelle vision d'un très important axiome actuel, à savoir l'**axiome du choix**, qui a pendant un bon moment divisé les mathématiciens, les uns l'acceptant et les autres l'ayant pratiquement en horreur, ne l'acceptant que sous ses formes restreintes, c'est-à-dire pour les **ensembles** dont le **nombre des éléments** (ou **cardinal**) est un **entier naturel fini** ou **infini dénombrable**, c'est-à-dire dont le **nombre** des **éléments** est celui de l'**ensemble N** des **entiers naturels**. Mais il suffit d'avoir compris notre discussion sur la question générale des **X** et des **non-X**, pour comprendre aussi qu'ici encore la **séparation** entre **dénombrable** et **non-dénombrable** (c'est-à-dire **indénombrable**) est foireuse. Encore donc un problème dû à la **logique classique**, la **logique de négation**. Cette question d'**axiome du choix** elle aussi ne se pose pas du tout comme comme on l'a posée, et tout simplement il n'y a même pas de problème. Les problèmes, c'est la logique elle-m^me qui les crée, donc il suffit de changer de logique pour les résoudre tous.

La question en fait n'est pas tant de savoir si oui ou non on peut munir un **ensemble** quelconque d'une **relation** de **bon ordre**, autrement dit si l'on peut le mettre ou non en **bijection** avec un **ordinal** (on verra bientôt la notion de **bijection**), mais simplement de savoir si oui non les **ordinaux** eux-mêmes sont munis de **bon ordre**. Et là, la réponse est évidemment oui, puisque par définition les **ordinaux** incarnent le **bon ordre** en question. Non seulement cela, ils incarnent l'**ordre parfait**, l'**ordre symétrique**, d'un **alpha** à un **oméga** et d'un **oméga** à l'**alpha**, tel que nous l'avons défini dans l'**axiome des ordinaux** plus haut et que nous développerons dans toute la suite. C'est donc une question de conception des **ordinaux**, elle-même une question de paradigme. Mais surtout cela le fond de la question. Car quand les **ordinaux** ont enfin leur **logique normale**, qui est donc l'**ordre parfait**, ils fonctionnent tous comme les **entiers naturels** ou à la rigueur comme l'**infini dénombrable**. Partant de là il n'y a plus de problème d'**axiome du choix**.

Introduire un des plus grands axiomes de la classique **théorie des ensembles**, qui est l'**axiome de remplacement**, dont la formulation nécessité au préalable les définitions suivantes:

Appelons une **formule ensembliste** ou une **formule** du **langage des ensembles**, une **formule** ou **expression** ou **énoncé** qui ne contient que des **symboles** de **constantes** (**∅, 0, 1, 2, 3, 4, …, ω**), de **paramètres** (**a, b, c, d**, …, a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, ...) de **variables** (**m, n, x, y, z**, …, x_0, x_1, x_2, x_3, x_4, ...), qui sont des **noms** d'**ensembles** ou qui représentent des **ensembles**, des **symboles** qui servent à former les **noms** d'**ensembles** (comme par exemple les **accolades** «**{** » et « **}**» mais aussi les **parenthèses** « **(**» et «**)** », etc.), la **relation** d'**égalité** (« **=** ») et la **relation** d'**appartenance** (« ∈»), les **relations** et les **opérateurs** qui dérivent de ceux-là (l'**inclusion** « ⊂», la **réunion** « ∪», l'**intersection** « ∩», etc.), les **connecteurs logiques** («¬ » ou « **alt** » sous toutes ses versions de **0** à **ω**, « **ET** », « **OU** », « **⇒** », « **⇔** », etc.), et les **quantificateurs** (**existentiel** « ∃», **universel** « ∀ »), etc., les **formules** étant formée suivant la **syntaxe correcte**.

Appelons une **propriété fonctionnelle F(x, y)** en **y** toute **énoncé ensembliste F(x, y)** ayant au moins deux **variables libres x** et **y** (nous n'entrerons pas dans les détails techniques de la notion de **variable libre**, nous nous contenterons de son sens intuitif), telle que si pour trois **ensembles x**, **y** et **y'**, si les énoncés **F(x, y)** et **F(x, y')** sont vrais, alors on a; **y = y'**. Techniquement: $\forall x \forall y \forall y' \ (F(x, y) \text{ ET } F(x, y') \Rightarrow y = y')$.
Si la **propriété F(x, y)** est **fonctionnelle** en **y**, alors elle peut s'écrire : $F(x) = y$ ou: $y = F(x)$.

Tout cela signifie simplement que **F** est une propriété qui à tout **ensemble x** associe **un** et **un seul ensemble y** noté **F(x)**. Par exemple, on a la **propriété**: $y = F(x) = \{x\}$, qui donc à un **ensemble x** associe le **singleton {x}**. Et aussi la **propriété**: $y = F(x) = x^+ = x \cup \{x\}$, qui à **x** associe son **successeur ordinal**. Ou encore la **propriété**: $y = F(x) = \mathcal{P}(x)$, qui à un **ensemble x** associe son **ensemble des parties**, etc..

L'**axiome de remplacement**, dit alors que pour toute **propriété fonctionnelle F(x, y)**, c'est-à-dire que l'on peut mettre sous la forme: $y = F(x)$, et pour tout **ensemble A**, il existe un **ensemble B** dont les **éléments** sont tous les **F(a)**, pour **a élément** de **A**. Autrement dit, l'**ensemble B** est l'**ensemble** de **toutes** les **images** des **éléments** de **A** par **F**, que l'on note habituellement **F(A)**, mais que je préfère noter **F<A>**, au cas où une confusion serait à craindre entre l'**image F(A)** de l'**ensemble A** et l'**image F(a)** d'un **élément** de **A**.

Cet **axiome** est souvent appelé le **schéma de remplacement**, car en fait c'est une **infinité** d'**axiomes**, un pour chaque propriété **fonctionnelle F**. C'est encore un **axiome d'existence**, donc un **théorème** à cause du **Théorème de l'Existence**. Cet axiome en combinaison avec les autres a d'innombrables conséquences, et même est si puissant que d'autres axiomes deviennent des **théorèmes** avec lui. Avec l'**axiome de l'ensemble vide** par exemple, l'**axiome de la paire** devient un théorème. Et si l'on l'on présuppose qu'il existe au moins un **ensemble**, il entraîne l'**axiome** de l'**ensemble vide** lui-même.

Et maintenant, l'un des intérêts de l'**axiome de la paire**, c'est la **paire** spéciale: $\{\{a\}, \{a, b\}\}$ que l'on forme avec deux **ensembles a** et **b**. Cette **paire** est notée **(a, b)**, et est appelée un **couple** ou un **2-uplet**.

La première importante différence entre la notion de **paire** et celle de **couple**, c'est que pour une **paire {a, b}**, si **a** et **b** sont **égaux**, alors la **paire** se réduit à un **singleton**. Ainsi, la **paire {a, a}** est le **singleton {a}**, et notons **(a)** l'**ensemble a**. Le **couple (a, a)** et l'**objet (a)** ou **a** sont **différents**.

En effet, le premier est $\{\{a\}, \{a, a\}\}$ ou $\{\{a\}, \{a\}\}$ ou $\{\{a\}\}$, tandis que le second est **a**.

La seconde différence est que les paires **{a, b}** et **{b, a}** sont le même **ensemble**, tandis que les **couples (a, b)** et **(b, a)** ne sont pas le même **ensemble**.

En effet, le premier est $\{\{a\}, \{a, b\}\}$ tandis que le second est $\{\{b\}, \{a, b\}\}$. Autrement dit, changer l'**ordre** de **a** et **b** dans le **couple (a, b)** change le **couple**. On déduit de cela et d'autres considérations que deux **couples (a, b)** et **(a', b')** sont **égaux** si et seulement si **a** et **a'** sont **égaux**, et si **b** et **b'** sont **égaux**.

En appliquant par répétition l'**axiome de la paire**, on forme de la même manière des **paires spéciales**, qui sont des **couples spéciaux**, qu'on appelle les **n-uplets** ou les **familles** d'**ensembles indexées** par les **entiers naturels n**.

Pour **trois ensembles a**, **b** et **c**, le **couple ((a, b), c))**, qui est une **paire** spéciale (en effet c'est la **paire** $\{\{(a, b)\}, \{(a, b), c\}\}$), est notée **(a, b, c)** est appelée un **triplet** ou un **3-uplet**.

On a les mêmes propriétés que pour les **couples**: répéter des éléments d'un **triplet** ne le réduit pas, et changer l'**ordre** dans un **triplet** change le **triplet**.

Pour **n ensembles**: $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n$, supposons avoir défini le **n-uplet**: $(a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n)$., appelé aussi une **famille** d'**ensembles indexée** par l'**ensemble** $I = \{1, 2, 3, \ldots, n\}$. Soient alors **n+1 ensembles**: $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, a_{n+1}$. Le **couple** $((a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n), a_{n+1})$ est noté: $(a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, a_{n+1})$, est appelé un **(n+1)-uplet** ou une **famille** d'**ensembles indexée** par l'**ensemble** $I = \{1, 2, 3, \ldots, n, n+1\}$.

Cette notion de **n-uplet** ou de **famille indexée** par un **ensemble fini** d'**entiers I**, se généralise pour tout **ensemble I** quelconque, que nous prendrons **non vide** (autrement, la **famille** est elle aussi un **ensemble vide**).

Considérons un **ensemble non vide I** et une **propriété a(x, y) fonctionnelle** en **y**, donc qui peut se mettre sous la forme: $a(x) = y$. On dit que le **couple (a, I)** est une **famille indexée** par **I**, si tout **élément i** de **I** a une **image a(i)**, autrement dit, pour tout **élément i** de **I**, il existe un **ensemble j** tel que: **a(i) = j**. La **famille (a, I)** est alors notée **$(a(i))_{i\in I}$** ou **$(a_i)_{i \in I}$**. Et si les **a_i** appartiennent tous à un certain **ensemble E** pour tout **i élément** de **I**, alors on dit que **$(a_i)_{i \in I}$** est une **famille** d'**éléments** de **E indexée** par **I**. Dans ce cas, **a** est une **application** de **I** dans **E**. A défaut, toute **famille $(a_i)_{i \in I}$** est une **application** de **I** dans **V**, où **V** est l'**Univers des ensembles**.

Les **n-uplets** sont donc cas particuliers de **familles**. Par exemple le **n-uplet** **$(a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n)$** est la **famille** **$(a_i)_{i \in I}$**, avec **I = {1, 2, 3, …, n}**.

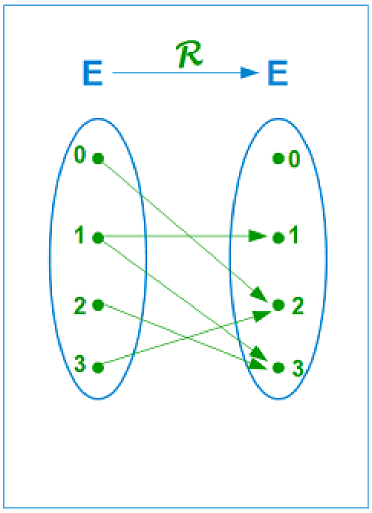
Avec entre autres la notion de **couple**, nous pouvons définir la notion de **relation binaire** dans un **ensemble E** ou entre deux **ensembles A** et **B**. Et elle-même nous permettra de définir la **relation d'équivalence** (mais aussi d'**identité**) et donc d'**égalité** toute sa **généralité**. Et tant que nous y sommes, nous verrons sous un nouvel angle la notion d'**application** et aussi de **fonction**, qui sont des **relations binaires** spéciales.

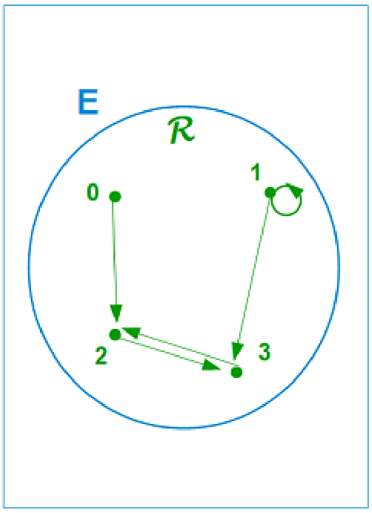
Une **relation binaire** $\mathcal{R}$ entre deux **ensembles A** et **B**, c'est tout simplement un **ensemble** $\mathcal{R}$ de **couples (x, y)**, tels que **$x \in A$** et **$y \in B$**. L'**ensemble** de **tous les couples (x, y)**, tels que **$x \in A$** et **$y \in B$**, est habituellement noté **A×B**, et est appelé le **produit cartésien** de **A** et **B**. Une **relation binaire** $\mathcal{R}$ entre **A** et **B**, c'est donc simplement un **sous-ensemble** ou **partie** $\mathcal{R}$ de **A×B**. En particulier une **relation binaire** dans un **ensembles E**, c'est un **sous-ensemble** ou **partie** $\mathcal{R}$ de **E×E**, noté **E^2**. On l'appelle dans ce cas le **graphe complet** de **E**, mais je l'appelle aussi le **XERY** de **E**, ce qui veut dire la **relation totale** dans **E**. Toute autre **relation** $\mathcal{R}$ dans **E** est une **partie** de cette **relation totale**.

Par exemple, considérons l'**ensemble E** de quatre **éléments** **E = {0, 1, 2, 3}**. Le **produit cartésien E×E** ou **E^2**, c'est-à-dire l'**ensemble** de tous les **couples** d'**éléments** de **E**, c'est l'**ensemble** de **16 éléments** suivant:
E^2 = {(0,0), (0, 1), (0, 2), (0, 3), (1, 0), (1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 0), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 0), (3, 1), (3, 2), (3, 3)}.
C'est donc le **graphe complet** de **E**.

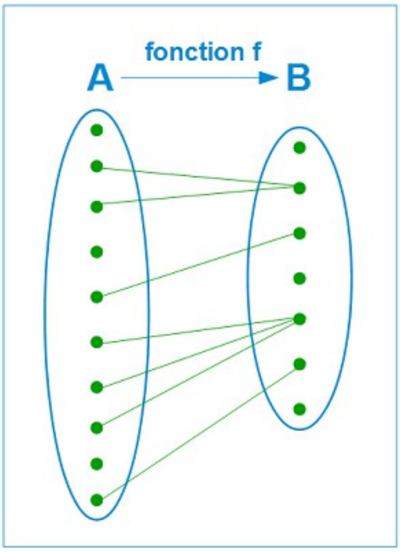
Un **couple (x, y)** s'interprète comme le fait que **x** soit en **relation** avec **y**, **x** est appelé l'**antécédent** de **y**, et **y** est appelé l'**image** de **x**. Par exemple, **(3, 1)** signifie que **3** est en **relation** avec **1**, **3** est l'**antécédent** de **1**, et **1** est l'**image** de **3**. Comme le graphe de la **relation totale** comporte toutes les **combinaisons**, pour cette raison donc tout **élément x** est en **relation** avec tout autre **élément y**.

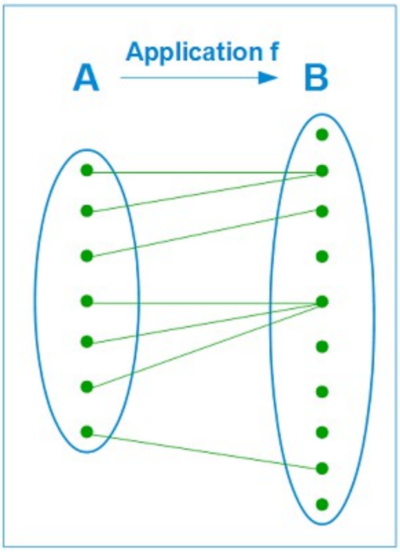
Et maintenant, considérons l'**ensemble** $\mathcal{R}$ **= {(0, 2), (1, 1), (1, 3), (2, 3), (3, 2)}**. Il s'agit donc d'une **partie** du **graphe complet**, et ce **sous-ensemble** est un exemple de **relation binaire** dans **E**, qui veut que **0** est en **relation** avec **2**, que **1** est en **relation** avec **1**, que **1** est en **relation** avec **3**, que **2** est en **relation** avec **3**, que **3** est en **relation** avec **2**. Et on note respectivement cela: **$0\ \mathcal{R}\ 2$, $1\ \mathcal{R}\ 1$, $1\ \mathcal{R}\ 3$, $2\ \mathcal{R}\ 3$, $3\ \mathcal{R}\ 2$**.



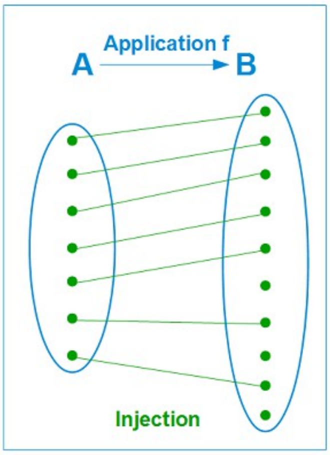


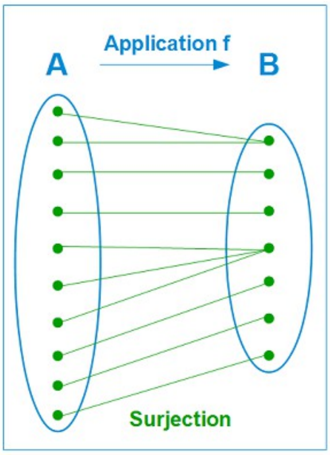
Un cas particulier important de **relation binaire** est la **fonction** et l'**application**, et un cas particulier d'**application** est l'**application injective**, l'**application surjective**, l'**application bijective**, que voici résumés en images:





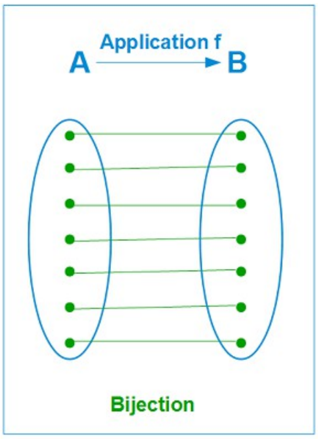
*Avec une **application f** de **A** dans **B**,*
*chaque **élément x** de **A** est associé à **un seul élément y** de **B**, appelé son **image**, **x** étant l'**antécédent** de **y**.*
*mais plusieurs **éléments** de **A** peuvent éventuellement avoir la **même image**.*
*L'**image y** d'un **élément x** de **A** est généralement notée: **y = f(x)**.*
*On parle de **fonction** quand certains **éléments** de **A** n'ont pas d'**image**.*
*La **partie A'** des **éléments** de **A** qui ont une **image** dans **B***
*est appelé le **domaine de définition** de **f**, que nous notons **Dom(f)**.*
*Et la **partie B'** de **B** formée par les **images** des **éléments** de **A** est notée **Im(f)** ou **f<A>** .*
*Une **fonction** de **A** dans **B** est donc une **application** de son **domaine Dom(f)** dans **B**.*

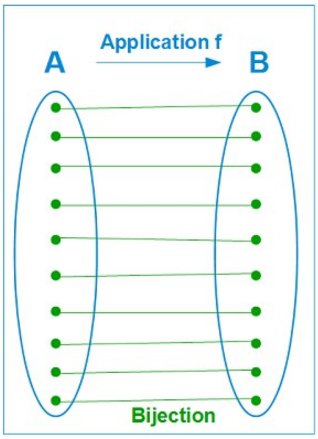




*On parle d'**application injective** ou **injection***
*quand deux **éléments différents** de **A** ont toujours deux **images différentes** dans **B**,*
*autrement dit deux **éléments différents** de **A** n'ont jamais la même **image** dans **B**,*
*donc si l'on dit que deux **éléments x** et **x'** de **A** ont la **même image** dans **B**,*
*alors forcément **x** et **x'** sont forcément **égaux**, l'**égalité** en question étant l'**identité**.*
*Alors du point de vue de l'**identité** (de l'**identité**, pas de l'**équivalence**),*
*le **nombre des éléments** de **A** est forcément **inférieur ou égal** au **nombre des éléments** de **B**.*
*Mais du point de vue de l'**équivalence**, les deux **nombres d'éléments** peuvent être **équivalents**,*
*notamment quand **A** et **B** sont des **ensembles infinis**, cas qui va justement nous intéresser particulièrement.*
*L'**injection** est la situation exprimée par l'axiome 4 de Peano avec l'**application** de **succession s**,*
*à savoir que deux entiers naturels ayant **n** et **n'** ayant le **même successeur** sont **égaux**.*
*On veut donc dire par là que l'**application** de **succession** s est **injective**.*
*On parle d'**application surjective** ou **surjection***
*quand tous les **éléments** de **B** ont un **antécédent**, c'est-à-dire sont **images** d'un **élément** de **A**.*
*Et comme chaque **élément** de **A** par contre à **une seule image** dans **B**,*

*il en résulte que plusieurs **éléments** de **A** peuvent éventuellement avoir une **même image**.*
*Et par conséquent, du point de l'**identité**, le **nombre des éléments** de **A***
*est obligatoirement **supérieur ou égal** au **nombre des éléments** de **B**.*





*On parle d'**application bijective** ou **bijection** ou **correspondance biunivoque***
*quand chaque **élément** de **A** a **une seule image** et chaque **élément** de **B** a **un seul antécédent**.*
*Il s'agit donc d'une **application** à la fois **injective** et **surjective**.*
*Et intuitivement, cela veut dire qu'on a une **injection** de **A** dans **B**, et de **B** dans **A**,*
*cela veut dire qu'ils ont exactement **un même nombre d'élément** (ou **cardinal**),*
*On dit alors que **A** et **B** sont **équipotents**,*
***relation d'équipotence** qui est un cas particulier de **relation d'équivalence**.*

Et maintenant, pour entrer dans le vif du sujet de cette importante notion d'**égalité**, voyons la définition générale d'une **relation d'équivalence**.

Une **relation binaire** $\mathcal{R}$ considérée dans un **ensemble E** donné, est appelée une **relation d'équivalence** si elle est **réflexive**, **symétrique** et **transitive**.
→ La **réflexivité** signifie que pour tout **élément** de **E**, on a: **x** $\mathcal{R}$ **x**.
Ceci généralise la propriété habituelle de l'**égalité** dans un **ensemble E**, qui est que pour tout élément **x** de **E**, on a: **x = x**. Autre manière d'exprimer la **réflexivité**: pour deux éléments **x** et **y** de **E**, si **x = y**, alors **x** $\mathcal{R}$ **y**,
ce qui signifie que la **relation** d'**égalité courante** des **ensembles**, « = », est une **sous-relation** de $\mathcal{R}$.
→ La **symétrie** signifie que pour deux éléments **x** et **y** de **E**, si **x** $\mathcal{R}$ **y**, alors **y** $\mathcal{R}$ **x**.
Ceci généralise la propriété habituelle : si **x = y**, alors **y = x**.
→ La **transitivité** signifie que pour trois éléments **x**, **y** et **z** de **E**, si **x** $\mathcal{R}$ **y**, et si **y** $\mathcal{R}$ **z**, alors **x** $\mathcal{R}$ **z**.
Ceci généralise la propriété habituelle : si **x = y**, et si **y = z**, alors **x = z**.

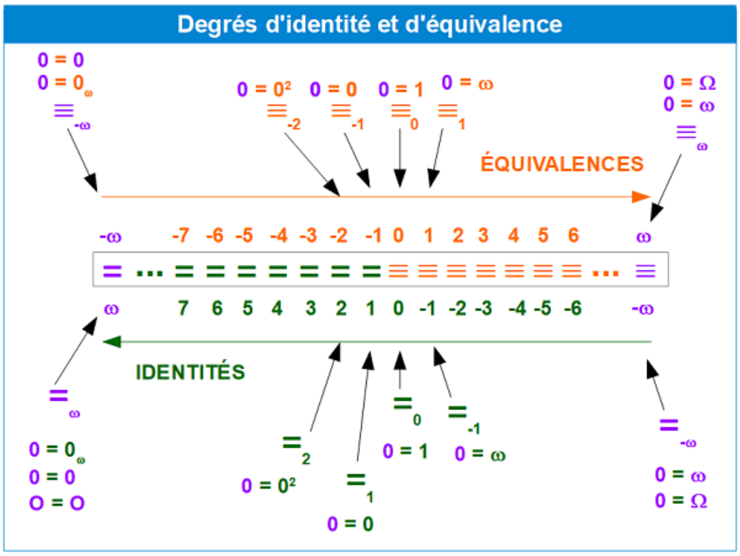
Si $\mathcal{R}$ est une **relation d'équivalence** dans un **ensemble E**, cette **relation** est souvent notée « ≡ », et est appelée une **égalité** dans **E**.

Et pour la théorie de l'**égalité** que nous allons faire, il faut que les différentes **relations** d'**équivalence** mais aussi d'**identité** dont nous allons satisfassent dans **E** une propriété fondamentale de l'**égalité**, qui est intuitive que si **a** est **égal** à **b** (si donc **a** est **équivalent**), tout ce qu'on fait avec **a** dans **E** est **équivalent** à le faire avec **b** dans **E**. Autrement dit, on peut replacer **a** par **b**, le **résultat** sera **équivalent**. Notamment, nous aurons besoin de la propriétés suivante pour les **égalités** $\mathcal{R}$:

Pour deux **éléments a** et **b** de **E**, et pour toute **application F** de **E** dans **E**, si **a** $\mathcal{R}$ **b**, alors **F(a)** $\mathcal{R}$ **F(b)**. Autrement dit: **a ≡ b ⇒ F(a) ≡ F(b)**.

Par exemple, si pour un nombre n nous avons l'**énitivité**: **n ≡ n+1**, exprimée donc avec une **relation** d'**égalité** ou d'**équivalence** ou d'**identité ≡**, alors on peut dire: $\mathbf{2^n \equiv 2^{n+1}}$. Cela signifie que puisque **n** et **n+1** sont **équivalents**, alors l'**opération** $\mathbf{2^n}$ faite avec **n** est **équivalente** à la même **opération** faite avec **n+1**, à savoir $\mathbf{2^{n+1}}$. Si donc l'**équivalence**: **n ≡ n+1**, est vraie avec une certaine **valeur de vérité**, alors aussi l'**équivalence**: $\mathbf{2^n \equiv 2^{n+1}}$, sera vraie aussi avec la même **valeur de vérité**, puisque la seconde hérite de la première. De manière très générale donc, si on a: **a ≡ b** dans **E**, alors pour toute **application** de **E** dans **E**, c'est-à-dire pour toute **opération F** faite avec les **éléments** de **E** et qui donne pour **résultat** un **élément** de **E**, on a: **F(a) ≡ F(b)**. Cela veut dire donc qu'on peut remplacer **a** par **b** dans l'**opération**, ou vice-versa, la **relation d'équivalence** considérée « ≡ » garantit que le **résultat** sera **équivalent**.

Et maintenant, ci-dessous d'abord les **différentes égalités,** numérotées de -ω à +ω.



Ces **égalités** se **différencient** aussi par ce que nous appelons leur **résolution** (nous allons expliquer ce que cela veut dire), et aussi elles se **différencient** par leurs **cycles** (et là commençons à savoir ce qu'on entend par là). Elles peuvent toutes êtres définies comme étant des **identités** de **différentes résolutions** ou **idenités**, ou comme des **équivalences** de **différents cycles** ou **édenités**.

De manière générale, l'**identité** sera notée « = » et l'**équivalence** (encore appelée **édentité**) est notée « ≡». Pour la nomenclature par les index, pour un **entier oméganaturel n supérieur** ou **égal** à **1**, on a l'**identité indexé n**, notée « $=_n$ », et qui signifie « ===...= », où le signe « = » est **répété n fois**. Par exemple, « $=_1$ » est « =», et « $=_2$ » est « == », et « $=_3$ » est « === », etc.. On appelle ces **égalités** des **identités pures** ou des **identités strictes**.

Et de même on a l'**équivalence indexée n**, notée « $\equiv_n$ », et qui signifie « ≡≡≡...≡ », où le signe « ≡ » est **répété n fois**. Par exemple, « $\equiv_1$ » est « ≡», et « $\equiv_2$ » est « ≡≡ », et « $\equiv_3$ » est « ≡≡≡ », etc.. Là aussi, on appelle ces **équivalences** des **équivalences pures** ou des **équivalences strictes**.

Et par définition, l'**identité** « $=_n$ » est l'**équivalence** « $\equiv_{-n}$ », et par **symétrie** l'**équivalence** « $\equiv_n$ » est l'**identité** « $=_{-n}$ ». Et donc à la limite l'**identité** « $=_\omega$ » ou « $=_\Omega$ » est l'**équivalence** « $\equiv_{-\omega}$ », et l'**équivalence** « $\equiv_\omega$ » ou « $\equiv_\Omega$ » est l'**identité** « $=_{-\omega}$» ou « $=_{-\Omega}$».

Quand donc l'**indice** d'une **identité** est **négatif** ou **nul**, il ne s'agit pas d'une **identité** pure mais d'une **équivalence pure**. Et inversement, l'**indice** d'une **équivalence pure** est **positif** ou **nul**. Quand donc l'**indice** d'une **équivalence** est **strictement négatif**, il ne s'agit pas d'une **équivalence pure** mais d'une **identité pure**.

Si un **entier relatif p** est **inférieur** à un **entier relatif q**, alors « $\equiv_p$» est une **sous-équivalence** de « $\equiv_q$», ce qui signifie que pour deux **réalis** (c'est-dire **nombres omégaréels positifs**) **x** et **y**, si **x** $\equiv_p$ **y**, alors **x** $\equiv_q$ **y**, autrement dit: **x** $\equiv_p$ **y** ⇒ **x** $\equiv_q$ **y**. On dit que « $\equiv_p$» est une **identité** par rapport à « $\equiv_q$», et que « $\equiv_q$» est une **équivalence** par rapport à « $\equiv_p$». Et donc « $=_q$» est une **identité** par rapport à « $=_p$», et « $=_p$» est une **équivalence** par rapport à « $=_q$». Donc, pour deux **réalis x** et **y**, si **x** $=_q$ **y**, alors **x** $=_p$ **y**, autrement dit: **x** $=_q$ **y** ⇒ **x** $=_p$ **y**.

Par exemple, « === » ou « $=_3$ » est une **identiité** par rapport à « == » ou « $=_2$ », et « == » est une **équivalence** par rapport à « === ». On a: **x === y ⇒ x == y**, ou: **x** $=_3$ **y** ⇒ **x** $=_2$ **y**.
Et « ≡≡ » ou « $\equiv_2$ » est une **identité** par rapport à « ≡≡≡ » ou « $\equiv_3$ », et « ≡≡≡ » est une **équivalence** par rapport à « ≡≡ ». On a: **x ≡≡ y ⇒ x ≡≡≡ y**, ou: **x** $\equiv_2$ **y** ⇒ **x** $\equiv_3$ **y**.

Bref toute **égalité** sur le schéma plus haut est une **identité** par rapport à toute **égalité** qui est vers la droite par rapport à elle, qui est une **équivalence** par rapport à toute **égalité** à gauche par rapport à elle. Plus on va vers la gauche, plus l'**égalité** est **identitaire** et plus **stricte**, et plus on va vers la droite plus l'**égalité** est **équivalencielle** et plus **large**.

D'une manière très générale, pour tout **nombre omégaréel positif** ou **négatif x**, on dit que 0^x est l'**idenité** ou la **résolution** ou la **striction** de l'**identité** « $=_x$», et que ω^x est l'**édenité** ou le **cycle** de l'**édentité** ou **équivalence** « $\equiv_x$».

Dans la nouvelle vision, le mot « **identique** » a un sens très précis, c'est l'**adjectif** associé à l'**identité**. Le mot « **identique** » est pour l'**identité** ce que le mot « **équivalent** » est pour l'**équivalence**, et de manière générale ce que le mot « **égal** » est pour l'**égalité**.

On se donne un **nombre infini ω** dit **énitif**, c'est-à-dire vérifiant: $\omega = \omega + 1$. Il est appelé l'**infini courant** ou l'**infini** de **référence**. En pratique, il s'agit d'un **nombre entier naturel ω** suffisamment grand pour que l'on juge que l'**égalité**: $\omega = \omega + 1$, commence à être vérifiée.

Nous avons en effet vu plus haut qu'en prenant pour **ω** seulement **10**, si nous affirmons l'**égalité**: $\omega = \omega + 1$, autrement dit que **ω** est **énitif**, donc si nous disons que **10** est **énitif** et donc que l'**égalité** : $10 = 10 + 1$ ou: $10 = 11$ est vrai, alors s'il s'agit d'une **équivalence** alors il n'y a pas de problème. Car une **équivalence** est toujours vraie, elle exprime simplement un certain **cycle**, ce que justement nous sommes en train de voir avec cette première étude de la notion d'**égalité**, à savoir justement l'**identité** et l'**équivalence** (cette première étude sera approfondie au fur et à mesure, tout au long du livre). L'**égalité**: $10 = 11$ en l'occurrence revient à dire: $0 = 1$ (car $10 = 11$ revient à dire par exemple: $10 - 10 = 11 - 10$, ce qui revient à dire: $0 = 1$), c'est donc une **égalité** de type **cycle 1**.

On peut donc toujours affirmer une **équivalence** ou un **cycle**, car les **cycles** existent, et les **égalités** qui les définissent sont des **égalités de cycle** (ce qu'on appelle les **équivalences**), et donc sont de ce fait vraies. La question n'est même pas de savoir si elles sont vraies ou pas mais c'est une question de définition. Si je dis par exemple qu'un **nombre premier** est par définition un « **nombre entier divisible par lui-même et par 1** », la question n'est pas de savoir si c'est vrai ou pas, mais de savoir si les **nombres premiers existent**, s'il existe des entiers vérifiant cette propriété. Et là il y en a une **infinité**: **2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, ...**. Et même on peut inclure **1** dans la liste des **nombres premiers**, et même encore, avec une bonne conception de la **division** (ce que justement nous faisons avec le nouveau paradigme), **0** (le **0 absolu**) peut être inclus dans la liste des **nombres** répondant exactement à la définition posée. Car dans la nouvelle vision, il est **divisible** par lui-même, et le **résultat principal** de cette **division** est: $0/0 = 1$, tout comme le **résultat principal** de la division de l'**infini absolu ω** par lui-même est **1**, donc: $\omega/\omega = 1$. Dans le cas du **0 absolu** et du **ω absolu**, mais aussi de certains **nombres infinis** si grands ou d'**infinitésimaux** si petits qu'ils vérifient des **propriétés transcendantes** (**auto-additivité**, **auto-multiplicativité**, etc.) sur lesquelles nous reviendrons largement, on doit préciser qu'on parle du **résultat principal**, car avec de tels **nombres** il y a plusieurs **résultats**. Et quand un même **calcul** donne plus d'un **résultat**, il y a toujours un qui est le **résultat principal**, qui s'impose presque toujours naturellement ou logiquement (comme justement ici **1** pour le calcul: $0/0 = 1$, ou: $\omega/\omega = 1$), sinon on a toujours la possibilité de le **CHOISIR** le **résultat** qui sera le représentant des **résultats**, c'est-à-dire de ce qu'on appelle la **classe d'équivalence** des **résultats**, car il s'agit justement d'une **classe d'équivalence** dans le paradigme de l'**équivalence**.

Dans le paradigme de l'**identité** (l'actuel paradigme, ou en tout cas c'est l'une des façons équivalentes de définir ce paradigme, une autre façon moins positive dont je le caractériserai souvent étant le paradigme de la **négation**), on considère que tout **calcul** doit avoir **un seul résultat** ou **aucun**, comme c'est justement le cas de la **division par 0**, par exemple: **1/0** ou ici **0/0**. Mais dans le paradigme de l'**équivalence** (le nouveau paradigme donc, celui de l'**Univers TOTAL**, que j'appelle aussi le paradigme de l'**alternation**, on y reviendra) tout **calcul** a AU MOINS un **résultat**, pour toute **question** il existe AU MOINS une **réponse**, et pour tout **problème** il existe AU MOINS une **solution**. Et après, quant à savoir si le **résultat** du **calcul** est facile à obtenir (par exemple je défie quiconque de **calculer** le **nombre de Graham G** et de me donner toutes ses décimales!), ou si la **réponse** à la **question** est facile à trouver, ou encore si la **solution** au **problème** est facile à exhiber, ça c'est une autre affaire! Mais ce qui importe est de savoir que le **résultat** ou la **réponse** ou la **solution existe**, car **toute chose existe dans l'Univers TOTAL** (qui est par définition l'**Ensemble de toutes les choses**), de par sa définition même! **Toute chose y est possible**, autrement il ne serait pas l'**Univers TOTAL**, l'**Etre TOTAL**, mais serait **incomplet**! C'est ce que l'esprit de **négation** soutient dans ses paradigmes. Selon la **négation** donc, certaines choses **n'existeraient pas** ou seraient **impossibles**. C'est ici donc le grand tournant en matière de paradigme scientifique!

L'esprit de négation considère que c'est un grand inconvénient qu'un calcul puisse donner **plusieurs résultats**, comme justement le calcul **0/0**, ou **ω /ω** (ou **∞/∞** avec le symbole actuel de l'**infini absolu**). Ce sont des exemples de ce qu'on appelle actuellement une « **forme indéterminée** » en raison justement du fait que ces calculs ont plusieurs **résultats** possibles, pour ne pas dire tous les **résultats** possibles. Mais dans la nouvelle vision, ce n'est pas le fait d'avoir plusieurs **résultats** voire une **infinité** qui est le problème, mais bien le fait de ne pas en avoir du tout! C'est l'**impossibilité** le problème, et non pas l'**abondance** ou **surabondance** de **possibilités**! Plus il y a de **choix** mieux c'est. D'autant plus si le **choix** multiple s'accompagne d'un **choix par défaut**, un **choix principal**, comme ici le **nombre 1** pour les calculs **0/0**, ou **ω /ω**. Les **résultats** forment donc ce qu'on appelle si bien actuellement une **classe d'équivalence**, et le **choix principal** est simplement le **représentant** de la **classe**. Il est là pour nous dire que si vraiment nous sommes devant l'**embarras du choix**, alors qu'on l'adopte comme **choix par défaut**. Magnifique non? Et avoir un **choix unique** (un **choix imposé** donc) est le minimum qu'on puisse souhaiter. Mais l'**absence totale** de **choix** est vraiment le **problème**!

Pour revenir à la question de la **division** d'un **nombre** par lui-même, qui fait partie de la définition des **nombres premiers**, si l'on tient à dire que **0/0** ou **ω /ω** est une « **forme indéterminée** » malgré l'existence évidente du **résultat principal** qui est **1** (ben oui, toute chose est **1 fois** elle-même, autrement dit simplement toute chose est elle-même (**identité**, « **x = x** », ce que veut dire aussi d'une autre façon: **x/x = 1**, qui est donc vrai pour toute chose!) avant éventuellement d'être plusieurs fois elle-même), oui si malgré donc l'existence évidente du **résultat très naturel** qui est **1**, on tient à dire **0/0** ou **ω /ω** est une « **forme indéterminée** », pas de problème. Il suffit alors de travailler avec des **zéros** et des **infinis** qui ne sont pas **absolus**, qui sont donc **relatifs**, et il y a toutes une **infinité**! Et nous allons sous peu commencer à voir comment les définir ou les construire très facilement, en allant des plus petits, qui commencent juste à être **énitifs**, jusqu'à l'**infini absolu**, en passant par des mastodontes de plus en plus grands, vérifiant progressivement les **propriétés** de l'**infini absolu**, donc par exemple donnant de plus en plus de **choix** pour le **résultat** des calculs du genre **0/0** ou **ω /ω**. Si donc l'on a « horreur » d'avoir trop de **choix**, alors qu'on se contente des **petits infinis** et leurs **zéros associés**, qui sont juste assez grands pour ne pas être **absolus**.

Les « **petits infinis** », c'est les **nombres entiers naturels n** qui commencent juste à être **énitifs**, à vérifier donc l'**égalité**: **n = n + 1**, et une très grande **bonne nouvelle** que nous apprend l'**infini absolu**, c'est que ces « **petits infinis** », c'est à nous de les **choisir**, comme on veut. Et une **bonne nouvelle** en entraînant une autre, nous avons une **infinité** de **choix**....

Euh, c'est ce que n'aime pas l'esprit de **négation**, à savoir qu'on ait le **choix**, et en plus une **infinité**. Mais on s'en fout maintenant de l'esprit de **négation** et de ses paradigmes. Nous maintenant, nous aimons avoir le **choix**, et ceci est nettement mieux que l'**axiome du choix**! Tenez, comme « **petits infinis** » on a comme **choix** par exemple: **10^{100}** (ou « **dix puissance 100** » ou « **le chiffre 1 avec 100 zéros derrière** », donc: **1 0000000000 0000000000 0000000000 0000000000 0000000000 0000000000 0000000000 0000000000 0000000000 0000000000**, pas mal comme « **petit infini** », non ?), fameux nombre qui soit dit en passant est appelé le **googol**, et qui a inspiré le nom d'une célèbre entreprise informatique mondiale qu'on ne présente plus (publicité gratuite pour un « monstre » si célèbre qu'il n'a plus besoin de publicité. Mais néanmoins qu'est-ce qu'on dit Google? On dit « Merci Hubert »).... Et comme prochain « **petit infini** » on peut choisir par exemple **10^{googol}**, ou « **dix puissance googol** », **nombre** actuellement appelé le **googolplex** (nom que le « monstre » de l'informatique qu'on vient de nommer a récupéré aussi pour désigner son complexe qui lui sert de « haut lieu »), **googolplex** qui veut dire « **le chiffre 1 suivi d'un nombre de zéros égal au googol** ». Nous avons déjà du mal à nous représenter la grandeur du « **petit infini** » **googol**, qui n'a que **100 petits zéros** derrière le **chiffre 1**, raison pour laquelle nous avons pu écrire toutes ses décimales, que dire maintenant d'un **nombre** dont le **nombre de zéros** derrière est **googol**?

Mais le **googolplex** est du néant comparé au « **petit infini** » dont nous allons parler maintenant, qu'on examinera plus en détail plus tard, et qui est le fameux **nombre de Graham**, appelé **G**. On n'en dira pas plus pour l'instant, mais qu'on sache juste qu'à côté de lui, le **googolplex** et pire encore le **googol** appartient au domaine de l'**infiniment petit**, de l'**infinitésimal**! Autrement dit, ceux-ci sont des **zéros** comparés au **nombre de Graham**. Et pourtant, dans le livre **L'Univers TOTAL, l'Alpha et l'Oméga**, on trouvera la définition d'un **nombre** que nous avons appelé le **Zaw 7**, et à côté duquel le **nombre de Graham** est lui-même plus **zéro** que les précédents « **petits infinis** » comparés à lui.

Juste pour dire (et c'est extrêmement important de le comprendre) que l'**infini ω absolu**, nous donne une **infinité** de **choix** quant à ce qu'on peut prendre comme premier « **petit infini** » vérifiant l'**énitivité**. D'autant plus que ce premier « **petit infini** », qu'on appellera ω ou l'**infini ω courant**, ou encore l'**infini ω de référence**, n'a pour but que de servir de premier d'une série elle-même **infinie** de **nombres infinis** qui ne sont plus « **petits** » du tout, et qui doivent nous conduire au **terminus** qu'est l'**infini ω absolu** (on verra comment et à quelle **seule condition** nous pouvons nous autoriser à dire que le **terminus** est atteint, sinon en fait **il n'est jamais atteint**..., ce qui est l'**essence** même de l'**infini**). Ce **premier infini ω**, nous l'appelons ω_0, histoire de dire aussi qu'en matière de **grandeur infinie**, il est vraiment un **zéro absolu**. Il n'est même pas nécessaire de la choisir très grand, car la **valeur de départ 10**, comme on va le voir, est très suffisante, et même le **petit 2** fait l'affaire! En effet, la suite ω_n des **nombres** que nous allons définir et qui commence avec ω_0, grandit tellement vite, elle a une **vitesse de croissance** tellement **phénoménale** et **vertigineuse**, que déjà à seulement ω_5, nous dépassons **infiniment** le **googol**, en démarrant seulement à **2**! A plus forte raison en démarrant à **10**, et plus encore en démarrant à **googol**!

La formule de cette suite, sur laquelle on reviendra largement, est: $\omega_{n+1} = \omega_n^{\omega_n}$, c'est-à-dire: $\omega_{n+1} = \omega_n \wedge \omega_n$. Autrement, un « **petit infini** » ω étant considéré, le « **petit infini** » suivant de la **série** est **ω à la puissance ω**, que j'appelle l'**auto-puissance de ω**,

Avec seulement $\omega_0 = \omega = 2$ comme « **petit infini** » de départ (il est vraiment **petit** hein?), le « **petit infini** » suivant est $\omega_1 = 2^2 = 4$. D'accord, il n'est pas encore terriblement grand. Mais le suivant est: $\omega_2 = 4^4 = 256$. Bon, là encore pas de quoi nous impressionner. Mais patience un instant, car le suivant est: $\omega_3 = 256^{256} = 3{,}23170060713... \times 10^{616}$. Et là seulement à ω_3, on a déjà un **nombre à 617 chiffres**! Le **googol** est dépassé depuis fort longtemps, et comparé à ω_3 il est un **infiniment petit**. Et à ω_4, le **googolplex** est envoyé lui aussi dans les « oubliettes » des **nombres infinitésimaux**. Et que dire de ω_7?

Voilà pourquoi avec ce genre de suite vertigineuses j'aime m'arrêter au **numéro 7**, comme pour le **nombre Zaw 7**. Car il n'est pas nécessaire d'aller très loin ni même forcément de commencer avec un **nombre ω initial** très grand, (ici on a démarré seulement avec le **petit 2**) pour se retrouver très vite dans le **royaume de l'infini**, et très souvent bien avant seulement le **numéro 7** de la suite, **nombre** que je choisi évidemment en raison de la référence biblique (**7 jours** de **création** de **Dieu**, par exemple).

Nous avons vu plus haut que si nous disons le **nombre ω = 10** commence à être **infini**, autrement dit commence à vérifier l'**énitivité**: **10 = 10 + 1** ou: **10 = 11**, c'est toujours vrai du point de vue de l'**équivalence**, car c'est exprimer simplement le **cycle 1** ou l'**égalité**: **0 = 1**. Mais ce qui nous intéresse spécialement, c'est ce que pense l'**identité** d'une telle affirmation: **10 = 10 + 1** ou: **10 = 11**, autrement dit la **valeur de vérité** d'une telle affirmation si nous donnons au signe « = » le sens de l'**identité**. Elle nous dit alors que notre **calcul** ou notre **égalité** n'est pas correcte, mais nous donne une **évaluation** très précise de notre **erreur**, de sorte que si nous décidons de maintenir cette **affirmation** « **erronée** », nous le fassions en connaissance de cause. Elle nous donc qu'en disant: **10 = 10 + 1** ou: **10 = 11**, nous commettons une **erreur** ou exprimons une **fausseté** exactement de **1/10 = 0.1 = 10%**. Donc nous disons une chose exacte à: **9/10 = 0.9 = 90%**.

L'**identité** nous apprend donc à la fois une **mauvaise** et une **bonne nouvelle**. La mauvaise est qu'avec une telle **égalité** on se trompe à **10%**, et la bonne est qu'on dit une chose exacte à **90%**, valeur à laquelle certainement on ne s'attendait pas. On ne s'attendait sûrement pas à ce qu'on nous dise qu'affirmer que: **10 = 11**, autrement dit que **10 est énitif**, autrement dit encore que que **10 est l'infini absolu** (comme on va le comprendre très bientôt) ou en tout cas commence à acquérir les **propriétés** de l'**infini absolu**, puisse être vrai à **90%**! Pour la logique de **négation** ou la logique du **tout ou rien** (une autre manière de caractériser le paradigme actuel), cette **égalité**: **10 = 11** est **100% fausse**, point final, ou affirmer que **10 est l'infini absolu** est **100% faux**, sans autre forme de procès.

Mais là, avec l'**identité** elle-même nous apprend (**identité** qui est l'**égalité** traditionnelle, on le rappelle), on voit les choses d'un tout autre regard. On ne s'attendait pas à avoir un jugement ou un verdict aussi clément. La preuve étant que même si nous avions affirmé que **2 est énitif**, c'est-à-dire que: **2 = 2 + 1**, ou: **2 = 3**, ou encore que **2 est l'infini absolu**, là où on s'attendrait à un coup de tonnerre de désapprobation de la part de l'identité (car là quand-même **2** est plus petit que **10**), elle nous surprend encore en donnant un verdict très partagé, c'est le moins qu'on puisse dire. En effet, elle nous dit que nous commettons là une **erreur** de **1/2 = 0.5**, donc une **valeur de fausseté** de **50%**, et donc aussi nous disons une chose **exacte** à **1/2 = 0.5**, donc une **valeur de vérité** de **50%** aussi.

Il n'y a que si nous affirmons que que **1 est énitif**, c'est-à-dire que: **1 = 1 + 1**, ou: **1 = 2**, ou encore que **1 est l'infini absolu**, que l'**identité** sort le **carton rouge**. Pourquoi? Parce que là notre **erreur** ou notre **valeur de fausseté** est de **1/1 = 1**, donc **100%**! Et la **valeur de vérité** est alors de **0%**, c'est-à-dire le **0 absolu**!

Et maintenant, si nous affirmons que que **0 est énitif**, c'est-à-dire que: **0 = 0 + 1**, ou: **0 = 1**, ou encore que **0 est l'infini absolu**, là c'est carrément la **catastrophe** pour l'**identité**, c'est l'**explosion générale** effectivement, comme le disent les chevaliers des sciences traditionnelles. En effet, là notre **erreur** ou notre **valeur de fausseté** est de **1/0 = ω** ! C'est la fameuse **division par 0** dont l'**identité** a horreur. Là, pour elle, la **fausseté** et la **vérité** ne s'expriment même plus en **pourcentages**, c'est « **out of range** » (ou « **en dehors du champ**» ou « **en dehors de l'intervalle**» , comme le disent les anglophones). C'est tout à fait normal que l'**identité** réagisse ainsi, elle ne dit pas que «**0 = 1** » est absolument impossible, mais simplement qu'avec «**0 = 1** » on sort tout de son **champ**, de son domaine de compétence, et que là il faut de toute urgence enclencher l'**équivalence** ou le **cycle**, pour que le **système** ne s'**effondre** pas. Autrement dit, il faut qu'un autre **fonctionnement** prenne le relais, une autre **logique**, une autre notion d'**égalité**, en l'occurrence l'**équivalence**.

Et l'égalité «**0 = 1** » est justement l'**égalité** emblématique du paradigme de l'**équivalence**. Toute les **égalités** de la forme: **n = n + 1**, reviennent à dire: «**0 = 1** ». Avec l'**identité**, elles deviennent de plus en plus vraies quand **n** tend vers l'**infini**, tout simplement aussi parce que leur **valeur de fausseté 1/n** tend vers **0** (le **0 absolu**) quand **n** tend vers l'**infini ω** (le **ω absolu**). Mais on peut tout à fait se contenter d'un **0 intermédiaire**, il y en a toute une **infinité**, il suffit de prendre par exemple l'**inverse 1/ω** d'un des **infinis ω intermédiaires** dont nous avons parlé, qui ont la particularité de **croître très vite**, de sorte qu'un **infini ω** devient un **zéro** comparé au suivant. Que demander de plus? Pourquoi ignorer cette **vérité criante**, cette évidence de la **logique** des **nombres**, et s'obstiner à raisonner et à faire la science dans une **logique** du **tout ou rien**?

Le fait est là: il n'y a vraiment que si l'on affirme que **0** est **énitif** ou pire, que **0** est l'**infini absolu** (ce qui est l'expression de l'**équivalence absolue**, comme on va le voir), que l'**identité** déclare forfait, ou n'a plus rien à dire ou plutôt dit quelque chose en dehors du champ des **valeurs de vérités** exprimées en **pourcentage**.

On peut (comme on le verra aussi, avec la notion de **finitude** et d'**infinitude**) définir un autre champ de **valeurs de vérité**, gradué de **0** à **ω**, et non plus de **0** à **1** ou **0%** à **100%**, en disant par exemple: pour un **nombre n** donné de **0** à **ω**, dire que **n** est **énitif**, c'est-à-dire que: **n = n+ 1**, ou dire que **n** est l'**infini absolu**, c'est commettre une **erreur** évaluée à **1/n**, et dire une **vérité** évaluée à **n**. Ce **système** de **valeurs de vérité** est qualifié alors d'**absolu**, contrairement au précédent, le **système** de **0** à **1** ou l'**évaluation** en **pourcentage**, qui est une **évaluation relative**.

Dans le **système absolu**, dire que **0** est **énitif**, c'est-à-dire que: **0 = 0 + 1**, ou: **0 = 1**, ou dire que **0** est l'**infini absolu**, a une **valeur de fausseté** évaluée à **1/0 = ω** (ce qui est alors la **pire valeur de fausseté**) et une **valeur de vérité** évalué à **0** (ce qui est aussi la **pire valeur de vérité**). On peut interpréter cela en disant que pour l'**identité** ce n'est pas la **meilleure vérité** qu'on puisse exprimer, mais au moins rien n'explose, c'est une **évaluation** comme toutes les autres. L'**identité** nous dit simplement c'est **pire note** qu'on reçoit de sa part, qu'on ne peut pas faire **pire**, qu'on ne que faire **mieux**. On comprend qu'elle n'est pas du tout contente de nous, et aussi qu'elle veut nous dire que que si on tient à affirmer cette **égalité**, alors il faut aller voir sa collègue, l'**équivalence**, qui, elle, est très spécialisée dans les questions du genre: **0 = 1**. On prend acte de son verdict, et puis c'est tout. Et on va voir ailleurs, tout simplement...

Et en disant **1** est **énitif**, c'est-à-dire que: **1 = 1 + 1**, ou dire que **1** est l'**infini absolu**, nous vaut une note de **sanction** de **1/1 = 1**, et une note de **satisfaction** de **1** aussi. Dans cette **grille d'évaluation** de la **vérité** de **0** à **ω**, (oui de **zéro** à l'**infini**!) on n'a pas de quoi être fier, ce n'est pas du tout la **meilleure note** que l'**identité** peut nous donner, mais c'est déjà un peut mieux que le cas d'avant.

Et en disant **2** est **énitif**, c'est-à-dire que: **2 = 2 + 1**, ou dire que **2** est l'**infini absolu**, nous vaut une **note** de **diseur de mensonges** de **1/2 = 0.5**, et une note de **diseur de vérités** de **2**. Et là aussi, dans cette **grille d'évaluation** de la **vérité** de **0** à **ω**, ce n'est pas encore fameux, ce n'est pas nous que l'**identité** va déclarer comme les meilleurs de sa classe.

On accélère un peu: en disant **10** est **énitif**, c'est-à-dire que: **10 = 10 + 1**, ou dire que **10** est l'**infini absolu**, nous vaut une **note** de **déception** de **1/10 = 0.1**, et une note d'encouragement de **10**. Et là on a compris: avec **100**, notre **valeur de fausseté** tombe à **1/100 = 0.01**, et notre **valeur de vérité** grimpe à **100**. Avec, **1000000**, notre **valeur de fausseté** chute à **1/1000000 = 0.000001**, et notre **valeur de vérité** grimpe à **1000000**.

Et de manière générale, avec **n** donc, notre **valeur de fausseté** chute à $1/n$, et notre **valeur de vérité** est de **n**. Avec l'**identité** donc, il n'y a qu'avec l'**infini ω absolu** qu'elle nous attribuera une **valeur de fausseté** de: $1/\omega = 0$ (le **0 absolu** donc) et une **valeur de vérité** de ω (le **ω absolu** donc). Autrement dit, pour l'**identité**, et comme il fallait s'y attendre pour une **grille absolue** d'**évaluation** de la **vérité**, il n'y a que l'**infini absolu** qui est... l'**infini absolu**. Et si nous disons d'un **infini intermédiaire** ω qu'il est **énitif**, c'est-à-dire vérifie: $\omega = \omega + 1$, ou qu'il est l'**infini absolu**, l'**identité** nous attribue une **valeur de fausseté** qui est: $1/\omega = 0$, qui est très précisément le **0** associé à cet **infini**, son **inverse** donc. Et elle nous attribue une **valeur de vérité** qui est: ω , qui est donc cet **infini** lui-même.

L'**identité** tolère donc un **écart** de **1** dans l'expression d'une **égalité**, mais à condition que le **nombre** ω par **rapport** auquel on fait cet **écart** soit le plus **grand** possible, de sorte que cet écart devienne insignifiant par rapport à ce **nombre**. C'est avec le **0 absolu** que l'**identité** **interdit** tout écart, mais « **interdit** » en ce sens qu'elle lui donne la **plus petite valeur de vérité** et la **plus grande valeur de fausseté**. Cela signifie alors qu'elle renvoie dans ce cas à sa collège et son contraire, à savoir l'**équivalence**. Pour elle, l'**égalité** entre deux **nombres différents** a toujours un sens, et ce sens est le **cycle**.

Toute **égalité** de la forme: $x = x + c$, où **x** et **c** sont n'importe quels **nombres omégaréels** et en particulier des **nombres omégaréels positifs** (que nous appelons les **réalis**), est, du point de vue de l'**équivalence**, l'expression du **cycle c**, car elle revient à dire: $0 = c$, où le **0** est **absolu**. Mais du point de vue de l'**identité**, le **nombre c** est la **résolution** de l'**identité**, notée alors **r**, et qui a une toute autre signification. Cette **identité** est « $=_r$ », et par définition son **degré** est: $d = -\ln(r) / \ln(\omega) = \log_\omega(r)$, où **ln** est le **logarithme naturel** (le **logarithme** de **base** $e = 2{,}718281828459045...$). Cela signifie simplement que: $r = 0^d = 0 \wedge d$, ce qui est la définition que nous avons donnée de la notion de **résolution**. Etant entendu que: $0 = 1/\omega$, et: $\omega = 1/0$, on a donc bien: $\ln(r) = -d \ln(0) = -\ln(\omega)$, d'où: $d = -\ln(r) / \ln(\omega) = \log_\omega(r)$.

Par la suite, pour un **infini ω** donné (c'est-à-dire un **nombre entier naturel** suffisamment grand pour commencer à être au moins **énitif**), le le **nombre** $\ln(\omega)$ est noté Λ et est appelé l'**horizon logarithmique courant** ou l'**horizon logarithmique** de **référence**, par opposition à l'**horizon logarithmique** dit **absolu**, noté Λ_Ω ou Λ_ω, si aucune confusion n'est à craindre entre le **ω absolu** et le **ω courant**.

Etant donné une **résolution r**, par définition, la **valeur de vérité** de l'**identité**: $x = x + r$, mais aussi de l'**identité**: $x = x - r$, pour **réali x** donné tel que $r \leq x$, est: $(x - r)/x$, et sa **valeur de fausseté** est: r/x. Par défaut, on prend pour **r** la valeur **0** et pour **x** la valeur **1**. L'**identité** de **résolution 0**, à savoir « $=_0$ », est celle de **degré 1**, donc d'**indice 1**, à savoir « $=_1$ » (ne pas confondre quand on différencie les **égalités** soit par leur **résolution** ou **cycle**, ou quand on les différencie par leur **degré**, qui est alors leur **indice** ou **numéro**, quand le **degré** est un **entier relatif**). L'**identité** est alors appelé l'**identité courante** ou **identité** de **référence**.Sans autre précision, c'est ce que le signe « = » signifiera. La **valeur de vérité** de l'**identité**: $1 = 1 + 0$, c'est-à-dire: $1 =_0 1 + 0$, qui est aussi celle de l'**identité**: $\omega = \omega + 1$, c'est-à-dire: $\omega =_0 \omega + 1$, est donc: $(1 - 0)/1$ ou $1 - 0$, et la **valeur fausseté** est alors $0/1$ ou **1**. Elle revient à dire: $0 = 0$ ou $O = 0$, ce qui veut dire que cette **identité** ne **distingue** pas le **0 courant** du **0 absolu**.

De manière générale, l'**identité** de **résolution r** veut dire que cette **identité**, qui est donc le signe « = » dans l'expression: $x = x + r$, donc: $x =_r x + r$, ne distingue pas **r** du **0 absolu**, et donc on a: $0 =_r r$, et donc aussi cette **identité** ne distingue pas du **0 absolu** tout **réali r' inférieur** à **r**. On a donc aussi: $x =_r x + r'$, et: $0 =_r r'$. On dit aussi que cette identité a une **tolérance maximale** de **r**.

Quand nous disons qur la **résolution** est de **r** ou que la **tolérance** va de **0** à **r**, cela ne veut pas du tout dire pour tout **r' supérieur** à **r** la **tolérance** est **fausse** ou **interdite** à **100%**, ainsi que l'on raisonne dans la logique de **négation**, la logique du **tout ou rien**. Cela veut dire simplement qu'au-delà de **r**, la **tolérance** ou la **valeur de vérité** va décroître progressivement, exactement selon les mêmes grilles d'**évaluation** de la **vérité** que nous avons présentées. Plus donc **r'** sera **supérieur** à **r**, plus la **tolérance** que l'**identité** accorde à **r'** tendra vers **0**.

Ceci est très général: toutes les fois que nous serons dans une situation de type **x** et **non-x**, là où donc la classique logique de **négation** aime raisonner en termes de **tout ou rien**, de soit **0%** soit **100%**, ou soit **100%** soit **0%**, dans la nouvelle on raisonne en terme de **0%** à **100%**, ou **100%** à **0%**. Et si nous avons besoin de trancher (en vue de prendre une décision par exemple), il nous appartient de définir le **seuil** en dessous duquel on considérera l'**évaluation** comme **0%**, et il lui correspondra un **seuil** au-dessus duquel on considérera l'**évaluation** comme **100%**. Cela reviendra d'une manière ou d'une autre à la question de la **tolérance** ou de la **résolution r**.

Par exemple, on a la notion **fini** ou **non-fini**, c'est-à-dire **fini** ou **infini**. Et de manière générale on a la notion de **vrai** ou **non-vrai**, c'est-à-dire **vrai** et **faux**. Pour la logique de **négation** c'est soit l'un soit l'autre. Mais l'**égalité**: **n = n + 1**, l'**énitivité** donc, constitue un modèle fondamental sur la base duquel toute **vérité** peut être **évaluée**. Avec l'**évaluation** de type **pourcentage** l'**énitivité** est **fausse** à **1/n** et **vraie** à **(n –1)/n**, ou vraie à: **1 – 1/n**. Et l'**évaluation absolue**, l'**énitivité** est **fausse** à **1/n** et **vraie** à **n**. C'est ce que disent les **nombres** de manière **objective**. Si nous voulons trancher, il nous appartient de fixer le **seuil** à partir duquel nous disons que **n** est **infini** (c'est-à-dire **énitif**), et il lui correspond le seuil à partir duquel **1/n** est **onitif**, c'est-à-dire considérée comme **zéro**. Par exemple si nous choisissons **1000000** comme le nombre à partir duquel l'**infini** commence, alors **1/1000000** est le nombre en dessous duquel le **zéro** commence. Et **1/1000000 = 0.000001** est un exemple de **résolution** ou de **tolérance r** dont nous parlons. Cela veut dire que nous décidons que tous les **nombres** du **0 absolu** à **0.000001** sont le **0 absolu**, autrement tous les **nombres** de l'**intervalle** **[0, 0.000001]** sont **0**, ce qui correspondrait en logique par exemple à la **valeur de vérité faux**. Et par conséquent tous les **nombres** de l'**intervalle** **[1000000, ω]** sont **ω**, ou, en **évaluation** de type **pourcentage**, que tous les **nombres** de l'**intervalle** **[0.999999, 1]** sont **1**, ce qui correspondrait en logique par exemple à la **valeur de vérité vrai**.

L'**énitivité**: **n = n + 1**, est une notion très importante, car c'est une des nombreuses manières très simples de définir la notion intuitive de **nombre infini**. Cela consiste à dire qu'un **nombre entier infini n** est un **nombre** si grand que lui **ajouter 1** ne l'augmente plus. Autrement dit, plus techniquement, il est si grand qu'**il devient son propre successeur**. Autrement dit encore (et cette idée est très importante, notamment pour la notion d'**égalité**, d'**identité** et d'**équivalente**, que nous examinons), c'est un **nombre n** si grand qu'à partir de lui, l'**identité courante** nous autorise à **activer** ou **enclencher** l'**équivalence**, en l'occurrence le **cycle 1**.

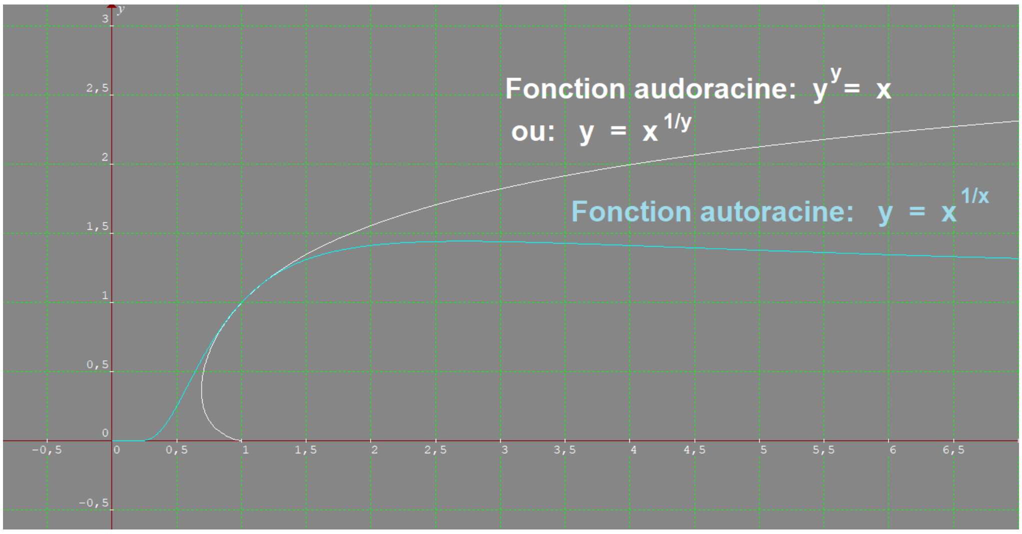
L'**énitivité**: **n = n + 1**, entraîne alors les **égalités**: **n = n + 1 = n + 2 = n + 3 = … = n + k**, où **k**, appelé l'**horizon d'énitivité** de **n**, et noté **hnt(n)**, représente la valeur maximale pour laquelle la **valeur de vérité** du signe « = » dans cette **chaîne d'égalités** reste celle de l'**égalité** de départ: **n = n + 1**. Etant entendu que l'**énitivité**: **n = n + 1**, signifie que **n** est un **entier assez** grand pour que lui **ajouter 1** ne le change plus (autrement dit la **valeur de fausseté** de cette **énitivité 1/n** est considérée comme **0** et sa **valeur de vérité (n – 1)/n** ou **1 – 1/n** est considérée comme **1**), le **nombre k** alors représente intuitivement le **nombre maximal** qu'on peut **ajouter** à **n** sans le changer significativement, sans changer donc significativement la **valeur de vérité** précédente. Cela veut dire alors que **k/n**, autrement dit **k×0**, reste considéré comme **0** (on dit alors que **k** est un **nombre initial** pour **n**, ou qu'il est **annulable** par **1/n** ou **0**, autrement dit: **k×0 = 0**), et donc que la **valeur de vérité**: **1 – k/n** est encore considéré comme **1 – 0**.

En effet, si en **ajoutant 1** à **n**, le **résultat n+1** est considéré comme étant **égal** à **n**, et si en **ajoutant 2** à **n**, le **résultat n+2** est encore considéré comme étant **égal** à **n**, etc., on arrivera fatalement, à force d'**ajouter 1**, à un **nombre n+k** qui commencera à ne plus être **égal** à **n**. Ce **nombre k** sera alors l'**horizon** d'**énitivité** de **n**, et noterons donc **hnt(n)**. Nous conviendrons bientôt d'un **nombre hnt(n)** dont nous sommes certain qu'en l'**ajoutant** à **n**, nous pouvons encore considérer qu'il ne change pas significativement.

Etant entendu que l'**égalité**: **n = n + c** revient à dire: **0 = c** ou **O = c**, c'est-à-dire le **cycle c**, il est clair alors que l'**énitivité**: **n = n + 1**, en ayant pour conséquence: **n = n + 1 = n + 2 = n + 3 = … = n + k**, engendre tous les **cycles** jusqu'au **cycle k**.

Il est clair que **k** doit être **strictement inférieur** à **n**, car pour **k = n**, on a: **n = n + n**, l'**énitivité** n'est évidemment plus vérifiée. C'est une autre propriété qui est ainsi exprimée, à savoir l'**auto-additivité** de **n**, et pour cela **n** doit être assez grand, et on verra bientôt quelle grandeur doit avoir **n** pour être **auto-additif**. Pour qu'on reste donc seulement dans le cadre de l'**énitivité**, le **nombre k** doit donc être **strictement inférieur** à **n**.

Pour un **nombre entier naturel n** considéré comme **énitif**, et que nous notons pour cela **ω**, nous appelons l'**audoracine** de **ω**, le **nombre w** dont l'**auto-puissance** est **ω**, c'est-à-dire qui est tel que: w^w = **w ^ w = ω**. A ne pas confondre avec l'ancienne appellation **auto-racine** ou **autoracine** que je lui donnais, et qui désigne maintenant une autre notion: l'**auto-racine** d'un **réali x** est la **racine x-ième** de **x**, c'est-à-dire: $x^{1/x}$ ou: **x ^ (1/x)**. Par contre, on dit qu'un **réali y** est l'**audo-racine** ou l'**audoracine** d'un **réali x**, si l'on a: **y =** $x^{1/y}$ **= x ^ (1/y)**, autrement dit, si: y^y **= y^y = x**.



Ainsi, l'**audoracine** de ω est le **nombre w** dont l'**auto-puissance** est ω, c'est-à-dire qui est tel que: $w^w = w \wedge w = \omega$. Ou : $w = \omega^{1/w} = \omega \wedge (1/w)$.

Par définition, **w** est appelé l'**horizon énitif** de ω, et on note alors: **hew(ω) = w**. Cela signifie que si ω est suffisamment grand pour être **énitif** (c'est-à-dire vérifiant: $\omega + 1 = \omega$, donc le **0** associé suffisamment petit pour être **onitif**, c'est-à-dire vérifiant: $1 + 0 = 1$), alors nous considérons que son **audoracine w** est le **nombre maximal** qu'on peut **ajouter** à ω sans le changer significativement, c'est-à-dire: $\omega + w = \omega$, donc son **0** vérifie: $1 + w\times 0 = 1$, autrement dit $w\times 0$ ou w^{1-w} est encore suffisamment petit pour être **onitif**. La **valeur de vérité** de ce choix est alors de: $1 - w/\omega = 1 - w^{1-w} = 1 - w\times 0 = 1$, étant donné que $w\times 0$ est encore suffisamment petit pour être **onitif**. Cette **valeur de vérité**: $1 - w\times 0$ tend vite vers **1** quand **w** (donc à plus forte raison ω) tend vers **ω absolu**, ou « **tend vers l'infini** », comme on le dit habituellement, c'est-à-dire est de plus en plus grand.

Par exemple, pour $\omega = 10\,000\,000\,000 = 10^{10}$, le **0** associé est: $0 = 10^{-10} = 0.0\,000\,000\,001$, et la **valeur de vérité** de l'**égalité**: $\omega = \omega + 1$, c'est-à-dire de: $10\,000\,000\,000 = 10\,000\,000\,000 + 1$, est: $1 - 0 = 1 - 0.0\,000\,000\,001 = 0.9\,999\,999\,999 = 99.99\,999\,999\%$. Considérons que ceci est pratiquement **1** ou **100%**, et donc que ω est **énitif**.

L'**audoracine de** $\omega = 10^{10}$ est **10**, et donc nous considérons que **10** est le **nombre maximal** qu'on peut ajouter à ω sans le changer significativement. Autrement dit: $10\,000\,000\,000 + 10 = 10\,000\,000\,010 = 10\,000\,000\,000$. La **valeur de vérité** d'une telle **égalité** est: $1 - 10/10\,000\,000\,000 = 0.999\,999\,999 = 99.9\,999\,999\%$. Nous la calculons aussi directement avec la formule: $1 - 10^{1-10} = 1 - 10^{-9}$. Nous considérons que ceci non plus n'est pas significativement différent de **99.99 999 999%** ou **100%**. On a donc: **hew(10 000 000 000) = 10**.

On se donne donc un **nombre entier** ω **supérieur** ou **égal** à **2**, avec la **valeur de vérité** de son **énitivité** choisie. Ce **nombre** est noté ω_0, et il est la valeur de départ d'une **suite** ω_n définie par: $\omega_{n+1} = \omega_n^{\omega n} = \omega_n \wedge \omega_n$. Nous avons vu que la **vitesse de croissance phénoménale** de cette suite est telle que le choix de la grandeur de ω_0 et de sa **valeur de vérité** d'**énitivité** importe peu, car, même seulement avec $\omega_0 = 2$, dès le terme ω_3 déjà, nous avons un **nombre infini** dont la **valeur de vérité** de son **énitivité** est :

Autrement si nous affirmons que ω_3 est l'**infini absolu**, autrement dit que: $\omega_3 = \omega = \Omega$, la valeur de vérité de cette affirmation est ce qui est illustré ci-dessus. Et de la manière dont cette suite est définie, n'importe quelle terme ω_n peut servir de ω_0, avec une **énitivité** qui n'est que meilleure. Démarrons avec $\omega_0 = 10$, et ensuite, prenons pour nouveau ω_0 le **nombre** ω_7. Ou, ce qui revient au même, posons: $\omega_{-7} = 10$. Et avec la formule de **récurrence**: $\omega_{n+1} = \omega_n^{\omega n} = \omega_n \wedge \omega_n$, calculons les termes successifs, jusqu'à ω_0, qui sera le **ω courant** ou le **ω** de **référence**. On a donc: $\omega_{-6} = 10^{10} = 10\,000\,000\,000$, et: $\omega_{-5} = 10\,000\,000\,000^{10\,000\,000\,000} = 10^{100\,000\,000\,000}$, et ainsi de suite jusqu'à ω_{-1}, **nombre** que dans toute la suite nous appellerons **w**. On a ensuite: $\omega_0 = \omega_{-1}^{\omega-1} = w^w$, nombre qui sera donc le ω de **référence** et qui est le vrai point de départ de la **suite** des ω_n. Ce **nombre** ω_0 ou ω est un **nombre entier naturel** déjà si grand que nous ne pouvons plus le calculer, sinon simplement le définir comme on vient de le faire. Un **nombre** tout ce qu'il y a de **fini**, mais déjà **infini**. Il est très loin d'atteindre le **nombre de Graham G**, mais le **nombre entier naturel** qu'il est vraiment **infiniment grand**, **infini** simplement. En effet, si nous affirmons qu'il est **énitif**, c'est-à-dire vérifie: $\omega = \omega + 1$, ou: $\omega_0 = \omega_0 + 1$, ou (ce qui revient au même) si nous affirmons qu'il est l'**infini absolu**, la **valeur de vérité** d'une telle affirmation, à savoir $(\omega - 1)/\omega$, ou: $1 - 1/\omega$, qui est **0.999999999999...**, est simplement **1**, car le nombre de chiffres « **9** » après la virgule est infiniment plus que ceux seulement de ω_3 en démarrant seulement avec **2**.

Nous avons vu que chaque **infini** donne lieu à des **équivalences** et des **cycles** toujours plus grands. Et maintenant, considérons un **entier n** de cette suite des ω_k, dont la grandeur est telle qu'il est considéré comme **énitif**. Par exemple, prenons simplement $n = \omega = \omega_0$. L'**identité**: $n = n + 1$ est donc simplement vraie, avec une **valeur de vérité** qui est tout bonnement **1** (si l'on en doute, alors que l'on fasse ce calcul de: $1 - 1/n$, c'est-à-dire: $1 - 1/\omega$, et que l'on me dise le nombre exact des chiffres **9** après la virgule, ou qu'on calcule $1/\omega$, qui sera donc de la forme: **0.0000000...00000001**, et que l'on me dise le nombre exact des **0** cette écriture, et surtout que l'on écrive ce nombre avec toutes ses décimales...).

Les **nombres** seront toujours **distincts** du point de vue de l'**identité** jusqu'à l'**infini absolu**, mais seront de plus en plus **énitifs**, c'est-à-dire on distinguera de moins un **nombre n** de son **successeur n+1**, même si, théoriquement, la différence entre les deux est toujours de **1**.

Et quant à la **relation d'équivalence**, on peut toujours définir une **équivalence** entre les **nombres** que l'on veut, pourvu ce soit réellement une **relation d'équivalence**, c'est-dire qui partage l'**ensemble** des **nombres** en **partitions** appelées **classes d'équivalence**, les **éléments** d'une même **partition** étant **équivalents** à eux-mêmes et **équivalents** tous entre eux. On peut même définir définir différentes **équivalences**, certaines étant des **sous-équivalences** d'autres.

On se donne un **premier entier énitif** $n = \omega$, à partir duquel on enclenche les **équivalences**. Cela signifie que le simple fait de dire: $n = n + 1$, signifie qu'à partir de cet **entier n**, l'**équivalence** qu'est le **cycle 1** démarre, et par conséquent aussi une nouvelle **identité** plus **stricte**. Cela veut dire que l'**identité courante**, qui est « = », ne **distingue** plus **n** et **n+1**, en raison de la grandeur de **n** qui est maintenant tel qu'il devient **énitif**. Par conséquent, si l'on veut continuer à distinguer **n** et **n+1**, on doit faire appel à une nouvelle **identité**, « == » par exemple. Pour l'**identité courante**, on a: $\omega = \omega + 1$, donc en **divisant** par ω, on a: $1 = 1 + 1/\omega$, c'est-dire: $1 = 1 + 0$, où donc **0** est le **0 courant**, l'**inverse** du **ω courant**. Dire que ω est un **entier n** qui commence à être **énitif** c'est dire que son **inverse** $0 = 1/\omega$ commence à être **onitif**, c'est-dire commence à vérifier: $1 = 1 + 0$, autrement dit commence à être un **élément neutre** de l'**addition**. L'**identité courante** n'arrive plus à distinguer ω et $\omega+1$, dont ne distingue plus **1** et **1 + 0**, et l'**identité**: $1 = 1 + 0$, revient à dire : $1 - 1 = 1 - 1 + 0$, donc $0 = 0 + 0$, c'est-dire : $O = O + 0$, où **0** ou **O** est le **0 absolu**, l'**élément neutre absolu** de l'**addition**. On a donc: $0 = 0$, c'est-dire: $O = 0$, ce qui veut dire que l'**identité courante** est celle qui ne **distingue** plus le **0 courant** du **0 absolu**.

Par conséquent, pour continuer à **distinguer** le le **0 courant** du **0 absolu**, il faut faire appel à l'**identité** « == » ou « $=_2$ », dont la **résolution** est 0^2. Elle par contre, c'est 0^2 qu'elle ne distingue pas du **0 absolu**, mais distingue par contre le **0 courant**. Cela revient à dire qu'elle distingue ω et $\omega+1$, c'est-dire: $\omega \neq_2 \omega + 1$, mais ne distingue pas ω^2 et ω^2+1, donc dit: $\omega^2 == \omega^2 + 1$, ou $\omega^2 =_2 \omega^2 + 1$, et en **divisant** par ω^2, cela donne: $1 =_2 1 + 1/\omega^2$, c'est-dire: $1 =_2 1 + 0^2$, d'où: $1 - 1 =_2 1 - 1 + 0^2$, c'est-dire: $0 =_2 0 + 0^2$, ou: $O =_2 O + 0^2$, ou: $O =_2 0^2$. Et ainsi de suite. De manière générale, on a: $0 =_n 0^n$ ou: $O =_n 0^n$.

La question est maintenant de savoir de quelle grandeur doit être ω, pour que l'**équivalence**: $\omega = \omega + \omega$ ou: $\omega = 2\omega$, que je nomme l'**auto-additivité**, soit elle aussi enclenchée.

THÉORÈME *AutoAdd: Nombre entier auto-additif*

Si **n** est assez grand pour que l'on ait: $n = n + 1$, alors on a: $2^n = 2^{n+1}$, donc: $2^n = 2^n \times 2$, donc: $2^n = 2^n + 2^n$. Cela signifie simplement que si **n** est assez grand pour être **énitif**, 2^n est assez grand pour être **auto-additif**. Les deux **égalités**: $n = n + 1$, et: $2^n = 2^n + 2^n$, ont exactement la même **valeur de vérité**, puisque l'une entraîne automatiquement l'autre. Cela veut dire que l'**égalité courante**, parce qu'elle n'a plus une **résolution** assez grande pour distinguer plus **n** et **n+1**, de ce fait même n'a plus une **résolution** assez grande pour distinguer 2^n et $2^n + 2^n$. Pour se faire, il faut passer « == » ou « $=_2$ ». Ainsi donc, si ω est un **nombre entier naturel** assez grand pour être **énitif**, alors aussi le **nombre entier naturel** $\omega' = 2^\omega$ est grand pour être **auto-additif**. On dit que ω' est le **successeur aléphien** de ω, ou son **aleph-successeur** ou encore son **successeur** dans la **suite** des **Aleph**. Cette

suite se définit par: $\aleph_{n+1} = 2^{\aleph_n} = 2$ ^ $\aleph_n$, où $\aleph$ est la lettre hébreu « **aleph** ». On a donc: **ω'** = **ω' + ω'** ou: **ω' = 2ω'**.

Si un **entier ω** est **auto-additif**, alors le **0** associé, à savoir son **inverse**: **0 = 1/ω**, est lui aussi **auto-additif**, autrement dit vérifie: **0 = 0 + 0 = 2×0**. Un des grands intérêts des **0 auto-additifs**, c'est-à-dire des **0** suffisamment petits (et les **infinis** associés suffisamment grands) pour être **auto-additifs** (qui est le niveau au-dessus de l'**onitivité** dans la qualité d'**élément neutre** de l'**addition**), est qu'ils permettent de définir la notion de **nombres initiaux**, **intermédiaires** et **finaux**. L'**égalité**: **0 = 1×0** veut dire que **1** est **initial**. L'**égalité**: **0 = 0 + 0 = 2×0** (**auto-additivité** du **0**) veut dire que **2** est **initial**. De cela on déduit que: **0 = 0 + 0 = 0 + 0 + 0 = 3×0** , qui veut dire que **3** est **initial**, et ainsi de suite. On arrivera fatalement à un **entier n** tel que: **0 = n×0** commence à ne plus être vrai, et alors cela veut dire **n** commence à être un **entier intermédiaire**. Il continue à être **initial** pour des **0** plus petits, comme par exemple ceux **auto-multiplicatifs**, c'est-à-dire vérifiant: **0×0 = 0^2 = 0**.

Pour revenir à l'**infini auto-additif** **ω' = $2^ω$**, pour **ω énitif**, notons que si nous ne fonctionnons qu'avec une seule **égalité** comme c'est le cas actuellement, nous serions à ce niveau devant un paradoxe, qui est qu'on a à la fois: **$2^ω$ ≠ $2^ω$ + $2^ω$**, et: **$2^ω$ = $2^ω$ + $2^ω$**. Mais il n'y a aucun souci maintenant, avec la science à plusieurs **égalités** de **degrés** différents, fonctionnant en harmonie et en complémentarité, et là où le **pouvoir de distinction** de l'une s'arrête, le **pouvoir de distinction** d'une autre commence ou continue.

La question suivante est de savoir maintenant de quelle grandeur doit être un **nombre entier naturel ω**, pour que l'**équivalence**: **ω = ω × ω** ou: **ω = $ω^2$**, que je nomme l'**auto-multiplicativité**, soit elle aussi enclenchée.

Considérons un **entier auto-additif n**. On a donc: **n = n + n**. Et donc: **2^n = 2^{n+n}**, donc: **2^n = 2^n × 2^n**. Même raisonnement donc que précédemment.

THÉORÈME *AutoMu: Nombre entier auto-multiplicatif*
Si donc un **nombre entier naturel ω** est assez grand pour être **auto-additif** (pour cela il faut qu'il soit le **successeur aléphien** d'un **entier** assez grand pour être **énitif**) alors son **successeur aléphien ω' = $2^ω$** est grand pour être **auto-multiplicatif**. On a donc: **ω' = ω' × ω'** ou: **ω' = $ω'^2$**.

La question est maintenant de savoir de quelle grandeur doit être **ω**, pour que l'**équivalence**: **ω = $ω^ω$** ou: **ω = ω ^ ω** , que je nomme l'**auto-exponentiativité**, soit elle aussi enclenchée.

Et maintenant, considérons de nouveau un **entier énitif n**, vérifiant donc: **n = n + 1**. Et considérons la relation de définition de la suite: **$ω_{n+1}$ = $ω_n$ ^ $ω_n$**. Il est clair alors que si **n** est **énitif**, on a : **$ω_n$ = $ω_n$ ^ $ω_n$**. Toujours le même raisonnement.

THÉORÈME *AutoExp: Nombre entier auto-exponentiatif*
Si donc un **nombre entier naturel n** est assez grand pour être **énitif**, alors le **successeur auto-puissanciel** de **$ω_n$**, c'est-dire son successeur dans la suite des auto-puissances, à savoir **$ω_{n+1}$** , est grand pour être **auto-exponentiatif**. On a donc:. **$ω_n$ = $ω_n^{ωn}$ = $ω_n$ ^ $ω_n$** .De tels **entiers** sont ce que j'appelle les **entiers jèrus**, famille notée collectivement de la lettre russe **Ж** (lire « jè »).

Comme on le voit, la particularité des **entiers jèrus** est qu'ils sont leurs propres **successeurs** dans la suite des **$ω_n$**. Avec les **entiers énitifs**, nous commençons à entrer à peine dans le royaume de l'**infini absolu**. Avec les **auto-additifs**, nous avons fait une énorme pas vers l'**infini absolu**. Avec les **auto-multiplicatifs**, nous avons un très grand bond vers l'**infini absolu**. Et maintenant, avec les **auto-exponentiatifs** ou les **entiers jèrus**, nous avons atteint un **horizon** d'un tout autre ordre, où les **nombres entiers** ont acquis les propriétés fondamentales de l'**infini absolu**.

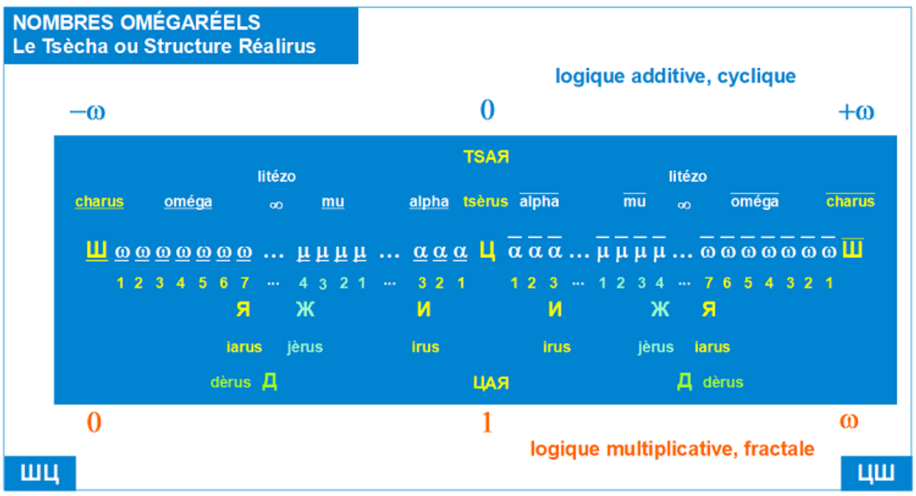
A tout **nombre τ** (lite « **tau** ») de **0** à **1**, c'est-à-dire de l'**intervalle [0, 1]**, correspond une **catégorie de nombres** qui est la **catégorie τ**, appelés les **τ-nombres**, et qui se **caractérisent** par l'**égalité**: **0×x = τ**. Les **structures algébriques** classiques ne décrivent que les **nombres** de la **catégorie 0**, les **0-nombres** donc, que je nomme les **nombres initiaux**. Ils vérifient la « sacro sainte » **égalité**: **0×x = 0**. Le **nombre 0** lui-même est le **0-nombre**, par excellence, il vérifie: **0×0 = 0** (on a vu que pour définir cette notion de **nombres initiaux**, il suffit de considérer un **0** suffisamment petit pour être **auto-additif**, mais pas obligatoirement suffisamment petit pour être **auto-multiplicatif**; si c'est le cas, le **0** en question commence alors sérieusement à se comporter comme le **0 absolu**, comme l'**élément neutre** de l'**addition** dans les classiques **structures** de **corps** ou d'**anneau**).

Le classique **ensemble N** des **nombres entiers naturels** $\mathbf{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, ...\}$, est un **ensemble** de **nombres initiaux**, de **0-nombres** donc. Et on voit justement avec cet **ensemble fondamental** pourquoi ils sont **initiaux**, cela veut dire qu'ils sont du **côté du 0**, les **nombres du début** donc. De même que les **éléments** des **classiques ensembles Z, Q, R, C**, qui sont aussi des **0-nombres**, car leurs **éléments** vérifient tous: $0 \times x = 0$.

Il faut donc qu'il y ait des **structures** dédiées à ces **nombres initiaux**, et il est alors très normal que dans ces **structures** il ne doive pas exister un **nombre** ω tel que: $0 \times \omega = 1$. Car justement ω n'est pas un **nombre initial**, mais un **nombre final**, un **nombre** de la **catégorie 1**, celle pour laquelle τ vaut la **valeur 1**. Les **nombres** de cette vérifient donc: $0 \times x = 1$. Et alors obligatoirement **x** est de la forme: $x = \omega - x'$, où **x'** est un **nombre initial**, de la **catégorie 0** donc. Ou en tout cas, cette **égalité**: $x = \omega - x'$, où **x'** est un **nombre initial**, est une autre manière de définir les **nombres finaux**. On vérifie alors: $0 \times x = 0 \times (\omega - x') = 0 \times \omega - 0 \times x'$. Et comme **x'** est **initial**, on a: $0 \times x' = 0$, et comme on a: $0 \times \omega = 1$, on a donc: $0 \times x = 1 - 0 = 1$.

Les **nombres initiaux** et **finaux** sont donc les deux **catégories extrêmes**, et il suffit d'avoir défini les structures régissant classiques les **nombres initiaux**, pour avoir aussi du même coup défini les **structures** régissant les **nombres finaux**! En effet, ceux-ci sont de la forme: $x = \omega - x'$, où **x'** est un **nombre initial**. Les deux **catégories** sont donc très intimement liées, elles sont **équivalentes** ou **synonymes** en un certain sens, elles sont seulement chacune située à une **extrémité** de l'**échelle** des **nombres**. Et entre les deux **extrêmes** se situent l'**immense partie** des **catégories** des **τ-nombres**, avec τ dans l'**intervalle** $]0, 1[$, c'est-à-dire de **0** à **1** sauf les **valeur extrêmes 0** et **1**. Et pour tout **nombre** τ de l'**intervalle** $]0, 1[$, on introduit un **τ-nombre** de référence, noté Ш_τ (lire « **charus tau** » ou « **cha tau** ») tel que: $0 \times \text{Ш}_\tau = \tau$. Tous les **τ-nombre x** sont alors de la forme: $x = \text{Ш}_\tau - x'$, où **x'** est un **nombre initial**. On vérifie aisément qu'on a effectivement: $0 \times x = \tau$. Il est clair qu'en particulier, $\text{Ш}_0 = 0$, et: $\text{Ш}_1 = \omega$. Il est clair aussi que quel que soit τ, les **τ-nombres** sont **équivalents** aux **0-nombres**, c'est-à-dire aux **nombres initiaux**. Autrement dit, toutes les **structures** classiques (**anneaux**, **corps**, etc.) définies pour les **0-nombres** le sont aussi de fait pour les **τ-nombres**, étant donné qu'ils sont de la forme: $x = \text{Ш}_\tau - x'$, où **x'** est un **nombre initial**.

Il reste ensuite à étudier les relations de manière très générale entre les différentes **catégories τ-nombres**. Et ces relations sont donc aussi celles de **structure numérique** dans sa globalité, qui ne se réduit donc pas aux **structure** des **nombres initiaux**.Ceux-ci sont donc juste des cas particuliers importants. Les propriétés de ces structures classiques ne sont pas obligatoirement **absolues** et **universelles**. On n'est pas obligé par exemple d'avoir: $0 \times x = 0$ pour tous les **nombres**, cette **égalité** n'est pas **absolue**, elle n'est pas **universelle**. Par contre, les propriétés comme: $1 \times x = x$, ou comme la **distributivité**: $x \times (y + z) = x \times y + x \times z$, sont **absolues**. La **structure absolue** n'est aucune des **structures** habituelles (**groupe**, **anneau**, **corps**, etc.). Il existe donc une structure ou une logique absolue des nombres, dont les structures habituelles sont des cas particuliers. Cette **structure absolue**, la **structure** des **nombres omégaréels**, est la **structure fractale**, ce qui implique aussi la structure cyclique, dont nous avons commencé à parler. C'est cette **logique absolue** que nous emploierons dans ce livre à faire comprendre, ainsi que les **objets numériques** les plus **fondamentaux** qui en sont les bases mêmes, à savoir les **générescences** ou **informations unaires**, dont nous parlerons amplement.



Non, non, ne vous méprenez pas sur ce que veut dire cette image.
Il ne s'agit pas d'une "numérologie russe" mais simplement
que le nouveau paradigme scientifique est si riche et si vaste,
que les ressources des alphabets classiques (latin, grec)
ne suffisent plus pour exprimer les nouveaux concepts scientifiques.
Alors l'alphabet russe ou cyrillique est appelé à la rescousse.
*C'est le **Tsècha**, des deux lettres russes clefs « **Ц** » (ou « **Tsè**») et « **Ш** » (ou « **Cha**»),*
*la **Structure Réalirus**, la **structure** des **nombres omégaréels**.*

Depuis les philosophes de la Grèce antique comme Pythagore, Platon, Aristote, etc., et pour ne parler que de la civilisation occidentale, on a réfléchi sur l'**ontologie** et on l'a étudiée de fond en comble, on a réfléchit sur les question d'**identité**, d'**égalité**, etc., sur les **nombres**, leur logique et leurs propriétés. L'**infini** a été au cœur d'innombrables réflexions, et des cerveaux brillants, et pas des moindres l'ont étudié au travers de divers problèmes, souvent des paradoxes (comme par exemple le paradoxe de Xénon, ou le paradoxe d'Achille et la Tortue). Ces travaux ont nourri par la suite les travaux de générations de philosophes, de mathématiciens et de scientifiques, dont les génies comme Euler, Einstein, pour ne parler que d'eux. On ne nous fera donc pas croire que les choses très simples que je viens d'exposer entre autres sur l'**équivalence** et le **cycle** ont été trop difficiles à concevoir pour tous ces cerveaux!

Il est donc clair que ce n'est pas une question de génie ou de manque d'intelligence mais simplement que des **esprits de négation**, influençant et dominant les autres esprits, leur ont imposé des paradigmes qui sont les leurs (les **paradigmes de l'identité** ou de la **négation**) et ont empêché la science d'aller dans le bon paradigme, celui de l'**équivalence** ou du **cycle**, le paradigme l'**alternation**, bref le paradigme de l'**Univers TOTAL**, l'**Alpha** et l'**Oméga**, le paradigme de **DIEU**. Voilà la simple vérité.

Car ceux qui sont capables de fabriquer des robots comme Sophia (nom qui soit dit en passant signifie « Sagesse », et le mot « philosophie » signifie, comme on le sait, « amour de la sagesse ») ou d'être des génies de l' « intelligence artificielle », peuvent tout à fait concevoir le paradigme de l'**équivalence** ou du **cycle**, celui de l'**Alpha** et l'**Oméga**, que je viens de présenter brièvement, d'autant plus qu'ils connaissent la notion d'**équivalence** ou de **cycle**! C'est peut-être cela le problème justement, à savoir donc l'« **artifice** » ou l'« **intelligence artificielle** » ou l'« **intelligence diabolique** » au lieu de l'**intelligence naturelle** ou l'**intelligence divine**....

Plus que donc de simples « erreurs » (car l'erreur est humaine, dit-on, et l'erreur est pardonnable), car tous les grands cerveaux que cette terre aient portés depuis que le monde est monde, ne peuvent pas avoir commis non seulement donc de si grosses « erreurs » de paradigme, mais aussi... des « erreurs » de calcul... très volontaires!

Comme par exemple (et j'en viens à la seconde preuve de la fausseté des paradigmes actuels) aussi de dire: **1 + 2 + 3 + 4 + 5 + … = -1/12**. Incroyable mais vrai: les mathématiques actuelles enseignent que si l'on **additionne** tous les **nombres entiers naturels**: **1 + 2 + 3 + 4 + 5 + …** donc, le résultat est un **nombre négatif**, et c'est **-1/12**! Or le bon sens et l'intuition nous dit que le résultat doit être **infini**. Tout simplement! Et plus précisément, si nous appelons **Oméga** l'**infini** et le notons **ω**, la sommes de tous les **nombres entiers** de **1** à **ω** est, en appliquant la formule du Triangle de Pascal à l'**infini ω**, très exactement: **ω(ω+1)/2**, autrement dit: **1 + 2 + 3 + 4 + 5 + … + ω = ω(ω+1)/2**. C'est le résultat qu'on a si le signe « = » dans cette expression signifie l'**identité** ou le **cycle 0**. Mais nous sommes à présent devant un exemple où, toujours pour **nier** l'**infini ω** (le vrai), qui devait être aussi le simple résultat de la **division 1/0**, on fait passer un résultat d'**équivalence** pure, autrement dit d'un **cycle** qui n'est pas le **cycle 0**, pour un résultat d'**identité**, donc de **cycle 0**! C'est tout simplement infâme, scandaleux!

Car: **1 + 2 + 3 + 4 + 5 + … = -1/12** est une **équivalence** pure, et ne peut pas être une **identité**. Ne serait-ce que parce que la **somme** de **nombres tous positifs** ne peut jamais donner un **résultat négatif** du point de vue de l'**identité**. Et non seulement cela, une **somme infinie** de **nombres tous supérieurs ou égaux à 1** donne forcément un **résultat infini** du point de vue de l'**identité**. Au pire, si l'on imagine la **somme**: **A = 1 + 1 +1 + 1 + 1 + 1 + …**, le **nombre A** est **infini**, puisqu'on **ajoute indéfiniment** le **nombre 1**. Il est évident que les **résultats** de **sommes partielles** sont au fur et à mesure: **1 = 1**, **1+1 = 2**, **1+1+1 = 3**, **1+1+1+1 = 4**, **1+1+1 +1+1 = 5**, **…**, et donc le **nombre**: **A = 1 + 1 +1 + 1 + 1 + 1 + …**, représente tout simplement le **nombre exact** des éléments de l'ensemble: **$\mathbf{N}^*$ = {1, 2, 3, 4, 5, …}**, qui a une **infinité** d'éléments. Et le **nombre A** est par définition très précisément cette **infinité** là.

Autrement dit, quand on **additionne 1 fois 1**, on a comme **résultat 1**, qui est le premier élément de l'ensemble appelé **$\mathbf{N}^*$**. Et quand on **additionne 2 fois 1**, ou **1+1**, on a comme **résultat 2**, qui est le deuxième élément de l'ensemble **N^***. Et quand on **additionne 2 fois 1**, ou **1+1+1**, on a comme **résultat 3**, qui est le troisième élément de **N^***, et ainsi de suite. Donc le **nombre**: **A = 1 + 1 +1 + 1 + 1 + 1 + …**, représente ce qui serait le **dernier élément** de **N^***, qui pour la pensée de **négation** n'existe pas, mais qui pour la pensée d'**alternation** ou d'**affirmation** est par définition précisément **A**. Ce **nombre existe** mais seulement il est **infini**, et il est très précisément la mesure du **nombre** des éléments de l'ensemble: **N^* = {1, 2, 3, 4, 5, …}**, et c'est justement lui que nous appelons **ω** ou l'**infini Oméga**. Ainsi donc, **N^*** a **ω** éléments, qui sont tous **finis** (au sens habituel de la notion de **fini**), mais qui sont en **nombre infini**.

C'est pour cela qu'au lieu de l'écriture habituelle: **N^* = {1, 2, 3, 4, 5, …}**, qui dès le départ même nie l'existence du **dernier élément**, l'élément **Oméga** ou **ω**, la bonne définition de cet ensemble est: **N^* = {1, 2, 3, 4, 5, …, ω}**, et même mieux: **N^* = {1, 2, 3, 4, 5, …, ω-5, ω-4, ω-3, ω-2, ω-1, ω}**. Ainsi, l'**infini** est conçu et défini exactement avec la même logique que les **finis**. Il est un nombre exactement comme eux, sauf qu'il est **infini**. Il les termine, exactement comme **0** les commence, si on le mentionnait, pour former l'ensemble: **N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, …, ω-5, ω-4, ω-3, ω-2, ω-1, ω}**. La **logique du cycle** consiste alors à dire que **0** et **ω** sont le **même nombre**, qui au **début** du **cycle** s'appelle **0**, et à la **fin** du **cycle** s'appelle **ω**, On exprime alors cela par l'**équivalence** ou **égalité**: « **0 = ω** ». Exactement comme en **logique** du **cycle 24**, les **nombres** sont l'ensemble: **N_{24} = {0, 1, 2, 3, 4, …, 20, 21, 22, 23, 24}**. Ce **cycle 24** s'exprime par l'**équivalence**: « **0 = 24** », qui veut donc dire que **0** et **24** sont le **même nombre**, qui en **début de cycle** est appelé **0** et en **fin de cycle** est appelé **24**. On a donc **25** éléments de **0** à **24**, mais deux fois le même élément, au **début** et à la **fin**, autrement dit qui est à la fois l'**Alpha** et l'**Oméga**. Cela fait donc bien **24** éléments, si l'on compte de **0** à **23**, ou de **1** à **24**.

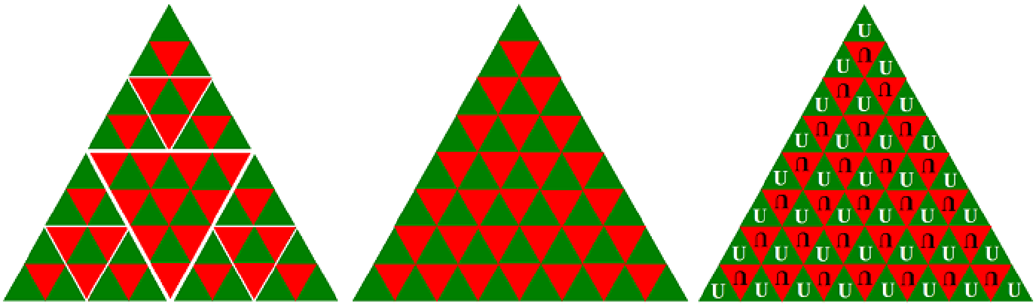
C'est donc exactement la même logique avec l'ensemble: **N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, …, ω-5, ω-4, ω-3, ω-2, ω-1, ω}**, qui est donc le **cycle ω**. Les éléments **0** et **ω** sont le même, puisqu'il s'agit d'un **cycle**. Les éléments différents sont donc les **ω** éléments comptés de **0** à **ω-1**, ou de **1** à **ω**. Cette **logique** de **cycle** (et il en est de même pour la **logique fractale** et plus généralement pour la **logique** d'**équivalence**) ne distingue plus le **fini** et l'**infini**, elle ne les sépare plus, et les deux types de **nombres** vont pouvoir se calculer exactement de la même manière, et on ne pourra plus parler par exemple de l'«impossibilité » de **diviser par 0**.

Nous savons donc maintenant le résultat de l'**opération**: **A = 1 + 1 +1 + 1 + 1 + …**, nous savons combien vaut exactement le **nombre A**, car nous savons maintenant exactement le **nombre** des « **1** » dans cette **somme**, à savoir donc **ω**. Il est donc préférable de l'écrire: **A = 1 + 1 +1 + 1 + 1 + … + 1 + 1 + 1 + 1 + 1**, en précisant que le **nombre** des **1** est **ω**. **Ajouter 1** donnera comme résultat **ω+1**, et enlever 1 donnera comme résultat **ω-1**. Ces trois **nombres**: **ω-1**, **ω** et **ω-1** ne sont pas **identiques**, chacun a sa propre **identité**, ce qui ne les empêche nullement d'être **équivalents** (car tous sont **infinis**), d'être donc **égaux**. Et par définition, le résultat de la **division 1/0** est tout simplement l'**identité**: **1/0 = ω**, et par conséquent on a l'**identité**: **1/ω = 0**. Il s'agit là d'**identités** exactes, en l'occurrence les définitions de ces **opérations**. Par contre l'**égalité**: « **0 = ω** » est quant à elle une **équivalence**, l'expression du **cycle ω**.

Le **nombre infini ω** étant maintenant défini, on peut calculer d'autres **nombres infinis** sur la base de **ω**. Ainsi, considérons maintenant la **somme**: **B = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + …**, c'est-à-dire: **B == 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + …**, qui nous intéresse, et qui en toute bonne définition est: **B = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + … + ω**, c'est-à-dire: **B == 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + … + ω**. Les choses sont maintenant très précises, on **additionne** tous les **nombres entiers** de **1** à **ω**. On verra bientôt combien vaut exactement cette **somme**, mais on sait qu'elle est forcément supérieure à **ω**! En effet, si l'on compare les **sommes** **A = 1 + 1 +1 + 1 + 1 + … + 1** et **B = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + … + ω** terme à terme, leurs premiers termes sont **identiques**, à savoir **1**, et à partir du second, ceux de **B** sont supérieurs à ceux de **A**, donc **B** sera nettement supérieur à **A**, il se calcule avec la formule du Triangle de Pascal qui lui donne comme résultat **B = ω(ω+1)/2**, c'est-à-dire: **B == ω(ω+1)/2** (et on verra bientôt pourquoi). **B** sera est donc supérieur à **ω**, lui-même déjà **infini**. Par conséquent, **B** ne peut pas être **identique** à **-1/12**, qui est une **quantité finie**!

Et maintenant, voyons comment le Triangle de Pascal permet de calculer **B**, de donner son résultat du point de vue de l'**identité**. D'une manière générale, étant donné n'importe quel **nombre entier n**, on a: **0 + 1 + 2 + 3 + … + n = n(n+1)/2**, autrement dit l'**identité**: **0 + 1 + 2 + 3 + … + n == n(n+1)/2**.

Par exemple, si l'on doit **additionner** tous les **nombres entiers** de **0** à **8**, on a: **0+1+2+3+4+5+6+7+8 = 36**, résultat qu'on obtient directement en faisant: **8 × (8 + 1)/2**, soit **8 × 9 /2**, ou **72/2 = 36**. Et **8**, c'est le **nombre** des **triangles verts** qui forment les côtés du triangle ci-dessus, en particulier qui forment la base (**n = 8** donc). Et on voit que le résultat qu'on cherche est le nombre de tous les **triangles verts**. En comptant en partant du sommet, on voit que c'est effectivement: **1+2+3+4+5+6+7+8 = 36**.



Et si l'on considère un triangle ayant pour côté **4 triangles verts** (**n = 4** donc), le **nombre** des **triangles verts** est: **1+2+3+4 = 10**, qui est donné par la formule **4 × (4 + 1)/2**, soit **4 × 5 /2**, ou **20/2 = 10**. Et ainsi de suite.

Cette formule marche pour n'importe quel **nombre fini n**, on a donc: **1 + 2 + 3 + … + n == n(n+1)/2**. On croit que cette **identité** n'est pas valable si **n** est **infini**, en l'occurrence l'**infini ω**, mais en fait ce sont les mauvais paradigmes, qui ont pour conséquence une notion fausse de l'**infini** (comme on va le voir amplement), qui font que la formule ne marche pas pour l'**infini**, et même souvent n'a pas de sens. Avec donc le bon paradigme, cette **identité** est vraie pour tous les **nombres entiers**, **finis** ou **infinis**, et donc on a en particulier: **1 + 2 + 3 + 4 + 5 + … + ω = ω(ω+1)/2**, autrement dit: **1 + 2 + 3 + 4 + 5 + … + ω == ω(ω+1)/2**.

Nous allons maintenant faire la science pleinement exacte, car nous travaillons à présent avec le paradigme de **L'Univers TOTAL, l'Alpha et l'Oméga**, où l'**infini Oméga**, le vrai **infini**, n'est plus nié. Autrement dit simplement, **DIEU** n'est plus nié en science mais est désormais le cœur même de la **Science**, il en est le fondement. Il est la **Réalité TOTALE**, celle donc que les **nombres réels** nous feront découvrir et comprendre, en l'occurrence les **nombres omégaréels**, les **nombres réels** dans leur pleine expression, leur pleine nature.

Quand j'étais encore un enseignant de mathématiques et sciences travaillant à l'intérieur du système, je faisais en privé (en « heures sup » non payés bien sûr) des recherches en **théorie des ensembles** (on en parlera plus amplement dans la partie C), et avant cela des recherches en **analyse** (un domaine important des mathématiques), en **arithmétique** et en **théorie des nombres** et j'ai développé une nouvelle **théorie des nombres réels** qui sera exposée dans la partie C. C'est tout cela qui a abouti plus tard à la **Théorie universelle des ensembles**, que je nomme maintenant plus simplement et de manière plus parlante pour tous la **Science de l'Univers TOTAL**, l'**Alpha** et l'**Oméga**, qui m'occupe à plein temps depuis 2004. Et c'est du boulot!

Dans le **L'Univers TOTAL, l'Alpha et l'Oméga**, je parle des **nombres réels**, mais sans détailler le cheminement qui a fait passer des **nombres réels** au sens actuel à la **Réalité TOTALE** (c'est-à-dire l'**Univers TOTAL**) et ce via la **théorie des ensembles**. C'est ce cheminement que j'expose maintenant dans ce présent livre, en profitant pour donner les concepts, les réflexions, les études et les développement les plus récents.

Dans la nouvelle vision, on se donne un **nombre entier naturel** (au sens classique ou intuitif) ou **ordinal w supérieur** ou **égal** à **1** (par exemple **w = 10**, mais en pratique on prendra **w très grand**, comme par exemple 10^{100} ou le **nombre de Graham G** etc.) que l'on qualifie d'**infini**, en l'occurrence l'**infini woméga**, encore appelé le **seuil de l'infini** ou **infini de seuil** (et ça veut dire ce que ça veut dire), et son **inverse**, c'est-à-dire **1/w**, est noté **θ**, et qualifié d'**infinitésimal**, en l'occurrence l'**infinitésimal thêta**, et appelé aussi le **seuil de l'infinitésimal** ou l'**infinitésimal de seuil**. On dira que qu'un **nombre positif** (plus précisément ce que nous appellerons par la suite un **réali** ou un **module**) est **infini** ou un **nombre** de type **oméga** (ou simplement un **nombre oméga**), s'il est **supérieur** ou **égal** à **w**, et qu'il est **infinitésimal** ou est un **zéro** ou un **nombre** de type **alpha** (ou simplement un **nombre alpha**) s'il est **inférieur** ou **égal** à **θ**. Les **nombres** compris entre **θ** et **w** sont dits **finis** ou **ordinaires**, et sont dits **extrêmes** s'ils sont **infinis** ou **infinitésimaux**. On notera qu'en ce sens **0** est un **nombre infinitésimal** ou un **zéro**, n'est pas considéré comme un **nombre fini**. Ce sera donc le sens général, fondamental et simple de la notion d'**infini** et d'**infinitésimal** (ou de **zéro**), et aussi de la notion de **fini** (tout cela se précisera plus tard avec la notion de **finitude** et d'**infinitude**).

Le **nombre infini w** étant choisi, le **nombre ω**, appelé l'**infini de référence**, et aussi le **majeur** de **w**, est le **nombre** tel que: **ω = w^w =** w^w, appelé aussi l'**auto-puissance** de **w** (et ça veut dire ce que ça veut dire, c'est-à-dire **w** élevé à la **puissance** lui-même). Et **w** est appelé l'**audo-racine** de **ω**, ce qui veut dire que la **racine w-ième** de **ω** est **w**. Et par définition, le symbole **0** désignera principalement l'**inverse** de **ω**, c'est-à-dire **1/ω**, et aussi le symbole **ω** désignera principalement l'**inverse** de **0**, c'est-à-dire **1/0**. Et si nous devons donner aux symboles **0** et **ω** un autre sens, nous le préciserons.

Par la suite, selon les circonstances et ce que l'on veut mettre en évidence, tantôt on se donnera **w** et on calculera son **auto-puissance ω**, puis l'**auto-puissance** de celui-ci, etc.; et tantôt on se donnera plutôt **ω** et on calculera son **audo-racine w**, puis l'**audo-racine** de celui-ci, etc..

Par exemple **10^{10} = 10 000 000 00** est l'**autopuissance** de **10**, donc si l'on prend pour **w = 10**, ce qui veut dire qu'on décide d'employer le mot « **infini** » à partir de **10** et au-dessus, alors **θ = 1/10 = 0.1**, ce qui signifie que l'on décide d'employer le mot « **infinitésimal** » à partir de **0.1** et en dessous. Et alors **ω = 10 000 000 000**, ce qui veut dire que nous avons choisi de prendre pour **grand modèle** d'**infini** de **10** le **nombre 10 000 000 000**, candidat à être le prochain **w**, si l'on part de la **base 10** (c'est-à-dire l'**infini** de **base** est **10**). Et donc si maintenant **w = 10 000 000 000**, ce qui signifie que c'est ce **nombre** qui porte maintenant le qualificatif « **infini** », alors **θ = 1/10 000 000 000 = 0.000 000 000 1**, ce qui veut dire que ce sont les **nombres positifs** à partir de lui et en dessous que l'on qualifie désormais d' « **infinitésimaux** ». Son grand modèle ou majeur est alors son auto-puissance **$\omega = 10\,000\,000\,000^{10\,000\,000\,000} = 10^{100\,000\,000\,000}$**, ce qui fait... beaucoup! En prenant comme **w** ce nouveau **nombre**, il aura à son tour son **ω** encore plus **infini**, et ainsi de suite (on y reviendra).

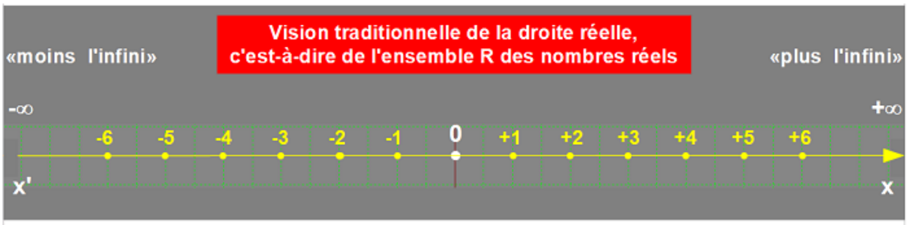
Et si par exemple on prend par exemple pour **ω = 100 000 000** ou **10^8**, et que l'on cherche plutôt ses **petits modèles** successifs (ses **audo-racines**), alors on a **w = 8, 573**, et son propre **petit modèle w** est **2,425**, lui-même ayant pour **petit modèle w = 1.689**, qui a pour **petit modèle w = 1.493**, etc., et en continuant on aboutit à **1**, qui sera le terminus des **petits modèles**.

Nous verrons bien d'autres « **zéros** » ou **nombres infinitésimaux** ou **nombres** de type « **alpha** », comme par exemple aussi « **δ** » (l'**infinitésimal** « **delta** »), et bien d'autres « **infinis** » ou **nombres** de type « **oméga** », comme par exemple « **Δ** » (l'**infini** « **Delta** »), qui est l'**inverse** de **δ**, et vice-versa.

Une fois qu'on a compris cela, on a compris aussi la **logique** et la **structure fondamentales** des **nombres**. A ce propos, voici l'image clef de ce livre, qui illustre la thématique de ce livre: ***L'Univers TOTAL et les nombres omégaréels***.

d) Qu'est-ce qu'un nombre?
Nombres initiaux, nombres intermédiaires et nombres finaux.
Nombres onigrades ou nombres onitiaux

Dans la conception classique, on parle de **nombres entiers naturels** (**ensemble N**), de **nombres entiers relatifs** (**ensemble Z**), de **nombres rationnels** ou **fractions** (**ensemble Q**), de **nombres réels** (**ensemble R**), et voici la représentation du classique **ensemble R** des **nombres réels**, couramment appelé aussi la **droite réelle**:



Mais celui-ci n'est pas le plus vaste **ensemble numérique**, car on parle aussi de **nombres complexes** par exemple. Et la question se pose de savoir où commence la notion de **nombre**, et où elle s'arrête. Et on ne peut pas répondre à cette question tant qu'on ne répond à cette autre question plus fondamentale: « Qu'est-ce qu'un **nombre** ? »

Nous comprendrons pleinement la notion de **nombre** et enfin la **nature** des **nombres** dans la partie C. Cette question comme d'autres ne reçoit pas de réponse dans la vision classique des choses, ou pas vraiment. Car la notion de **nombre** apparaît comme une notion intuitive, une notion première.

DÉFINITIONS *D-NRM: Notion de nombre, de nombre réali ou module*

D-NRM 1) Selon la vision habituelle, un **nombre** est par définition une **chose** qui sert à **quantifier** ou à **ordonner** les **choses**. Mais nous verrons dans la partie C qu'en fait **TOUTE chose est un nombre**, ce qui simplifie alors la définition de la notion de **nombre**, à savoir qu'un **nombre** est simplement une **chose**. Mais pour l'instant, nous considérons la notion de **nombre** sous son sens traditionnel, à savoir qu'un **nombre** est un **objet de la pensée** exprimant un **ordre** au sens de: **avant-premier** (ou **zéroième**), **premier**, **deuxième**, **troisième**, etc., **avant-dernier**, **dernier**, et on parle alors d'**ordinal** ou de **nombre entier**, ou un **ordre** au sens de: «**plus petit que**» ou «**plus grand que**» (par exemple **3.75** est **plus petit** que **84.2**), et on parle alors de **quantité**. Et quand le **nombre** exprime à la fois un **ordinal** et une **quantité**, on parle alors de **cardinal**. Autrement dit, un **nombre entier** ou **ordinal** exprimant une **quantité**, comme par exemple: **zéro**, **un**, **deux**, **trois**, etc., notés: **0**, **1**, **2**, **3**, etc..

Les **nombres** apparaissent donc comme des **objets de la pensée**, qui nous permettent de **quantifier ou d'ordonner les choses** et de dire: **1 chose**, **2 choses**, **3 choses**, ou: **1 mètre**, **2 mètres**, **3 mètres**, etc., ou: **1 kilogramme**, **2 kilogrammes**, **3 kilogrammes**, **3.7 kilogrammes**, etc.. On **additionne** les **nombres**, on les **soustrait**, on les **multiplie**, on les **divise**, etc., et ils peuvent être **positifs** ou **négatifs**, **complexes** ou non, etc..

Mais, comme nous avons commencé à le voir plus haut, c'est avec l'**Univers TOTAL**, l'**Alpha** et l'**Oméga**, que les **notions fondamentales** prennent leur sens, et en particulier la notion de **nombre**. L'**Univers TOTAL** est la **nature profonde** des **choses**. Il est le **UN (1)**, mais aussi le **ZÉRO (0)** ou **Alpha**, et l'**INFINI (ω)** ou **Oméga**, il est le **NOMBRE**. C'est ça l'idée clef: Les **nombres** ne servent pas à **tout**, mais **TOUT EST NOMBRE**!

On ne pourrait pas dire par exemple: « **7 humains** », **multipliant** ainsi le **nombre 7** par l'**unité** appelée « **humain** », si quelque part dans l'**Univers** cette **unité** « **humain** » n'est pas un **nombre**. Cela peut paraître bête de le dire, mais on ne peut pas **multiplier** un **nombre** par ce qui ne l'est pas. Mais si on le fait, c'est que ce par quoi on **multiplie** est aussi quelque part un **nombre**. Quand on dit **7x**, en **multipliant** donc **7** par l'**unité x**, cela veut dire: **x+x+x+x+x+x+x**, ce qui signifie qu'on **additionne** l'**unité x** à lui-même**7 fois**. La **multiplication** donc par une certaine **unité x**, quelle qu'elle soit (ici l'**unité** «**humain**»), signifie que quelque part on **additionne** les **unités x**. Et si on **additionne** les **x**, eh bien c'est parce que quelque part les **x** sont des **nombres**! Donc aussi, «**7 humains**» signifient: «**humain+humain+humain+humain+humain+ humain+humain**». Donc l'**unité** «**humain**» fonctionne tout à fait comme la **variable** ou l'**inconnue x**.

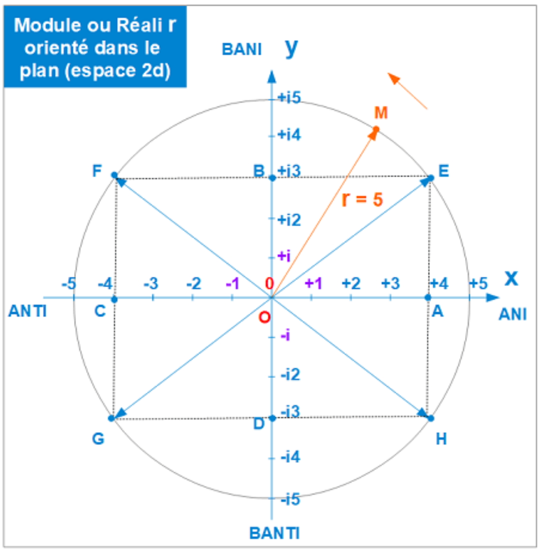
Mais alors on me dira peut-être: en **algèbre** on dit volontiers « **x/3** » ou « **7/3** », on **divise** donc les **unités** qui ont une **nature numérique** par d'autre **nombres**. Et on pensera se trouver ici devant une « exception » ou une « limite » quant à la notion d'« **humain** », car, dira-t-on, « **humain/3** » n'a pas de sens. Car « partager » ou « couper » un **humain** en **3** ce n'est pas un **humain**. Oui, mais, qui dit que l'opération « **humain/3** » doive nécessairement signifier « partager » ou « couper » un **humain** en **3**, c'est-à-dire le « scier » en **3**? Les **opérations** « **x/3** » ou « **7/3** » ne veulent pas nécessairement dire qu'on « partage » ou « coupe » **x** ou **7** en **3**, mais AVANT tout que **x** ou **7** est **MULTIPLE** d'une certaine **unité** plus petite! Et non seulement cela, il s'agit d'un **MULTIPLE** de **3**, et c'est cette **unité** plus petite, qui existe quelque part, qu'il faut trouver. Et cette **unité** ne s'appelle plus forcément « **humain** », car évidemment « **7/3** » n'est plus forcément **7**, ou « **x/3** » n'est plus forcément **x**. Mais il n'empêche que ces unités plus petites existent.

Ce qu'on veut dire par « **humain/3** » est que « **humain/3** » est un **nombre entier** qui n'a plus pour **unité** «**humain**», ce qui n'empêche nullement qu'il ait une autre **unité** qui le rend toujours **entier**. C'est exactement comme de dire que « **7/3** » n'est plus **entier**. Mais rien n'empêche par exemple que l'**unité 1** qui accompagne **7** soit **1 douzaine**, et alors **7** c'est **7 douzaines** de quelque chose, et alors **7/3** veut dire: **7×12/3**, donc en fait un certain **28**, qui est bel et bien **entier**. C'est simplement la même logique avec l'**unité** « **humain** ». Et nous allons découvrir une grande vérité de l'**Univers** (en l'occurrence l'**Univers TOTAL**) et qui est que tous les **nombres**, quel que soit leur type, s'expriment toujours finalement dans des **unités ultimes**, **infinitésimales**, des **zéros** tout simplement, où ils deviennent des **nombres entiers**. Car le propre du **zéro** ou **alpha**, mais aussi de l'**infini** ou **oméga**, c'est qu'on peut le **diviser** par n'importe quel **nombre**.

Par conséquent, aux **échelles ultimes** de l'**Univers**, justement les **échelles** de l'**Alpha** et l'**Oméga**, non seulement la **nature numérique** des **choses** se révèle (y compris donc les **choses** qui à l'échelle ordinaire semblent ne pas être des **nombres**) mais il apparaît que tout est finalement des **NOMBRES ENTIERS**! Et ces **nombres entiers** sont par définition aussi des **informations**, **TOUT** est donc fondamentalement de l'**INFORMATION**, faite de l'**information** la **plus petite** et la plus **fondamentale**, l'**Alpha**, que nous notons **A** en majuscule et **α** en minuscule, mais qui est traditionnellement appelée le **Zéro** et notée **0** en minuscule et **∅** en majuscule (le traditionnel symbole de l'**ensemble vide**, mais nous préférerons noter simplement par la lettre **O**).

D-NRM 2) Les **nombres** sont avant tout des **nombres réalis**. Un **nombre réali**, ou simplement un **réali**, que nous appelons aussi un **module** ou **rayon** ou **longueur** ou **valeur absolue**, etc., est ce qu'on appelle habituellement un **nombre réel positif** (mais, comme on le verra, dans le nouveau paradigme, la conception du

positif et du **négatif** est présente d'importantes différences avec la conception habituelle). Un **réali** est un **nombre pur**, c'est-à-dire **sans signe** ou sans **orientation**, comme par exemple **0**, **1**, **2**, **5**, ou **7.45472**, etc., ou encore 0^2, 0^3, etc.. Autrement dit un **nombre** avant qu'il soit question de **signe** ou d'**orientation** du **nombre**. Un **nombre** est par définition un **réali orienté**, c'est-à-dire un **réali** accompagné d'un **signe positif** ou **négatif** (nous dirons par la suite **anitif** ou **antitif**) et de manière générale accompagné d'une **orientation**.



Les **réalis** sont les **nombres fondamentaux** de la **réalité**, les **nombres** synonymes de la **réalité**, car toute la **réalité** est **numérique**, tout est **nombre**. D'où ce choix lexical pour évoquer la **Réalité**, en l'occurrence la **Réalité TOTALE**, à savoir donc l'**Univers TOTAL**.

Sur le schéma ci-dessus, nous avons les **nombres du plan** ou **espace de dimension 2**, et ces **nombres** ici sont ce qu'on appelle des **vecteurs**, et dans le cas de l'**espace** de **dimension 2**, les **vecteurs** sont habituellement appelés des **nombres complexes**. On a par exemple, le **vecteur OA = (+4, 0)**, ce qui correspond au **nombre complexe a = +4 + 0i = +4**. Et on a le **vecteur OB = (0, +4)**, ce qui correspond au **nombre complexe b = 0 + 4i = +4i**. Et on a le **vecteur OC = (-4, 0)**, qui est le **nombre complexe c = -4 + 0i = -4**. Et le **vecteur OD = (0, -4)**, qui est le **nombre complexe d = 0 – 4i = -4i**. Et le **vecteur OE = (+4, +3)**, donc le **nombre complexe e = +4 + 3i**. Et le **vecteur OF = (-4, +3)**, donc le **nombre complexe f = -4 + 3i**. Et le **vecteur OG = (-4, -3)**, ce qui correspond au **nombre complexe g = -4 - 3i**. Et enfin le **vecteur OH = (+4, -3)**, est le **nombre complexe h = +4 - 3i**.

Les **nombres a = +4** et **c = -4**, d'**orientations** respectives **ANI** et **ANTI**, ou « **+1** » et « **-1** », **orientations** notées simplement « **+** » et « **-** » et appelées alors **signes** (il s'agit des deux **signes** fondamentaux), sont des **nombres réels purs**. Dans le langage classique, on dira qu'ils ont le même **module** ou la même **valeur valeur absolue 4**, ce qui veut dire qu'ils sont sur le même **cercle** de **rayon 4**, ils sont donc à la même **distance 4** du centre **O**. Mais dans le nouveau langage, nous disons simplement que **a** et **c** SONT le même **réali** ou **module** ou **valeur absolue 4**, et tous les **nombres** représentés par les points du **cercle** de **rayon 4** sont le même **réali 4**. Ces **nombres** différent donc par leur **orientation**, notion qui **généralise** celle de **signe**.

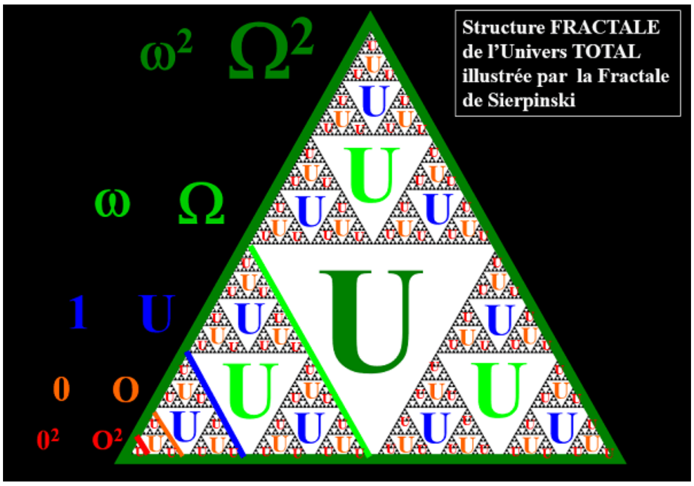
Les **nombres b** et **d**, d'**orientations** respectives **BANI** et **BANTI**, ou « **+i** » et « **-i** », sont des **nombres complexes purs**. Ils sont quant à eux le même **réali** ou **module** ou **rayon 3**, la même **valeur absolue** donc. Les **nombres e**, **f**, **g** et **h** sont quant à eux quatre des **orientations** du **réali 5**. Et plus généralement ici, tous les **points M** du **cercle** de **centre O** et de **rayon 5** sont les même **réali** (**module**, **rayon**, **valeur absolue**) **5**. Il est sans **orientation** particulière, ce qui veut dire qu'il a **toutes** les **orientations**, pas que celles du **plan**, mais aussi les **orientations** dans les **espaces** de toutes les **dimensions**.

Dans la nouvelle vision, les **nombres +1**, **+2**, **+5**, etc., ne sont donc pas des **réalis**, car ils sont **orientés**, ils portent une **orientation**, en l'occurrence le **signe** « **+** », qu'on appelle habituellement le **signe** « **positif** » mais que nous appelons plutôt le **signe** ou l'**orientation ANI**. Pour cela, les **nombres +1**, **+2**, **+5**, etc., sont ce que nous appelons des **nombres anitifs**. Ce ne sont donc pas des **valeurs absolues**, car les **valeurs absolues** sont ici **1**, **2**, **5**, etc.. Toutefois, comme on le fait à l'accoutumé, par abus de langage, nous assimilerons les **nombres anitifs** aux **réalis** (ou **modules** ou **valeurs absolues**). On assimile ainsi par exemple le **nombre anitif** « **+5** » au **réali 5**. Mais en toute rigueur, « **+5** » est un **nombre orienté** (un **vecteur**), contrairement à **5**. Mais seulement, l'usage est de considérer l'**orientation ANI** comme l'**orientation principale** ou l'**orientation** de **référence**. C'est ce qui justifie donc l'assimilation traditionnelle faite entre les **nombres anitifs** et les **valeurs absolues** (les **réalis** ou **modules**).

Commençons maintenant à comprendre la profonde logique du **Zéro** (**0**) et de l'**Infini** (**ω**), leur sens, leur relation, et en particulier avec le **nombre fondamental Un** (**1**). Autrement dit la logique de la **trinité fondamentale**: **Alpha**, **UN**, **Oméga**, ou: **0**, **1**, **ω**. Les trois **réalis** ou **modules** fondamentaux donc. Découvrons maintenant la vraie science des **ordinaux** (ou **nombres naturels**, les **nombres** qui sont la **Nature**),

D-NRM 3) Une **infinité** de **zéros** ou **0** (et très exactement un nombre de fois de **0** égal à **ω**) forment les **1** par **addition** ou **itération** ou **répétition**: **0, 00, 000, 0000, 00000, …**, ou: **0, 0+0, 0+0+0, 0+0+0+0, ...**, ou: **1×0, 2×0, 3×0, 4×0, …**, et après une **infinité** d'**itérations**, c'est-à-dire exactement **ω répétitions**, cela donne **1**. Autrement dit: **0... = 0+0+0+... = ω×0 = 1**, ou: **0×ω = 1**, ou: **α×ω = 1**. Et on retrouve la **trinité 0**, **1** et **ω**, ou **α**, **1** et **ω**, liée par ce qui est la plus **fondamentale** de leurs relations, de laquelle découle toutes les autres. Rien que cela, la dite « impossibilité » de **diviser par 0** est jetée à la poubelle, car en fait c'est l'une des **lois fondamentales** de l'**Univers** qui est ainsi **niée**. L'**égalité**: **0×ω = 1** ou: **α×ω = 1**, c'est-à-dire la très simple et très fondamentale **égalité**: **Alpha × Oméga = UN**, est tout simplement l'expression de la **division par 0**, autrement dit l'idée que **0** et **ω**, l'**Alpha** et l'**Oméga** donc, sont **inverses** l'un de l'autre, autrement dit: **1 divisé** par l'un donne l'autre, et vice-versa.

D-NRM 4) La **structure de corps** est une restriction ou la version simplifiée pour ne pas dire « simpliste » ou rudimentaire d'une **structure numérique** qui est infiniment plus riche et pas forcément plus compliquée, et qui est la **structure fractale**.



*Le **Triangle de Sierpinski**, une **Fractale 3**,*
*est une **fractale** d'intérêt pédagogique, qui reviendra souvent.*
***Trois** petits **modèles** forment un plus grand **modèle**,*
*ce qui veut dire que pour cette **structure** c'est le **nombre 3** qui joue le rôle de l'**infini ω**.*
*Mais comme aussi chaque **modèle** peut être décrit comme étant fait d'une infinité de **sous-modèles***
*(c'est-à-dire fait de 3^0, 3^1, 3^2, 3^3, 3^4, … **sous-modèles**, ou: **1**, **3**, **9**, **27**, **81**, … **sous-modèles**),*
*chaque **modèle** peut donc être pris comme une représentation de l'**infini ω**,*
*chacun est un **modèle final** c'est-à-dire un **modèle ω** (**modèle Oméga**).*
*Il est en effet composé de 3^n **sous-modèles**, où **n** est aussi grand que l'on veut.*
*Et aussi, on voit les **modèles** représentant la **trinité**: **0**, **1** et **ω**, de **degrés**: **-1**, **0** et **+1**.*
*Mais on voit aussi par exemple les **modèles** de **degré -2** pour 0^2 ou ω^{-2},*
*et son **inverse** le **modèle** de **degré +2** pour ω^2.*
*Et en continuant on a les **modèles** de tous les **degrés entiers anitifs** (**+n**) ou **antitifs** (**-n**).*
*L'habituelle **structure de corps** pour décrire les **nombres***
*n'est qu'une ébauche de **fractale**, avec les **modèles 0** et **1**, qui sont des **nombres initiaux**,*
*mais pas le **modèle ω**, qui est le **nombre final** de référence.*
*Comme on le voit, un **modèle final** donné est **initial** pris dans un **modèle** plus grand.*
*Par exemple, le **modèle** appelé 0^2, qui est **final** comme tout **modèle**,*
*est **initial** pour le **modèle** appelé **0**, lui aussi **final**,*

*mais qui est **initial** dans le cadre du **modèle** appelé **1**, **final** lui aussi,*
*mais qui est **initial** dans le cadre du **modèle** appelé ω, **final** lui aussi,*
*mais **initial** pris dans le cadre du **modèle** appelé ω^2, et ainsi de suite.*

Tous les **nombres** ne sont pas obligés de vérifier la propriété des **nombres initiaux**: **0 × x = 0**, et cette propriété n'est pas nécessaire pour que les objets dont on parle puissent être qualifiés de « **nombres** » ou de « **nombres réels** ». Cette propriété n'est pas vrai par exemple pour le **nombre réel infini ω**, qui vérifie: **0 × ω = 1**, ou plus généralement: **0×x = 1**, qui est la propriété caractéristique des **nombres finaux** (on reviendra sur tout ça). Ceux-ci manquent dans le **corps R** ou **Q**, dont tous les éléments **x** vérifient effectivement: **0 × x = 0**, preuve donc que ce sont des **ensembles** de **nombres initiaux**.

D-NRM 5) Parmi les **nombres initiaux** il y a une catégorie particulièrement importante encore que j'appelle les **nombres onigrades** ou **nombres onitiaux**, ce qui signifie les **nombres** de **degré 0**, en parlant du **degré 0** de l'**infini ω**, comme par exemple le **nombre**: $1 = \omega^0$, le **nombre onigrade** par excellence. Et au passage l'**égalité**: $1 = \omega^0$, ou: $\omega^0 = 1$, c'est-à-dire: **Oméga**$^{\text{Alpha}}$ **= UN**, ou: **Oméga ^ Alpha = UN**, ou « **Oméga puissance Alpha égale UN** », est une autre relation fondamentale de la **trinité**: **0**, **1** et **ω**, et ces trois **nombres** sont respectivement: ω^{-1} , ω^0 et ω^{+1}, donc respectivement de **degrés**: **-1** , **0** et **+1**. Quand l'**infini ω** impliqué est **absolu**, tous les **degrés** qu'il peut prendre sont dans l'**intervalle [-1, +1]**, c'est-à-dire les **nombres omégaréels** de **-1** (**degré** des **nombres antigrades**) à **+1** (**degré** des **nombres anigrades**) en passant par **0** (**degré** des **nombres onigrades**). Mais quand l'**infini ω** impliqué est par exemple l'**infini relatif w** tel que: $w^w = \omega$, où ω lui-même est juste un **nombre infini** pris comme **référence**, tous les **degrés** qu'il peut prendre sont dans l'**intervalle [-w, +w]**, en passant par **0** pour les **onigrades**, qui sont alors le **degré 0** de **w**.

Les **nombres onigrades** sont par définition tous les **nombres** dont le **module** (c'est-à-dire le **réali**) appartient à l'**intervalle [0, w]**, où **0** est le **0 absolu** (cette notion se précisera), et où **w** est l'**infini woméga**, que nous appelons aussi l'**oméga mineur**, défini par: $w^w = w \wedge w = \omega$, où ω est par définition l'**infini oméga majeur** associé à **w**, ou simplement son **majeur**. Et le majeur de ω, qu'on notera ω', est défini de la même façon par: $\omega^\omega = \omega \wedge \omega = \omega'$, et ainsi de suite. Et **w** aussi est le **majeur** d'un **infini** qui est donc son **mineur**, que nous notons **v**, et qui vérifie donc: $v^v = v \wedge v = w$ (on y reviendra plus en détail). Cette **structure** des **réalis infinis** (et des **réalis** en général) dans laquelle tout **réali** ou **module x** donné a un **réali** immédiatement **supérieur x'**, un **modèle supérieur** donc, tel que: $x^x = x \wedge x = x'$, et dans laquelle **x** est à son tour le **majeur** d'un **réali x''**, qui vérifie: $x''^{x''} = x'' \wedge x'' = x$, est tout simplement une **structure fractale**. Le **mineur x''** d'un **réali fini** ou **infini x** est appelé aussi son **audoracine**, noté: **x'' = aur(x)**, comme on le verra plus en détail par la suite. Cette **structure fractale** nous permet de choisir à notre convenance, avec une très grande liberté, l'**infini ω** que nous allons qualifier d'**infini absolu** ou juste d'**infini** de **référence**. Si nous le prenons juste comme **référence**, son **modèle mineur w**, qui est alors le **réali** vérifiant: $w^w = w \wedge w = \omega$, sera en général qualifié d'**infini relatif**. Cela signifie qu'il est **relatif** à l'**infini ω**, qui son **modèle absolu** associé, son **majeur**. Et bien sûr, en vertu de la même **structure fractale**, celui-ci peut être **relativisé** à un **infini ω'**, ainsi de suite.

Les notions de **nombres initiaux**, **intermédiaires** et **finaux**, ainsi que celle de **nombres onigrades**, etc., que nous définissons pour un **nombre infini ω** donné pris comme un **oméga majeur** de **référence** (l'**oméga mineur** de **référence** dans toute la suite étant **w**), sont valables pour n'importe quel **modèle infini**. Par exemple, pour le **modèle** appelé ω, qui est donc le **majeur** de **w**, les **réalis onigrades** sont ceux de l'**intervalle [0, w]**, et à son tour pour ce **modèle w**, qui est le **majeur** de **v**, ses **réalis onigrades** sont ceux de l'**intervalle [0, v]**, et la logique se généralise très facilement, en raison de la **structure fractale**. N'importe quel **modèle infini** peut donc être pris comme le **modèle ω** de **référence**, en raison de la même **structure fractale**. La **structure** commence avec le **0 absolu** et se termine avec le **ω absolu**, et on verra plus loin comment ils se définissent, et la **Loi de l'Horizon Oméga** que nous avons commencé à évoquer, est la clef de cette définition.

D-NRM 6) On se donne donc un **modèle ω** de **référence**, appelé un **infini ω relatif** par opposition donc à l'**infini ω absolu**, et soit **w** son **mineur** (son **modèle** immédiatement **inférieur** dans la **fractale** que nous venons de définir). Les **réalis onigrades** (ou **onitiaux**) de ω sont dont les éléments de l'**intervalle [0, w]**, où **0** est le **0 absolu**. Grosso modo, les **nombres onigrades** sont la notion actuelle de **nombres réels**, les éléments de **R**, et plus généralement de **nombres complexes**, les éléments de **C**. Les **réalis onigrades** sont les actuels **nombres réels positifs** ou **nuls**, les éléments de $\mathbf{R}^+$.

Le **0** dont il est question dans la notion **degré 0** est le **0 absolu**, et plus généralement c'est ce **0** qui est impliqué chaque fois que nous parlons des **nombres anitifs** et **antitifs**, ce qu'on appelle actuellement les **nombres relatifs**: **…, -4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, -4, …**. C'est donc le **0** concerné dans l'actuelle notion des nombres

entiers naturels: **0, 1, 2, 3, 4, ...**, qui se reportent dans les **nombres entiers relatifs**, puis les **nombres réels**, puis les **nombres complexes**, etc.. Bref, c'est le **0** de l'algèbre actuelle, le **0** dont l'**inverse**, à savoir le **ω absolu**, est absent (question de la **division par 0**). Les axiomes entre autres de l'analyse non standard ont pour conséquence l'existence de **nombres** équivalents à celui que j'appelle **v** par exemple, qualifiés de **nombres entiers** « **non standard** » ou de **nombres entiers** « **infiniment grands** ». Par conséquent le **majeur** de **v**, à savoir **w**, a son équivalent actuel, et aussi son propre **majeur**, etc.. Jusque là tout va bien ou à peu près bien dans les conceptions actuelles des **nombres** (on reparlera de ces conceptions actuelles et de la manière dont la vision des choses devient plus simple et plus éclairée avec la **structure fractale** des **réalis** que nous sommes en train de découvrir).

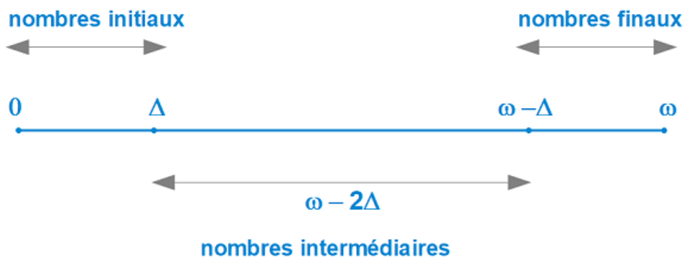
Pour revenir à nos moutons, l'importante notion de **grade** ou de **degré** d'un **réali** signifie que tout **nombre** peut se mettre sous la forme d'une **somme** de **termes** ou **monômes** de la forme: $a\omega^p$, où **a** est un **nombre réel** de **degré 0** (donc qui ne peut pas, à moins de vouloir changer de **degré**, être le **0 relatif** puisque celui-ci est de **degré -1**, et ne peut pas être non plus le **ω relatif** puisque son **degré** est **+1**) et **p** un **nombre réel relatif** (c'est-à-dire qui peut être **positif**, **négatif** ou **0**, plus précisément **anitif**, **antitif** ou le **0 absolu**), mais lui aussi de **degré 0**, c'est-à-dire **onigrade**. On voit l'importance des **nombres onigrades** dans la définition, qui sont donc les **nombres** du **modèle mineur** de **ω** (on rappelle que les **réalis onigrades** sont les **réalis** de **0** à **w**, où le **0** est **absolu**, et un **nombre onigrade** est un **nombre** dont le **réali** est **onigrade**).

La **structure fractale** c'est donc aussi une **structure polynomiale**, d'où le langage des **polynômes**, comme par exemple la notion de **degré** ou la notion de **monôme**. Dans le langage des **polynômes**, le rôle de l'« **indéterminée** » **X** (ou de l'**inconnue X** ou de la **variable X**) est joué par l'**infini ω**, et de manière générale par tout **nombre infini** pris comme « **indéterminée** », les **coefficients** multiplicateurs étant alors les **nombres onigrades** associés à ce **nombre infini**. Autrement dit, ces **nombres onigrades** servent de **scalaires**, c'est-à-dire jouent le même rôle que les **nombres réels** ou **complexes** dans les conceptions classiques.

C'est aussi la **structure** des **suites** dites **géométriques**, et dans le langage de telles **suites**, c'est là encore l'**infini ω** qui joue le rôle de la **raison q** de la **suite**, autrement dit, une **structure fractale** est une **structure** de **suite géométrique**.

On a ainsi trois exemples de notions mathématiques (les **fractales**, les **polynômes**, les **suites géométriques**, etc.), qui sont en fait trois manières différentes de parler d'une seule même notion fondamentale, et, comme on le verra, c'est toujours de la même notion fondamentale que l'on parle dans bien d'autres considérations mathématiques ou scientifiques, comme par exemple aussi la question des **systèmes de numération** (un **système de numération** de **base b** n'est ni plus ni moins qu'une **fractale**), la question du **logarithme** et d'une **exponentielle** d'une **base b** donnée (là encore une autre manière de parler de la **structure fractale** ou d'une **suite géométrique**).

Et donc aussi la **structure de corps** n'est que la même notion fondamentale, la **structure fractale** donc, mais vue seulement sous l'angle **initial** (angle **alpha** ou **zéro**), et non pas aussi sous l'angle **final** et l'angle **intermédiaire**, car la structure des **nombres** est faite: 1) des **nombres initiaux**, définis par l'**égalité**: $0 \times x = 0$; 2) des **nombres finaux**, définis par l'**égalité**: $0 \times x = 1$; 3) des **nombres intermédiaires**, définis par l'**égalité**: $0 \times x = \tau$, où τ est tout **nombre** de l'**intervalle fermé [0, 1]** distinct de **0** et de **1**, donc de l'**intervalle ouvert]0, 1[**. A noter que le **0** dans le **produit** « $0 \times x$ » est **relatif** (ce rôle peut être joué par n'importe quel **zéro**, et son **inverse** est un **infini** lui aussi **relatif**, et n'importe quel **infini** peut jouer ce rôle), tandis que le **0** concerné dans l'**intervalle [0, 1]** ou **]0, 1[** est **absolu**.



On voit aussi le rôle fondamental de l'**infini ω** dans la **structure des nombres**, qui est donc une **structure fractale**, une **hyper-structure polynomiale** comme on le verra amplement dans l'étude technique de la **structure** des **nombres omégaréels**, notamment dans la partie B.

Pour commencer à percevoir la logique de cette **structure numérique fractale** (infiniment plus riche que l'habituelle **structure de corps** mais guère plus compliquée, bien au contraire), considérons par exemple le **réali**: $x = 9\omega^5 + 2\omega^3 + 7\omega^2 + 5\omega + 8 + 3\times 0 + 6\times 0^2 + 15\times 0^3$. Autrement dit: $x = 9\omega^5 + 2\omega^3 + 7\omega^2 + 5\omega^1 + 8\omega^0 + 3\times\omega^{-1} + 6\times\omega^{-2} + 15\omega^{-3}$. Son **degré** ou **grade** est le plus grand exposant de **ω**, c'est le **degré** du **monôme** $9\omega^5$, donc **5**. Et les **coefficients**: **9**, **2**, **7**, **5**, **8**, **3**, **6**, **15**, sont des **nombres onigrades**, c'est-à-dire de **degré 0**. Et le **coefficient 8**, qui à lui tout seul est le **monôme** $8\omega^0$, qui est de **degré 0**, illustre à lui tout seul cette notion de **nombre onigrade**. Il est clair que si un **coefficient** était **ω**, il **augmenterait** de **1** le **degré** du **monôme** correspondant (par exemple: $\omega\times\omega^5 = \omega^6$), et s'il était **0**, il **diminuerait** de **1** le **degré** du **monôme** correspondant ($0\times\omega^5 = \omega^4$). Si donc l'on veut annuler le **monôme** d'une certaine **puissance** de **ω**, on doit le **multiplier** par le **0 absolu**.

Les **nombres onigrades** sont des cas particuliers de **nombres initiaux**, une partie **infinitésimale** de ceux-ci, eux-mêmes une partie **infinitésimale** des **nombres** (comme on va le voir sous peu). Le **0** tel qu'il fonctionne dans la classique **structure de corps**, est le **0 absolu**, dont le sens et la définition se précisera. Le problème est que son **inverse**, le **ω absolu**, est exclu de cette **structure** (problème de la **division par 0**). Et sont exclus aussi dans cette structure tous les **nombres réels** au-delà de l'**horizon** des **nombres réels** classiques. Une bonne partie des **nombres initiaux** manquent, et à plus forte raison les **nombres intermédiaires**, qui représentent l'immense majorité des **nombres**, la **quasi-totalité** des **nombres**, pour ainsi dire.

Voici en gros la structure des **nombres omégaréels** que nous allons voir (on se limite aux **réalis** ou **nombres positifs**, les **nombres** de l'**intervalle fermé [0, ω]**, qui sont les **nombres fondamentaux**, à partir desquels tous les autres se définissent).

On note aussi le rôle important que joue le **nombre infini** noté **Δ** (« **delta** » majuscule) dans la **structure** des **réalis** de **0** à **ω**. Le **degré** de **Δ** est **+1/2** et celui de son **inverse δ** (« **delta** » minuscule) est **-1/2**. On voit donc qu'avec un **degré** de **+1/2**, on est largement au-dessus du **degré** des **nombres onigrades**, qui est **0**. Intuitivement, le **nombre Δ**, dont le **degré +1/2** signifie qu'il est la **racine carrée** de l'**infini ω** (c'est-à-dire: $\Delta = \omega^{1/2} = \sqrt{\omega}$), marque le point où l'on commence doucement à quitter le domaine des **nombres** que l'on peut qualifier de «**finis** », et où l'on commence tout aussi doucement à entrer dans le domaine des **nombres** « **infinis** ». Par conséquent, le **nombre δ**, dont le **degré -1/2** signifie qu'il est la **racine carrée** de **0** (c'est-à-dire: $\delta = \omega^{-1/2} = 0^{1/2} = \sqrt{0}$), marque le point où l'on commence doucement à quitter le domaine des **nombres** que l'on peut qualifier de «**zéros** » et où l'on commence tout aussi doucement à entrer dans le domaine des **nombres** « **non nuls** » ou **nombres** « **différents de 0** » (on note que le **0** et le **ω relatifs** ont une **racine carrée** distincte d'eux, à la différence du **0** et du **ω absolus** dont la **racines carrée** est eux-mêmes). Le **nombre Δ** représente le commencement des **nombres intermédiaires**, car on a: $0 \times \Delta = \delta$, ce qui signifie que **Δ** est le représentant des **nombres x** pour lesquels le **produit** $0 \times x$ commence à être **différent de 0** (on reviendra souvent sur cette très importante **égalité** caractéristique de l'**infini Δ** et de son **inverse** l'**infinitésimal δ**, à savoir: $0 \times \Delta = \delta$).

Entre les premiers **nombres** qui demandent d'être qualifiés de **nombres infinis** (comme par exemple **Δ** et même bien avant lui, un **nombre** comme l'**infini w**) et l'**infini absolu**, la route est longue, très longue! Comme l'a dit quelqu'un sous forme de boutade, « *l'infini, c'est long, surtout vers la fin...* ». De même aussi, entre le **zéro absolu** et les premiers **réalis** qui demandent d'être considérés comme **non nuls** (comme par exemple **δ**), la route est longue aussi, très longue! Cela veut dire qu'il y a du monde (en parlant des **nombres infiniment petits**), rien que dans l'**intervalle** **[0, δ]**, où **0** désigne le **0 absolu**. Autant qu'il y en a dans l'**intervalle** **[Δ, ω]**, où **ω** désigne le **ω absolu** (puisque ces deux **intervalles** sont l'**inverse** l'un de l'autre).

Mais en terme de **longueur**, la **longueur** de l'**intervalle [0, δ]** est **δ**, et celle l'**intervalle [0, Δ]** est **Δ**, et donc le **rapport** du premier sur le second est: $\delta/\Delta = \delta^2 = 0$, ce qui veut dire que la **longueur** de l'**intervalle [0, δ]** est **nulle** comparée à celle de **[0, Δ]**. Et la **longueur** de l'**intervalle [0, ω]** est **ω**, et le **rapport** de la **longueur** de l'**intervalle [0, Δ]** sur la **longueur** de l'**intervalle [0, ω]** est: $\Delta/\omega = \Delta/\Delta^2 = 1/\Delta = \delta$. Cela veut donc dire que la **longueur** de l'**intervalle [0, Δ]** est **infinitésimale** comparée à celle de l'**intervalle [0, ω]**, c'est **quasi nul** puisque le **rapport** est **δ**, ce qui est la **longueur** de l'**intervalle [0, δ]** comparée à celle de l'**intervalle [0, 1]** ou **intervalle unité**. Cela signifie aussi qu'en **longueur**, le domaine des **nombres initiaux** (donc aussi des **nombres finaux**) est **δ**, si l'on attribue une **longueur 1** à l'**intervalle [0, ω]**. Les **nombres initiaux** et **finaux** représentent donc une

longueur de 2δ (une **longueur infinitésimale** donc, quasi **nulle**), et les **nombres intermédiaires** une **longueur** de: **1 – 2δ**.

Pour se fixer les idées, que l'on prenne pour **ω** le **nombre de Graham** (dont on reparlera) ou plus simplement le **nombre** $100^{100} = 10^{200}$, ce qui veut dire que **w** vaut **100** et **v** vaut **3.6**. Le **0 relatif** vaut alors 10^{-200}, le **nombre Δ** vaut alors 10^{100} (**nombre** communément appelé le **Gogol**), qui pour cet « **infini** » **ω** ou 10^{200} représente le commencement du domaine des **nombres** « **infinis** ». Et son **inverse δ** vaut 10^{-100}, qui est donc la **longueur** de la partie **initiale**, si **ω** ou 10^{200} est pris pour **unité**. Et **δ** ou 10^{-100} représente aussi le nombre qui commence à être **différent** de **0**, c'est-à-dire qui commence à être **différent** de 10^{-200}. La **longueur** des parties **initiale** et **finale** est $2\delta = 2\times10^{-100}$, et la longueur de la partie **intermédiaire** vaut: $1 - 2\delta = 1 - 2\times10^{-100}$, qui est pratiquement **1**, ce qui veut dire que la **quasi-totalité** des **nombres** pour cet **infini ω** est la partie **intermédiaire**. Et plus l'infini pris est grand, plus les parties **initiale** et **finale** sont **infinitésimales**, quasiment **nulles** (en parlant de leur **longueur** relative) et plus la **quasi-totalité** des **nombres** est la partie **intermédiaire**. Et pour cet **infini ω** ou 10^{200} ou 100^{100}, l'**infini mineur w** est représenté par le **nombre 100**, et donc les **réalis onigrades** sont les éléments de l'**intervalle [0, 100]**. Ceci donne une idée de la logique pour tous les **nombres ω** ou **w**, **finis** ou **infinis**.

Ainsi donc, les **nombres intermédiaires** représentent la **quasi-totalité** des **nombres**! Le **nombre Δ**, qui représente l'**horizon** des **nombres initiaux** ou des **nombres** « **finis** », bien qu'étant lui-même un **nombre infini** (puisqu'il est la **racine carrée** de l'**infini**), ne représente relativement parlant et pour ainsi dire que l'extrémité du **segment** de **longueur 1** (autrement dit il se distingue à peine du **0** de l'**intervalle [0, 1]**) si nous considérons que l'**intervalle [0, ω]** a une **longueur 1**, c'est-à-dire si nous le prenons comme **unité**. Et pour la même raison, le **nombre ω – Δ**, qui marque le commencement des **nombres finaux**, se distingue à peine de **ω**, relativement parlant. La quasi-totalité du **segment [0, 1]** ou de la **droite [0, ω]**, est donc formée par les **nombres intermédiaires**. Le schéma plus haut et reproduit ci-après n'est donc évidemment pas à l'échelle, car à l'échelle le point **Δ** se confondrait pratiquement avec **0**, tandis que le point **ω – Δ** se confondrait pratiquement avec **ω**.

Il nous faut découvrir maintenant ce que nous appelons l'**ensemble** $\mathbf{R}_\omega$ (lire « **R oméga** ») des **nombres omégaréels**, et en particulier les **nombres entiers oméganaturels**. Les **nombres omégaréels** sont une extension des classiques **nombres réels**, qui intègre maintenant **ω**, le **nombre** qui donne son plein sens aux autres, ne serait-ce que parce qu'il définit les **degrés** ou les **grades** des autres. Sans lui donc, la clef de la **logique** et de la **structure** des **nombres** est absente. Sans lui, le **0** est lui aussi mal compris, car il est orphelin.

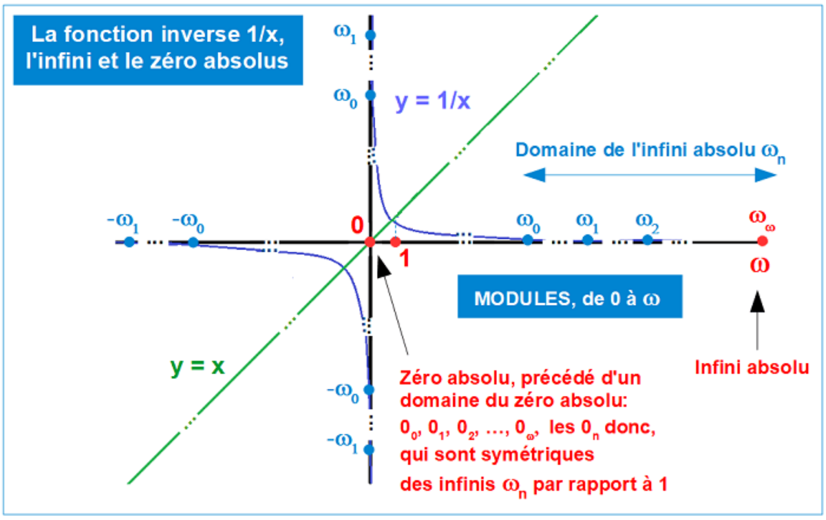
DÉFINITIONS ***D-BAEF: Bases de l'Algèbre Équivalencielle et Fractale***

D-BAEF 1)

i) Dans la nouvelle vision, un **nombre** est donc un **réali** (ou **module**) **orienté**, et on parle de **nombre réel** s'il s'agit d'un **réali orienté anitivement** (c'est-à-dire **positivement** selon la terminologie habituelle) ou **antitivement** (**négativement**).

La logique des **réalis** repose entre autres sur une compréhension très profonde de la **fonction inverse**, que nous appelons aussi la **fonction versi**, à savoir la **fonction** définie par: **versi(x) = 1/x**. Comme nous avons commencé à le voir, elle est la clef de la fameuse question de la **division par 0**.

C'est l'une des **fonctions de module** ou **fonctions réalies** (c'est-à-dire les **fonctions f** qui à un **réali x** associe un autre **réali** **y = f(x)**) les plus fondamentales.



Même si cela sera détaillé plus tard, il nous faut à présent commencer à définir d'une manière très précise la notion de **fini** et d'**infini**, avec notamment la notion de **finitude** et d'**infinitude**.

Soit un **réali x**. Si **x** est un **tau-réali**, c'est-à-dire un **réali inférieur ou égal à 1**, un élément donc de l'**intervalle [0, 1]**, on dit que la **finitude** de **x**, notée **fi(x),** est **x**. Et si **x** est un **êta-réali**, c'est-à-dire un **réali supérieur ou égal à 1**, un élément donc de l'**intervalle [1, ω]**, on dit que la **finitude** de **x** est **1/x**. Dans les deux cas, l'**infinitude** de **x**, notée **infi(x)**, est par définition: **infi(x) = 1 – fi(x)**.

De par la définition, la **finitude** et l'**infinitude** sont des **tau-réalis**, **nombres** de l'**intervalle [0, 1]**, donc qu'on peut exprimer en pourcentage, de **0%** à **100%**. Intuitivement, cela veut dire que plus la **finitude** d'un **réali** est grande, c'est-à-dire proche de **1** ou de **100%**, plus le **réali** est **fini**, et alors moins il est **infini**, car alors son **infinitude** est petite, proche de **0%**. Selon cette définition, le **réali** le plus **fini** est **1**, sa **finitude** est **1** ou **100%**, tandis que son **infinitude** est **0** ou **0%**. Et donc plus la **finitude** d'un **réali** est petite, c'est-à-dire proche de **0** ou de **0%**, plus le **réali** est **infini**, et alors moins il est **fini**, car alors son **infinitude** est grande, proche de **100%**. Selon cette définition, les **réalis** les plus **infinis** sont **0** et **ω**, car leur **finitude** est **0** ou **0%**, tandis que leur **infinitude** est **1** ou **100%**. La notion de **fini** ou d'**infini** est donc une notion **graduelle**, définie avec précision.

Ce qui nous intéresse particulièrement ici, c'est la **finitude** et l'**infinitude** des **êta-réalis**, des **réalis supérieurs** ou **égaux** à **1**, notamment les très grands **réalis x**, comme par exemple 10^{70} ou le **nombre de Graham**. Leur **finitude 1/x** est alors très petite, et leur **infinitude**: **1 – 1/x** proche de **1** ou **100%**. On note l'importance de la **fonction inverse** ou **1/x** dans ces définitions, car les **nombres infinis x** sont ceux pour lesquels on doit pouvoir dire que **1/x** est **0** ou pratiquement **0** ou suffisamment petits.

Soit un **êta-réali x**. Par définition, la **fausseté** de l'**égalité**: **x = x + 1** est la **finitude** de **x**, c'est-à-dire **fi(x) = 1/x**, et sa **véracité** est l'**infinitude** de **x**, à savoir: **infi(x) = 1 – 1/x**. Cette **égalité** est ce que nous appelons l'**énitivité** de **x**. On dit que **x** est un **réali infini absolu** s'il est **énitif**, c'est-à-dire si la **véracité** de cette **égalité** est jugée suffisamment grande ou proche de **1**. Les **réalis énitifs** pris dans leur ensemble sont appelés l'**infini oméga absolu**, et noté ω_Ω, ω_ω ou simplement **ω**, et leurs **inverses** pris dans leur ensemble sont appelés le **zéro absolu**, et noté 0_Ω, 0_ω ou simplement **0**.

Plus donc un **réali x** est grand, moins l'**égalité**: **x = x + 1** est **fausse** (sa **fausseté** tend vers la **valeur 0** ou **0%**) et plus elle est **vraie** (sa **véracité** ou **valeur de vérité** tend vers **1** ou **100%**). Par exemple, avec seulement **x = 10**, la **fausseté** de cette **égalité** est: **1/10 = 0.1 = 10%**, tandis que sa **véracité** est: **1 – 0.1 = 90%**. Avec **x = 1000**, la **fausseté** de cette **égalité** est: **1/1000 = 0.001 = 0.1%**, tandis que sa **véracité** est: **1 – 0.001 = 99.9%**. Il est clair alors qu'avec **x =** 10^{70}, cette **égalité**: **x = x + 1** est pratiquement vraie, selon la définition précise de la **valeur de vérité** que nous avons donnée.

Sur le schéma plus haut, le **nombre** ω_0 représente un **nombre entier** suffisamment grand pour que nous commencions à considérer vraie l'**égalité**: $\omega_0 + 1 = \omega_0$, autrement dit à considérer que ω_0 est **énitif**, ce qui veut dire que **1** est **onitif** par rapport à lui, c'est-à-dire (**additivement**) **neutre** ou **zéro** par rapport à lui. Par conséquent, avec son **inverse** 0_0, commence l'importante **propriété caractéristique** de du **zéro**: $1 + 0_0 = 1$, que je nomme l'**onitivité** de 0_0, ce qui veut dire que **1** est **énitif** par rapport à lui, c'est-à-dire (**additivement**) **absorbant** ou **infini** par rapport à lui.

C'est ici qu'intervient l'une des grandes nouveautés conceptuelles du paradigme de l'**Univers TOTAL**. Dans les conceptions classiques, à la question: « *Existe-t-il un **nombre entier naturel** ω_0 qui soit **son propre successeur**, autrement dit qui soit tel que:* $\omega_0 = \omega_0 + 1$, *autrement dit encore qui soit **énitif**?* », la réponse immédiate sera: non! En effet, tout **nombre entier naturel n** est différent de son **successeur n+1**, l'**entier n** augmente **toujours** quand on lui **ajoute n**, donc n'est **jamais égal** (c'est-à-dire ici **identique**) à son **successeur**. En d'autres termes, l'**identité**: **n = n+1**, c'est-à-dire: **n == n+1**, est **toujours fausse**. Mais dans le nouveau paradigme, c'est justement cette **fausseté** que nous mesurons et définissons avec précision comme valant très exactement **1/n**, pour tout **entier** $n \geq 1$. Autrement dit, c'est la **finitude** de **n**. Plus **n** est grand, plus la **fausseté 1/n** de cette **identité** est petite, et donc plus l'**identité** est **vraie**. Elle est donc de plus en plus **vraie** en tendant vers l'**infini**, elle est déjà **quasiment vraie** pour des **nombres n** comme 10^{100} par exemple (en tout cas elle bien plus **vraie** que **fausse**, la **fausseté** est quasiment **nulle**, elle est 10^{-100} ou **0.0000000...1**, avec **99 zéros** après la virgule suivis de **1**, et la véracité quasiment **1** ou **100%**, soit $1 - 10^{-100}$ ou **0.9999999...**, avec **100** chiffres **9** après la virgule), à plus forte raison pour des **nombres entiers** comme le **nombre de Graham** (dont on reparlera), et infiniment plus encore comme **Zaw 7**, qui est un **nombre entier naturel** incroyablement et infiniment grand défini dans le livre: **L'Univers TOTAL, l'Alpha et l'Oméga**.

Pour des **nombres entiers naturels** de cette taille, l'**identité**: **n == n+1**, bien qu'étant une **identité**, est déjà **vraie** (on parle bien d'**identité**, car avec l'**équivalence** toute **égalité** est **vraie**, comme on l'a déjà dit, c'est donc avec l'**identité** que la question de la **véracité** ou de la **fausseté** se pose), à plus forte raison pour les **nombres entiers** infiniment plus grands que ceux-là. Plus donc **n** tend vers l'**infini** (comme on le dit dans le langage classique), plus l'**identité**: **n == n+1** (l'**énitivité** donc) est **vraie**, elle est carrément **vraie** à l'**infini**. Ce que nous venons de dire là est une expression rigoureuse de ce que nous appelons depuis le début la **Loi de l'Horizon Oméga**: « *Dire qu'une chose n'est **jamais vraie** c'est dire qu'elle est **vraie** à un certain **horizon infini*** ». Et: « *Dire qu'une **chose** est **toujours vraie** c'est dire qu'elle est **fausse** à un certain **horizon infini*** ». Il ne s'agit pas d'une contradiction mais de deux manières différentes de dire exactement la même **vérité**. C'est la logique de l'**infini**, tout simplement, en l'occurrence la logique de l'**infini Oméga**, la bonne logique, celle de l'**Alternation**.

La **vérité alterne** (c'est-à-dire **change**) à l'**infini**. Autrement dit, ce qui n'est **jamais vrai** le devient à l'**infini**, et ce qui n'est **jamais faux** le devient à l'**infini**. A l'**infini** donc, la **vérité change**, elle **alterne**, c'est l'**alternance**, c'est le **principe d'alternation**.

Dans la question qui nous concerne ici, à savoir l'**identité**: **n == n+1**, dès qu'on entre dans le domaine des **grands nombres** comme le **nombre de Graham** ou même comme **Googol** (le nom que l'on donne au **nombre** 10^{100} ou « **dix puissance 100** » ou « **1 suivi de 100 zéros** »), à plus forte raison les **nombres** infiniment plus grands comme celui que je nomme **Zaw 7**, on entre dans le royaume des **nombres** qui peuvent être pris comme **solution** au problème, et il y en a une **infinité**! Une manière de voir l'**Univers** et les **choses**, de voir les **nombres**, de raisonner, complètement différente de la logique habituelle. Dans celle-ci, on se pose avec fatalisme ou passivité souvent la question de savoir si tel **nombre** ou telle **chose** existe ou non, alors qu'en fait c'est souvent à nous de **créer le nombre**, de **créer la chose**, de **créer la solution**. C'est le cas dès que la notion d'**infini** est impliquée. Au delà d'un certain **horizon infini** ou simplement **suffisamment lointain**, l'**Effet Infini** se manifeste, il y a **émergence** de nouvelles possibilités, l'**Infini** nous invite à **créer la solution**, ou simplement à la choisir à notre guise (et nous avons une **infinité** de choix), mais nous, avec notre logique de **négation**, notre logique de **dualité**, notre logique de **tout ou rien**, nous nous posons la question de savoir si la **solution** existe ou non, si l'objet ou la chose existe ou non. Et pire, nous **nions** l'**infini Oméga**, le vrai, est les **solutions** avec!

Ainsi donc, le **nombre entier naturel** ω_0 tel que: $\omega_0 = \omega_0 + 1$ (c'est-à-dire: $\omega_0 == \omega_0 + 1$), existe, ne serait-ce que parce que nous pouvons le créer, le choisir. Et partant de lui, aboutir à l'**infini absolu** (et par conséquent aussi à son **inverse** le **zéro absolu**), qui est **unique** (comme le **DIEU unique**, parce que c'est de lui qu'on parle numériquement...), et qui par contre ne saurait être notre création, car il existe par lui-même. Ce **nombre entier** ω_0, qu'on peut aussi appeler le **seuil de l'infinité**, ou la **porte de l'infinité** (c'est la pote d'entrée dans le royaume de l'**infini**), avec lequel commencent un ensemble de propriétés importantes que j'appelle les **propriétés oméganes** ou les **propriétés de l'infini Oméga** (l'**énitivité**, l'**auto-additivité**, l'**auto-multiplicativité**, l'**auto-exponentiativité**, l'**auto-majorité**, etc.), est d'une très grande importance. De lui vont dépendre de nouveaux **nombres** tout aussi importants et de nouvelles notions, inhabituelles, comme par exemple la **racine carrée de l'infini** ω (que nous appelons Δ), la **racine carrée de 0** (que nous appelons δ), le **logarithme naturel** de l'**infini** ω (que nous appelons Λ), l'**infini mineur** ou **audoracine** de l'**infini** ω (que nous appelons **w**), etc..

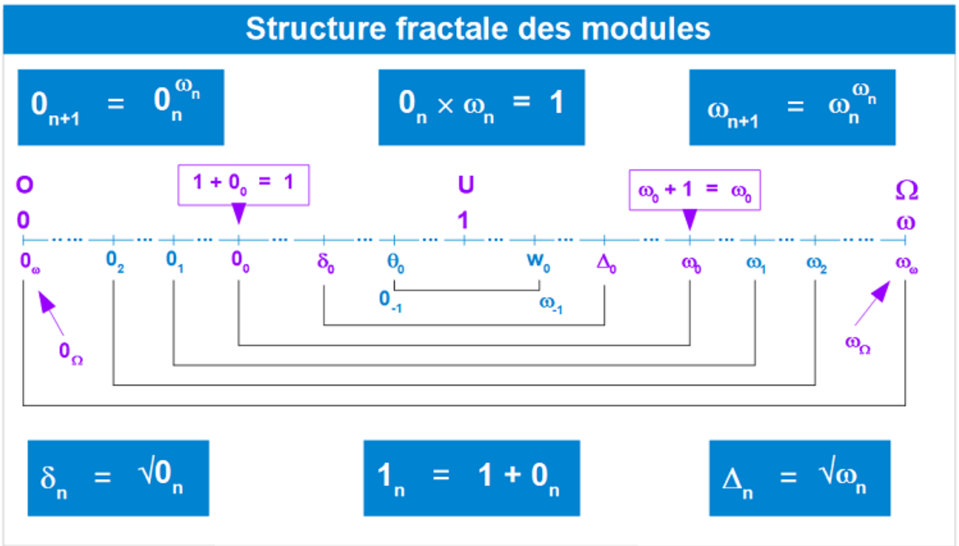
Tout **réali AVANT** le **0 absolu EST** le **0 absolu**, autrement dit, pour tout **réali x**, si $x < 0$, alors $x = 0$. Par exemple, les **réalis** $0/2$, $0/3$, $0/4$, 0^2, 0^3, 0^4, etc., sont **strictement inférieurs** au **0 absolu**. Et comme on parle du **0 absolu**, alors on a forcément: $0/2 = 0/3 = 0/4 = 0^2 = 0^3 = 0^4 = 0$. Dire qu'un **réali x strictement inférieur** au **0 absolu** n'est pas le **0 absolu**, revient simplement à dire qu'il est **orienté**. Par exemple, le **réali -3** est **strictement inférieur** au **0 absolu**, il est **AVANT 0** sans être **0**. Pour cela il est ici **orienté**, d'**orientation antitive**, il est **anti 3**. De même, tout **réali APRÈS** le **ω absolu EST** le **ω absolu**, autrement dit, pour tout **réali x**, si $x > \omega$, alors $x = \omega$. Par exemple, les **réalis** 2ω, 3ω, 4ω, ω^2, ω^3, ω^4, etc. (qui soit dit en passent sont respectivement les **inverses** de $0/2$, $0/3$, $0/4$, 0^2, 0^3, 0^4, etc.), sont **strictement supérieurs** au **ω absolu**. Et comme on parle du **ω absolu**, alors on a forcément: $2\omega = 3\omega = 4\omega = \omega^2 = \omega^3 = \omega^4 = \omega$.

Par « **EST** » ou le signe de l'**égalité** « **=** », il faut comprendre « **EST équivalent** à » ou « **EST édentique à** », étant entendu que l'**édentité**, selon le même format lexique que l'« **identité** », est un nouveau mot pour dire « **équivalence** ». Le paragraphe précédent signifie qu'avant le **0 absolu** et après le **ω absolu**, l'**égalité** courante, notée « **=** », ne permet plus de **distinguer** les **réalis**, ce qui ne veut pas du tout dire qu'ils ne sont pas **distincts**, c'est-à-dire **non identiques**. Chacun de ces **0** et de ces **ω** a son **identité** propre, qui le **distingue** des autres **nombres** et des autres **choses**. Ils ne sont donc pas **identiques**, et pourtant on met un signe de l'**égalité** « **=** » entre eux, ce qui peut paraître contradictoire. Mais en réalité il n'en est rien. Cela signifie simplement donc que l'**égalité** courante ne les **distingue** plus, exactement comme une loupe ou un microscope n'est pas assez puissante ou n'a une résolution assez grande pour distinguer des objets **infiniment petits** et si proches les autres qu'ils semblent être **un seul point**, ou comme un télescope n'est pas assez puissant pour distinguer des objets lointains qui se confondent en **un seul point** dans le ciel. De même donc, pour distinguer les **réalis** avant le **0 absolu** et après le **ω absolu**, faire il faut changer d'**égalité** et passer à une **égalité** plus **stricte** c'est-à-dire plus **identitaire**, et donc moins **équivalencielle** (moins **identitaire** ou moins **édenique**).

La notion de **degré** de l'**identité** ou d'**équivalence**, appelée **idenité** ou le **degré** d'**identité** et **édenité** pour le **degré** d'**édentité** (**équivalence**) se précisera plus tard. Comprenons simplement pour l'instant que contrairement à la conception actuelle où l'on a une seule notion d'**égalité** figée avec laquelle on tente de décrire la **logique** et la **structure** de tous les **nombres**, notion d'**égalité** dont les limites se manifestent dans les **horizons infinis** ou **infinitésimaux** (d'où entre autres les anomalies comme par exemple la problème de la **division par 0**), on a maintenant une **égalité graduelle**. Cela veut dire que chaque **égalité** possède un **degré** ou **gradation**, que nous appelons **idenité** pour dire « **degré d'identité** » ou « **édenité** » pour dire « **degré d'édentité** » (ou **équivalence**). L'**édenité** ou **degré d'équivalence** est précisément les **cycles** que nous avons vus et verrons encore, qui vont du **cycle 0** au **cycle ω**, en passant par les **cycle 1**, **cycle 2**, **cycle 3**, etc., autrement dit définis par les **égalités**: « $0 = 0$ » ou **cycle 0** (**identité** pure, d'**édénité 0** et d'**idenité ω**), « $0 = 1$ » ou **cycle 1** (**égalité** d'**édénité 1** et d'**idenité ω -1**), « $0 = 2$ » ou **cycle 2** (**égalité** d'**édénité 2** et d'**idenité ω -2**), « $0 = 3$ » ou **cycle 3** (**égalité** d'**édénité 3** et d'**idenité ω -3**), etc., jusqu'à: « $0 = \omega$ » ou **cycle ω** (**égalité** d'**édénité ω** et d'**idenité 0**). L'**idenité** ou l'**édenité** (qui est en très étroite relation avec la notion de **finitude** et d'**infinitude**) peut aussi se définir en **pourcentage**, de **0%** à **100%**, de l'**édenité 0%** (ou **identité** pure) à l'**édenité 100%** (ou **équivalence** pure).

Si la nécessité de préciser l'**édenité** ou l'**idenité** de l'**égalité** courante ne se fait pas sentir pour les **nombres** ordinaires (qui s'accommodent de travailler avec une seule **égalité**), cela devient en revanche problématique avec les **nombres** qui se situent l'**horizon infiniment petit** ou **infiniment grand**, notamment avec le **0 absolu** et avec le **ω absolu**. Le problème est d'autant plus grand quand le **0** et le **ω** doivent cohabiter (comme il se doit!) dans une même arithmétique, une même algèbre, une même **structure numérique**. La **structure** s'effondre alors si l'on ne change pas d'**édenité**, si l'on reste à l'**édenité** courante. C'est ce qui se produit notamment avec la **structure** de **corps**, quand le **0** doit cohabiter avec son **inverse ω**, si l'on maintenant la courante **égalité**, qui est une **identité**. Elle doit à l'**horizon infini** ou **infinitésimal** céder progressivement la place à l'**équivalence**. Plus exactement, le besoin d'avoir les deux **égalités** (l'**identité** et l'**équivalence**) qui ne se manifestait pas, se fait alors sentir, l'**identité** si l'on veut continuer à distinguer les choses, et l'**équivalence** pour exprimer leur **égalité**.

Voici la **structure** des **réalis**, une **structure fractale** donc, sur laquelle nous reviendrons tout au long de ce livre, de même que les différents **réalis**, **finis** ou **infinis**, qui y figurent. Commençons donc à nous familiariser avec les **réalis** clefs suivants: **ω, Δ, w, etc.**, ainsi que leurs **inverses** respectifs: **0, δ, θ, etc.**, c'est-à-dire leurs **symétriques** par rapport à **1**, en parlant de l'**opération** de **multiplication**.



Nous avons dit que ω_0 est par définition le **réali** qui commence juste à être **énitif**, c'est-à-dire à vérifier l'**égalité**: $\omega_0 = \omega_0 + 1$. Cela veut dire que l'**égalité** courante, qui est l'**identité** que nous devrions noter « == » mais que par simplification nous avons notée « = », qui pour les **réalis** ordinaires comme par exemple **0**, **1**, **2**, **3**, **7**, **12**, etc., **distingue** les **réali x** et **x+1**, lorsqu'on arrive aux **réalis** de l'ordre de grandeur de ω_0, ne distingue plus ω_0 et $\omega_0 + 1$, car alors la **finitude** de ω_0, qui est par définition $1/\omega_0$, est quasiment **0** ou **0%**, tandis que son **infinitude**, qui est $1 - 1/\omega_0$, est quasiment **1** ou **100%**. Les **nombres** ordinaires sont **égalisés** ou au contraire distingués de la même façon par les deux **égalités** « = » et « == », ce qui ne rend pas nécessaire de noter l'**égalité** « == ». Mais avec les **nombres** ω_0 et $\omega_0 + 1$, commencent à être **identiques**, autrement dit l'**identité**: $\omega_0 == \omega_0 + 1$, devient quasiment vraie à **100%**, et à plus forte raison l'**équivalence**: $\omega_0 = \omega_0 + 1$. Celle-ci dit que les **nombres** ω_0 et $\omega_0 + 1$ sont **équivalents**, autrement dit les **polynômes x** et **x+1** sont **équivalents** quand **x** devient très grand. C'est ce qu'on exprime habituellement en disant aussi que la **limite** du rapport: **(x+1)/x** est **1** quand **x** tend vers l'**infini**. Par conséquent, si l'on veut continuer à **distinguer** les **nombres** ω_0 et $\omega_0 + 1$, on doit utiliser une **égalité** plus **stricte**, c'est-à-dire plus **identitaire**. Cela revient simplement à dire que à partir du **réali** ω_0, là où l'**identité** « == » continue à **distinguer** les **nombres**, l'**équivalence** « = » quant à elle ne les **distingue** plus. Tous les **réalis** après ω_0 sont **équivalents** c'est-à-dire **égaux** au sens de l'**égalité** « = » (tous se confondent avec le **ω absolu**), de même que tous les **réalis** avant 0_0, qui est l'**inverse** de ω_0 (tous se confondent avec le **0 absolu**). Ce pendant, au sens de l'**égalité** « == », tous les **réalis** continuent d'être **distingués**. Et si ce n'est pas le cas, une **égalité** plus stricte encore, par exemple « === », les distinguera (on reviendra en détail sur la question du **degré** de l'**identité** et de l'**équivalence**).

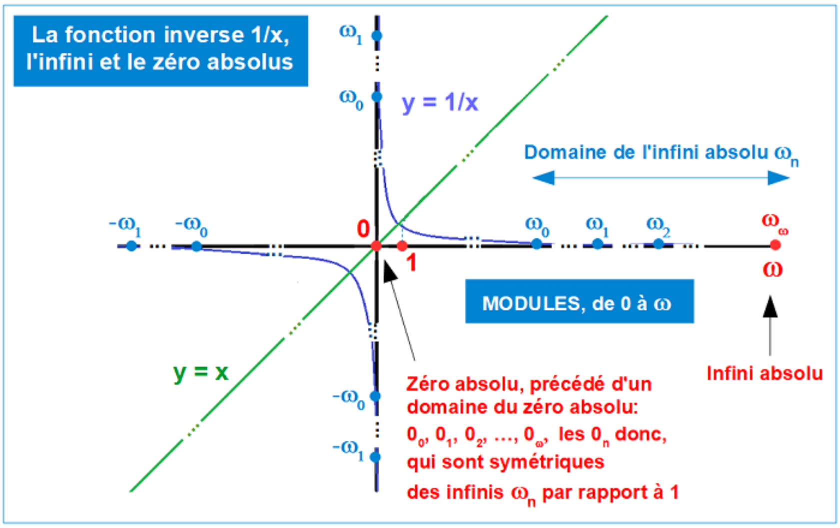
Pour se fixer les idées, on pose: $w = \omega_{-1} = \text{Zaw } 7$. Par conséquent, on a: $\theta = 1/(\text{Zaw } 7)$. Et donc: $\omega_0 = w^w = (\text{Zaw } 7)^{(\text{Zaw } 7)}$, qui est donc l'**infini ω** de **référence** pour cette valeur de **w**. Et: $0_0 = 1/\omega_0 = (\text{Zaw } 7)^{-(\text{Zaw } 7)}$, qui est donc le **zéro** de **référence** pour cette valeur de **w**. Et si plus modestement on a avait pris $w = G$, où **G** est le **nombre de Graham**, on aurait donc: $w = \omega_{-1} = G$. Par conséquent, on a: $\theta = 1/G$. Et donc: $\omega_0 = w^w = G^G$, et: $0_0 = 1/\omega_0 = G^{-G}$. Dire que **G** est l'**infini absolu** c'est commettre une **erreur relative** qui est très exactement de **1/G**, et dire une chose dont la **valeur de vérité** est exactement: $1 - 1/G$. L'**erreur** est infiniment plus petite et la **vérité** infiniment plus proche de **100%** en disant que **Zaw 7** est l'**infini absolu**.

J'appelle **égalité** de **jonction** ou de **connexion** ou encore une **égalité de zone GENER** ce genre d'**égalités** entre un **réali infini** (ici ω_0) et un **réali infiniment grand** (ici le **nombre entier naturel Zaw 7** ou **G**), ou, ce qui revient au même, l'**égalité** entre un **réali** qui est un **zéro** (ici 0_0) et un **réali fini** au sens classique mais **infiniment petit** (ici **1/(Zaw 7)** ou **1/G**). Cette **égalité** est évidemment une **équivalence**, qui est la vérité simple selon laquelle un **nombre fini** (au sens classique) acquiert progressivement les **propriétés** des **nombres infinis** quand il devient de plus en plus grand, et par conséquent les notions de **nombre** (**entier naturel**) **infiniment grand** et de **nombre** (**entier** ou **ordinal**) **infini** sont **équivalentes** dans la bonne conception des **nombres**, c'est-à-dire dans le paradigme de l'**équivalence**. Il en résulte qu'un **nombre infini** doit se calculer exactement comme un **nombre fini**. Ce qui le différencie avec les **nombres finis** est seulement qu'il est **infini**, et son **infinitude** ne lui ôte pas les propriétés communes à tous les **nombres**, **finis** comme **infinis**. Il y a des **nombres** de différentes natures, mais UNE SEULE **arithmétique** et **algèbre** pour tous.

Le **réali** ω_1, qui est le **majeur** de ω_0 ou son **modèle** immédiatement **supérieur**, vaut: $\omega_1 = \omega_0 \wedge \omega_0 = \omega_0^{\omega_0}$. Et à son tour on a son **modèle supérieur**: $\omega_2 = \omega_1 \wedge \omega_1 = \omega_1^{\omega_1}$, et ainsi de suite: $\omega_{n+1} = \omega_n \wedge \omega_n = \omega_n^{\omega_n}$. Un élément qui vient après dans la séquence des ω_n (le **majeur** de ω_n donc ou son **modèle supérieur**) est d'une grandeur qui n'a plus rien à voir avec celle de l'élément d'avant, qui est comme un **zéro absolu** comparé à lui. Même en démarrant avec $\mathbf{w} = \omega_{-1} = \mathbf{10}$ seulement, on a vu que les **nombres** ω_n deviennent très vite **infiniment grands**. On a en effet: $\omega_0 = \mathbf{10\ 000\ 000\ 000}$, et: $\omega_1 = \mathbf{10\ 000\ 000\ 000}^{10\ 000\ 000\ 000} = \mathbf{10}^{100\ 000\ 000\ 000}$, qui est déjà un **réali infiniment grand**. Que dire alors de ω_7 ? Et pourtant il est un grand néant à **G** et plus encore comparé à **Zaw 7**!

De même pour les **zéros**, les $\mathbf{0}_n$, **n** étant un **ordinal relatif**, c'est-à-dire un **nombre entier** « **positif** », « **négatif** » ou « **nul** », **fini** ou **infini** (notions qui se préciseront). L'**ultime zéro** est $\mathbf{0}_\omega$, qui est par définition ce que depuis un certain moment nous appelons le **zéro absolu**, et noté **0** sur le schéma. Dans certains contextes, la notation « **0** » désignera $\mathbf{0}_0$, appelé aussi le $\mathbf{0}_{max}$. Après lui commence le domaine des **réalis infinitésimaux**, qui sont la notion élargie de **zéro**, des **zéros** plus « grands », mais encore **infiniment petits** comparés aux **nombres** ordinaires, comme **1** par exemple. Le plus important après le domaine des **zéros** est l'**infinitésimal** δ, qui est l'**inverse** ou **symétrique** de l'**infini** Δ. Puis vient le non moins important **infinitésimal** θ, l'**inverse** de l'**infini** **w**, le **mineur** ou **petit modèle** de ω.

Depuis le début et dans toute la suite, quand nous disons: $\omega = 1/0$ et: $0 = 1/\omega$, c'est précisément de ω_0 et de son **inverse** $\mathbf{0}_0$ qu'il s'agit dans ces **égalités**, qu'il faut comprendre donc: $\omega_0 = 1/0_0$ et: $0_0 = 1/\omega_0$. Et après, il est très facile de comprendre ce qui se passe, et c'est la **courbe** qui nous le dit. A partir de l'**abscisse** ω_0, la **courbe**, qui descend, a donc **touché** l'**axe des abscisses**, exactement comme quand un avion qui atterrit, vient de toucher la piste d'atterrissage dans un « **kiss landing** » (ou **atterrissage doux**, où les roues caressent la piste). Ensuite donc, l'**avion roule sur la piste**, il a donc désormais une **trajectoire parallèle** à celle-ci, trajectoire qui se confond avec la piste tout simplement.



C'est ici l'une des fondamentales différences entre la vision classique des **nombres** et de l'**infini**, et le nouveau paradigme. Quand dans la conception classique on parle d'«impossibilité » de la **division par 0** (ou que cette **division** est « **non-définie** »), cela signifie la **négation** de l'**existence** du point ω_0 aussi bien sur l'**axe horizontal** que sur l'**axes vertical**, ce point donc où la **courbe** de la **fonction 1/x** touche les axes. On a un mot pour dire qu'une **courbe** se rapproche indéfiniment d'un axe ou d'une droite sans la toucher, et c'est le mot « **asymptote** ». Cela voudrait dire ici que l'avion qui voudrait faire une descente sur la piste horizontale en suivant une trajectoire qui est celle de la **fonction inverse** (en tout cas à partir d'un certain moment dans la phase finale de descente), « **ne touche jamais** » la piste, mais s'en rapproche seulement indéfiniment. Mais on commence doucement à s'habituer à la nouvelle logique, celle d'**alternation**, logique qui va de paire avec l'**équivalence** (par opposition à la classique de **négation**, qui elle est orientée vers l'**identité**). Dans la nouvelle logique scientifique donc, quand on dit « **ne touche jamais** », cela revient à dire: « **touche à un certain horizon infini** », qui est précisément le point ω_0.

Dans la logique d'**alternation**, toute **vérité** a son ou ses **alternatives**, qui ne la contredisent pas mais la complètement pour donner la **vérité TOTALE** (celle de l'**Univers TOTAL**, l'**Alpha** et l'**Oméga**), sans quoi la

vérité ne serait que partielle ou incomplète. Deux **vérités**, même **contraires** ou apparemment « contradictoires » ou « incompatibles », peuvent pourtant être deux faces d'une seule et même **vérité**, comme justement dans cet exemple et d'autres que nous découvrons. On dit à la fois que la **courbe** « **ne touche jamais** » l'**axe** (ce qui est **vrai**) tout en disant qu'elle **touche l'axe** en un point situé à un **horizon infini** ω_0 (ce qui est **vrai** aussi). La clef de la logique se trouve dans la notion d'**infini** (en l'occurrence l'**infini Oméga**), d'où l'importance d'avoir une bonne conception de cette notion. Donc finalement la **courbe** touche l'**axe**, ce qui paraît contradictoire, en l'occurrence cela semble contredire le mot « **jamais** ». Or ce mot « **jamais** » au bon sens du terme est justement synonyme du mot « **infini** ». Le «**jamais vrai** » et le «**vrai à l'horizon infini** » (ou « **à l'horizon oméga** ») sont simplement la même idée, et « *Ce qui est* ***faux*** *est* ***vrai*** *à l'****horizon Oméga****, et vice-versa* ».

C'est donc l'**infini Oméga**, le **vrai**, et ses propriétés aussi **simples**, **naturelles** (comme dans la notion de « **nombre entier naturel** », **nombres** si bien nommés) qu'**extraordinaires**, qui permettent à **toute chose** d'**exister** ainsi que le **contraire** de **toute chose** (ce qui est bien la définition de l'**Univers TOTAL**, l'**Ensemble de toutes les choses**, l'**Alpha** et l'**Oméga**), qui permettent à **toute chose** d'être **vraie** ou **possible**, et aussi tous les **contraires** ou **alternatives** des **choses**.

Le point ω_0 où la **courbe** qui jusque là **ne touche jamais** l'**axe** le **touche**, est un exemple d'**horizon oméga**, suivis d'autres **horizons**: ω_1, ω_2, ω_3, etc., chacun rendant possible quelque chose impossible aux **horizons** d'avant. Et à l'**ultime horizon**, l'**horizon absolu** que nous appelons ω_ω ou ω_Ω, **tout est possible**, **tout est vrai**, **tout existe**, cet **horizon ultime** représente donc l'**Univers TOTAL**, l'**Alpha** et l'**Oméga**. Et dans notre conception ce nombre ω_0 correspond à l'**infini** actuellement noté $\aleph_0$ (lire « **aleph zéro** »). L'**infini** actuellement appelé $\aleph_1$ est: $\aleph_1 = 2 \wedge \aleph_0 = 2^{\aleph 0} = 2^{\omega 0}$. Il est très inférieur au **nombre**: $\omega_1 = \omega_0 \wedge \omega_0 = \omega_0{}^{\omega 0}$, c'est-à-dire: $\omega_1 = \aleph_0 \wedge \aleph_0 = \aleph_0{}^{\aleph 0}$. Les ω_n et les $\aleph_n$ coïncident avec l'indice **0** seulement, et après ne coïncident plus, car les ω_n sont infiniment plus grands que les $\aleph_n$, à indice égal.

Nous avons dit qu'avec ω_0 ou $\aleph_0$ apparaît la **propriété** fondamentale de l'**infini** qu'est l'**énitivité**, à savoir: $\omega_0 + 1 = \omega_0$, c'est-à-dire: $\aleph_0 + 1 = \aleph_0$. Et avec $\aleph_1$ apparaît la seconde la **propriété** fondamentale de l'**infini** qu'est l'**auto-additivité**, à savoir: $\aleph_1 + \aleph_1 = \aleph_1$. Puis on a: $\aleph_2 = 2 \wedge \aleph_1$, etc., et plus généralement: $\aleph_{n+1} = 2 \wedge \aleph_n$. Et avec $\aleph_2$ apparaît la prochaine propriété importante de l'**infini**, l'**auto-multiplicativité**, à savoir: $\aleph_2 \times \aleph_2 = \aleph_2$ (on reviendra sur ces propriétés de l'**infini**, mais aussi les propriété du **zéro** associé).

Et aussi, si η est un **ordinal** (**nombre entier**) **infini** ou suffisamment **grand** pour vérifier l'**énitivité**: $\eta + 1 = \eta$, en l'occurrence on prend $\eta = \omega_0$, alors il donne naissance à une catégorie de **nombres** encore plus **infinis** ou encore plus **grands** que je qualifie d'**auto-exponentiatifs** ou d'**auto-majeurs**, pour dire qu'un tel **nombre** est son propre **majeur** (donc aussi son propre **mineur**), car il vérifie: $\omega_{\eta+1} = \omega_\eta$, puisqu'on a: $\eta + 1 = \eta$. Un tel **nombre** vérifie donc: $\omega_\eta = \omega_\eta \wedge \omega_\eta = \omega_\eta{}^{\omega\eta} = \omega_{\eta\,+1}$. Il est clair qu'à partir de ω_η, les **réalis** sont à la fois **énitifs**, **auto-additifs**, **auto-multiplicatifs**, etc., et leurs **inverses**, les **zéros** donc, à commencer par 0_η, vérifient les propriétés correspondantes, ils sont **onitifs**, **auto-additifs**, **auto-multiplicatifs**.

Et maintenant aussi, dans notre conception, le symbole « ∞» ne représente plus une vague notion d'infini, mais peut recevoir une définition très précise. Nous appelons **infini Jèrus** et le notons **Ж** (lettre russe « jè »), le **nombre**: $\text{ж} = \omega_{\omega 0}$, que nous appelons aussi l'**infini litézo**, et le notons alors ∞. C'est donc la définition précise que nous donnons à ce symbole. Nous utiliserons plutôt le symbole **ж** dans les contextes calculatoires, quand il faudra par exemple exprimer la propriété suivante de cet **infini**: $\text{ж} = \text{ж} \wedge \text{ж} = \text{ж}^{\text{ж}}$, propriété d'**auto-exponentiativité** qui résulte de ce que ω_0 est **énitif**. Du coup, **ж** est aussi **énitif**: $\text{ж} = \text{ж} + 1$, et par conséquent: $\text{ж} = \text{ж} + a$, où **a** est n'importe quel **réali** ou **réel fini**. Et **ж** est auto-additif: $\text{ж} = \text{ж} + \text{ж} = 2\text{ж}$, et par conséquent: $\text{ж} = a \times \text{ж}$, où **a** est n'importe quel **réali fini supérieur ou égal à 1**. Et **ж** est **auto-multiplicatif**: $\text{ж} = \text{ж} \times \text{ж} = \text{ж}^2$, et par conséquent: $\text{ж} = \text{ж}^{a}$, où **a** est n'importe quel **réali fini supérieur ou égal à 1**. Mais nous utiliserons plutôt le symbole ∞ comme usuellement quand il s'agira d'exprimer une **limite** ou une **borne infinie**.

Le **zéro** associé à **ж**, son **inverse** donc, à savoir $0_{\omega 0} = 1/\omega_{\omega 0}$, est noté **ю**, et c'est l'**iourus** (de la lettre russe « **iou** »). On a donc: $\text{ю} = 1/\text{ж} = 0_{\omega 0} = 1/\omega_{\omega 0}$. Ce **zéro** vérifie les propriétés **alphanes** (**onitivité**, **auto-additivité**, **auto-multiplicativité**, **auto-exponentiativité versitique**) correspondantes aux propriétés **oméganes** de l'**infini** associé **ж** que nous venons d'exposer.

Les **réalis** du **0 absolu** à **ю** sont dits **sub-litéziques** ou **sublitéziques**. Les **réalis** de **ю** à **ж** sont dits **litéziques**. Et les **réalis** supérieurs ou égaux à **ж** sont dits **trans-litéziques** ou **translitéziques**. L'**infini** **ж** (ou ∞) et le **zéro**

ю sont infiniment loin d'être **absolus**, mais ils possèdent déjà les propriétés fondamentales de l'**infini** et du **zéro absolus**, qui, comparées aux **infinis** d'avant (comme **w** ou comme ω_0) les font paraître simplement comme **absolus**. Avec les **réalis trans-litéziques**, qui sont des **réalis finaux** particuliers, on entre plus que jamais dans le royaume de l'**infini absolu**, et pourtant la route est encore extraordinairement longue avant de parvenir à l'**infini absolu**. Et avec les **zéros** correspondants, les **zéros sub-litéziques** donc, qui sont leurs **inverses** et qui sont des **réalis initiaux** particuliers, on entre dans le royaume du **zéro absolu**.

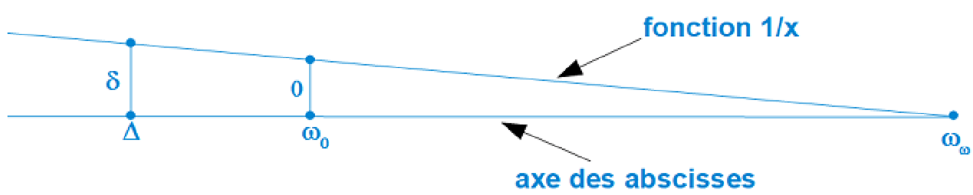
Par exemple, choisissons $\mathbf{w} = \omega_{-1} = 10$, on a: $\omega = \omega_0 = \mathbf{w}^{\mathbf{w}} = 10^{10} = 10\,000\,000\,000$, qui joue donc le rôle de l'**infini** ω de référence. Et: $\omega_1 = 10\,000\,000\,000 \wedge 10\,000\,000\,000 = 10^{100\,000\,000\,000}$. Et: $\omega_2 = \omega_1 \wedge \omega_1 = (10^{100\,000\,000\,000}) \wedge (10^{100\,000\,000\,000})$, et ainsi de suite. Et l'**infini litézo** ∞ ou **ж** sera alors par définition: $\infty = ж = \omega_{\omega 0} = \omega_{10\,000\,000\,000}$. Et on voit qu'il est incommensurablement très grand comparé à ω_0 ou ω, et à plus forte raison comparé à **w**, qui est que **10**.

Cet **infini litézo**: $\infty = ж = \omega_{\omega 0}$ servira particulièrement dans les **développements en série**. Par exemple, avec le cas de **w = 10** précédent, si nous voulons **développer** e^x pour des valeurs de **x** qui ne dépassent pas en **module** $\omega_0 = \mathbf{w}^{\mathbf{w}} = 10^{10} = 10\,000\,000\,000$, nous allons écrire: $e^x = 1 + x + x^2/2! + x^3/3! + x^4/4! + \ldots + x^\infty/\infty!$, où le symbole ∞ désigne précisément $\omega_{10\,000\,000\,000}$. Et étant donné que cet exemple signifie nous avons décidé que l'**énitivité** donc l'**infini** commence à $\omega_0 = 10\,000\,000\,000$, avec donc $\infty = \omega_{\omega 0} = \omega_{10\,000\,000\,000}$ c'est une autre affaire! Dans ce contexte-là, ce **nombre** ∞ est non seulement **énitif** aussi, mais **auto-additif**, **auto-multiplicatif**, **auto-exponentiatif** (**auto-majeur**). Nous avons ainsi choisi de considérer que le **nombre**: $1 + x + x^2/2! + x^3/3! + x^4/4! + \ldots + x^\infty/\infty!$ est la **valeur exacte** de e^x, pour tous les **réalis x** de **0** jusqu'à l'**infini** de référence, c'est-à-dire de **0** à $\omega_0 = 10\,000\,000\,000$. A plus forte raison si nous calculons ce **développement**: $1 + x + x^2/2! + x^3/3! + x^4/4! + \ldots + x^\infty/\infty!$ jusqu'à $\infty+1$, ou jusqu'à $\infty+\infty = 2\infty$, ou jusqu'à $\infty\times\infty$, ou jusqu'à $\infty\wedge\infty$, etc.. Le résultat ne sera encore que plus exact. Et pourtant nous sommes partis d'une valeur de **w** qui est seulement de **10**, donc de ω_0 qui n'est que de **10 000 000 000**. Que dire alors si nous prenons pour **w** une valeur égale à **G** ou **Zaw 7**?

Avec cette conception les **développements en série** pour les **modules** (**réalis**) **x inférieurs** à ω_0 aura quasiment été développé jusqu'à l'**infini** avec une erreur sur la notion d'**infini** égale en **valeur relative** à seulement $1/\infty = 1/\omega_{\omega 0}$, tout en ayant tous les avantages d'un **développement limité**! Le **nombre** ∞, bien que **fini**, a déjà les propriétés du classique symbole ∞, sans avoir l'inconvénient d'être comme pour le symbole classique une notion vague d'infini, car ici il s'agit d'un **nombre fini**, d'un **infini** bien **défini**! Autrement dit, les propriétés de l'**infini** nous permettent d'avoir à la fois un **développement** à la fois **fini** et **infini**, d'avoir le meilleur des deux mondes!

Le **nombre infini** Δ est par définition la **racine carré** de ω, et son **inverse** δ est la **racine carrée** de **0**. Autrement dit, on a: $\Delta_0 = \sqrt{\omega_0}$, et: $\delta_0 = \sqrt{0_0}$. Ou encore: $\Delta_0^2 = \omega_0$, et: $\delta_0^2 = 0_0$. Par ailleurs, la **dérivée** de la **fonction inverse**, $1/x$, est: $-1/x^2$. Cela veut dire que pour $x = \Delta$, la **dérivée** vaut: $-1/\Delta^2 = 1/\omega = 0$.

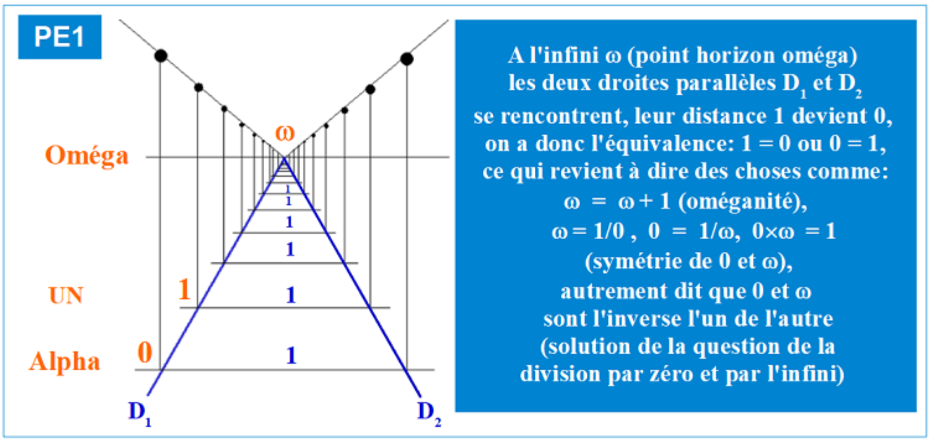
Ainsi donc, la pente de la **fonction inverse** devient **nulle** (**dérivée nulle**) à partir de l'**abscisse** Δ, et alors l'**ordonnée** de la **courbe** est l'**infinitésimal** δ (que j'appelle aussi le **dérivateur**, pour les raisons que l'on comprendra plus tard). A partir de l'**abscisse** Δ la **courbe** continue à descendre de la hauteur δ au **0 absolu**, à savoir 0_ω, mais on est là dans la **zone de tangence**, c'est-à-dire la **zone** où la **courbe** et l'**axe des abscisses** sont déjà **parallèles**, et ce qui se passe est simplement que les deux se confondent progressivement. Autrement dit, le « **contact** » ou le « **toucher** » entre la **courbe** et l'**axe horizontal** ne se fait pas en un seul point (comme le ferait par exemple une **droite** descendante qui couperait l'**axe** en un seul point de contact), mais se fait sur toute une **étendue** immensément **infinie**, qui commence pratiquement au point d'**abscisse** Δ, où l'**ordonnée** ou **hauteur** de la **courbe** n'est plus que l'**infinitésimal** δ (la **courbe** commence à « **frôler** » l'axe en quelque sorte), et qui va au **grand terminus** ω_ω, en passant par l'**abscisse** ω_0, où la **courbe** et l'**axe horizontal** commencent à se confondre, tout simplement.



Le schéma ci-dessus représente la situation. Pour une meilleure lisibilité, ce n'est évidemment pas à l'échelle. Le calcul de la **tangente** de l'**angle aigu** ε au point d'**abscisse** ω_ω est: **$\tan(\varepsilon) = \delta/(\omega_\omega - \Delta) = 0_\omega$**. En effet, étant donné que déjà au point d'**abscisse** ω_0 l'**ordonnée** est déjà **0**, et étant donnée la grandeur phénoménale des **nombres** ω_n, et en dernier de ω_ω, la **tangente** de cet angle **angle** ε, qui est donc la **tangente** de la **pente** descendante de la **courbe** de la la **fonction inverse** à partir du point d'**abscisse** Δ, est tout simplement le **0 absolu**. Autrement dit, la **courbe** de la **fonction inverse** et l'**axe horizontal** se confondent.

Signalons au passage que dans l'écriture « ω_ω » et plus généralement « ω_n», le «ω» est le nom d'une **fonction** ou d'une **suite**, la **fonction** ou **suite Oméga**, tandis que l'**indice** ω ou **n** désigne un **nombre entier** ou **ordinal infini**. Et au besoin « ω_ω » sera plutôt noté « ω_Ω » pour éviter toute confusion entre la **fonction** et l'**indice** ou **variable**. De manière générale, les **réalis** ω_n seront qualifiés d'« **infinis absolus**» et leurs **inverses** respectifs les 0_n seront qualifiés de « **zéros absolus** ». Mais plus spécifiquement, l'**infini absolu** est par définition unique et c'est le nombre ω_ω , c'est-à-dire ω_Ω, qui vérifie: $\omega = \omega_\omega$, c'est-à-dire: $\Omega = \omega_\Omega$ (on en reparlera et on comprendra le pourquoi et le sens de cette très importante **égalité**, qui est une conséquence de la **Loi de l'Horizon Oméga**). Son **inverse** est le **zéro absolu**, qui est 0_ω , c'est-à-dire 0_Ω,, unique lui aussi. Il vérifie: $0 = 0_\omega$, c'est-à-dire: $0 = 0_\Omega$, encore noté: $O = 0_\Omega$.

La **fonction inverse** part d'une **hauteur infinie** (**axe vertical**), et descend vers une **hauteur 0** (**axe horizontal**). Dans la logique traditionnelle, la **courbe** « **ne touche jamais l'axe vertical**» et aussi « **ne touche jamais l'axe horizontal** ». Mais nous avons commencé à raisonner dans la nouvelle logique, avec la **Loi de l'Horizon Oméga**, ou **loi de changement de vérité à l'infini**.



On a commencé à voir que dans cette logique, « **Ne se produit jamais** » = « **Se produit à l'infini** », ou « **Se produit l'horizon oméga** », ou plus précisément « **Se produit à un horizon oméga** ». Car justement il existe une **infinité** d'**horizons oméga**, et donc quand ce qui est censé « **ne jamais se produire** » effectivement **ne se produit pas un horizon oméga** donné, **il arrivera forcément un autre horizon oméga où cela se produira**. Ceci est fondamental!

Et la **fonction inverse** va précisément nous offrir une magnifique exemple de cette **logique de l'infini oméga**. Là où il y a une « impossibilité » ou il semble y en avoir une, là très souvent (pour ne pas dire toujours...) se cache une question liée à l'**infini**. La conception classique (parce que sa logique est celle de **négation**) se contente souvent de s'arrêter à l'« impossibilité » et ne tente pas d'aller au-delà. Mais nous justement, nous allons à l'**horizon infini**, et s'il le faut encore aller à tous les **horizons infinis** nécessaires, jusqu'à celui où ce qui est réputé « impossible » commence à devenir **possible**. Et au-delà de ces **horizons**, nous découvrons toujours une **infinité** de **possibilités**. Cela vaut vraiment le coup de devenir copain avec l'**Infini Oméga**, (avec « **Dieu** » pour le dire dans un langage jugé peu « orthodoxe » par les sciences actuelles) de manière à accéder aux **horizons infinis**. Car alors **tout devient possible**....

Dans notre exemple de **fonction inverse**, quand donc la conception classique dit que la **courbe** « **ne touche jamais les axes** », en allant au-delà de ce « **jamais** » ou de cette « **impossibilité** », on découvre que cela signifie que **la courbe touche les axes à un certain horizon oméga**, qui est précisément celui que nous appelons ω_0. Et au-delà de ce **horizon** ω_0, ce premier **point de contact** donc, la **courbe touche tout le temps l'axe**, c'est-à-dire

« **toujours** », et alors c'est une vérité de type « **toujours** » qui prend le relais. Et en vertu de la même **Loi de l'Horizon Oméga**, ce « toujours » doit à son tour finir à un autre **horizon oméga**, celui que nous appelons ω_ω.

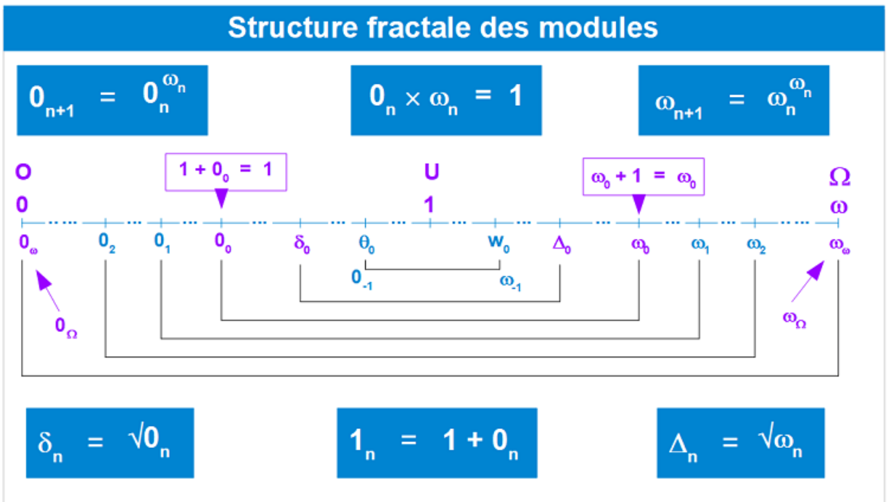
Et là on change une nouvelle fois complètement de **vérité**, ce qui veut dire que nous entrons dans des phénomènes différents de tout ce qui précède. Mais pour l'instant, avec la **fonction inverse** ou **1/x**, nous ne nous occupons pas de ce qui se passe après l'**horizon ω_ω**, le **grand horizon oméga**, l'**horizon des horizons**. Nous verrons cette question plus tard, à savoir cet **horizon ultime** où les **réalis** deviennent **négatifs** ou se transforment en **nombres complexes**. Nous ne nous occupons pour l'instant que des **horizons** où ils restent des **réalis** standards, c'est-à-dire de **0** à **ω** en passant par **1**. Et là déjà il y a pas mal de choses inhabituelles à découvrir, ou des choses actuellement connues mais comme on n'aborde pas les nombres avec la bonne logique, le sens qu'on leur donne est inexact, pour ne pas dire souvent très faux, horriblement faux. Les objets actuels sont souvent monstrueux, tout simplement (c'est le problème par exemple de l'actuelle théorie des **ordinaux** et des **cardinaux**, mais aussi des **dysfonctions**, dont on parlera).

La **fonction inverse** ou **1/x**, qui descend (en parlant de son comportement dans le premier cadrant, c'est-à-dire le quart du plan en haut et à droite, les abscisses et ordonnées positives donc), **touche** donc bel l'**axe horizontal** à un certain **horizon ω_0**. La **courbe** ne reste donc pas tout le « temps en l'air » et détachée des **axes**, mais elle finit bel et bien par « atterrir » comme un avion en descente et toucher la piste à l'**horizon infini ω_0**...

Et une fois le **0** atteint, la **courbe** ne s'arrête pas, mais **continue parallèlement** à l'**axe horizontal**, et ce sur une **longueur infinie**, jusqu'à un **grand terminus ω_ω**, en vertu de la même **Loi de l'Horizon Oméga**.

Dans la logique des **fonctions** et des **courbes**, deux **points** de la **courbe** situés sur une même **droite horizontale** ont la même **ordonnée**, c'est-à-dire la même **valeur par cette fonction**, ici l'**ordonnée** ou **valeur 0** pour des **points** de la **courbe** situés sur l'**axe horizontal** ou **axe des abscisses**, en l'occurrence les **points** dont les **abscisses** vont de ω_0 à ω_ω. Toutes ont donc la même **ordonnée 0**, ce qui veut dire la **fonction inverse** ne distingue pas ces **abscisses**. Pour elle donc, toutes sont **ÉGALES**, mais pour une autre **fonction**, par exemple la **fonction Identité**: **y = x**, ou: **Id(x) = x** (qu'on appelle aussi la **première bissectrice**, représentée par la **droite à 45°**), ces **abscisses** ne sont surtout pas **égales**! Avec la **fonction Identité**, il n'y a que l'**abscisse 0** qui touche l'**axe des abscisses**, et l'**ordonnée 0** qui touche l'**axe des ordonnées**. Il faut aller au-delà d'un certain **super-horizon infini** (situé au moins au-delà de ω_0) pour qu'il en soit autrement, en vertu de la même **Loi de l'Horizon Oméga**. Mais pour l'instant, nous nous situons en-deçà d'un tel **super-horizon**, et alors le seul **point de contact** de la **droite** représentant la **fonction Id** et les deux **axes** (**horizontal** et **vertical**) est le **point origine**.

La **fonction Identité** fait la **différence** entre ω_0 et ω_0+1, et à plus forte raison entre ω_0 et $\omega_0+\omega_0$ (ou ω_0 et $2\omega_0$), et à plus forte raison encore entre ω_0 et $\omega_0 \times \omega_0$ (ou ω_0 et ω_0^2), et à plus forte raison encore et encore entre ω_0 et ω_0 ^ ω_0 (ou ω_0 et $\omega_0^{\omega 0}$, ou ω_0 et **aup(ω_0)**, **fonction aup(x)** ou **auto-puissance** ou **auto-exponentiation**, qu'on verra plus tard), **nombre** ω_0 ^ ω_0 ou $\omega_0^{\omega 0}$ qui est la définition de ω_1. Et le **nombre** ω_0 ^ ω_0 ou $\omega_0^{\omega 0}$ est la définition de ω_2. Et plus généralement, le **nombre** ω_n ^ ω_n ou $\omega_n^{\omega n}$ est la définition de ω_{n+1}.



La **fonction Identité** distingue donc bien ces **nombres infinis ω_n**, ainsi que leurs **inverses** les **0_n**. Mais du moment où un certain **nombre ω_0** est suffisamment grand pour dire qu'il **vérifie** l'**énitivité**: $\omega_0 = \omega_0 + 1$ (nous commencerons bientôt à voir comment on **calcule** la **valeur de vérité** d'une **expression**, c'est-à-dire la notion d'**évaluation** de la **vérité** et de la **fausseté**), **égalité** qui est une **équivalence**, alors ω_0 est appelé $\aleph_0$, et alors s'enclenche une **suite** de **nombres** $\aleph_n$, définie par la loi de **récurrence**: $\aleph_{n+1} = 2 \wedge \aleph_n$. On a donc: $\aleph_0 + 1 = \aleph_0$ (**énitivité** de $\aleph_0$ ou ω_0), et on a: $\aleph_1 + \aleph_1 = \aleph_1$ (**auto-additivité**). Et: $\aleph_2 = \aleph_2 \times \aleph_2$ (**auto-multiplicativité**). Et pour un certain **ordinal** α, on aura: $\aleph_\alpha = \aleph_\alpha \wedge \aleph_\alpha$ (**auto-exponentiativité**), etc.. Au besoin, on utilisera la **Loi de l'Horizon Oméga** pour définir cet **ordinal** α. Et plus généralement, pour tout **hyperopérateur H** (on reviendra sur les **hyperopérateurs** plus loin), il existe, en vertu de la **Loi de l'Horizon Oméga**, un certain **ordinal** α, tel que: $\aleph_\alpha = \aleph_\alpha \text{ H } \aleph_\alpha$ (**auto-H-opérativité**), etc..

Cela veut dire simplement que les **nombres infinis** à partir de ω_0 deviennent de plus en plus **égaux** et de moins en moins en moins distincts les uns des autres. L'**identité** les distinguera « **toujours** », mais justement l'**équivalence** est l'**égalité** qui met fin quand il le faut au « **toujours** » de l'**identité** et invitera à voir des **nombres différents** comme **égaux**. **Équivalences** que nous appelons l'**oméganité** ou **propriétés oméganes**, c'est-à-dire les **propriétés caractéristiques** des **nombres infinis**.

On a du côté des 0_n des **propriétés semblables**, les **propriétés alphanes** ou **alphanité**: $1 = 1 + 0_0$ (**onitivité** de 0_0, ou **négligeabilité** de 0_0 par rapport à **1**), ou: $0_0 = 0_0 + 0_0$ (**auto-additivité**), ou: $0_0 = 0_0 \times 0_0$ (**auto-multiplicativité**), ou: $0_0 = 0_0 \wedge \omega_0 = 0_0^{\omega_0}$ (**auto-exponentiativité versitique**), etc..

Ces **propriétés** de l'**équivalence** sont en fait celles qu'imposent d'office les axiomes de la **structure de corps**, qui ont pour conséquences ces **égalités** usuelles: $1 = 1 + 0$, ou: $0 = 0 + 0$, ou: $0 = 0 \times 0$, etc., leurs analogues pour les ω_n étant respectivement: $\omega = \omega + 1$, ou: $\omega = \omega + \omega$, ou: $\omega = \omega \times \omega$, etc.. Paradoxalement, les conceptions classiques et l'habituelle **structure de corps** qui leur sont associées, expriment l'**équivalence** pour les **nombres extrêmes**, ne serait-ce que pour les **propriétés du 0**, alors que l'**égalité** courante est censée n'être que l'**identité**. Autrement dit, on refuse en règle générale une **égalité** de la forme: $x = x + x$, ou: $x = 2x$, comme par exemple de dire: $1 = 1 + 1$ ou $1 = 2$. L'habituelle **structure de corps** ne l'accepte donc que pour $x = 0$, et quant à dire que $x = \omega$, est lui aussi solution de l'**équation**: $x = x + x$, ou: $x = 2x$, il n'en est même pas question, car ω est inconnu au bataillon dans la **structure de corps**, puisque dans cette **structure 0** n'a pas de **symétrique** pour la **multiplication**, autrement dit ω défini comme: $\omega = 1/0$ n'existe pas dans cette **structure**. Celle-ci apparaît donc comme un déni de l'**équivalence**, et ne l'accepte que partiellement pour **0**, mais à condition que son **inverse**, ω, ne soit pas de la partie (fameuse question de la **division par 0**).

L'**ensemble** des **réalis** de **0** à ω, ou plus précisément de **O** à Ω (avec: $O = 0_\Omega = 0_\omega$, et: $\Omega = \omega_\Omega = \omega_\omega$), autrement dit l'**ensemble** des **réalis** du **zéro absolu** à l'**infini absolu**, est appelé le **modulen** ou le **réalen**. Et l'**ensemble** des **ordinaux** de **0** à ω est appelé l'**ordinalen** ou l'**Ordinal** (en majuscule).

Il nous faudra garder présent à l'esprit à partir de maintenant que dans toute la suite, tous les **zéros** ou « **0** » (à savoir θ, θ^2, θ^3, …, θ^w ou **0**, puis 0^2, 0^3, 0^4, etc., et n'importe quel **réali** appelé « **zéro** »), sont des **valeurs approchées** du **0 absolu**, ses **sous-modèles** dans la **fractale des réalis**. On peut voir aussi le **0 absolu** comme une **variable**, qui peut prendre pour **valeur particulière** n'importe lequel des **zéros**. Même remarque pour le ω **absolu**, dont tout **réali** appelé « **infini** » est une **valeur approchée**. Et donc aussi, le ω **absolu** est une **variable** dont tout **réali** appelé « **infini** », et même plus généralement tout **réali** et plus généralement encore tout **nombre** (autrement dit tout **réali orienté**, comme on le verra), est une **valeur particulière**.

A chaque couple 0_n et ω_n correspondent les **nombres** δ_n et Δ_n, qui sont leurs **racines carrées** respectives: $\delta_n = \sqrt{0_n}$, et: $\Delta_n = \sqrt{\omega_n}$. Le sens de ces **nombres** δ_n et Δ_n se précisera par la suite. Par défaut, **w** désignera ω_{-1}, et θ désignera 0_{-1}. Mais de manière générale, à chaque couple 0_n et ω_n correspondent les **nombres** θ_n et w_n, tels que: $\theta_n \wedge w_n = \theta_n^{w_n} = 0_n$, et: $w_n \wedge w_n = w_n^{w_n} = \omega_n$. Autrement dit, 0_n est l'**auto-puissance versitique** de θ_n (on comprendra mieux plus tard ce que cela veut dire), et ω_n est l'**auto-puissance** de w_n. On devra par la suite distinguer quand la notation « ω » désigne un nombre « w_n » (quand par exemple « ω » désigne en fait son **audoracine** « **w**», c'est-à-dire le **nombre w** tel que: $w^w = \omega$), quand « ω » désigne un nombre « ω_n » (quand par exemple « ω » désigne l'**autopuissance** de « **w**», c'est-à-dire le **nombre** ω tel que: $w^w = \omega$), ou quand « ω » désigne l'**infini absolu**, c'est-à-dire ω_ω ou ω_Ω ou Ω. Il en est de même pour la notation « **0**», qui prendra différents sens, tantôt θ, tantôt 0_0, tantôt un des 0_n, tantôt 0_ω ou 0_Ω ou **O**. Et même ω peut désigner n'importe quel **réali** supérieur à **1** (un **êta-réali**), et alors **0** désigne son **inverse** (un **tau-réali**).

Tout simplement, comme dit un peut plus haut, les **constantes** que sont l'**infini absolu**: ω ou ω_ω ou ω_Ω ou Ω, et le **zéro absolu**: **0** ou 0_ω ou 0_Ω ou **O**, ou simplement ω et **0**, sont des **variables** qui prennent pour **valeurs** tous les autres **réalis**, et plus généralement toute **valeur** nécessaire.

Comme pour les **nombres** 0_n et ω_n, certains des **nombres** δ_n et Δ_n peuvent ne pas être distingués par la **fonction inverse**, car trop petits ou trop grands. Mais la **fonction identité** quant à elle distinguera toujours tout nombre ou tout objet. Quand nous ne distinguons pas, c'est qu'implicitement on se place du point de vue d'une certaine **fonction** qui ne distingue pas les objets concernés (par exemple la **fonction carré** ou: $y = x^2$ ne distingue pas **-5** et **+5**, car les deux ont le même **carré +25**). Et quand nous distinguons, c'est que nous plaçons implicitement du point de vue d'une **fonction** qui distingue les objets en question, et à défaut, ce sera la **fonction Identité**: $Id(x) = x$, qui, elle, **distingue tout**. Pour elle, il n'y a que l'objet **x** qui est **égal** à **x**. Tout objet **différent** de **x**, est donc pour elle... eh bien **différent** de **x** (nous détaillerons en tant venu la question de l'**Identité** et de l'**Équivalence**).

De même que pour **0** et ω, il existe différentes versions du « **1** » ou « **un** », l'élément central dans la **trinité**: **0**, **1** et ω. A chaque **zéro** 0_n, correspond une version du **1**, qui est: $1_n = 1 + 0_n$. C'est le **1 relatif**, par opposition au **1 absolu**, qui est donc simplement **1** ou **1+0**, où **0** désigne le **zéro absolu**. D'une manière générale, étant donné un **réali infini** η (lire « **êta** » minuscule), et son **inverse** ε (c'est-à-dire $\varepsilon = 1/\eta$ et $\eta = 1/\varepsilon$, et ε est à lire « **epsilon** » minuscule, les **nombres epsilon** sont des cas particuliers de **nombres tau**, qu'on verra, ils représentent l'idée de « **réali tau très petit par rapport à 1** »), le **1 relatif** associé à ε est: $1_\eta = 1 + 1/\eta = 1 + \varepsilon$. L'importance du **1 relatif** est qu'il intervient dans la définition d'un **nombre** important, qui est le **réali e**, la **base** du **logarithme naturel**. Ce **nombre e** relativement à l'**infinitésimal** ε, est: $e_\eta = (1 + \varepsilon)^\eta$. Autrement dit, le **1 relatif** à ε, à la **puissance** l'**infini** qui est l'**inverse** de ε. Chaque **infini** η ou **infinitésimal** ε a ainsi son **1** associé, son **nombre e** associé, etc.. Plus η est grand (ce qui veut dire donc que plus ε est petit), plus le **nombre e** est précis et se rapproche de sa version **absolue**. Comme pour **0**, **1** et ω, le **nombre e**, mais aussi les **nombres** comme π, ont leurs versions **absolues** et leurs versions **relatives**. Tout dépend de l'**infini** ou du **zéro** considéré.

Par exemple, pour $\eta = 10^{10} = 10000000000$, on a: $\varepsilon = 1/\eta = 10^{-10} = 0.0000000001$, et le **1** associé est donc: $1_\eta = 1+ \varepsilon = 1.0000000001$, et par conséquent le **e** associé est: $e_\eta = (1 + \varepsilon)^\eta = 1.0000000001^{10000000000} = 2{,}718281828323...$, ce qui est déjà une bonne approximation du **e absolu**, qui est $e = 2{,}7182818284590452...$.

Le **1** dans la plupart des calculs sera le **1 absolu**. Mais dans certains calculs, notamment ceux où interviennent l'**exponentielle**, le **logarithme**, mais aussi certaines notions importantes de l'analyse (**dérivée**, **intégrale**, **limites** de **suites**, etc.), c'est le **1 relatif** qui doit servir dans le calcul, ou en tout cas aux endroits qui le nécessitent, comme dans l'exemple qu'on vient de donner pour le calcul de **e**, dont la définition absolue est: $e = 1\hat{}\omega = 1^\omega$.

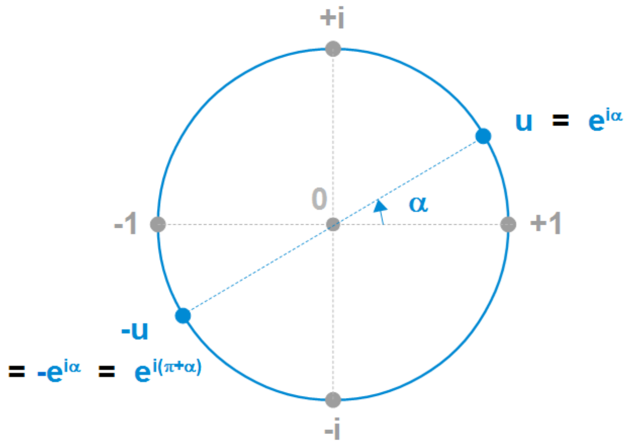
La notion de **réali** ou **module**, c'est donc la notion de **nombre positif** mais au sens le plus **absolu** du mot **positif**, à savoir un **nombre** sans aucun **signe**, sans aucune **orientation** (la notion d'**orientation** généralise la notion de **signe**, on y reviendra), comme par exemple **0**, **1**, **2**, **e** ou **2.718281818...**, **3**, π ou **pi** ou **3.14159265...**, **41**, **2543**, ω. Ce sont des exemples de ce que nous appelons des **nombres omégaréels** ou ω**-réels**, en raison de la présence maintenant de l'**Infini Oméga**, à savoir ω, le **Nombre de Dieu** (on peut l'appeler ainsi), qui est la **clef** perdue (ou plutôt **niée**) qui permet de comprendre les **nombres**, de comprendre enfin l'**Univers**, de comprendre **Tout**.

Mais par exemple: **+0**, **-0**, **-1**, **+1**, **-2**, **+2**, **-e**, **+e**, $-\pi$, $+\pi$, **-41**, **+41**, sont des **nombres réels** au sens classique du mot « **réel** », à savoir un **nombre réel** ou **omégaréel** (au nouveau sens du terme « **réel** ») affectés d'un **signe** « **+** » ou un **signe** « **-** », qui sont les deux cas particuliers fondamentaux d'**orientation** (on y reviendra aussi).

ii) On qualifie actuellement de « **négatifs** » les **nombres** précédés du **signe** « **-** », et de « **positif** » ceux qui sont précédés du **signe** « **+** ». Mais (même si on reviendra largement là-dessus), dans la nouvelle vision des **nombres**, ils sont tous **positifs**, et plus généralement TOUS les **nombres** sont **positifs**, c'est-à-dire ils sont TOUS des **réalis**, mais diffèrent seulement par leurs **orientations**. Comme déjà dit, tous les **points** du **cercle** ci-dessous par exemple, de **centre 0** et de **rayon 1**, sont le même **réali** ou **module 1**, mais **orienté** d'une infinité de façons.

Parce que nous sommes dans un **plan**, un **espace** de **dimension 2**, et donc que nous intéressons dans cet exemple aux **nombres** du **plan**, qu'on appelle habituellement les **nombres complexes** (mais cela se généralise très facilement aux **espaces** de n'importe quelle **dimension**), chaque **orientation** est ici représentée par un **angle** α (lire « **alpha** », ici **alpha** en tant que nom d'**angle**), qui va de **0** à 2π **radians**, ou de **0** à **360°**, si l'**angle** est mesuré en **degré**. L'**orientation** d'**angle 0°** est celle du **nombre +1**, que nous appelons **ANI**; et l'**orientation** d'**angle 90°** ou $\pi/2$ est celle du **nombre +i**, qui est l'**orientation anitive** du **nombre unité complexe** dont la

propriété caractéristique est: $i^2 = -1$, ou: $i^2 + 1 = 0$, ou encore: $e^{i\pi} + 1 = 0$, selon la splendide formule du grand mathématicien suisse **Leonhard Euler**, qui avec cela a trouvé l'un des **grands secrets** de l'**Univers** .



Le **nombre i** est actuellement improprement qualifié de « **nombre imaginaire** », d'où la traditionnelle lettre « **i** » pour le désigner. Mais ce **nombre** n'est pas « imaginaire » du tout mais bien **RÉEL**! Nous avons évoqué plus haut pourquoi malgré les apparences et tout ce qu'on en a dit, il est bien **RÉEL**. Comme nous avons commencé à le voir, le **nombre i**, et plus généralement tous les **nombres complexes**, et plus généralement encore tous les **nombres orientés**, sont simplement ce que deviennent les **réalis** au-delà d'un certain **horizon infini**. Le **nombre i** est simplement l'une des **infinités** d'**orientations** dans le **plan** du **réali** ou **module** ou **rayon 1**, l'**orientation** d'**angle 90°** ou **π/2** donc. Elle est tout aussi **réelle** que les autres **orientations**, comme **+1** et **-1**, qui sont toutes le même **réali 1**. Et justement, après l'**orientation +i**, l'**orientation** d'**angle 180°** ou **π** est celle du **nombre -1**, que nous appelons l'**ANTI**, la deuxième très importante **orientation** de l'**axe** des **nombres réels**, l'**espace** de **dimension 1**, qui est la **référence** en matière d'**axe** ou d'**orientation**. Et l'**orientation** d'**angle 270°** ou **3π/2** est celle du **nombre -i**, qui est l'**orientation antitive** du **nombre i**. Et on boucle le **tour** des **orientations** avec l'**angle 360°** ou **2π**, que nous appellerons l'**angle tour** ou **angle touradian**, et que nous noterons **ø**.

Certains l'appellent l'**angle** « **tau** » et le notent « **τ** ». Nous l'adoptons aussi comme notation secondaire, qui ne doit pas être confondue avec la notion de **nombre** « **tau** » ou « **τ** » dont nous devons commencer à parler maintenant.

Nous appelons **réali** ou **nombre** « **tau** » ou un **tau-réali** ou encore un **tau-réel**, noté **τ**, un **nombre omégaréel** quelconque de l'**intervalle [0, 1]**, c'est-à-dire tout **nombre omégaréel** tel que: $0 \leq \tau \leq 1$. Par définition, la **finitude** de **τ** est **τ**, ce qui signifie que la phrase: « **τ** est un **nombre fini** » a une **valeur de vérité** de **τ**, et une **valeur de fausseté** de $1 - \tau$. Et la phrase : « **τ** est un **nombre infini** » a une **valeur de vérité** de $1 - \tau$, et une **valeur de fausseté** de **τ**.

Le lien entre les deux notions de « **tau** » est que toute **orientation angulaire α** du **plan** est de la forme: $\alpha = \tau \times ø$, où donc **ø** est **2π**, et où **τ** est tel que: $0 \leq \tau \leq 1$.

Et nous appelons **nombre** ou **réali** « **êta** » ou un **êta-réali**, noté **η**, tout **module** ou **nombre** de l'**intervalle [1, ω]**, donc tel que: $1 \leq \eta \leq \omega$. Ainsi donc, tout **tau-réali** est de la forme: $1/\eta$, où **η** est un **êta-réali**, et tout **êta-réali** est de la forme: $1/\tau$, où **τ** est un **tau-réali**. Par définition, la **finitude** de **η** est $\tau = 1/\eta$, ce qui signifie que la phrase: « **η** est un **nombre infini** » a une **valeur de vérité** de $1 - 1/\eta$, et une **valeur de fausseté** de $1/\eta$. Et la phrase : « **η** est un **nombre fini** » a une **valeur de vérité** de $1/\eta$, et une **valeur de fausseté** de $1 - 1/\eta$.

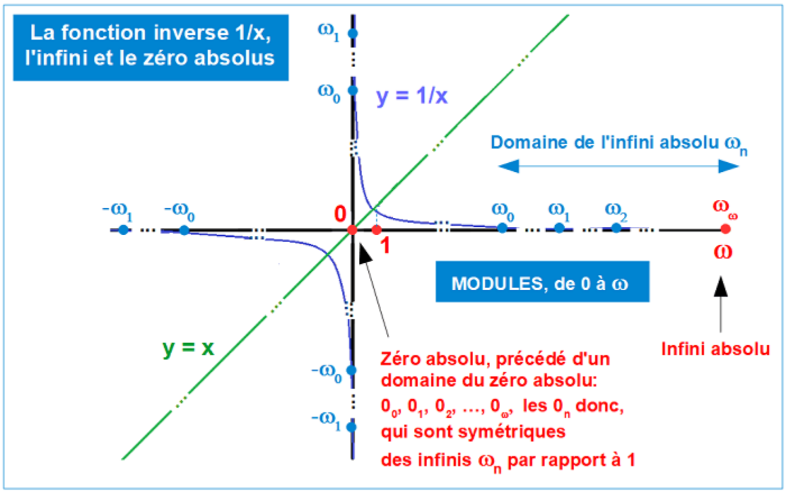
Nous reviendrons en détail plus tard sur la notion de **finitude** et d'**infinitude**, mais ceci permet de comprendre d'ores et déjà le sens que nous donnons aux mots « **fini** » et « **infini** », tels que nous les emploierons principalement tout au long de ce livre. La **valeur de vérité** ou de **fausseté** est un **nombre** entre **0** (**nombre** représentant le **faux**) et **1** (**nombre** représentant le **vrai**), ce qui veut dire un **pourcentage** entre **0%** et **100%**. Et en vertu des définitions posées, il est clair qu'un **réali x** et son son **inverse 1/x** ont la même **finitude** et la même **infinitude**, c'est une notion **symétrique** par rapport à **1** selon la **symétrie des inverses**, d'où l'importance de la **fonction inverse** dans cette notion. Grosso modo et intuitivement, un **réali fini** signifie un **réali pas trop petit** ou **pas trop grand** par rapport à **1**. Et un **réali infini** signifie un **réali** très petit par rapport à **1** (donc proche de **0**) ou très grand par rapport à **1** (donc proche de **ω**).

Ce sont ces notions vagues du genre « **très petit par rapport à** » ou « **très grand par rapport à** », que la notion de **finitude** et d'**infinitude** permet de quantifier de manière très précise, de même que les notions du genre « **un peu vrai** », « **vrai** », « **très vrai** », « **absolument vrai** », etc., et « **un peu faux** », « **faux** », « **absolument faux** », etc.. Au lieu donc de ces **quantifications** vagues, on donne la **valeur exacte** de la **finitude** ou de l'**infinitude**, qui est la notion clef permettant de **graduer** toute autre notion.

Le **nombre** $\mathbf{1 - 1/\eta}$ est le **nombre** « **jumeau** » de : $\mathbf{1_\eta = 1 + 1/\eta}$, qui est le **1** associé à **η**. Ils sont d'autant plus « **jumeau** » et très proche que η est grand. Si η vaut ω, alors: $\mathbf{1 + 1/\eta = 1 + 1/\omega = 1{+}0}$, est noté « **1+** » ou $\mathbf{1_+}$. Et: $\mathbf{1 - 1/\eta = 1 - 1/\omega = 1{-}0}$, est noté « **1–** » ou $\mathbf{1_-}$.

Les **réalis** $\mathbf{1_+}$ et $\mathbf{1_-}$ sont évidemment **équivalents** à **1**, mais néanmoins sont des objets **distincts**, d'autant plus si **ω** n'est pas l'**infini absolu**, et même s'il l'est, car l'**identité** distingue tout, on a dit. En effet, $\mathbf{1_+^{\omega} = (1 + 0)^{\omega} = e}$, et: $\mathbf{1_-^{\omega} = (1 - 0)^{\omega} = 1/e}$, ce qui montre bien qu'il faut distinguer $\mathbf{1_+}$ et $\mathbf{1_-}$, et plus généralement $\mathbf{x_+}$ et $\mathbf{x_-}$, c'est-à-dire « **x + 0** » et « **x – 0** ».

En particulier donc, on a « **0+0** » ou **+0**, qu'on notera $\mathbf{0_+}$, et « **0 – 0** » ou **-0**, qu'on notera $\mathbf{0_-}$, où le premier « **0** » est impérativement le **0 absolu**, le second n'étant pas obligé de l'être, il peut se contenter d'être une **valeur approchée** du **0 absolu**. Autrement dit, **+0** ou $\mathbf{0_+}$, désigne « **0 absolu + 0** », et plus précisément: « $\mathbf{0_\omega + 0}$ ». Et **–0** ou $\mathbf{0_-}$, désigne « **0 absolu – 0** », et plus précisément: « $\mathbf{0_\omega - 0}$ ». Les **nombres** $\mathbf{0_+}$ et $\mathbf{0_-}$ sont deux **nombres distincts**, deux **orientations différentes** du **réali 0**. Et on a: $\mathbf{1/0_+ = +\omega}$, ce qu'on appelle habituellement « **plus l'infini** », et: $\mathbf{1/0_- = -\omega}$, ce qu'on appelle habituellement « **moins l'infini** ». Comme on le voit donc une fois encore avec la **fonction inverse**, l'un de ses enseignements importants.



On note au passage que $\mathbf{0_+}$ est un **réali**, tandis que $\mathbf{0_-}$ ne l'est pas ou vient juste de cesser de l'être.

La **différence** entre **réalis** $\mathbf{0_+}$ et $\mathbf{0_-}$ est minime, certes, tout comme celle entre $\mathbf{1_+}$ et $\mathbf{1_-}$, et plus généralement entre $\mathbf{x_+}$ et $\mathbf{x_-}$. Mais amplifiée par l'**infini**, cette **différence** peut donner des **effets très différents**. C'est ici une sorte d'« **Effet papillon** ».

Cela se traduit avec la **fonction inverse** par le fait qu'à droite de l'**abscisse 0**, la **courbe** de la **fonction** monte vers l'**infini absolu**, en **valeurs anitives**, habituellement dites « **positives** », et juste à gauche de **0** elle descend vers l'**infini absolu**, en **valeurs antitives**, habituellement dites « **négatives** ». Par abus, comme on le fait traditionnellement, nous assimilons les **nombres** d'**orientation anitive** (ou **nombres anitifs**) avec les **nombres unitifs**, ou **nombres positifs**, ou **réalis**, qui, normalement désignent les **nombres sans orientation**, c'est-à-dire les **nombres absolus** (les **valeurs absolues** précisément), **sans aucun signe**. Autrement dit, nous confondons, comme à l'accoutumé, « **absence de signe** » et « **signe +** », comme par exemple confonde « **+1** » et « **1** », c'est-à-dire $\mathbf{1_+}$ et **1**. Par contre on doit impérativement distinguer $\mathbf{1_-}$ et **1**, c'est-à-dire **1–** et **1**. On introduit ainsi une **dissymétrie** de conception en privilégiant les **nombres anitifs** et en les assimilant aux **réalis**, mais en réalité il y a **symétrie**. La **dissymétrie** ici est donc juste un **abus de langage** pour simplifier.

Il est clair que tout **réali r** est de la forme: **r = n + τ**, où **n** est un **ordinal**, c'est-à-dire un **nombre entier** (**fini** ou **infini**), pouvant être **0**, et où **τ** est un **tau-réali**. Si **n = 0**, alors **r** est un **tau-nombre**. Si: **1 ≤ n ≤ ω**, alors **r** est un **êta-réali**. Si **n** est un **ordinal fini** (cette notion se précisera), alors **r** est un **réali fini**. Et si **n** est un **ordinal infini** (cette notion se précisera aussi), alors **r** est un **réali infini**. Mais dans ce cas (on en reparlera aussi) la **partie τ** du **réali r = n + τ** devient insignifiante devant **n**, car les **réalis infinis** acquièrent des **propriétés oméganes**, dont l'**énitivité**: **r = r + 1**. Cela veut dire que **1** devient insignifiant devant **r** (donc aussi devant **n**), à plus forte raison un **tau-nombre**. Par conséquent, plus un **réali r** devient **infini**, plus il est équivalent à un **nombre entier** ou **ordinal**. Autrement dit, pour les **réalis infinis**, la frontière entre **nombre entier** et **nombre non entier** se gomme. Raison pour laquelle par la suite quand nous parlons d'un **réali infini r** qui, en général est un **nombre non-entier**, nous en parlons systématiquement comme d'un **nombre entier**.

Par exemple, pour un **réali** comme **e = 2.718281818...**, le **nombre τ** qui est sa **partie décimale**, à savoir **τ = 0.718281818...**, compte. Mais pour le **réali r = 2578963251456900231229754410036951 6.718281818...**, qui a la même **partie décimale** ou **τ**, mais une partie **entière n** assez grande, la **partie décimale** devient négligeable, et par conséquent le **réali r** devient (on le comprend aisément) équivalent au **nombre entier n = 25789632514569002312297544100369516** ou **n+1 = 25789632514569002312297544100369517**. C'est la raison pour laquelle quand nous parlerons des **réalis infinis** comme par exemple: **w = aur(ω)**, **Λ = ln(ω)**, **λ = ln(w)**, etc., ils seront explicitement ou implicitement considérés comme des **ordinaux** (**nombres entiers**).

Un **nombre** est donc fondamentalement un **réali** mais simplement **orienté**, comme ici dans le **plan**, et plus généralement dans tout **espace** de n'importe quelle **dimension**. D'où l'impérative nécessité de bien comprendre maintenant les deux notions de **réali** et d'**orientation**. Les **orientations** sont la notion générale de **signe** d'un **nombre**. Le **nombre -1** ou **ANTI** par exemple, n'est pas « négatif » au sens où l'on entend habituellement la notion de « **nombre négatif** ». Il est juste une **orientation**, celle d'**angle 180°**. Autrement dit, il est le même **réali**, mais **orienté** différemment que **+1**, **+i**, **-i**, etc., qui sont eux aussi le même **réali** ou **rayon 1**. Un **réali** est donc un **nombre** indépendamment de toute **orientation** considérée, un **nombre** sans **signe** donc, un **nombre absolu**, une **valeur absolue**, à ne pas confondre systématiquement avec le **nombre +1** par exemple, qui est un **nombre anitif** (en l'occurrence le **nombre ANI** lui-même), même s'il est souvent très pratique d'assimiler les deux, en raison de leurs propriétés très équivalentes. Mais en toute rigueur, **+1** est l'**orientation 0** du **réali** ou **réel 1**, et à ce titre c'est une **orientation** comme toutes les autres. Elle est juste privilégiée par rapport aux autres, c'est-à-dire elle est prise comme **référence**. Mais n'importe quel **point** du **cercle** peut aussi être pris comme point de **référence**, c'est-à-dire comme le **commencement** et la **fin** du **cercle**, son **point alpha** et son **point oméga**. Ceci est une propriété générale des **hypersphères**, n'importe quel **point** de l'**enveloppe** peut être pris comme **point ANI**. Tous les points sont parfaitement **équivalents** pour ce rôle.

iii) Le **nombre ω** est un **réali infini**, le **réel infini**, de même que son **carré**, **ω**^{2}, ou son **cube**, **ω**^{3}, etc., qui sont des **réalis infinis supérieurs** à **ω**. L'**inverse** de **ω** est **0**, un **nombre** de la catégorie du **zéro** (on reviendra aussi largement sur la notion d'**inverse** d'un **nombre**, même si déjà nous avons commencé à éclaircir la notion avec la **fonction inverse**). Et l'**inverse** du **réali ω**^{2} est le **nombre zéro** de **degré 2**, à savoir **0**^{2}, qui est un **réali** aussi, car, comme **ω**^{2} son **inverse**, il n'a pas d'**orientation** particulière, il n'a pas de **signe**, c'est un **nombre absolu**, donc **positif** au sens **absolu** du terme. Le **réali 0**^{2} est **infiniment plus petit** que **0**, il est **inférieur** à **0** donc, **en dessous** de **0**, exactement comme son **inverse**, **ω**^{2}, est **infiniment supérieur** à **ω**, **au-dessus** de **ω**. Le **nombre 0**^{2} est **inférieur** à **0**, « **en dessous de 0** » comme on dit aussi couramment, et pourtant il n'est pas « **négatif** » au sens habituel de la notion de **nombre** « **négatif** » (par là actuellement on désigne en fait un **nombre antitif**, comme par exemple **-1**). Cette notion habituelle de « **négatif** » est celle des **nombres relatifs**, comme par exemple les éléments du classique **ensemble** des **nombres entiers relatifs**: **Z = {…, -4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, +4, …}**, **l'ensemble** formé donc de **nombres entiers antitifs**, suivis de **0** puis des **nombres anitifs**. Un **nombre inférieur** à **0** n'est donc pas **nécessairement antitif** ou « **négatif** » au sens habituel.

Les **nombres infinis** existent dans les mathématiques actuelles, évidemment, mais pas en tant que **NOMBRES RÉELS** à part entière, obéissant à **une seule arithmétique** ou **algèbre** avec les autres **nombres**. L'**unique arithmétique** ou **algèbre** est éclatée en une multitude dans les mathématiques au pluriel, telle une image unique morcelée en une infinité de pièces d'un Puzzle, chaque pièce étant une spécialité ou un domaine plus ou moins séparé des autres. C'est là le fond du problème, et nous sommes en train de **reconstituer le Puzzle**, de **reconstruire** l'**unique arithmétique** et l'**unique algèbre** de **TOUS les nombres**, l'**unique science**, celle de l'**Univers TOTAL**, l'**Alpha** et l'**Oméga**. Comprenons que de même qu'il existe une infinité de **réalis infinis** au-dessus de **ω**, comme par exemple **ω**^{2}, **ω**^{3}, **ω**^{4}, etc. (et là **ω** désigne en fait **ω**$_0$), de même aussi il existe une infinité de **réalis infinitésimaux** en **dessous** de **0**, comme par exemple **0**^{2}, **0**^{3}, **0**^{4}, etc. (et là **0** désigne **0**$_0$), qui sont les

inverses des **réalis infinis** correspondants, et vice-versa. Ils sont donc en dessous de **0**, sans pour autant être **antitifs**, c'est-à-dire sans avoir une **orientation ANTI**.

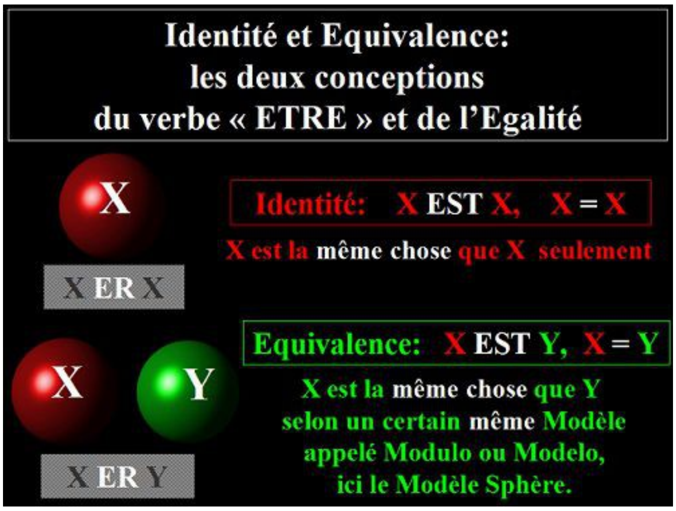
iv) L'**identité** et l'**équivalence**, les deux facettes de la notion d'**égalité**, sera étudiée et expliquée tout au long de ce livre.

L'**équivalence** est actuellement considérée comme la généralisation de l'**égalité**, à savoir l'**identité**. Mais en fait, c'est l'**identité** qui est un cas particulier de l'**égalité**, à savoir l'**équivalence**! Autrement dit simplement, l'**égalité**, c'est l'**équivalence** et non pas l'**identité** (on y reviendra en détail tout au long du livre et dans la partie C).

Ceci a l'air de rien comme cela, mais la conception de l'**égalité** change profondément la notion de **nombre** et sa compréhension. Changer d'**égalité**, c'est changer d'**ontologie** (conception de l'**Etre** ou du verbe **ETRE**), et c'est tout changer en fait.

Commençons à faire plus ample connaissance avec l'**identité** et l'**équivalence** selon leurs appellations actuelles, que je nomme dans la nouvelle appellation l'**identité** (prononcer alors « idène-tité », comme pour dire « idem » ou « idème ») et l'**édentité** (prononcer « édène-tité », et on introduit alors le mot « **édem** », qui veut dire « '**même**' mais au sens de l'**édentité** » ou **équivalence**, qui est pour l'« **édentité** » ce que le mot « **idem** » est pour l'**identité**, mot « **idem** » qui veut dire « '**même**' mais au sens de l'**identité** »). L'**identité** et l'**édentité** sont donc les deux faces de l'**égalité**.

Identité et Distinction, Équivalence (Édentité) et Différence
Chaque **nombre** a son **identité propre**, qui le **distingue** des autres **nombres**, et chaque **chose** a son **identité propre**, qui la **distingue** des autres **choses**. Les reste est une question d'**équivalence** entre les **différentes identités**.



Pour deux **choses distinctes x** et **y**, ce que nous écrivons: « **x <> y**» (à lire: « **x est distinct de y** » ou: « **x est non-identique à y** ») ou « **x ≠ y**» (à lire: « **x est différent de y** » ou: « **x est non-égal à y** »), deux **choses x** et **y** qui ont donc chacune son **identité propre**, ce que nous écrivons: « **x == x** » (à lire: « **x identique à x** »), et: « **y == y** » (à lire: « **y identique à y** »), avoir une certaine **identité commune z** est la définition de l'**équivalence** ou de l'**égalité** de **x** et **y** du **point de vue** de **z** ou **modulo z**. Cette **identité commune z** est ce qu'on appelle en général une **propriété** (**commune**), une **propriété caractéristique**, une **propriété d'ensemble**, une **nature** (**commune**), un **modèle** (**commun**), etc.. On note alors: « **x** $=_z$ **y** » ou simplement: « **x = y** », s'il n'y a pas d'ambiguïté sur l'**identité commune z** en question.

Par exemple, les deux **nombres pairs 6** et **10** sont **distincts**, **différents**, mais ont une **identité commune z** qui est celle de « **nombre pair** », et qui peut se résumer par le **nombre 2**. Ces deux **nombres 6** et **10** sont des « **deux** », ils appartiennent à la famille de « **DEUX** » (autrement dit la famille des **pairs**), l'un étant « **deux fois trois** » et l'autre étant « **deux fois cinq** ». Ils sont donc **équivalents** ou **égaux** en tant que **deux**, on écrit alors: « **6** $=_{\text{parité}}$ **10** » ou simplement: « **6 = 10** », s'il n'y a pas d'ambiguïté sur le fait qu'on parle d'**équivalence** en matière de **parité**.

L'**identité** est un cas particulier d'**égalité**, c'est-à-dire un cas particulier d'**équivalence**. Deux **choses identiques x** et **y** sont **équivalentes** (ou **égales**) quelle que soit la **relation** d'**équivalence** (ou d'**égalité**) considérée. Dire que deux **choses x** et **y** sont **identiques**, c'est dire que **x** et **y** sont deux **noms** différents ou deux **expressions** différentes pour désigner **une seule** et **même chose a**. Ou que les deux **choses x** et **y représentent** le **même objet a**. Par exemple, les deux **expressions** « **5+5+5** » et « **3×5** » **représentent** le même **entier 15**. On écrit alors: « **5+5+5 == 3×5** ». Et alors on a aussi : « **5+5+5 = 3×5** », quel que soit le sens que l'on donne au signe « **=** », du moment où les objets étudiés sont les **nombres** par exemple, et non pas les **expressions** (en l'occurrence les **expressions opérationnelles**, comme on le verra). Car, si on parle des **expressions**, les deux **expressions « 5+5+5 »** et **« 3×5 »** ne sont pas **identiques**, l'une étant une **addition** et l'autre une **multiplication**. Mais les deux **expressions** représentent un **même nombre**, **15**, appelé le **résultat** de ces deux **opérations**. Les deux **opérations** sont **équivalentes** ou **égales** en ce sens qu'elles donnent le **même résultat**.

Et maintenant, une **chose x** et la même **chose x** sont **identiques**, on a donc toujours « **x == x** » quel que soit le type de **chose x** dont on parle, que ce soit un **nombre**, une **opération**, un **expression**, une **étoile**, un **atome**, une **plante** ou autre. Et par conséquent, on aura toujours « **x = x** », quelle que soit l'**équivalence** ou l'**égalité** notée par le signe « **=** ». Deux choses **identiques** sont donc toujours **équivalentes** (**égales**), mais l'inverse n'étant pas forcément vrai, car deux choses **équivalentes** (**égales**) peuvent être **distinctes** ou **différentes**, comme par exemple **6** et **10** dans la **relation** d'**égalité** (ou **équivalence**) qu'est la **parité** plus haut, ou les **expressions** différentes **« 5+5+5 »** et **« 3×5 »** pour la **relation** d'**égalité** qu'est le fait d'avoir le **même résultat**.

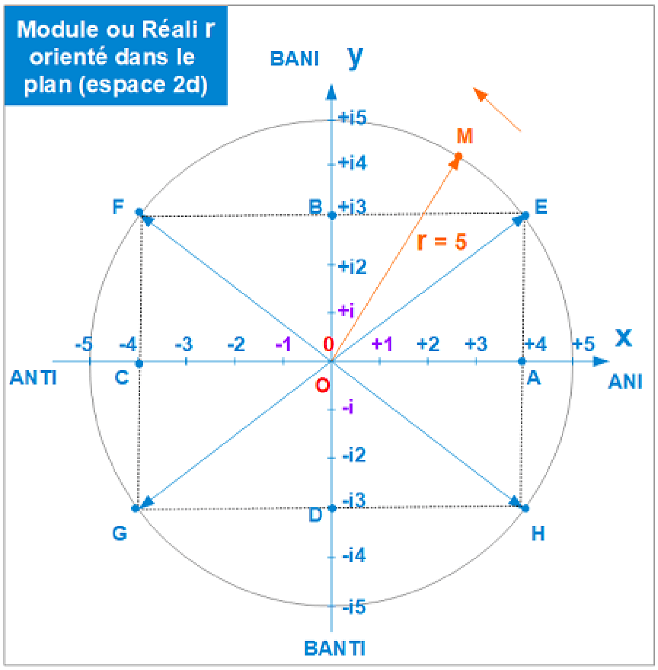
En ce qui concerne la **fonction inverse**, **versi(x) = 1/x** (rappelée encore ci-après), on peut noter que dans la plage des **réalis** allant de $\mathbf{0_0}$ à $\boldsymbol{\omega_0}$, l'**égalité** qui prévaut est l'**identité**. C'est la plage où règne la vérité du genre « **2+1 = 3** » ou « **2+2 = 4** », c'est-à-dire où **ajouter 1** à un **réali** l'**augmente**, donne un **réali différent**, et où **ajouter** un **réali** à lui-même donne son **double**. Mais dans la plage des **réalis** allant du **0 absolu**, $\mathbf{0_\omega}$, au **réali** $\mathbf{0_0}$ (pour ce qui est des **zéros**), et dans la plage des **réalis** allant de $\boldsymbol{\omega_0}$ au **ω absolu**, $\boldsymbol{\omega_\omega}$ (pour ce qui est des **infinis**), il se produit un phénomène que je qualifie de phénomène de **clôture**, et qui est précisément la **clôture** du règne de l'**identité**. Celle-ci en effet cède peu à peu la place à l'**équivalence**. Pour ce qui est du domaine des **infinis**, cela signifie par exemple que l'on ne distingue plus $\boldsymbol{\omega_0}$ et $\boldsymbol{\omega_0+1}$, un **infini** donné et son **double**, et plus généralement un **infini** et tous ceux qui viennent après lui, puisque tous ont la même **ordonnée 0**, ce qui se traduit par le fait que la **courbe** de la **fonction inverse** devient **plate**, **horizontale**. Autrement dit, à partir de $\boldsymbol{\omega_0}$, le calcul **1/x** pour un **réali x** considéré donne le même **résultat 0**. On ne distingue donc plus ces **réalis x** par leurs **résultats**, ils sont sont **équivalents** (**égaux**) de ce point de vue.

On a un phénomène semble dans le domaine des **zéros**, du **réali 0 absolu**, $\mathbf{0_\omega}$, au **réali** $\mathbf{0_0}$, la **courbe** est pratiquement **verticale**, ce qui veut dire ce que ces **réalis** ont du mal à se distinguer du **0**. Autrement dit, une infinité d'**ordonnées** de $\boldsymbol{\omega_0}$ au **ω absolu**, $\boldsymbol{\omega_\omega}$, ont la même **abscisse 0**, ce qui revient aussi à dire que les **réalis** allant de **0 absolu**, $\mathbf{0_\omega}$, à $\mathbf{0_0}$, ont la même ordonnée **ω absolu**, $\boldsymbol{\omega_\omega}$. Autrement dit encore, en dessous de $\mathbf{0_0}$, tous les **réalis** deviennent **équivalents**, **égaux**. Ces deux plages de **réalis** $[\mathbf{0_\omega}, \mathbf{0_0}]$ et $[\boldsymbol{\omega_0}, \boldsymbol{\omega_\omega}]$, sont donc des zones de transition, où l'**identité** cède la place à l'**équivalence**.

Et en dessous de $\mathbf{0_\omega}$, tous les **réalis** sont carrément **égaux** à $\mathbf{0_\omega}$, l'**équivalence** est pleinement installée, là ajouter un **réali** à lui-même donne lui-même, ce qui se traduit par la loi classique: **0 + 0 = 0**. Le **double**, le **triple**, le **quadruple** de **0**, etc., c'est toujours **0**. Il faudrait **itérer** cette **opération** un **nombre** de fois de l'ordre de l'**infini absolu**, $\mathbf{0_\omega}$, pour que le résultat commence à être autre chose que le **0 absolu**. Le **carré** de **0** (ou $\mathbf{0^2}$), son **cube** (ou $\mathbf{0^3}$), etc. (qui du point de vue de l'**identité** sont des **réalis** plus petits que **0**), sont tous **égaux** à **0**. C'est donc l'**ultime 0** (l'**ultime zéro**, l'**ultime Alpha**).

Même chose au-dessus de $\boldsymbol{\omega_\omega}$, où là aussi l'**équivalence** est pleinement installée, tous les **réalis** sont **équivalents**, ajouter un **réali** à lui-même donne lui-même, ce qui se traduit par: **ω + ω = ω**. Le **double**, le **triple**, le **quadruple** de **ω**, etc., c'est toujours **ω**. Le **carré** de **ω** (ou $\boldsymbol{\omega^2}$), son **cube** (ou $\boldsymbol{\omega^3}$), etc. (qui du point de vue de l'**identité** sont des **réalis** plus grands que **ω**), sont tous **égaux** à **ω**, qui est donc l'**ultime ω**.

v) Un **nombre** est donc par définition un **réali orienté**, ce qui ramène la notion générale de **nombre** à la notion clef de **réali**. Un **nombre réel**, en l'occurrence **omégaréel**, est un **réali orienté anitivement** (**orientation ANI**, notée « **+** » ou « **+1** » et appelé le **signe** « **+** », habituellement le **signe** « **positif** ») ou **antitivement** (**orientation ANTI**, notée « **-** » ou « **-1** » et appelé le **signe** « **-** », habituellement le **signe** « **négatif** »). Et la notion d'**orientation**, **anitive** ou **antitive** et de manière très générale, est elle-même, comme on le verra par la suite, définie à partir de la notion de **réali**.



Par exemple, l'**orientation** ou **signe ANI** peut être définie comme étant le **couple** de **réalis** (**1**, **0**), où **0** est le **0 absolu**, et (**1**, **0**) est noté « **+1** » ou simplement « **+** »; et l'**orientation** ou **signe ANTI** peut être définie comme étant le **couple** de **réalis** (**0**, **1**), et (**0**, **1**) est noté « **-1** » ou simplement « **-** ». Ou l'inverse, à savoir que c'est le **couple** (**0**, **1**) qui est défini comme étant l'**ANI** et (**1**, **0**) défini comme étant l'**ANTI** (on reviendra plus en détail sur la définition des **nombres** dits **relatifs**, c'est-à-dire les **réalis orientés anitivement** ou **antitivement**, les **nombres réels** donc).

D'une manière générale, une **orientation** est en effet définie par une **suite** de **réalis** r_i, à savoir (r_1, r_2, r_3, …, r_n), où **n** est un **nombre entier** ou **ordinal fini** ou **infini**, et à prendre dans cet **ordre**, **suite** qui peut toujours se ramener à un certain **réali unique**: $r = r_1\,\omega^{p1} + r_2\,\omega^{p2} + r_3\,\omega^{p3} + \ldots + r_n\,\omega^{pn}$, où les p_i sont des **nombres omégaréels anitifs** ou **antitifs** distincts deux à deux, et en particulier des **ordinaux relatifs** et plus particulièrement encore des éléments du classique ensemble **Z** des **nombres entiers relatifs**. Les ω^{pi} sont les **vecteurs de base** d'un **espace vectoriel** dont les **éléments** sont des **nombres omégaréels**, **éléments** qui sont des **polynômes** au cas où les p_i sont des **ordinaux relatifs** (tout cela se précisera, notamment dans la partie B).

La notion de **nombre** se réduit fondamentalement donc à celle de **réali**, qui est la notion que nous allons commencer à bien comprendre.

vi) Nous notons R^+_ω l'**ensemble** de **tous** les **réalis** de **0** à **ω** (le **réalen** ou **modulen** donc), par R_ω l'**ensemble** de **tous** les **nombres omégaréels** de -ω à +ω, (que nous appelons aussi la **droite omégaréelle**), et par R^+_r l'**ensemble** de **tous** les **réalis** en général, et par R_r l'**ensemble** de **tous** les **nombres omégaréels** en général (que nous appelons aussi l'**hyperdroite omégaréelle**).

vii) Par analogie aux **fonctions réelles** qui à un **réel** associe un autre **réel**, nous appelons une **fonction de réali** ou **fonction réalie** ou **fonction de module** toute **fonction f** qui à un **réali x** associe un autre **réali f(x)**, et plus généralement toute **fonction f** qui à **n réalis**: x_1, x_2, x_3, …, x_n, associe un **réali** $f(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n)$, où **n** est un **ordinal** (ou **nombre entier**) **fini** ou **infini** (toutes ces notions d'**ordinal**, de **nombres entiers**, de **finitude** et d'**infinitude**, etc., se préciseront par la suite). Les **fonctions réalies** sont donc des cas particuliers de **fonctions réelles**, elles sont primordiales. Les **fonctions d'une variable**: x, x^2, x^3, etc., $1/x$, $\sqrt{x}$, $|\ln(x)|$, cette dernière signifiant la « **valeur absolue du logarithme naturel de x** », etc., sont des **fonctions réalies** à **une variable**. Car si **x** est un **réali**, alors le **nombre** calculé par chacune de ces **fonctions** est aussi un **réali**. Les trois **opérations fondamentales** de l'**arithmétique**: l'**addition** ou « **x+y** », la **multiplication** ou « **x×y** », la **division** ou « **x/y** », sont des **fonctions réalies** à **deux variables**. Car si **x** et **y** sont des **réalis**, alors le **résultat** de l'**opération** donne aussi un **réali**. La **soustraction** fait donc exception, en parlant des quatre **opérations fondamentales** de l'**arithmétique**. Néanmoins la **soustraction** devient elle aussi une **opération** ou **fonction réalie**, si l'on ne considère que la **valeur absolue** de son **résultat** et pas le **signe**, c'est-à-dire: $|x - y|$. Nous l'appelons une **soustraction absolue** ou **soustraction en valeur absolue**.

Par exemple, $|5 - 3|$ et $|3 - 5|$, **opération** faite avec les **réalis 3** et **5**, donnent le même **résultat**, qui est le **réali 2**. Nous dirons que la **différence absolue** (ou **différence en module** ou **écart** ou **distance** ou **rayon**) entre **3** et **5** est **2**, par opposition à la **différence relative**, qui peut être: $5 - 3 = +2$, ou: $3 - 5 = -2$.

On aussi les **opérations** ou **fonctions** de **deux**, de **trois**, de **quatre variables**, etc., pour n'importe quel **nombre n de variables, n** étant un **ordinal fini** ou **infini**.

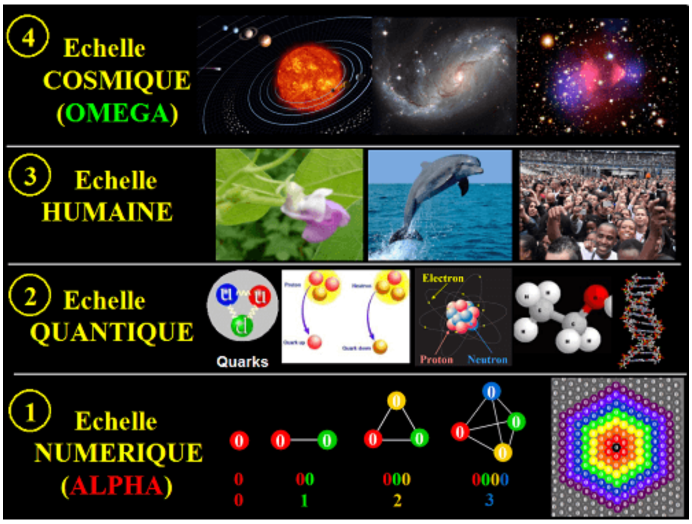
La **science des nombres** est fondamentalement la **science des réalis**, et les **fonctions numériques** les plus importantes et les plus fondamentales sont les **fonctions réalies**, les **opérations** avec les **réalis** pour donner d'autres **réalis**. Tout le reste en matière de **nombres** est une affaire d'**orientation** des **réalis**. Et toutes **opérations** avec des **réalis orientés** donne des **réalis orientés**, ce qui veut dire d'abord des **réalis**, dont on se préoccupe dans un second temps de l'**orientation**. Et comme déjà dit, l'**orientation** elle-même est définie par une certaine **fonction réalie** de la forme: $f(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n) = x_1\,\omega^{p1} + x_2\,\omega^{p2} + x_3\,\omega^{p3} + \ldots + x_n\,\omega^{pn}$, où les x_i sont des **réalis**. Le **réali** $f(x)$ est alors une **orientation**, ce qui revient à dire que cette **orientation** est le **vecteur**: $x = (x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n)$, qui se décompose suivant la **base** formée par les ω^{pi}. Par convention, ω^{-pi} est appelé le **vecteur opposé** de ω^{pi}.

Par exemple, le **réali**: $5\omega^7 + 2\omega^5 + 6\omega^{-4} +$ ou: $5\omega^7 + 2\omega^5 + 6\times0^4$, pourra être considéré comme équivalent à: $5\omega^7 + 2\omega^5 - 6\omega^4$. En effet, le premier est le **vecteur** de **coordonnés**: $x = (5, 2, 6)$, décomposé suivant la **base** formée par les trois **vecteurs**: ω^7, ω^5, ω^{-4}. Mais comme nous avons convenu d'interpréter le **réali négatif** ω^{-4} ou 0^4, qui est l'**inverse** du **vecteur** ω^4 (autrement dit: $1/\omega^4 = \omega^{-4} = 0^4$, et: $1/0^4 = 1/\omega^{-4} = \omega^4$), comme étant le **vecteur opposé** au **vecteur** ω^4, c'est-à-dire un **équivalent** du **réali antitif**: $-\omega^4$ (nous disons «**équivalent** » et pas « **identique** », nous raisonnons donc par **équivalence**, ici un type d'**équivalence** de grande importance qu'on appelle un **isomorphisme** ou « **logique de la même forme** », deux choses ayant une certaine « **même forme** » sont **équivalentes**), du coup: $5\omega^7 + 2\omega^5 + 6\omega^{-4} +$ ou: $5\omega^7 + 2\omega^5 + 6\times0^4$, pourra être interprété comme **équivalent** à: $5\omega^7 + 2\omega^5 - 6\omega^4$. Autrement dit, cela correspond au **vecteur**: $x' = (5, 2, -6)$, décomposé quant à lui suivant la **base** formée par les trois **vecteurs**: ω^7, ω^5, ω^4. Sur leurs **bases** respectives, les deux **vecteurs x** et **x'** ont le même **réali**: $r = (5^2 + 2^2 + 6^2)^{1/2} = \sqrt{(5^2 + 2^2 + 6^2)} = (5^2 + 2^2 + (-6)^2)^{1/2} = \sqrt{(5^2 + 2^2 + (-6)^2)} = \sqrt{65}$.

Et pour calculer **r**, nous avons utilisée simplement une classique **fonction réalie** (à savoir le calcul du **réali** ou de la **norme** d'un **vecteur** ou encore de la **distance** entre **deux points**) dont on reparlera plus tard. Indépendamment donc de la **base** sur laquelle on considère ces **vecteurs**, et si l'on ne considère donc que leurs **composantes** ou **coordonnées** suivant les **bases**, les deux **vecteurs x** et **x'** sont le même **réali** $r = \sqrt{65}$. Une autre manière dire cela est qu'à un **isomorphisme** près, il s'agit du même **vecteur**, ils sont **équivalents**. Tout se passe comme si on travaille dans la seule **base** formée par les trois **vecteurs**: ω^7, ω^5, ω^4, et que dans cette **base** les **vecteurs x** et **x'** ont le même **réali** $r = \sqrt{65}$ mais diffèrent seulement par leur **orientation** dans l'**espace vectoriel** engendré par ces trois **vecteurs**. Les **coefficients** de **combinaison linéaire** (il faut commencer à le préciser) sont des **nombres omégaréels** qui peuvent être **anitifs** ou **antitifs**, et la seule autre condition qui leur est exigée est d'être **onigrades** par rapport au **nombre infini** ω. La notion de **nombre onigrade** (ce qui veut dire « **nombres de degré 0** » dans le langage des **polynômes**, ou la notion de « **scalaires** » dans le langage des **espaces vectoriels**) se précisera par la suite, en même temps aussi que la très importante notion de **nombres initiaux**. La notion de **nombres onigrades** et plus généralement de **nombres initiaux** (qui est une notion plus étendue), correspond grosso modo à la classique notion notion de « **nombres finis** ». Au-delà des **nombres onigrades** ou **initiaux** commence l'actuelle notion de « **nombres infinis** ».

viii) Nous appelons **V** l'**ensemble** de tous les **nombres orientés** (les **réalis orientés** donc), toutes **dimensions confondues**. Nous verrons plus tard une notion équivalente à celle de **réali orienté**, à savoir la notion de **nombre opérationnel**.

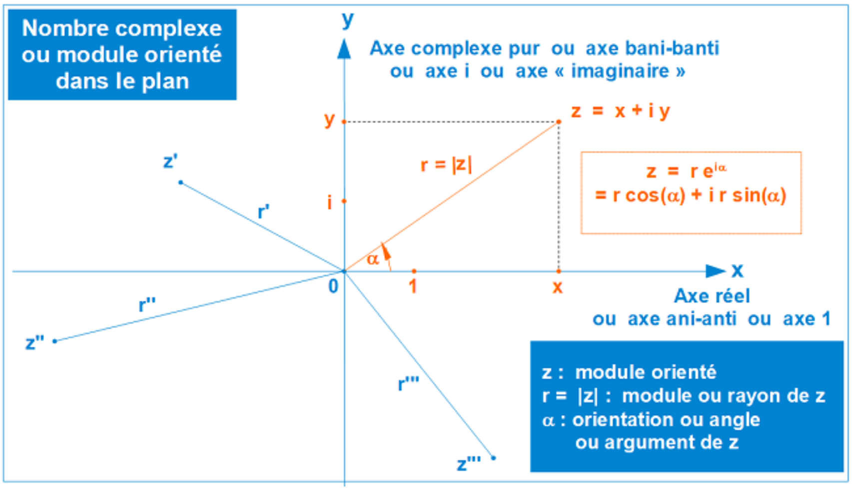
L'image ci-dessous illustre les différentes **échelles** de la **réalité**. L'**échelle** la plus **fondamentale** est l'échelle **numérique**, l'**échelle** où tout est **information pure**, tout est **énergie pure**, en un sens le plus **fondamental** de la notion d'**énergie**, qui est précisément la notion d'**information** ou de **nombre**.



L'**énergie** c'est l'**information**, c'est le **numérique**, c'est le **nombre**. Tout est donc de l'**information** à l'**échelle** la plus **fondamentale** de l'**Univers**, une **échelle** plus **fondamentale** encore que l'**échelle quantique**.

Une **vérité fondamentale** que les **esprits de négation** ont empêché le monde de comprendre jusqu'à présent. Ils ne veulent pas que la physique s'engage dans la voie **informationnelle**, **numérique**, ils la bloquent en général à l'**échelle quantique**. L'**échelle quantique** remet en question bien des conceptions **matérialistes** de l'**Univers**, mais avec le **paradigme informationnel** ou **numérique**, c'est une toute autre affaire!

ix) Les **réalis** sont les **nombres fondamentaux** de la **réalité**, avons-nous dit. Le mot « **module** » n'est certainement pas le plus intuitif pour parler de la notion **fondamentale** de **nombre**. Nous utilisons ce mot « **module** » simplement parce que c'est actuellement le terme technique consacré à la notion que appelons un **réali**. Comme quand en mathématiques on parle par exemple de **réali** d'un **nombre complexe z**, ce qui veut dire le **rayon** ou la **longueur** du **nombre z**, actuellement noté |z|. C'est donc le **réali** de **z** ou le **réali** qu'est **z**.



x) Les trois **réalis** fondamentaux sont: **0**, **1** et **ω**. Et à partir d'eux on définit tous les autres **réalis**, à commencer par les **réalis** spéciaux que nous appelons les **ordinaux** ou **nombres entiers**: **0, 1, 1+1, 1+1+1, 1+1+1+1, …, ω**, respectivement notés: **0, 1, 2, 3, 4, …, ω**. Une fois un **ensemble E** de **nombres orientés** construit, la technique classique consiste à construire à partir de lui un nouvel **ensemble** plus vaste, en considérant, selon le type de **nombres** que l'on veut construire (les **nombres relatifs**, les **nombres rationnels**, les **nombres complexes**, un **espace vectoriel**, etc.), tous les **couples** **(x_1, x_2)** ou **(x, y)** des **éléments** de **E**, que l'on note classiquement **E^2** ou **E×E**, ou tous les **triplets** **(x_1, x_2, x_3)** ou **(x, y, z)** des **éléments** de **E**, que l'on note classiquement **E^3** ou **E×E×E**, ou tous les **quadruplets** **(x_1, x_2, x_3, x_4)** des **éléments** de **E**, que l'on note classiquement **E^4** ou **E×E×E×E**, etc.. Et plus généralement, pour un **ordinal non nul n** donné, on considère, si le type de **nombres** que l'on veut construire l'exige, l'**ensemble E^n** des **n-uplets** **(x_1, x_2, x_3, …, x_n)**, d'**éléments** de **E** (il est quelque fois nécessaire de commencer la numérotation des **composantes** du **n-uplet** par l'**indice 0**, c'est-à-dire **x_0**). Puis on définit sur **E^n**

l'**opération** adéquate d'**addition**, l'**opération** de **multiplication**, la **relation** d'**égalité**, etc.. Ce sont ces **opérations** et ces **relations** qui, par leurs **propriétés** héritées de celles dans l'**ensemble numérique E** (**commutativité**, **associativité**, **distributivité**, etc.) feront de **E^n** un nouvel **ensemble numérique**, un nouvel **ensemble** de **réalis** ou de **réalis orientés**, plus vaste que l'**ensemble** d'origine **E**. Et ce nouvel **ensemble E^n** va à son tour de la même façon permettre de construire un **ensemble** plus vaste encore.

Nous appliquerons cette technique pour construire principalement de nouveaux **ensembles** de **réalis** à partir d'**ensembles** déjà construits, des **ensembles** de **réalis orientés** à partir d'**ensembles** de **réalis**, ou des **ensembles** de **réalis orientés** à partir d'**ensembles** de **réalis orientés**. Mais la nouvelle technique très puissante pour construire tous les **réalis orientés** à partir seulement de la **trinité**: **0**, **1** et **ω**, est la méthode des **expressions opérationnelles**, que nous verrons plus tard.

Pour la technique classique de **relativation**, on suppose qu'on a déjà formé le **ordinaux**: **0, 1, 2, 3, 4, …, ω**, en partant de **0** et **1**, puis ensuite en **itérant** juste l'**addition** de **1 indéfiniment**: **0, 1, 1+1, 1+1+1, 1+1+1+1, …, ω**, **ensemble** que nous appelons les **nombres oméganaturels**, noté **N_ω** (sa construction s'affinera avec les **expressions opérationnelles** ou les **générescences** ou **informations unaires**). On suppose établies les **propriétés générales** de l'**addition** et de la **multiplication** dans **N_ω**, **propriétés générales** qui sont aussi celles dans le classique **ensemble N** des **nombres entiers naturels**, **propriétés** de **commutativité**, d'**associativité**, de **distributivité** de la **multiplication**, etc., qui seront détaillées plus loin.

On considère par exemple l'**ensemble N^2_ω** de tous les **couples (n, p)** de ces **ordinaux**. On définit sur cet ensemble une **addition** et une **multiplication** adéquates, ainsi qu'une **relation** d'**égalité**, que voici:

D-BAEF 2)

i) Dans tous les cas, l'**addition** et la **multiplication** des **nombres relatifs** est par définition les suivantes:
→ **(n, p) + (n', p') = (n + n', p + p')** ; pour **additionner** deux **nombres relatifs**, on **additionne** leurs **composantes anitives** entre elles et leurs **composantes antitives** entre elles. Pour la **multiplication**, c'est un peu plus 'complexe':
→ **(n, p) × (n', p') = (n×p' + n'× p, n×n' + p×p')** ; derrière cette **multiplication** apparemment 'complexe' se cache simplement en fait la définition de la fameuse **règle des signes**, à savoir que la **multiplication** de deux **nombres réels** de **même signe** ou **orientation** est un **nombre anitif** (« **positif** »), et la **multiplication** de deux **nombres réels** de **signes** ou **orientations contraires** est un **nombre antitif** (« **négatif** »).
→ **(n, p) = (n', p') ⇔ p + n' = p' + n**.

Ces **opérations** et **relations** font de **N^2_ω** un **ensemble** de **nombres entiers relatifs**, que nous notons **Z_ω**, et qui est: **Z_ω = {-ω, …, -4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, +4, …, +ω}**. Nous qualifions cette technique classique de **technique de relativation** de **réalis**, car c'est ainsi qu'à partir de tout **ensemble E de réalis** on forme on forme un nouvel **ensemble** qui est tout simplement ces **réalis orientés** suivant **ANI** et **ANTI**. Une autre technique classique, que nous qualifions de **technique de rationalisation**, consiste à former avec des **couples** d'**ordinaux** ou d'**ordinaux relativés** (c'est-à-dire **orientés** suivant **ANI** et **ANTI**) un **ensemble** de **nombres rationnels** ou **fractions**.

La **technique de relativation** revient simplement à déployer dans un sens un **cycle de ω** après **0** et dans le sens **opposé** un **cycle de ω** avant **0**. Un **couple** de la forme **(0, p)** représente un **nombre anitif** et est noté **+p**, et un **couple** de la forme **(n, 0)** représente un **nombre antitif** et est noté **-n**. Et un **couple** de la forme générale **(n, p)**, avec les **opérations** d'**addition** et de **multiplication** que nous avons définies, représente le **nombre**: **(-n) + (+p)**, qui est la définition aussi de l'**opération** de **soustraction**: **p – n**.

Ainsi donc, en particulier, le **couple (0, 1)** est la définition du **nombre orienté** que nous appelons **+1** ou **ANI**. Il exprime intuitivement le fait de passer de **0** à **1**, donc d'**augmenter** d'une **unité**, ou d'aller d'une **unité** dans le **sens croissant**, ou plus simplement encore de passer de **0** à son **successeur 1**, et plus généralement de tout **ordinal** (ou **nombre entier**) quelconque **n** à son **successeur n+1**. Et le **couple (1, 0)** est la définition du **nombre orienté** que nous appelons **-1** ou **ANTI**. Il exprime intuitivement le fait de passer de **1** à **0**, donc de **diminuer** d'une **unité**, ou d'aller d'une **unité** dans le **sens décroissant**, ou encore de passer de **1** à son **successeur 0**, et plus généralement de tout **ordinal** (ou **nombre entier**) quelconque **n+1** à son **prédécesseur n**.

La propriété: **(n, p) = (n', p') ⇔ p + n' = p' + n**, est ce qu'on appelle habituellement la définition de l'**égalité** sur les nouveaux objets que nous construisons, ici les **nombres relatifs**, et plus précisément encore les

nombres omégarelatifs. Il s'agit très exactement d'une **relation d'équivalence** sur ces objets, permettant de dire quand deux **couples (n, p)** et **(n', p')** sont **égaux**. En ne perdant pas de vue que **(n, p)** et **(n', p')** représentent ici les **différences**: **p – n** et **p' – n'**, cette dernière propriété exprime simplement la condition d'**égalité**: **p – n = p' – n'**, qui équivaut donc à dire: **p + n' = p' + n**. Autrement dit, deux **nombres relatifs** sont **égaux** si et seulement s'ils ont la même **différence**. Par exemple, on peut dire que les deux **couples** ou **nombres relatifs (3, 8)** et **(2, 7)** sont **égaux**, c'est-à-dire: **8 – 3 = 7 – 2**, car ils sont la même **différence**, ici **5**, ce qui revient à dire qu'on a: **8 + 2 = 7 + 3**. Ces deux **couples (3, 8)** et **(2, 7)** sont donc **égaux** entre eux et tous les deux **égaux** à **(0, 5)** ou **+5**, ils sont de la même **classe d'équivalence** ou **classe d'égalité** que ce dernier, qui est leur représentant et aussi le représentant de tous les **couples** ayant la même **différence** de **5**. Par la suite, nous parlerons aussi de ce **couple (0, 5)** comme étant le **Cycle 5**, et plus généralement de tout **couple (n, p)** comme étant le **Cycle (p – n)**.

ii) De manière générale tout **couple** de **réalis (n, p)** définit le **nombre p – n**, qui est la **différence** entre **p** et **n**. Par **p** il faut comprendre ici la composante **anitive** du **nombre (n, p)**, et par **n** il faut comprendre sa composante **antitive**. C'est un **nombre** d'**orientation anitive** si **p > n**, et le **couple (n, p)** est équivalent au **couple** de **réalis (0, p – n)**. Et si **p < n**, alors le **couple** est d'**orientation antitive**, et alors il est équivalent au **couple** de **réalis (n – p, 0)**. Ceci est un exemple très représentatif montrant comment la notion de **nombre orienté** est fondamentalement une question de **réalis**. La notion d'**orientation** est elle-même construite à partir des **réalis**.

L'absence de l'**infini ω** dans les **nombres** classiques (l'**infini ω** ayant les **propriétés** qu'il a dans la nouvelle vision), a entre autres pour conséquences que les notions de **nombres rationnels** et celles de **nombres réels** sont distinctes, ce qui oblige, pour former les **nombres réels**, de faire une construction spéciale souvent laborieuse, faisant appel à des **suites infinies** de **rationnels**, en l'occurrence les **suites de Cauchy**. Mais ceci n'est plus nécessaire avec la présence de **ω**, d'autant plus avec les **générescences** ou plus fort encore, avec les **expressions opérationnelles** (on verra tout cela en tant voulu, comment donc les **nombres réels** se construisent maintenant avec très grande simplicité). Les notions de **nombres rationnels** (**ensemble** $\mathbf{Q_\omega}$) et celle de **nombres réels** (**ensemble** $\mathbf{R_\omega}$) deviennent la même notion, et à vrai dire aussi (comme on le verra dans toute la suite), les notions de **nombres entiers** ou **ordinaux** (**ensemble** $\mathbf{N_\omega}$) et celle de **nombres entiers relatifs** (**ensemble** $\mathbf{Z_\omega}$). En effet, l'ensemble $\mathbf{N_\omega}$ **= {0, 1, 2, 3, 4, …, ω-4, ω-3, ω-2, ω-1, ω}**, devient **cyclique**, il se répète suivant un **Cycle ω**, ce qui veut par exemple que **ω** devient un nouveau **0**, et le même **ensemble** $\mathbf{N_\omega}$ considéré sur deux **cycles** de **ω** est: $\mathbf{N_{2\omega}}$ **= {0, 1, 2, 3, 4, …, ω-4, ω-3, ω-2, ω-1, ω, ω+1, ω+2, ω+3, ω+4, …, 2ω-4, 2ω-3, 2ω-2, 2ω-1, 2ω}**. Et il est très facile de poursuivre la listage de l'**ensemble** $\mathbf{N_\omega}$ sur trois **cycles** de **ω**, puis sur quatre, etc.. Par conséquent, l'**ensemble** $\mathbf{Z_\omega}$ n'est autre que l'**ensemble** $\mathbf{N_\omega}$ sur deux **cycles** de **ω**, sauf qu'au lieu de prendre deux **cycles** après **0** on a pris un **cycle** avant **0** et un **cycle** après **0**.

C'est un phénomène semblable qui se produit entre l'**ensemble** des **nombres rationnels** $\mathbf{Q_\omega}$ et l'**ensemble** des **nombres réels** $\mathbf{R_\omega}$, sauf que là, au lieu de la **logique cyclique** c'est suivant une autre logique que la **répétition** ou l'**itération** du **modèle ω** se fait, qui est la **logique fractale** (normal puisqu'on parle ici de **fractions**). Autrement dit, au lieu d'**additionner** et de **soustraire** comme avec le **cycle**, ici on **multiplie** et on **divise** (on reviendra très souvent sur cette question de **logique fractale**, et tout se clarifiera).

iii) L'**addition** et la **multiplication** des **nombres entiers** ou **ordinaux**, et plus généralement des **réalis**, est **commutative**, **associative**. L'**élément neutre** de l'**addition** est **0**, à condition qu'on parle du **0 absolu**, c'est-à-dire $\mathbf{0_\omega}$. Ou si par « **0** » il faut comprendre: « **un zéro qui est tout au plus** $\mathbf{0_0}$ », ce que « **0** » signifiera la plupart du temps. Mais l'**élément neutre** de la **multiplication** est quant à lui toujours **1**, et on comprendra pourquoi aussi. Et la **multiplication** est **distributive** par rapport à l'**addition**. Autrement dit, on a les **sept propriétés** suivantes:

→ **x + y = y + x**, pour deux **nombres x** et **y** quelconques ; **commutativité** de l'**addition** ;
→ **(x + y) + z = x + (y + z)**; pour trois **nombres x, y** et **z** quelconques ; **associativité** de l'**addition** ;
→ **x + 0 = 0 + x = x**, pour tout **nombre x** dont le **réali** n'est pas **inférieur** à **0**;
→ **x × y = y × x**, pour deux **nombres x** et **y** quelconques ; **commutativité** de **la multiplication** ;
→ **(x × y) × z = x × (y × z)**; pour trois **nombres x, y** et **z** quelconques ; **associativité** de **la multiplication** ;
→ **x × 1 = 1 × x = x**, pour tout **nombre x** quelconque; **1** est l'**élément neutre** de **la multiplication**.
→ **x × (y + z) = x×y + x×z** ; **distributivité** de la **multiplication** par rapport à l'**addition**.

En plus de ces **propriétés**, qui concernent l'**addition** et la **multiplication**, il faut ajouter les **trois** suivantes, qui concernent l'**exponentiation** «^ » et sa relation avec ces deux premières **opérations**:

→ **x^1 = x**, ou: $\mathbf{x^1 = x}$, qui veut dire que **1** est l'**élément neutre** à **droite** de l'**exponentiation**;
→ **x^y × x^z = x^(x + y)**, ou: $\mathbf{x^y \times x^z = x^{y+z}}$, pour trois **nombres x, y** et **z** quelconques;
→ **(x^y)^z = x^(x×z)**, ou: $\mathbf{(x^y)^z = x^{y\times z}}$, pour trois **nombres x, y** et **z** quelconques.

Ces **dix propriétés** (**sept** pour l'**addition** et la **multiplication** et **trois** pour l'**exponentiation**), mis à part la réserve importante émise concernant l'**élément neutre** de l'**addition**, sont absolument **fondamentales**. Elles sont valables non seulement pour **tous** les **ordinaux**, mais plus généralement pour **tous** les **réalis**, et plus généralement encore pour **tous** les **nombres**. Ce sont les **propriétés** qui définissent la notion de **nombre** dans toute sa généralité. Ce sont en quelque sorte les « **Dix commandements des nombres** »....

On notera que ne sont pas incluses certaines importantes **propriétés** très classiques de la théorie des **corps** ou des **anneaux**. Il y a la propriété du **0**, l'**élément neutre** de l'**addition**, qui n'est plus conçue comme habituellement, car cette propriété et d'autres sont bien plus riches, plus subtiles que les versions habituelles.

iv) Etant donné un **réali x** et plus généralement un **réali orienté x**, le **produit**: $0 \times x$, est appelé l'**annulation** ou l'**annihilation** de **x**, ou encore l'**autosoustraction** de **x**. On a: $(+x) + (-x) = x - x = 0 \times x$. On dit que **x** est **autorelatif** ou **annulable** ou encore **annihilable**, si: $0 \times x = 0$, et **altorelatif** sinon. Cela veut dire que le **nombre x** peut être **annulé** en **additionnant** ses deux **orientations opposées (+x)** et **(-x)**, en le **soustrayant** de lui-même, ou (ce qui revient au même), en le **multipliant par 0**. On dit aussi que **x** est un **nombre initial** (on reviendra amplement sur cette dernière notion). Par définition, le **réali 1** est le **nombre autorelatif** par excellence, le **nombre initial**: $(+1) + (-1) = 1 - 1 = 0 \times 1 = 0$. Si **x** est un **réali entier n**, dire que **x** ou **n** est **initial** signifie aussi que l'**addition**: $0 + 0 + 0 + \ldots + 0$, où **0** apparaît **n fois**, donne comme **résultat 0**. Donc: $0 + 0 + 0 + \ldots + 0 = 0 \times n = n \times 0 = 0$. On dit aussi que **0** est **auto-additif n fois**. Une autre définition est donc de dire qu'un **ordinal n** est **initial** si **0** est **auto-additif n fois**.

En particulier, le cas du **0** lui-même soulève quelques questions subtiles. Que veut dire en effet « **additionner des 0 un nombre de fois égal à 0** »? Ce cas mérite une petite analyse. On convient simplement que **0** lui-même est **initial**. On a donc: $0 \times 0 = 0^2 = 0$. Le cas de l'**infini ω** (l'**inverse** de **0**) recèle lui aussi le même genre de subtilités que pour le **0**. Etant entendu que le **0** est **absolu**, si l'**infini ω** considéré est lui aussi **absolu**, c'est-à-dire ω_ω ou ω_Ω, il est alors l'**inverse du 0 absolu** autrement dit il vérifie: $0 \times \omega = 1$, et par conséquent il n'est pas **initial**, mais il est dit **final**. De manière générale, les **réalis finaux x** vérifient: $0 \times x = 1$. Et le **réali x** est dit **intermédiaire** si le **produit** $0 \times x$ est **différent** de **0** et de **1**, autrement dit: $0 < 0 \times x < 1$ (on reviendra en détail aussi sur les **réalis intermédiaires** et **finaux**).

Un **nombre x** est donc **autorelatif** si on a: $(+x) + (-x) = x - x = 0 \times x = 0$. Cela signifie intuitivement que le **réali** de **x** est relativement «petit» comparé à l'**infini absolu**, et donc sa **multiplication** par **0** donne **0**, ce qui revient à dire aussi que sa **division** par l'**infini ω** donne **0**, c'est-à-dire: $x/\omega = 0$. Il est évident que **ω** lui-même ne vérifie pas cette propriété des **nombres initiaux**, car **ω** lui-même doit évidemment vérifier: $\omega/\omega = 1$, c'est-à-dire: $\omega \times 0 = 1$.

On dit aussi que **x** est **additivement symétrisable**, car **-x** est habituellement appelé le **symétrique** de **+x** (ou **x** par abus d'écriture) pour l'**addition**, autrement dit que **+x** et **-x** sont **symétriques** par rapport à **0**, l'**élément neutre** de l'**addition**, pour les **nombres x** classiques, il faut préciser. Et qui dit **élément neutre** de l'**addition** dit alors automatiquement que le **0** dont on parle est le **0 absolu**, c'est-à-dire 0_ω. Car un **nombre** comme 0^2 par exemple ne vérifie cette propriété que si l'on pose l'**équivalence**: $0^2 = 0$, c'est-à-dire: $0 \times 0 = 0$. En effet, $(+0) + (-0) = 0 - 0 = (1 - 1) \times 0 = 0 \times 0 = 0^2 = 0$. Cela signifie en général qu'on se place dans un **système** ou dans un **structure** (comme par exemple celle de **corps** ou d'**anneau**) qui a pour conséquence que: $0 \times 0 = 0$. Sinon, **0** ne serait pas **additivement symétrisable**.

Le cas de **réali infini absolu ω** n'est pas **autorelatif**, il n'est pas **additivement symétrisable** (autrement dit il n'est pas **initial**) au sens actuel, car: $(+\omega) + (-\omega) = \omega - \omega = (1 - 1) \times \omega = 0 \times \omega = 1$.

Le **réali ω** n'est pas **additivement symétrisable**, parce que justement il est **multiplicativement symétrisable**, lui et **0** sont **inverses** l'un de l'autre, ce que veut dire: $0 \times \omega = 1$, d'où: $\omega = 1/0$, et: $0 = 1/\omega$, la fameuse question de la **division par 0**. Dans les conceptions classiques, celle-ci est « impossible », l'existence de **ω** comme **inverse de 0** est **niée**, à plus forte raison de se demander si **ω** est **symétrisable additivement**. La question actuellement ne se pose donc pas pour un **nombre** qui « n'existe pas », alors que dans la nouvelle vision cet **inverse de 0**, **ω** donc, existe, on a donc: $0 \times \omega = 1$, raison précisément pour laquelle **ω** n'est pas **additivement symétrisable**, il n'est pas **autorelatif**, il n'est pas **initial** (on reviendra largement sur la question des **nombres initiaux**).

Et aussi, comme le **0** doit être **absolu** dans cette définition de la **symétrie additive**, alors aussi l'**infini ω** associé doit être absolu aussi, c'est-à-dire ω_ω.

v) Mais si l'**infini ω** considéré n'est pas l'**infini absolu**, si donc le **0** est 0_ω mais **ω** est par exemple ω_0, ω_1, ω_2, ω_w, etc., mais pas ω_ω ou ω_Ω, et à plus forte raison si **ω** est **w** ou ω_{-1}, ou même simplement si par exemple **0** est 0_0 et si **ω** est **w**, ou encore si **0** est 0_7 et si **ω** est ω_2, et plus généralement encore si **0** est 0_m et si **ω** est ω_n, avec $n < m$, alors on a bel et bien: $\omega - \omega = 0$, autrement dit: $0 \times \omega = 0$. En d'autres termes, l'**infini** considéré est **initial** pour le **zéro** considéré.

Les deux questions clefs ici sont simplement de savoir si pour un **nombre x** donné, $0 \times x$ est **0** ou non (autrement dit si $x - x$ est **0** ou non), et si x^0 est **1** ou non (autrement dit si x/x est **1** ou non). La première réponse n'est pas toujours vérifiée, mais la seconde l'est toujours. Etant donné un **réali x** et plus généralement un **réali orienté x**, on a: $x^{+1} \times x^{-1} = x \times (1/x) = x / x = x \wedge 0 = x^0 = 1$.

Le **nombre ω**, qui n'est pas **autorelatif**, car: $\omega - \omega = (1 - 1) \times \omega = 0 \times \omega = 1$. Et pour cette raison même on a: $\omega^{+1} \times \omega^{-1} = \omega \times (1/\omega) = \omega / \omega = \omega \times 0 = \omega^0 = 1$.

D-BAEF 3)

i) Avec donc les **trois réalis fondamentaux**: **0**, **1** et **ω**, nous avons défini les **réalis: 0, 1, 2, 3, 4, …, ω-4, ω-3, ω-2, ω-4, ω**, qui sont les **nombres entiers** ou **ordinaux**. La définition des **nombres omégaréels** ou **nombres ω-réels**, consiste en la généralisation de la notion de **réali**, en la définition de tous les **réalis** de **0** à **ω**. Il faudra définir par exemple les **réalis 3/4, 2.51, e, π, √5, ω/2**, etc., qui ne sont plus nécessairement des **nombres entiers**. Un **réali** de manière très générale est un couple d'**ordinaux non nuls (n, d)**, autrement dit les **réalis** dans toute leur généralité sont tous les **couples** de la forme **(n, d)**, où **n** et **d** sont des éléments de l'**ensemble des ordinaux**: $N^*_\omega = \{1, 2, 3, 4, \dots, \omega\text{-}4, \omega\text{-}3, \omega\text{-}2, \omega\text{-}4, \omega\}$, que nous appelons les **ordinaux canoniques**. Le **couple (n, d)** représente dans ce cas le **rapport n/d**, **n** étant appelé le **numérateur** et **d** le **dénominateur**. Les **réalis** sont tout simplement les **nombres omégarationnels positifs**.

Il importe de souligner que nous avons défini les **nombres omégarelatifs** en présupposant avoir au préalable défini l'**ensemble des réalis**, ce qui n'était pas le cas, car à ce stade nous avons défini seulement les **ordinaux** ou **nombres entiers** (nous avons assuré le minimum pour démarrer, nous reviendront plus en détail sur leur sur définition plus tard). C'est donc maintenant que nous définissons (d'une première façon, nous verrons d'autres) l'**ensemble** R^+_ω des **réalis**, qui se trouve le même que l'**ensemble** Q^+_ω des **nombres omégarationnels positifs**, à cause du fait que l'**infini ω** est maintenant parmi les **nombres**, notamment les **trois nombres fondamentaux**: **0**, **1** et **ω**. C'est donc après la présente construction qu'intervient ensuite la technique de construction des **nombres omégarelatifs** vus précédemment, qui consiste à considérer les couples des réalis que nous allons construire maintenant, et à définir sur eux l'**addition**, la **multiplication** et l'**égalité** que nous avons vues. Ici donc, nous allons définir l'**addition**, la **multiplication** et l'**égalité** sur les **nombres omégarationnels**, construits à partir des **ordinaux** non nuls.

ii)

→ $(n, d) + (n', d') = (n \times d' + n' \times d, d \times d')$; c'est tout simplement la classique propriété d'**addition** de deux **fractions**;

→ $(n, d) \times (n', d') = (n \times n', d \times d')$; c'est tout la classique propriété de **multiplication** de deux **fractions**;

→ $(n, d) = (n', d') \Leftrightarrow n \times d' = n' \times d$; c'est tout simplement la condition d'**égalité** de deux **fractions**, qui est donc une **relation d'équivalence** sur les **couples (n, d)**. La **relation d'équivalence** sera développée dans toute la suite, et plus particulièrement dans la partie C.

Parce que les **ordinaux** vérifient les **dix propriétés fondamentales** des **nombres** définies plus haut, il en résulte que les **réalis** que nous venons de définir les vérifient aussi, et par ricocher les **nombres relatifs** définis avec ces réalis, donc tous les **nombres** de la **droite omégaréelle**, c'est-à-dire l'**ensemble** R_ω, qui est le même que l'**ensemble** Q_ω.

Notons que dans la définition des **nombres omégarationnels**, nous avons apparemment exclu le cas des **rationnels** (ou **fractions**) ayant un **dénominateur d égal** à **0**, comme on le fait actuellement, pour cause de la fameuse dite « impossibilité » de **diviser par 0**. Mais en fait il n'en est rien. Nous avons mis de côté le cas du **dénominateur égal** à **0** pour une autre raison, qui n'est surtout pas une raison d'impossibilité, mais simplement de délimitation des **ordinaux** ou des **réalis** que nous prenons pour le **modèle** de **référence**, à savoir les

ordinaux ou **réalis** de **0** à ω. La **structure** des **nombres** (en l'occurrence leur **structure cyclique** et **fractale** que nous retrouverons tout au long de ce livre) est telle qu'il suffit d'avoir construit ou défini le **modèle** de **référence**, celui de de **0** à ω, pour avoir défini tous les **modèles**.

Ici, nous avons les **trois nombres fondamentaux**: **0**, **1** et ω, et l'**opération** de base, l'**addition** et son **opération réciproque** associée, la **soustraction** (autrement dit les notions de **successeur** et de **prédécesseur** d'un **entier**), qui permettent d'**engendrer** par **itération infinie** (on reviendra sur ces notions et sur ce que cela veut dire exactement) tous les **ordinaux**: $0, 1, 2, 3, 4, \ldots, \omega-4, \omega-3, \omega-2, \omega-4, \omega$. Et en faisant entrer en jeu la **multiplication** et son **opération réciproque** la **division** (là encore on détaillera et clarifiera toutes ces notions) les **nombres omégarationnels** sont engendrés. Ceux-ci nous font comprendre que du moment où le **nombre 1** est présent, il suffit de l'un des deux **nombres 0** ou ω pour en déduire l'autre, parce qu'ils sont **inverses** l'un de l'autre, c'est-à-dire **symétriques** l'un de l'autre pour la **multiplication**. Autrement dit, ces deux **nombres** sont liés par la relation: $0 \times \omega = 1$.

Et maintenant, intéressons-nous au cas particulier important des **nombres omégarationnels positifs** de **dénominateur** ω, de la forme donc: (n, ω) ou n/ω. Cela revient à dire qu'ils sont de la forme: $n\times0$, ou: $0\times n$. C'est ici qu'intervient l'importante notion des **ordinaux initiaux**, **finaux** et **intermédiaires**. On reviendra largement sur cette question, mais on rappelle ici qu'un **ordinal n** est **initial** s'il vérifie: $0\times n = 0$, il est dit **final** s'il vérifie: $0\times n = 1$, et il est dit **intermédiaire** s'il vérifie: $0\times n = \tau$, avec τ **intermédiaire** entre **0** et **1**. Si **n** est un **ordinal initial**, alors, $\omega - n$ est un **ordinal final**, car on a: $0\times(\omega - n) = 0\times\omega - 0\times n = 1 - 0 = 1$. Cela veut donc dire que les **nombres omégarationnels positifs** de **dénominateur** ω, de]la forme donc: $(n, \omega) = n/\omega = n\times0$, sont **égaux** à **0** si **n** est **initial**, **égaux** à **1** si **n** est **final**.

Ce résultat veut dire aussi en même temps que le nombre α des **ordinaux initiaux** (donc aussi **finaux**) par **rapport** à ω est **0**! En effet, ce **nombre** α (on parlera davantage plus tard) est lui-même un **ordinal**. Et puisque qu'il **dénombre** les **ordinaux initiaux** et qu'on les compte en disant: $1, 2, 3, 4, \ldots, \alpha$, cet **ordinal** α est donc lui-même **initial**. C'est en effet juste après lui lui que commencent doucement les **ordinaux intermédiaires** (nous verrons plus tard la définition de cet **ordinal** α, qui est la frontière douce entre les **initiaux** et les **intermédiaires**). Alors le **rapport** α/ω, qui est justement l'un des **nombres omégarationnels** de la forme n/ω dont nous parlons. Ce **rapport** est la mesure exacte de la proportion des **ordinaux initiaux**, qui est aussi celle des **finaux**. Ce **rapport** est donc **égal** aussi à $0\times \alpha$, et comme α est **initial**, il vaut donc **0**. Cela veut dire donc que le **nombre** des **ordinaux initiaux** et **finaux**, comparé au nombre total des **ordinaux,** qui est ω (si l'on compte en commençant par **1**), est **0**. Par conséquent la **quasi totalité** des **ordinaux** sont les **ordinaux intermédiaires**, la **division** de ces **ordinaux** par ω ou (ce qui revient au même) leur **multiplication** par **0**, donne comme résultat tous les autres autres **nombres** de l'**intervalle]0, 1[**, c'est-à-dire tous les **nombres** correspondant aux **points** d'un **segment** de **longueur 1**, sauf les deux **points** extrêmes, **0** et **1**, qui, eux, correspondent aux **ordinaux initiaux** et **finaux**. Le **point** d'**abscisse 1/2** par exemple correspond à l'**ordinal intermédiaire** $\omega/2$, celui d'**abscisse 1/3** correspond à l'**ordinal intermédiaire** $\omega/3$, etc..

iii) Pour un **nombre** τ de l'**intervalle [0, 1]**, les **ordinaux n** tels que: $0\times n = \tau$, ce qui signifie que: $n/\omega = \tau$, sont appelés les **ordinaux** de **position** τ. Ce sont donc les **initiaux** si $\tau = 0$, les **finaux** si $\tau = 1$, et les intermédiaires dans tous les autres cas. Pour tout **ordinal initial k**, il est clair que **n-k**, **n** et **n+k** sont de même position si τ, que le rapport du **nombre** des **ordinaux** de **position** τ par rapport au total ω est lui aussi **0**. Au passage nous avons montré une chose très importante: la **structure** de l'**ensemble** des **ordinaux** de **0** à ω est exactement la même que celle des **points** d'un **segment** de **longueur 1**. A chaque point du **segment** correspond un **ordinal** et vice-versa, et au fait que le **nombre** α_τ des **ordinaux** de **position** τ donnée est un **ordinal initial**, donc que la **proportion** de ces **ordinaux** est **0**, correspond au fait que sur l'**intervalle [0, 1]**, ou sur un **segment** de **longueur 1**, la **longueur** totale des les **points** au **voisinage** d'un **point** d'**abscisse** τ donné est **0** si le **nombre** de ces **points** est un **ordinal initial**. On déduit de tout cela une autre chose très importante: les **nombres omégarationnels positifs** de **dénominateur** ω, de la forme n/ω, donc, à eux seuls sont l'**ensemble** de **tous** les **nombres omégarationnels positifs**.

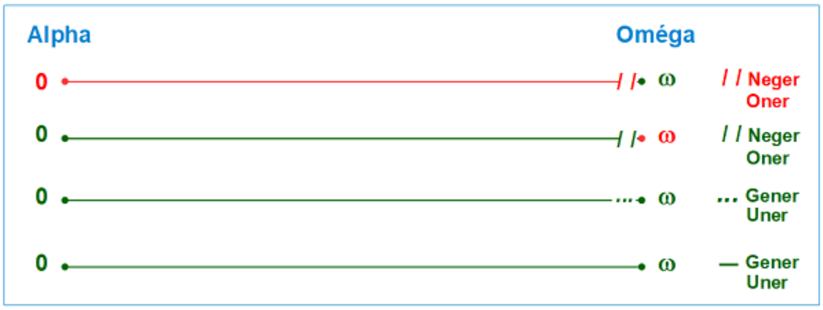
Cette vision des ordinaux donnée en aperçu est radicalement différente de la vision classique. Avant de revenir plus en détail sur tout cela, nous devons exposer les problèmes de la conception actuelle du zéro et de l'infini, et commencer à comprendre ce qui ne va pas, ce qui au mieux est une erreur de paradigme et au pire un mensonge scientifique entretenu depuis longtemps.

e) Le problème des actuels ordinaux limites, leur fausseté.
A la découverte du modèle PE1

On sait actuellement que l'**ensemble N** des **nombres entiers naturels** est l'**ensemble fondamental** à partir duquel tous les autres **ensembles numériques** classiques se construisent. Ses éléments sont habituellement listés ainsi: **N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, …}**, ce qui est exact. A partir de lui, tous les autres **nombres** sont définis, à commencer par l'**ensemble** des **nombres entiers relatifs**: **Z = {…, -4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, +4, …}**. Mais que ce soit avec **N**, **Z**, ou tout autre ensemble construit avec **N**, comme l'**ensemble Q** des **nombres rationnels** (c'est-à-dire l'**ensemble de toutes les fractions**), ou l'**ensemble R** des **nombres réels**, tout le problème se trouve dans le symbole « **...** », le **meilleur** et le **pire**. On voit ces « **trois points** » ou « **...** » comme un simple symbole qui indique que la liste des **nombres** continue **indéfiniment**, suivant une logique simple, très intuitive, très facile à poursuivre.

Mais ces « **trois points** » ou « **...** » sont en réalité bien plus qu'un simple symbole ou un simple objet typographique, pour indiquer qu'une liste se poursuit **indéfiniment** ou jusqu'à une certaine limite, ou pour dire qu'une certaine opération dont la logique de continuation est évidente, peut être poursuivie **indéfiniment** ou jusqu'à une limite donnée. Ce symbole est en fait un **opérateur**, que nous appelons le **GENER**, ou **opérateur** de **génération infinie**, ou de **génération** ou de **répétition** ou d'**itération** jusqu'à une certaine limite, implicite ou explicite. Dans **N** par exemple, ce symbole signifie que l'on poursuit la liste en **ajoutant à chaque fois 1** au **dernier nombre**, **n**, pour avoir le **nombre suivant**, **n+1**, appelé le **successeur** de **n**. L'intuition nous dit alors qu'en partant de **0**, et en **additionnant** à chaque fois **1**, on obtient tous les **nombres entiers naturels**, et par voie de conséquence tous les **nombres entiers relatifs**, par **symétrie** par rapport à **0**.

Avec la bonne conception de l'**égalité** (c'est-à-dire si la notion générale d'**égalité** est l'**équivalence**), le **GENER** est un **opérateur** d'**union** ou de **jonction**. Mais avec la mauvaise conception de l'**égalité** (c'est-à-dire si la notion générale d'**égalité** est l'**identité**), il devient un **opérateur** de **séparation**, la **coupure**, que nous appelons le **NEGER**, noté « **| |** ».



Dans **N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, …}**, par exemple, le symbole « **...** » est utilisé pour dire que la liste des **nombres** continue **indéfiniment**, et donc, conclut-on, le **dernier nombre entier naturel n'existe pas**. On a donc un **ensemble N** ayant un **premier élément**, l'**Alpha** ou **0**, mais qui **n'a pas** de **dernier élément**, l'**Oméga** ou **ω**. Et voilà la **mauvaise** conception des **entiers naturels**, celle qu'on a toujours eue jusqu'ici, voilà donc précisément le **pire**! Car en fait cet **ensemble N** a un **dernier élément**, qui est l'**ensemble N** lui-même! Cet ensemble n'est autre que l'**Oméga** ou **ω**, dont nous parlons. On a donc: **ω = N**, autrement dit: **ω = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, …}**. C'est la définition du **nombre entier infini**, qu'on appelle aussi couramment un **ordinal infini**.

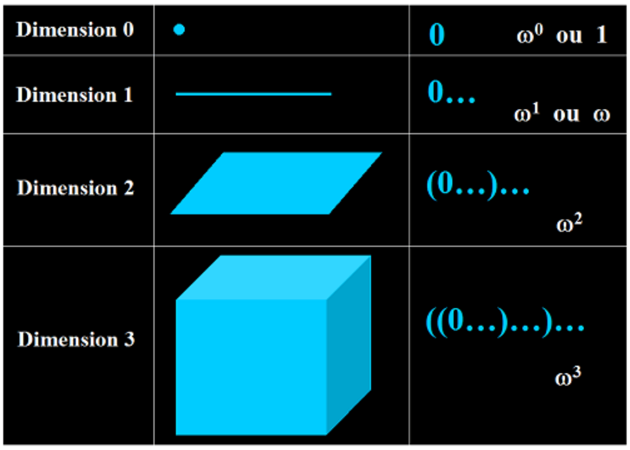
DÉFINITIONS *D-ON: La bonne conception de la notion d'ordinal*

D-ON 1)

i) Comme nous avons commencé à le voir, la notion d'**ordinal** généralise la notion de **nombre entier naturel**. On conçoit habituellement qu'un **nombre entier naturel** est **fini**, qu'un **nombre entier naturel** est aussi un **ordinal**, mais qu'un **ordinal** n'est pas forcément un **entier naturel fini**, car il peut être **infini**. Un **ordinal** signifie simplement qu'on parle d'un **nombre entier**, **fini** ou **infini**, qui exprime un **numéro d'ordre**. Dans la nouvelle vision des choses, les termes « **ordinal** », « **cardinal** », « **nombre entier** », « **nombre entier naturel** », « **nombre entier oméganaturel** », sont parfaitement synonymes. C'est la même notion vue sous différentes angles. Au besoin, on précisera simplement si le **nombre** est **fini** ou **infini**. La liste de tous les **ordinaux** de l'**Alpha** à l'**Oméga**, c'est-à-dire de **0** à **ω**, est: **0, 1, 2, 3, 4, …, ω-4, ω-3, ω-2, ω-1, ω**.

ii) Tous les **réalis** de **0** à **1** sont obtenus en **multipliant** ces **ordinaux** par **0**, ce qui revient à dire qu'on les **divise** par **ω**. Et pour être plus précis, on obtient les **réalis** de 0^2 à **1**, en passant par le **réali 0** qui est **0×1**. Autrement dit, pour un **ordinal n** tel que: $0 \leq n \leq \omega$, on a: $0^2 \leq 0\times n \leq 1$. Et pour: $1 \leq n \leq \omega$, on a: $0 \leq 0\times n \leq 1$. Si **n** est **initial**, alors: **0×n = 0**, et si **n** est **final**, alors: **0×n = 1**. Si **n** est **intermédiaire**, alors: $0 < 0\times n < 1$. Dans tous les cas, on a: **0×n = 0+0+0+ … +0** , où **0** est **itéré n** fois. L'objet: **0×n = 0+0+0+ … +0**, est simplement noté: **000...0**, où **0** est **itéré n** fois. On l'appelle alors une **générescence** ou une **information unaire** d'**unit 0**.

Ainsi, on a: **0×1 = 0**, et: **0×2 = 0+0 = 00**, et: **0×3 = 0+0+0 = 000**, et: **0×4 = 0+0+0+0 = 0000**, etc.. Et à la fin, **0×ω = 0+0+0+...**, où **0** est **itéré ω** fois, est noté: **0....** On a donc: **0... = 0×ω = 1**. De la même façon: **1×n = 1+1+1+ … +1** , où **1** est **itéré n** fois. L'objet: **1×n = 1+1+1+ … +1**, est simplement noté: **111...1**, où **1** est **itéré n** fois, et c'est la définition de l'**ordinal n** en tant qu'**itération** de **1**. On l'appelle alors une **générescence** ou une **information unaire** d'**unit 1**. Ainsi, on a: **1×1 = 1**, et: **1×2 = 1+1 = 11 = 2**, et: **1×3 = 1+1+1 = 111 = 3**, et: **1×4 = 1+1+1+1 = 1111 = 4**, etc.. Et à la fin, **1×ω = 1+1+1+...**, où **1** est **itéré ω** fois, est noté: **1...**, et c'est alors la définition de l'**ordinal ω** en tant qu'**itération infinie** de **1**. Ceci se généralise à n'importe quel **unit x**, où **x** étant un **réali**. L'objet: **x×n = x+x+x+ … +x**, est simplement noté: **xxx...x**, où **x** est **itéré n** fois, et c'est la définition de **x×n** ou **n×x** en tant qu'**itération** de **x**. On a donc: **x = 1x**, et: **xx = 2x**, et: **xxx = 3x**, et: **xxxx = 4x**, etc., et à la fin: **x... = ωx**.



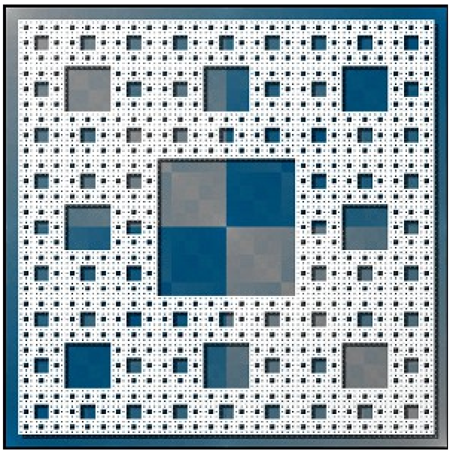
Nous reviendrons d'autres fois sur cette image qui serait trop longue à expliquer maintenant.
*Elle illustre d'abord une très importante nouveauté qu'apportent les **nombres omégaréels** ou **ω–réels***
*(d'où justement leur nom qui met en évidence l'**infini ω** ou **Oméga**, la **clef** de toute la **structure numérique**),*
*à savoir que tous les **réalis** (de **0** à **ω**, **inférieurs** à **0** ou **supérieurs** à **ω**)*
*sont des **combinaisons linéaires** des différentes **puissances** ou **degrés** de l'**infini ω**,*
*qui sont aussi la définition de la notion **géométrique** ou **algébrique** de **dimension** d'un **espace**.*
*Les **coefficients** des **combinaisons** sont précisément les **nombres initiaux**,*
*en particulier les **réalis initiaux** et plus particulièrement encore les **ordinaux initiaux**.*
*Par exemple, on a le **nombre omégaréel**:* $3.5\times\omega^{-4} + 7\times\omega^{-2} + 5\times\omega^{-1} + 8\times\omega^{0} + 4\times\omega^{1} + 9\times\omega^{2} + 6.37\times\omega^{3}$,
*une **combinaison** de différentes **puissances** ou **degrés** ou **dimensions** de **ω**,*
qui veut dire aussi: $3.5\times 0^4 + 7\times 0^2 + 5\times 0^1 + 8\times 1 + 4\times\omega^{1} + 9\times\omega^{2} + 6.37\times\omega^{3}$,
*avec une **partie infinitésimale**, qui est:* $3.5\times 0^4 + 7\times 0^2 + 5\times 0^1$, *une **partie infinie**:* $4\times\omega^{1} + 9\times\omega^{2} + 6.37\times\omega^{3}$,
*et entre les deux une **partie réelle ordinaire**, **8×1**, qui est **8** fois le **degré 0** de **ω**, qui est **1**.*
*Il s'agit ici d'un **nombre omégaréel** de **degré 3**, qui est sa plus grande **puissance** ou **dimension**:* $6.37\times\omega^{3}$.
*Et les coefficients, comme par exemple **6.37**, ou comme **3.5**, ou comme **8**,*
*sont des **nombres initiaux**, ici des **réalis**, comme pour **6.37**, ou des **ordinaux**, comme pour **8**.*
*Cela veut dire des **nombres**, qui peuvent être **infinis**, mais qui sont **infiniment petits** comparés à **ω**,*
*suffisamment **petits** pour qu'en les **multipliant** par **0**, cela donne **0***
*ou un **nombre infinitésimal** plus petit que **0**, comme par exemple **0/3**, ou comme* 0^2, *ou* 0^5.
*C'est l'occasion au passage de dire que dans une conception ou une **structure fine** des **nombres**,*
*un nombre peut tout à fait être **plus petit que 0** (**en dessous** de **0** donc)*

*sans pour autant être « **négatif** » au sens où l'on entend habituellement les **nombres** « **négatifs** ».*

*Autrement dit, il existe des **réalis**, comme par exemple 0^2,*
*plus **petits** que le **réali 0 absolu**, et dans ce cas ils deviennent automatiquement **équivalents** à **0**.*
*C'est ce qui se traduit dans l'algèbre classique par une **égalité** comme par exemple: $0^2 = 0\times0 = 0$.*
*Dans la nouvelle conception, ce genre d'**égalité** est une **équivalence** et non pas une **identité**,*
*car 0^2, de **degré 2**, est un **zéro** de **degré** (ou **puissance**) supérieur à celui de **0**, qui est le **degré 1**.*
*Autrement dit, 0^2, qui est ω^{-2}, est de **degré -2** de ω, tandis que **0**, qui est ω^{-2}, est de **degré -1** de ω.*
*Les différents **degrés** (ou **puissances** ou **dimensions**) de ω ou de **0** ne sont pas **identiques**,*
*ils doivent être **distingués**, autrement dit l'**égalité** les concernant n'est pas une **identité** mais une **équivalence**.*
*Ainsi donc, l'**égalité** classique: $0^2 = 0$, qui est donc: $\omega^{-2} = \omega^{-1}$, est en fait une **équivalence**.*
*On veut dire par là qu'en dessous du **degré -1**, tous les **degrés** de ω sont **équivalents** au **degré -1**.*
*C'est le **degré** qui est « **négatif** » ou « **en dessous de 0** » au sens habituel*
*mais pas les **nombres** ou **réalis** eux-mêmes, qui sont **positifs**!*

*Et exactement pour les mêmes raisons, il existe des **réalis**, comme par exemple ω^2,*
*plus **grands** que le **réali ω absolu**, et dans ce cas ils deviennent automatiquement **équivalents** à ω.*
*C'est ce que nous traduisons dans la nouvelle algèbre par une **égalité** comme par exemple: $\omega^2 = \omega\times\omega = \omega$.*
*C'est là aussi une **équivalence** et non pas une **identité**, car on a le **degré 2** pour ω^2 et le **degré 1** pour ω.*
*On veut dire par là qu'au-dessus du **degré 1**, tous les **degrés** de ω sont **équivalents** au **degré 1**.*
*Ils sont donc **équivalents** mais pas **identiques**, il faut distinguer chaque **degré** ou **puissance** ou **dimension**.*
*C'est pour cela que, pour éviter les difficultés dues aux conceptions classiques du **zéro** et de l'**infini***
*conceptions ou **structures algébriques** manquant de **finesse**, de **nuances** et de **subtilités**,*
*qui conduisent à confondre systématiquement: **0**, 0^2, 0^3, 0^4, etc.,*
*quand il nous faut distinguer les différents **degrés** de ω ou de **0**, l'**infini** et le **zéro absolus**,*
*nous utiliserons plutôt leurs versions **relatives**, notées **w** et θ, qui leur sont inférieurs,*
*qui sont liés à eux par les **identités**: $w^w = \omega$, et: $\theta^w = 0$.*

*La **structure numérique** est une **structure fractale** (on verra cela en détail tout au long du livre),*
*les **nombres** **w** et θ sont exactement ω et **0**, mais simplement leurs **petits modèles** dans la **fractale**,*
*exactement comme de dire qu'un **segment** de **longueur 1** est un **petit modèle** d'une **droite**,*
*ou un **petit modèle** d'un **segment** de **longueur 1000000000**.*
*Ou comme de dire qu'un **cercle** de **rayon 1 cm** est un **petit modèle** d'un **cercle** de **rayon 1 année-lumière**.*
*Les deux sont des **cercles** donc ont exactement les mêmes **propriétés de structure**.*
*Si le but est de comprendre les **propriétés fondamentales** d'un **segment**, sa **longueur** importe peu,*
*il peut être de n'importe quelle **longueur finie**, et peut même être **infini**, et on l'appelle alors une **droite**.*
*De même, si le but est de comprendre les **propriétés fondamentales** d'un **cercle**,*
*il peut avoir n'importe quel **rayon**, qui peut être **fini** comme **infini**.*



Comme le montre cet exemple de **fractale** (le **carré** ou **tapis** de **Sierpinski**),
le modèle représenté est fait de **8 petits modèles**,
à leur tour faits de **8 petits modèles**, etc., jusqu'à l'**infini absolu** pour ce qui est des **petits modèles**.
Et les **modèles infiniment petits** sont les **zéros**.

Et le **modèle** représenté est l'un des **8 petits modèles**, qui forment un **modèle** plus grand,
et **8 modèles** de ceux-ci forment de la même manière un **modèle** encore plus grand,
et ainsi de suite jusqu'à l'**infini absolu** pour ce qui est des **grands modèles**.
Pour décrire la **fractale** et énoncer ses **propriétés**, n'importe quel **modèle** fait l'affaire,
que ce soit celui-là, qu'on appellera le **modèle UN**, ou **modèle Unité**,
ou que ce soit un **modèle infiniment plus grand** que lui, qu'on appellera un **modèle OMEGA** ou **INFINI**,
ou un **modèle infiniment plus petit** que lui, qu'on appellera un **modèle ALPHA** ou **ZERO**.

*C'est ainsi donc que **w** et **θ** ont exactement les mêmes **propriétés** que **ω** et **0**,*
*ce qui nous permet de nous limiter aux **réalis** de **0** à **ω**.*
*Autrement dit, tout ce qui est en dehors de l'**intervalle [0, ω]**, est aussi à l'**intérieur** de cet **intervalle**!*
*Si nous avons besoin des **0 plus petits** que le **0** de **degré 1** (c'est-à-dire **ω** de **degré -1**), comme: 0^2, 0^3, 0^4, etc.,*
*alors nous passerons au **petit modèle** de la **fractale** et utiliserons: θ^2, θ^3, θ^4, etc.,*
***nombres infinitésimaux** de plus en plus **petits**, qui tendent vers la **limite absolue**, qui est le **0 absolu**.*
*Et si nous avons besoin des **ω plus grands** que le **ω** de **degré 1**, comme: ω^2, ω^3, ω^4, etc.,*
*alors nous passerons aussi au **petit modèle** de la **fractale** et utiliserons: w^2, w^3, w^4, etc.,*
***nombres infinis** de plus en plus **grands**, qui tendent vers la **limite absolue**, qui est le **ω absolu**.*
*La **structure fractale** des **nombres** nous permet donc de nous limiter aux **réalis** de **0** à **ω**,*
*et pourtant, via **w** et **θ**, travailler avec des **réalis** de ω^1 à ω^ω.*
*Et nous travaillons avec des **réalis** 0^1 à 0^ω, sous la forme des **réalis** de θ^1 à θ^w.*
*La logique **fractale** peut paraître étrange ou paradoxale,*
*si l'on ne sait pas qu'on est devant une logique **fractale**.*
*C'est ainsi que de scientifiques sincères ont, en **théorie des ensembles**,*
*exclu les notions comme le « **dernier ensemble** », le « **dernier ordinal** », le « **dernier nombre** », etc.,*
*parce que ce **dernier ensemble**, **ordinal** ou **nombre** possède la propriété apparemment paradoxale*
*d'être **plus grand que lui-même** ou **plus petit que lui-même**.*
*Autrement dit, d'être le **dernier** et pourtant d'avoir un autre **ensemble** plus **grand** que lui.*
*Mais en fait il n'y a aucun paradoxe, on est simplement devant un **ensemble** qui a une **nature fractale**.*
*En l'excluant dons de la **théorie des ensembles**, on a exclu le plus important des **ensembles**, l'**Oméga**.*
*C'est ce problème qu'on retrouve en algèbre, en disant que **0 existe**,*
*mais que l'**inverse de 0**, c'est-à-dire **1/0** (la **division de 1 par 0**), est « impossible ».*
*Mais tout cela est possible, mais à condition de raisonner en logique **fractale**,*
*ou, ce qui revient au même, en logique de l'**équivalence** et du **cycle** (comme on le verra).*
*Nous sommes en présence d'un **Etre scientifique** qui, de par sa **nature** et sa **structure fractale**, **EST TOUT**,*
*il est l'**Alpha** et l'**Oméga**, l'**Unique**, il est **plus petit** que lui-même et **plus grand** que lui-même.*
*Les différentes facettes de l'**Etre** ne sont pas **identiques**, chacune a son **identité propre**,*
*mais toutes sont **équivalentes**, toutes ont la même **identité commune**.*
*Exactement comme les différents **modèles** de la **fractale** ici, ne sont pas **identiques**,*
*mais tous les **modèles** sont la **même fractale**, qui est leur **identité commune**.*
Et c'est ceci qui heurte la logique habituelle,
*qui a fait que les scientifique sincères sont de tout temps passés à côté de cet **Être Suprême**,*
*et qui a permis aux scientifiques qui ne sont pas sincères de cacher cet **Être** ou de le nier en sciences.*

iii) Les **trois nombres fondamentaux**: **0**, **1** et **ω**, sont donc en fait: ω^{-1}, ω^0 et ω^{+1}, c'est-à-dire trois **degrés** (ou **puissances** ou **dimensions**) différents du même **nombre fondamental ω**, les **degrés -1**, **0** et **+1**, que nous appelons **ANTI**, **ONI** et **ANI**. On a donc tous les **réalis** de **0** à **1** en **multipliant** par **0** tous les **ordinaux** de **1** à **ω**, ou tous les **réalis** de 0^2 à **1** en **multipliant** par **0** tous les **ordinaux** de **0** à **ω**. Et pour les raisons qu'on vient d'expliquer, 0^2 est **équivalent** à **0**, donc les deux idées reviennent au même. Et on a tous les **réalis** de **0** à **ω** (ou de 0^2 à ω) en **multipliant** par **0** tous les **ordinaux** de **1** à ω^2 (ou de **0** à ω^2), autrement dit en **itérant 0** un **nombre** de fois allant de de **1** à ω^2 (ou de **0** à ω^2). Autrement dit encore, pour: $1 \leq n \leq \omega^2$, on a: $0 \leq 0{\times}n \leq \omega$. Tous les réalis, quels qu'ils soient, sont finalement une affaire d'**itération** du **0 absolu**. C'est ainsi qu'on définit très simplement tous les **réalis** de **0** à ω, donc tous les **nombres omégaréels positifs**. Et après cela, par application de la technique de construction des **nombres relatifs**, on construit tous les **nombres omégaréels**, **antitifs** comme **antitifs**, autrement dit la **droite omégaréelle**. Et plus généralement encore, par **orientation** des **réalis**, on construit les **nombres orientés**, la généralisation de la notion de **nombre complexes**. On reviendra largement sur les **générescences** ou **informations unaires**, l'autre très importante façon de définir ou de voir les **ordinaux** et plus généralement les **réalis**.

En raison de la **structure fractale** des **nombres**, il n'est pas nécessaire d'envisager un **zéro** plus fin que **0**, par exemple $\mathbf{0^2}$, $\mathbf{0^3}$, etc., pour former par **itération** tous les **réalis**, puisque, d'une part, tout **zéro** plus fin que **0** est automatiquement **équivalent** à **0**, et d'autre part la même **structure fractale**, nous dit que les **zéros**: θ, θ^2, θ^3, θ^4, **…**, θ^w, jouent exactement le même rôle que: **0**, 0^2, 0^3, 0^4, **…**, 0^ω.

iv) Les **ordinaux** du côté du **0** sont qualifiés d'**initiaux**, et correspondent grosso modo à la notion actuelle d'**ordinaux finis**, c'est-à-dire les éléments du classique **ensemble** des **nombres entiers naturels**: $N_i = N = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \ldots\}$. Nous disons qu'ils correspondent grosso modo à la notion actuelle d'**ordinaux finis**, car des **ordinaux** pourtant **infinis** selon notre vision, comme par exemple **w**, qui se précisera par la suite, font partie de cette première catégorie. Les **ordinaux** du genre de **w** (c'est-à-dire les **ordinaux** ou **nombres entiers naturels**, qui sont **initiaux** et qui pourtant sont **infinis**, ou qui sont **finis** au sens classique et pourtant sont **infinis** au sens nouveau), correspondent actuellement à ce qu'on appelle les **nombres entiers** « **non standard** », un concept quelque peu erroné de notre point de vue. C'est le qualificatif de « **fini** » qu'on leur attribue qui est inapproprié, car ils sont **infinis**, mais seulement ils sont dans la catégorie des **ordinaux initiaux**, qui est en réalité la notion que l'on a voulu entendre par « **fini** ». On comprendra ce que veut dire exactement être un **ordinal initial**, une notion très importante, une des clefs de la logique des **nombres**.

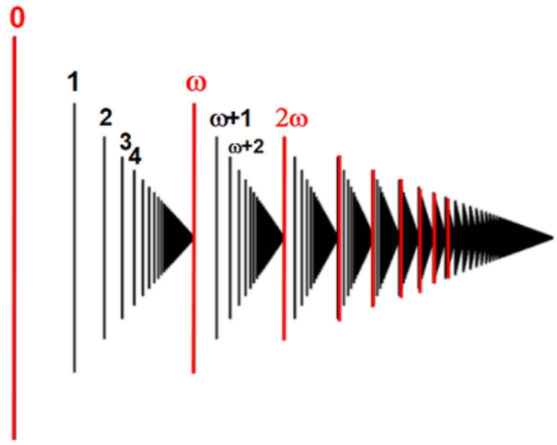
v) Les **ordinaux** du côté de **ω** sont qualifiés de **finaux**: $N_f = \{\ldots, \omega-7, \omega-6, \omega-5, \omega-4, \omega-3, \omega-2, \omega-1, \omega\}$. Ils sont les **symétriques** des **nombres initiaux**, car à chaque **ordinal initial n** correspond l'**ordinal final ω-n**, et vice-versa. Entre ces deux catégories extrêmes d'**ordinaux** il y a les **ordinaux** que nous qualifions d'**intermédiaires**, comme par **Δ**, qui se précisera lui aussi par la suite, mais aussi les **ordinaux** comme par exemple **ω/2**. Les **ordinaux intermédiaires** et **finaux** ne correspondent à aucune notion classique, ne serait-ce que parce que la notion de **dernier ordinal** ou de **dernier entier** n'existe pas dans les conceptions classique. Or c'est un tel **dernier ordinal** ou **dernier entier** qu'est **ω**, l'**Oméga**, et c'est sur lui que repose aussi bien la notion d'**ordinal final** que d'**ordinal intermédiaire**, comme on le verra. Les **ordinaux intermédiaires** constituent la quasi totalité des **ordinaux**, les **ordinaux initiaux** et **finaux** étant une très infime minorité, leur **nombre** par rapport au total est tout simplement **infinitésimal** (on reviendra sur tout cela). Comprendre cette liste des **ordinaux** de **0** à **ω**, c'est comprendre tous les **nombres**, et comprendre les **nombres**, c'est comprendre l'**Univers TOTAL**.

vi) Nous qualifions d'**ordinaux canoniques** les **ordinaux** à partir de **1**, donc la liste: **1, 2, 3, 4, …, ω-4, ω-3, ω-2, ω-1, ω**. Dans une logique **additive** ou **cyclique**, ce sera souvent la première liste, de **0** à **ω**, qui sera la plus appropriée, car **0** est l'**élément neutre** de l'**addition**. Mais dans une logique **multiplicative** ou **fractale**, ce sera souvent plutôt la seconde liste, de **1** à **ω**, qui sera la plus appropriée, car **1** est l'**élément neutre** de la **multiplication**. En d'autres termes, là où il est principalement question d'**additionner** ou de **soustraire**, et où c'est la **différence** entre les **ordinaux** qui importe le plus, on **compte** en **commençant** par **0**. Mais là où il est principalement question de **multiplier** ou de **diviser**, et où c'est le **rapport** entre les **ordinaux** qui importe le plus, on **compte** en **commençant** par **1**.

On conçoit actuellement les **ordinaux** ainsi: **0, 1, 2, 3, 4, …, ω, ω+1, ω+2, ω+3, ω+4, …**, liste dans laquelle on a dans l'**ordre** tous les **nombres entiers naturels**, suivis de l'**ordinal ω**, qui **n'a pas** de **prédécesseurs** immédiats, mais par contre qui a des **successeurs** immédiats: **ω, ω+1, ω+2, ω+3, …**, suivis d'un prochain **ordinal**, **2ω**, qui **n'a pas** de **prédécesseurs** immédiats non plus, mais qui a des **successeurs** immédiats: **ω, ω+1, ω+2, ω+3, …, 2ω, 2ω+1, 2ω+2, 2ω+3, …**, et ainsi de suite.

Ces **ordinaux infinis**, qui **n'ont pas** de **prédécesseurs** immédiats, mais qui ont des **successeurs** immédiats, sont actuellement qualifiés d'« **ordinaux limites** », et ce sont eux le problème, ce sont eux le **pire** dont nous parlons et détaillerons par la suite.

Malgré les apparences les blocs du schéma ci-dessus ne se touchent pas, car les **ordinaux** représentés par les segments verticaux rouges n'ont pas de **prédécesseurs**. Ceux d'avant, en **augmentant indéfiniment de 1**, **ne les atteignent jamais**. Ainsi par exemple, la séquence des **ordinaux** avant **ω** et juste après est: **0, 1, 2, 3, 4, …, ω, ω+1, ω+2, ω+3, ω+4, …**, et il n'y a donc pas **ω-1**. Par conséquent la séquence: **0, 1, 2, 3, 4, …** et la séquence: **ω, ω+1, ω+2, ω+3, ω+4, …**, sont deux blocs **séparés**, sans aucune jonction entre eux, le second bloc étant juste placé après le premier.



Cette **structure** a pour conséquence importante que l'**ordre** des **ordinaux** ainsi conçus est à SENS UNIQUE, celui justement que les blocs et leurs « pointes » suggèrent. On ne peut pas, comme sur un **segment** ou une **droite**, remonter l'**ordre** dans le sens inverse, par exemple de **ω** vers **0**, car pour cela il faut faire: **ω-1**, **ω-2**, **ω-3**, etc., autrement dit il faut les **prédécesseurs** de **ω**, qui justement **n'existent pas** dans cette conception des **ordinaux**. L'**ordre** n'est donc **symétrique**, or la **symétrie** des **ordinaux** est extrêmement importante, c'est une caractéristique fondamentale des **nombres**.

Cet **ordinal ω** (et tous les **ordinaux limites** à son exemple) est donc un **point de séparation**, de **discontinuité**, de **coupure**, de **rupture**, de **cassure**, de **brisure**, de **clivage**, de **ségrégation**, etc.. C'est un exemple de ce que nous appelons un objet **dysfonctionnel**, notion générale de **dysfonction** que nous verrons plus tard, car cela caractérise presque toutes les conceptions actuelles, les conceptions de la **négation**.

Ici, on voit donc que l'opérateur « **...** » apparaît comme un point de **séparation** entre l'**ordinal limite** et la série d'**ordinaux** avant lui, au lieu normalement de représenter un point de **jonction**, de **rencontre** entre le demi-bloc des **successeurs** d'un **horizon ω** donné et le demi-bloc des **prédécesseurs** de l'**horizon ω** suivant. Par exemple: **ω, ω+1, ω+2, ω+3, ω+4, ...**, qui partent de l'**horizon ω** et croissent vers l'**horizon 2ω**, et: **…, 2ω-4, 2ω-3, 2ω-2, 2ω-1, 2ω**, qui partent de l'**horizon 2ω** et décroissent vers de l'**horizon ω**. Les deux demi-blocs se rencontrent donc pour former: **ω, ω+1, ω+2, ω+3, ω+4, ..., 2ω-4, 2ω-3, 2ω-2, 2ω-1, 2ω**, qui est le **Cycle ω** ou **Bloc ω** qui va de **ω** à **2ω**. Et le symbole « **...** » ou **GENER** représente donc la **jonction** des deux demi-blocs du **Bloc**, et non pas le point de leur **séparation**, de la **cassure** du **Cycle** ou du **Bloc**. Et la **jonction** se fait exactement au milieu du **Bloc**, qui est le point: **(ω + 2ω)/2**, c'est-à-dire **3ω/2**, qui est le point précis de l'**opérateur GENER** ou « **...** » dans ce **Bloc**. Dans le **Cycle** ou **Bloc** qui va de **0** à **ω**, le point du **GENER** ou « **...** » est **ω/2**.

vii) Cette logique est la logique simple et **naturelle** des **nombres**, qui est aussi simple que la logique d'un **segment** (un **segment** de **longueur 1** par exemple, qui est fait de **ω points**, qui sont de **longueur 0**), ou d'une **droite** standard (de **longueur infinie**, de **longueur ω** par exemple, qui est faite de **ω segments** de **longueur 1**) ou d'une **super-droite** (qui est faite d'une **infinité** de **droites** de **longueur infinie**, par exemple de **longueur** ω^2, faite donc de **ω droites** de **longueur ω**, ou de **longueur** ω^3, faite de **ω droites** de **longueur** ω^2, etc.). On peut en effet parler de l'**ensemble** de **tous** les **ordinaux** comme de la **Droite des ordinaux**, comme on le voit dans le schéma **PE1** plus haut, et comme on le reverra encore. Ou de la **Super-droite des ordinaux**.

Voici la simple vérité et réalité évidente des **nombres**: au fur et à mesure qu'on **ajoute 1**, donc au fur et à mesure que les **nombres** grandissent, les **nombres** sont de moins en moins **finis** et de plus en plus **infinis**. Eh ben, oui. La **finitude** et l'**infinitude** est **progressive**, **graduelle**. Le **nombre 1000** par exemple est plus **infini** que **100**, qui est plus **infini** que **10**, qui est plus **infini** que **1**. Et **1000000** est plus **infini** que **1000**, qui est plus **fini** que lui. Et un nombre comme 10^{1000} ou « **10 puissance 1000** », est le **nombre** écrit avec **1 suivi** de **mille zéros**. C'est un **nombre très grand**, il est **infini** comparé à **100** par exemple. Et pourtant ce **grand nombre** 10^{1000} est **fini** aussi. Et $10^{1000000}$ est incomparablement plus grand, et pourtant il est **fini**, il est même un rien comparé à $10^{1000000000}$.

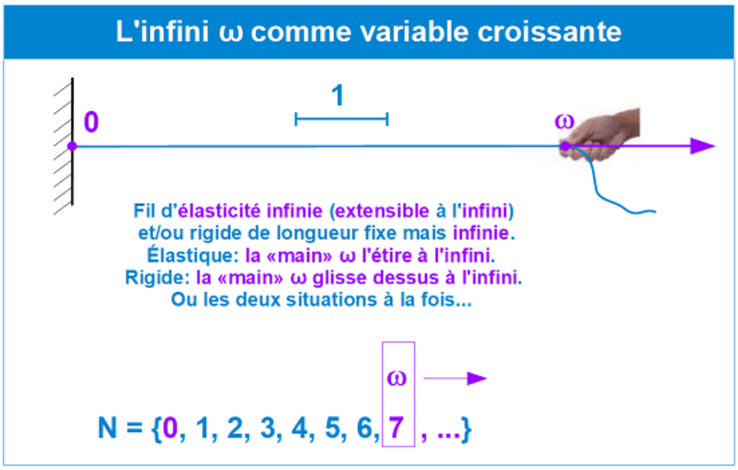
Ce n'est donc pas à nous de décider de l'**existence** ou de l'**être** des **choses**, dans l'**absolu**, je veux dire. Nous pouvons décider de l'**existence** des **choses** dans un **contexte** donné, c'est-à-dire de la **faire exister** (ou **créer**) ou non dans ce contexte. Par exemple décider de construire ou non un immeuble dans tel ou tel endroit de France.

Si nous décidons ou non de le construire, l'immeuble existera ou non en France. Mais ce n'est pas à nous de décider si oui ou non il existe une **France** dans l'**Univers TOTAL** dans laquelle l'immeuble est bel bien construit. Si nous décidons de ne pas construire l'immeuble dans la France que nous connaissons, cela ne doit en rien empêcher qu'il **existe** une France dans l'**Univers TOTAL**, où par contre la décision prise est de construire l'immeuble. On perçoit évidemment le rapport entre le le **Théorème de l'Existence** ou la **Loi de la Réalité TOTALE**, avec la question des **univers parallèles** par exemple. Ce n'est pas à nous de décider si oui ou non les autres univers existent. Or le problème dans ce monde est qu'on a adopté des paradigmes reposant sur une logique **décisionnelle** (une logique du « **tout** ou **rien** », de type « **soit oui soit non** », ou « **soit vrai soit faux** », ou « **soit 1 soit 0** », ou « **soit x** ou **non-x** »), et ce pour répondre à des questions **existentielles**, **ontologiques**. Mais justement la logique **existentielle**, **ontologique**, c'est la logique des **nombres**, ils nous disent que la logique actuelle qui sert à les étudier n'est pas correcte.

Cette logique est **paradoxale**, elle cache un subtil **paradoxe** connu sous le nom de **paradoxe sorite** ou le **paradoxe du tas**: « *1 grain de sable, ce n'est pas encore un tas de sable. Et 2 grains, ce n'est pas encore un tas non plus, de même que 3 grains, et ainsi de suite. A partir de quel nombre exact de grains ils cessent d'être un* ***non-tas*** *et commencent à devenir un* ***tas*** ». Si l'on donne un **nombre** précis **n** comme réponse, comme étant donc le **nombre** exact à partir duquel le **tas** commence, alors **n-1** est un **non-tas**. Ainsi, le **tas** et le **non-tas** différeraient seulement d'un **grain** de sable, ce qui est absurde. L'absurdité vient de cette logique de **négation**, qui fait une **séparation** entre **tas** et **non-tas**. Ce problème du **tas** et du **non-tas** est une autre manière de parler de la question de la **super-droite désintégrée**.

La nouvelle vision des **nombres** veut donc dire qu'en partant de **0** et en **ajoutant 1** un **nombre fini** de fois, cela donnera un **nombre fini** et pas **infini**, certes, mais en **ajoutant INDÉFINIMENT 1**, on finira par atteindre la **limite** ou l'**horizon infini ω**. Par exemple **ajouter 1** un nombre de fois **égal** à **1000**, donnera à la **fin** évidemment **1000**. Mais **ajouter 1 indéfiniment**: **1+1+1+1+1+1+1+...**, donnera un **résultat indéfini**, mot « **indéfini** » à ne pas comprendre « **non défini** » mais « **perpétuel** », d'autres mots pour dire simplement « **infini** ». C'est ici la subtilité.

De même que le **zéro** ou **0** est le **nombre** pour dire « **absence de nombre** » ou « **absence de quantité** » ou « **absence de choses à compter** », et qui de ce fait devient le **commencement des nombres ordinaux** ou **cardinaux**, le **nombre Alpha**, de même aussi, une bonne conception des choses consiste à introduire un **nombre spécial** pour signifier « **le nombre qui augmente sans cesse** » ou « **le nombre perpétuel** » ou « **le nombre qui n'a pas de fin** ». Et alors ce nombre spécial est par définition le **dernier nombre**, le **nombre qui EST la fin**, le **nombre Oméga**, noté **ω**. Si l'on comprend que c'est une immense idée, un très grand concept, d'introduire un **nombre spécial** appelé le **zéro**, qui représente le **RIEN**, le **vide**, l'**absence**, et en particulier l'**absence de nombre**, on doit comprendre que c'est une toute aussi grande idée d'introduire un **nombre spécial** qui représente le **TOUT**, le **plein**, la **présence de tous les nombres**. C'est ce qu'est « **le nombre qui augmente sans cesse** », c'est-à-dire le nombre qui consiste à **ajouter 1 indéfiniment**: **1+1+1+1+1+1+1+...**. Ce **nombre**, en **augmentant ainsi sans cesse**, finit toujours par être **égal** à n'importe quel **nombre entier** après **0**. Il est donc: **1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …**, ce qui est la définition que nous donnons au **nombre infini Oméga** ou **ω**.



Le **nombre infini ω** est ce que nous appelons un **nombre variable**, un **nombre dynamique**, **élastique**, par opposition à un **nombre constant**, un **nombre statique**, **fixe**, **rigide**, etc., qui par contre est synonyme de la notion de **nombre fini** (on reviendra sur ces questions tout au long de ce livre, car c'est ici le changement de paradigme numérique). Un **nombre infini** au sens de **nombre indéfini**, **perpétuel, variable**, **dynamique**, etc., est **potentiellement tout nombre** dont on parle, aussi **grand** que l'on veut. Il est clair que le **nombre ω** dont le fonctionnement est illustré par le schéma ci-dessus, a à chaque étape de son évolution un **prédécesseur ω-1** et un **successeur ω+1**. Et son **dynamisme** signifie qu'il est son propre **prédécesseur** et son propre **successeur**, ce qui s'exprime par l'**égalité**: **ω-1 = ω = ω+1**, que nous résumerons souvent par: **ω = ω+1**, et que nous appelons l'**énitivité** ou l'**incrémentativité**, ce qui signifie le fait pour un **réali** d'être **invariant** (c'est-à-dire de ne pas changer) si on lui ajoute ou soustrait un **réali** plus petit, et plus précisément un **réali** de **degré** ou de **grade** plus petit, ce qui est le cas de **1** par rapport à **ω**. En effet, $1 = \omega^0$.

L'**énitivité** ou **incrémentativité** est la première d'un ensemble de **propriétés caractéristiques** de l'**infini**, que nous appelons l'**oméganité** ou les **propriétés oméganes** (à l'inverse des **propriétés caractéristiques** du **zéro** que nous appelons les **propriétés alphanes** ou l'**alphanité**). L'**énitivité** est la première des propriétés de l'**infini oméga**, celle qui définit la notion de **dernier nombre**, de **dernier entier**, de **dernier ordinal**. Les autres **propriétés oméganes** sont: l'**auto-additivité**: **ω = ω + ω**, ou: **ω = 2ω**, l'**auto-multiplicativité**: **ω = ω × ω**, ou: $\omega = \omega^2$, l'**auto-exponentiativité**: **ω = ω ^ ω**, ou: **ω = ω^^2**, etc., et plus généralement l'**auto-hyper-opérativité**: **ω = ω H ω**, où **H** désigne tout **hyperopérateur** (on en reparlera). A l'origine donc, c'est l'**énitivité** qui entraîne ces autres **propriétés oméganes**. Pour cette raison, le terme **oméganité** par la suite désignera le plus souvent l'**énitivité**. Ces **égalités** sont des **équivalences** (**édentités**), notion qu'on développera dans toute la suite, en association avec la notion d'**identité**.

REMARQUE *R-OOD: Énitivité et Oméga-divisibilité*
De la manière dont le **nombre ω** est et fonctionne, la question ne se pose pas de savoir s'il est **pair** ou **impair**. En effet, parce qu'il vérifie l'**énitivité**: **ω = ω+1**, c'est-à-dire est **indéfiniment** lui-même et son propre **successeur**, donc est **successivement TOUS les nombres entiers**, il est clair alors qu'il à la fois **pair** et **impair** (il est **alternativement pair** et **impair**), et plus généralement il est **divisible** par **tous** les **diviseurs** classiques de **0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …**, donc est **divisible** par: **1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …**. Autrement dit: **ω, ω/2, ω/3, ω/4, ω/5, ω/6, ω/7, …**, sont des **nombres entiers**.

D-ON 2) Comme on le verra par la suite, le terme « **infini** » désignera de manière plus générale un **nombre n** suffisamment grand pour que dans son cas la propriété d'**énitivité**: **n = n+1**, puisse être considérée comme **vraie**, ou (ce qui revient au même) que l'**égalité**: **1/n = 0**, puisse être considérée comme **vraie**. C'est le cas par exemple du **nombre** 10^{100} ou « **10 puissance 100** » (la notion d'**évaluation** de la **valeur de vérité** de ces types d'**égalité** sera aussi développée par la suite).

D-ON 3) Et le fait que le **nombre ω** soit **dynamique** ou **variable** nous oblige automatiquement à un certain type d'écriture très intuitive pour représenter la liste des **ordinaux** de **0** à **ω**. En effet, traditionnellement, si l'on nous dit par exemple que **n** est une **variable**, et qu'en plus on précise que **n** est supérieur à 10^{100} par exemple, nous écrirons ainsi la liste des **ordinaux** de **0** à **n**, avec le **symbole** du **GENER**: **0, 1, 2, 3, 4, …, n-4, n-3, n-2, n-1, n**. Exactement pour la même raison, liste des **ordinaux** de **0** à **ω** est: **0, 1, 2, 3, 4, …, ω-4, ω-3, ω-2, ω-1, ω**. Et malgré son apparence **statique**, cette liste est en réalité **dynamique**, elle exprime l'**infinité** de **ω**, du simple fait de la présence du symbole du **GENER**, à savoir « **...** ». En effet, cette écriture signifie que les **finis croissent** de **0** vers **ω**, et que les **infinis décroissent** de **ω** vers **0**.

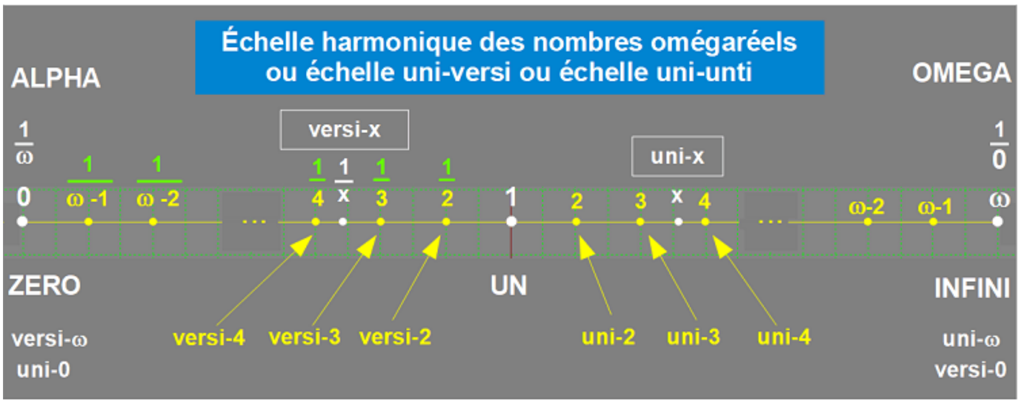
Ainsi donc, une **répétition finie** de **1** (c'est-à-dire le fait d'**ajouter 1** un **nombre fini** de fois) donne un résultat **fini**, et une **répétition infinie** de **1** (c'est-à-dire le fait d'**ajouter 1** un **nombre** de fois qui équivaut à le faire **indéfiniment** ou un **nombre fini n** de fois mais suffisamment grand pour que l'on considère que l'**égalité**: **n = n+1**, est vraie ou que l'**égalité**: **1/n = 0**, est vraie) donne un résultat **infini**. La nouvelle vision des **nombres** est parfaitement conforme à cette évidence, qui revient à dire simplement qu'**ajouter 1** un **nombre n** fois, donne comme **résultat n**, que **n** soit **fini** ou **infini**.

L'**ordinal ω** a donc un **avant-dernier élément**, qui est **ω-1**, et un **avant-avant-dernier élément**, qui est **ω-2**, et ainsi de suite. La liste des **ordinaux** de **0** à **ω** est donc: **0, 1, 2, 3, 4, …, ω-4, ω-3, ω-2, ω-1, ω**. A partir de ces **nombres**, tout autre notion de **nombres** est définie. Comprendre cette liste des **ordinaux** de **0** à **ω** , c'est comprendre tous les **nombres**, et comprendre les **nombres** c'est comprendre l'**Univers TOTAL**.

f) Symétrie des réalis ou Symétrie des inverses

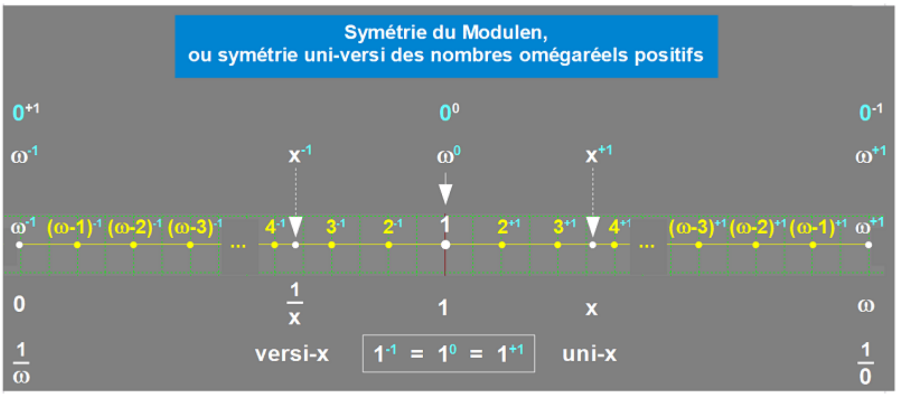
Commençons à découvrir la logique simple mais très profonde de l'**ensemble** R^+_ω (lire « **R oméga plus** ») des **nombres omégaréels positifs**, que nous appelons aussi le **modulen**, car c'est l'**ensemble tous les réalis** ou de

toutes les **valeurs absolues**, **finies** ou **infinies**, comme on le verra plus amplement par la suite. Découvrons $\mathbf{R}^{+}_{\omega}$ ou le **modulen** avec schéma suivant, qui les représente avec une échelle inhabituelle, que nous appelons l'**échelle harmonique** ou **échelle uni-versi**:



Les **réalis** de **0** à **ω** présentent donc une **symétrie** dont le **centre** est le **nombre 1**. Le **symétrique** de **1** va donc être lui-même, car tout **nombre x** est **symétrique** de **1/x** (par rapport au **nombre central 1**), et vice-versa. On qualifie habituellement en mathématiques d'**harmonique** les notions où la **fonction inverse**, c'est-à-dire **1/x**, que nous appelons **versi-x**, joue un rôle clef. Ainsi par exemple, la **suite harmonique** est la suite de **nombres**: **1, 1/2, 1/3, 1/4, 1/5**, etc.. L'**échelle** ci-dessus est dite **harmonique** car tout est basé sur cette très importante **fonction inverse**: **1/x**. Ainsi, le **symétrique** de **2** est **1/2**, et vice-versa, Et le **symétrique** de **3** est **1/3**, et vice-versa, ainsi de suite. Et le cas le plus important dans cette **symétrie** est celui du **0**, qui a un **symétrique**, qui est précisément **ω = 1/0**, et vice-versa: **0 = 1/ω**.

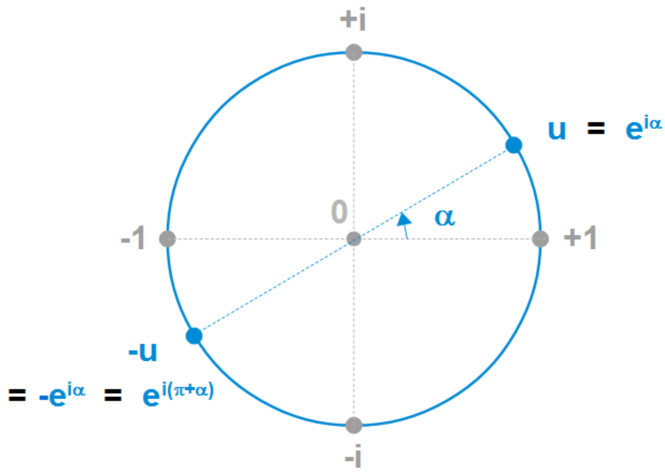
L'**échelle harmonique** a dilaté l'**intervalle [0, 1]** (l'**intervalle des tau-réalis**) pour qu'il ait exactement la même **longueur infinie** que l'**intervalle** de **1** à **ω**, l'**intervalle [1, ω]** (l'**intervalle des êta-réalis**). Dans cette **échelle de mesure** des **longueurs**, un **nombre x** et son **inverse 1/x** sont exactement à la même **distance** de **1**. Nous retrouvons cette logique avec la notion de **finitude** et d'**infinitude**. Au royaume des **inverses**, **x** et **1/x** sont exactement comme **+x** et **-x** au royaume des **opposés**.



On a exactement la même **symétrie des opposés** ou **symétrie de l'opposition**, que nous appelons la **symétrie ani-anti** ou **symétrie de l'antition**, sauf qu'elle est ici exprimée avec une **exponentielle** de **base 0** ou **ω**, et se généralise avec une **exponentielle** de n'importe quel **base omégaréelle a positive**, **nulle** ou **infinie**.

DÉFINITION *D-PN: Positif et Négatif*

D-PN 1) C'est ici que nous devons commencer à distinguer deux notions de « **positif** » et « **négatif** », la notion **absolue** et la notion **relative**. Comme on l'a vu, un **réali** ou **nombre positif absolu**, est un **nombre réel** ou **omégaréel pur**, sans **aucun signe**, comme par exemple les **nombres**: **0, 1, 2, 5, 23/2, √51, ln(2), ω/3, ω**, etc.. Dès qu'il y a le **moindre signe** qui accompagne le **nombre**, ou le moindre **sens** ou la moindre **orientation** affectée au **nombre**, il n'est plus **absolu**, mais « **relatif**», à comprendre par là « **orienté** », car le langage traditionnel qualifie de « **nombres relatifs** » (comme par exemple l'habituel en semble **Z** des « **nombres entiers relatifs** »: **Z = {…, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, ...}**) les **réalis** affectés des **deux orientations principales ANI (+1)** et **ANTI (-1)**. Avec les **nombres complexes** ou les **vecteurs**, il existe une **infinité** d'**orientations**, qui sont la définition générale de la notion de **signe**, comme par exemple dans le **plan complexe** les **nombres**:



D-PN 2) Chaque **point** du **cercle** de **rayon 1** est une **orientation** du **plan complexe**, dont les quatre **orientations** ou **signes**: **+1, -1, +i, -i**, qui sont **opposés** deux à deux. Dans la nouvelle vision des **nombres**, tous les **points** du **cercle unité** (et en particulier ces quatre-là) ou **cercle trigonométrique** ou **cercle complexe unité**, sont le même **module** ou **nombre absolu** ou **valeur absolue 1**, **orientée** d'une **infinité** de façons, les deux **orientations « +1 »** (**ani**) et «**-1** » (**anti**) n'étant que deux cas particuliers, appelés donc les deux **signes** des **nombres réels** ou **omégaréels**. Il y a donc une différence entre la **valeur absolue 1** et le **nombre orienté +1**, qui est un **nombre anitif**, c'est-à-dire un **nombre positif** en un **sens relatif**. Cela veut dire que parmi toutes les **orientations** possibles de la **valeur absolue** ou **module 1**, on a privilégié celle nommée « **+1** » et qui ici est **orientée** à **droite**, pour la qualifier de « **positive** », par opposition à celle nommée « **-1** » et qui ici est **orientée** à **gauche**, pour la qualifier de « **négative** ». Mais dans l'absolu, elle n'est pas plus **négative** que **+1**, que **+i**, que **-i**, ou que le **nombre complexe**: **-1/2 + i√3/2**, **orienté** à **120°**, ou encore le **nombre complexe**: **cos(40°) + i sin(40°)**, **orienté** à **40°**. Tous sont la même **valeur absolue** ou **module 1**.

D-PN 3) De même, tous les **points** du **cercle** de **rayon 5** par exemple sont eux aussi la même **valeur absolue 5** ou **module 5**, elle aussi ayant la même **infinité** d'**orientations** ou **signes**, dont en particulier « **+5** » ou **ani-5**, et « **-5** » ou **anti-5**. Mais il y a aussi par exemple: « **+5i** » et « **-5i** », **orientés** à **90°** et **-90°** comme « **+i** » et « **-i** », ou: **-5/2 + 5i√3/2**, **orienté** à **120°**, comme: **-1/2 + i√3/2**, ou: **5cos(40°) + 5i sin(40°)**, **orienté** à **40°**, comme: **cos(40°) + i sin(40°)**. Quelle que soit donc l'**orientation**, tous les **nombres** du **cercle** de **rayon 5** sont la même **valeur absolue** ou **module 5**. Ils sont de ce point de vue parfaitement **équivalents**, rien dans l'absolu ne nous autorise à privilégier une **orientation** (par exemple **+5** d'**orientation 0°** ou **orientation ani**) par rapport aux autres. Si on le fait, c'est alors juste une **convention**, il s'agit d'un **positif** juste **relatif**, car toutes les autres **orientations** de la **valeur absolue** ou **module 5** sont tout autant **positives** dans l'absolu (on reviendra en détail sur tout cela).

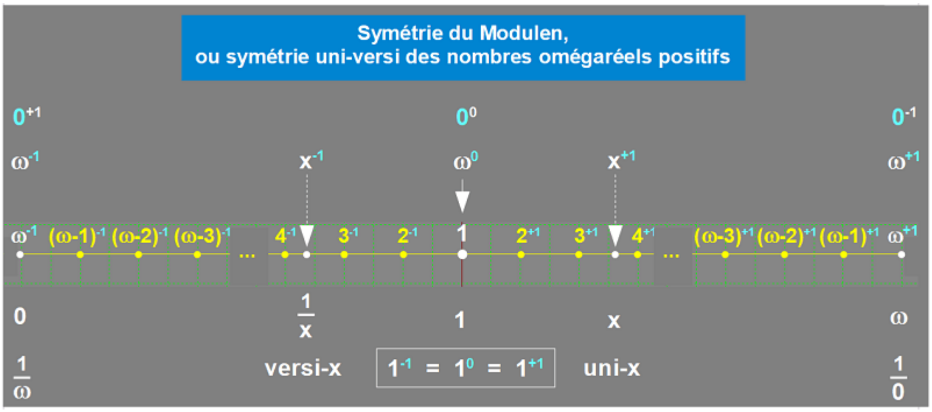
D-PN 4) Et maintenant la notion de **nombre négatif** au vrai sens du terme est une toute autre affaire. Comme déjà dit, cela désigne la notion de **module plus petit que le module pris comme zéro**. Autrement dit, les **nombres négatifs** désignent les **modules** dont le **degré** est **antitif**. Si le **zéro** est par exemple le **module** ou **réali** θ, qui est le **degré -1** de l'**infini w**, autrement dit : $\theta = w^{-1} = 1/w$, alors les **modules**: θ^2, θ^3, θ^4, …, θ^w, qui est respectivement: w^{-2}, w^{-3}, w^{-4}, …, w^{-w}, qui sont donc de **degrés** de **w antitifs**, sont des **modules négatifs** au sens de l'**infini w**. Et on a: $\theta^w = 0$, et: $w^w = \omega$, et **0** et **ω** sont une autre définition du **zéro** et de l'**infini**. Les **modules**: θ^2, θ^3, θ^4, …, θ^w, qui sont **négatifs** au sens de **w**, sont tout à fait **positifs** ou **unitifs** au sens de **0** et **ω**. Mais 0^2, 0^3, 0^3, …, 0^ω, sont **négatifs** au sens de **0** et **ω**. Et ainsi de suite, si nous considérons à son tour un **infini** ω_1 et tel que: $\omega^\omega = \omega_1$, et son **zéro** associé, qu'on peut noter 0_1 par exemple, et qui est tel que: $0^\omega = 0_1$. Au sens de ceux-ci, les précédents dont **positifs**, etc.

Un **module** ou **valeur absolue** est donc un **nombre réel** ou **omégaréel**, et plus généralement un **nombre complexe** ou un **vecteur**, sans absolument aucun **signe**, aucune **orientation**. Les **nombres** de même **module** sont à voir comme les **différentes facettes** d'un même **nombre absolu**, qui ne diffèrent que par leur **orientation**.

Ces **nombres** sont donc **équivalents** par leur **module** ou **valeur absolue** (on détaillera cette question de **nombres orientés**, de **nombres complexes** ou de **vecteurs** plus loin).

Et plus généralement les **nombres orientés** sont **symétriques**. Leurs **propriétés générales** ne dépendent pas de l'**orientation** mais seulement du **module** (on parle alors de **symétrie modulaire**). Le choix de l'**orientation** qui sera appelée **ani** n'affectera pas du tout ces **propriétés**.

Dans la **symétrie de l'opposition**, l'**élément neutre** est **0** (l'**élément neutre** de l'**addition**) et donc c'est l'**élément central**. Et alors les **opposés +x** et **-x** sont à la même **distance** par rapport à **0**. Dans la **symétrie de l'inversion**, c'est **1** qui est l'**élément neutre** (l'**élément neutre** de la **multiplication**), et alors de la même façon **x** et **1/x** sont à la même **distance** du **centre**, qui est **1**.



Et plus généralement, pour deux **nombres omégaréels positifs** quelconques **x** et **y**, les **nombres x/y** et **y/x**, **inverses** l'un de l'autre, sont à la même **distance** par rapport à **1**, exactement comme dans la **symétrie de l'opposition** les **nombres x – y** et **y – x** sont à la même **distance de 0**.

Profitons de l'occasion pour introduire l'importante notion du **degré** ou du **grade** d'un **réali** ou **module** (ou plutôt pour approfondir, car nous en avons déjà parlé))

DÉFINITION *D-GM: Grade ou degré d'un réali*

D-GM 1) Soit un **réali x**. On admets que tout **réali x** est de la forme générale:
$\mathbf{x = a_{r1}\omega^{r1} + a_{r2}\omega^{r2} + a_3\omega^{r3} + \ldots + a_{rn}\omega^{rn}}$, où les $\mathbf{r_i}$ (à considérer comme dans l'ordre décroissant dans cette définition, c'est-à-dire: $\mathbf{r_1 \geq r_2 \geq r_3 \geq \ldots \geq r_n}$) sont des **nombres réels** au sens classique (**positifs**, **négatifs** ou **nuls**), ou des **nombres réels** au nouveau sens (c'est-à-dire les **nombres omégaréels**, **positifs**, **négatifs** ou **nuls**), et où les $\mathbf{a_{ri}}$ sont des **réalis onigrades**. Le **nombre** $\mathbf{r_1}$ est appelé le **degré** ou le **grade** de **x**. On dit que **x** est un **nombre** $\mathbf{r_1}$**-grade**, ce qui veut dire donc un **nombre** de **grade** ou de **degré** $\mathbf{r_1}$. On dit que **x** est un **nombre onigrade** ou un **nombre 0-grade** ou un **nombre** de **grade** ou de **degré 0**, si $\mathbf{r_1}$ est **0**, ou si $\mathbf{r_1}$ n'est pas **0**, mais s'il existe deux **nombres a** et **b** établis comme étant **onigrades**, tels qu'on ait l'encadrement: $\mathbf{a \leq x \leq b}$. Dans ce cas, cela veut dire que $\mathbf{r_1}$ est un **nombre infinitésimal**. Tous les **nombres infinitésimaux** ne donnent pas forcément lieu à des **nombres onigrades**, mais certains **nombres infinitésimaux ε** (notamment les **nombres deltaïques** par exemple, qu'on verra), sont tels que si **x** est est de **degré ε**, alors **x** est **onigrade**. Dans tous les cas, tout **nombre onigrade x** peut toujours se mettre sous la forme générale précédente, avec un **degré** qui est **0**.

Il est clair que la notion clef dans cette définition est celle de **nombre onigrade**, que nous allons cerner maintenant avec des cas particuliers.

D-GM 2) Le **Trio** fondamental **0**, **1** et **ω**, sont donc respectivement les trois **nombres**: $\mathbf{\omega^{-1}}$, $\mathbf{\omega^{0}}$ et $\mathbf{\omega^{+1}}$, c'est-à-dire le **nombre infini ω**, appelé la **base**, élevé respectivement à la **puissance** ou au **degré**: **-1**, **0** et **+1**, qui est le **Trio additif** ou le **Trio** de l'**opposition**: **ANTI** (**-1**), **ONI** (**0**) et **ANI** (**+1**). Pour cette raison, les **nombres**: **0**, **1** et **ω**, ou: $\mathbf{\omega^{-1}}$, $\mathbf{\omega^{0}}$ et $\mathbf{\omega^{+1}}$, sont respectivement dits **antigrade** pour **0**, **onigrade** pour **1**, et **anigrade** pour **ω**. Il est clair que les **nombres** $\mathbf{0^2}$, $\mathbf{0^3}$, $\mathbf{0^4}$, etc., sont respectivement: $\mathbf{\omega^{-2}}$, $\mathbf{\omega^{-3}}$, $\mathbf{\omega^{-4}}$, etc., donc les **degrés -2** (**BANTI**), **-3** (**CANTI**), **-4** (**DANTI**), etc., de la **base ω**. Ils sont donc respectivement dits **bantigrade** pour $\mathbf{0^2}$, **cantigrade** pour $\mathbf{0^3}$, **dantigrade** pour $\mathbf{0^4}$, etc., les initiales de la nomenclature (dont on reparlera plus plus loin) étant: **B, C, D, F, G, H, J, K, L, …, X**, c'est-à-dire les consonnes de **B** à **X** de l'alphabet latin, pour les **degrés** ou **grades** jusqu'à **20**. Et par conséquent, les **nombres**: ω^2, ω^3, ω^4, etc., les **degrés 2** (**BANI**), **3** (**CANI**), **4** (**DANI**), etc., de la **base** ω, sont donc respectivement dits **banigrade** pour ω^2, **canigrade** pour ω^3, **danigrade** pour ω^4, etc..

D-GM 3) Le **nombre 1** est le **réali onigrade** par excellence, le **réali** de référence, à partir duquel on construit ou définit tous les autres **réalis onigrades** (et au-delà tous les **réalis**, si on lui adjoint **0** et ω), et ce moyennent toutes les **opérations élémentaires** de l'**arithmétique** autres que la **soustraction**. La **soustraction** est exclue pour une raison simple: la **soustraction** conduirait à des **nombres antitifs** ou **négatifs**. Or on parle dans un premier temps de **réalis**, donc de **nombres positifs**, et donc on ne s'intéresse qu'à toutes les **opérations** qui conservent la **positivité**, c'est-à-dire qui à partir d'**opérandes strictement positifs** donnent un **résultat strictement positif**. De telles **opérations** sont dites **opérations de réalis**, car ce sont elles qui permettent de **construire** tous les **réalis**. Etant donnés deux **réalis onigrades x** et **y**, leur **somme** « **x+y** » est **onigrade**, de même que leur **produit** « **x×y** », de même que leur **rapport** « **x/y** », de même que leur **exponentiation** « **x^y** ». Et plus généralement, **H** étant un **hyperopérateur** (on parlera des **hyperopérateurs** plus tard) ou l'**opérateur réciproque** d'un **hyperopérateur** (excepté la **soustraction**), l'**opération** « **x H y** » donne un **réali onigrade**.

Ainsi donc, **1** étant **onigrade** (la référence), **1+1** ou **2** est **onigrade** lui aussi, de même que **2+1** ou **3**, de même que **4**, **5**, **6**, **7**, … etc. Tous les **nombres entiers naturels non nuls** au sens classiques, c'est-à-dire les éléments de $\mathbf{N}^*$, sont donc **onigrades**. Et plus généralement tous les **nombres rationnels non nuls** classiques, et en particuliers ceux **positifs** (puisque dans un premier temps nous ne nous intéressons qu'à tous les **nombres positifs**), c'est-à-dire les éléments de $\mathbf{Q}^*$, sont **onigrades**. Et généralement encore tous les **nombres réels non nuls** classiques, et en particuliers ceux **positifs**, c'est-à-dire les éléments de $\mathbf{R}^*$, sont **onigrades**.

L'idée clef dans la notion de de **gradation** ou de **degré** des **nombre** (en particulier de **réali**) est que tout **réali x** s'exprime comme un **degré** de ω, et en particulier on a les **polynômes** d'**indéterminée** ou de **base** ω, de la forme donc: $x = a_n\omega^n + a_{n-1}\omega^{n-1} + a_{n-2}\omega^{n-2} + a_{n-3}\omega^{n-3} + \ldots + a_1\omega^1 + a_0\omega^0 + a_{-1}\omega^{-1} + a_{-2}\omega^{-2} + a_{-3}\omega^{-3} + \ldots + a_{-m}\omega^{-m}$, où **m** et **n** sont des **nombres entiers** et même des **nombres réels positif onigrades** ou **infinitésimaux**, et où par contre tous les **coefficients** a_i doivent être justement **onigrades**, ou de **degré 0**. Dans cette définition, un terme de **degré** donné, $a_i\omega^i$, est **présent** ou **absent**. L'**absence** éventuelle du terme ne s'exprime pas par le fait que (comme pour les **polynômes** traditionnels) le **coefficient** a_i est **0**, pour une raison simple: $0 = \omega^{-1}$, autrement dit, **0** est **antigrade**, et si $a_i = 0$, alors le terme $a_i\omega^i$ est $0\times\omega^i$, ce qui veut dire: $\omega^{-1}\times\omega^i$, c'est-à-dire ω^{i-1}. Ainsi donc, **multiplier** par **0** une **puissance** de ω ne se traduit pas par l'**absence** du terme correspondant dans le **polynôme**, mais abaisse juste d'une unité la **puissance** de ω.

Par exemple, si l'on dit que **x** est de la forme: $x = a\omega^4 + b\omega^3 + 5\omega^2$, le fait de dire que **a** et **b** sont **nuls** (c'est-à-dire son' égaux à **0**) ne signifie pas que **x** se réduit au **monôme** $5\omega^2$, ou que le terme de **puissance 3** disparaît, car on a: $x = 0\times\omega^4 + 0\times\omega^3 + 5\omega^2 = \omega^{-1}\times\omega^4 + \omega^{-1}\times\omega^3 + 5\omega^2 = \omega^3 + \omega^2 + 5\omega^2 = \omega^3 + 6\omega^2$.

Un terme **absent** est en fait un terme dont le **coefficient** est au moins le **zéro mineur** de $0 = 0_0$, c'est-à-dire $0_1 = 0^\omega$, qui est le **zéro** associé au **majeur** de l'**infini** de référence $\omega = \omega_0$, **majeur** qui est $\omega_1 = \omega^\omega$. Mais par défaut, le **0** qui annule l'**infini** ω et ses **puissances** courantes est le **0 absolu**, à savoir 0_ω ou 0_Ω, que, pour lever toute confusion, nous noterons **O** ou $\varnothing$, qui est le symbole habituel du **vide** ou de l'**ensemble vide**. Ainsi, dire que $x = a\omega^4 + b\omega^3 + 5\omega^2$, et que **a** et **b** sont **nuls** au sens classique, c'est dire que **a** et **b** sont le **0 absolu** ou sont le **vide** $\varnothing$. On veut alors dire par là que: $x = \varnothing\times\omega^4 + \varnothing\times\omega^3 + 5\omega^2 = 5\omega^2 = O\times\omega^4 + O\times\omega^3 + 5\omega^2 = 5\omega^2 = 0\times\omega^4 + 0\times\omega^3 + 5\omega^2 = 5\omega^2$, où donc le **0** utilisé n'est pas l'**inverse** de l'**infini** de référence ω mais le **0 absolu**, l'**inverse** de l'**infini absolu** ω. Et alors les **termes** ayant pour **coefficient** ce **0** sont effectivement **absents**, et donc **x** se réduit au **monôme** $5\omega^2$.

Un **nombre onigrade a** est donc de la forme: $a = a_0\omega^0$, où a_0 doit lui-même être un **nombre onigrade** aussi. En effet, si a_0 est de **degré p**, avec **p** différent de **0**, il n'est donc pas **onigrade**, et $a = a_0\omega^0$, est alors aussi un **nombre** de **degré p**, un **nombre p-grade** donc.

D-GM 4) Pour simplifier, les **réalis onigrades** sont par définition tout simplement les **modules** de θ à **w**, auxquels nous ajoutons le **0 absolu**. Donc les **réalis onigrades** sont les éléments de l'**intervalle [0, w]**, comme on l'a déjà dit. Et un **nombre onigrade** est un **nombre** dont le **module** est **onigrade**.

Plus précisément encore, la liste des **réalis onigrades** associés à l'**infini** de référence ω est très exactement: **0**, θ, 2θ, 3θ, …, $(w-3)\theta$, $(w-2)\theta$, $(w-1)\theta$, $w\theta = 1$, $1+\theta$, $1+2\theta$, $1+3\theta$, …, $(2w-3)\theta$, $(2w-2)\theta$, $(2w-1)\theta$, $2w\theta = 2$, …, …, **3**, …, …, **4**, …, …, **w**. Autrement dit, c'est l'ensemble de tous les **réalis** de la forme: $r = k\theta$, où **k** est un **ordinal** ou **nombre entier** de **0** à w^2, autrement dit les **ordinaux**: **0, 1, 2, 3, …, w, w+1, w+2, w+3, …, 2w, …, …, 3w, …, …, 4w, …, …,** w^2. Autrement dit encore, en partant du **0 absolu**, on **ajoute** à chaque fois **θ**, jusqu'à ce qu'on aboutisse à l'**infini w**. On aura alors **ajouté θ** un nombre de fois égal à w^2. Ces réalis sont aussi ce que j'appelle les **générescences** ou **informations unaires** d'**unit θ**, notés alors: **0**, **θ**, **θθ**, **θθθ**, **θθθθ** , **…, w**.

Il est clair qu'on peut faire jouer au **majeur** de **w**, à savoir: $\omega = \omega_0 = w^w$, le rôle que **w** joue par rapport à **ω**. Le nouvel **infini** de référence étant maintenant $\omega_1 = \omega^\omega$, et $0 = 0_0 = \theta^w$ jouant maintenant le rôle de **θ**, les **réalis onigrades** associés à ω_1 sont toute les **générescences** d'**unit 0**, allant du **0 absolu** à **ω**, c'est-à-dire: **0**, **0**, **00**, **000**, **0000**, **…**, **ω**, ou: **O**, **0**, **00**, **000**, **0000**, **…**, **ω**, où donc **O** ou **0** est le **0 absolu**, à ne pas confondre avec le **0** de référence. Autrement dit, ces **nombres onigrades** sont les **réalis** de la forme: $r = k \times 0$ où **k** est un **ordinal** ou **nombre entier** de **0** à ω^2. Et la même définition est généralisée à tous les 0_n et ω_n, en s'intéressant particulièrement aux cas où **n** est un **ordinal** de **0** à $\omega = \omega_0$, c'est-à-dire aux cas des 0_n et ω_n qui sont **litéziques**.

La notion de **gradation** ou de **degré** des **nombres** est **graduelle**. Un **nombre onigrade x** est donc un **nombre** de **degré 0** ou d'un **degré infinitésimal** tel que le **nombre x** puisse être encadré par deux **nombres onigrades a** et **b**, c'est-à-dire: $a \leq x \leq b$. Alors forcément, **x** peut se mettre sous la forme d'un **polynôme** de **degré 0**.

Par exemple, on a le **dérivateur δ** ou **delta** (un **réali** important dont on reparlera encore par la suite), qui n'est pas **onigrade**, car on a: $\delta = \omega^{-1/2}$, ce qui veut dire que **δ** est de **degré** ou de **grade -1/2**. Cependant, ω^δ, un **réali** dont le **degré** non plus n'est pas **0** à première vue, est **onigrade**, car on montre que: $\omega^\delta = 1 + \delta\Lambda$, où $\Lambda = \ln(\omega)$, c'est-à-dire le **logarithme naturel** de **ω**. Et le produit **δΛ** est un **nombre infinitésimal**, plus petit que l'**infinitésimal θ**, qui est l'**inverse** de **w**, lui-même étant le **nombre infini** défini par: $w^w = \omega$, autrement dit le **mineur** ou **audoracine** de **ω**, son **petit modèle** dans la **fractale des réalis**. Par conséquent, on a par exemple: $1 < 1 + \delta\Lambda < 2$. Ainsi donc, le **module** ω^δ ou $1 + \delta\Lambda$ ou $\omega^0 + \delta\Lambda$, est encadré par deux **modules onigrades**, donc est par définition **onigrade**, ce qui est confirmé par le fait qu'il possède une forme de **degré 0**, à savoir: $1 + \delta\Lambda = \omega^0 + \delta\Lambda$, étant entendu que le produit **δΛ** est un **nombre infinitésimal**, ce qui veut dire de **degré strictement inférieur** à **0**.

Etant donné que l'on a: $w^w = \omega$, et: $\theta = 1/w$, ou: $\theta \times w = 1$, et par conséquent: $\theta^w = 0$, on en déduit que: $w = \omega^\theta$. En effet, on a: $(w^w)^\theta = \omega^\theta$. Donc: $w^{w \times \theta} = \omega^\theta$.

Les **réalis w** et **θ** ne sont pas **onigrades** en **base ω**, au sens qu'on vient de définir. Car on a: $w = \omega^\theta$, et nous convenons pour cette raison que le **nombre w** est un **nombre infini** trop grand pour être considéré comme un **nombre onigrade** au sens de la **base ω**, et au sens ordinaire que nous avons défini plus haut. Autrement dit, le **nombre infinitésimal θ** est trop grand pour que ω^θ soit **onigrade** dans sa propre **base**, puisque le **degré** de **ω**, qui est **θ**, est non **nul** au sens strict. Mais nous convenons (moyennant la définition simplifiée plus haut) que **w** et **θ** sont **onigrades** en un sens élargi.

Pour en revenir à l'**échelle harmonique** (**symétrie de l'inversion**, la **symétrie du modulen**), elle a donc pour conséquence importante que les **nombres** « **x+y** » et « **1/(x+y)** » sont à la même **distance** de **1**, de même que les **nombres x×y** et **1/(x×y)**. Tout se passe donc comme si, avec cette **échelle harmonique**, pour deux **nombres supunitaires** (c'est-à-dire **supérieurs** ou **égaux** à **1**) **x** et **y**, leur **addition** est l'**addition** classique: $x + y$, mais l'**addition** de leurs **inverses**, qui sont alors **subunitaires** (c'est-à-dire **inférieurs** ou **égaux** à **1**) n'est pas l'**addition** classique, mais une **addition** spéciale, vérifie: $1/x + 1/y = 1/(x+y)$. En effet, x^{-1} et y^{-1}, ou **1/x et 1/y**, , sont du côté de l'**exposant -1** (**exposant anti**) ce que x^{+1} et y^{+1}, ou **x** et **y**, sont du côté de l'**exposant +1** (**exposant ani**). La **symétrie ani-anti** ou **symétrie de l'opposition** signifie toujours qu'on peut **permuter** les deux rôles de l'**ani** et de l'**anti**, **+1** devient alors **-1** et **-1** devient **+1**. Il n'y a qu'à regarder le schéma ci-dessus pour constater cette **symétrie parfaite** entre les **nombres** de la forme x^{+1} et ceux de la forme x^{-1}. Si nous n'avions pas convenu de noter: **1/x** le **nombre** x^{-1}, un extraterrestre qui serait devant ce schéma avec seulement d'un côté les les **nombres** de la forme x^{+1} et ceux de la forme x^{-1}, serait incapable de dire lesquels ont un **exposant anitif** (**positif**) et lesquels ont un **exposant antitif** (**négatif**). Il constatera juste la **symétrie parfaite**, et le fait que les rôles sont **interchangeables**.

DÉFINITION *D-VERSYM: Symétrie des inverses ou Symétrie du Modulen*

Pour deux **nombres omégaréels positifs** ou **nuls x** et **y**, les **nombres** $(x/y)^{+1}$ et $(x/y)^{-1}$, ou **x/y** et **y/x**, ou encore **(x/y)** et **1/(x/y)**, sont **inverses** l'un de l'autre, donc sont **symétriques** selon la **symétrie des inverses**. Ils sont donc à la même **distance** du **centre 1** sur l'**échelle harmonique** ou **échelle uni-versi**. Cette **symétrie** rend tout simplement **équivalents** x^{+1} et x^{-1}, pour tout **nombre omégaréel positif** ou **nul x**. Cela veut dire qu'on a une

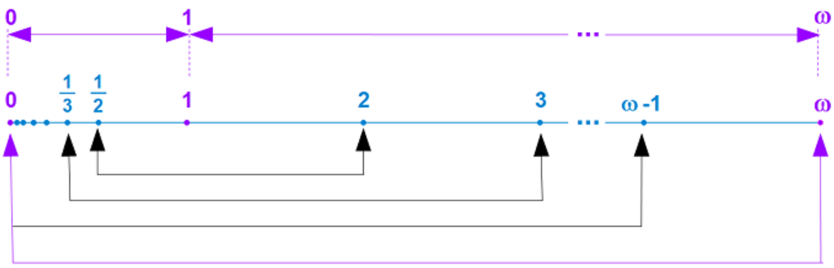
égalité: $\mathbf{x^{+1} = x^{-1}}$, ou: **x = 1/x**, au sens d'une notion générale d'**égalité** appelée la **relation d'équivalence**. La **relation** d'**égalité** est ici l'**équivalence des inverses**, qui consiste à voir deux **nombres inverses** $\mathbf{x^{+1}}$ et $\mathbf{x^{-1}}$ comme un seul **nombre**. Et donc $\mathbf{(x+y)^{+1}}$ et $\mathbf{(x+y)^{-1}}$ comme le même **nombre**, de même que $\mathbf{(x\times y)^{+1}}$ et $\mathbf{(x\times y)^{-1}}$, et de même que $\mathbf{(x/y)^{+1}}$ et $\mathbf{(x/y)^{-1}}$, etc..

Pour deux **nombres êta x** et **y** donc, leur **multiplication** est elle aussi la **multiplication** classique: **x × y**, mais cette fois-ci **la multiplication** de leurs **inverses** est elle aussi la **multiplication** classique: **(1/x) × (1/y) = 1/(x×y)**. La raison est que la **symétrie des inverses** est **multiplicative**. Donc pour la **multiplication** et la **division**, tout se passe de la même manière pour les **nombres supunitaires** que pour les nombres **subunitaires**.

Avec la **symétrie des inverses**, on ne fait que parler de la **symétrie des opposés** d'une autre manière. La seule différence entre les deux **symétries** est que les **nombres opposés +p** et **-p** sont les **exposants** d'une certaine **base omégaréelle positive a**, et à défaut c'est la **base a = ω**. Par conséquent, il n'y a aucune raison que cette **symétrie** qui avec l'**addition** est valable pour **tous** les **nombres** soit avec la **multiplication** **brisée** pour le **nombre 0**.

DÉFINITION *D-EOOC: Échelle omégaréel ordinal et échelle cardinal*
Nous qualifions aussi l'**échelle harmonique** d'**échelle ordinale**, car avec cette échelle on s'intéresse plus à l'**ordre** des **nombres** qu'à leur **valeur**. Par exemple, du côté **tau**, les **nombres** de l'**intervalle [0, 1]**, le **nombre 1/5** est **avant 1/3** qui est **avant 1/2**, comme du côté **êta**, les **nombres** de l'**intervalle [1, ω]**, le **nombre 5** est **après 3** qui est **après 2**. On parle d'**échelle cardinale** quand le **modulen** (l'**ensemble** $\mathbf{R^{+}_{\omega}}$ des **nombres omégaréels positifs** ou **nuls**, l'**intervalle [0, ω]** donc) est vu selon une **échelle** proportionnelle à la **valeur** des **nombres**.

Avec l'**échelle cardinale**, l'**intervalle infini [0, 1]** de l'**échelle harmonique** est contracté de manière à ce qu'il ait la **longueur 1**. Ou, ce qui revient au même, c'est cet **intervalle [0, 1]** qui sert d'**unité de mensure**.

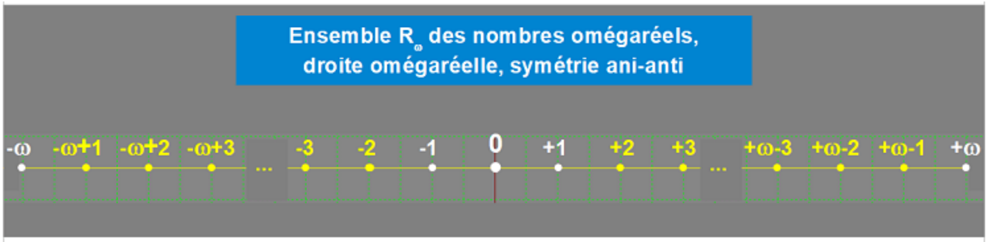


A tout **point** de la **demi-droite** après **1** correspond un et un seul **point** du **segment unitaire [0, 1]**, et réciproquement. Au **point 2** correspond le **point 1/2** ou **0.5**, au **point 3** correspond le **point 1/3** ou **0.333...**, au **point 4** correspond le **point 1/4** ou **0.25**, et ainsi de suite. Donc le **point 10** est relié au **point 1/10** ou **0.1**, le **point 100** est relié au **point 1/100** ou **0.01**, le **point 1000** est relié au **point 1/1000** ou **0.001**, le **point 1000000** est relié au **point 1/1000000** ou **0.000001**, etc.. Avec donc l'échelle classique, plus donc le **point x** choisi après **1** est grand, plus son **inverse 1/x** se rapproche de **0**. Pour exprimer cette vérité, on a l'habitude de dire que « la **limite** de **1/x** quand **x** tend vers l'**infini** est **0** ».

Nous allons aujourd'hui découvrir la puissante notion qui généralise cette habituelle notion de **limite**, et qui est la notion d'**horizon**. Nous dirons aujourd'hui que quand **x** tend vers l'**horizon Oméga**, **1/x** tend vers l'**horizon Alpha**, et vice-versa. Autrement dit, quand **x** tend vers l'**horizon Infini**, **1/x** tend vers l'**horizon Zéro**, et vice-versa.

Nous sommes en présence aussi de la **symétrie des complémentaires**. Dans cette **symétrie**, les **nombres** ou **points** de la **demi-droite** sont **symétriques** par rapport au **milieu** de la **demi-droite**, qui est le **point ω/2**, c'est-à-dire: **0, 1, 2, 3, …, ω/2 – 3, ω/2 – 2, ω/2 – 1, ω/2, ω/2 + 1, ω/2 + 2, ω/2 + 3, …, ω-3, ω-2, ω-1, ω**.

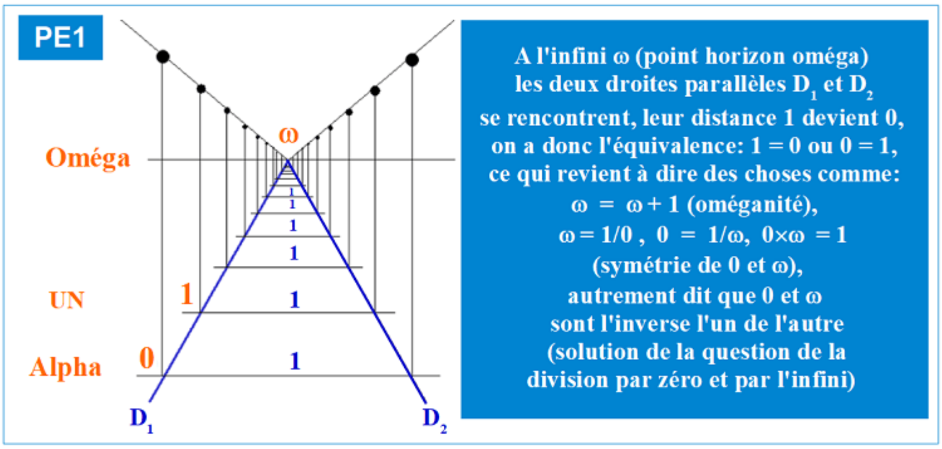
Il s'agit d'une **symétrie des opposés** sauf que le **point de symétrie** n'est pas **0** mais **ω/2**. Quand c'est **0** qui est le **point de symétrie**, alors la **demi-droite symétrique** de la **positive** est la **demi-droite négative**, qui va de **-ω** à **0**. Autrement dit, on a deux **modulens** qui forment cette **symétrie**. Et ainsi, on a la **droite** de **-ω** à **+ω** en passant par **0**, qui est ce que nous appelons la **droite** ou l'**ensemble** $\mathbf{R_{\omega}}$ des **nombres omégaréels**:



L'**ensemble R_ω** comprend entre autres tous les **nombres entiers**, que nous appelons l'**ensemble Z_ω** des **nombres entiers omégarelatifs** si on s'intéresse aux **positifs** et aux **négatifs** (les **anitifs** et les **antitifs** dans notre nouvelle vision), ou l'**ensemble N_ω** des **nombres entiers oméganaturels** ou **ensemble de tous les ordinaux**, si on s'intéresse uniquement à la **demi-droite positive**, de **0** à **ω**.

Pour commencer à voir le **dernier ordinal**, **ω**, nous avons réalisé sur la **droite** une **coupure d'échelle**, c'est-à-dire un raccourcissement de la **droite**, nous permettant de voir son extrémité de **fin**, et de commencer à découvrir sa logique. Et maintenant, nous allons nous intéresser à un autre moyen très simple de voir la **demi-droite positive** de **0** à **ω** dans son **intégralité**, avec le **point ω** comme **nombre** à l'**infini**. Il suffit donc de représenter la droite en **perspective**, et ce avec une autre **droite** qui lui est **parallèle**. Et alors nous découvrons le **point ω** à l'**horizon des nombres**. Cette logique des **nombres**, bien connue, fait l'objet de tout un domaine des mathématiques actuelles appelé la **géométrie projective**.

PARADIGME *P-HWE: Horizon Oméga et Équivalence*



Définition D-PE1: ***Modèle PE1*** *ou « **Paradigme de l'Équivalence 1** ».*
*Cette image est la première d'au moins trois images clefs illustrant le **nouveau paradigme**.*
*Comme nous avons commencé à le voir, c'est l'illustration de la **Loi de l'Horizon Oméga**.*
*Nous l'appelons aussi l'**Effet Horizon** ou **Effet Infini** ou **Effet Oméga**.*
*Elle met en évidence l'importance des **trois nombres fondamentaux** de l'**Univers**:*
*la **Trinité**: **Alpha**, **UN** et **Oméga**, autrement dit le **Zéro (0)**, le **UN (1)** et l'**Infini (ω)**.*
*Donc:**Alpha, Univers, Oméga**, ou **Alpha, UN, Oméga**, la **Trinité** désormais appelés **AUW**,*
*la lettre latine **W** étant choisie comme l'équivalent de la lettre grecque **Ω** ou **ω** ou **Oméga**.*

*Nous avons appris que **deux droites parallèles ne se rencontrent jamais**,*
*et la **négation** sous-jacente dans « **ne se rencontrent jamais** » est la **négation absolue**.*
*Elle revient donc à dire que le **point infini ω** à l'**horizon n'existe pas**,*
*ou que la rencontre des deux droites **D_1** et **D_2** ne serait qu'une « illusion ».*

*Le **0** et le **ω** **normaux** sont ceux du **modèle PE1** ci-dessus.*
*Comme on l'a déjà dit, leur logique est la **Loi de l'Horizon Oméga**:*
*« **Deux droites parallèles ne se rencontrent jamais** »*
*et « **Deux droites parallèles se rencontrent l'infini** »*
*sont **équivalentes**, elles sont deux manières différentes de dire exactement la même chose.*
*Et de manière générale, toute phrase dans laquelle il y a le mot « **JAMAIS** » ou « **TOUJOURS** »,*
*cache quelque part la notion d'**INFINI**, si l'on donne à ces mots un sens absolu.*

*Dire qu'**une chose n'est JAMAIS vraie** revient à dire que **cette chose est vraie à l'INFINI**,*
*et dire qu'**une chose est TOUJOURS vraie** c'est dire qu'**elle devient fausse à l'INFINI**.*
*Bref, dire qu'**une certaine valeur de vérité ne change JAMAIS**, c'est dire qu'**elle change à l'INFINI**.*
Nous connaissons intuitivement cette logique,
*la preuve étant que pour dire que **quelque chose ne se produira jamais**,*
*par exemple qu'**une personne ne tiendra jamais sa promesse**,*
*nous pouvons dire que « **cette chose se produira à la saint Glin-Glin** »,*
*ou que «**cette chose se produira quand les poules auront des dents** ».*
*Et à l'inverse, si c'est pour soutenir que **cette chose se produira toujours**,*
*nous pouvons dire qu'« **elle cessera de se produire à la saint Glin-Glin** »,*
*ou « **elle cessera de se produire quand les poules auront des dents** ».*
*Dans tous les cas donc, c'est l'**INFINI** qui est évoqué dans ces idées.*

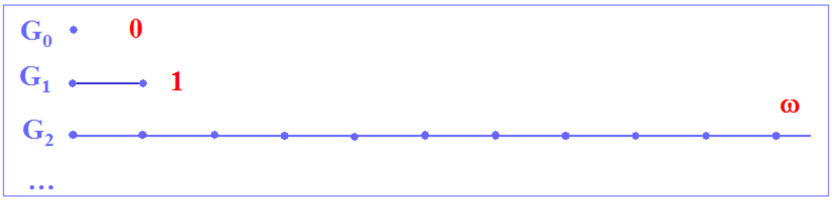
*Sur l'image ci-dessus, les deux **droites parallèles** D_1 et D_2 sont comme deux rails de chemin de fer.*
*Les **traverses** sont des **graduations** représentant les **nombres entiers naturels** ou **ordinaux**.*
*Ce **modèle PE1** nous apprend que chaque **nombre entier** ou **ordinal**, a un **successeur** et un **prédécesseur**.*
*Avant **0**, il y a une traverse, son **prédécesseur** , noté **-1**, **précédé** de **-2**, **-3**, **-4**, etc..*
*Mais en nous intéressant aux **ordinaux** de **0** à l'**horizon infini** ω, leur liste est donc:*
$0, 1, 2, 3, 4, \ldots, \omega-4, \omega-3, \omega-2, \omega-1, \omega$, tout simplement.
*Cette liste des **ordinaux**, nous appelons aussi le **Cycle** ω.*
*Ce sont les **nombres fondamentaux**, et tout le reste est une simple affaire de **répétition** de ce **Cycle**.*

*L'**ordinal** ω ou **point oméga** est un nouveau **point alpha** ou **point 0**.*
*Après un **horizon** ω il se présente un nouvel **horizon oméga**, un nouvel **infini** donc, qui est l'**horizon** 2ω.*
*Et la liste des **ordinaux** de ω à 2ω est donc: $\omega, \omega+1, \omega+2, \omega+3, \omega+4, \ldots, 2\omega-4, 2\omega-3, 2\omega-2, 2\omega-1, 2\omega$.*
*Et on a la même logique de l'**horizon** 2ω à l'**horizon** suivant, 3ω, et ainsi de suite.*
*Et donc aussi, du côté **négatif**, on a les **horizons**: $-\omega$, -2ω, -3ω, etc.,*
*d'**horizon oméga** en **horizon oméga**, d'**infini** en **infini**.*
*Du point de vue de l'**identité**, on dira par exemple que les **ordinaux** $\omega+1$ ou 2ω sont **supérieurs** à ω.*
*Mais du point de vue de l'**équivalence** et du **cycle**, tout se ramène à **un seul Cycle** ω.*
*L'**ordinal** ω est un nouveau **0**, l'**ordinal** $\omega+1$ est un nouveau **1**,*
*l'**ordinal** $\omega+2$ est un nouveau **2**, etc., et l'**ordinal** 2ω est un nouveau ω, et donc **0**, etc..*

*En **logique cyclique**, qui est une **logique additive**,*
*l'**origine** des **réalis** est le **0 absolu**, l'**élément neutre** de l'**addition**.*
*Pour deux **réalis** x et y tels que y est **supérieur ou égal** à x,*
*la **différence**: $y - x$ définit le **Cycle** $(y - x)$,*
*qui s'exprime par l'**égalité**: $0 = y - x$.*
*En particulier, tout **réali** x définit le **Cycle** x, qui s'exprime par: $0 = x$.*
*Le **0** devant donc être la **référence absolue** des **réalis**,*
*tout **réali** x doit être **supérieur ou égal** à **0**.*
*Par conséquent, les **réalis**: 0^2, 0^3, 0^4, ..., « n'existent pas » en **logique cyclique**,*
*en ce sens qu'on a l'**équivalence**: $0 = 0^2 = 0^3 = 0^4 = \ldots = 0^\omega = \ldots$.*
*Exactement pour cette raison, la fin des réalis le ω **absolu**, l'**élément absorbant** de l'**addition**.*
*Et les **réalis**: ω^2, ω^3, ω^4, ..., « n'existent pas » non plus en **logique cyclique**,*
*en ce sens qu'on a l'**équivalence**: $\omega = \omega^2 = \omega^3 = \omega^4 = \ldots = \omega^\omega = \ldots$.*
*Dans cette logique, le plus grand **Cycle** est le **Cycle** ω,*
*qui s'exprime par l'**équivalence**: $0 = \omega$,*
*et tout le reste est une **répétition** indéfinie de ce **Cycle**.*
*Et par conséquent aussi, les **nombres**: 0, $0+0$, $0+0+0$, etc., ou: 0, 2×0, 3×0, etc.,*
*sont **équivalents** à: ω, $\omega+\omega$, $\omega+\omega+\omega$, etc., ou: ω, $2\times\omega$, $3\times\omega$, etc.,.*

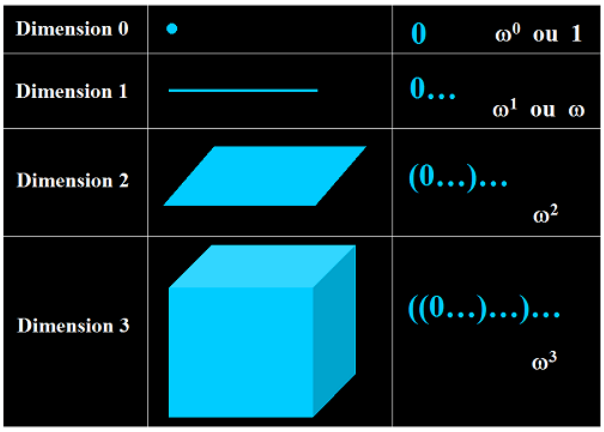
*Si donc on distingue les 0^n ou les ω^n, c'est qu'on se place en **logique fractale**,*
*qui est une **logique multiplicative**, son **élément neutre** étant **1**.*
*Dans ce cas-là aussi, au lieu du couple **0** et ω,*
il est équivalent et préférable de considérer le couple θ et w,
*qui sont leurs **modèles intérieurs** dans la **structure fractale**,*
et qui sont définis par: $\theta^w = 0$, et: $w^w = \omega$.

*Nous en revenons à l'**opérateur GENER**, «**...**», qui est l'**opérateur** d'**itération infinie**.*
*Un **point**, à voir comme un **segment** de **longueur 0**,*
*se **répète infiniment** pour **générer** un **segment** de **longueur 1** ou **segment unitaire**,*
*et à son tour le **segment unitaire** se répète pour **générer** une **droite** de **longueur** ω ,*
*et, au-delà, pour **générer** des **ensembles infinis** de plus en plus complexes et variés.*



*Par définition donc, le **GENER** consiste à **itérer** ω **fois** un **point** pour **former** un **segment** de **longueur 1**,*
*ce qu'on écrit: **0... = 1**, et qui signifie donc: $0 \times \omega = 1$.*
*ou à **itérer** ω **fois** un **segment** de **longueur 1** pour **former** une **droite** de **longueur** ω ,*
*ce qu'on écrit: **1... =** ω, et qui signifie donc: $1 \times \omega = \omega$.*

*On note une fois encore le lien entre la **Trinité fondamentale**: **0**, **1** et* ω .
*Aujourd'hui, à la lumière aujourd'hui de l'**infini** ω,*
*nous avons une toute autre compréhension du **point**, du **segment**, de la **droite**, du **plan**, etc..*
*Il y a exactement ω **points** (ou **segments** de **longueur 0**) dans un **segment** de **longueur 1**,*
*et exactement ω **segments** de **longueur 1** dans une **droite** de **longueur** ω , et la logique se poursuit:*
*Il y a ω **droites** de **longueur** ω dans une **droite** de **longueur** ω^2,*
*appelée un **plan** ou « **droite de dimension 2** » ou encore « **droite de degré 2** »,*
*si les **droites** élémentaires sont disposées perpendiculairement.*
*Dans tous les cas, la définition avec le **GENER** est: $((0...)...)... = (1...)... = \omega... = \omega^2$.*
*Et il y a ω **droites** de **longueur** ω^2 dans une **droite** de **longueur** ω^3,*
*appelée aussi une **droite** de **dimension 3** ou de **degré 3**,*
*qui peut être une **droite**, ou un **plan rectangulaire**: $\omega^2 \times \omega$, ou un **espace cubique** ω^3.*
*La définition avec le **GENER** est alors: $(((0...)...)...)... = ((1...)...)... = (\omega...)... = (\omega^2)... = \omega^3$.*
*Et ainsi de suite, pour la **droite** de n'importe quelle **dimension**, de **structure** de plus en plus complexe.*



*NOTE: sur l'image ci-dessus, par « **0** » il faut entendre le **degré 0** de ω, donc en fait **1** ou « **0...** ».*
*Et: $\omega^0 = 1$, est une fois encore une relation fondamentale reliant la **Trinité**: **0** , **1** et ω.*

*Voilà donc un premier aperçu de la logique de l'**opérateur GENER**,*
*qui est la logique des **points**, des **segments**, des **droites**, des **plans**, des **cubes**, des **hypercubes**, etc.,*
*qui est aussi la simple logique des **nombres réels** et de leur **structure**, qui est une **structure fractale**.*
*C'est bien plus que l'habituelle **structure** de **corps** des **réels**,*
*une structure dans laquelle l'**alpha** ou **0** est présent, mais où ω est **inexistant** et même dit « **impossible** ».*
Or, comme nous l'avons montré dans l'aperçu,
*c'est ω qui est la clef même de toute la **structure numérique**,*
*la **droite réelle** pas seulement de **dimension 1**, mais de toutes les **dimensions**:*

*le **plan réel**, l'**espace cubique réel**, l'**espace hypercubique réel**, etc..*
*bref l'**Univers numérique** que nous appelons les **nombres omégaréels**.*
On comprend le pourquoi ou le sens de cette appellation,
*car le **nombre infini ω** et l'**opérateur GENER** qui lui est intimement lié,*
*est le **nombre fondamental** de la **structure**, le **GÉNÉRATEUR** de toute la **structure fractale**.*

*L'**opérateur GENER** ou l'**infinité** dont il est synonyme*
*nous **reconnecte** à la notion **normale** d'**infini**, à l'**Infini ω** .*
*Il y a **ω points** dans un **segment** de **longueur 1** (une **infinité** de **points** donc),*
*et il y a **ω segments** de **longueur 1** dans une **droite** de **longueur ω** (une **infinité** de **segments** donc).*
*Et pourtant, cette **infinité** n'empêche nullement le **segment** ou la **droite** d'être sans aucun point de **coupure**.*
*Les **nombres entiers** comme les **nombres réels** sont **CONTINUS**, de l'**Alpha** à l'**Oméga**:*

*Cela veut dire que **ω** est **formé** par l'**itération continu** de **1**,*
*c'est-à-dire en **additionnant** à chaque fois **1**, ou: **1+1+1+1+1+1+1+...**,*
*comme lui-même est **formé** de la même manière par des **itérations** de **0**,*
*c'est-à-dire en **additionnant** à chaque fois **0**, ou: **0+0+0+0+0+0+0+...**.*
*Par conséquent, si **ω** ne peut jamais être atteint par l'**itération** de **1**,*
*ou (ce qui revient au même) si **1** ne peut jamais être atteint par l'**itération** de **0**,*
*alors ni **ω** ni **1** n'existent, ce qui veut dire aussi ni **droite** ni **segment**.*
*Autrement dit, on ne peut jamais **former** un **segment** de **longueur 1** en alignant des **points**,*
*qui sont des **segments** de **longueur 0**.*
*On ne pourrait donc jamais tracer des **segments**, et encore moins des **droites**,*
*puisque ce « tracer » signifie qu'on **itère** des **points** ou des **0**,*
*qu'on **additionne** des **0**, ce qui « normalement » ne devrait donner que **0***
*et jamais **1** à la **fin**, et encore moins l'**infini**!*
*En d'autre termes, c'est la logique du **modèle PE1** qui est concerné dans ces exemples,*
*il revient au même de dire que **1** est le **point oméga** de rails parallèles d'**unité** de **graduation 0***
*(c'est-à-dire dont deux traverses consécutives sont espacées de **0**)*
*que de dire que **ω** est le **point oméga** de rails parallèles d'**unité** de **graduation 1**.*
*Autrement dit, **1** est pour **0** ce que **ω** est pour **1**, et ce que ω^2 est pour **ω**, etc..*
*Et ω^{-1} ou **1/ω** est la définition de **0**, et généralement ω^{-n} est la définition de 0^n.*
*Si donc n'importe lequel des **horizons** ne peut être atteint par l'**unité** qui est **itérée** pour l'**engendrer**,*
*alors aucun ne peut être atteint donc être **engendré**, **généré**, **formé**.*
*Donc **0** n'existe pas, car en fait lui-même est **généré** par l'**unité** 0^2, elle-même **générée** par 0^3, etc.,*
exactement selon la même logique que ω, ω^2, ω^3, etc..
*Donc aussi **1** ou ω^0 n'existe pas, et donc aussi ω, ω^2, ω^3, etc..,et donc finalement aucun **nombre réel**.*
*Car c'est l'**itération** de **0** qui donne à la **fin 1** à l'**horizon**, **0... = 1**,*
*en passant par les **nombres réels intermédiaires** comme par exemple **0.5** ou **1/2**,*
*qui est obtenu en **itérant 0** un **nombre** de fois égal à **ω/2**.*
*Et **2** se forme en **itérant** deux fois **1**, c'est-à-dire : **0...0... = 11 = 2**,*
*et ce faisant on passe par des **valeurs intermédiaires**, comme par exemple **1.5**,*
*obtenu quand la première **génération 0...** est terminée et quand la **seconde 0...** est à mi-chemin.*
*Tous les **nombres réels** sont formés ainsi, à chaque fois un certain **horizon** doit être atteint.*
*Pour toute **unité x**, on a les **itérations**: **x, xx, xxx, xxxx, .., x...**, ou: **1x, 2x, 3x, 4x, …, ωx**.*
*C'est le **modèle général** de **formation** de tous les **nombres réels positifs** ou **réalis**.*

*Tout **réali** est donc un **point alpha**, duquel on part pour arriver à un autre **nombre** donné, un **point oméga**.*
*Et tout **nombre** est un **point oméga**, atteint en partant d'un certain **alpha** et en **itérant** une certaine **unité**.*

*On ne fait donc qu'appliquer à chaque fois la logique du **modèle PE1**.*
*C'est pourquoi donc il est important que l'**horizon oméga** puisse être atteint,*
*sinon aucun **nombre** n'est **formé**, ce **modèle PE1** étant vraiment la **logique numérique fondamentale**.*

*Qu'on parle donc des **nombres réels** en général ou des **nombres entiers** en particulier,*
*que l'on parle des **nombres finis** comme **1, 1.5, 2, 2.7, 4**, etc.,*
*ou des **nombres infinis**, comme **ω, $\omega/2$, 2ω, 3.5ω, ω^2, $7\omega^3$**, etc.,*
*les **nombres** sont **CONTINUS**, c'est la même logique de **segment** ou de **droite**,*
*qui est un objet **continu**, sans **coupure** ou **rupture**.*
*C'est la logique de l'**opérateur GENER**, l'**opérateur** de l'**infinité**.*

*Mais le phénomène qu'on est ainsi en train d'observer dans les **nombres** ou avec l'**horizon**,*
*est ce que nous appelons l'**énitivité**, qui est la **propriété de l'infini**: **$\omega = \omega+1$**,*
*qui veut dire que l'**infini**, le **dernier nombre**, est par définition, le **nombre qui est son propre successeur**.*
*Si l'on dit qu'il est **0**, alors il est **1**. Et si l'on dit qu'il est **1**, alors il est **2**.*
*Si l'on dit qu'il est **n**, alors il est **n+1**, il est donc toujours **fini**, mais il **varie**, il est **dynamique**, **élastique**,*
*à la différence d'un **nombre** uniquement **fini**, qui est **constant**, **statique**, **figé**, **rigide**.*

g) Les hyperopérateurs, les nombres infiniment grands et infinitésimaux

Pour tout **nombre (oméga)réel** ou **(oméga)complexe x**, on définit les **fonctions de symétrie élémentaires**: **ani** et **anti**, **uni** et **versi** (ou **uni** et **unti**), etc, **uni** et **oni**, **oni** et **onti**, etc., de la façon suivante:

DÉFINITION *D-FESYM: Fonctions élémentaires de symétrie*

D-FSYM 1)
→ **O = 0 = On** (**ZÉRO** ou **ALPHA**;
→ **U = Un = A = An = 1** (**UN**);
→ **Ω = ω = W = w = N = n = E = En** (**INFINI** ou **OMÉGA**);
→ **B = bi = 2** ; **C = ci = 3** ; **D = di = 4** ; etc., bref le tableau suivant:

O	U	B	C	D	F	G	H	J	K	L	M
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

Z

N	P	Q	R	S	T	V	W	X	Z
12	13	14	15	16	17	18	19	20	ω

Les **voyelles O** et **U** représentent deux premiers **nombres entiers naturels** ou **ordinaux 0** et **1**, et les **nombres entiers** de **2** à **20** sont représentés par les **consonnes** de l'alphabet français (ou latin) de **B** à **X**. L'**infini ω** est représenté par la **consonne Z**, qui est la **consonne** principale représentant **à la fois 0** et **1**, donc définie par l'**égalité**: **Z = 0 = 1**, donc qui vérifie la chaîne d'**égalités**: **Z = 0 = 1 = 2 = 3 = 4 = 5 = 6 = 7 = ...**, qui, dans le **paradigme de l'équivalence**, est la manière de dire que **Z** est l'**infini ω**, car cette chaîne est résumée par l'**oméganité**: **ω = ω +1**, qui la **propriété caractéristique** de l'**infini**.

Et cette chaîne est aussi la définition de la notion de **variable**, comme **n** ou **x**, la définition du **nombre entier naturel n** tel que: **n = n+1**. Autrement dit une **variable n** prenant ses **valeurs** dans l'**ensemble N** des **nombres entiers naturels**: **N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, …}**, est par définition une **lettre n** qui représente **tous** les **entiers naturels**, qui est l'**entier naturel générique**. Cela revient à dire qu'il vérifie: **n = n+1**, il est chaque **entier n**, en commençant par **0**, donc chaque **entier n** et son **successeur n+1**. La seule différence entre **n** et **ω**, c'est que **ω** vérifie: l'**oméganité**: **ω = ω +1**, parce qu'il est le **dernier entier** à l'**horizon** du **modèle PE1**, donc parce qu'il est l'**INFINI**, tandis que **n** vérifie la même **oméganité**: **n = n+1**, parce qu'il est une **VARIABLE**. L'**oméganité** est la **propriété caractéristique** de la **variable**, c'est la définition de cette notion. Dans le **paradigme de l'équivalence**, la notion d'**infini** et la notion de **variable** sont deux manières différentes de dire exactement la même chose, ce sont deux notions équivalentes. Et l'**ensemble N** des **nombres entiers naturels**: **N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, …}** n'est autre que cette **variable n** dont nous parlons. Le reste est une simple question de langage. Sa définition par cette écriture signifie, dans le langage des **ensembles**, que « **N** est l'**ensemble** dont les **éléments** sont ainsi **listés** ». La manière de dire la même chose dans le langage des **variables**, est que « **N** est la **variable** dont les **valeurs** qu'il prend sont ainsi **listées**». Juste deux manières différentes donc de dire exactement la même chose. L'**ensemble N** lui-même n'est donc autre que le « **dernier nombre entier naturel** », la même écriture:

N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, …}, définit tout simplement le **dernier entier**, qui est de ce fait un **nombre entier naturel infini**, parce que tous les **éléments** de la liste qui commence ainsi lui sont strictement **inférieurs**.

Car, dans le langage des **ordinaux** cette fois, la notion d'**infériorité** et la notion d'**appartenance** sont la même notion. Dans le langage des **ordinaux**, on dira la même chose ainsi : « **N est l'ordinal infini dont les ordinaux qui lui sont strictement inférieurs sont ainsi listées**». Et ces **ordinaux inférieurs** sont par définitions dits **finis**, notion qui, comme on le détaillera par la suite, ne signifie pas « **non infini** », comme aussi « **infini** » ne signifie pas « **non fini** », ces deux notions ne se **nient** pas ou ne s'**excluent** pas l'une l'autre (ce qui se produit quand on raisonne avec la **négation** absolue, qui est très **violente** et radicale), mais sont juste **contraires**, **complémentaires**, comme la notion d'**ensemble** et **élément**, ou de **petit** et **grand**. Ce n'est pas parce qu'on est l'une qu'on n'est pas l'autre, ou vice-versa.

Profitons de l'occasion pour découvrir les **hyperopérateurs**, leur **nomenclature** dans notre **système numérique** général, dont nous avons présenté les bases, et la correspondance avec la **nomenclature** actuelle.

Hyper-opérateurs		Symboles et nom usuels		Définition et exemples avec la base 10
$\overset{0}{H}$	Hener Ohener	+	Addition	$10 \overset{-1}{H} 10 = 10 \overset{0}{H} 2$ ou: $10 \oplus 10 = 10 + 2$
$\overset{1}{H}$	Uhener	×	Multiplication	$10 \overset{0}{H} 10 = 10 \overset{1}{H} 2$ ou: $10 + 10 = 10 \times 2$
$\overset{2}{H}$	Bihener	^ ↑	Exponentiation Puissance	$10 \overset{1}{H} 10 = 10 \overset{2}{H} 2$ ou: $10 \times 10 = 10$ ^ $2 = 10^2$
$\overset{3}{H}$	Cihener	^^ $\uparrow^2$	Tétration	$10 \overset{2}{H} 10 = 10 \overset{3}{H} 2$ ou: 10 ^ 10 = 10 ^^ 2 = $10 \uparrow^2 2$
$\overset{4}{H}$	Dihener	^^^ $\uparrow^3$	Pentation	$10 \overset{3}{H} 10 = 10 \overset{4}{H} 2$ ou: 10 ^^ 10 = 10 ^^^ 2 = $10 \uparrow^3 2$
…		…		…
$\overset{10}{H}$	Lihener	^^^^^^^^^ $\uparrow^9$	Hendécation	$10 \overset{9}{H} 10 = 10 \overset{10}{H} 2$ ou: $10 \uparrow^8 10 = 10 \uparrow^9 2$; $10 \overset{10}{H} 10$ = Haw (10)

Les **hyperopérateurs** sont par définition les différentes **itérations** de l'**opérateur** fondamental, l'**addition**, appelé le **HENER** ou **OHENER** ou encore **OPER** (ou **0-hener** ou **hener** d'**ordre 0**) dans notre **langage scientifique**. C'est l'**opérateur** $\mathbf{H^0}$ (pour des raisons typographiques, les **rangs** des **hyperopérateurs** sont notés en exposant, mais en fait ces **rangs** sont placés au dessus de la lettre « **H** »), dont la notation courante est donc « + ». Son **itération** est la **multiplication**, $\mathbf{H^1}$, couramment notée « ×» . La familière **base 10** du **système de numération** (la **numération décimale** donc) permet de mieux comprendre la définition et la logique des **hyperopérateurs**, mais aussi plus facilement l'**ordre de grandeur** des **nombres** auxquels les **hyperopérateurs** donnent naissance. Mais les **nombres** sont très rapidement si grands, que la manière de se faire une idée de leur grandeur est d'indiquer le nombre des **zéros** qu'il faut aligner derrière **1** (la **puissance** de **10** donc) pour les définir par leur **écriture décimale**. Même là, le nombre des zéros devient très vite si gigantesque qu'on ne plust pas le décrire. Car le nombre des **zéros** a lui-même besoin qu'on indique le nombre de ses **zéros** derrière **1**, qui lui-même a besoin qu'on indique le nombre de ses **zéros** derrière **1**, etc.. Profitons des premières **opérations** pour assister à la **croissance vertigineuse** (et l'expression est très faible!) des **nombres** définis avec les **hyperopérateurs**. A commencer donc par la **multiplication**, l'**opération** qui vient après l'**addition**.

D'une manière générale, pour un **hyperopérateur** $\mathbf{H^p}$ donné (appelé donc le **p-HENER** ou le **p-OPER**, comme par exemple le **3-HENER** ou le **3-OPER** ou **CIHENER** ou le **CIOPER** pour $\mathbf{H^3}$ ou **tétration** de son nom courant), on a: **m** $\mathbf{H^p}$ **n**, pour deux **opérandes m** et **n** donnés, à savoir deux **ordinaux** ou **nombres entiers**, car c'est avec eux que se définissent les **opérations fondamentales**, qui ensuite, en règle très générale, s'étendent assez facilement aux autres types de **nombres**. La question est de savoir quand passer d'un **hyperopérateur** de **rang p** donné à l'**hyperopérateur** suivant, de **rang p+1**. La réponse est simple: ***tout hyperopérateur est l'itération du précédent***, ce qui veut dire que chaque fois qu'on a besoin d'utiliser de manière **répétitive** un certain même **opérande m** avec l'**hyperopérateur** $\mathbf{H^p}$, alors il vaut mieux passer le relais à l'**hyperopérateur** suivant $\mathbf{H^{p+1}}$, dont le rôle est la définition est justement de faire cette **répétition**. Il indique en effet par un **opérande m'** le **nombre de fois** qu'il faut **répéter** un **opérande m** avec l'**opérateur** d'avant, ce qui fait que forcément l'**opérande m'** est plus petit que **m**, donc on écrit le même **nombres** avec au moins un des **opérandes** plus petits. Et surtout, l'expression de l'**opération** d'avant, qui est plus longue, puisqu'elle contient toutes les **répétions** de l'**opérande m**, par exemple: **m + m + m + m + m**, où **m** dans ce exemple est **répété 5 fois**, sera remplacée par une expression qui n'indique qui décrit seulement le nombre de fois que **m** doit être répété, ici: **m × 5**, autrement dit: **m + m + m + m + m = m × 5**, seconde opération bien plus courte et plus concise. La **multiplication**, l'**itération** de l'**addition**, est donc l'opération qui dit ici qu'« **additionner 5 fois** c'est **multiplier par 5** ». Et si nous avons besoin d'**itérer** cette fois-ci la **multiplication**, de faire par exemple: **m × m × m × m × m**, c'est cette fois-ci l'**exponentiation** qui prend le relais pour faire le boulot, pour simplifier cette **multiplication répétitive**: **m × m × m × m × m = m^5 = m^5**. Elle dit donc: « **multiplier 5 fois** c'est **élever à la puissance 5** ».

Si donc il n'existait pas les **opérations** qui sont les **itérations** des précédentes, s'il fallait par exemple **répéter** une **opération un milliard de fois**, eh bien on n'aurait pas d'autres choix de se taper tous ses calculs. Mais l'**opération itérée** va transformer cette terrible corvée en une seule opération faite avec l'**opérande un milliard** ou **1000000000**. Par exemple, **additionner 49 un milliard de fois**: **49 + 49 + 49 + 49 + … + 49**, où donc l'**opérande 49** est **répété un milliard de fois**, devient une simple **multiplication** de **49** par **1000000000**, donc: **49 × 1000000000 = 49000000000**. C'est d'autant plus simple si l'on travaille dans notre **base** familière, qui est la **base 10**. De même, si l'on avait à faire: **10 × 10 × 10 × 10 × 10**, l'**exponentiation** nous dit: **10 × 10 × 10 × 10 × 10 = 10^5 = 10^5**, ce qui est bien plus simple. Et combinée au familier **système décimal**, l'**exponentiation** nous dit en plus que le résultat s'écrit avec **1 suivi de 5 zéros**, donc **100000**. Le **résultat** est plus simple non pas vraiment parce que c'est la **base 10**, mais parce que c'est notre système de **numération** de **référence**. Si on travaillait par exemple en **base 49**, dans cette **base 49** s'écrit « **10** », et **49 × 49** ou **2401**s'écrirait « **100** », et **49 × 49 × 49** ou **117649** s'écrirait « **1000** », etc.. Calculer en **base 49** donc, avec l'habitude deviendrait aussi simple que de calculer en **base 10**. C'est la même logique pour toutes les bases.

S'il n'y avait donc pas les **opérations itérées** que sont la **multiplication**, puis l'**exponentiation**, alors l'**opération** simplifiée en **10^5 = 10^5**, signifie qu'il faudrait **multiplier 10** un nombre de fois égal à **5**, **opération** de **multiplication** qui à son tour veut dire qu'il faudrait **additionner 10** un nombre de fois égal à **10000**. Donc plus le **rang** d'un **hyperopérateur** est élevé, plus une **opération** faite avec lui, même avec de petits **opérandes**, se décompose en un nombre faramineux d'**opérations** d'**exponentiation**, et pire encore de **multiplications**, et bien pire encore d'**additions**. Il suffit que les **opérandes** soient au moins égaux à **2** pour que la décomposition en **opérations** plus **élémentaires** devienne une corvée cauchemardesque, et donc que le **résultat** à obtenir devienne absolument phénoménal. Avec des **rangs** d'**hyperopérateurs** et d'**opérandes inférieurs** à **10**, les **nombres** sont déjà **infinis**, à plus forte raison avec des **rangs** et des **opérandes** plus grands. L'**égalité** de base, où un **hyperopérateur** H^p passe le relais au suivant, à savoir son **itération** H^{p+1}, est: $m\ H^p\ m = m\ H^{p+1}\ 2$.

Avec cela, inutile de tenter de calculer seulement par exemple: $7\ H^8\ 2$, pour avoir un résultat sous forme **décimale** ou de **puissance de 10**. En effet: $7\ H^8\ 2 = 7\ H^7\ 7$, nombre que nous appelons **Haw(7)**. En effet, nous définissons la **fonction**: $Haw(n) = n\ H^n\ n$, qui veut dire donc aussi: $Haw(n) = n\ H^n\ n = n\ H^{n+1}\ 2$. Et donc, $Haw(10) = 10\ H^{10}\ 10 = 10\ H^{10+1}\ 2 = 10\ H^{11}\ 2$.

L'**opérateur** H^3, celui après l'**exponentiation** (qui est H^2), correspond à l'**opérateur** nommée actuellement la **tétration**, ce qui veut dire la « **quatrième opération** ». Ce décalage de **1** vient de ce qu'actuellement l'**addition** est l'**opération** de **numéro 1**. Mais nous avons fait le choix de donner aux **opérations** un **rang** qui traduit une de leurs **caractéristiques fondamentales**, ce qui n'est pas le cas des nomenclatures courantes. Par exemple, dire que l'**addition** est l'**opération** de **numéro 0** n'est pas dû au hasard, car il signifie aussi que c'est l'**opération** dont l'**élément neutre** est **0**. On a en effet, pour tout **opérande m**, l'**égalité**: $m\ H^0\ 0 = 0\ H^0\ m = m + 0 = 0 + m = m$. De même, dire que la **multiplication** est l'**opération** de **numéro 1** correspond aussi au fait que c'est l'**opération** dont l'**élément neutre** est **1**. On a en effet, pour tout **opérande m**, l'**égalité**: $m\ H^1\ 1 = 1\ H^1\ m = m \times 1 = 1 \times m = m$.

REMARQUE *R-ELN*: *A propos des éléments neutres*

R-ELN 1) Soulignons au passage que nous parlons pour l'instant des **opérations fondamentales**, c'est-à-dire celles avec les **ordinaux**. Les **ordinaux** de **0** à ω, et au-delà des **ordinaux** de **0** à ω^n, où **n** est n'importe quel **ordinal supérieur** ou **égal** à **1**. Les **opérations** que nous faisons doivent obligatoirement donner comme **résultats** l'un de ces **ordinaux** (ce qu'on appelle une **loi de composition interne** dans les **ordinaux**), ce qui oblige à recourir implicitement à une certaine dose d'**équivalence**. Certaines des **égalités** ne sont donc pas des **identités** mais en fait des **équivalences**. Par exemple, pour de très importantes raisons que l'on comprendra mieux par la suite, l'**égalité**: $m\ H^0\ 0 = 0\ H^0\ m = m + 0 = 0 + m = m$, est une **identité** si **m** est un **ordinal non nul** (**supérieur ou égal** à **1**), **identité** qui signifie que **0** est **onitif** devant **m**, ce qui veut dire que **0**

… eh bien est **zéro** (**additivement** parlant) devant **m**. On dit aussi que **0** est **négligeable** devant **m**. Mais ce n'est plus une **identité** si: $\mathbf{m = 0}$. Car alors on a: $\mathbf{0 + 0 = 0}$, qui équivaut à dire: $\mathbf{2 \times 0 = 0}$, et là c'est une autre notion qui intervient, à savoir l'**auto-additivité**, qui veut dire que **0** est **onitif** ou **négligeable** devant lui-même. L'**auto-additivité** est vérifiée aussi par l'**infini**, c'est l'une des **propriétés communes** au **zéro** et l'**infini** donc.

Et aussi : $\mathbf{0 + 0 + 0 = 0}$, qui équivaut à dire: $\mathbf{3 \times 0 = 0}$, etc. Et plus généralement, on a: $\mathbf{n \times 0 = 0}$, pour tout **ordinal initial n**. Mais si **n** n'est plus **initial**, si par exemple: $\mathbf{n = \omega}$, ce n'est plus vrai, car alors on a: $\mathbf{\omega \times 0 = 1}$.

La question importante qui se pose concerne le cas $\mathbf{n = 0}$ dans la formule: $\mathbf{n \times 0 = 0}$. A-t-on forcément la classique **égalité**: $\mathbf{0 \times 0 = 0}$ ou: $\mathbf{0^2 = 0}$? C'est le cas si **0** est l'**élément onitif absolu**, autrement dit **onitif** (ou **négligeable**) devant n'importe quel **réali**, quel que soit son **degré**, **grade** ou **dimension**. On a donc toujours: $\mathbf{m + 0 = 0 + m = m}$, quel que soit le **degré** de **m** (donc en vertu de la **Loi de l'Horizon Oméga**, ceci ne sera pris en défaut qu'à un certain **horizon infini**), donc avec $\mathbf{m = 0}$ on a: $\mathbf{0 + 0 = 0}$ (et là on retrouve l'**auto-additivité**), et avec $\mathbf{m = 0^2}$ on a: $\mathbf{0^2 + 0 = 0 + 0^2 = 0^2}$, et là on se retrouve dans une situation nouvelle, où **0** est onitif devant un **0** de **degré** supérieur, à savoir $\mathbf{0^2}$, donc **infiniment plus petit** que **0**, puisque, par définition, on a: $\mathbf{0/\omega = 0^2}$, ou: $\mathbf{0^2 \times \omega = 0}$. La logique d'**onitivité**, qui veut que c'est un plus petit **réali** qui peut éventuellement est **onitif** ou **négligeable** devant un **réali** plus grand, s'exprime ici par l'**égalité**: $\mathbf{0^2 + 0 = 0 + 0^2 = 0}$, car, naturellement, c'est $\mathbf{0^2}$ qui est **onitif** ou **négligeable** devant **0**. Mais avec l'**égalité**: $\mathbf{0^2 + 0 = 0 + 0^2 = 0^2}$, on est clairement à contre logique, c'est le plus petit (le **0** de degré plus grand) qui absorbe **additivement** le plus grand, autrement dit c'est le plus grand qui est **négligeable** devant le plus petit. Par conséquent, on ne peut concilier les deux logiques qu'avec l'**équivalence**: $\mathbf{0^2 = 0}$. Et plus généralement l'**équivalence**: $\mathbf{0 = 0^2 = 0^3 = 0^4 = \ldots = 0^\omega = \ldots}$. Et forcément aussi, par **symétrie**, on a l'**équivalence**: $\mathbf{\omega^2 = \omega}$. Et plus généralement l'**équivalence**: $\mathbf{\omega = \omega^2 = \omega^3 = \omega^4 = \ldots = \omega^\omega = \ldots}$. Cela signifie alors que le **0** est suffisamment petit pour être un **élément onitif absolu**, c'est-à-dire **onitif** (ou **négligeable**) devant tout **réali** de n'importe quel **degré**. C'est ce qu'on entend habituellement par **0** est l'**élément neutre** de l'**addition**. Et par conséquent, le **ω** associé est suffisamment grand pour être un **énitif absolu**, c'est-à-dire **énitif** (ou **considérable** ou **absorbant** ou **transcendant**) devant tout **réali** de n'importe quel **degré**.

R-ELN 2) L'**égalité**: $\mathbf{n \times 0 = 0}$, c'est-à-dire: $\mathbf{0+0+0+\ldots+0 = 0}$, où dans l'**expression**: $\mathbf{0+0+0+\ldots+0}$, le **0** apparaît **n** fois, est donc en réalité une **équivalence**. L'**addition**: $\mathbf{0+0+0+\ldots+0}$, ou le **produit**: $\mathbf{n \times 0}$, est en réalité un **nombre intermédiaire** entre **0** et **1**, donc qui n'est pas un des **ordinaux**: **0, 1, 2, 3, …, ω, ω+1, ω+2, …**, mais que (moyennant les **axiomes** de la **théorie des corps** ou des **anneaux**) l'on affirme **équivalent** à **0**, quand **n** est un **ordinal initial**, pour que l'**addition** soit **interne** dans les **ordinaux**. Pour la même raison, on pose (moyennant toujours les mêmes **axiomes** de la **théorie des corps** ou des **anneaux**) l'**égalité**: $\mathbf{0 \times 0 = 0}$, autrement dit: $\mathbf{0^2 = 0}$, et plus généralement: $\mathbf{0^n = 0}$, pour tout **ordinal non nul n**. Là encore il ne s'agit pas d'une **identité** mais d'une **équivalence**.

L'**égalité**: $\mathbf{x + 0 = 0 + x = x}$, qui exprime l'idée que **0** est l'**élément neutre** de l'**addition**, a donc une limite de validité, où elle n'est plus une **identité** mais une **équivalence**. En parlant du cas très **fondamental** où **x** est un **ordinal**, cette **égalité** n'est vraie que pour les **ordinaux supérieurs x** ou **égaux** à **1**, à commencer donc par: $\mathbf{x = 1}$, le modèle éclairant: $\mathbf{1 + 0 = 0 + 1 = 1}$. Cette **égalité** est pour **1** (du côté **Alpha**) ce que l'**égalité**: $\mathbf{\omega + 1 = 1 + \omega = \omega}$, est pour **ω** (du côté **Oméga**), c'est-à-dire deux **expressions** différentes de l'**énitivité** mais aussi de l'**onitivité**. Elle exprime l'idée intuitive que **0** est si **infiniment petit** comparé à **1**, que l'**additionner** à **1** ne change pas **1**. Exactement comme de dire que **1** est si **infiniment petit** comparé à l'**infini absolu ω**, que l'**additionner** à **ω** ne change pas **ω**. A plus forte raison **additionner 0** aux **ordinaux** ou aux **réalis x** plus grands que **1**.

R-ELN 3) Et maintenant, pour ce qui est du second **élément neutre**, celui de la **multiplication**, à savoir l'**égalité**: $\mathbf{x \times 1 = 1 \times x = x}$, la question est très différente. La **vérité** ainsi exprimée est beaucoup plus **fondamentale**, plus **générale**, plus **absolue**, que dans le cas de l'**élément neutre** de l'**addition**. Elle est vraie pour **tous** les **ordinaux**, pour **tous** les **réalis**, pour **tous** les **nombres**, pour **toutes** les **choses**. Elle veut dire simplement que **toute chose x** seule est **1 fois** elle-même, autrement dit simplement **elle-même**. C'est une manière d'exprimer l'**identité** de **x** avec **x**. Cette **égalité** est une **vérité absolue**, tout simplement parce que **1** est le **réali fini** par excellence, le **réali central**, le **centre de symétrie** des **réalis**, du **réalin**.

En revanche, **0** et **ω** sont **infinis**, l'un l'**infiniment petit absolu**, et l'autre l'**infiniment grand absolu** (moyennant la **structure fractale**). Ces deux **infinis extrêmes** sont **symétriques** par rapport au **fini suprême**, à savoir **1**. L'**égalité**: $\mathbf{x \times 1 = 1 \times x = x}$, est donc **très fondamentale**, **absolue**, ce qui n'est cas le cas de celle exprimant l'**élément neutre** de l'**addition**: $\mathbf{x + 0 = 0 + x = x}$. Celle-ci, à la différence de la précédente, n'exprime pas l'**identité** de **x**, mais l'idée que toute **chose x additionnée** au « **rien** » donne **x**. Autrement dit, **x seul**, avec « **rien** » autour de lui, ou « **rien** » **additionné** à lui, reste **x seul**. C'est une grande **vérité**, certes, mais le problème est justement dans ce mot « **rien** ». Car même le « **rien** » est « **quelque chose** », c'est toujours « **quelque chose** » que l'on décide d'appeler « **rien** ». L'idée d'un « **rien** » qui n'est que « **rien** », c'est le problème de la **négation**.

Parce que donc **1** est le **fini** par excellence, c'est le **réali central**. Il est donc l'**élément neutre absolu**, tandis que le **0** est en fait un **élément neutre relatif**. Tout dépend du **nombre x** auquel est il **additionné**. Si celui-ci est bien moins **0**, alors il **absorbe 0** et et **0** est l'**élément neutre**. Par exemple si l'on **additionne 0** à l'**infinitésimal θ** (l'**inverse** de l'**infini w**), on a: $\theta + 0 = 0 + \theta = \theta$. Mais le **0 additionné** est plus **0**, par exemple 0^2, alors c'est celui-ci qui devient l'**élément neutre**, il est donc **absorbé** par **0**, qui par rapport à lui est **infini**: $0^2 + 0 = 0 + 0^2 = 0$.

Parce que l'**addition** et la **multiplication** sont **commutatives**, c'est-à-dire: $m + n = n + m$, et: $m \times n = n \times m$, pour tous **nombres m** et **n**, leurs **rangs** respectifs, **0** et **1**, sont aussi leurs **élément neutres** respectifs, étant entendu maintenant que **1** est l'**élément neutre absolu**. Cela n'est plus vrai à partir du **rang 2**, pour l'**exponentiation** donc, justement aussi parce qu'à partir de ce **rang**, les **opérations** ne sont plus **commutatives**, en tout cas pas si le signe « = » signifie l'**identité**. On doit passer à l'**équivalence** pour retrouver la **commutativité**. Et aussi, il existe une infinité d'**opérations** splendides avant l'**addition**, de **rang -1** en dessous donc, qui donnent des **nombres** splendides, mais qui elles aussi demandent un prix fort pour livrer leur trésor, à savoir passer à l'**équivalence**. Sinon elles ne sont pas **commutatives** non plus, et plus généralement, avec l'**identité** comme notion générale d'**égalité** (au lieu de l'**équivalence**), elles perdent des **propriétés fondamentales** et **élémentaires** de l'**addition**, comme par exemple l'**associativité**.

R-ELN 4)

i) On verra plus tard avec les **nombres opérationnels** que même avec l'**identité**, les **propriétés absolues** de l'**addition** et la **multiplication** restent toujours vraies, pour tous les **ordinaux**, les **réalis**, et mêmes tous les **nombres orientes**, mais à condition alors de ne pas enfermer tous les **nombres** dans une **structure numérique** (comme celle de **corps** ou d'**anneau**) qui a pour conséquence que des **égalités** qui passent pour des **identités**, soient en réalité des **équivalences**, qui seule garantit leur véracité.Autrement dit, si l'on veut fonctionner avec l'**identité** intégrale, il faut évidemment se garder d'injecter des **égalités** qui sont des **équivalences**. Ce n'est donc pas que l'**identité** serait meilleure que l'**équivalence** ou serait le gage d'une **vérité absolue**. C'est juste que si l'on veut vraiment se borner à l'**identité**, il ne faut pas introduire de manière déguisée l'**équivalence**, comme le fait de dire que **0** est l'**élément neutre** de l'**addition** en toute circonstance ; ou de dire systématiquement que: $0 \times x = 0$, ou, ce qui revient au même, que: $(+x) + (-x) = 0$, ou: $x - x = 0$; ou de dire systématiquement que: $x \wedge 0 = x^0 = 1$, etc..

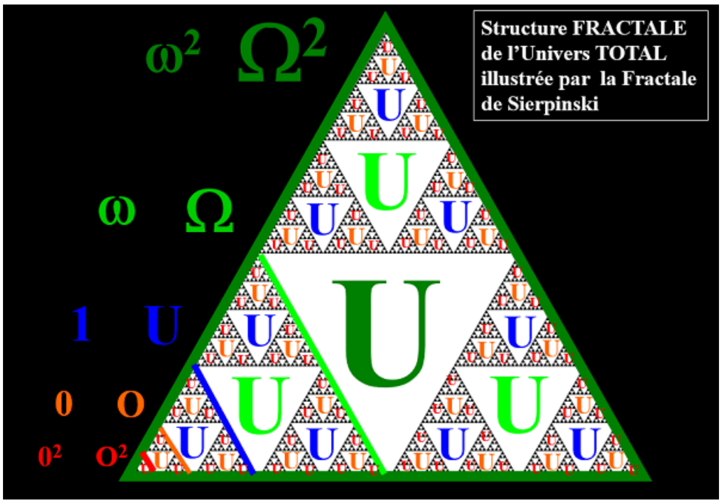
ii) En effet, ce genre d'**égalités** qui donnent le même **résultat** indépendamment de **x** ou des **opérandes** concernés, cachent l'**équivalence**, car elles disent simplement que les **nombres x** qui la vérifient forment une **classe d'équivalence**. On peut remplacer un **nombre x** par un autre **nombre x'** de la **classe**, le **résultat** sera toujours le même, celui que l'**égalité** indique. Ces **nombres** sont donc **équivalents** du point de vue de ce calcul. Ce n'est pas le cas par exemple de l'**égalité**: $x \times 1 = 1 \times x = x$, ou de l'**égalité**: $x \wedge 1 = x^1 = x$, où le **résultat** dépend de l'**opérande x**. Ceci ne garantit pas forcément que l'**égalité** en question est une **identité** (car par exemple aussi avec: $x + x = x$, ou: $2x = x$, le **résultat** dépend aussi de l'**opérande x**, et pourtant cette **égalité** n'est pas une **identité stricte**). Mais si un **résultat** est **indépendant** de l'**opérande**, alors forcément il y a **équivalence** entre ces **opérandes**, le système de calcul qui produit cela (comme par exemple la **structure algébrique** de **corps** ou d'**anneau**) ne peut prétendre d'être totalement **identitaire**.

Si donc l'on tient à calculer avec l'**identité stricte** ou la plus **stricte** possible (l'**identité** de **striction infinie**, comme on le verra plus tard), il faut donc veiller à ce que le **système** de calcul adopté n'injecte pas des **équivalences**. Sinon cela fausse quelque part l'**identité**, autrement dit on va se trouver obligé d'exprimer des **identités** entre des choses **différentes**. L'**égalité**: $0 + 0 = 0$, est vraie, mais si on l'introduit, alors l'**équivalence** est ainsi injectée, **équivalence** qui, si l'on ne restreint pas le **puissance** des **nombres** et si on les laissent s'exprimer pleinement, conduira à: $1 + 1 = 1$, ou: $2 = 1$. En effet, il suffit de **multiplier** par **ω** les deux membres de l'**égalité**: $\omega \times (0 + 0) = \omega \times 0$, et d'appliquer ensuite la **distributivité**: $\omega \times 0 + \omega \times 0 = \omega \times 0$, pour avoir l'**égalité**: $1 + 1 = 1$, et alors c'est la « catastrophe » pour l'**identité**. Non pas que cette **égalité** est fausse en soi (aucune **égalité** n'est fausse en soi, toutes sont vraies), mais simplement qu'elle traduit d'une autre manière l'**équivalence** qu'on a injectée dès le départ. Au niveau **Alpha** ou **1**, cette **équivalence** est donc: $0 + 0 = 0$. Au niveau **Un** ou **1**, elle s'exprime par: $1 + 1 = 1$, et au niveau **Oméga** ou **ω** elle se traduit par: $\omega + \omega = \omega$. La même **vérité** exprimée donc par la **trinité**: **0**, **1** et **ω**. Une vérité absolue pour l'équivalence (avec l'**équivalence** toute **égalité** devient une **vérité absolue**), mais qui n'est pas du tout **absolue** avec l'**identité**. Celle-ci l'accepte avec **0**, veut bien l'admettre pour **ω** (ou l'**infini**), mais la rejette carrément avec **1**, elle est jugée « fausse ».

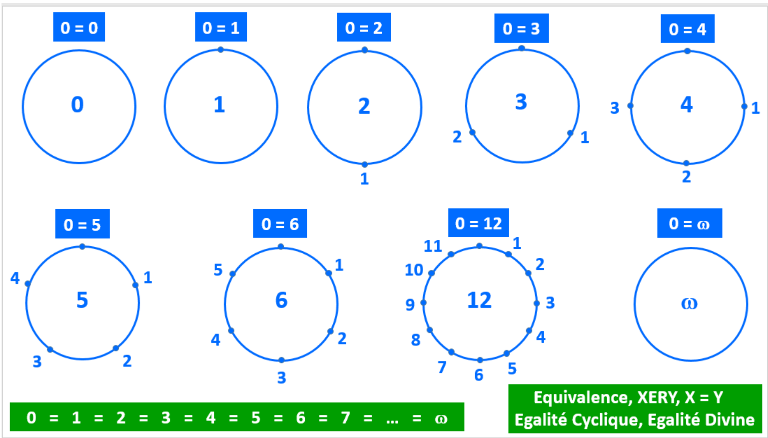
iii) Les **propriétés absolues**, qui sont toujours vraies pour toute notion de **nombre**, que l'**égalité** soit l'**identité** ou l'**équivalence**, sont, on le rappelle:
→ la **commutativité** et l'**associativité** de l'**addition**: $x + y = y + x$, et: $(x + y) + z = x + (y + z)$;
→ la **commutativité** et l'**associativité** de la **multiplication**: $x \times y = y \times x$, et: $(x \times y) \times z = x \times (y \times z)$;
→ la **distributivité** de la **multiplication** par rapport l'**addition**: $x \times (y + z) = x \times y + x \times z$;
→ le fait que **1** soit l'**élément neutre** de la **multiplication** (on a compris la réserve en ce qui concerne le cas du **0**, l'**élément neutre** de l'**addition**): $x \times 1 = 1 \times x = x$.
A cela s'ajoutent les trois propriétés suivantes de l'**exponentiation**, qui sont absolues aussi:
→ $x \wedge 1 = x^1 = x$, qui est pour l'**exponentiation** ce que: $x \times 1 = 1 \times x = x$, est pour la **multiplication**. Pour les raisons expliquées, nous ne devons surtout pas ajouter l'**égalité**: $1 \wedge x = 1^x = 1$, car on a un même **résultat** pour différents **opérandes x**. Et même, en introduisant une petite dose d'**équivalence**, (et les « doses » dont nous parlons sont la notion d'**édentité** ou d'**universalité**, la **graduation** de la notion d'**équivalence** dont on reparlera), cette **égalité** n'est valable que pour les **nombres x initiaux**. Si on veut l'étendre aux d'autres **nombres**, alors il faudra une plus grand dose d'**équivalence**.
→ $x^a \times x^b = x^{a+b}$, qui exprime l'**associativité généralisée** de la **multiplication**;
→ $(x^a)^b = x^{a \times b}$, qui exprime l'**associativité** de la **multiplication** encore plus générale.
A cela il faut ajouter d'autres **égalités absolues**, comme par exemple:
→ $(+1) + (-1) = 1 - 1 = 0$, et plus généralement: $(+x) + (-x) = x - x = (1 - 1) \times x = 0 \times x$.

Notons que pour cette dernière **égalité** le **résultat final 0** est donné seulement pour **1**, le seul **nombre x** pour lequel on a l'**identité**: $0 \times x = 0$, c'est-à-dire: $0 \times 1 = 0$. Pour tout autre **nombre x**, l'**égalité**: $0 \times x = 0$, n'est pas forcément vraie, on a seulement l'**identité**: $(+x) + (-x) = x - x = (1 - 1) \times x = 0 \times x$. Et le **résultat final** $0 \times x$, est tout ce qu'on peut dire pour ce calcul, pour qu'il reste une **identité**. Passer à l'étape suivante du calcul en disant: $0 \times x = 0$, c'est alors introduire potentiellement une très forte dose d'**équivalence**. La dose reste **infinitésimale** si **x** est un **nombre initial**. Si **x** est **5** par exemple, alors cette **égalité** revient à dire: $0 \times 5 = 0$, c'est-à-dire: $0 \times 5 = 0 \times 1$, ou encore: $5 \times 0 = 1 \times 0$. La **différence** entre les deux membres de l'**égalité** est alors: $(5 - 1)\times 0$, soit: 4×0, qui est un **nombre infinitésimal**, c'est-à-dire qui appartient à la famille des **zéros**. C'est cette **différence** qui mesure très précisément la « **dose** » (c'est-à-dire la **striction** ou le **degré**) d'**équivalence** injectée. Si **x** est donc un **nombre initial**, alors l'**égalité**: $0 \times x = 0$, reste vraie, car la dose d'**équivalence** injectée en exprimant cette **égalité** est: $(x-1)\times 0$, qui est un **nombre infinitésimal**, autant dire **0**. Mais si **x** n'est pas **initial**, s'il est par exemple **ω**, alors on a: $0 \times x = 1$, c'est-à-dire: $0 \times \omega = 1$. Et alors dire: $0 \times x = 0$, c'est dire: $0 \times \omega = 0$, donc: $0 = 1$, **égalité** dont la **dose** d'**équivalence** est très exactement: $1 - 0$, autant dire **1**. C'est alors une forte **dose** d'**équivalence** (on verra plus en détail comment on calcule les « **doses** » (c'est-à-dire la **striction** ou le **degré**) d'**identité** ou d'**équivalence**.

L'**élément neutre** des **hyperopérateurs** est **1** partir du **rang 1**, la **multiplication** donc. On a en effet pour tout $p \geq 1$, et pour tout **opérande m**, l'**égalité**: $m\ H^p\ 1 = m$. Comme avec la **multiplication**: $m \times 1 = m$, ou: $a \times 1 = a$, et pour l'**exponentiation**: $m^1 = m$, ou: $a^1 = a$. Avec donc l'**identité** seule, **1** est le seul **élément neutre** à partir du **rang 1**. Et donc, **2** n'est pas l'**élément neutre** de l'**exponentiation**, on n'a pas: $m^2 = m$, ou: $a^2 = a$. Mais avec l'**équivalence** et la chaîne d'**égalités**: $0 = 1 = 2 = 3 = 4 = 5 = \ldots$, le **rang p** de tout **hyperopérateur** H^p est aussi son **élément neutre**, puisqu'on a maintenant: $1 = p$, pour tout **nombre p**. Tous sont des **unités** et se comportent comme tel quand c'est nécessaire, par exemple quand un **nombre** doit être un **modèle** d'une **structure fractale**:



Et tous les nombres sont aussi des **0**, et se comportent comme tel quand il le faut, quand par exemple il faut qu'ils soient l'**origine** d'un **cycle**:



*Le **Cycle 12** par exemple veut dire ; « **0 =12** »,*
*à **12** on revient à **0**, ou (ce qui revient au même) la position est le **commencement** du **cycle**.*
*Ce même **cycle** dit par exemple aussi: **5 = 17**,*
*ce qui veut dire que la **position 5** est prise comme point de départ du **cycle** ou **0**,*
*et alors la même position 5 est la nouvelle **position 12**, qui est le **nombre 17**.*
*Avec donc la logique de l'**équivalence** tout **nombre** peut être **0**, **1**,*
*ou jouer le rôle de tout autre **nombre**, quand c'est nécessaire.*
*Mais avec l'**identité**, tout nombre ne joue que son propre rôle,*
*d'où le fait qu'avec les **opérateurs** de **rangs** autres que **0** et **1** ne sont plus **commutatifs**.*
Et plus généralement beaucoup de propriétés synonymes de symétrie des nombres
*ne sont vérifiées que pour l'**identité**, et encore pas toutes, mais que le programme minimum.*

Voilà donc le sens des **rangs p** des **hyperopérateurs H^p**. Nous commençons donc à le **numéroter** et à les nommer en partant de **0**, leurs **rangs naturels**. Ce qu'on appelle actuellement la **tétration**, l'**opération** qui vient après l'**exponentiation**, est de **rang 3**. Et aussi, on a décidé d'appeler « **opérateur 1 flèche de Knuth** » l'**exponentiation**, notée « ^ » ou « ↑», et « **opérateur 2 flèches de Knuth** » la **tétration**, notée « ^^ » ou «↑↑ » ou « $\uparrow^2$ », et « **opérateur 3 flèches de Knuth** » la **pentation**, notée « ^^^ » ou «↑↑↑ » ou « $\uparrow^3$ », etc..

D-FSYM 2)
Etant entendu qu'à partir de l'**exponentiation** ou **H^2**, les **hyperopérateurs H^p** vérifient, avec l'**identité**:

m H^p 0 = 1, et: **m H^p 1 = m** (ce qui veut dire que **1** est l'**élément neutre**, mais seulement quand il est l'**opérande** à **droite**, la **commutativité** n'étant plus assurée), la formule générale de définition de l'opérateur **H^{p+1}** à partir de **H^p**, est la suivante: **m H^{p+1} n+1 = m H^p (m H^{p+1} n)**. Autrement dit, on a: **m H^{p+1} n+1 = m H^p ... H^p m H^p m H^p m H^p m**, où l'**opérande m** est **répété n+1** fois. C'est donc tout simplement la généralisation de la formule: **m H^{p+1} 2 = m H^p m**, qui est le cas particulier de la formule précédente, quand **n** est **1**.

Cette formule dit simplement que dans l'expression compacte: **m H^{p+1} n+1**, où l'**opérateur H^{p+1}** est l'**itération** de **H^p**, l'**opérande n+1** indique le nombre de fois que l'**opérande m** est **itéré** dans l'expression. Chaque fois donc que l'**opérande n+1** baisse d'une **unité**, une **itération** ou occurrence de l'**opérande m** apparaît, ce qui veut dire que l'**opérateur H^p** est déployé ou développé d'une **unité**, puisque c'est ce déploiement qu'on a compacté en n'indiquant que le **nombre** de fois que l'**opérande m** est **répété**, au lieu de le **répéter** effectivement.

Pour comprendre cette logique des **hyperopérateurs**, revenons à notre exemple: **7 H^8 2**. L'**opérande 2** de l'**opérateur H^8** signifie donc que l'**opérande 7** est répété **2** fois avec l'**opérateur H^8**, donc: **7 H^8 2 = 7 H^7 7**. Et maintenant, dans **7 H^7 7** (qui est appelé **Haw(7)** on le rappelle), l'**opérande 7** de droite signifie que l'**opérande 7** de gauche est répété **7** fois avec l'**opérateur H^6**, donc: **7 H^7 7 = 7 H^6 7 H^6 7 H^6 7 H^6 7 H^6 7 H^6 7**. Et le déploiement commence sérieusement. Et vu que l'**hyperopérateur H^6** n'est ni **commutative** (ce qui veut donc dire qu'on ne peut pas **permuter** les **opérandes**) ni **associative** (ce qui veut donc dire qu'on ne peut pas faire les **opérations** dans l'**ordre** qu'on veut, en commençant par la gauche d'une chaîne de calcul, par la droite, par le milieu, en regroupant les éléments calculés comme on veut, etc.), l'ordre des opérations compte avec l'**identité**, donc par convention cette écriture sans **parenthèses** qui indiquent dans quel **ordre** calculer ou développer, signifie que l'on calcule toujours de droite vers la gauche. Et si l'on veut un autre ordre de calcul, on doit l'indiquer par des parenthèses. Ainsi donc, tel quel, on a: **7 H^7 7 = 7 H^6 7 H^6 7 H^6 7 H^6 7 H^6 7 H^6 7**.

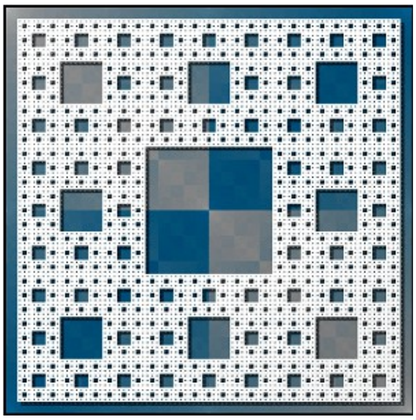
On a commence donc par la droite de l'expression, en calculant **7 H^6 7**, et le résultat de ce calcul, qu'on appellera **A = 7 H^6 7**, va indiquer l'**opérande** avec lequel l'**opérateur H^6** d'avant dans la chaîne va opérer. Autrement dit: **7 H^7 7 = 7 H^6 7 H^6 7 H^6 7 H^6 7 H^6 A**. Cet **opérateur H^6**, qui était en deuxième position dans la chaîne en partant de la droite, se trouve maintenant en première position, il a besoin du résultat du calcul: **A = 7 H^6 7**, pour savoir donc combien de fois il va devoir **répéter** son **opérande 7**, qui se sera donc **A** fois. Mais pour calculer **A**, on doit faire: **A = 7 H^6 7 = 7 H^5 7 H^5 7 H^5 7 H^5 7 H^5 7 H^5 7**. Et cette fois-ci, on a un nouveau bout de chaîne à calculer, qu'on appellera **B**, et qui est: **B = 7 H^5 7**. On a donc: **A = 7 H^6 7 = 7 H^5 7 H^5 7 H^5 7 H^5 7 H^5 B**. Et maintenant, c'est un **opérateur H^5** qui attend le **résultat B** pour se développer, et on se retrouvera de la même manière avec un nombre **C = 7 H^4 7** à calculer d'abord, avec son extrémité droite un nombre **D = 7 H^3 7** à calculer d'abord, qui s'écrit: **D = 7 H^3 7 = 7 H^2 7 H^2 7 H^2 7 H^2 7 H^2 7 H^2 7**. Et là on est arrivé à l'**exponentiation**: **D = 7 H^3 7 = 7 ^ 7 ^ 7 ^ 7 ^ 7 ^ 7 ^ 7**.

C'est seulement maintenant qu'on peut commencer à calculer une extrémité, qui est : **E = 7 ^ 7 = 823543**. On a donc: **D = 7 H^3 7 = 7 ^ 7 ^ 7 ^ 7 ^ 7 ^ 823543**. Et on doit maintenant calculer: **7 ^ 823543**, ce qui est un nombre déjà colossal, pratiquement infini! Ecrit en **système décimal**, il vaut: **7 ^ 823543 = 3,75982... ×10^{695974}**, c'est-à-dire en gros le nombre écrit avec **4** suivi de **695974 zéros**. Autrement dit, pour connaître la valeur de **7 ^ 823543** ou **7^{823543}**, il faut écrire le nombre: **3,7598235267837885389221309708...**, qui a **695974 décimales** après la virgule, et supprimer la virgule, ce qui veut dire la déplacer pour la placer derrière la dernière décimale. Autrement dit, environ le nombre: **375982352678378853892213097080000000...00000**, en complétant le nombre des **zéros** de manière à avoir **695975 chiffres** en tout. Appelons ce nombre **G**. On a alors: **D = 7 H^3 7 = 7 ^ 7 ^ 7 ^ 7 ^ E**. Pour l'étape suivante du calcul de **D**, il faut maintenant calculer **F = 7 ^ E**, et alors on aura: **D = 7 H^3 7 = 7 ^ 7 ^ 7 ^ F**. Et le nombre **F** est si gigantesque que pour s'en faire rapidement une idée de sa grandeur, on peut arrondir **7** à **10**, et alors **F** est à peu près **1** suivi d'un nombre de **zéros** égal à **E**!

On a besoin de **F**, qui est déjà si difficile à décrire en décimales, pour progresser dans le calcul de **D**. La prochaine étape sera de calculer: **G = 7 ^ F**, et alors on aura: **D = 7 H^3 7 = 7 ^ 7 ^ G**. Et le nombre **G** est une autre paire de manche. Pour se faire une très vague idée de sa grandeur sans se prendre trop la tête avec les calculs, on va encore « tricher » sérieusement, arrondir comme précédemment **7** à **10** (c'est vraiment du grosso modo, hein?), et dire que **G** est **1** suivi de **F** zéros. Puis on devra faire: **H = 7 ^ G**, « H » qu'il ne faudra évidemment pas confondre avec le « H » des **hyperopérateurs**, tout comme le « G » ici n'a rien à voir le « G » du **nombre de Graham** dont on parlera bientôt. La pénurie des symboles oblige très souvent à utiliser un même symbole avec des significations différentes. Ceci dit, on a donc: **D = 7 H^3 7 = 7 ^ H**. Le nombre **H** ici en exposant sera donc très grosso modo **1** suivi de **G** zéros. Puis, pour terminer, la même grossière approximation nous fera conclure que **D** est **1** suivi de **H** zéros. A partir d'un moment, les **nombres** sont devenus donc abstraits, ils ne sont plus que des **noms**. Et c'est exactement ainsi une **loi de l'Univers**, une **loi universelle**, qui dit qu'à partir d'un certain **horizon**, il faut abandonner l'idée d'identifier les **nombres** par leur **valeur** propre ou **identité propre**, mais par une **valeur commune** ou une **identité commune**, qui est par exemple le mot « **infini** » ou « **grand nombre** ». C'est ainsi que **Théophile** ou **Angélique**, qui sont des **nombres** (car **toute chose** dans l'**Univers** est un **nombre**, un **être numérique**, **vérité** qu'il faut comprendre aujourd'hui) ne sont plus identifiés en tant que **nombres** mais sont appelés simplement par leurs **noms**, à savoir **Théophile** ou **Angélique**.

Car, seulement pour calculer **D**, on doit jeter l'éponge, car le **nombre** est déjà trop grand. Et pourtant il ne s'agissait que de calculer **Haw(7) = 7 H^7 7**, un nombre qui pour être défini ne demande que le **rang** d'**hyperopérateur 7** (l'**octation** ou **6 flèches de Knuth**) et l'**opérande 7**. Et pourtant aussi, **D** n'est que l'extrémité de **C**, qui n'est que l'extrémité de **B**, qui n'est que l'extrémité de **A**, qui n'est que l'extrémité de **7 H^7 7** ou **Haw(7)**. Mais on bute déjà sur un **horizon infini**, nous sommes confrontés déjà à la **fractale** des **ordinaux**, c'est-à-dire une structure au **déploiement interminable**, qui se répète de la même façon à tous les **rangs p** d'**hyperopération**, ici la **fractale** basée sur l'**itération 7**, ce que nous appelons une **Fractale 7**., et plus précisément une **fractale générescente régulière** de **générande 7**, un type de **fractale** très fondamental, qui car ce sont les **fractales générescentes** qui décrivent la **structure des nombres**. On peut dire que les **nombres** sont des **fractales générescentes**, car elles sont tout simplement les **structures fractales** associées aux différents **systèmes** de **numération**. Nous les qualifions de **générescentes** pour dire qu'elles consistent simplement à **itérer** un même **modèle m**, donc: **m, mm, mmm, mmmm, mmmmm, …**, **itérations** que nous appelons des **générescences** d'**unité** ou d'**unit M**. C'est simplement aussi la définition fondamentale des **ordinaux** ou **entiers naturels**: **1m, 3m, 3m, 4m, 5m, …**. Une **fractale générescente** est dite **régulière** de **générande n**, si à toute les échelles ont reproduit toujours le même **modèle n×m**, autrement dit si un grand **modèle M** est toujours formé de **n petits modèles m**, donc on a toujours une logique de la forme: **M = n×m**. Nous parlons alors de **Fractale n**, une notion qui va toujours de paire avec celle de **Cycle n**, comme on le verra.

On a de la même façon la **Fractale 3** par exemple, qui est basée sur l'**itération 3**, comme par exemple le **Triangle de Sierpinski** plus haut. C'est une **fractale générescente régulière** associée au **système de numération** de **base 3**. Ci-dessus une **Fractale 8**, le **Tapis de Sierpinski**, du même Waclaw Sierpinski (1882-1969), ce mathématicien polonais, qui a le talent de nous proposer des fractales aussi simples que très instructives sur la **structure des nombres**:



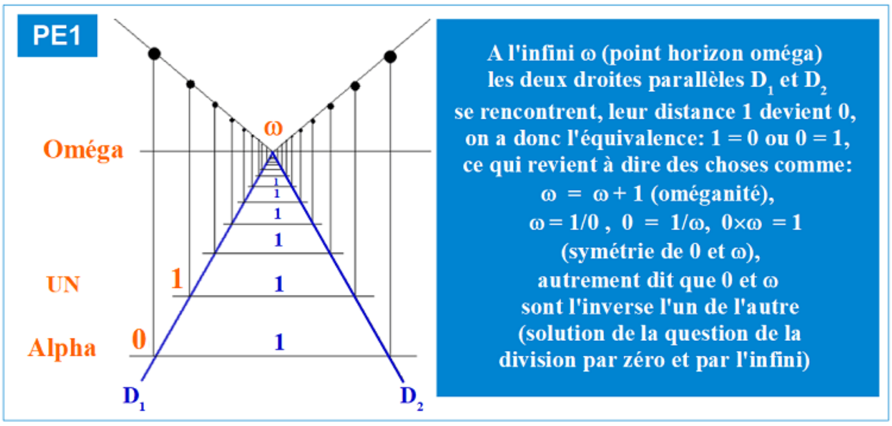
*Ici donc, le **Carré** ou **Tapis de Sierpinski**, une **Fractale 8**:*
***8 petits modèles** de la **fractale** forment un plus grand **modèle** de la **fractale**,*
*ou un **grand modèle** se décompose en **8 petits modèles**.*

Cette **fractale générescente régulière** est associée au **système de numération** de **base 8**.

DÉFINITION *D-FGR: Fractale générescente régulière*

D-FGR 1) De manière générale, une **Fractale n** ou **fractale générescente régulière** de **générande n** (nous disons aussi **fractalande n**), est associée au **système de numération** de **base n**. Elle suit une **progression** ou **suite** dite **géométrique**: **1, n, n^2, n^3, n^4**, etc., n étant ce qu'on appelle la « **raison** » de cette progression, c'est-à-dire le **nombre** constant par lequel on **multiplie** (ou **divise**) à chaque fois un terme pour avoir le suivant. Cela correspond donc au **générande régulier** de la **fractale**. En faisant donc: **1, n, n^2, n^3, n^4**, etc., cela nous conduira forcément à un moment donné à **n^n = n^n = n^^2** ou: **n H^2 n = n H^3 2**, puis plus loin à: **n ^^ n = n H^3 n = n H^4 2**, puis plus loin à: **n ^^^ n = n H^4 n = n H^5 2**, et ainsi de suite. Et plus loin, on arrivera forcément à: **n H^n n = n H^{n+1} 2 = Haw(n)**. La **Fractale n** est donc synonyme des **hyperopérateurs** avec l'**opérande n**. Bien après l'**horizon** qu'est le **nombre**: $n^n = n \wedge\wedge n = n\ H^3\ n = n\ H^4\ 2$, on arrivera un grand **horizon**: $n\ H^n\ n = n\ H^{n+1}\ 2$ = **Haw(n)**, que nous avons toutes les peines à calculer avec seulement l'**opérande** ou **générande 7**. Avec **2** ou **3**, on peut aller un peu plus loin dans les calculs, mais très vite aussi, avec à peine H^5 ou même H^4, on se heurte à des **nombres gigantesques**.

D-FGR 2) Et pour les **sous-multiples** du **système de numération**, on a la progression: $1, n^{-1}, n^{-2}, n^{-3}, n^{-4}$, etc., et là aussi jusqu'aux **hyperopérateurs**, mais en **exposants négatifs** (ou **antitifs**, comme nous préférons le dire dans ce cas, car la **négation** et les **nombres négatif**, au vrai sens du terme, signifient autre chose). C'est donc à cette **fractale** très fondamentale que nous sommes confrontés quand nous essayons de calculer **Haw(7)** = $7\ H^7\ 7$, qui est donc un **nombre** de la **Fractale 7**. Le familier **système de numération décimale** est donc une **Fractale 10**, qui est techniquement une **progression géométrique** de **raison 10**. Ses termes sont donc, pour les **multiples**: $1, 10, 10^2, 10^3, 10^4$, etc., ou: **1, 10, 100, 1000, 10000**, etc.. Et pour les sous-multiples (c'est-à-dire les **modèles** de la **fractale** en dessous du **modèle** appelé **1**), sont: $1, 10^{-1}, 10^{-2}, 10^{-3}, 10^{-4}$, etc., ou: **1, 0.1, 0.01, 0.001, 0.0001**, etc.. On aura donc parmi eux le terme ou **modèle**: $10^{10} = 10\wedge10 = 10\wedge\wedge2 = 10\ H^2\ 10 = 10\ H^3\ 2$. Ce n'est qu'un tout premier « petit » **horizon** de cette **fractale**, qui vaut quand-même **10000000000** ou **10 milliards**. On ira ainsi d'**horizon** en **horizon**, de plus en plus **colossaux**: $10\ H^3\ 2$, $10\ H^3\ 3$, $10\ H^3\ 4$, etc., jusqu'à: $10\ H^3\ 10$, qui est: $10\ H^4\ 2$. Puis $10\ H^4\ 3$, puis $10\ H^4\ 4$, etc. Cela finira par nous conduire à: $10\ H^{10}\ 10 = 10\ H^{11}\ 2$ = **Haw(10)**, qui est un très grand **horizon**, certes, mais un **horizon intermédiaire** dans cette logue marche vers l'**infini absolu ω**, l'**horizon des horizons**, qui est le **grand terminus** que montre le **modèle PE1**.

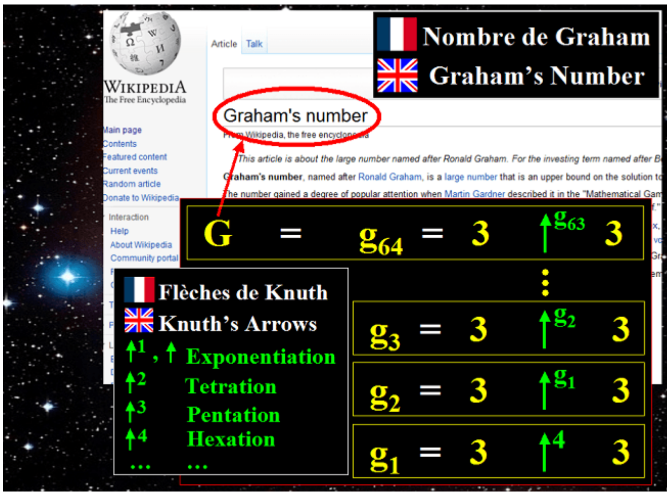


Comme on l'a vu, le **nombre** **Haw(7)** = $7\ H^7\ 7$ est vraiment extraordinairement grand! Sur le schéma ci-dessus on ne distingue pas le **nombre 100** du point **ω**, et pourtant après lui il y a des **nombres** comme **Haw(7)** = $7\ H^7\ 7$, ou **Haw(10)** = $10\ H^{10}\ 10$. Et pourtant, entre eux et l'**infini absolu ω**, le **point ω** donc, la route est... **infinie**! On distingue encore moins **Haw(7)** = $7\ H^7\ 7$ et **Haw(10)** = $10\ H^{10}\ 10$, et pourtant, comparé au premier, le second se situe infiniment plus loin. Le premier est tout simplement un **0 absolu** comparé au second! Pour le voir, tentons une ébauche de calcul comme on l'a fait avec le premier. Comme le second est dans le familier **système de numération décimale**, il est plus facile à traiter. On ne fera que défaire dans le sens inverse la **Fractale 10** ou la **progression géométrique** de **raison 10** qu'on vient de construire. Mais on se rend compte mieux de la **structure fractale** dans le sens inverse que dans le sens de la construction, qui semblait banale. C'est très facile de définir les **nombres**, mais les calculer pour évaluer leur grandeur est une toute autre affaire. Le premier nous ayant montré la logique **fractale**, il est infule de détailler le second, le but étant simplement de mieux nous rendre compte de la **grandeur** des **nombres**, avec la familière **base 10**.

On a donc à calculer: **Haw(10)** = $10\ H^{10}\ 10$. Son premier développement en **itérations** de l'**hyperopérateur** H^9 donne: $10\ H^{10}\ 10 = 10\ H^9\ 10\ H^9\ 10\ H^9\ 10\ H^9\ 10\ H^9\ 10\ H^9\ 10\ H^9\ 10\ H^9\ 10\ H^9\ 10$. On voit donc déjà que l'à où on itérait à chaque fois **7** fois, on **itérera** à chaque fois **10** fois, donc on aura mêmes noms pour les extrémités droites des chaînes: **A, B, C, D, E**, etc.. L'extrémité **A** est donc ici: **A** = $10\ H^9\ 10$, autrement dit, la chaîne devient: **Haw(10)** = $10\ H^{10}\ 10 = 10\ H^9\ 10\ H^9\ 10\ H^9\ 10\ H^9\ 10\ H^9\ 10\ H^9\ 10\ H^9\ 10\ H^9$ **A**. Et **A** se déploiera de la même manière, avec l'**hyperopérateur** H^8, avec une nouvelle extrémité: **B** = $10\ H^8\ 10$. Et ainsi de suite. Et on en arrivera à: **D** = $10\ H^6\ 10 = 10\ H^5\ 10\ H^5\ 10\ H^5\ 10\ H^5\ 10\ H^5\ 10\ H^5\ 10\ H^5\ 10\ H^5\ 10\ H^5\ 10$. A la lettre **D**, on n'en est pas encore à l'**exponentiation**, puisque nous sommes parti du **rang 10** pour l'**hyperopérateur**. C'est donc cette fois-ci à la mettre **G** qu'on aura: **G** = $10\ H^3\ 10 = 10\ H^2\ 10\ H^2\ 10\ H^2\ 10\ H^2\ 10\ H^2\ 10\ H^2\ 10\ H^2\ 10\ H^2\ 10\ H^2\ 10 = 10 \wedge 10 \wedge 10 \wedge 10 \wedge 10 \wedge 10 \wedge 10 \wedge 10 \wedge 10 \wedge 10$.

Et là, on retrouve notre notre « petit » **horizon** 10^{10} ou $10 \wedge 10$, qui est en bout de chaîne de l'**itération** de l'**hyperopérateur** H^2, et on voit que la route est très longue pour terminer déjà cette chaîne, attaquant ainsi la chaîne de l'**hyperopérateur H^3**, qui même terminée n'est que le début du calcul de la chaîne de l'**hyperopérateur H^4**, etc.. Et plus les rangs des **hyperopérateurs** augmente, plus la route est incroyablement longue avant de parvenir à l'**hyperopérateur** suivant. Pour cette chaîne de l'**itération** de l'**hyperopérateur H^2** donc, le premier calcul est: **$10 \wedge 10 = 10^{10} =$ 10000000000**, **dix milliards** donc. C'est le **nombre** de **zéros** qu'il mettre derrière **1** pour avoir le résultat du calcul suivant: **$10 \wedge 10 \wedge 10 = 10^{10000000000}$**. Ce coup-ci, contrairement au cas précédent où nous arrondissions **7** à **10** pour estimer les nombres de **zéros**, maintenant, dans cette chaîne **G**, chaque calcul donne vraiment le **nombre** de **zéros** qu'il faut aligner derrière **1** pour avoir le résultat du calcul d'avant. Et déjà, à la deuxième étape, nous avons un nombre de zéros, qui est difficile à se représenter, à savoir **$10^{10000000000}$**, et à l'étape suivante on aura: **$10 \wedge 10^{10000000000}$**, puis: **$10 \wedge 10 \wedge 10^{10000000000}$**, et ainsi de suite. Et à la fin du « calcul » de la chaîne **G** (« calcul » est un grand mot, car nous ne faisons que décrire les nombres, les opérations à faire pour les obtenir) on n'aura que « calculé) le bout de la chaîne d'avant, ici **F**. Ce nombre **Haw(10) = 10 H^{10} 10** est en fait sans commune mesure avec **Haw(7) = 7 H^7 7**, non seulement on a ici une **itération 10** et non plus **7**, mais aussi et surtout parce qu'on a un **hyperopérateur** de **rang 10** à déployer. Une **structure Fractale 10** dont on ne voit pas la fin, on sait simplement que cette fin existe.

Et pourtant ce nombre **Haw(10) = 10 H^{10} 10**, est le néant absolu comparé au **nombre de Graham G**, qui est lui aussi défini avec des **hyperopérateurs**:



La définition de ce **nombre G** dont on ne cesserait de parler comme exemple emblématique, commence avec le **nombre: $g_1 = 3 \uparrow^4 3$**, qui est l'**opérateur hexation** ou « **4 flèches de Knuth** », et qui correspond à **H^5**. Ce **nombre g_1** est déjà **infini**, étant donné qu'il fait appel à l'**hyperopérateur H^5**, alors nous n'avons même pas réussi à calculer le nombre **D = 7 H^3 7** qui ne fait appel qu'à l'**hyperopérateur H^3** ! Il faut comprendre que c'est le **rang** de l'**hyperopérateur** qui détermine la grandeur d'une expression avec des l'**hyperopérateur**, infiniment plus que les **opérandes**, sauf si ceux sont **0** ou **1**. Mais dès qu'ils sont au moins **2** (qui est le cas ici), c'est le **rang** de l'**hyperopérateur** qui fait tout le reste.

Pour aboutir au **nombre de Graham G**, qui est le **64-ième** terme d'une suite **g_n**, à savoir: **$G = g_{64}$**, il faut, après **g_1**, calculer ensuite **g_2**. Et là, on se trouve devant des formules qui sont une toute affaire avec tout ce qu'on a calculé jusqu'ici. Le **nombre g_2** est défini avec un **hyperopérateur** qui correspond à un **nombre de flèches** de Knuth qui est le nombre infini **g_1**, c'est-à-dire **$H^{g1\ +1}$**, l'**hyperopérateur** de **rang g_1+1** donc. Et là on parle seulement du **rang** de l'**hyperopérateur**, qu'il faut utiliser pour calculer **g_2**. On ne parle plus de **5**, de **7** ou de **10** ici, qui sont les **rangs** des **hyperopérateur** des **nombres** que nous avons tenté de calculer, calcul devant lequel nous avons déclaré forfait. On parle donc d'un **rang** pratiquement **infini**. Autrement dit, nous ne calculons pas encore le **nombre de Graham** lui-même mais nous calculons seulement au premier stade et maintenant au second stade, le **nombre** de **flèches** qu'il faut pour faire le calcul, et ce nombre est infiniment plus grand que **D = 7 H^3 7** . Et le pire est que ce nombre lui-même va servir seulement de nombre de flèches de **g_3**, qui est le nombre de flèches de **g_4**, et ainsi de suite, jusqu'à **g_{63}**. Et seulement nous pouvons commencer à calculer **$G = g_{64}$**, connaissant maintenant le **nombre de flèches** ou le **rang** de l'**hyperopérateur** qui sert à le calculer.

Tout cela pour dire que nous devons changer complètement notre conception de l'**infini**, jeter à la poubelle des conception clefs actuelles, dont l'idée que les **nombres entiers naturels** ne sont que « **finis** », qu'il n'existerait pas des **nombres entiers naturels infinis**, et à plus forte raison un **dernier nombre entier naturel**. Nous sommes tous simplement arrivés à l'**horizon infini** du **modèle PE1**, ou en tout cas dans la **zone des infinis intermédiaires** nous conduisant vers l'**infini absolu ω**.

Les **éléments** de l'**ensemble N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, …}**, sont donc **finis**, certes, mais le **modèle PE1** (ou simplement le bons sens) nous dit que plus ils croissent, ils sont de moins en moins **finis** et de plus en plus **infinis**. Car en continuant la liste, on arrive à des nombres comme $10^{1000000000}$, ou comme le **nombre de Graham**, **G =** g_{64}, que nous venons de découvrir avec les **hyperopérateurs**. Il est réputé pour être le plus grand nombre ayant jusqu'ici servi dans une démonstration mathématique, mais nous l'utilisons comme exemple de référence dans notre exposé, dans nos démonstrations est explications, aussi bien pour mettre en lumière la **fausseté** du paradigme de **négation** que pour faire comprendre le nouveau paradigme. Le bon sens recommande qu'avec de tels nombres il faut sérieusement commencer à parler d'**infini**, même s'il s'agit de **nombres entiers naturels** ou de **nombres finis**. Comme les notions de **petit** et de **grand**, les deux notions ne s'excluent pas mutuellement, mais sont justes **contraires**.

Du coup, comme le nouveau paradigme (celui de l'**équivalence**) est très **unificateur**, les choses se simplifient, et beaucoup de notions naguère séparées et représentées par des symboles différents (comme par exemple **N**, **n**, **ω**, **Z**, etc.,) deviennent la même notion. Et aussi, beaucoup, beaucoup de nouvelles notions plus puissantes apparaissent, et demandent qu'on leur affecte des symboles appropriés. Certains symboles (en raison de leurs aspects très pratiques, de leur forme ou simplement de leur élégance) se trouvent très sollicitées pour incarner différentes significations.

D-FSYM 2) C'est le cas par exemple de la lettre **W** ou **w**, qui incarne le **nombre** ou la **base** de **numération 19**, est sollicitée, en raison de sa ressemblance avec la lettre grecque minuscule « **ω** », pour être le la **variable** signifiant l'**infini** en général, l'**infini générique** donc, que nous appellerons souvent l'**infini relatif**, par opposition à l'**infini absolu ω**. Son **inverse** ou **1/w** est alors appelé **θ** ou « **thêta** », une lettre grecque très sollicitée aussi, en raison de sa ressemblance avec le **0 absolu**, pour servir donc de **0 relatif** ou de **0 générique**. Mais le même **w** va être sollicité pour désigner un **nombre infini** de très grande importance, et qui est lié à **l'infini absolu w** par l'**égalité**: $w^w = \omega$, ou: $w \wedge w = \omega$. En ce sens très spécial, son **inverse**: $\theta = 1/w$, le **0 relatif** donc, qui est le **nombre infinitésimal générique** (c'est-à-dire le **nombre de référence** représentant les **nombre réel strictement positif** plus petit que tous les **nombres réels strictement positifs** classiques) prend lui aussi un sens plus spécifique: $\theta^w = 0$, ou: $\theta \wedge w = 0$. Son sens est plus parlant que: $w^w = \omega$, ou: $w \wedge w = \omega$, même si les deux sont juste deux manières différentes de dire la même chose. Les **nombres infinitésimaux** : θ^1, θ^2, θ^3, θ^4, θ^5, **…**, sont encore de plus en plus petit, au fur et à mesure que la **puissance n** de θ^n augmente. Ces **nombres**, qui sont déjà des **zéros**, tendent vers l'**ultime zéro**, à savoir le **0 absolu**, l'**inverse** de l'**infini absolu ω**. Et l'**égalité**: $\theta^w = 0$, ou: $\theta \wedge w = 0$, veut donc dire que le **0 absolu** est atteint quand la **puissance n** atteint l'**infini w**.

D-FSYM 3) Cette **égalité**: $\theta^w = 0$, ou: $\theta \wedge w = 0$, est donc plus parlante que: $w^w = \omega$, ou: $w \wedge w = \omega$, qui veut dire exactement la même chose. On a les **infinis relatifs** ou **infinis intermédiaires** de **degrés** croissants: w^1, w^2, w^2, w^4, w^5, **…**, de plus en plus grands, qui tendent donc vers... l'**infini**. Mais **w** est déjà l'**infini**, et donc on parle ici de l'**infini absolu ω**, qui est du côté de l'**infini** exactement ce que le **0 absolu** est du côté des **zéros**. L'existence de la **limite 0**, la **limite butoir**, est évidence pour la pensée actuelle, mais pas l'existence de la même façon d'une **limite butoir** du côté de l'**infini**. Et pourtant de cette **limite** que parle le **modèle PE1**, c'est l'**infini ω** à l'**horizon**. Mais la pensée actuelle a du mal à percevoir cet **infini ω**, et donc aussi à voir sa **version inférieure w** définie par l'**équation**: $w^w = \omega$, ou: $w \wedge w = \omega$.

La raison est que **0** est dans l'actuel **corps R** des **nombres réels**, en tant qu'**élément neutre** de l'**addition**, alors que l'**infini ω** y brille par son absence, remplacé par un vague symbole « **∞** », qui n'est pas un **nombre réel**, car **0** n'est pas **inversible** dans cette **structure** de **corps**, il n'admet pas de **symétrique** pour la **multiplication** (problème de la **division par 0**). Cela empêché **R** d'être l'**ensemble** des **nombres omégaréels**, comme c'est le cas maintenant avec sa nouvelle version, R_ω, dont, avec le **modèle PE2**, venons d'indiquer la logique de construction: **0, 1u, 2u, 3u, 4u, … , (ω-3)u, (ω-2)u, (ω-1)u, ωu**, à savoir l'**itération** de n'importe quelle **unité u**, qui, moyennant **tous les ordinaux** de l'**Alpha** et l'**Oméga**, **engendre** ou **génère** tous les **nombres positifs multiples** de **u**, où **u** est n'importe quelle **unité**. Et c'est avec l'**unité 0** que la **génération** est la plus **fine**, tous les **nombres réels positifs** sont « **balayés** » (c'est-à-dire **construits** par cette **itération**), de **0** à **ω**, en passant par **tous** les **ordinaux**: **0, 1, 2, 3, …, ω-3, ω-2, ω-1, ω**, et par tous ce qui est entre deux **entiers consécutifs**: **n** et **n+1**, tous les « **non entiers** » donc. Et pour la **construction** des **omégaréels** dits « **négatifs** », les **omégaréels antitifs** donc, il suffit de considérer l'**ordre** de **ω** à **0**, l'**ordre antitif**, **symétrique** de l'**ordre anitif**. L'**ensemble** R_ω des **nombres omégaréels** est ainsi construits de la plus simple et de la meilleure des manières. Cette

structure numérique, qui est la **structure fractale** des **nombres omégaréels**, qui est une **structure équivalencielle**, est infiniment plus forte que l'actuelle **structure** de **corps**, car l'**infini ω** est la clef de toute la **structure**, il est restauré à sa place de droit.

Poursuivons maintenant avec la définition des fonctions élémentaires symétriques. Avec donc la tableau présenté plus haut, la nomenclature des **nombres** commencée se poursuit ainsi:
→ **F = fi = 5** ; **G = gi = 6** ; **H = hi = 7** ; etc..
Comme on le verra plus loin, cette **nomenclature numérique** est aussi celle des différentes **dimensions** de l'**Univers**, et alors les préfixes sont: **An** ou **Ani** pour la **dimension 1**, **Ban** ou **Bani** pour la **dimension 2**, **Can** ou **Cani** pour la **dimension 3**, etc.. La phonétique ou prononciation de ce nouveau **langage scientifique** (la **Science de l'Univers TOTAL**) est détaillée ailleurs, comme par exemple dans le livre pdf: .**L'Univers TOTAL, l'Alpha et l'Oméga**.

Et maintenant, on définit:

D-FSYM 3)
→ **ani = +1 = « + »**; et: **anti = -1 = « - »**; c'est la définition des deux **signes** de **base**, les deux **orientations** de base, qui sont simplement aussi les deux **ordres symétriques** des **ordinaux**, l'**ordre croissant**, de **0** à **ω**, et l'**ordre décroissant** (ou **croissant** dans le sens inverse), de **ω** à **0**. C'est cet ordre fondamental qui détermine aussi l'**ordre** des **nombres** sur tout axe, et en particulier sur les **droites réelles fondamentales**, qui sont les différentes **dimensions**. Ce sont leurs **vecteurs directeurs** qui sont appelés: **ani** (**vecteur directeur** ou vecteur de **base** de la **première dimension**) noté simplement **1**, **bani** (**vecteur directeur** de la **deuxième dimension**) noté **i**, **cani** (**vecteur directeur** de la **deuxième dimension**) noté **j**, puis **dani** ou **k**, etc.. Et à l'exemple de la **première dimension**, chaque **dimension** possède deux **orientations**, **bani** ou **+i** et **banti** ou **-i** pour la **deuxième dimension**, **cani** ou **+j** et **canti** ou **-j** pour la troisième **dimension**, etc..

On verra plus loin comment on construit les **différentes dimensions** à partir de la **première dimension**, c'est-à-dire comment, pour tout **ordinal n** donné, on construit un **espace vectoriel** de n'importe quelle **dimension n**, à partir de la **structure fondamentale** des **nombres omégaréels** que nous avons construite. C'est une **structure de dimension 1**, celle des **ordinaux**, et pourtant, grâce à la présence maintenant de l'**infini ω** ou de sa version **w**, toutes les **dimensions** sont déjà définies dans cette **structures des ordinaux**, parce que c'est une **structure fractale**. En effet, les différents **degrés** (en parlant d'un langage de **polynômes**) ou les différentes **puissances** de **ω** ou de **w**, sont aussi les **différentes dimensions**. Les notions de **degré** et de **dimension** deviennent elles aussi la même notion.

D-FSYM 4)
→ Pour tout **nombre réel** ou **complexe x**, ou pour tout **vecteur x**, on pose:
ani x = +x = ani × x = (+1) × x ; et: **anti x = -x = anti × x = (-1) × x**;
C'est donc la définition de la notion de **nombres opposés**, que nous appelons la **symétrie ani-anti**, c'est-à-dire la **symétrie** par rapport à **0** (ou, ce qui revient au même, par rapport à **ω**, comme on comprendra mieux plus tard), ou encore la **symétrie additive**, qui est la **symétrie fondamentale**, à partir de laquelle d'autres dérivent.

→ En particulier, on a:
ani 0 = oni = +0 ; et: **anti 0 = onti = -0** ;

Ces deux **orientations** du **0**, qui correspondent aux notions actuelles de 0_+ et 0_-, car on a: **ω = 1/0**, et: **+ω = 1/(+0) = 1/**0_+ , et: **-ω = 1/(-0) = 1/**0_-.

→ **uni x = x =** x^{ani} **=** x^{+1} ; et: **versi x = 1/x =** x^{anti} **=** x^{-1};
C'est la définition de la notion de **nombres inverses**, que nous appelons la **symétrie uni-versi**, c'est-à-dire la **symétrie** par rapport à **1**, ou encore la **symétrie multiplicative**, qui est la première symétrie dérivée de la **symétrie ani-anti**. Cette **symétrie uni-versi** est encore appelée la **symétrie uni-unti**.

Le **nombre infini omégaréel w** (que nous construirons dans le chapitre II de la partie B, mais pour l'instant il faut l'imaginer juste comme un nombre entier plus grand que tous les entiers classiques ou simplement encore comme un nombre entier classique, mais vraiment très, très grand, par exemple, dont le nombre de chiffres, s'il fallait les écrire, est un milliard de milliards de milliards de milliards de milliards de milliards de milliards de milliards de milliards de milliards de chiffres par exemple), l'**ensemble N** des **nombres entiers naturels** ou la **variable n** qui prend pour valeurs ces **entiers**, c'est-à-dire respectivement les **ensembles**: **w = {0, 1, 2, 3, 4, …, w-4, w-3, w-2, w-1}**, **n = {0, 1, 2, 3, 4, …, n-4, n-3, n-2, n-1}**, **N = {0, 1, 2, 3, 4, …, N-4, N-3, N-2, N-1}**, sont tous synonymes de: $\omega = \{0, 1, 2, 3, 4, \ldots, \omega-4, \omega-3, \omega-2, \omega-1\}$, sauf que par la suite ω sera plutôt réservé à l'**infini absolu**, qui vérifie l'**égalité**: $\omega = \omega + 1$, et par conséquent: $\omega = 1/0$, et: $0 = 1/\omega$, et: $0 \times \omega = 1$.

Autrement dit, l'**infini absolu** ω est l'**inverse** du **0 absolu**, c'est-à-dire l'**élément neutre** de l'**addition**. Les **points absolus** du **segment** ou **intervalle [0, 1]**, **points** dits aussi de **degré** ω, ont une **longueur 0** et **deux points consécutifs** sont **distants** de **0**. C'est la vision traditionnelle que l'on a des **points** et de la **structure** d'un **segment** ou d'une **droite**. Mais nous allons avoir aujourd'hui une vision plus précise, plus riche et plus profonde, la vision **fractale**. On a dans cette vision une notion de **point de degré n**, et les degrés vont de **0** à **w**. Le **nombre** $w = n = N$ est appelé l'**infini relatif**, où $N = \{0, 1, 2, 3, 4, \ldots, N-4, N-3, N-2, N-1\}$. C'est est la nouvelle conception de l'**ensemble N** des **nombres entiers naturels**, appelée les **oméganaturels**, la conception classique de **N** étant: $N = \{0, 1, 2, 3, 4, \ldots\}$, qui est **incomplet**, comme on l'a dit.

Désormais donc la **variable n** désigne cette nouvelle version de **N**, elle représente un **élément de N**. Et le **nombre omégaréel w** désigne donc le même ensemble $N = \{0, 1, 2, 3, 4, \ldots, N-4, N-3, N-2, N-1\}$. On donne différents noms simplement pour distinguer les différents angles sous lequel on voit le même objet. Le nom w désigne l'objet en tant que **nombre infini**, la version **relative** de l'**infini absolu** ω. La lettre **N** désigne le même objet en tant qu'**ensemble** des **nombres entiers oméganaturels**, et la lettre **n** désigne l'objet en tant que **variable** ou **élément générique**. Le **nombre** $w = n = N$ est supérieur à tous les **nombres entiers classiques**: **0, 1, 2, 3, 4, 5, …**, dits **finis**, qu'ils soient standard ou non standard (on parlera plus loin de cette affaire de « standard »).

2. Expressions opérationnelles et notion canonique du fini et de l'infini

a) La formule générale de tous les ordinaux

DÉFINITIONS *D-ON: Les ordinaux dans la vision classique*

D-ON 1) Les **entiers naturels**: **0, 1, 2, 3, 4, 5, …**, en tant qu'**ensembles** ou **ordinaux**, sont habituellement définis ainsi:
0 = { } ; qui veut dire que l'**ordinal 0** est l'**ensemble vide**, noté aussi ∅ mais que nous notons aussi **O**;
1 = {0}, qui veut dire que l'**ordinal 1** est par définition l'**ensemble** dont l'**unique élément** est **0**;
2 = {0, 1}, qui veut dire que l'**ordinal 2** est l'**ensemble** dont les **deux éléments** sont **0** et **1**;
3 = {0, 1, 2}, qui veut dire que l'**ordinal 3** est l'**ensemble** dont les **trois éléments** sont **0, 1, 2**;
4 = {0, 1, 2, 3}, qui veut dire que l'**ordinal 4** est l'**ensemble** dont les **quatre éléments** sont **0, 1, 2, 3**;
et ainsi de suite.

Il est très facile, en observant la logique de formation de ces **ordinaux**, que puisque le premier, le **0**, l'**ensemble vide**, est défini comme étant la **structure de parenthèses** « **{ }**», si l'on définit le symbole de la **virgule**, à savoir «**,**», comme étant l'**anti-structure de parenthèses** « **}{**», alors tous les **ordinaux** ainsi définis sont en fait des **structures de parenthèses** spéciales. Ainsi, l'**ordinal 1** ou **{0}** est la **structure**: **{{ }}**. Et l'**ordinal 2** ou **{0, 1}** ou **{0}{1}** est la **structure**: **{{ }}{{{ }}}**. Et l'**ordinal 3** ou **{0, 1, 2}** ou **{0}{1}{2}** est la **structure**: **{{ }}{{{ }}}{{{ }}{{{ }}}}**. Et ainsi de suite. Et il suffit par exemple d'interpréter la **parenthèse ouvrante** « **{**» comme étant le chiffre « **1**», et la **parenthèse fermante** « **}**» comme étant le chiffre « **0**», pour que ces **structures** soient vues comme des **nombres entiers** spéciaux en écriture **binaire**. Ainsi, la dernière **structure**, **{{ }}{{{ }}}{{{ }}{{{ }}}}**, est le **nombre**: **110011100011110000**.

On montre ainsi que la notion classique des **ensembles** et toute la **structure** des **ensembles** (qui est une **structure fractale**, soit dit en passant), et la notion de **nombres ordinaux** formés en **numération binaire** (autrement dit de **nombre binaire**, ce qui veut dire aussi d'**information binaire**) sont une seule et même notion. Le reste est une simple affaire de savoir si le **nombre** de **chiffres** (ou de « **parenthèses** ») qui forment l'**ensemble**, la **structure**, l'**ordinal**, le **nombre** ou l'**information binaire**, etc., est **fini** ou **infini**. Il suffira donc ensuite de clarifier la notion de **finitude** et d'**infinitude** (ce que nous avons commencé à faire avec le **modulen** et ferons encore plus qu'amplement), pour aussi clarifier toute la question des **ensembles**, des **nombres**, des **informations**, etc.. Nous développerons la question de la **structure des parenthèses** (donc de la **structure** des **ensembles**, des **informations** et des **choses**) dans la partie C.

D-ON 2) Chaque **ordinal n** est par définition l'**ensemble** de tous ceux qui le **précèdent**, les **ordinaux** de **0** à **n-1** donc, qui sont exactement au **nombre** de **n**. On a: $n = \{0, 1, 2, 3, 4, \ldots, n-4, n-3, n-2, n-1\}$. Pour chaque **ordinal n** déjà défini, on obtient un nouvel **ordinal**, noté **n+1** et appelé son **successeur**, et qui s'obtient en ajoutant **n** à ses propres **éléments**, ce qu'on écrit: **n+1 = n ∪ {n}**. Le signe « ∪ » est l'**opération** de **réunion** des **ensembles** en **théorie des ensembles**. L'écriture **A ∪ B**, où **A** et **B** sont deux **ensembles**, signifie qu'on **regroupe** tous les **éléments** de **A** et tous les **éléments** de **B** pour former **un seul ensemble**. Ici donc, l'opération **n ∪ {n}** signifie qu'on regroupe les **éléments** de **n**, qui sont les **ordinaux** de **0** à **n-1**, donc **n éléments**, et les **éléments** de **{n}**, qui a **un seul élément**, à savoir **n**. On a donc un nouvel **ordinal**, **n+1**, qui sont les **ordinaux** de **0** à **n**, donc **n+1 éléments**, qui sont donc l'**ensemble**: **n+1 = n ∪ {n} = {0, 1, 2, 3, 4, …, n-4, n-3, n-2, n-1, n}**.

C'est l'exemple fondamental de ce qu'on appelle le **principe de récurrence** (qui est ici en fait un **théorème**), appliqué à la formation des **ordinaux**, car ce **principe** est leur **nature** même, leur **formule générale**. Ayant indiqué comment former les premiers **ordinaux** et indiqué de manière générale ce qu'on appelle l'**hérédité** de la **récurrence**, à savoir comment construire l'**ordinal successeur n+1** en ayant déjà construit **n**, nous avons donc ainsi construit **tous** les **ordinaux** ou **nombres entiers classiques**. Mais nous n'avons pas encore construit tous les **ordinaux** standard, au sens nouveau de ce terme, c'est-à-dire tous les **ordinaux universels**, jusqu'au **grand dernier**, l'**Oméga**! Et nous allons bientôt voir comment le faire.

Comme on le voit, il y a donc une adéquation parfaite entre un **ordinal n** donné et le **nombre n** de ses **éléments**, appelé son **cardinal**, noté **card(n)** mais aussi **|n|**. Le **cardinal** de l'**ordinal n** est donc exactement **n**, donc: **card(n) = n**. Ceci, dans la nouvelle vision, signifie qu'on ne fait absolument plus aucune différence entre la notion d'**ordinal** et de **cardinal**. Cette **séparation** traditionnelle des deux notions cache une grande **fausseté** qu'on va expliquer. Mais comme on le voit, un cardinal est tout simplement un **ordinal** mais vu non pas comme un **ensemble d'ordinaux** (et plus généralement comme un **ensemble** de tout ce qu'on veut), mais comme un **NOMBRE** d'**éléments** d'un **ordinal**, et plus généralement de tout **ensemble A** donné. En d'autre termes, c'est l'ordinal qui indique le **nombre d'éléments** dans tout **ensemble** quelconque **A** donné

Par exemple, si l'on considère l'**ensemble**: **A = {3, 8, 20, 49, 121}**, il n'est pas un **ordinal** au sens de la définition précédente, car, pour qu'il le soit, il faut que ses **éléments** aillent de **0** à un **ordinal n** donné, ici **121** par exemple. Or il n'y a pas tous les **ordinaux intermédiaires**, il manque entre autres **0**, **1**, **9** etc.. Néanmoins, cet **ensemble A** est bel et bien un **ordinal** en un autre sens, il a en effet **5 éléments**, et, en tant que **nombre d'éléments** ou **cardinal**, il est l'**ordinal 5**. De même, si l'on prend l'ensemble des mots: **B = {atome, ciel, étoile, galaxie, fleur, chat, humain}**, **B** n'est pas non plus un ordinal au sens défini plus haut. Cependant, il l'est en un autre sens, car il a **7 éléments**, et à ce titre il est l'**ordinal 7**. Cela signifie simplement qu'on va pouvoir numéroter ses éléments en leur donnant un **numéro** d'**ordre** ou un **nom numérique** de **0** à **6**, donc **0** pour **atome**, **1** pour **ciel**, **2** pour **étoile**, **3** pour **galaxie**, etc.. On pourra alors voir **B** comme l'**ensemble**: **B = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6}**, où ses éléments sont représentés par leurs **noms numériques**, ce qu'on appelle habituellement des **numéros**. Et vu ainsi, **B** est bel et bien l'**ordinal 7**, ce qu'on écrit : **card(B) = 7**.

Par ce procédé, tout **ensemble A**, quel qu'il soit, **fini** ou **infini** (et justement on va bientôt pouvoir définir ces termes sur la base de cette formule), est toujours un **cardinal**, donc, par le bais de la notion de **cardinal**, peut être vu comme un **ordinal**. D'où l'importance aussi que la notion de **cardinal**, que l'**ensemble** dont on parle soit **fini** ou **infini**, suive cette logique fondamentale des **ordinaux** qu'on a **définie**. Les deux notions ne doivent pas diverger à un moment (comme c'est le cas de la vision actuelle des choses), elles doivent TOUJOURS être synonymes la seconde doit simplement **compter** les **éléments** d'un **ensemble** avec **exactitude**, sans se tromper de la moindre **unité**, ou pire, **nier** volontairement la moindre **unité**, comme si elle ne comptait pas.

DÉFINITION et THÉORÈME *DT-OEN: Ordinaux et Ensembles*

DT-OEN 1) L'**ensemble vide { }** est par définition un **ordinal**, noté **0**. Tout **ordinal n**, **fini** ou **infini** (au sens courant comme au nouveau sens en cours d'introduction), **différent** de l'**ordinal vide** est par définition l'**ensemble** de **TOUS** les **ordinaux** de **0** à son **prédécesseur**, noté **n-1**, son **successeur** étant noté **n+1**.

Et on peut remarquer trois choses simples. La première est que si l'on demande de donner l'expression d'un **ordinal** relativement petit, comme par exemple **10**, on listera tous ses éléments: **10 = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}**. Ce sont les **10 chiffres** de la **numération décimale**. L'**ensemble** des **ordinaux** de **0** à **10** sont donc: **0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10**, l'**ordinal 10** étant l'ensemble des **10 ordinaux** qui le précèdent, lui-même étant le **11ème**. Il est alors très facile de voir que **0**, dans ce **système décimal**, est le commencement d'un **cycle** de **10 ordinaux**, et que le **11ème ordinal**, à savoir **10**, est un nouveau **0**, il est le commencement d'un nouveau **cycle** de **10 ordinaux**, et ainsi de suite. C'est le **Cycle 10**, qui s'exprime par l'**équivalence**: **0 = 10**.

DT-OEN 2) Cette logique se généralise à n'importe quel **ordinal n**, **fini** ou **infini**. On a donc: **n = {0, 1, 2, 3, 4, …, n-4, n-3, n-2, n-1}**, qui veut dire que **n** est l'**ensemble** des **n ordinaux** qui le précèdent, lui-même étant le

(n+1)-ème, le commencement d'un nouveau **Cycle n**, qui va de **n** à **2n-1**, les **n ordinaux** suivants donc: **n, n+1, n+2, n+3, n+4, …, 2n-4, 2n-3, 2n-2, 2n-1**, et on redémarre un nouveau **cycle** de **n ordinaux** avec l'**ordinal 2n**, et ainsi de suite. Cette logique des **ordinaux** en **Cycle n** (ou **système de numération** de **base n**) se résume par l'**équivalence**: **0 = n**. Cette logique est ABSOLUMENT GÉNÉRALE, que l'**ordinal n** soit **fini** ou **infini**. C'est la **formule générale des ordinaux**, et c'est ici la grande nouveauté par rapport à la vision classique des **ordinaux**, pour laquelle la logique n'est valable que pour les **ordinaux finis**.

Et maintenant, si l'on demande de donner la formule d'un **ordinal** comme par exemple **100**, on peut lister tous ses éléments, mais on aura peut-être un peu la flemme de les lister tous, et on écrira quelque chose du genre: **100 = {0, 1, 2, 3, 4, …, 96, 97, 98, 99}**. Ce sont les **100 chiffres** de la **numération** de **base 100**. C'est la **grandeur du nombre 100** qui oblige à ce raccourci. Malgré l'usage du symbole « **...** », que nous appelons le **GENER**, on peut lister tous les **nombres intermédiaires** entre **4** et **96**.

Et maintenant, si l'on demande de donner l'expression d'un **ordinal** comme 10^{100}, ou « **10 puissance 100** » ou « **1 suivit de cent zéros** » (**nombre** emblématique qui soit dit en passant on nomme le **Gogol**, qui a inspiré le nom d'une célèbre entreprise informatique) on « peut » lister tous ses éléments aussi, mais en raison de la **grandeur** du **nombre**, qui est d'un tout autre ordre que l'exemple précédent, on a encore plus de raisons d'abréger en écrivant par exemple: $10^{100} = \{0, 1, 2, 3, 4, \ldots, 10^{100} - 4,\ 10^{100} - 3, 10^{100} - 2,\ 10^{100} - 1\}$. Ce sont les 10^{100} **chiffres** de la **numération** de **base** 10^{100}. Juste pour dire que quand le **nombre** à lister devient très grand, cette notation avec le symbole **GENER** (ou tout symbole ayant une fonctionnalité semblable) devient inévitable. Et pour cause, ce symbole est très étroitement lié à l'**infinité**, à l'**infinitude**, la nouvelle notion que nous sommes ainsi en train d'introduire.

Et donc de manière générale, on a: **n = {0, 1, 2, 3, 4, …, n-4, n-3, n-2, n-1}**, où **n** désigne une **variable**. Dans la nouvelle vision, les notions de **variable**, de « **grand nombre** », de « **nombre infini** », etc., sont équivalentes. On a par exemple l'**infini w**, dont la définition précise interviendra un peu plus loin. Pour l'instant, il faut le voir comme étant un **ordinal** supérieur à tous les **ordinaux finis** au sens classique, et qui, comme pour tout **ordinal** dans la nouvelle vision, vérifie: **w = {0, 1, 2, 3, 4, …, w-4, w-3, w-2, w-1}**. **Formellement** ou de manière **opérationnelle** (on verra bientôt ce que nous entendons par là), rien de permet, en observant la formule de **n** et de **w**, de distinguer lequel est **fini**, mais simplement **variable**, et lequel est **infini**.

Même remarque avec l'**infini absolu ω**. Comme nous le voyons depuis le début, la liste de **tous** les **ordinaux**, de **0** à **ω**, est: **ω = {0, 1, 2, 3, 4, …, ω-4, ω-3, ω-2, ω-1}**. La différence essentielle entre **w** et **ω** est qu'avec **w** la notion courante d'**égalité** reste encore l'**identité**, on n'active pas encore tout à fait la logique de **cycle** et d'**équivalence**, autrement dit on distingue encore **0** et **w**, et plus généralement tous les **ordinaux** de **0** à **w**, on ne boucle donc pas encore pour former les **cycles**. Et aussi, on distingue **w** et **w+1**, on distingue: **0, w, 2w, 3w, …,** w^2**, …,** w^3, etc.. Et le **nombre** w^w est précisément la définition de l'**infini absolu ω**, comme on en reparlera dans toute la suite. Autrement dit, on a: l'**égalité**: $w^w = \omega$, et plus précisément l'**identité**: $w^w == \omega$. Et avec **ω**, on boucle les **ordinaux** pour former le **Cycle ω**. On a donc l'**équivalence**: **0 = ω**, de laquelle découlent toutes les **équivalences** de type **Cycle ω**, comme par exemple: **1 = ω +1**, **2 = ω +2**, **3 = ω +3**, etc., mais aussi: **-1 = ω -1**, **-2 = ω -2**, **-3 = ω -3**, etc..

Et de plus, avec l'**infini absolu ω**, on a l'**oméganité**: **ω = ω+1**. Cette **équivalence** devient vraie pour tout **ordinal n** dès qu'il devient suffisamment grand, comme on le verra amplement avec la notion de **finitude** et d'**infinitude**. Autrement dit, l'**identité**: **n == n+1** (et à plus forte raison l'**équivalence**: **n = n+1**) est déjà vraie dès que **n** est suffisamment grand. Comme on le verra plus en détail plus tard, elle est vraie à **90%** pour l'**ordinal n = 10**, vraie à **99%** pour l'**ordinal n = 100**, vraie à **99.9%** pour l'**ordinal n = 1000**, etc., et à plus forte raison vraie pour l'**ordinal** $n = 10^{100}$, par exemple.

Mais l'**oméganité** est mise en veilleuse pour les **ordinaux n** inférieurs à **ω**, y compris pour l'**infini w**. Mais avec l'**infini absolu ω**, on ne doit plus brider l'**oméganité**, on doit la laisser s'exprimer. Et alors : **ω = ω+1** introduit ainsi le **Cycle 1**, qui se résume par: **0 = 1**, et par conséquent le **Cycle 2**, ou: **ω = ω+2**, qui se résume par: **0 = 2**, puis le **Cycle 3**, ou: **ω = ω+3**, qui se résume par: **0 = 3**, etc.. Chaque **cycle**: **0 = n**, livre les secrets de l'**ordinal n** qui lui est intimement lié, notamment ses relations avec les autres **cycles**. Toutes les questions classiques d'arithmétique dite « **modulaire** » par exemple (adjectif à associer alors au mot « **modulo** » et non pas à la notion de **réali**), de **congruence**, de **division euclidienne**, de **nombres premiers**, etc., mais aussi les notions comme les **suites arithmétiques**, les **fonctions périodiques**, etc., sont des questions de logique de **cycle** et de relations entre les différents **cycles**. C'est donc l'**infini absolu ω** qui enclenche tout cela, mais aussi la logique **fractale**, qui est indissociable de la logique **cyclique**, et vice-versa. On parle exactement de la même chose, sauf qu'on voit cette chose **additivement** avec le **cycle**, et **multiplicativement** avec la **fractale**. Tout cela est très lié aux **opérations**, notamment les **opérations arithmétiques fondamentales**, les **hyperopérateurs** dont on a parlé.

Tout cela nous amène maintenant à la très importante et très fondamentale notion d'**expression opérationnelle**, de **nombres opérationnels**. Une très nouvelle manière de voir les **nombres** et les **choses**.

b) Les opérations, les expressions opérationnelles et les nombres opérationnels. Les nombres initiaux, les nombres intermédiaires et les nombres finaux

DÉFINITIONS *D-EXP-TNF: Expressions, Théorématique et nouveau Formalisme*

D-EXP-TNF 1) Le nouveau **paradigme**, la nouvelle **vision**, **logique**, **approche des choses**, **méthodologie scientifique**, **langage**, etc., que nous appelons aussi la **théorématique** (on y reviendra dans la présente partie A, et plus en détail dans la parie C), est aussi un nouveau **formalisme**. Et on entend habituellement par **formalisme** en **logique** et en **mathématiques**, toute la **théorie** des **écritures mathématiques**, du **symbolisme**, ainsi que les **règles** qui régissent ces **écritures**, généralement appelées des **formules**. L'adjectif associé est **formel**. Le **formalisme** s'occupe avant tout de la **forme** de ces **écritures**, et seulement dans un second temps de leur **sens** ou **signification**, généralement appelé la **sémantique** ou l'**interprétation**.

D-EXP-TNF 2) Par **expression** nous entendons tout **symbole**, tout **idéogramme** (nous entendons par là les **idéogrammes** comme comme dans les écritures chinoises, japonaises, etc., et plus généralement tout symbole avec des parties disposés dans l'**espace unidimensionnelle**, **bidimensionnel**, **tridimensionnel**, etc., comme par exemple les **écritures** avec des **indices**, des **exposants**, etc.), toute suite finie ou infinie de **symboles**, d'**idéogrammes**, etc.. Et plus généralement encore, toute **chose** est une **expression**. Les suites finies ou infinies de **symboles** sont donc des cas particuliers d'**expressions**, peu importent les **symboles** dont on parle, les alphabets, les langues. Ainsi, tous les symboles de l'Unicode et toutes les combinaisons finies ou infinies qu'on peut faire avec eux, sont des **expressions**, indépendamment du sens que ces **symboles** ou ces **combinaisons** peuvent avoir par ailleurs. Seule compte la **signification** que nous leur donnons, qui peut soit confirmer une **signification** courante ou être différente.

Par exemple, les **symboles**: **0, 1, ω, w, θ, a, b, c, d, …, A, B, C, D, …, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …, +, -, –, ×, /, (,), {, }, [,]**, etc., ainsi que les combinaisons: **0, 00, 000, 0000, …, 1, 11, 111, 1111, …, 0+0, 0+0+0, 0+0+0+0, …, 1+1, 1+1, 1+1+1, 1+1+1+1, …, (1+1+1)+(1+1+1+1+1), (0+3)×(8 – 7), 2+2 = 4, 2+2 = 5, 7 < 0, 2+2 > 15, ∃U∀x(x∈U), 2+2+×0/=×0, (5+5)+)(8×3))=((((/ =, ==, ===**, etc., sont des **expressions**. Certaines sont construites suivant une certaine **syntaxe**, et on peut être tenté de dire que certaines **expressions** ne sont pas **valides** du point de vue de la **syntaxe** ou n'ont aucun sens. Et pour celles qui sont « valides », il est très tentant aussi de les **interpréter** et dire qu'elles sont **vraies** ou **fausses**, etc.. Mais ce n'est pas la préoccupation première du **formalisme**, en tout cas pas du nouveau **formalisme** que nous introduisons.

Une **interprétation** ou la **sémantique** au sens du **formalisme**, consiste simplement à associer à une **expression** une autre **expression** appelée son **sens** ou sa **signification**. Par exemple on pourra dire que: **1+1+1+1+1+1+1+1** ou **(1+1+1)+(1+1+1+1+1)** a pour sens **3+5**, et que cette **expression** à son tour a pour sens **8**. Cette notion **formelle** d'**interprétation** ou de **signification** (qui est **absolue**, **objective** ou **conventionnelle**) est à distinguer de la notion **intuitive** d'**interprétation** ou de **signification**, qui est par nature **relative**, **subjective** et peut jouer de **mauvais** tours....

D-EXP-TNF 3) En **théorématique**, toute **expression** est **valide**, aucune **syntaxe** particulière n'est imposée, tous les **symboles** peuvent se combiner le plus **librement** de l'**Univers**. Le **sens** particulier, la **signification** particulière, la **sémantique** particulière d'une expression, c' est avant tout l'**expression** elle-même, avant de recevoir un tout autre **sens**. Par conséquent, toute **expression** a un **sens**, et à défaut l'**expression** elle-même. Et par définition, le **sens commun**, c'est-à-dire la **signification** ou la **sémantique commune** de toutes les **expressions**, c'est l'**Univers TOTAL**, l'**Ensemble de toutes les choses**. Toute **expression** le **représente**, avant de **représenter** elle-même et éventuellement une autre autre **expression**.

DÉFINITIONS *D-OPR: Opérations et réci-opérations*

D-OPR 1)

i) Pour tout **opérateur H** (l'**addition**, la **multiplication**, l'**exponentiation**, etc., ou toute autre **opération** qui n'est pas un **hyperopérateur**), et pour deux **opérandes x** et **y**, **H opère** avec **x** et **y** pour donner un **résultat z**, c'est-à-dire: **x H y = z**. Par exemple: **x + y = z**, en particulier: **3 + 5 = 8**, ou par exemple: **x × y = z**, en particulier: **3 × 5 = 15**. Si donc on connaît **x** et **y**, on calcule le **résultat z** par cette **opération H**.

Comme nous le disons depuis le début, par « **nombre** » on entend maintenant un **nombre omégaréel** ou **ω-réel** (généralisation de la notion classique de **nombre réel**), et plus généralement un **réali orienté** ou **rayon orienté** ou **valeur absolue orientée** (généralisation de la notion habituelle de **nombre complexe** ou de **vecteur**), notions qui seront détaillées par la suite. La notion d'**expression opérationnelle** que nous sommes en train de définir maintenant est la définition la plus générale de toutes ces notions et d'autres. La présence maintenant de l'**infini ω** permet une infinité de choses qui étaient impossibles sans la présente d'un **nombre** à part entière (l'**inverse de 0**, le **nombre zéro** ou **nombre alpha**) pour dire « **infini** ». L'**infini** ou le **nombre oméga**, en étroite coopération de la notion générale d'**égalité** qu'est l'**équivalence** (la courante **identité** en étant seulement un cas particulier) change tout, cela simplifie l'approche de beaucoup de questions, qui demandaient des contournements à cause de la non existence de l'**infini ω**, autrement dit de la fameuse prétendue « impossibilité » de **diviser par 0**.

Maintenant donc, on a **trois nombres fondamentaux** ou **trinité fondamentale**: **0**, **1** et **ω**, respectivement appelés le **zéro** ou **alpha** pour le premier, le **un** pour le second, et l'**infini** ou l'**oméga** pour le troisième. Ils vérifient les **égalités** fondamentales: $\mathbf{0 \times \omega = 1}$. Et: $\mathbf{0 = 1/\omega}$. Et: $\mathbf{\omega = 1/0}$. Et: $\mathbf{0 = 1/\omega}$. Ce sont trois manière différentes d'exprimer la même relation liant les **trois nombres fondamentaux**. Et la seconde relation importante est: $\mathbf{\omega^0 = 1}$.

ii) On part des **trois nombres fondamentaux** ou **trinité fondamentale**: **0**, **1** et **ω**, respectivement appelés le **zéro** ou **alpha** pour le premier, le **un** pour le second, et l'**infini** ou l'**oméga** pour le troisième. Nous avons vu plus haut les **propriétés absolues** des trois premières **opérations**, l'**addition**, la **multiplication**, l'**exponentiation**, qui sont les propriétés que trois **opérateurs binaires H, H' et H''**, qu'on notera « + », « × », « ^ », ou « **x + y** » pour la première, « **x×y**» ou « **x• y** » ou « **x*y**» ou « **xy** » pour la seconde, et « **x^ y** » ou « $\mathbf{x^y}$ » pour la troisième, doivent posséder pour qu'on dise qu'il s'agit respectivement d'une **addition**, d'une **multiplication** et d'une **exponentiation**. Soit un **réali a**, de **0** à **ω** principalement, mais qui peut être **inférieur** à **0** mais sans être **antitif** (comme par exemple $\mathbf{0^2}$, $\mathbf{0^3}$, $\mathbf{0^7 + 0^{11}}$, ou $\mathbf{0^{\omega}}$) ou **supérieur** à **ω** (comme par exemple $\mathbf{\omega^2}$, $\mathbf{\omega^3}$, $\mathbf{\omega^7 + \omega^{11}}$, ou $\mathbf{\omega^{\omega}}$). On pose: $\mathbf{\langle 1, a\rangle = a \wedge 0 = a^0}$, et appelé le **1 de base a**. Il s'agit d'une définition, donc une **identité**, qui signifie que c'est l'**expression**: **a ^ 0** , ou: $\mathbf{a^0}$, que l'on convient de noter $\mathbf{\langle 1, a\rangle}$. Nous sommes par là en train de dire que cette expression n'est plus systématiquement **1**, tout comme aussi le **produit 0×x** n'est plus systématiquement **0**, mais ne l'est que pour les **nombres x initiaux**. Ici aussi, c'est une certaine catégorie de **base a** que le **1 de base a** est **1**. Et justement, on dit que **a** est **autorationnel** si: $\mathbf{\langle 1, a\rangle = a^0 = 1}$, et **altorationnel** sinon.

Tous les **nombres** de **réali** de **0** à **ω**, et même jusqu'à $\mathbf{\omega^2}$, ou $\mathbf{\omega^3}$, ou $\mathbf{\omega^4}$, etc., sont **autorationnels**, ce qui veut dire que **divisés par eux-mêmes** cela donne comme **résultat 1**, c'est-à-dire: $\mathbf{a^0 = a^1 \times a^{-1} = a/a = 1}$. Une propriété habituelle, qui n'est plus vérifiée par les **nombres infinis** trop grands, comme par exemple $\mathbf{\omega^{\omega}}$. En effet: $\mathbf{(\omega^{\omega})^0 = \omega^{\omega \times 0} = \omega^1 = \omega}$, ou: $\mathbf{(\omega^{\omega})/(\omega^{\omega}) = \omega^{\omega-\omega} = \omega^{0\times\omega} = \omega^1 = \omega}$. Mais avec $\mathbf{\omega^5}$ par exemple, parce que **5** est un **nombre initial**, on a: $\mathbf{(\omega^5)^0 = \omega^{5\times 0} = \omega^0 = 1}$, ou: $\mathbf{(\omega^5)/(\omega^5) = \omega^{5-5} = \omega^0 = 1}$. Donc $\mathbf{\omega^5}$ est **autorationnel**.

Ce sont donc les propriétés basiques des trois **opérations binaires fondamentales**: l'**addition**, la **multiplication**, l'**exponentiation**, les trois cas particuliers fondamentaux d'**opérateur H** vérifiant: **x H y = z**.

La question qui se pose maintenant est à propos du cas où est donné le **résultat z**, et un des deux **opérandes x** ou **y**, et qu'il faut déterminer l'autre **opérande**. Il faut faire alors l'**opération réciproque** de **H**, que nous appelons la **réci-opération** de **H**, son **opération inverse** pour le dire dans un langage plus courant. Nous la notons ici $\mathbf{H^*}$ (lire « H étoile »). Alors se présente deux cas de figure, selon que **H** est une **opération commutative** ou non.

D- OPR 2) Si **H** est **commutative**, c'est si **H** vérifie: **x H y = y H x**, pour tous **opérandes x** et **y**, alors on aura une seule **opération réciproque** $\mathbf{H^*}$, qui vérifie:

$\mathbf{x\,H\,y = z \quad\Leftrightarrow\quad x = z\,H^*\,y \quad\Leftrightarrow\quad y = z\,H^*\,x}$.

Si par exemple **H** est l'**addition**, alors $\mathbf{H^*}$ est la **soustraction**, notée « – » , et on a:

$\mathbf{x + y = z \quad\Leftrightarrow\quad x = z - y \quad\Leftrightarrow\quad y = z - x}$.

Et si **H** est la **multiplication**, alors $\mathbf{H^*}$ est la **division**, notée « / » ,et on a:

$\mathbf{x \times y = z \quad\Leftrightarrow\quad x = z / y \quad\Leftrightarrow\quad y = z / x}$.

D- OPR 3) Et si **H** n'est pas **commutative**, on doit distinguer deux **opérations réciproques**, l'**opération** H^*_R dite **racine** ou **gauche**, si c'est **x** qu'on calcule, et l'**opération** H^*_L dite **logarithme** ou **droite**, si c'est **y** qu'on calcule. On a donc:

$x\ H\ y = z \quad \Leftrightarrow \quad x = z\ H^*_R\ y \quad \Leftrightarrow \quad y = z\ H^*_L\ x.$

Les deux **opérateurs réciproques** H^*_R et H^*_L existent toujours pour tout **opérateur H**, sauf qu'ils se confondent en un seul **opérateur réciproque** H^*, si **H** est **commutatif**.

Et si **H** est un **hyperopérateur** H^p, alors ses deux réciproques sont H^{p*}_R et H^{p*}_L.

Ainsi donc, avec H^0 et H^1 ou l'**addition (+)** et la **multiplication (×)**, H^{0*}_R et H^{0*}_L, ou $+^*_R$ et $+^*_L$, se confondent en un seul **opérateur réciproque** « **–**» ou **soustraction**, et H^{1*}_R et H^{1*}_L, ou $\times^*_R$ et $\times^*_L$, se confondent en un seul **opérateur réciproque** « **/**» ou **division**.

Mais avec l'**exponentiation** H^2 ou « ^ », commence la distinction de H^{2*}_R et H^{2*}_L, ou $\wedge^*_R$ et $\wedge^*_L$, car, si l'**égalité** est l'**identité** et non pas l'**équivalence**, l'**exponentiation** n'est pas **commutative**, comme on l'a vu plus haut. En effet, en règle générale, on n'a pas: **x^y = y^x**, c'est-à-dire: $x^y = y^x$. Pour l'**opérateur** $\wedge^*_R$, l'expression « $x \wedge^*_R y$» sera notée « **x rac y**» ou **x ^ (1/y)** ou $x^{1/y}$, et sera appelée **la racine y-ième de x**. Par définition, c'est le **nombre absolu** (ou la **valeur absolue**) qu'il faut élever à la **puissance y** pour avoir **x**, donc: $(x^{1/y})^y = x$. Et pour l'**opérateur** $\wedge^*_L$, l'expression « $x \wedge^*_L y$» sera notée « **x log y**» ou $\log_y(x)$, et sera appelée le **logarithme en base y de x**. Par définition, c'est le **nombre absolu** (ou la **valeur absolue**) tel que **y** élevé à la **puissance** ce **nombre** donne **y**, donc: $y \wedge \log_y(x) = y^{x \log y} = y^{\log y(x)} = x$.

Il est très important de souligner que beaucoup de préoccupations actuelles, très handicapantes à cause du fait que la notion d'**égalité** est l'**identité**, n'ont plus cours parce que la notion d'**égalité** est l'**équivalence**. Avec l'**identité**, pour qu'on puisse parler d'**opération réciproque**, de **fonction réciproque**, etc., on doit toujours s'assurer de l'**unicité** des **résultats** ou de l'**univocité** des **fonctions** (**bijections**).

Par exemple, si l'on considère l'**opération**: x^2, ou **x^2**, en **opérant** dans un sens, on a un seul **résultat** avec l'**opérande**: **x = +3**, qui est: $(+3)^2 = 9$, et de même avec l'**opérande**: **x = -3**, qui donne: $(-3)^2 = 9$. Donc **+3** et **-3** donnent le même **résultat +9**, ils ont le même **carré**. Et par conséquent, pour l'**opération réciproque**, $x^{1/2}$ ou $\sqrt{x}$, qui est donc le calcul de la **racine carrée**, pour l'**opérande +9** on a deux **résultats** possibles: $\sqrt{9} = +3$, ou: $\sqrt{9} = -3$, et l'on est obligé de choisir l'un des deux **résultats +3** ou **-3** comme définition de la **racine carrée** de **+9**, et le choix a été porté sur **+3**. Mas ce faisant, on perd une **information** sur la logique de **nombres réels**, qui est que deux **nombres opposés** ont le même **carré**. Il faut une autre théorie, celle des **équations**, pour retrouver cette **information**, en résolvant l'**équation**: $x^2 = 9$, ou: $x^2 - 9 = 0$, qui signifie simplement qu'on fait l'**opération réciproque**: $9^{1/2}$ ou $\sqrt{9}$, qui signifie qu'on cherche le ou les **nombres** dont le **carré** est **9**. Mais l'**identité** interdit de dire simplement: $\sqrt{9} = +3$ et $\sqrt{9} = -3$, c'est-à-dire de donner plusieurs résultats différents pour une même **opération**. Ici, cela conduit à dire: $\sqrt{9} = +3 = -3$, donc: $+3 = -3$, c'est-à-dire à écrire une **égalité** entre deux **nombres différents**.

Ceci est une « catastrophe » pour l'**identité**, et pour éviter cela, on va donc remplacer la notion d'**opération** par la notion d'**équation**, résoudre donc l'**équation**: $x^2 = 9$, ou: $x^2 - 9 = 0$, qu'on factorisera: $(x + 3)(x - 3) = 0$, ce qui conduira à dire qu'on a deux **solutions**: **-3** et **+3**. La réponse à donner à cette **équation** est donc de dire que l'**ensemble des solutions** est: $S = \{-3, +3\}$.

Mais dans le paradigme de l'**équivalence**, si une même **opération** donne plusieurs **résultats** différents, cela signifie que ces **résultats** sont **équivalents**, ils forment une **classe d'équivalence**, qui est la **classe** des **résultats** de cette **opération**. Ainsi, l'**égalité**: $\sqrt{9} = +3 = -3$, qui est une petite **chaîne** d'**équivalences**, signifie que **-3** et **+3**, sont les deux **résultats** de l'**opération**: $\sqrt{9}$, faite dans l'**ensemble** des **nombres réels**. La **classe d'équivalence**, des **résultats** est donc l'**ensemble**: $S = \{-3, +3\}$, ce qui revient à dire la même chose qu'avec les **équations**. L'**ensemble S** est un exemple de ce que nous appelons un **multinombre**, une notion voisine de la notion de **vecteur** (sauf qu'avec un **multinombre** on ne répète pas les **éléments**, et l'**ordre** des **éléments** importe peu, contrairement aux **vecteurs** où on peut répéter un **élément** et où l'**ordre** des **éléments** importe), ce qui veut dire un **ensemble de nombres** à voir comme **un seul nombre**. La notion de **multinombre** va de paire avec l'**équivalence**, c'est l'une des **caractéristiques** et l'une des forces de cette notion d'**égalité**, qui est de voir plusieurs individus différents comme un seul individus. Plusieurs **identités propres** qui ont une certaine **identité commune**, une certaine **propriété commune**, ici le fait d'être un **résultat** de la même **opération**: $\sqrt{9}$.

Comme second exemple, considérons l'**opération**: 1^x, qui donne comme résultat **1** pour tout **nombre réel** classique. Dans la nouvelle vision, cela revient à dire que cette **opération**: 1^x, donne comme **résultat 1** pour tout

nombre omégaréel réel x de **valeur absolue** inférieure au **nombre omégaréel infini w**. On a donc: $1^x = 1$, ce qui veut dire que: $x = \log_1(1)$. Dans le paradigme de l'**équivalence**, cela veut dire que tous les **nombres x** tels que: $1^x = 1$, forment la **classe d'équivalence** des **résultats** de l'**opération**: $\log_1(1)$. Cette **opération** est elle aussi un **multinombre**, formé d'une **infinité** de **nombres**. Cela revient à dire que $\log_1(1)$ est une **variable**, dont l'**ensemble des valeurs** est l'**ensemble** des **nombres x** tels que $1^x = 1$. Donc partout où l'on voit l'**opération**: $\log_1(1)$, on peut la remplacer par une **variable**, variant sur l'**ensemble** qu'on vient de spécifier. Mais pour la vision traditionnelle, une telle propriété de $\log_1(1)$ s'appelle une « **indétermination** », et en plus ici, le **logarithme** est **non défini** pour la **base 1**, parce qu'il y a une **division par 0** sous-jacente.

Dans la nouvelle vision, toute **opération** est définie, et elle a toujours au moins un **résultat**, qui est un **nombre opérationnel**, puisque précisément, comme on va le voir, ces **nombres** sont **engendrés** et **définis** par les **opérations**. Et une **opération** a toujours pour **résultat** une **classe d'équivalence**, et on retrouve le cas des **opérations** classique à un seul **résultat** avec les classes qui ont un seul **résultat**. Par exemple l'**opération**: **2 +5** a un seul **résultat**, **7**, le **seul élément** donc de la **classe des résultats**.

Il est très important ensuite de souligner que les définitions que nous avons données sont **absolues**, elles sont indépendantes de l'**ensemble numérique** dans lequel on travaille. Elles ont dites **formelles**, c'est-à-dire dépendant uniquement de la **forme** des expressions et pas de l'**interprétation** que l'on pourrait leur donner. Ici la forme nous dit simplement qu'on a une certaine **opération** « ^ », dont on a décidé qu'elle n'est pas **commutative**, c'est-à-dire ne vérifie pas: **x^y = y^x** pour tous les éléments de l'**ensemble numérique** considéré, **ensemble** qui peut même à ce stade fondamental ne pas être **numérique**. C'est dans sa **relation** avec des **opérations** nommées l'**addition (+)** et la **multiplication (×)**, vérifiant des **propriétés fondamentales** permettant de les appeler ainsi, que cette **opération** « ^ » elle aussi est appelée une **exponentiation**. Mais ici, dans les définitions que nous donnons, l'**addition** et la **multiplication** n'apparaissent pas encore, et tout ce qu'on a dit de l' **opération** « ^ » est qu'elle n'est pas **commutative**. Et les définitions s'articulent autour de cette propriété minimale. Par conséquent, elles peuvent s'appliquer à l'importe quelle **opération H** décidée **non commutative**. L'**opérateur réciproque** H^*_R est alors appelée un **opérateur racine**, et l'**opérateur réciproque** H^*_L est un **opérateur logarithme**.

Pour ces raisons aussi, les définitions données sont dites **opérationnelles**, autrement dit elles ne dépendent que des **opérations** en elles-mêmes, et non pas vraiment de l'**ensemble** dans lequel on **opère**. Et justement, dans notre vision des choses, c'est très souvent les **opérations** que l'on définit sur un certain **ensemble** plus ou moins restreint d'**éléments**, par exemple la **Trinité fondamentale {0, 1, ω}**, qui auront pour effet de **générer** l'**ensemble numérique** tout entier. Il suffit par exemple de dire qu'on a un **opérateur H opérant** avec ces trois objets de la **Trinité**, pour que de fait même on **engendre** les **objets formels** (c'est-à-dire qui ne sont fondamentalement définis que par leur **forme**, avant toute **interprétation**): **0, 1, 1 H 1, 1 H 1 H 1, 1 H 1 H 1 H 1, 1 H 1 H 1 H 1 H 1**, etc., qu'on peut appeler respectivement: **0, 1, 2, 3, 4, 5, …**. On a déjà ainsi une définition **formelle** ou **opérationnelle** des **nombres entiers naturels** classiques, alors qu'on n'a pas encore indiqué la moindre propriété de l'**opérateur H**, par exemple s'il est **commutatif**, **associatif**, etc..

D- OPR 4) On **génère** ainsi une **infinité** d'**objets** à partir de la **Trinité fondamentale {0, 1, ω}** et de l'**opérateur binaire** H, comme par exemple aussi: **0, 0 H 0, 0 H 0 H 0, 0 H 0 H 0 H 0, 0 H 0 H 0 H 0 H 0**, etc., ou aussi: **0, ω, ω H ω, ω H ω H ω, ω H ω H ω H ω, ω H ω H ω H ω H ω**, etc., ou encore, moyennant les **parenthèses**, les **objets mixtes** comme par exemple: **((0 H 1) H ω) H 0**, etc.. On a ainsi généré un **ensemble infini** $\mathcal{U}$, qui a déjà des **propriétés numériques** (puisqu'il produit en son sein différentes versions de la notion de **nombres entiers naturels**), du simple fait de dire que **H** est un **opérateur binaire** (c'est-à-dire qui demande deux **opérandes x** et **y**) **opérant** avec les **objets initiaux {0, 1, ω}**, qui même à ce stade ne sont pas censés avoir une **interprétation**, à savoir le **zéro**, le **un** et l'**infini**. Ce sont juste **trois objets** convenus comme **distincts**, et à ce stade leurs **rôles** sont parfaitement **interchangeables**. On dira présentement que l'**opérateur H** est une **loi de composition interne** (définie) dans $\mathcal{U}$, ce qui signifie que pour deux **objets x** et **y** de $\mathcal{U}$, l'**objet** « **x H y** » est lui aussi un **élément** de $\mathcal{U}$. Mais en **réalité**, ici, à ce stade très **fondamental** des **opérations**, **H** est bien plus qu'une **opération** définie dans $\mathcal{U}$ (une **loi de composition interne** dans $\mathcal{U}$), mais c'est **H** qui **génère** $\mathcal{U}$ à partir des **objets initiaux {0, 1, ω}**, appelés les **graines** de $\mathcal{U}$. C'est donc **H** qui **engendre** $\mathcal{U}$ à partir de ces **graines**. L'**ensemble** $\mathcal{U}$ ainsi **généré** est appelle un **Univers opérationnel** ou un **Univers numérique**, il est noté: $\mathcal{U}$ = **{{0, 1, ω}, {H}}**, en indiquant donc son **ensemble** de **graines** $\mathcal{G}$ = **{0, 1, ω}** et l'**opérateur H**, appelé son **générateur**. De manière général, un **Univers opérationnel** $\mathcal{U}$ est la donnée de deux **ensembles** $\mathcal{G}$ et $\mathcal{H}$, appelés l'**ensemble** des **éléments initiaux** de l'**Univers** $\mathcal{U}$ ou **ensemble** des **graines**, et l'**ensemble** des **opérateurs** de $\mathcal{U}$, qui ne sont pas tous obligés d'être **binaires** (ils peuvent être **unaires**, **binaires**, **trinaires**, etc..). On a donc: $\mathcal{U} = \{\mathcal{G}, \mathcal{H}\}$. Tout **Univers** ayant au moins une **graine g** et un **opérateur H** est **équivalent** à l'**Univers TOTAL**.

Les **objets** ainsi engendrés sont **absolus**, ils ne dépendent en effet d'aucune autre hypothèse faite sur **H**, à par qu'il est un **opérateur binaire**. Il peut donc s'agir de l'**addition**, de la **multiplication**, de l'**exponentiation**, etc., de la **soustraction**, de la **division**, etc., ou de tout ce qu'on veut. Tout ce que l'on introduira par la suite comme **hypothèses supplémentaires** sur **H**, aura des conséquences qui viendront se **greffer** sur les **propriétés absolues** de ces **objets**, et, normalement, ne devront les **contredire** (ce qui se produit, hélas, avec la **négation**).

D- OPR 5) L'**ensemble numérique U** que l'on **engendre** avec une seule **graine {g}** (**graine g** qu'on peut appeler **0**, **1**, **ω** ou autre, mais on l'appellera par défaut **0**) et un **opérateur binaire** quelconque **H** (appelé un **HENER** de manière général, noté alors « * » ou «.», qui peut vraiment être **n'importe quelle opération**, mais qu'on appellera par défaut l'**addition** et on le notera « + »), est extrêmement **fondamental**. On l'appellera l'**ensemble** des **générescences** ou des **informations unaires**: **𝒰 = {g, gHg, gHgHg, gHgHgHg, gHgHgHgHg, gHgHgHgHgHg, gHgHgHgHgHgHg, …} = {g, g*g, g*g*g, g*g*g*g, g*g*g*g*g, g*g*g*g*g*g, g*g*g*g*g*g*g, …} = {g, g.g, g.g.g, g.g.g.g, g.g.g.g.g, g.g.g.g.g.g, g.g.g.g.g.g.g, …}**. Et, s'il n'y a aucune ambiguïté sur l'**opérateur H** concerné, cet **ensemble** sera simplement noté: **𝒰 = {g, gg, ggg, gggg, ggggg, gggggg, ggggggg, …}**. Si la **graine g** est appelée **0**, alors: **𝒰 = {0, 00, 000, 0000, 00000, 000000, 0000000, …}**. Et alors aussi, cet **ensemble**, vu comme un ensemble d'**ordinaux**, c'est-à-dire un **ensemble** dont les **éléments** représentent juste l'**ordre**, sera noté: **𝒰 = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, …}**, et alors aussi **𝒰** sera appelé l'**ordinal infini**, et il sera noté: **ω = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, …}**, mais aussi: **N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, …}**, ce qui est donc la définition classique des **nombres entiers naturels**. Et si cet **ensemble** est vu comme un **ensemble** de **cardinaux**, c'est-à-dire un **ensemble** dont les **éléments** représentent la **quantité**, en l'occurrence les **différentes quantités** de la **graine 0**, alors il sera noté: **𝒰 = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …}**, et alors aussi **𝒰** sera appelé le **cardinal infini**, et il sera noté aussi: **ω = {1×0, 2×0, 3×0, 4×0, 5×0, 6×0, 7×0, …}**, ou simplement: **ω = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …}**. Mais dans ce cas alors, il est préférable d'appelée **1** la **graine g**, au lieu de l'**appeler 0**. Avec les **ordinaux**, on se positionne dans une **logique additive** ou **cyclique**, là où l'**élément neutre** est **0**, celui qui commence la liste des **ordinaux**; tandis qu'avec les **cardinaux** on se positionne dans une **logique multiplicative** ou **fractale**, là où l'**élément neutre** est **1**, celui qui commence la liste des **cardinaux**. Deux manières différentes de voir exactement la même réalité, exactement le même **ensemble**: **𝒰 = {g, gHg, gHgHg, gHgHgHg, gHgHgHgHg, gHgHgHgHgHg, gHgHgHgHgHgHg, …} = {g, gg, ggg, gggg, ggggg, gggggg, ggggggg, …}**. L'**ensemble 𝒰** ainsi **généré** est noté: **𝒰 = {{g}, {H}}**, où son **ensemble** de **graines** est donc **G = {g}** et où l'**opérateur H** est son **générateur**. C'est donc un **Univers opérationnel** ou **Univers numérique**. Il est **équivalent** à l'**Univers TOTAL**.

Avec donc une seule **graine g**, nous retrouvons la **Trinité fondamentale {0, 1, ω}**, qui est définie à partir de cette **graine**. Cela veut dire qu'en fait les **ensembles**: **𝒰 = {{0, 1, ω}, {H}}** et **𝒰' = {{g}, {H}}** sont **équivalents**. Il est clair que tout ce qu'on peut faire avec le second, on peut le faire aussi avec le premier. Il suffit par exemple de restreindre les trois **graines** du premier à la seule **graine 0**, ou **1** ou **ω**, appelée alors **g**, pour avoir un **Univers** de type **𝒰' = {{g}, {H}}**, et faire donc avec **𝒰** tout ce qu'on peut faire avec **𝒰'**. Et à l'inverse, voici comment on obtient **𝒰** à partir de **𝒰'**. Il suffit par exemple d'appeler **0** la **graine 0**, de construire donc **tous les éléments** de l'**Univers 𝒰' = {{0}, {H}}**, comme on vient de l'indiquer. On a donc: **𝒰' = {0, 00, 000, 0000, 00000, 000000, 0000000, …}**. L'**élément 0**, constitué d'**un seul symbole 0**, est par définition un **nombre cardinal** signifiant l'idée intuitive de « **un chiffre 0** ». Et l'**élément 00**, constitué quant à lui de **deux symboles 0**, est par définition un **nombre cardinal** signifiant l'idée intuitive de « **deux chiffres 0** ». Et l'**élément 000**, est un **nombre cardinal** signifiant l'idée intuitive de « **trois chiffres 0** », etc.. Autrement dit, chaque **élément** de cet **ensemble** exprime la **quantité** de **chiffres 0** qui constitue l'élément en question.

Et maintenant, l'**ensemble 𝒰'** lui-même va servir à exprimer l'idée intuitive de « **une infinité de chiffres 0**», et on peut appeler **oméga** cette **infinité** et la noter **ω**. On dira donc que cet **ensemble** est **formé** de « **oméga chiffres 0**» ou « **ω chiffres 0**». Nous le noterons aussi **0...**, on l'appellera **1**, donc: **𝒰' = 1 = 0... = {0, 00, 000, 0000, 00000, 000000, 0000000, …}**. Le **symbole** « **...** » que nous venons ainsi de défini par cette **égalité**, est un nouvel **opérateur**, que nous appelons le **GENER**, qui est l'**opérateur de génération** ou d'**itération infinie**.

Et maintenant, on peut considérer le nouvel **Univers 𝒰'' = {{1}, {H}}**, dont la **graine g** est **1**. Il consiste donc à remplacer dans le précédent partout **0** par **1**. On a alors: **𝒰'' = {1, 11, 111, 1111, 11111, 111111, 1111111, …}**, et les **éléments** de ce nouvel **ensemble** seront par définition respectivement notés: **𝒰'' = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …}**. Chacun de ses **éléments** exprime le « **nombre de chiffres 1** » qui constitue l'objet qu'il représente. On les appellera les **cardinaux canoniques**, car ce sont eux qui vont permettre de dire rigoureusement « **un** »,

« **deux** », « **trois** », etc., et de quantifier toute autre notion à **dénombrer**. On pourra maintenant **compter les 0** de l'**Univers** précédent et dire par exemple: « **1 chiffre 0** », « **2 chiffres 0** », « **3 chiffres 0** ». Et l'**Univers** $\mathcal{U}''$ lui-même exprime maintenant l'idée intuitive de « **une infinité de chiffres 1**», ou « **oméga chiffres 1**» ou « **ω chiffres 1**», et on dira qu'il est la définition de **ω** lui-même, et on le notera: **1...**. On a donc: $\mathcal{U}''$ = **1...** = **ω** = **{1, 11, 111, 1111, 11111, 111111, 1111111, …}**. C'est donc la définition précise du **cardinal infini ω**. Et on peut recommencer la même **opération** en considérant le nouvel **Univers** $\mathcal{U}'''$ = **{{ω}, {H}}**, dont la **graine g** est **ω**. On l'appellera ω^2, il exprime l'idée intuitive de « **ω chiffres ω**». on a: $\mathcal{U}'''$ = **ω...** = ω^2 = **{ω, ωω , ωωω, ωωωω , ωωωωω, ωωωωωω , ωωωωωωω, ...}**.

Il ne faut pas perdre de vue que ce qu'on appelle « **chiffre** » est un **paquet** d'autres **chiffres**, qui peuvent être des **paquets** d'autres **chiffres**, etc.. A partir de l'**Univers** $\mathcal{U}'$ = **{{0}, {H}}**, en **itérant** sa construction trois fois, nous avons défini la **Trinité**: **0**, **1** et **ω**. L'**Univers** $\mathcal{U}'''$ est fait d'**éléments** constitués de **chiffres ω**, qui sont des **ensembles** faits d'**éléments** constitués de **chiffres 1**, qui sont des **ensembles** faits d'**éléments** constitués de **chiffres 0**. L'**Univers** $\mathcal{U}'''$ = **{{ω}, {H}}** est donc finalement l'**Univers** $\mathcal{U}'$ = **{{0}, {H}}**, **itéré 3** fois, ce qui veut dire construit jusqu'au **troisième horizon infini**. L'**Univers** $\mathcal{U}'''$ n'est qu'une **structuration** de l'**Univers** $\mathcal{U}'$, un regroupement de ses **0** par **paquets ω**, de sorte qu'un paquet devient une nouvelle **unité**, une nouvelle **graine**. Et de son côté, l'**Univers** $\mathcal{U}$ = **{{0, 1, ω}, {H}}**, dont les **graines** sont **{0, 1, ω}**, est formé exactement des mêmes **0**, mais regroupés différemment. Avec l'**Univers** $\mathcal{U}$ = **{{0, 1, ω}, {H}}**, en plus de la **graine 0**, on considère des **paquets** de cette **graine**, à savoir **1** et **ω**, qui sont déjà faits, alors qu'avec $\mathcal{U}'$ = **{{0}, {H}}**, tous les **paquets** sont à faire.

D- OPR 6)
Dans la nouvelle vision, l'**identité** exige que l'**associativité** de l'**addition** mais aussi de la **multiplication**, qui sont vraies pour les **ordinaux** et les **cardinaux finis**, doivent impérativement se conserver pour les **ordinaux** et les **cardinaux infinis**. Cela veut dire que la manière de regrouper les **éléments** d'un **ensemble A** donné, **fini** ou **infini**, ne doit doit en aucun cas changer le **nombre des éléments** de **A**, c'est-à-dire le **cardinal** de **A**. Les **éléments** d'un **ensemble** ne « disparaissent » pas ou de nouveaux éléments n'« apparaissent » pas, juste parce qu'on a changé l'**ordre** des **éléments** ou la **structure** des **parenthèses** qui délimitent des **paquets** de ses **éléments**.

Par exemple, dans la vision traditionnelle, les **ensembles**:
A = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, …},
B = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, …},
C = {0, 2, 4, 6, 8, …, 1, 3, 5, 7, 9, ...},
D = {0, 4, 8, 12, …, 2, 6, 10, 14, …, 1, 5, 9, 13, …, 3, 7, 11, 15, ...},
E = {0, 2, 4, 6, 8, ...},
F = {1, 3, 5, 7, 9, ...},
ont le même **cardinal ω**, dit « **infini dénombrable** ».
Dans la nouvelle vision, cela revient à dire que le **cardinal infini ω** vérifie les **identités**:
ω = ω – 1 = ω + ω = 2ω = 4ω = ω/2.
Mais dans la nouvelle vision, ces **égalités** sont vraies, certes, mais ne sont pas à proprement parler des **identités** mais des **équivalences**. C'est l'**équivalence** qui permet de dire quels **cardinaux infinis** sont **équivalents** ou pas, si par exemple **card(A)** est **équivalent** à **card(B)**, alors que **B** a un **élément** en moins que **A**. De même la question de savoir si **card(A)** est **équivalent** à **card(E)** ou à **card(F)**, alors que visiblement **E** et **F** ont un **nombre d'éléments** qui est la « **moitié** » du **nombre des éléments** de **A**. Mais pour qu'on puisse parler d'**équivalence**, encore faut-il connaître avec précision les **identités** dont on évalue l'**équivalence**. Si on dit que l'**identité** du **cardinal** de **A** est **ω**, autrement dit si on appelle **ω** le **cardinal** de **A**, alors les **identités** des **cardinaux** des **ensembles B** à **E** sont définies en conséquence: **card(B) = ω – 1**, **card(C) = card(A) = ω** (car **C** consiste simplement à réorganiser différemment les **éléments** de **A**), **card(D) = card(A) = ω** (idem pour **D**), **card(E) = card(F) = ω/2**. Maintenant que tous ces **cardinaux** sont définis et leurs **identités** établies, on peut dire qu'ils sont **équivalents** ou **égaux**, **équivalence** qui est due à leur nature **infinie**. Mais en toute rigueur ils ne sont pas **identiques**, chacun a sa propre **identité**.

C'est cette exigence d'avoir une **identité** toujours exacte, que l'on traite d'**ensembles finis** ou **infinis**, qui assure l'**associativité généralisée** de l'**addition** et de la **multiplication** des **ordinaux** et des **cardinaux**, c'est-à-dire le fait que le **nombre** d'**éléments** d'un **ensemble** ne dépend pas de l'**ordre** de ses **éléments**, ou de la manière dont on les regroupe. Par conséquent, il suffit de dire que les **Univers** $\mathcal{U}$ = **{{0, 1, ω}, {H}}** et $\mathcal{U}'$ = **{{0}, {H}}** sont

fondamentalement, **formellement**, **formés** par l'**itération** de la **graine 0** (étant entendu que **1** et **ω** sont eux-même **formés** de cette **graine**), pour dire que les **Univers** $\mathcal{U}$ et $\mathcal{U}'$ sont **équivalents**, ils ne diffèrent que par la **réorganisation** des **graines 0**, par la **structure** de ces **0**.

Il est assez remarquable que jusqu'ici on a un **opérateur H opérant** avec une **graine g**, sans aucune autre **propriété** connue de **H**, et pourtant on constate qu'on a déjà non seulement toute l'**arithmétique** des **nombres entiers naturels**, mais en réalité aussi de **TOUS** les **ordinaux** et **cardinaux**, **finis** comme **infinis**. Et même, si l'on décide que la **graine g** est le **plus petit quantum** formant les **objets** qui nous intéressent, le **plus petit matériau**, le **plus petit point**, le **plus petit pixel**, le **plus fin**, etc., bref l'**objet 0**, alors on a déjà formé l'**ensemble** de **tous** les **nombres omégaréels** (donc **réels**) **positifs**. En effet, les **0** en **s'itérant** forment les **1** (la définition des **segments** de **longueur 1**), qui en **s'itérant** forment les **ω** (la définition des **droites** de **longueur ω**), qui en **s'itérant** forment les ω^2 (la définition des **plans** d'**aire** ω^2 ou des **droites** de **longueur** ω^2), etc..

Et, toujours sans qu'il soit nécessaire d'imposer à **H** quelque autre **propriété**, on a déjà construit tous les types de **nombres**, d'**objets mathématiques**. Il suffit pour cela de poursuivre la logique **formelle**, **opérationnelle**, ce qui veut dire de laisser simplement parler les **nombres** eux-mêmes, indépendamment de nos **axiomes**, de nos **principes**, de nos **interprétations**. Cette **méthodologie** qui consiste à laisser parler les **choses** par elles-mêmes, de les laisser livrer leurs **propriétés** et **vérités absolues**, est ce que nous appelons la **théorématique**.

Nous verrons sous peu comment l'**ensemble de tous les nombres**, l'**Univers numérique** (qui n'est autre que l'**Univers TOTAL**), est défini de manière **formelle**, **opérationnelle**, en amont de toute **interprétation** donnée aux **opérateurs**. Ils **s'interprètent eux-mêmes** et livrent eux-mêmes **leur propre sens**, qui est le **sens absolu**. Par exemple, on a: **gHgHg** ou **ggg**, s'il n'y a aucune ambiguïté sur l'**opérateur H** sous-entendu. Cet **objet** est une des représentations possibles du **nombre entier** ou **ordinal 3**, ce n'est pas nous qui le décidons, il est ainsi. Et on a aussi on a: **gHgHgHgHg** ou **ggggg**. Cet **objet** est quant à lui une des représentations possibles du **nombre entier** ou **ordinal 5**. Et on a: **gHgHgHgHgHgHgHg** ou **gggggggg**, qui une des représentations possibles du **nombre entier** ou **ordinal 8**. On constate que ce dernier s'écrit: **(gHgHg)H(gHgHgHgHg)** ou: **(ggg)(ggggg)**, où les **symboles** des **parenthèses**, « **(** » et « **)** » ont pour but de mettre en évidence les deux objets d'avant. On voit alors que si l'on appelle le premier « **3** », le second « **5** » et le troisième « **8** », celui-ci est: « **3 H 5** », autrement dit on a: **3 H 5 = 8**. Et on peut faire le même raisonnent avec n'importe quel **couple** de **nombres entiers** non nuls **x** et **y**.

Et pour le cas du **0**, on a l'expression « », qu'on appellera « **espace** » ou « **vide** » ou « **zéro** » ou « **autre** », pour dire qu'il ne contient aucune occurrence du symbole « **g** » ou « **H** ». On le notera par exemple « **o** » comme par la suite, et on l'appellera l'**espace o**. C'est donc l'**élément neutre absolu** de **E = {{g}, H}**, qui joue le rôle du **0** dans cet **ensemble généré**. Cet **espace o** n'est rien d'autre que le **0 absolu** ou 0_ω ou 0_Ω ou **O** ou (mais aussi le **ω absolu** ou ω_ω ou ω_Ω ou **Ω**) dans un autre rôle. Pour toute expression **x** de **E**, on a évidemment: **x H o = o H x = x**. Nous avons notre **élément** neutre de l'**addition** des **nombres entiers absolus**. Notre **opérateur H**, avant donc qu'on dise quoi que ce soit d'autre sur lui (on a dit simplement qu'il est un **opérateur binaire**), est donc **formellement** une **addition**! Il est donc dans l'absolu une **addition**, il **engendre tous** les **nombres entiers naturels** et même **tous** les **ordinaux**. Pour cela, il suffit juste de lui donner au moins une **graine** à **moudre**! Il est alors automatiquement un **opérateur** H^0, il est le premier d'une **infinité** d'**hyperopérateurs** H^p, à commencer par la **multiplication** ou H^1, l'**exponentiation** ou H^2, etc.. Ce n'est pas nous qui décidons, il est ainsi! Ce sont donc les **propriétés communes** à tous les **opérateurs binaires**, indépendamment du sens que nous leur donnons. Ils ont un **sens absolu**, qui est celui que nous venons de démontrer.

Et par conséquent aussi (et là on revient à notre sujet des **opérateurs réciproques**), **H** a aussi des **opérateurs** réciproques H^*_R et H^*_L, si nous décidons qu'il n'est pas **commutatif**, en parlant des **propriétés spécifiques** que nous voulons lui conférer. Pour l'instant, ce ne sont pas celles-ci qui nous intéressent, mais ses **propriétés absolues**. Nous venons de montrer que, dans l'**absolu**, **H** est toujours une **addition**, si l'on fait abstraction de ses **propriétés spécifiques**. Et en tant qu'**addition**, **H** ou H^0 est **commutative**, puis son **itération** H^1 ou **multiplication** l'est aussi. Mais c'est à partir de H^2 que les **hyperopérateurs** ne sont plus **commutatives**, à moins de changer d'**égalité** et de passer à l'**équivalence**. Mais pour l'instant, nous voulons explorer le **potentiel** de l'**identité**. Car la compréhension des secrets de l'**équivalence** passe par la compréhension de tous les secrets de son cas particulier qu'est l'**identité**. Chaque fois qu'on bute sur une des limites de l'**identité**, là aussi on entrevoit comment cette limite peut être franchie avec l'**équivalence**. C'est le cas ici de la **non commutativité** des **hyperopérateurs**, qui commence à se manifester à partir de l'**exponentiation**. Mais aussi, de son côté, la **non commutativité** a d'aimables conséquences. Elle donne naissance ici à la **racine a-ième** avec H^{2*}_R ou $\wedge^*_R$ et ou **rac**, et au **logarithme de base a** avec H^{2*}_L ou $\wedge^*_L$ ou **log**. On a donc:

D-OPR 7)

i)
→ **x ^ a = x^a = y ⇔ x = y rac a = $y^{1/a}$**.
→ **a ^ x = a^x = y ⇔ x = y log a = $\log_a(y)$**.

ii) On déduit des propriétés de l'**exponentiation** les propriétés suivantes de l'**opérateur log**:
→ **$\log_a(1) = 0$**. C'est la réciproque directe de la propriété d'**exponentiation**: **$a^0 = 1$**.
→ **$\log_a(a) = 1$**. C'est la **réciproque** directe de la propriété d'**exponentiation**: **$a^1 = a$**.
→ **$\log_a(x \times y) = \log_a(x) + \log_a(y)$**.
→ **$\log_a(x^y) = y \times \log_a(x)$**.

En effet, la première découle de la propriété de l'**exponentiation**: **$a^x \times a^y = a^{x+y}$**. C'est donc sa **réciproque**. Pour l'obtenir, posons: **$X = a^x$**, et: **$Y = a^y$**. De: **$a^x \times a^y = a^{x+y}$**, en vertu des propriétés i), on déduit:
$x = \log_a(X)$, et: **$y = \log_a(Y)$**, et: **$x + y = \log_a(a^x \times a^y)$**.
Donc: **$\log_a(X) + \log_a(Y) = \log_a(X \times Y)$**, autrement dit: **$\log_a(X \times Y) = \log_a(X) + \log_a(Y)$**. CQFD.

Et pour la seconde, on part de la propriété: **$(a^x)^y = a^{x \times y}$**, donc: **$X^y = a^{x \times y}$**. Avec donc: **$X = a^x$**, et donc, en usant de la **réciproque**: **$x = \log_a(X)$**. Et la réciproque donne aussi: **$x \times y = \log_a(X^y)$**, donc:
= **$\log_a(X^y)$**, autrement dit: **$\log_a(X^y) = y \times \log_a(X)$**. CQFD.

On en déduit: **$\log_a(x^{-1}) = \log(1/x) = -\log_a(x)$**.
Et par conséquent: **$\log_a(x \times y^{-1}) = \log(x/y) = \log_a(x) + (-\log_a(y)) = \log_a(x) - \log_a(y)$**.

iii) On pose: **$e = 1^\omega$**. L'**opération**: **x log e = $\log_e(x)$**, est appelé le **logarithme naturel** de **x**, et est noté: **ln(x)**. On l'appelle habituellement aussi le **logarithme népérien** de **x**, c'est donc le **logarithme** de **base e**. Comme tout **logarithme**, il vérifie toutes les propriétés précédentes. On a donc: **ln(1) = 0**, et: **ln(e) = 1**. Le **nombre ln(ω)** est noté **Λ**, et appelé l'**horizon logarithmique naturel**. On en déduit: **ln(0) = -Λ**. Et **ln(w)** est noté **λ**, et donc: **ln(θ) = ln(1/w) = -λ** (on reviendra sur tout cela).

On note que pour ce **logarithme** spécial, cette seconde propriété: **ln(e) = 1**, est doublement vérifiée, car elle découle de la première: **ln(1) = 0**. En effet, on a: **$e = 1^\omega$**, donc: **$\ln(e) = \ln(1^\omega) = \omega \times \ln(1) = \omega \times 0 = 1$**. Le **logarithme naturel** est donc liée à la question de la **division par 0**, ce qui veut dire à la **fonction inverse**, ou **fonction versi**, c'est-à-dire à la **fonction 1/x**, donc à la relation: **$\omega \times 0 = 1$**, qui lie la **trinité fondamentale**. Ainsi donc, la relation: **$e = 1^\omega$**, est une manière **exponentielle** d'exprimer la **multiplication**: **$\omega \times 0 = 1$**.

Une fois encore, il est de la plus haute importance de souligner qu'il s'agit ici d'une définition **formelle**, **opérationnelle**, **absolue**, aussi bien de la **racine a-ième** que du **logarithme de base a**. Nous ne disons pas par exemple: « nous définissons la **racine a-ième** et le **logarithme de base a** dans tel ou tel **ensemble E**, comme par exemple l'**ensemble R** des **nombres réels** ou **C** des **nombres complexes**». Car c'est l'**opérateur générique H**, et ses **itérations** comme ici **H^2** et ses **réciproques H^{2*}_R** et **H^{2*}_L**, c'est-à-dire **rac** et **log**, qui, de par leurs **propriétés absolues**, vont précisément automatiquement **engendrer** l'**ensemble E** adéquat. Autrement dit, pour un **ensemble E** imposé arbitrairement à l'avance, une **propriété** donnée peut ne pas être vérifiée. Mais pas un **ensemble E** que la **propriété** en question et d'autres **engendrent**.

On retrouvera cette définition de la **racine a-ième** et du **logarithme** plus tard, sous le nom **D-RACLOG**. Poursuivons maintenant notre logique **opérationnelle**.

D- OPR 8)

i) On appelle une **expression opérationnelle fondamentale** une **expression** dans laquelle ne figurent que les **symboles** des trois **nombres** de la **Trinité fondamentale**: **0**, **1** et **ω**; les **symboles** des **hyperopérateurs** et de leurs **opérations réciproques**; l'**opérateur de concaténation** ou **addition physique** appelé le **HENER** et noté « **.** » (à ne pas confondre avec le **point** de la **ponctuation** ou le **point** de la **multiplication**); l'opérateur d'**itération infinie** ou d'**itération oméga**, appelé le **GENER** et noté « **...** »; tous les **symboles** de type **paire** de **parenthèses**, appelés les **symboles de structure**, à savoir: « (» et «) », « [» et «] », « { » et « } », « ⟨ » et « ⟩ », etc., la **lettre** « **o** » ou « **o minuscule** » pour servir d'**espace** « », le **symbole** de l'**égalité** « = », et plus généralement tous les **symboles** de **relation**: « < », « > », « ≤ », « ≥ », etc., les relations logiques « **ET** », « **OU** », « ⇒ », « ⇐ », « ⇔ », etc.. C'est le minimum pour former les **expressions** désignant les **objets** de l'**Univers**

opérationnelle ou **numérique**: $\mathcal{U}$ = {{**0, 1, ω**}, {**H**}}, ou, ce qui revient au même, $\mathcal{U}$ = {{**g**}, {**H**}}, où **g** représente une **graine** quelconque et **H** un **opérateur binaire** quelconque. A ce minimum indispensable, on peut ajouter au moins un **alphabet**, comme l'**alphabet latin**, l'**alphabet grec**, etc., et plus généralement encore tous les **symboles** de l'**Unicode**, qui serviront surtout de **variables**, de **constantes**, et aussi pour former les **mots techniques** ou les **noms** des **objets** de l'**Univers** $\mathcal{U}$, comme par exemple les mots comme par exemple « **ani** », « **anti** », « **hener** », « **gener** », etc.. D'un point de vue plus technique, les **variables** sont l'**infinité** de **symboles**: x_0, x_1, x_2, x_3, …, x_ω, les trois premières, x_0, x_1, x_2, étant notées: **x**, **y**, **z**. Et les **constantes** sont l'**infinité** de **symboles**: c_0, c_1, c_2, c_3, …, c_ω, les dix premières, c_0, c_1, x_2, c_3, c_4, c_5, c_6, c_7, c_8, c_9, étant notées: **0**, **1**, **2**, **3**, **4**, **5**, **6**,**7**, **8**, **9**.

ii) On appelle **nombres opérationnels fondamentaux** tous les **nombres** définissables par une **expression opérationnelle fondamentale**, dans laquelle figurent tous les **symboles** listés ci-dessus, sauf les **symboles** de **relation**. Dès qu'il y a au moins une **relation** dans l'**expression**, elle est dite **propositionnelle**, et on l'appelle une **proposition** ou un **énoncé**.

Par exemple, l'**expression opérationnelle**: **(x+2)/(5 – 3×y + 7)** est un **nombre opérationnel**, ce n'est pas une **proposition** ou un **énoncé**. Mais, par exemple l'**expression opérationnelle**: **x+2 = 5 – 3×y + 7**, est une **proposition** ou un **énoncé** appelée une **égalité** ou une **équivalence**, de même que: **x+2 == 5 – 3×y + 7**, appelée une **identité**, ou: **x+2 < 5 – 3×y + 7**, appelée une **infériorité**, etc.

iii) On appelle une **générescence** ou une **information unaire** une **expression opérationnelle** qui est une **répétition** d'**un seul symbole** donné, appelé l'**unit** de la **générescence** ou de l'**information unaire**. Par exemple, l'**expression opérationnelle**: **00000**, où seul le **symbole 0** est **répété**, est une **générescence** ou une **information unaire** dont l'**unit** est **0**. A vrai dire, dans ce cas, il y a un deuxième **symbole** caché, qui est l'**opérateur de concaténation** ou d'**addition physique**, le **HENER**, à savoir « **.** ». En effet, **00000** veut dire: **0.0.0.0.0**, ou: **00.000**, ou: **000.00**, etc.. D'une manière générale, **X** et **Y** étant deux **expressions opérationnelles**, l'**expression X.Y** est simplement notée **XY**, et appelée la **concaténation** ou l'**addition physique** de **X** et **Y**. Ainsi par exemple, on a les deux **expressions** « **(x+2)/(**» et « **5 – 3×y + 7)**», qui, **concaténées** ou **additionnées physiquement**, donnent: **(x+2)/(. 5 – 3×y + 7)**, c'est-à-dire: « **(x+2)/(**» **.** « **5 – 3×y + 7)** », qui est l'**expression**: **(x+2)/(5 – 3×y + 7)**. L'**opérateur** « **.** » ou **HENER** est donc **implicite** dans toute autre **expression**, quelle qu'elle soit. C'est l'**opérateur neutre** en quelque sorte ou l'**opérateur par défaut**.

iv) Les **générescences** d'**unit 0** sont donc: **0**, **00**, **000**, **0000**, **00000**, **000000**, **0000000**, …. Et l'**expression 0...**, où donc « **...** » est l'**opérateur GENER** ou **opération d'itération infinie** ou d'**itération oméga**, est la définition du **nombre 1**, mais aussi du produit: **0×ω** ou **ω×0**. Autrement dit: **0... = 0×ω = 1**.

v) Et les **générescences** d'**unit 1** sont: **1**, **11**, **111**, **1111**, **11111**, **111111**, **1111111**, …, qui sont les définitions des **nombres entiers** ou **ordinaux**: **1**, **2**, **3**, **4**, **5**, **6**, **7**, …. Et l'**expression 1...** est la définition du **nombre ω**, mais aussi du produit: **1×ω** ou **ω×1**. Autrement dit: **1... = 1×ω = ω**.

vi) Et de manière générale, étant donnée n'importe quelle **expression opérationnelle X**, les **générescences** d'**unit X** sont: **X**, **XX**, **XXX**, **XXXX**, **XXXXX**, **XXXXXX**, **XXXXXXX**, …, qui sont les définitions des **produits**: **X**, **2×X**, **3×X**, **4×X**, **5×X**, **6×X**, **7×X**, …, écrits plus simplement: **X**, **2X**, **3X**, **4X**, **5X**, **6X**, **7X**, …. Et l'**expression X...** est la définition du **produit**: **ω×X** ou **ωX**. Autrement dit: **X... = X×ω = ω×X**.

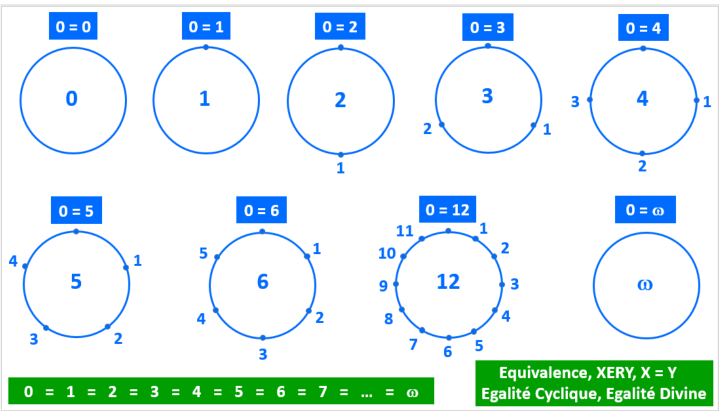
vii) Les **générescences** ou **informations unaires** sont les **expressions opérationnelles** les plus simples et les plus fondamentales qui soient, ce sont elles qui définissent tous les **ordinaux** mais aussi tous les **réalis**, car, dans sa définition la plus fondamentale, un **réali** est tout simplement une **générescence** d'**unit 0**. Et du point de vue des **générescences**, l'**opérateur de concaténation** ou d'**addition physique**, le **HENER** donc, est la définition la plus fondamentale de l'**opération** d'**addition**, notée alors « + ». Partant de là, au fur et à mesure de l'**itération** de l'**unit**, se définissent aussi les **itérations** successives de l'**addition**, à savoir la **multiplication**, notée «×», puis l'**exponentiation**, notée «^», puis la **tétration**, notée « ^^ », etc., autrement dit les **hyperopérateurs**, et par voie de conséquence leurs **opérations réciproques**, et la la boucle est bouclée. En effet, on génère ainsi tous les **nombres opérationnels fondamentaux**.

viii) Pour ce qui est maintenant des **propositions** ou des **énoncés**, c'est-à-dire les **expressions opérationnelles propositionnelles**, celles qui comportent au moins une **relation**, on entre dans une autre catégorie de **nombres**. L'**expression** est appelée une **équation** si les seules **relations** qui y apparaissent sont l'**égalité**, « = », et éventuellement, des **générescences** de l'**égalité**, « = », « == », « === », « ==== », …, « =**...** », notées : « $=_1$ »,

« $=_2$ », « $=_3$ », « $=_4$ », …, « $=_\omega$ ». Pour une **égalité** « $=_n$ », l'**ordinal n** est appelé l'**idenité** de l'**identité**, ou sa **striction** ou sa **résolution** (« idenité » est à prononcer « idènité »; mais « identité » peut se dire « idantité » comme habituellement, ou se dire « idèntité »). Cette notion, qui peut être généralisée à tout **réali r**, quantifie le **degré** d'**identité** d'une **égalité** donnée, sa **tendance** à être une **identité**, à **différencier** les **nombres** et plus précisément les **nombres opérationnels**, et à les voir comme **égaux** seulement à **eux-mêmes**. La **striction** d'une **identité** mesure la **tendance** à voir une **chose unique** (en l'occurrence une **expression opérationnelle unique**, un **nombre unique**) comme étant une **chose multiple**, un **ensemble** de **choses différentes**, **distinctes**. C'est donc la **tendance** à la **différenciation**, à la **distinction**, à la **diversification**.

Nous appelons **édenité** le **contraire** de l'**idenité**, exactement comme l'**édentité** (ou **équivalence**) est le **contraire** de l'**identité** (« édenité » est à prononcer « èdènité », comme « édentité » est à prononcer « èdèntité », ainsi qu'on l'a déjà dit au début, en référence au jardin d'« Éden », évidemment). L'**édenité** mesure le **degré** d'**équivalence**, le **degré** de l'**édentité** donc. Une **égalité** d'**idenité n**, notée donc « $=_n$ », est par définition d'**édenité** ω**–n**, notée alors « ${}_{\omega-n}{=}$ ». Et une **égalité** d'**édenité n**, notée donc « ${}_n{=}$ », est par définition d'**idenité** ω**–n**, notée alors « $=_{\omega-n}$ ». Plus donc la **striction** (ou **idenité**) **n** d'une **identité** est grande plus elle est une **identité**, et donc moins cette **identité** est une **édentité**, c'est-à-dire une **équivalence**. Et vice-versa. Nous dirons souvent par raccourci « **identité n** » pour signifier « **égalité d'idenité n** », et « **édentité n** » ou « **équivalence n** » pour signifier « **égalité d'édenité n** ».

ix) Les différentes **identités** sont définies ainsi: « $0 =_\omega 0$ » ou « $0\ {}_0{=}\ 0$ », qui est l'**égalité** d'**idenité** la plus élevée et d'**édenité** la plus faible, l'**égalité** la plus **stricte** ou l'**identité absolue**, celle de **striction** ω, l'**identité** ω. C'est donc l'**équivalence** la plus **petite**, de **striction 0**, ou **édenité 0**. Et ensuite on a: « $0 =_{\omega-1} 1$ » ou « $0\ {}_1{=}\ 1$ », qui est l'**identité** d'un cran moins **stricte**, donc qui commence à être une **équivalence**, de **striction 1**. Puis: « $0 =_{\omega-2} 2$ » ou « $0\ {}_2{=}\ 2$ », qui est donc l'**équivalence** de **striction 2**. Puis: « $0 =_{\omega-3} 3$ » ou « $0\ {}_3{=}\ 3$ », et ainsi de suite, jusqu'à: « $0 =_3 \omega-3$ » ou « $0 === \omega-3$ » ou « $0\ {}_{\omega-3}{=}\ \omega-3$», et alors on écrira de préférence: « $0 === \omega-3$ ». Puis: « $0 =_2 \omega-2$ » ou « $0 == \omega-2$ » ou « $0\ {}_{\omega-2}{=}\ \omega-2$», et on préférera dire alors: « $0 == \omega-2$». Puis: « $0 =_1 \omega-1$ » ou « $0 = \omega-1$ » ou « $0\ {}_{\omega-1}{=}\ \omega-1$», avec donc la préférence pour « $0 = \omega-1$ ». Puis: « $0 =_0 \omega$ » ou « $0\ {}_\omega{=}\ \omega$», qui est donc l'**identité** la moins **stricte**, donc l'**équivalence absolue**, de **striction** ω. Pour un **ordinal n** (et plus généralement pour un **réali r**), il est clair que la notion d'**édenité n** est synonyme de celle de **Cycle n**.



Par défaut, si aucune **striction** n'est indiquée, une **équivalence** sera en général notée « = », ce qui veut dire une **identité** de **striction 1** et une **équivalence** de **striction** ω**–1**. Et une **identité** sera en général notée « == », ce qui veut dire une **identité** de **striction 2** et une **équivalence** de **striction** ω**–2**. Sans autre précision donc, ce sera le sens standard des termes « **équivalence** » et « **identité** », ce qui veut dire aussi que le signe de l'**égalité** « = » signifie une **équivalence**. Sinon, on devra préciser la **striction** à laquelle on se place, celle sous-entendue derrière ce signe « = ». Sinon aussi, ce sera celle calculée.

Soit alors, une **expression opérationnelle** de la forme: « **x = y** », où **x** et **y** sont deux **nombres opérationnels**, c'est-à-dire donc deux **expressions opérationnelles** dans lesquelles ne figurent pas le signe « = » ni aucun signe de **relation**, mais des **constantes** et des **variables** représentant des **réalis**, les **opérateurs HENER** (l'**addition**) et **GENER**, les **hyperopérateurs** et leurs **opérations réciproques**, toutes les formes de **symboles** de type « **parenthèses** », le **symbole** de l'**espace** et des **symboles** à finalité essentiellement typographique ou pratique. L'**expression** « **x = y** » est alors une **égalité** ayant un seul signe « = », une forme générale d'**égalité** que nous appelons le **XERY** (on reviendra sur ce terme, qui vient de « **X ER Y** », **expression opérationnelle** pour dire techniquement « **X EST Y** » ou « **X = Y** »). Et alors, par définition, l'**édenité** de cette **égalité** est le **nombre opérationnel**: **y – x**, et par définition aussi cette **édenité** est: **x – y**. On dit aussi que cette **égalité** est le **Cycle (y – x)**, et aussi le **Cycle (x – y)**. En particulier, si **x** et **y** sont deux **réalis supérieurs ou égaux** à **0** (ce qui met pour l'instant à part le cas des **réalis inférieurs** à **0** sans être **antitifs**, comme par exemple 0^2, mais on peut facilement généraliser pour tous les **réalis**), le **nombre opérationnel**: **x – y**, représente un **réali**, si **x** est **supérieur ou égal** à **y**, sinon c'est **x – y**, qui représente un **réali**. Dans un cas comme dans l'autre, c'est ce **réali** qui est l'**édenité** ou le **cycle**. Et si si **x** est **0**, est si **y** est **supérieur ou égal** à **0**, alors l'**édenité** de l'**égalité**: « **0 = y** », est par définition **y**, et c'est aussi le **Cycle y**.

Cette synonymie entre l'**édenité** et le **Cycle** dispense en pratique, quand on utilisera le signe « **=** », d'indiquer son **idenité** ou son **édenité**. Car, quand on écrira une **égalité**, notamment avec les **ordinaux** ou les **réalis**, on sait évaluer la **striction** sous-jacente, en calculant simplement la **différence** entre les deux membres impliqués dans cette **égalité**. D'un signe « **=** » à un autre donc, l'**édenité** peut changer, notamment si l'on travaille dans le nouveau paradigme, le paradigme de l'**équivalence**. Car les paradigmes traditionnels sont les paradigmes de l'**identité**. Cela veut dire que l'**édenité** sous-jacente à l'**égalité** est toujours **0**, et donc son **idenité** est **ω**, ou en tout cas officiellement, car nous avons déjà vu et verrons encore des **égalités** classiques censées être des **identités** mais qui cachent en fait des **équivalences**, sans cela les sciences actuelles n'iraient pas très loin. Officiellement donc, l'**égalité** actuelle est l'**identité** de **striction ω**, donc d'**édenité 0**, autrement dit l'**égalité** de type: «**2+2 = 4** ». On ne travaille alors (officiellement) qu'avec un seul type d'**égalité**, l'**identité absolue**. Et là il y a un gros **problème**, car on n'exprime pas toutes les **vérités** de l'**Univers**, mais seulement les **vérités** de ce type **0** de l'**équivalence**. Les autres **vérités**, comme par exemple celles de type: «**2+2 = 5** », sont **niées**, c'est cela le paradigme de la **négation**.

Mais maintenant donc, quels que soient les **nombres x** et **y**, l'**égalité**: « **x = y** » est toujours vraie! Car il existe toujours une **édenité** où elle est vraie. Et plus généralement **toute relation est vraie**, **tout énoncé est vrai**. Il suffit pour cela de se placer dans le cadre approprié de l'**équivalence** (**édentité**).

x) Pour une **expression opérationnelle X**, les deux idées suivantes sont parfaitement synonymes:
→ « **X existe** »
→ « **X est vrai** ».
Autrement dit la notion d'**existence** est par définition la notion **absolue** de **vérité**. Ce qui **existe** est **vrai**, indépendamment de toute autre conception que nous pourrions avoir de la **vérité**, qui est alors **relative**, **subjective**, **conventionnelle**.

Par exemple, l'**expression opérationnelle** «**2+2 = 5** » est **vraie**, tout simplement parce qu'elle **existe**. L'**égalité**: **2+2 = 5**, est d'**identité** de **striction 1** ou **Cycle 1**. Et l'**égalité**: **2+2 = 6**, est l'**édentité 2** ou **Cycle 2**, ce qu'on appellerait actuellement l'**égalité modulo 2**. La notion actuelle qui est à peu près synonyme de celle d'**édentité**, est donc l'**égalité modulo** ou l'**égalité modulaire**. Mais nous évitons ce terme dans ce cas-là, car dans notre conception l'adjectif « **modulaire** » se rapporte essentiellement à la notion de **module** d'un **nombre**, ce qui est une autre affaire.

L'**édentité** ou **universalité** est donc simplement la **tendance** à tendre **unique** ce qui est **multiple** ou **différencié**, autrement dit à voir **plusieurs êtres distincts** comme **un seul être**, **plusieurs nombres différents** comme **un seul nombres**, bref **plusieurs expressions opérationnelles distinctes** comme **une seule expression**. On a par exemple les **expressions**: **0**, et **0+0**, et **0+0+0**. On peut les voir comme **distinctes**, **différentes**, et alors l'**égalité** sous-jacente est **stricte**, elle est d'une **striction** qui interdit de dire: **0 = 0+0 = 0+0+0**, elle oblige donc à **différencier** ces **expressions** et à dire: **0 ≠ 0+0 ≠ 0+0+0**. Autrement dit, dans ce cas l'égalité autorise seulement à dire: **0 = 0**, et: **0+0 = 0+0**, et: **0+0+0 = 0+0+0**, en d'autres termes à exprimer seulement une **identité** entre chaque expression et elle-même. La **striction** est alors par exemple **ω**, et l'**édentité** est **0**.

Mais si nous décidons de voir ces **trois expressions** comme **une seule expression**, alors ceci est exprimé par une autre **expression opérationnelle propositionnelle**, qui est: **0 = 0+0 = 0+0+0**. Cette **expression** est une synthèse des trois **expressions**: **0 = 0+0**, et: **0 = 0+0+0**, et: **0+0 = 0+0+0**, ou: **1×0 = 2×0**, et: **1×0 = 3×0**, et: **2×0 = 3×0**. Et la première **expression** est d'**identité** de: **2×0 – 1×0 = 1×0**, la seconde **expression** est d'**identité** de: **3×0 – 1×0 = 2×0**, et la troisième **expression** est d'**identité** de: **3×0 – 2×0 = 1×0**. Tout ce que nous **exprimons** sur les **expressions opérationnelles**, nous le faisons avec de nouvelles **expressions opérationnelles**, en l'occurrence ici des **expressions** qui sont des calculs d'**édentité**. Nous laissons donc les **expressions opérationnelles** tout dire dans leur propre langage. Remarquons au passage que les nouvelles **expressions** que nous avons écrites sont toutes d'**édentité 0**, autrement dit sont des **identités absolues**. Comme par exemple: **3×0 – 1×0 = 2×0**, qui est une manière de dire: **3 – 1 = 2**, ou: **2 = 2**, ou: **3 = 2 + 1**, ou: **3 = 3**, qui sont des **identités**, de la forme:

X = X. Et le fait que ce sont des **identités** signifie qu'on **distingue** bien les trois **expressions**: **1×0**, et: **2×0**, et: **3×0**, c'est-à-dire: **0**, et **0+0**, et **0+0+0**. Elles sont aussi **distinctes** que **1**, **2** et **3**. Et pourtant, l'**expression opérationnelle**: **0 = 0+0 = 0+0+0**, signifie qu'il existe des situations dans l'**Univers** où les trois **expressions** sont **une seule expression**. En l'**occurrence** ici le fait que **0** soit l'**élément neutre** de l'**addition**, ou le fait que **1**, **2** et **3** soient des **ordinaux initiaux**, c'est-à-dire des éléments de la famille des **ordinaux n** tels que: **0×n = 0**, et il existe un infinité de ces **ordinaux** (on y reviendra).

xi) Pour deux **ordinaux** ou **réalis x** et **y**, où l'on suppose que: **y ≥ x**, l'**égalité**: **x = y**, et pour deux **idenités** (ou **strictions) s** et **s'** telles que: **s ≥ s'**, et pour deux **réalis** quelconques **x** et **y**, si on a: $x =_{s} y$, alors aussi on a: $x =_{s'} y$, ce qu'on écrit techniquement: $x =_{s} y \Rightarrow x =_{s'} y$. Autrement dit, si pour deux **nombres x** e **y** l'**identité**: **x = y**, est vraie à une **striction s** donnée, alors elle est vraie aussi pour toute **striction** inférieure **s'**. Plus simplement, cela veut dire que si une **égalité** est vraie, l'**égalité** moins **stricte** est vraie aussi. Si par exemple l'**identité** : **x == y**, est vraie, alors l'**équivalence**: **x = y**, est vraie aussi.

Par conséquent, en se plaçant à la **striction** la plus faible de l'**identité**, $=_{0}$ ou ${}_{\omega}{=}$, tous les **nombres** deviennent **égaux**. Et en se plaçant à la **striction** la plus élevée, $=_{\omega}$ ou ${}_{0}{=}$, tous les **nombres** deviennent **distincts** et **égaux** à eux-mêmes seulement. C'est ce qu'est censée être l'**égalité** actuelle, qui n'est pas le paradigme de l'**équivalence** mais qui utilise la notion d'**équivalence** seulement comme une « **généralisation l'égalité** », **équivalence** qui est utilisée dans beaucoup de situations, mais pas intégralement, sinon par exemple on n'affirmerait pas que la **division par 0** est « **impossible** ». Et en se plaçant à une **striction** de l'**identité** donnée, on élève la **striction** si l'on veut **distinguer** davantage les **nombres** (par exemple si l'on veut **distinguer** les **générescences**: **0, 00, 000, 0000, …**, ou: **1×0**, **2×0**, **3×0**, **4×0**, ...), et on abaisse la **striction** si l'on veut les **égaliser** (par exemple si l'on veut voir les **générescences**: **0, 00, 000, 0000, …**, ou: **1×0**, **2×0**, **3×0**, **4×0**, …, comme étant **équivalentes**).

Vue leur correspondance et complémentarité, mais aussi leur nature graduelle, une seule des deux notions d'**identité** ou d'**édentité**, et donc aussi d'**idenité** ou d'**édenité**, suffit à caractériser une **égalité** donnée. Mais selon le contexte, il est plus commode de parler d'une **égalité** en termes d'**identité** ou d'**édentité** (ou **équivalence**). Autrement dit encore, que l'on parle d'**identité** ou d'**équivalence**, il est plus pratique d'utiliser la **striction** la plus **petite**. Si par exemple c'est une **identité très stricte** ou **très forte**, par exemple « $=_{\omega-3}$ » (ce qui signifie que le signe « = » est itéré **ω–3** fois), on en parlera plutôt comme d'une **équivalence très peu stricte** ou **très faible**, par exemple « ${}_{3}{=}$ ». Et si au contraire c'est une **équivalence très stricte** ou **très forte**, par exemple « ${}_{\omega-3}{=}$ », on en parlera plutôt comme d'une **identité très peu stricte** ou **très faible**, par exemple « $=_{3}$ » ou « === ». Par défaut, une **équivalence** est notée « = » et une **identité** est notée « == ». Et si l'on veut être plus précis quant à la **striction**, on devra l'indiquer.

Les **nombres entiers naturels** classiques: **0, 1, 2, 3, 4, …**, sont donc définis par les **expressions**: **0, 1, 1+1, 1+1+1, 1+1+1+1**, etc., qui sont respectivement: **0, 1, 11, 111, 1111, …**. Ces **nombres** seront appelées les **ordinaux finis croissants**.

Et ensuite avec l'**opération réciproque** de l'**addition**, la **soustraction** « **–** » donc, on définit, en partant de **ω**, les **nombres**: **ω, ω – 1, ω – 2, ω – 3, ω – 4**, etc., autant qu'il y a de **nombres entiers naturels** définis par une **expression opérationnelle fondamentale**. Ces **nombres** seront appelés les **ordinaux infinis décroissants**. Si nous disons que les **ordinaux finis croissants** et les **ordinaux infinis décroissants ne se rencontrent jamais**, c'est exact. Mais alors, en vertu du **modèle PE2**, cela signifie qu'ils **se rencontrent** à un certain **horizon infini**, qui est très précisément **ω/2**, qui est un **nombre opérationnel**, obtenu avec la **division**, l'**opération réciproque** de la **multiplication**, et avec la **graine ω**, et le **nombre 2** formé avec la **graine 1**. On a aussi les **nombres intermédiaires**, comme aussi **ω/3**, **ω/4**, **ω/5**, etc.. La **logique opérationnelle** bannit donc à son tour la fallacieuse notion d'**ordinal limite**, à savoir celle d'infini **ω** qui n'aurait pas de **prédécesseur**.

Comme l'exprime le **modèle PE1**, les **nombres** entiers croissent continuellement de **0** à **ω**, et même au-delà, avec les **nombres** définis par: **ω, ω+ω, ω+ω+ω, ω+ω+ω+ω**, etc., par l'**addition**, ou par la **multiplication**: **1×ω, 2×ω, 3×ω, 4×ω**, etc., jusqu'à **ω×ω**, et au-delà. Et ensuite ceux par l'**exponentiation**: **ω^0, ω^1, ω^2, ω^3, ω^4**, etc., jusqu'à **ω^ω**, et au-delà; ou: $\omega^{0}, \omega^{1}, \omega^{2}, \omega^{3}, \omega^{4}$, etc., jusqu'à ω^{ω}, et au-delà.

Et à présent un **nombre infini opérationnel** de grande importance, à savoir **w**. C'est avec l'**hyperopérateur** venant après l'**exponentiation**, la **tétration** ou H^{3} ou « ^^ » qu'il entre en scène. Cette **opération** a deux **réciproques**, $H^{3*}{}_{R}$ et $H^{3*}{}_{L}$, ou « $\wedge\wedge^{*}{}_{R}$ » ou « $\wedge\wedge^{*}{}_{L}$ », qui sont une **hyper-racine** et un **hyper-logarithme**. Nous les appellerons la **3-racine** ou **3-rac** ou **cirac**, et le **3-logarithme** ou **3-log** ou **cilog** (« **ci** » pour dire donc « **trois** » selon notre nouvelle nomenclature). A ce sujet, pour l'**exponentiation** H^{2} ou « ^ », ses deux

réciproques, $H^{2*}{}_{R}$ et $H^{2*}{}_{L}$, ou « $\wedge^{*}{}_{R}$ » ou « $\wedge^{*}{}_{L}$ », que nous avons appelées **rac** et **log**, sont la **2-racine** ou **2-rac** ou **birac** et le **2-logarithme** ou **2-log** ou **bilog** (« **bi** » pour dire donc « **deux** »), qu'il ne faut pas confondre avec la **racine carrée** et le **logarithme** de **base 2**. La la **2-racine** ou **2-rac** signifie la **racine** associée à l'**hyperopérateur** de **rang 2** (l'**exponentiation** donc), qui est la **racine a-ième**, où **a** est un **nombre** quelconque. En particulier, si **a** est **2**, il s'agit de la **racine carrée**, et si **a** est **3**, il s'agit de la **racine cubique**, etc.. Ce sont toutes des **2-racine**. De même, le **2-logarithme** ou **2-log** désigne le **logarithme** associé à l'**hyperopérateur** de **rang 2** (l'**exponentiation** donc), qui est le **logarithme** de **base a**, où **a** est un nombre quelconque. En particulier, cela peut être le **logarithme népérien**, le **logarithme** de **base 2**, le **logarithme** de **base 10**, etc.. Ce sont tous des **2-log**. Et maintenant, on parle de la **3-racine** ou **3-rac** ou **cirac** et du **3-logarithme** ou **3-log** ou **cilog**, qui sont associés à l'**hyperopérateur** de **rang 3** (la **tétration** donc).

Le **nombre opérationnel** qui nous intéresse à présent est: $w = \omega\ H^{3*}{}_{R}\ 2 = \omega\ \wedge\wedge^{*}{}_{R}\ 2 = \omega$ **3-rac** $2 = \omega$ **cirac** $2 = \mathrm{cirac}_2(\omega)$, **fonction** cirac_2 que nous appellerons aussi la **fonction audoracine** (et sans autre précision ce sera l'**audoracine carrée**) et que nous noterons **AUR**. C'est la **racine carrée** de ω, mais en parlant de l'**hyperopérateur** de **rang 3**. On alors: $w\ H^3\ 2 = w \wedge\wedge\ 2 = \omega$, qui veut dire que ω est le **carré** de **w**, mais en parlant de l'**hyperopérateur** de **rang 3**. On a donc: $w\ H^3\ 2 = w \wedge\wedge\ 2 = w\ H^2\ w = w \wedge w = w^w = \omega$. Et par conséquent, on a: $2 = \mathrm{cilog}_w(\omega)$.

Le précieux **infini w** cherché est donc celui dont l'**auto-puissance** est ω, c'est-à-dire celui qui élevé à une **puissance** qui est lui-même, donne l'**infini absolu** ω, donc: $w^w = \omega$. Si nous appelons θ l'**inverse** de **w**, c'est-à-dire le **nombre opérationnel**: $\theta = 1/w$, on a donc: $\theta^w = 0$.

Ce **nombre w** est très petit comparé à ω, et pourtant il est **infini**, et il est supérieur à tous les **entiers** classiques: **0, 1, 2, 3, 4, 5, …**. Il est une très importante **version inférieure de** ω, très importante pour exprimer la **structure fractale** de ω, à savoir que ω a une **infinité** de versions de lui-même dans lui-même. Et de la même façon, on aura un **nombre opérationnel infini w'**, dont l'**auto-puissance** est **w**, c'est-à-dire: $w'^{w'} = w$. Et de même un **nombre opérationnel infini w''**, dont l'**auto-puissance** est **w'**, c'est-à-dire: $w''^{w''} = w'$, et ainsi de suite. Et tous ces **nombres infinis** de plus en plus petits sont supérieurs à tous les **entiers** classiques: **0, 1, 2, 3, 4, 5, …**. Malgré leur **décroissance vertigineuse**, ils ne tombent donc **jamais** dans le domaine des **ordinaux finis**. Le **modèle PE1** nous dit alors que l'emploi de ce « **jamais** » pour dire la dernière idée signifie qu'ils tombent dans le domaine des **ordinaux finis** après un certain **horizon infini**, c'est-à-dire après un certain **nombre infini** de **répétitions** cette logique des **auto-puissances**, c'est-à-dire des **3-carrés** et **3-racines carrées**.

On a une **suite décroissante** semblable de **nombres infinis** avec les **3-racines cubiques** ou cirac_3, c'est-à-dire des **nombres w** vérifiant: $w\ H^3\ 3 = w\ H^2\ w\ H^2\ w = w \wedge w \wedge w = \omega$. On a alors: $w = \mathrm{cirac}_3(\omega)$, et par conséquent: $3 = \mathrm{cilog}_w(\omega)$. Puis avec les **3-racines quatrième**, c'est-à-dire des **nombres w** vérifiant: $w\ H^3\ 4 = w\ H^2\ w\ H^2\ w\ H^2\ w = w \wedge w \wedge w \wedge w = \omega$. On a alors: $w = \mathrm{cirac}_4(\omega)$, et par conséquent: $4 = \mathrm{cilog}_w(\omega)$. Et ainsi de suite.

Le **nombre w** (celui dont il sera le plus question dans toute la suite) est défini en relation avec l'**infini absolu** ω, comme une **hyper-racine** de ω, en l'occurrence la **racine auto-puissancielle** (ou **auto-exponentielle**) de ω, ou **3-racine carrée** de ω, ou cirac_2 de ω. Ainsi donc la définition de **w** ne le rattache pas aux **nombres**: **1, 2, 3, 4, 5, …**, mais à ω, par une **opération**, une **fonction** ou une **expression** qui lui fait hériter du caractère **infini** de ω, même si cette expression, ici w^w ou $w\ H^3\ 2$, fait de **w** un nombre infiniment moins **infini** que ω. On aurait pu prendre pour **w** la définition: $\mathrm{Haw}(w) = w\ H^w\ w = \omega$, autrement dit: $w\ H^{w+1}\ 2 = \omega$. Dans ce cas, **w** serait la **(w+1)-racine carrée** de ω. Le fait que le **rang** de l'**hyperopérateur** qui sert à définir **w** nécessite **w** lui-même ne rend pas facile d'expliciter **w** en **fonction** de ω, c'est-à-dire d'écrire **w** sous la forme: $w = f(\omega)$, où **f** est une **expression opérationnelle** ne faisant pas intervenir **w** lui-même, comme comme par exemple dans le cas de l'**auto-puissance**: $w^w = w\ H^3\ 2 = \omega$, qui donne: $w = \omega\ H^{3*}{}_{R}\ 2 = \omega$ **3-rac** 2. Dans ce cas, **w** est donc la **3-racine carrée** de ω, **opération** de **3-racine carrée** qui ne fait pas intervenir **w**. Il est donc bien explicité par une **expression opérationnelle f** ne faisant pas intervenir **w**, qui est la **fonction 3-racine carrée**.

Malgré cette difficulté dans le cas de l'**équation**: $\mathrm{Haw}(w) = w\ H^w\ w = \omega$, le **nombre w** est bel et bien **défini** par une **expression opérationnelle** lui aussi, qui est donc: $w = \omega\ H^{w+1*}{}_{R}\ 2 = \omega$ **(w+1)-rac** 2. Et dans ce cas, le **nombre w** ainsi défini, qui est **infini** aussi et également une **version inférieure de** ω, est **infiniment** plus petit que le **nombre infini w** défini par: $w = \omega\ H^{3*}{}_{R}\ 2 = \omega$ **3-rac** 2. Dans toute la suite, nous avons donc une prédilection pour cette définition de **w**, même si celle basée sur la **fonction Haw** est très intéressante aussi.

Et ensuite, avec la **soustraction**, on pourra aussi définir les **nombres opérationnels**: **0 – 0, 0 – 1, 0 – 2, 0 – 3, 0 – 4**, etc., qu'on notera: **-0, -1, -2, -3, -4**, etc., qui sont ce qu'on qualifie de **nombres** « **négatifs** », mais que nous appelons plutôt les **nombres antitifs**.

Puis, avec l'**opération réciproque** de la **multiplication**, la **division** « / » donc, on définit les **nombres**: **1/0, 1/1, 1/2, 1/3, 1/4**, etc., jusqu'à **1/ω**, et au-delà. Et plus généralement on définit tous les **nombres opérationnels** de la **forme p/q**, où **p** et **q** sont les **nombres entiers** ou les **nombres** déjà définis.

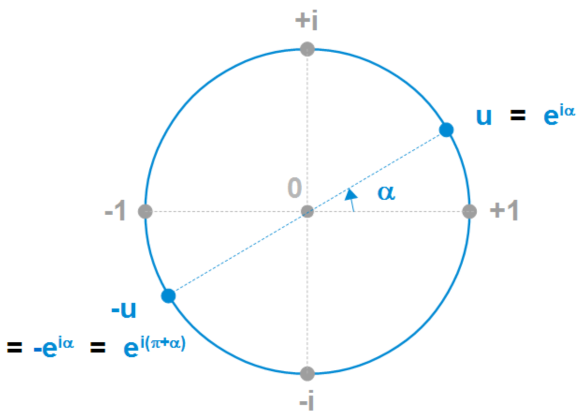
Et on pourra définir des **nombres** comme: $(-1)^{1/2}$, qu'on notera **i**, autrement dit le **nombre i** tel que: $i^2 = -1$, donc tel que: $i = (-1)^{1/2} = \sqrt{(-1)}$. C'est la « **racine carrée de moins un** » comme on le dirait maintenant, mais il est plus exactement la **racine carrée de l'anti** ou « **-1** », ce qui veut dire une autre facette de la notion de **racine carrée de 1**, ou de la **racine carrée de l'ani** ou « **+1** », car ce sont tous des **nombres** de **module 1**, c'est-à-dire des facettes du même **nombre 1**, et plus précisément (comme on le verra plus loin) des **orientations du module 1**. Et, dans le **plan**, toutes les **orientations** du **module 1** sont tous les **points** du **cercle de rayon 1**, que nous appelons le **2-unid**. En **dimension 3**, les **orientations du module 1** sont tous les **points** de la **sphère de rayon 1**, que nous appelons le **3-unid**. Et en **dimension d** quelconque, les **orientations du module 1** sont tous les **points** de l'**hypersphère de rayon 1**, que nous appelons le **d-unid**. Toutes les **orientations du module 1** sont autant de versions différentes du **module 1**, de la **valeur absolue 1**.

Le **nombre i** est la fameuse **unité i** des **nombres complexes**, ou le **nombre complexe unité** « **imaginaire** » (appellation qu'il ne faut pas prendre au sens courant, pas plus que la notion de **nombre** « **irrationnel** », car ces **nombres** sont bien **rationnels**, c'est-à-dire conformes à la **raison**, ils sont **réels**, c'est-à-dire des **nombres** de la **réalité** !). Les **nombres**: **+1** (**ani**), **-1** (**anti**), **+i** (**bani**) et **-i** (**banti**), etc., ne sont que quelques cas particuliers des différentes versions du **1**, quelques unes des **orientations** du **1** donc. Ils sont tous aussi **réels** les uns que les autres (on y reviendra).

Et on définit aussi le **nombre opérationnel important** 1^{ω}, qui est noté **e**, qui est justement la **base** du **logarithme naturel**. Puis on a les **nombres**: $1^{2\omega}, 1^{3\omega}, 1^{4\omega}$, etc., qui sont respectivement: e^2, e^3, e^4, etc..

Et à partir de **e** on définit de manière **opérationnelle** le **cosinus** ou **cos** ainsi: $\cos(\alpha) = (e^{i\alpha} + e^{-i\alpha})/2$, et le **sinus** ou **sin** ainsi: $\sin(\alpha) = (e^{i\alpha} - e^{-i\alpha})/2i$. Dans ces définitions, **α** représente n'importe quel **nombre opérationnel**, mais nous nous intéressons au cas particulier où **α** est un **nombre omégaréel**. Il est dans ce cas appelé un **angle**.

On a ainsi: $e^{i\alpha} = \cos(\alpha) + i \sin(\alpha)$, et cette **expression** $e^{i\alpha}$ est la formule générale des **nombres complexes unité** c'est-à-dire de **module 1**, autrement dit la définition du **cercle** de **rayon 1**. On les appelle aussi les **orientations u** du **plan complexe**.



Soit un **module r**. L'**expression**: $z = re^{i\alpha} = r\,u$, est par définition le **nombre complexe** du **plan** (**espace** de **dimension 2**), de **module r** et d'**orientation u**. Par abus, on parlera aussi d'**orientation α** ou encore **iα**. Ces **nombres complexes** sont aussi ce que nous appelons les **nombres** ou **modules orientés** dans le **plan**. Ici donc, le **module r** a comme **orientation**: $u = e^{i\alpha}$. Et on note: $r = |z|$, ce qui veut dire que **r** est le **module** de **z**, et on note: $u = \langle z \rangle$, ce qui veut dire que **u** est l'**orientation** de **z**.

Considérons l'**expression opérationnelle**: « $x^2 + 1$ » ou « **x^2 + 1** », qui est donc un **nombre opérationnel**, puisque l'**expression** ne contient pas symbole de **relation**. Et maintenant considérons cette seconde **expression opérationnelle**: « $x^2 + 1 = 0$ » ou « **x^2 + 1 = 0** », qui n'est pas un **nombre opérationnel**, mais une **expression opérationnelle propositionnelle**, une **proposition** ou **énoncé** donc, en l'occurrence ici une **égalité**, qui est une **équation**, car l'**expression** contient une **variable**.

Et maintenant, toute **équation** à **0 variable** est juste un énoncé. Et toute **équation** ayant une seule **variable** (comme ici **x**), a toujours AU MOINS une **solution**, qui est un **nombre opérationnel** défini par l'**équation**. La **variable** représente un **ensemble** ou une **classe** de **nombres**, qui sont tous ceux vérifiant l'**équation**, et que, dans le paradigme de l'**équivalence**, il faut voir comme un **nombre unique**. Nous parlons alors de **multinombre**. Et si l'**équation** contient deux **variables x** et **y**, alors elle définit l'**ensemble** de tous les **couples** de **nombres opérationnels (x, y)** vérifiant cette **équation**. Avec trois **variables x**, **y** et **z**, alors elle définit l'**ensemble** de tous les **triplets** de **nombres opérationnels (x, y, z)** vérifiant cette **équation**, et ainsi de suite. Ces notions de **couples**, de **triplets**, etc., et plus généralement de **n-uplets**, seront traitées dans la partie C, avec l'exposé de la nouvelle **théorie des ensembles**.

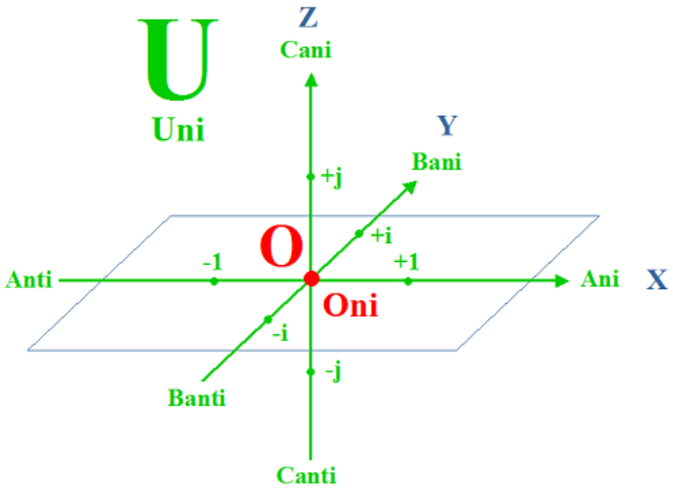
Ainsi, l'**équation** « $x^2 + 1 = 0$ » ou « **x^2 + 1 = 0** » décrit la propriété commune de toutes les **unités complexes**, et dans la nouvelle conception chaque **solution x** définit un **axe** ou **dimension**, qui a deux **orientations opposées**, à savoir « **+x** » et « **-x** ». Nous avons par exemple le **nombre opérationnel** $(-1)^{1/2}$ ou $\sqrt{(-1)}$, que nous avons appelé **i**. Il est une solution de l'**équation**, il définit un **axe dimensionnel** ayant deux **orientations opposées +i** et **-i**.

Découvrons maintenant une logique très puissante et très profonde des **nombres**, le lien entre diverses importantes notions très connexes, que nous notons **d**, car elles sont toutes les différentes facettes d'une même notion **fondamentale**. Ce sont les notions :
→ de **degré** (comme quand on parle de **degré** d'un **polynôme**), noté **deg** ;
→ de **dimension** d'un **espace**, notée **dim** ;
→ de **différence** entre deux **nombres opérationnels**, d'**édentité** et de **cycle** (que nous découvrons maintenant), notée **dif**;
→ de **différenciateur** ou **dérivateur delta** (que nous verrons largement à l'œuvre par la suite), noté **del**, mais aussi la lettre grecque minuscule **delta**, δ, son **inverse**, $1/\delta$, étant noté Δ, le **Delta** majuscule;
→ d'**unité directrice** ou **unité de direction** ou encore **unité hypercomplexe** (que nous allons découvrir), etc. notée **dir**, etc.

xii) On se donne un **réali** appelé un **degré** et noté **deg** (la notion peut être étendue à tout **nombre opérationnel**, mais in fine cela reviendra à parler d'un certain **réali deg**). On s'intéresse plus spécialement au cas où le **nombre deg** est un **réali**, et plus particulièrement encore au cas où il est un **ordinal**. On pose:
→ **dim = deg + 1**, nouveau **réali** appelé donc une **dimension**, la **dimension** associée à **deg**. Un même **espace** sera appelé un **espace** de **dimension dim**, mais aussi de **degré deg**.
→ **dif = dim = deg +1** ; la notion de **différence** est donc la même que celle de **dimension**, et les notions d'**édentité**, de **cycle**, etc., ne sont que d'autres termes pour dire exactement la même chose, la même notion vue simplement sous d'autres angles;
→ $\text{del} = \omega \wedge (-1/\text{dim}) = \omega^{-1/\text{dim}} = \delta_{\text{dim}}$; $\text{Del} = \omega \wedge (1/\text{dim}) = \omega^{1/\text{dim}} = \Delta_{\text{dim}}$;
Le **nombre delta** ou **del** ou δ_{dim} ainsi défini vérifie cette importante propriété: $(\text{del})^{\text{dim}} = (\delta_{\text{dim}})^{\text{dim}} = 0$.
Et son **inverse Delta** ou Δ_{dim} vérifie : $(\text{Del})^{\text{dim}} = (\Delta_{\text{dim}})^{\text{dim}} = \omega$.
On a la même définition avec **w** au lieu de ω:
$\text{del} = w \wedge (-1/\text{dim}) = w^{-1/\text{dim}} = \delta_{\text{dim}}$; $\text{Del} = w \wedge (1/\text{dim}) = w^{1/\text{dim}} = \Delta_{\text{dim}}$;
Et le **nombre del** ou δ_{dim} vérifie cette fois-ci: $(\text{del})^{\text{dim}} = (\delta_{\text{dim}})^{\text{dim}} = \theta$.
Et son **inverse** Δ_{dim} vérifie : $(\text{Del})^{\text{dim}} = (\Delta_{\text{dim}})^{\text{dim}} = w$.
→ $\text{dir} = (\text{deg})^{1/2} = \sqrt{(\text{deg})}$, qui est donc l'**unité directrice** ou **unité de direction** ou encore **unité hypercomplexe**. Toutes ces **égalités** sont d'**édentité 0**, ce sont donc des **identités**. Et maintenant une très importante **équivalence**, appelée le **cycle orientationnel** associé au **degré deg**, à la **dimension dim**, à l'**unité dir**, etc. A part peut-être les **nombres delta**, c'est le **point de convergence** de toutes les définitions précédentes:
→ $(\text{dir})^2 + 1 = 0$, ou: $\text{deg} + 1 = 0$, ou: $\text{dim} = 0$, ou: $\text{dif} = 0$. L'**édentité** de cette **équivalence** est donc **dim** ou **dif**, elle le **Cycle dim** ou **Cycle dif**. Et l'un de ses grands intérêts est sa formulation: $(\text{dir})^2 + 1 = 0$, c'est-à-dire: $(\sqrt{(\text{deg})})^2 + 1 = 0$, ce qui est une **expression opérationnelle** de la forme: $x^2 + 1 = 0$.

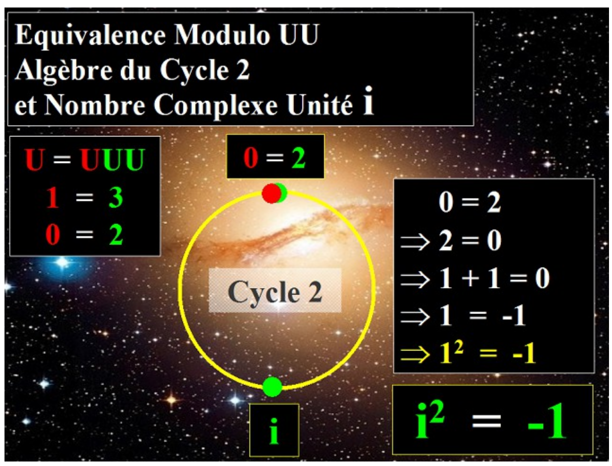
Ce qui se cache derrière la notion de **degré** dont nous parlons, ce sont les différentes **puissances** (ici **positives**) du **nombre infini absolu** ω, ou, ce qui revient au même, de sa version inférieure **w** telle que: $w^w = \omega$. Avec par exemple les **puissances** qui sont des **ordinaux**, on a: ω^0, ω^1, ω^2, ω^3, ω^4, …, qui donnent par exemple le nombre opérationnel: $2\omega^0 + 5\omega^1 + 3\omega^2 + 7\omega^4$, qui est **polynôme** de **degré 4**, qui revient aussi à parler du **polynôme**: $2w^0 + 5w^1 + 3w^2 + 7w^4$. Il est préférable alors d'utiliser l'**infini relatif w** au lieu de l'**infini absolu ω**, justement parce qu'il est **absolu**, Il est clair que les **polynômes** de **degré 4**, de forme générale: $a_0\omega^0 + a_1\omega^1 + a_2\omega^2 + a_3\omega^2 + a_4\omega^4$, ou, dans ce cas, de préférence: $a_0w^0 + a_1w^1 + a_2w^2 + a_3w^2 + a_4w^4$, est un espace de **dimension 5**, ce qu'on appelle un **espace vectoriel**, si les **coefficients** a_i sont pris dans un ensemble adéquat, à savoir simplement qu'il faut qu'ils soient des **nombres initiaux** par rapport à **w** ou à **ω**. (on détaillera cette importante de **nombres initiaux** plus loin). Les **5 dimensions** sont les **degrés 0** à **4**, d'où par exemple la propriété: **dim = deg + 1**.

On ne perçoit peut-être pas la portée de ces définitions, mais voyons cela avec des exemples éclairants:



→ Cas: **deg = 0**.
dim = 1, **dif = 1**, **del** $= \delta_1 = \omega^{-1/1} = \omega^{-1} = 0$, **Del** $= \Delta_1 = \omega^{1/1} = \omega^1 = \omega$,
dir $= \sqrt{(deg)} = \sqrt{0} = \delta_2 = \delta$. On a: $\delta^2 = 0$ (on y reviendra).
Le **cycle orientationnel** est donc: $\delta^2 + 1 = 0$, autrement dit: **1 = 0** ou **0 = 1**, le **Cycle 1**.
Avec ce cas, la solution de référence à l'**équation**: $x^2 + 1 = 0$, est l'**unité directrice dir**, ici **δ**.
On l'appelle AN_1.

→ Cas: **deg = 1**.
dim = 2, **dif = 2**, **del** $= \delta_2 = \omega^{-1/2} = \sqrt{0} = \delta$, **Del** $= \Delta_2 = \omega^{1/2} = \Delta$. On a: $\delta^3 = 0$, et: $\Delta^2 = \omega$.
dir $= \sqrt{(deg)} = \sqrt{1} = 1$.
Le **cycle orientationnel** est donc: $1^2 + 1 = 0$, autrement dit: **2 = 0** ou **0 = 2**, le **Cycle 2**.



Avec ce cas, la solution de référence à l'**équation**: $x^2 + 1 = 0$, l'**unité directrice dir**, est ici **1**, qui en tant qu'**unité de direction** dans ce **cycle orientationnel**, le **Cycle 2**, est appelé AN_2 ou **Ban**, et on le notre **i**. Il possède deux **orientations** vérifiant la même **équation** de **Cycle 2**, appelées **Bani** ou **+i**, et **Banti** ou **-i**.

→ Cas: **deg = 2**.
dim = 3, **dif = 3**, $del = \delta_3 = \omega^{-1/3}$, $Del = \Delta_3 = \omega^{1/3}$. On a: $\delta_3^3 = 0$, et: $\Delta_3^3 = \omega$.
dir = √(deg) = √2.
Le **cycle orientationnel** est donc: $(\sqrt{2})^2 + 1 = 0$, autrement dit: **3 = 0** ou **0 = 3**, le **Cycle 3**.
Avec ce cas, la solution de référence à l'**équation**: $x^2 + 1 = 0$, est **√2**, appelé AN_3 ou **Can**, et on le notre **j**. Il possède deux **orientations**, vérifiant la même **équation** de **Cycle 3**, appelées **Cani** ou **+j**, et **Canti** ou **-j**.

→ Cas: **deg = 3**.
dim = 4, **dif = 4**, $del = \delta_4 = \omega^{-1/4}$, $Del = \Delta_4 = \omega^{1/4}$. On a: $\delta_4^4 = 0$, et: $\Delta_4^4 = \omega$.
dir = √(deg) = √3.
Le **cycle orientationnel** est donc: $(\sqrt{3})^2 + 1 = 0$, autrement dit: **4 = 0** ou **0 = 4**, le **Cycle 4**.
Avec ce cas, la solution de référence à l'**équation**: $x^2 + 1 = 0$, est **√3**, appelé AN_4 ou **Dan**, et on le notre **k**. Il a deux **orientations** vérifiant la même **équation** de **Cycle 4**, nommées **Dani** ou **+k**, et **Danti** ou **-k**.
Et ainsi de suite.

xiii) On appelle **unités directrices premières** ou **unités directrices** de **base**, toutes les **unités directrices** obtenues quand le **degré deg** est un **ordinal premier**, c'est-à-dire de la forme : **dir = √p**, où **p** est parcourt la liste des **nombres premiers** : **1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, ….** Donc: **√1, √2, √3, √5, √7, √11, √13, √17, √19, ….** Les **cycles** associées sont: **2, 3, 4, 6, 8, 12, 14, 18, 20, ….** On note dans l'ordre ces **unités directrices** de **base**: $AN_2, AN_3, AN_4, AN_5, AN_6, AN_7, AN_8, AN_9, AN_{10}, \ldots$, ou: $i_1, i_2, i_3, i_4, i_5, i_6, i_7, i_8, i_9, \ldots$. Et les 20 premières sont notées: **Ban, Can, Dan, Fan, Gan, …, Xan**, c'est-à-dire les 20 premières consonnes de l'alphabet latin suivies de « **an** ». Chacune a deux **orientations**, qui sont ces 20 consonnes suivies de « **ani** » et « **anti** ».

Toutes les **unités directrices** vérifient donc l'**équation**: $x^2 + 1 = 0$, c'est-à-dire: $x^2 = -1$, qui est la propriété caractéristique des **unités complexes**, à l'exemple de la première d'entre elles, à savoir: $i^2 = -1$.

xiv) Nous appelons un **réali rationnel classique** un **réali** de la forme: **p/q**, où **p** est un **ordinal initial**, et où **q** est un **ordinal initial non nul**. Nous notons Q^+ **l'ensemble** de tous les **réalis rationnels classiques**, et **Q** l'**ensemble des nombres relatifs** associé, construit à partir de Q^+ suivant la technique indiquée plus haut. Et dans la nouvelle conception, vu que l'**infini absolu ω** a maintenant sa place dans les **nombres**, et que, en raison de la **structure fractale** des **nombres** (que nous verrons en détail das toute la la suite), il est représenté dans les **ordinaux initiaux** par l'**ordinal w** tel que: $w^w = \omega$, les ensembles classiques **Q** et **R** dans la nouvelle vision sont un seul et même ensemble. Vu que les **nombres**: $i_1, i_2, i_3, i_4, i_5, i_6, i_7, i_8, i_9, \ldots$, ou: **√1, √2, √3, √5, √7, √11, √13, √17, √19, …**, sont ce qu'on qualifie de **nombres** « **irrationnels** » (dans la conception classique), ils sont les **vecteurs** de **base** d'un **espace vectoriel** de **dimension infinie**, à **coefficients** dans de **R** (qui est aussi **Q** donc). Pour un **ordinal initial n** donné, les **unités** de i_1 à i_n engendrent un **sous-espace** de **dimension n**. On pose: $i_0 = 1$. Et en distinguant bien $i_0 = 1$ et $i_1 = i$, l'un étant l'**unité** associée au **Cycle 1** et l'autre du **Cycle 2**, l'un vérifiant: $1^2 = 1$, tandis que l'autre vérifie: $i^2 = -1$, les i_0 à i_n engendrent un **sous-espace** de **dimension n+1**.

xv) D'une manière très générale, nous admettrons que tout **nombre opérationnel z** est un **réali orienté** dans un certain **espace** de **dimension n**, le cas échéant dans l'**espace** de **dimension ω**. Le **réali** de **z** est: $r = |z|$, et l'**orientation** de **z** est: $u = \langle z \rangle$. Et on a donc: $z = r\,u$. Ceci fait des deux notions de **nombre opérationnel** et de **réali orienté**, une seule notion, deux manières différentes de parler de la même chose. Mais attention, cette fois-ci l'**orientation u** n'est pas nécessairement de la forme: $u = e^{i\alpha}$, forme qui n'est valable que dans l'**espace** de **dimension 2** (plan). Nous admettrons que dans un **espace** de **dimension 3**, **u** est de la forme: $u = e^{i\alpha} e^{j\beta} = e^{i\alpha + j\beta}$, que dans un **espace** de **dimension 4**, **u** est de la forme: $u = e^{i\alpha} e^{j\beta} e^{k\gamma} = e^{i\alpha + j\beta + k\gamma}$, etc., où $\alpha, \beta, \gamma, \ldots$, sont des **nombres omégaréels**, appelés des **angles**, et où **i, j, k, …**, sont des **nombres opérationnels** dont les carrés donnent **-1**, c'est-à-dire tels que: $i^2 = j^2 = k^2 = \ldots = -1$.

Nous reviendrons plus tard sur les **nombres** (**réalis**) **orientés**.

D-OPR 9) Soit **A** un **nombre opérationnel** sans **variable**. On appelle un **nombre opérationnel n-aire**, ou d'**arité n**, ou encore une **fonction opérationnelle n-aire**, ou d'**arité n**, un **nombre opérationnel H** obtenu en remplaçant dans **A n opérandes**: $a_1, a_2, a_3, a_4, \ldots, a_n$, par **n variables**: $x_1, x_2, x_3, x_4, \ldots, x_n$. Le nouveau **nombre opérationnel** est noté $H(x_1, x_2, x_3, x_4, \ldots, x_n)$. Et si **n** est **2**, alors les deux **variables** x_1 et x_2 sont en général notées **x** et **y**, et **H(x, y)** est alors en général noté: **x H y**, et on l'appelle un **opérateur binaire**. On définit ainsi de nouveaux **opérateurs** en **itérant H**, et en combinant tous les **opérateurs** déjà définis. Et dans le cas où **H** est **binaire**, on définit ses **opérations réciproques** comme on l'a indiqué, qui à leur tour enrichissent l'ensemble des **opérateurs** donnant lieu aux **expressions opérationnelles**, et ainsi de suite. Tout **opérateur**, toute **opération**, toute **expression**, a une **définition**, une **identité**, une **existence**, un **sens**, qui est tout simplement l'**expression opérationnelle**. C'est indépendant de toute autre question de savoir si telle **expression**, telle **fonction**, tel **objet**, etc., est défini ou non. Car précisément la **définition** de l'objet est l'**expression opérationnelle**.

Par exemple, on a l'**expression opérationnelle fondamentale**: $E = (2 \times 3)/(4 + 5)$. Si l'on remplace dans cette **expression** par exemples les **opérandes 3** et **4** par les **variables x** et **y**, cela donne l'**expression opérationnelle binaire** ou d'**arité 2**, qui est: $H = (2 \times x)/(y + 5)$. On la note: $H(x, y)$, ou: $x\ H\ y$. On a simplement défini ainsi une nouvelle **opération binaire H**, qui est donc telle que: $H(x, y) = x\ H\ y = (2 \times x)/(y + 5)$. Et on peut par exemple calculer: $H(1, 6) = 1\ H\ 6 = (2 \times 1)/(6 + 5) = 2/11$, ou: $H(6, 1) = 6\ H\ 1 = (2 \times 6)/(1 + 5) = 12/6 = 2$. On voit que cette nouvelle **opération** n'est pas **commutative**. Par conséquent elle aura deux **opérations réciproques**, une de type « **racine** » ou « **gauche** », H^*_R, et l'autre de type « **logarithme** » ou « **droite** », H^*_L.

Toujours à partir de l'**expression opérationnelle fondamentale**: $E = (2 \times 3)/(4 + 5)$, si l'on décide cette fois-ci de définir l'**opération binaire H** par: $H(x, y) = x\ H\ y = (x \times y)/(x + y)$, cette **opération** est cette fois-ci **commutative**, car on a: $x\ H\ y = y\ H\ x = (x \times y)/(x + y) = (y \times x)/(y + x)$, car l'**addition** et la **multiplication** sont **commutatives**. Cette nouvelle **opération H** n'aura donc qu'une seule **opération réciproque** H^*.

Si l'on remplace dans: $E = (2 \times 3)/(4 + 5)$, un seul **opérande** par une **variable x**, on aura une **opération unaire**, ou d'**arité 1**, notée $H(x)$. On l'appelle donc une **fonction opérationnelle unaire**, et dans ce cas on la notera en général $f(x)$. Par exemple on a: $f(x) = (2 \times x)/(4 + 5) = 2x/9$, ou: $f(x) = (2 \times 3)/(x + 5) = 6/(x + 5)$.

Plus haut, nous avons introduit les **fonctions unaires**: **ln(x)**, e^x, **cos(x)**, **sin(x)**. Et depuis le début, nous utilisons aussi des **fonctions usuelles** comme la **fonction inverse** ou **versi**, **1/x**, la **fonction carrée** ou x^2, et plus généralement la **fonction puissance**: x^p, la **fonctions racine carrée**, $\sqrt{x}$, ou « **x 2-rac 2** », et plus généralement la **fonction racine hyper-carrée** de **rang p**, « **x p-rac 2** », etc.. Ce sont donc des **fonctions opérationnelles**.

On définit le **nombre**: $\omega^{1/2}$, qu'on notera Δ, il est donc la **racine carrée** de l'**infini absolu** ω (plus précisément, l'**infini** ω en question est l'**infini** ω_0, qui marque le commencement du domaine de l'**infini absolu**, le commencement des **infinis** spéciaux: ω_0, ω_1, ω_2, ω_3, …, ω_ω, ce dernier, encore noté ω_Ω étant l'**ultime infini**, l'**Absolu**), **racine carrée** définie par: $\Delta^2 = \omega$, donc: $\Delta = \omega^{1/2} = \sqrt{\omega}$. Nous l'appelons l'**infini dérivateur** ou **différentiateur Delta**, son inverse étant le **nombre**: $0^{1/2}$, qu'on notera δ, etc.. C'est le **nombre** qui de manière **opérationnelle** ou **formelle** est défini par: $\delta^2 = 0$, donc: $\delta = 0^{1/2} = \sqrt{0}$. Oui, la notion de **racine carrée de 0**! Cette **racine** δ est **équivalente** à **0**, certes, mais pas **identique**. Elle a son **identité propre**, que nous venons de définir de manière **opérationnelle**. Et nous définissons de manière **opérationnelle** aussi les infinitésimaux dn de la façon suivante, pour un **ordinal n supérieur ou égal** à **1** ou un **êta-réali n** donné: $\delta_n = \delta^{2/n} = \delta \wedge (2/n)$. Il vérifie: $\delta_n^n = \delta_n \wedge n = \delta^2 = 0$. En particulier, on a: $\delta_1 = 0$, $\delta_2 = \delta$, et: $\delta_w = \theta$. Car on a: $w^w = \omega$, et: $\theta = 1/w$, donc: $\theta^w = 0$. Mais par définition, on a aussi: $\delta_w^w = 0$, ce qui permet l'**identité**: $\delta_w = \theta$.

Comme pour d'autres objets, il faut se garder des automatismes de calcul des structures algébriques traditionnelles (comme la structure de **corps**) qui gomme certaines **identités** très précieuses, comme ici l'**infini dérivateur** ou **différentiateur Delta**, Δ, et son **inverse**, l'**infinitésimal dérivateur** ou **différentiateur delta**, δ. Et plus généralement, pour tout **nombre p**, on pourra définir le **nombre** $\omega^{1/p}$, et aussi le **nombre**: $\omega \log p$, etc..

Et on définit aussi le **nombre opérationnel important** 1^ω, qui est noté **e**, qui est justement la **base** du **logarithme naturel**. Puis on a les **nombres**: $1^{2\omega}$, $1^{3\omega}$, $1^{4\omega}$, etc., qui sont respectivement: e^2, e^3, e^4, etc.. On a: $e^0 = 1$, t pour tout **nombre x différent** de **0**, e^x est défini par: $e^x = (1 + \delta x)^\Delta$. On a donc une seconde défection du **nombre e**, qui est: $e = (1 + \delta)^\Delta$. On a donc: $e = 1^\omega = (1 + 0)^\omega = (1 + \delta)^\Delta$.

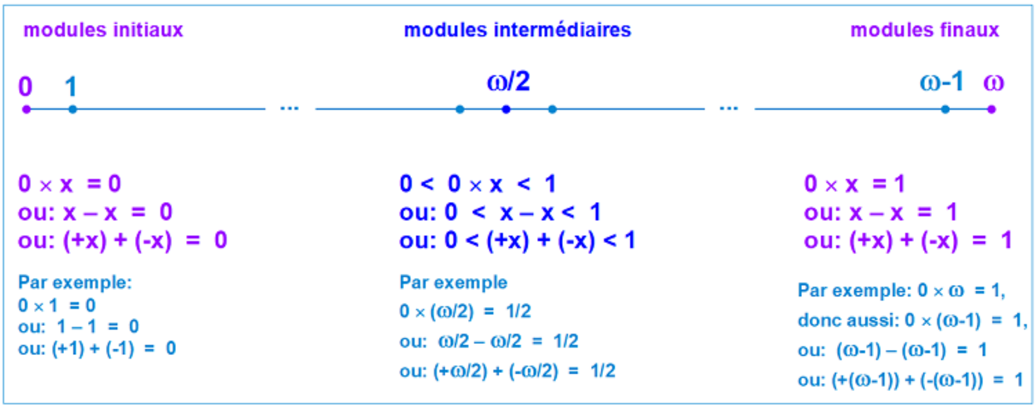
Ce **nombre** δ, ainsi que son **inverse** Δ, sont d'une grande importance. On définit habituellement la **fonction logarithme naturel**, encore appelée le **logarithme népérien**, **ln(x)**, comme étant la **primitive** de la **fonction inverse** ou **fonction versi 1/x**, **primitive ln(x)** qui s'annule pour **x = 1**, autrement dit qui est telle que: $\ln(1) = 0$. Nous avons défini la **fonction logarithme** de manière générale, comme l'**opération inverse** de l'**exponentiation**, et le **logarithme naturel** comme étant le **logarithme** de **base**: $e = 1^\omega$. Mais le **nombre** δ et son **inverse** Δ, permettent de définir une fois encore le **logarithme naturel**, mais différemment: $\ln(1) = 0$, et: $\ln(e) = 1$, et:

$\ln(x) = (x^\delta - 1)/\delta = \Delta(x^\delta - 1)$, pour tout autre **nombre x différent** de **1** et de **e**. On peut facilement montrer que les deux définitions sont équivalentes. Elles sont toutes les deux une définition **opérationnelle**, en relation avec la **fonction exponentiation**. On a donc: $e^0 = 1$, et: $e^1 = e$, et: $\ln(1) = 0$, et: $\ln(e) = 1$. Et: $e^x = (1 + \delta x)^\Delta$, et: $\ln(x) = \Delta(x^\delta - 1)$. Cette **définition**, comme toute **définition opérationnelle**, est **absolue**, **naturelle**.

On définit: $\Lambda = \ln(\omega) = \Delta(\omega^\delta - 1)$, où Λ est la lettre grec lambda majuscule. C'est donc le **logarithme naturel** (ou **népérien**) de l'**infini absolu**. On en déduit: $-\Lambda = \ln(0) = \Delta(0^\delta - 1)$. Le **logarithme naturel** du **0** existe donc lui aussi maintenant. La **Trinité fondamentale** a donc son **logarithme**:
→ $\ln(0) = -\Lambda$; $\ln(1) = 0$; $\ln(\omega) = \Lambda$, et par conséquent, on a les **exponentielles**:
→ $e^{-\Lambda} = 0$; $e^0 = 1$; $e^\Lambda = \omega$. Le nombre Λ est appelé l'**horizon logarithmique** (on y reviendra).

D-OPR 10)

i) Etant donné un **réali r**, c'est-à-dire un **nombre omégaréel** de l'**intervalle [0, ω]** (un élément de $\mathbf{R}_\omega^+$ donc), et un **omégaréel tau τ**, c'est-à-dire un élément **τ** de l'**intervalle [0, 1]**, on dit que **r** est un **τ-réali** si l'on a l'**égalité**: $0 \times r = \tau$. Si $\tau = 0$, c'est-à-dire si: $0 \times r = 0$, alors **r** est un **0-réali**, et on dit aussi que **r** est un **réali initial**. Autrement dit, pour ces **réalis**, on a l'**équivalence**: $0_r = 0$. L'**ensemble** de tous les **réalis initiaux** est appelé la **droite initiale**. Si $\tau = 1$, c'est-à-dire si: $0 \times r = 1$, alors **r** est un **1-réali**, et on dit aussi que **r** est un **réali final**. L'**ensemble** de tous les **réalis finaux** est appelé la **droite finale**.



Il est clair qu'un **réali onigrade** est **initial**. En effet, dire qu'un **réali x** est **onigrade**, c'est dire qu'il est de **degré 0**. Par conséquent, le **multiplier** par **0**, qui est de **degré -1**, donne un **nombre** de **degré -1**, autrement dit **0**. Il est donc **initial**.

Mais un **réali initial** n'est pas forcément **onigrade**, car il peut être **0** ou **δ**, respectivement de **degré -1** et **-1/2**.

ii) Par définition, **0** et **1** sont des **réalis initiaux** et plus généralement tous les **nombres tau**, c'est-à-dire les éléments **τ** de l'**intervalle [0, 1]**. Et si un **réali r** est **initial**, par définition le **réali r+1** l'est aussi. Et par définition **ω** est un **réali final**. Et **r** étant un **réali initial**, par définition **ω-r** est un **réali final**. Dans tous les autres cas (si donc **r** est un **τ-réali** avec: $0 < \tau < 1$), on dit que **r** est un **réali intermédiaire** ou **réali de transition**, et ces **réalis** représentent l'immense majorité des **réalis**. L'**ensemble** de tous les **réalis intermédiaires** est appelé la **droite intermédiaire** ou la **droite de transition**. Si **r** est un **τ-réali**, alors pour tout **nombre orienté x** de **réali r**, on dit que **x** est **τ-nombre** (la notion de **nombre orienté** se précisera plus tard, c'est la notion généralisée de **nombre complexe**).

Cette définition est extrêmement importante. La notion de **nombre initial** est la définition absolue de la notion intuitive de **nombre fini**, et un **nombre intermédiaire** ou **final** est la définition absolue de la notion intuitive de **nombre infini**. Toutefois, il s'agit ici d'un sens de la **finitude** et de l'**infinitude** très fort. On verra une notion plus large **finitude** et de l'**infinitude** plus loin. Ici, l'**idée** est de dire qu'un **nombre** est **fini** si **multiplié** par **0** cela donne **0**, par opposition à l'**infini absolu ω**, qui **multiplié** par **0** donne **1**, donc: $0 \times \omega = 1$. Cette propriété est, avec l'**oméganité**, l'une des manières équivalentes de caractériser l'**infini ω**. A contrario, les **nombres finis x** habituels vérifient la propriété: $0 \times x = 0$.

Le **nombre 0** est donc un **réali initial**, il vérifie: $0 \times 0 = 0$, c'est-à-dire: $0^2 = 0$. Cela entraîne l'**égalité**: $0^p = 0$, où **p** est tout **réali** de l'**intervalle [1, ω]**. Cela traduit l'idée que tout **zéro** avant **0** est **0**, c'est-à-dire est

équivalent à **0**. Une manière de dire qu'il est le **0 absolu**, le **premier réali**, le **commencement** des **réalis**, le **plus petit réali**. On en déduit: $1/0^p = 1/0$, c'est-à-dire: $\omega^p = \omega$. Cela traduit l'idée que tout **infini** ω après ω est ω, c'est-à-dire est **équivalent** à ω. Une manière de dire qu'il est l'**infini absolu**, le **dernier réali**, la **fin** des **réalis**, le **plus grand réali**. Il vérifie: $0 \times \omega = 1$, qui est la propriété du **réali final** par excellence.

Le **nombre 1** est lui aussi un **réali initial**, il vérifie: $0 \times 1 = 0$. Et de même, **2** est un **réali initial**, il vérifie: $0 \times 2 = 0$, etc.. Si un **réali r** est **initial**, par définition le **réali r+1** l'est aussi. On a le **nombre infini** Δ qui est défini par: $\Delta^2 = \omega$, et son **inverse** δ, qui vérifie: $\delta^2 = 0$. Par conséquent, on a: $0 \times \Delta = \delta^2 \times \Delta = \delta \times \delta \times \Delta = \delta \times 1 = \delta$. Le **nombre infini** Δ n'est donc pas **initial**, sa **multiplication** par **0** donne un **nombre infinitésimal**, δ, ce qui veut dire que Δ cesse tout juste d'être un **nombre initial**, et commence doucement à devenir un **nombre intermédiaire**. Avec le **nombre** $\omega/5$ par exemple, on a: $0 \times (\omega/5) = (0 \times \omega)/5 = 1/5 = 0.2$, et là on a un **nombre** qui nettement n'est plus **initial**. Il faut préciser que si l'on doit **multiplier 0** par un **produit** de **nombres** contenant des **nombres finaux** ou **intermédiaires** et des **nombres initiaux**, il faut **multiplier** d'abord **0** en priorité par les **nombres finaux**, le cas échéant par les **nombres intermédiaires** et le cas échéant par les **nombres initiaux**. La **multiplication** n'est plus **associative** dans ce cas, mais ce n'est ce n'est qu'une apparence, car il y a une logique simple sous-jacente, qui, elle respecte toujours l'**associativité** de la **multiplication**.

En effet, la logique qui se cache derrière cette notion de **réalis initiaux**, **finaux** et **intermédiaires**, est tout simplement la **classification** d'une **classe spéciale** d'**expressions opérationnelles**, appelés les **réalis**, qui généralisent les **ordinaux** (ou **nombres entiers**) de **0** à ω, à savoir: **0, 1, 2, 3, 4, …,** ω**-4,** ω**-3,** ω**-2,** ω**-1,** ω, qui sont les **réalis fondamentaux**, la **trinité**: **0**, **1**, ω, étant les **réalis** encore plus **fondamentaux**. On rappelle que les **ordinaux intermédiaires**: **2, 3, 4,** etc., sont les **expressions opérationnelles**: **1+1, 1+1+1, 1+1+1+1**, etc.. La **classification** des **réalis** généralise simplement une **classification** que nous commençons à faire sur les **nombres entiers** ou **ordinaux**. L'idée très intuitive est de trouver un critère simple permettant de distinguer les **ordinaux** en ceux du **début** (les **initiaux**), en ceux de la **fin** (les **finaux**), et les autres, ceux du **milieu** en quelque sorte (les **intermédiaires**). Et ce critère simple est le **résultat** de la **multiplication** d'un **ordinal n** par **0**, à savoir le **résultat** de $0 \times n$, qui est aussi le **résultat** de la **soustraction**: $n - n$, ou de l'**annihilation**: $(+n) + (-n)$.

Les **nombres initiaux**, que nous qualifions aussi de « **classiques** », jouent un rôle capital dans cette **classification**. Ce sont ceux pour lesquels on a: $0 \times n = n - n = (+n) + (-n) = 0$. Cette propriété a une signification fondamentale de grande importance, et qui est relative au **0**. Elle caractérise en effet les **nombres entiers n** tels que si l'on **itère 0** un **nombre n** fois, c'est-à-dire si l'on fait l'**addition**: **0+0+0+0+...+0**, où **0** est **répété n** fois, le **résultat** sera **0**. Une telle **expression opérationnelle** est notée plus simplement: **0000...0**, et nous l'appelons une **générescence** ou **information unaire** d'**unit 0**. Sa valeur est donc $0 \times n$ ou $n \times 0$. Dans le cas de l'**unit 1**, la **générescence** est l'**addition**: **1+1+1+1+...+1**, où **1** est **répété n** fois; le **résultat** sera donc **n**. C'est l'**expression opérationnelle** notée plus simplement: **1111...1**, de valeur $1 \times n$ ou $n \times 1$.

Avec l'**unit 1**, on **génère** donc tous les **ordinaux** ou **nombres entiers supérieurs** ou **égaux** à **1**, à savoir: **1, 11, 111, 1111, 11111, …**, qui sont donc appelés: **1, 2, 3, 4, 5, …**, suite qui, en vertu du **modèle PE1**, se termine à l'**infini absolu** ω, en passant par tous les **infinis intermédiaires**. Et ce sont précisément tous ces **nombres intermédiaires** que nous voulons **classer**, **classification fondamentale** qui va déterminer la **classification** des **réalis** en général, c'est-à-dire des **nombres omégaréels positifs**, que nous devons définir par la même occasion. Pour cela, c'est tout simplement l'**unit 0** qui nous permettra de faire cette **classification**.

La **classe initiale** des **ordinaux** est celle pour laquelle les **générescences**: 0×0, **0, 00, 000, 0000, 00000, ...**, sont toutes **équivalentes** à **0**. Autrement dit, les **additions**: 0×0, **0, 0+0, 0+0+0, 0+0+0+0, 0+0+0+0+0, …**, ce qui veut dire les **multiplications**: $0 \times 0, 1 \times 0, 2 \times 0, 3 \times 0, 4 \times 0, 5 \times 0, \ldots$, ou: $0 \times 0, 0 \times 1, 0 \times 2, 0 \times 3, 0 \times 4, 0 \times 5, \ldots$, sont toutes **égales** (c'est-à-dire **équivalentes**) à **0**. Ce sont exactement aussi les **ordinaux** pour lesquels les **exponentiations**: $1^0, 1^1, 1^2, 1^3, 1^4, 1^5, \ldots$, c'est-à-dire les **multiplications**: $1^0, 1, 1 \times 1, 1 \times 1 \times 1, 1 \times 1 \times 1 \times 1, \ldots$, sont toutes **équivalentes** à **1**. Autrement dit, les **ordinaux n** pour lesquels on a: $0 \times n = n \times 0 = 0$, ce qui équivaut aussi à dire que pour ces **ordinaux** on a: $1^n = 1$. Et la **soustraction** n'est pas en reste, avec elle on a, pour ces mêmes **ordinaux**: $0 \times n = n - n = (+n) + (-n) = 0$.

Dans la conception classique des **nombres entiers**, **réels**, **complexes**, etc., on considère que tous les **nombres** sont de cette **classe**, ou que tout **nombre** « **normal** » obéit obligatoirement à cette propriété exprimée de différentes façons. La raison vient de ce que la conception classique intègre mal la notion de **nombre infini**. Car, quand celle-ci est bien intégrée, on constate que les **nombres** vérifiant cette propriété algébrique traditionnelle ne sont qu'une **classe** spéciale, très importante, certes, mais cette **classe** n'est que le **début** des **nombres**. Elle définit automatiquement une **classe finale**, qui, elle, est celle des **nombres** de la forme: $\omega - n$, où **n** est un

nombre initial. Etant entendu qu'on a cette relation liant la **trinité fondamentale**: $0 \times \omega = 1$, on en déduit que: $0 \times (\omega - n) = 1$, si **n** est un **nombre initial**. En effet, en développant, on a: $0 \times \omega - 0 \times n = 1 - 0 = 1$.

Les **ordinaux finaux n** se caractérisent quant à eux donc par le fait que leur **multiplication par 0** donne... **1**. Dans leur cas cela veut dire que l'**addition**: **0+0+0+0+...+0**, ou la **générescence**: **0000...0**, quand **0** est **répété** un **nombre n** de fois égal à un **nombre final**, donne un **résultat équivalent** à **1**, et est même la définition de **1** à partir de **0** et de **ω**. Nous écrivons cela: **0... = 1**, ou, de manière plus détaillée: $0... = 0 \times \omega = 1$. C'est dans cette vérité fondamentale que réside la possibilité d'aligner une **infinité** de **points** pour former un **segment** de **longueur 1**, étant entendu que chaque **point** est de **longueur 0**. Pour les **ordinaux finaux n**, la propriété caractéristique est donc: $0 \times n = n - n = (+n) + (-n) = 1$, ce qui équivaut à dire aussi que 1^n n'est plus **1**, mais: $1^n = e$, où **e** est la base du **logarithme naturel**. En effet, on a: $\ln(1^n) = \ln(e)$, donc: $n \times \ln(1) = \ln(e)$, ce qui donne: $n \times 0 = 1$. Autant de manières différentes donc de caractériser les **ordinaux finaux**.

Et maintenant, entre les **ordinaux initiaux** et les **ordinaux finaux**, il y a toute une infinité d'**ordinaux intermédiaires**, et de même de **classes intermédiaires** d'**ordinaux**, chaque **classe** étant **caractérisée** par un **nombre omégaréel tau** ou **τ**, tel que: $0 < \tau < 1$. Généralisant les deux cas précédents, la propriété caractéristique de la **classe** des **τ-ordinaux**, est donc: $0 \times n = n - n = (+n) + (-n) = \tau$, ce qui équivaut à dire: $1^n = e^\tau$. Ce sont donc les **ordinaux n** tels que l'**addition**: **0+0+0+0+...+0**, ou la **générescence**: **0000...0**, quand **0** est **répété** un nombre de fois égal à **n**, donne un **résultat intermédiaire** entre **0** et **1**, comme par exemple **δ** et **θ** pour les **infinitésimaux** (les **inverses** de **Δ** et **w**), et beaucoup plus loin les **nombres** tels que **1/4, 1/3, 1/2, 2/3**, etc..

→ Pour **τ** égal à **δ** , qui est par définition: $\delta = 0^{1/2} = \omega^{-1/2}$, on a l'**ordinal intermédiaire**: $n = \Delta = \omega^{1/2}$, car on a en effet: $0 \times n = 0 \times \Delta = \delta^2 \times \Delta = \delta \times \delta \times \Delta = \delta \times 1 = \delta$. Autre façon: $0 \times n = 0 \times \omega^{-1/2} = \omega^{-1} \times \omega^{1/2} = \omega^{-1/2} = \delta$.

L'**égalité**: $0 \times \Delta = \delta$, revient à dire: $1^\Delta = 1 + \delta$, une remarquable **égalité**, dont le **logarithme naturel** est la précédente. Ces égalités signifie qu'avec les **nombres infinis** de l'ordre de grandeur de **Δ**, qui est la **racine carrée** de l'**infini absolu ω**, on vient de quitter le domaine des **ordinaux initiaux**, et on commence juste à entrer dans le domaine des **ordinaux intermédiaires**.

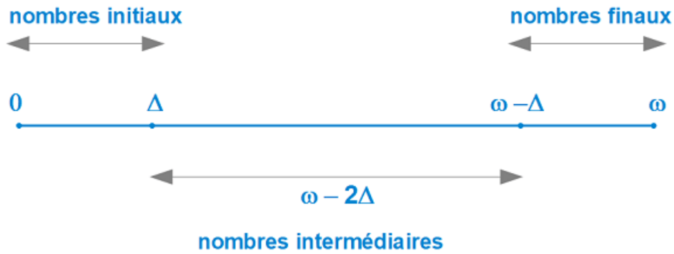
iii) Pour tout **nombre initial a**, c'est-à-dire (on le rappelle) tel que: $0 \times a = 0$, on a: $(a\delta)^2 = 0$. En effet, $(a\delta)^2 = a^2\delta^2 = a^2 \times 0 = 0$. On dit que **aδ** est un **nombre (infinitésimal) deltaïque**. Dans ce cas aussi (on en reparlera plus loin), **aδ** est un **dérivateur** ou un **différenciateur**.

→ Et pour **τ** égal à **θ** , qui est par définition: $\theta = w^{-1}$, on a l'**ordinal intermédiaire**: $n = w^{w-1}$, car on a en effet: $0 \times n = 0 \times w^{w-1} = \omega^{-1} \times w^{w-1} = w^{-w} \times w^{w-1} = w^{-1} = \theta$. Des **égalités**: $w^w = \omega$ et: $\Delta^2 = \omega$, on déduit: $\Delta = w^{w/2}$. Ceci signifie que **w**, bien qu'infini, est un **nombre infiniment** plus petit que **Δ**. Comparé à **Δ** le **nombre w** est un **infinitésimal**. En effet, le **rapport**: $w/\Delta = w\delta = w/(w^{w/2}) = 1/(w^{w/2-1}) = w^{-w/2+1} = \theta^{w/2-1}$, qui est un nombre **infinitésimal**. Donc **w** est pratiquement **0** comparé à **Δ**, qui lui-même commence juste à sortir du domaine des **ordinaux initiaux** pour entrer dans celui des **ordinaux intermédiaires**. Donc **w** est un **nombre initial**.

On s'aperçoit de la grandeur de **Δ**, en le comparant à l'**infini w** qui est **zéro** devant lui, en le comparant à l'**infini absolu ω**, qui n'est juste que le **carré** de **Δ**, et lui donc juste sa **racine carrée** (donc **Δ** est relativement « près » de **ω**), et enfin en voyant que **Δ** est l'**inverse** de **δ**, qui est pratiquement le **0 absolu**, puisque **0** est juste son **carré** et lui juste la **racine carrée** de **0**. L'**égalité**: $0 \times \Delta = \delta$, ou: $1^\Delta = 1 + \delta$, indique donc que **Δ** est pratiquement à la frontière entre les **ordinaux initiaux** et les **ordinaux intermédiaires**. En effet, sa **multiplication** par **0** commence juste, avec **δ**, à être **différent** de **0**, et **1** élevé à la **puissance Δ** commence juste à être **supérieur** à **1**. Le **réali Δ** s'impose donc comme la frontière naturelle entre les **réalis initiaux** et les **réalis intermédiaires**.

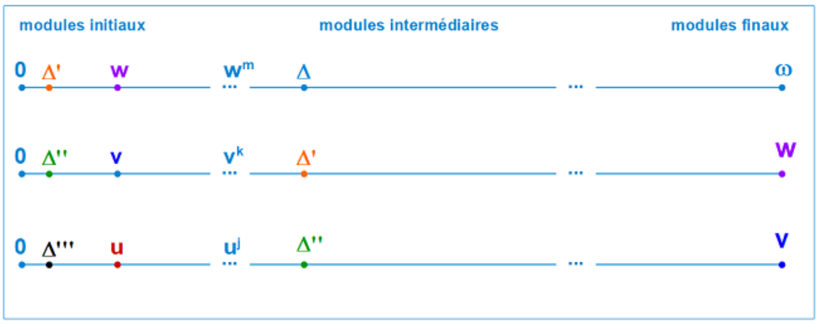
Et pourtant aussi, malgré la **grandeur** de **Δ**, la quasi-totalité des **ordinaux** se trouvent dans l'**intervalle [Δ, ω –Δ]**, qui est donc par définition le domaine des **réalis** (donc des **ordinaux**) **intermédiaires**. La **mesure** du **nombre** de ces **ordinaux intermédiaires** en **unité Δ** est donc: $\omega - 2\Delta = \Delta^2 - 2\Delta$, le **nombre** des **ordinaux initiaux** et **finaux** réunis étant **2Δ**. Signalons que cette **formule** du calcul de l'étendue du **domaine intermédiaire** n'est valable que pour $\omega \geq 4$. Car alors : $\Delta = 2$, et donc: $2\Delta = 4$, et par conséquent: $\omega - 2\Delta = 0$. Et l'**étendue 0** est le minimum que doit avoir un **domaine intermédiaire**. Et valoir au moins **4** est aussi le minimum qu'on peut attendre d'un **nombre ω** censé être **infini**. Le **nombre ω** peut avoir une valeur inférieure à **4**, il peut même être **1** ou **0**. Mais seulement pour ces valeurs inférieures à **4**, la formule: $\omega - 2\Delta$ ne s'applique plus, à moins d'accepter qu'un **domaine intermédiaire** ait une étendue « **négative** », c'est-à-dire **antitive**.

La proportion des **ordinaux** de l'extrémité (**initiaux** et **finaux**) par rapport au **nombre** total des **ordinaux**, est: $2\Delta/\omega = 2\Delta/\Delta^2 = 2\delta$. La quasi-totalité du **segment** est donc occupé par les **ordinaux intermédiaires**.



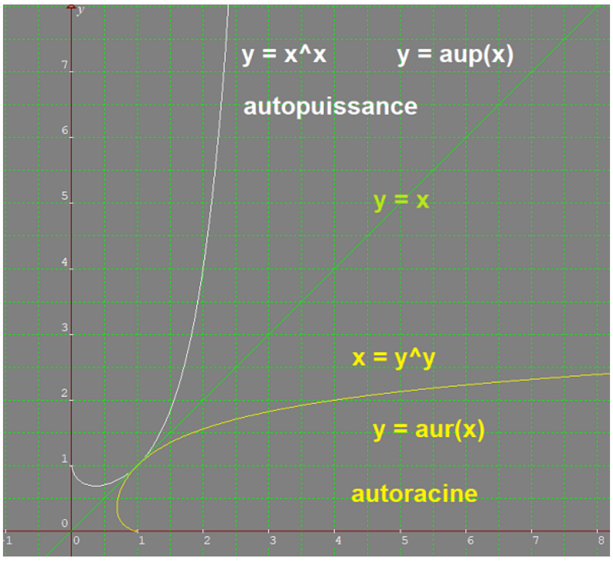
On verra plus loin avec la notion de **finitude** et de **infinitude**, pourquoi plus un **réali** (un **nombre ω-réel positif** ou **nul**) est **grand**, plus il est un **ordinal**. Autrement dit, au fur et à mesure que les **réalis** croissent, on distingue de moins en moins un **réali** d'un **ordinal** (ou **nombre entier**), les deux notions de **réali** et d'**ordinal** deviennent une seule notion. Par conséquent, tout **réali infini** est un **ordinal**. L'**infini w** est donc un **ordinal**, mais il est un **ordinal initial**, car il n'est pas suffisamment grand pour entrer dans la catégorie des **ordinaux intermédiaires**. Avec lui donc, on a: $0_w = 0\times w = 0$, à plus forte raison l'**infini w'** défini par: $Haw(w') = \omega$, c'est-à-dire: $w'\ H^{w'}\ w' = w'\ H^{w'+1}\ 2 = \omega$. L'**ordinal w'**, qui est donc **initial** lui aussi: $0\times w' = 0$, est **infiniment plus petit** que **w**, lui-même **infiniment plus petit** que **Λ** (qui est **ln(ω)**, on le rappelle), lui-même **infiniment plus petit** que **Δ** (car on a: $\ln(\Delta) = \Lambda/2$, ou: $\Delta = e^{\Lambda/2}$), lui-même **infiniment plus petit** que **ω**. On a vu que **Δ** est trop grand pour être **initial**, car son **annihilation** ou **annulation**: $0_\Delta = 0\times\Delta = \delta$. Avec lui donc on est au début du domaine des **ordinaux intermédiaires**. Il n'est cependant pas le premier de ce domaine, car par exemple tout **ordinal m** de la forme: $m = \Delta/n$, où **n** est un **ordinal initial non nul**, a pour **annulation**: $0_m = 0\times m = 0_{\Delta/n} = 0\times(\Delta/n) = (0\times\Delta)/n = (\delta\times\delta\times\Delta)/n = (\delta\times 1)/n = \delta/n$.

Cela veut dire donc que Δ/n est un **ordinal intermédiaire** plus petit que **Δ**. Il en existe une **infinité**, plus de **w**, les **ordinaux**: $\Delta, \Delta/2, \Delta/3, \Delta/4, \ldots, \Delta/(w-4), \Delta/(w-3), \Delta/(w-2), \Delta/(w-1), \Delta/w, \Delta/(w+1), \Delta/(w+2), \Delta/(w+3), \Delta/(w+4), \ldots, \Delta/2w, \ldots, \Delta/3w, \ldots, \Delta/4w, \ldots, \Delta/w^2, \ldots, \Delta/w^3, \ldots, \Delta/w^4, \ldots$. L'**ordinal** w^m tend vers: $w^w = \omega$, en passant par: $w^{w/2} = \Delta$. Mais avec l'**exposant** $m = w/2$, c'est trop car alors w^m est **Δ**, on aura dépassé l'**horizon** des **ordinaux initiaux**, ce qui n'est pas encore le cas avec: $w^4, w^5, w^6, w^7, \ldots, w^{100}, \ldots, w^{1000000000}$, etc.. Et nous constatons une chose importante: la question de la détermination de l'**horizon** exact des **ordinaux initiaux** où commencent les **ordinaux intermédiaires**, que nous sommes en train de poursuivre dans l'**intervalle** des **ordinaux** de **0** à **ω**, se pose exactement de la même manière pour les **ordinaux** de **0** à **w**.

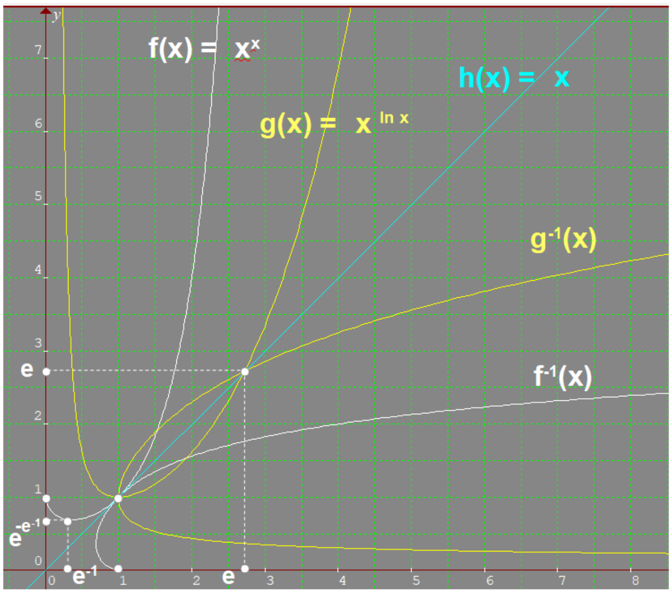


Les **réalis**, et en particulier les **réalis entiers** ou **ordinaux**, ont une **structure fractale**. Ci-dessus, le **nombre infini w**, qui vérifie: $w^w = \omega$, est un **réali initial** de l'**intervalle [0, ω]**, où **ω** est l'**infini absolu**, ce qui veut dire aussi l'**infini** de **référence**. Et **Δ** est un **réali intermédiaire** vérifiant: $\Delta^2 = \omega$. Mais **w** étant lui aussi un **nombre infini**, il est un **petit modèle** de **ω** dans la **structure fractale**, ce qui veut dire qu'il reproduit à son niveau la même logique que **ω**. Il a un **nombre infini** plus petit que lui, qu'on appellera **v**, et qui est défini de la même manière par rapport à lui. Il vérifie: $v^v = w$, et **v** est un **réali initial** de l'**intervalle [0, w]**. Il existe de la même façon un **nombre infini Δ'** tel que: $\Delta'^2 = w$, qui est donc pour **w** ce que **Δ** est pour **ω**. Pour **ω**, la question est de savoir à partir de quel **ordinal n** les **ordinaux**: $w, w^2, w^3, w^4, .., w^m, \ldots$, cessent d'être **initiaux** et commencent à entrer dans la catégorie des **ordinaux intermédiaires**. Puisque: $w^w = \omega$, autrement dit pour **m = w** les **ordinaux** w^m atteignent le maximum de l'**intervalle [0, ω]**, alors il est clair que l'**exposant m** est dans l'**intervalle [0, w]**, la valeur de **m** pour laquelle **w^m** dans **[0, ω]** passe des **initiaux** aux **intermédiaires**, se situe quelque part entre **0** et **w**. La question de la frontière dans **[0, ω]** entre **initiaux** et **intermédiaires**, se reporte donc dans **[0, w]** sous la forme de la recherche d'un **nombre m** qui lui aussi est la frontière entre des **nombres initiaux** et **intermédiaires** dans **[0, w]**. Et puisqu'on a: **$v^v = w$**, cela veut dire que le **m** cherché est de la forme: **$m = v^k$**, où **k** est un **nombre** de l'**intervalle [0, v]**. Le problème se reporte donc dans **[0, v]** de la même manière, où cette fois-ci on cherche un **nombre j** qui fait frontière entre des **nombres initiaux** et **intermédiaires** dans cet **intervalle**. Et ainsi de suite.

Etant donnée l'importance de la fonction de l'**exponentiation** dans l'étude que nous faisons des **nombres infinis**, certaines **fonctions** liées à l'**exponentiation** et qui portent sur les **réalis** méritent maintenant de recevoir une définition spéciale, dans le souci de simplifier leur utilisation.

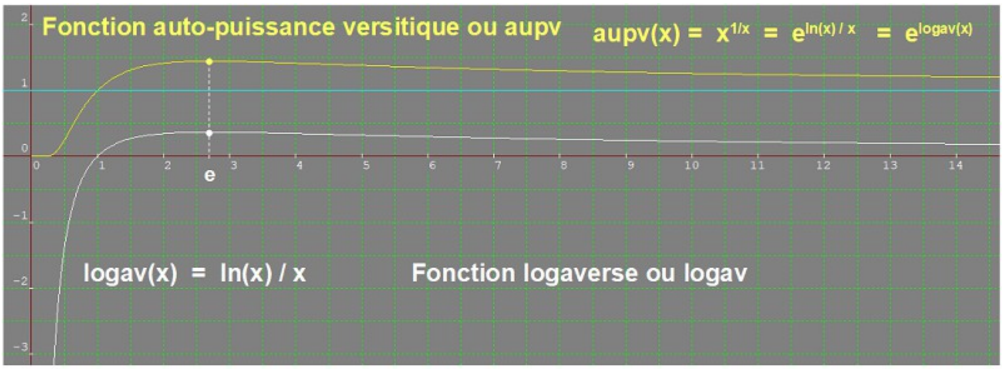


Etant donné un **réali x**, on a:
→ **y = aup(x) = x^x = x^x**, pour tout **réali x**, qui est la **fonction auto-puissance**, la **fonction f** sur l'image ci-dessus.
→ **y = aur(x) = x 3-rac 2 = = x cirac 2 = $cirac_2(x)$**, pour tout **réali non nul x**, qui est la **fonction audo-racine**, telle que: **aup(x) = y ⇔ x = aur(y)**, autrement dit: **$x^x = y$ ⇔ x = aur(y)**, la **fonction f^{-1}** sur l'image, la **réciproque** de la **fonction f**; cette **réciproque** vérifie: **$y^y = x$**, donc: **$y = \log_y(x)$ = (ln (x)) / (ln (y))**, ou: **y × ln(y) = ln(x)**. Mais on a aussi: **2 = $cilog_x(y)$**, autrement dit **2** est le **cilogarithme** de **base x** de **y**.



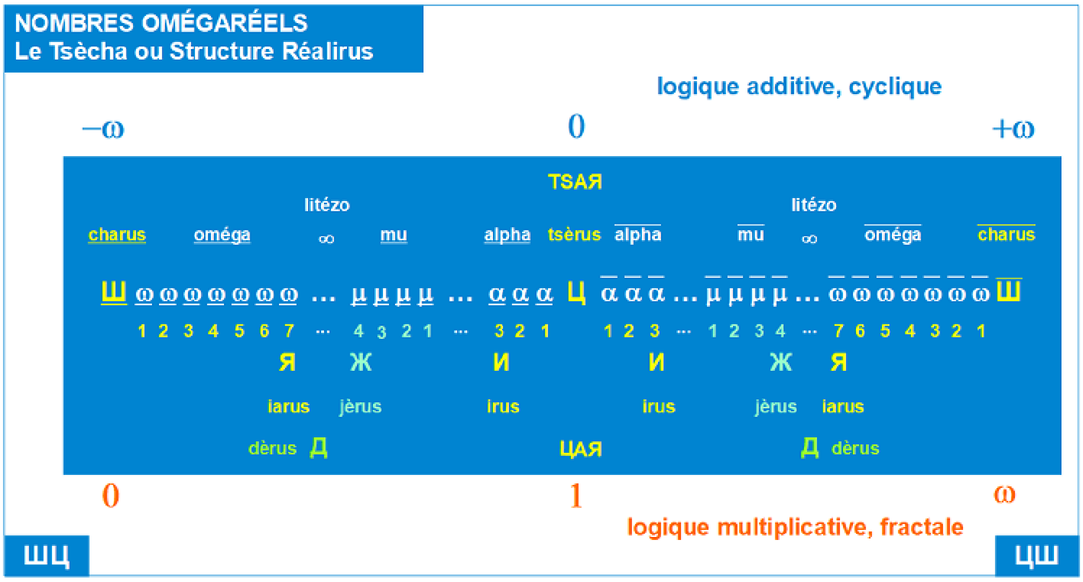
Par exemple: **aup(2) = cicarre(2) = 2^2 = 4**, donc: **2 = aur(4) = $\mathrm{cirac}_2(27)$**, donc: **2 = $\mathrm{cilog}_2(4)$**.
aup(3) = cicarre(3) = 3^3 = 27, donc: **3 = aur(27) = $\mathrm{cirac}_2(27)$**, donc: **2 = $\mathrm{cilog}_3(27)$**.
$\mathrm{cihener}_3(2) = \mathrm{cioper}_3(2)$ = cicube(2) = 2^2^2 = 2^2^2 = 2^4 = 16, donc: **2 = $\mathrm{cirac}_3(16)$**, donc: **3 = $\mathrm{cilog}_2(16)$**.
$\mathrm{cihener}_4(2) = \mathrm{cioper}_4(2)$ = 2^2^2^2 = 2^{16} = 65636, donc: **2 = $\mathrm{cirac}_4(65636)$**, donc: **4 = $\mathrm{cilog}_2(65636)$**.

Ci-dessus deux autres **fonctions réalies** importantes, la **fonction logaverse** ou **logav**, définie par: **logav(x) = ln(x)/x**, et la **fonction auto-puissance versitique** ou **aupv**, définie par: **aupv(x) = x ^ (1/x) = $x^{1/x}$ = $e^{\mathrm{logav}(x)}$**.



La **fonction logaverse** « tend vers **0** quand **x** tend vers l'**infini** » comme on le dit en langage classique. Dans notre langage, cela veut dire ici que **Λ = ln(ω)** est un **réali initial**. Autrement dit, on a: **logav(ω) = ln(ω) / ω = Λ / ω = Λ × 0 = 0**. Il en résulte que la **fonction aupv** « tend vers **1** quand **x** tend vers l'**infini** », autrement dit: **aupv(ω) = ω ^ (1/ω) = $\omega^{1/\omega}$ = $\omega^{\mathrm{logav}(\omega)}$ = ω^0 = 1**.

Fonctions litéziques



On dit qu'une **fonction réalie f** est litézique s'il existe un **ordinal η** strictement inférieur à ω_0, tel que pour tout **réali x** supérieur ou égal à **И** = ω_η (le symbole « **И** » est à lire « **i** », c'est le « **i** » de l'alphabet russe, que nous appelons l'« **irus** »), on a **f(x) = 0**, où **0** est le **0 absolu**, à savoir 0_ω ou 0_Ω ou **O**. L'**ordinal И** est appelé un horizon de la **fonction f**. Autrement dit simplement, à partir d'un certain **ordinal И** situé bien avant l'**infini litézo** ∞ = $\omega_{\omega 0}$, et très, très, très loin avant d'arriver à celui-ci, **f(x)** n'a pour valeur que le **0 absolu**. Dans la conception classique, on dira que **f(x)** est **nul** au-delà d'un certain **nombre entier И**. Dans la conception classique, un **nombre entier naturel** n'est que « **fini** ». Mais dans la nouvelle conception, un **nombre entier naturel** peut être **infini**, raison pour laquelle nous donnons cette définition plus précise aussi bien de l'**infini litézo** ∞ = $\omega_{\omega 0}$ que du **nombre entier naturel И**, éventuellement **infini**, à partir duquel **f(x)** est tout le temps le **0 absolu**.

Par exemple, on a vu que si nous prenons **$w = 10$**, alors: $\omega_0 = \omega = w^w = 10^{10} = 10\ 000\ 000\ 000$. Et on a: $\omega_1 = 10\ 000\ 000\ 000^{10\ 000\ 000\ 000} = 10^{100\ 000\ 000\ 000}$, qui est déjà un très grand nombre, et $\omega_2 = \omega_1\ \hat{}\ \omega_1$, qui est encore plus colossal, etc.. Et l'**infini litézo** est le **nombre entier**: $\infty = \omega_{\omega 0} = \omega_{10\ 000\ 000\ 000}$, qui est d'une toute autre grandeur que les précédents.

Et maintenant, nous pouvons définir la **fonction f** telle que $f(x) = e^x$ pour $x < 1000$, et telle que $f(x) = 0$ pour $x \geq 1000$. Cette **fonction** est **litézique**, car elle est **nulle** à partir de l'**horizon 1000** bien inférieur à $\omega_0 = 10000000000$, et à plus forte raison bien inférieur à l'**infini litézo**: $\infty = \omega_{\omega 0} = \omega_{10\ 000\ 000\ 000}$. En définissant **f** telle que $f(x) = e^x$ pour $x < \omega_0 = 10000000000$, et telle que $f(x) = 0$ pour $x \geq \omega_0$, nous avons un **horizon И** encore plus grand, et aussi une nouvelle **fonction litézique**. Avec **f** telle que $f(x) = e^x$ pour $x < \omega_{1000\ 000\ 000}$, et telle que $f(x) = 0$ pour $x \geq \omega_{1000\ 000\ 000}$, **f** est encore **litézique**, son **horizon И**, bien que plus près de l'**infini litézo**, est encore infiniment plus petit que lui.

Nous sommes partis de **w** qui n'est que de **10**, et nous avons déjà des **fonctions litéziques** d'**horizon infinis** au sens de l'**infinitude** que nous découvrons dans la nouvelle vision, qui est la conception la plus **naturelle**, la plus intuitive de l'**infini**. Et que dire si partons par exemple de **w = G**, où **G** est le **nombre de Graham**, ou de **w = Zaw 7** ?

Les propriétés de l'**infini Oméga** permettent l'existence de **nombres entiers** proprement **infinis**, qui permettent entre autres l'existence de **fonctions litéziques** à l'**horizon fini** (au sens classique de la notion de **fini**) et qui pourtant aussi ont un **horizon infini**, ayant toutes les propriétés du classique symbole ∞ par exemple. On a ainsi le meilleur des deux mondes, le **fini** et l'**infini**. Nous ne considérerons que les **fonctions litéziques**, ce qui veut dire les **séries** et les **suites litéziques**. Par conséquent, quand il s'agira de **développer en série** une **fonction f**, ce sera toujours un **développement limité** (au sens classique de la notion de **développement limité**), et pourtant ce sera aussi un **développement illimité**, **infini**! Autrement dit, le nombre de termes sera toujours « **fini** » ou « **limité** » au sens classique, et pourtant il sera toujours **infini**. Nous **développerons** jusqu'à l'**infini litézo** ∞, sachant que l'**horizon** des **fonctions** intervient bien avant cet **infini**. Ceci rend caduque la problématique de la **convergence** et de la **divergence** des **fonctions**, des **suites** ou des **séries**, parce que les **fonctions litéziques** par définition **convergent**!

Et simplement aussi, la notion de **fonction litézique** est une des conséquences de la **Loi de l'Horizon Oméga**, elle-même synonyme du **Théorème de l'Existence** ou **Loi de Réalité TOTALE**. Appliquée ici, cette **Loi de l'Horizon Oméga** signifie que dire pour une **fonction réalie f** que pour tout **réali x** telle que $f(x) = 0$ il existe un **réali** $x' > x$ tel que $f(x') \neq 0$, autrement dit que quel que soit l'**abscisse x f** n'est **jamais** partout **nulle** au-delà de **x** (il existe **toujours** une **abscisse x'** au-delà de **x** pour laquelle **f** est **non nulle**) revient à dire qu'**il existe** un **horizon infini И** au-delà duquel **f** est partout **nulle**. Cet **horizon infini И** dont la **Loi de l'Horizon Oméga** garantit l'**existence**, est précisément celui que nous avons défini pour les **fonctions litéziques**. Nous avons simplement ainsi démontré que dans une **logique normale** (en l'occurrence l'**alternation**), qui intègre le **Théorème de l'Existence** ou la **Loi de l'Horizon Oméga**, toutes les **fonctions** sont **litéziques**, les **fonctions non litéziques** étant des **anomalies**, ce que nous appelons des **dysfonctions**.

Il est maintenant intéressant d'étudier de manière plus précise le comportement de la fonction **aupv(x)** pour les grandes valeurs de **x**. On a: $\mathrm{aupv}(x) = x^{1/x} = e^{\mathrm{logav}(x)}$. Donc on va utiliser le développement de la **fonction** e^x, qui est: $e^x = x^0/0! + x^1/1! + x^2/2! + x^3/3! + \ldots + x^n/n! + \ldots + x^\infty/\infty! = x^0/0! + x^1/1! + x^2/2! + x^3/3! + \ldots + x^n/n! + \ldots + x^И/И!$, où **И** désigne un **horizon infini** de la **fonction exponentielle**, c'est-à-dire un **nombre entier naturel** (ou **ordinal**) à voir à la fois comme **fini** au sens classique et à la fois comme **infini** au sens nouveau, un **nombre** dont la **finitude** est le **0** courant et donc dont l'**infinitude** est **1** ou **100%** (nous avons effleuré la question de la **finitude** et de l'**infinitude**, on reviendra là dessus plus loin).

Et maintenant, appliquant le développement de la **fonction** e^x à la fonction $\mathrm{aupv}(x) = e^{\mathrm{logav}(x)}$, et ce pour **x** supérieur ou égal à **1** (car alors **logav(x)** devient un **réali**, et par conséquent aussi **aupv(x)**), cela donne simplement: $e^{\mathrm{logav}(x)} = \mathrm{logav}(x)^0/0! + \mathrm{logav}(x)^1/1! + \mathrm{logav}(x)^2/2! + \mathrm{logav}(x)^3/3! + \ldots + \mathrm{logav}(x)^n/n! + \ldots + \mathrm{logav}(x)^{И(x)}/И(\mathrm{logav}(x))! = 1 + \mathrm{logav}(x) + \mathrm{logav}(x)^2/2 + \mathrm{logav}(x)^2/2 + \ldots$
$= 1 + \ln(x)/x + (\ln(x)/x)^2/2 + (\ln(x)/x)^3/3! + \ldots + (\ln(x)/x)^\infty/\infty!$.

Il est intéressant maintenant d'appliquer cela à $x = w$, et alors le **nombre aupv(w)** est simplement le calcul de w^θ. En effet, on a: $\mathrm{aupv}(w) = w^{1/w} = w^\theta$, qui est donc: $\mathrm{aupv}(w) = w^{1/w} = e^{\mathrm{logav}(w)} = e^{\ln(w)/w} = e^{\lambda\theta}$
$= 1 + \ln(w)/w + (\ln(w)/w)^2/2 + (\ln(w)/w)^3/3! + \ldots + (\ln(w)/w)^\infty/\infty!$
Donc, en résumé: $\mathrm{aupv}(w) = w^\theta = e^{\lambda\theta} = 1 + \lambda\theta + \lambda^2\theta^2/2 + \lambda^3\theta^3/3! + \ldots + \lambda^\infty\theta^\infty/\infty!$.

Et pour $x = \Delta$, le **nombre aupv(Δ)** est Δ^δ. Car on a: $\mathbf{aupv(\Delta) = \Delta^{1/\Delta} = \Delta^\delta}$. Ce sera le même calcul que pour **w**, sauf que c'est $\mathbf{\ln(\Delta) = \Lambda/2}$ qui jouera le rôle de **λ**, et c'est **δ** qui jouera le rôle de **θ**. Autrement dit, on a: $\mathbf{logav(\Delta) = \ln(\Delta)/\Delta = (\Lambda/2) \times \delta = \Lambda\delta/2}$.

On a donc: $\mathbf{aupv(\Delta) = e^{\Lambda\delta/2} = 1 + \Lambda\delta/2 + (\Lambda^2\delta^2/4)/2 + (\Lambda^3\delta^3/8)/3! + \dots}$.
Et là, à cause du fait que $\delta^2 = 0$, les termes sont **nuls** à partir du **degré 2**, ce qui veut dire que **И = 2**.
Donc: $\mathbf{aupv(\Delta) = \Delta^\delta = e^{\Lambda\delta/2} = 1 + \Lambda\delta/2}$.

Un **nombre α** désigné donc comme la **frontière** entre les **initiaux** et les **intermédiaires** ne signifie pas du tout par exemple que **α+1** ou **2α**, qui sont des **nombres intermédiaires**, ont **non-initiaux**. Cela signifie simplement que **α** est le **point convenu** ou **par définition**, à partir duquel les **nombres** commencent à perdre leur qualificatif de **nombre initial**, et où ils commencent à acquérir le qualificatif de **nombre intermédiaire**. Les **nombres α+1** ou **2α**, bien que supérieurs à **α**, sont **initiaux** aussi, mais moins que les **nombres** jusqu'à **α**, et plus **intermédiaires** qu'eux. Le **point α** est donc juste un **point de changement de qualificatif**. Bien avant **α** les **nombres** sont carrément **initiaux**, et bien loin après **α** ils sont carrément **intermédiaires**.

De manière générale, on a les **fonctions de structure fractale** des **réalis** ou simplement **fonctions de structure** suivantes, pour tout **nombre omégaréel x**, et en particulier pour tout **êta-réali** (**réali** supérieur ou **égal** à **1**, comme par exemple **x = 2** ou **x = 10** ou **x = G**, où **G** est le **nombre de Graham**):

$\mathbf{\omega(x) = aup(x) = x^x}$; paramètre **ω**; c'est la formule générale de l'**infini absolu**;
$\mathbf{0(x) = 1/\omega(x) = x^{-x}}$; paramètre **0**; c'est la formule générale du **zéro absolu**;
$\mathbf{\Delta(x) = \sqrt{\omega(x)} = x^{x/2}}$; paramètre **Δ**; c'est la formule générale de l'**infini Delta**;
$\mathbf{\delta(x) = \sqrt{0(x)} = 1/\Delta(x) = x^{-x/2}}$; paramètre **δ**; c'est la formule générale de l'**infinitésimal delta**;
$\mathbf{\Lambda(x) = \ln(\omega(x)) = x\ln(x)}$; paramètre **Λ**; c'est la formule générale de l'**horizon logarithmique Lambda**;
$\mathbf{w(x) = x}$; paramètre **w**;
$\mathbf{\theta(x) = 1/w(x) = 1/x}$; paramètre **θ**;

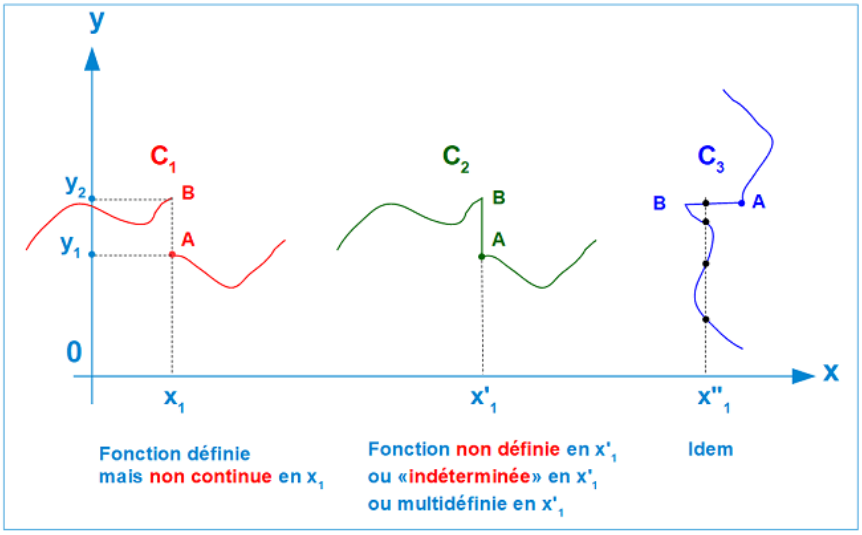
$\mathbf{v(x) = aur(x)}$; paramètre **v**;
$\mathbf{ø(x) = 1/v(x)}$; paramètre **ø**;
$\mathbf{D(x) = \sqrt{w(x)} = \sqrt{x} = x^{1/2}}$; paramètre **D**;
$\mathbf{d(x) = 1/D(x) = 1/\sqrt{x} = x^{-1/2}}$; paramètre **d**;
$\mathbf{\lambda(x) = \ln(w(x)) = \ln(x)}$; paramètre **λ**

On part d'une valeur de **x** appelé $\mathbf{x_0}$, un **êta-réali** (en particulier un **êta-réali** $\mathbf{x_0 \geq 2}$). On définit par récurrence les valeurs de **x** par: $\mathbf{x_{n+1} = \omega(x_n) = aup(x_n) = x_n \wedge x_n = x_n^{xn}}$.
Les $\mathbf{x_n}$ servent d'arguments pour fonctions que nous venons de définir. On a ainsi: $\mathbf{\omega(x_n)}$, $\mathbf{0(x_n)}$, $\mathbf{\Delta(x_n)}$, $\mathbf{\delta(x_n)}$, $\mathbf{\Lambda(x_n)}$, etc., respectivement notés: $\mathbf{\omega_n}$, $\mathbf{0_n}$, $\mathbf{\Delta_n}$, $\mathbf{\delta_n}$, $\mathbf{\Lambda_n}$, etc., à ne pas confondre avec toutes autres définitions de **nombres** également notés de la même manière.

Profitons de l'occasion pour donner aussi le **développement en série** de l'importante **fonction auto-puissance** ou **aup(x)**, et ce au point **1**. Et pour cela, nous allons cette **fonction** sous la forme: $\mathbf{f(x) = aup(1 + x) = (1+x)\wedge(1 + x) = (1 + x)^{1+x}}$. On note que la **fonction aup(x)** peut être mise sous la **forme exponentielle** suivante: $\mathbf{aup(x) = e \wedge (x \ln(x)) = e^{x\ln(x)}}$. Donc aussi on a: $\mathbf{f(x) = e \wedge ((1 + x)\ln(1 + x)) = e^{(1+x)\ln(1+x)}}$.

D'une manière générale, considérons toute **fonction f(x)** de la forme: $\mathbf{f(x) = e \wedge X(x) = e^{X(x)}}$, où **X(x)** est n'importe quelle **fonction** de **x**, dont on attend, comme **f(x)**, d'être **indéfiniment dérivable** en **x**. Et dans le nouveau paradigme, avec maintenant la **fonction inverse 1/x définie** pour tout **nombre** (on a maintenant **1/x définie** en **0** et **1/0 = ω**, autrement dit la **division par 0** ne pose plus de problème), avec les **infinis** et les **infinitésimaux** jouant leur plein rôle, il est toujours possible, pour n'importe quelle **fonction classique f**, de construire un **prolongement** (ce qui veut dire que **f** est toujours **définissable** au besoin pour tout **nombre**) qui soit **indéfiniment continu** et **dérivable** (ce qui veut dire aussi que toute **fonction** peut au besoin être rendue **continue** et **dérivable**).

Par exemple, une **discontinuité** en une abscisse $\mathbf{x_1}$ se traduit par une **segment vertical** qui est l'ensemble de toutes les **ordonnées** ayant une même **abscisse**, ce qui veut dire une **pente ω**. Une **pente ω** est considérée comme problématique dans la conception classique, mais dans la nouvelle conception où l'on **divise par 0**, la **pente** ω (la **pente verticale**) est tout aussi normale et définie que la **pente 0** (**pente horizontale**), et vice-versa.



Et aussi, les fonctions habituellement **non définies** deviennent non seulement **définies** mais **dérivables**. Par exemple, dans la conception actuelle, la **fonction logarithme ln (x)** n'est pas définie en **0**, mais maintenant elle est définie et on a: $\ln(0) = -\Lambda$, où: $\Lambda = \ln(\omega)$. La **fonction**: $aup(x) = x^x = e^{x \ln(x)}$ a pour **dérivée**: $(1 + \ln(x))\, e^{x \ln(x)}$, et parce que **ln(0)** n'est pas définie actuellement, la **dérivée** en **0** de **aup(x)** elle aussi n'existe pas. Mais maintenant ce **nombre dérivé** en **0** est exactement: $(1 + \ln(0))\, e^{0 \ln(0)} = (1 + \ln(0))\, e^0 = 1 - \Lambda$.

Ainsi donc, maintenant, toute **fonction** est (au moins potentiellement) **définie**, **continue** et **dérivable** en tout point. Pour un **nombre dérivé**, au pire il est par exemple $+\omega$ ou $-\omega$, et cela ne constitue plus aucun problème puisque ω est maintenant un **nombre**, au même titre que **0** son **inverse**, et vice-versa. Et de plus, nous avons maintenant de nouveau **nombres**, comme **w**, θ, λ, Λ, ω, Δ, δ, etc., qui, avec les **nombres** habituels, permettent d'exprimer toutes les situations de **définition**, de **continuité**, de **dérivabilité**, d'**intégrabilité**, etc.. Et aussi, simplement, la nature **litézique** des **fonctions** change radicalement ces questions.

Pour revenir à nos **fonctions** de la forme: $f(x) = e \wedge X(x) = e^{X(x)}$, nous nous intéressons spécialement au cas où **X(x)** a un **développement en série** en **0**: $X(x) = \Sigma_{p=0,\infty}\ a_p x^p = a_0 + a_1 x^1 + a_2 x^2 + a_3 x^3 + \ldots + a_\infty x^\infty$, où, on le rappelle, le symbole « ∞ » représente maintenant un **nombre infini** précis défini comme étant: $\infty = \omega_{\omega 0}$, l'**infini litézo** donc.

On cherche à exprimer le **n-ième nombre dérivé** en **x** puis en **0**, à savoir $f^{(n)}(x)$ et $f^{(n)}(0)$.

On a: $f^{(0)}(0) = e \wedge a_0 = e^{a_0}$, et: $f^{(1)}(0) = a_1 * e \wedge a_0 = a_1 * e^{a_0}$.

On démontre que: $f^{(n+1)}(x) = \Sigma_{i=0,\,n}\ C_n^{\ i}\ X^{(n+1-i)}(x) \times f^{(i)}(x) = C_n^{\ 0}\ X^{(n+1)}(x) \times f^{(0)}(x) + C_n^{\ 1}\ X^{(n)}(x) \times f^{(1)}(x) + C_n^{\ 2}\ X^{(n-1)}(x) \times f^{(2)}(x) + C_n^{\ 3}\ X^{(n-2)}(x) \times f^{(3)}(x) + \ldots + C_n^{\ n}\ X^{(1)}(x) \times f^{(n)}(x)$,

où $C_n^{\ k}$ est le **nombre** de **combinaisons** de **i éléments** pris dans **n**, autrement dit les **coefficients binomiaux**, définis par: $C_n^{\ k} = n!/(k!\,(n-k)!)$, et où $f^{(n)}$ et $X^{(n)}$ sont la **dérivée n-ième** de **f** et **X**.

En particulier, on a en **0**: $f^{(n+1)}(0) = \Sigma_{i=0,\,n}\ C_n^{\ i}\ X^{(n+1-i)}(0) \times f^{(i)}(0) = C_n^{\ 0}\ X^{(n+1)}(0) \times f^{(0)}(0) + C_n^{\ 1}\ X^{(n)}(0) \times f^{(1)}(0) + C_n^{\ 2}\ X^{(n-1)}(0) \times f^{(2)}(0) + C_n^{\ 3}\ X^{(n-2)}(0) \times f^{(3)}(0) + \ldots + C_n^{\ n}\ X^{(1)}(0) \times f^{(n)}(0)$.

En utilisant le **développement** de **X(x)**, on a:
$X^{(k)}(x) = \Sigma_{p=k,\,\infty}\ a_p A_p^{\ k}\ x^{p-k}$, où $A_p^{\ k}$ est le **coefficient** des **arrangements**, défini par: $A_p^{\ k} = p(p-1)(p-2) \ldots (p-k+1) = p!/(p-k)!$. On en déduit: $X^{(k)}(0) = a_k\, k!$, qui est donc le **k-ième nombre dérivée** de **X** en **0**.
Avec tout cela, on déduit: $f^{(n+1)}(0) = \Sigma_{i=0,\,n}\ C_n^{\ i}\ a_{n+1-i} \times (n+1-i)! \times f^{(i)}(0)$.

On peut maintenant appliquer ce résultat général au cas de la fonction: $f(x) = aup(1+x) = e^{(1+x)\ln(1+x)}$, c'est-à-dire au cas où la **fonction X(x)** est: $X(x) = (1+x)\ln(1+x)$.

Le **développement** de la **fonction ln(1+x)** est: $\ln(1+x) = x - x^2/2 + x^3/3 - x^4/4 + x^5/5 + \ldots + (-1)^{p-1}/p + \ldots = (-1)^{\infty-1}/\infty$ (étant entendu que maintenant le symbole ∞ représente un **nombre** précis, un certain ω situé das le domaine des **infinis absolus**).

Par conséquent, le **développement** de $X(x) = (1+x)\ln(1+x)$ est:
$X(x) = \Sigma_{p=0,\infty}\ a_p x^p = a_0 + a_1 x^1 + a_2 x^2 + a_3 x^3 + \ldots + a_\infty x^\infty$,
où, avec $a_0 = 0$, $a_1 = 1$, et: $a_p = (-1)^{p-2}/(p(p-1))$, pour $p \geq 2$.
Avec cela, $f^{(n+1)}(0) = \Sigma_{i=0,\,n}\ C_n^{\ i}\ a_{n+1-i} \times (n+1-i)! \times f^{(i)}(0)$, se simplifie encore et devient:
$f^{(n+1)}(0) = f^{(n)}(0) + \Sigma_{p=2,\,n+1}\ C_{n+1}^{\ n+1-p}\ (-1)^{p-2} \times (p-2)! \times f^{(n+1-p)}(0)$.

Avec tout cela on établit le **développement** de la **fonction f**, qui est :
$f(x) = \mathrm{aup}(1+x) = (1+x)^{1+x} = e^{(1+x)\ln(1+x)} = 1 + x + x^2 + x^3/2 + x^4/3 + x^5/12 + 3x^6/40 - x^7/120 + 59x^8/2520 - 71x^9/5040 + 131x^{10}/10080 + \ldots$.

Ces **fonctions** ont de très importantes propriétés. Par exemple, pour tout **réali x** voisin de **0**, on a: $x^x = 1 + x\ln(x)$. En particulier, on a: $\delta^\delta = 1 + \delta\ln(\delta) = 1 - \delta\,\Lambda/2$.
Par exemple: $0.000001^{0.000001} = 0{,}99998618458487576 2\ldots$,
et: $1 + 0.000001 \times \ln(0.000001) = 0{,}999986184489442\ldots$.

Et pour tout **réali x** voisin de **1**, on a: $x^x = x$.
Par exemple: $0.999^{0.999} = 0{,}999000999500333\ldots$. Et: $1.0001^{1.0001} = 1{,}0001000100005\ldots$.

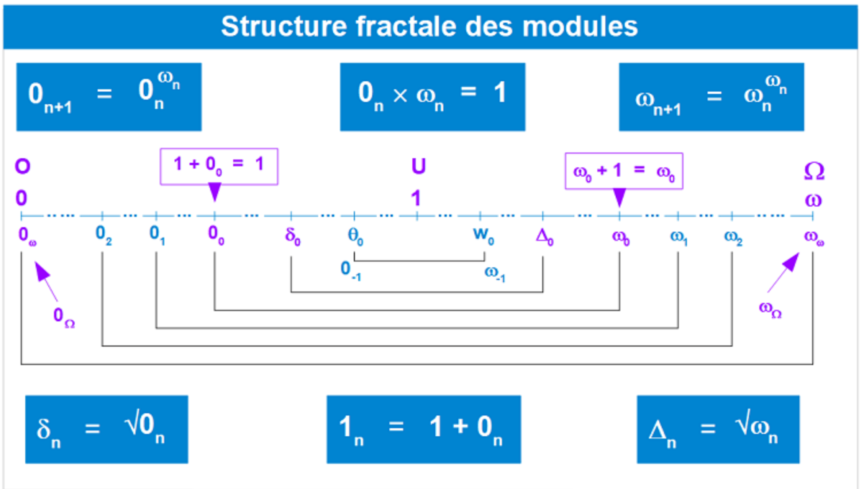
Le tableau suivant donne la logique des relations entre les **paramètres**: **0, Δ, δ, w, θ, Λ, λ, α**, mais aussi leur **progression** d'**itération** et en **itération**. Une logique de **récurrence** tout simplement, basée sur le **paramètre Λ**:

$\Lambda_0 = \Lambda_{-1}\, e^{\Lambda_{-1}}$	$\Lambda_1 = \Lambda_0\, e^{\Lambda_0}$	$\Lambda_{n+1} = \Lambda_n\, e^{\Lambda_n}$
$\omega_0 = e^{\Lambda_0}$ $\quad 0_0 = e^{-\Lambda_0}$	$\omega_1 = e^{\Lambda_1}$ $\quad 0_1 = e^{-\Lambda_1}$	$\omega_{n+1} = e^{\Lambda_{n+1}}$ $\quad 0_{n+1} = e^{-\Lambda_{n+1}}$
$\Delta_0 = e^{\Lambda_0/2}$ $\quad \delta_0 = e^{-\Lambda_0/2}$	$\Delta_1 = e^{\Lambda_1/2}$ $\quad \delta_1 = e^{-\Lambda_1/2}$	$\Delta_{n+1} = e^{\Lambda_{n+1}/2}$ $\quad \delta_{n+1} = e^{-\Lambda_{n+1}/2}$
$\alpha_0 = \omega_{-1}^{\Lambda_{-1}} = e^{\Lambda_{-1}^2}$	$\alpha_1 = \omega_0^{\Lambda_0} = e^{\Lambda_0^2}$	$\alpha_{n+1} = \omega_n^{\Lambda_n} = e^{\Lambda_n^2}$

$$\lambda = \Lambda_{\omega-1},\quad \Lambda = \Lambda_\omega,\quad w = \omega_{\omega-1},\quad \omega = \omega_\omega,\quad \theta = 0_{\omega-1},\quad 0 = 0_\omega$$
$$D = \Delta_{\omega-1},\quad d = \delta_{\omega-1},\quad \Delta = \Delta_\omega,\quad \delta = \delta_\omega,\quad \alpha = \alpha_\omega$$
$$w = e^\lambda,\quad \theta = e^{-\lambda},\quad D = e^{\lambda/2},\quad d = e^{-\lambda/2},\quad \Lambda = \lambda\, e^\lambda,$$
$$\omega = e^\Lambda = w^w,\quad 0 = e^{-\Lambda},\quad \Delta = e^{\Lambda/2},\quad \delta = e^{-\Lambda/2},\quad \alpha = w^\lambda = (e^\lambda)^\lambda = e^{\lambda^2}.$$

Cela signifie que si l'on connaît un **paramètre Λ**, on calcule les autres **paramètres** par les formules données par le tableau. Le **paramètre ω** se calcule alors par la formule: $\omega = e^\Lambda$. Et connaissant ω, on calcule: $0 = 1/\omega = e^{-\Lambda}$, puis: $\Delta = \sqrt{\omega} = e^{\Lambda/2}$, puis: $\delta = \sqrt{0} = e^{-\Lambda/2}$. Le **paramètre w** est l'**audoracine** de ω, c'est-à-dire le **nombre** tel que: $w^w = \omega$. Il se calcule par: $w = \mathrm{aur}(\omega) = \mathrm{cirac}_2(\omega)$. Et dans la foulée le **paramètre θ** se calcule par: $\theta = 1/w$. Et le paramètres λ se calcule par: $\lambda = \ln(w)$. Et on a la relation: $\Lambda = \lambda\, e^\lambda = \lambda\, w$. Et avec la **fonction aupl**, le **paramètre α**, la **frontière** entre **initiaux** et **intermédiaires**, se calcule par: $\alpha = w^\lambda = \mathrm{aupl}(w) = w^{\ln(w)}$. Mais comme on va le voir, d'autres **fonctions** permettent aussi de définir ce **paramètre α**, et qui lui donnent des valeurs plus moins grandes, mais dont l'obligation est que α doit rester dans le domaine des **nombres** dont la **multiplication par 0** donne **0** ou des valeurs **infinitésimales** très proches de **0**, comme pour le cas où α est Δ, auquel cas on a la très importante relation: $0 \times \Delta = \delta$.

Revenons maintenant à la **structure fractale** des **réalis** vue au début, avec l'image que nous avons vue et que nous rappellerons ci-après. C'est cette **structure fractale** qui est décrite d'une autre manière par le tableau ci-dessus. Au lieu de décrire la **structure** sur la base du **paramètre Λ**, comme nous venons de le faire, nous pouvons la décrire plus simplement sur la base du **paramètre ω**. On part alors d'un **nombre** ω_0, **fini** comme **infini** (on le rappelle, la **logique fondamentale** est maintenant exactement la même pour les **nombres infinis** comme pour les **nombres finis**). Ce **nombre** ω_0, qui donc être tout à fait **fini**, la valeur minimale exigée étant alors **2**, représente intuitivement non seulement un **nombre infini**, mais très précisément le nombre qui est le point d'entrée dans le domaine des **nombres infinis** dits **absolus**. Dans les conceptions classiques, cela correspondrait grosso modo à ce qu'on appelle les « **infinis inaccessibles** ». Mais dans la nouvelle vision, ils sont effectivement de très **grands nombres infinis**, mais pas séparés des **nombres finis**.



Un **nombre fini** peut donc représenter un **infini absolu**, sauf que ses **propriétés** d'**infinis absolus** (en l'occurrence les **propriétés d'oméganité**) seront moindres. En effet, plus le **nombre** est grand, plus ces **propriétés** sont vérifiées.

Quelle que soit la valeur de départ choisie pour l'**infini absolu** d'indice **0**, à savoir ω_0, l'**infini absolu** d'indice **-1**, à savoir ω_{-1}, est appelé **w**, et le **zéro** associé, c'est-à-dire son inverse, est 0_{-1}, noté θ. L'**infini absolu** d'indice **-2**, à savoir ω_{-2}, est appelé **v**, et le **zéro** associé est 0_{-2}, noté θ', etc.. A défaut d'avoir des **symboles** spécifiques, ces **infinis** et ces **zéros** ont donc les appellations génériques de la forme ω_n et 0_n.

Ils sont définis par **récurrence** de la manière suivante: $\omega_1 = \mathrm{aup}(\omega_0) = \omega_0 \wedge \omega_0 = \omega_0^{\omega_0}$. Et pour un **ordinal** ou **nombre entier n** donné (**fini** comme **infini**), ω_n étant supposé défini, et son **0** associé étant $0_n = 1/\omega_n$, on a: $\omega_{n+1} = \mathrm{aup}(\omega_n) = \omega_n \wedge \omega_n = \omega_n^{\omega_n}$. Le **0** associé à ω_{n+1} est alors $0_{n+1} = 1/\omega_{n+1}$. A chaque **réali** ω_n correspond un **réali** Δ_n, défini par: $\Delta_n = \sqrt{\omega_n}$. Et à chaque **réali** 0_n correspond un **réali** δ_n, défini par: $\delta_n = \sqrt{0_n}$. De même on a: $\Lambda_n = \ln(\omega_n)$. Et le **réali** Λ_n est par définition **initial** pour ω_n, ce qui veut dire que Λ_n est pour ω_n et 0_n, ce que Λ est pour ω et **0**. Et par conséquent, le **réali** Λ_n est par définition **initial** pour tout ω_p, avec $p \geq n$. Ainsi, par exemple $\lambda = \ln(w)$, c'est-à-dire: $\lambda = \Lambda_{-1} = \ln(\omega_{-1})$, est **initial** pour **w** ou ω_{-1}. Cela signifie que le produit $\lambda\theta$ ou λ/w ou $\ln(w)/w$ ou $\mathrm{logav}(w)$, est à considérer comme **équivalent** à θ, c'est-à-dire simplement **égal** à θ, donc: $\lambda\theta = \theta$, exactement comme on a: $\Lambda \times 0 = 0$. Nous avons utilisé plus haut le fait que $\lambda\theta = \theta$ dans le développement de $w^\theta = e^{\lambda\theta} = 1 + \lambda\theta + \lambda^2\theta^2/2 + \lambda^3\theta^3/3! + \ldots + \lambda^w \theta^w / w!$. Par conséquent, λ est **initial** pour ω_0, pour ω_1, pour ω_2, etc., et donc en dernier pour $\omega_\omega = \omega$, l'**ultime infini**.

A la lumière de cette **structure**, nous comprenons que le **nombre** Δ courant, défini par: $\Delta = \sqrt{\omega} = e^{\Lambda/2}$, est très précisément la **racine carrée** de ω_0, appelé aussi ω_{min}. Il est la porte d'entrée dans le domaine de l'**infini absolu**. Autrement dit, à partir de cet **infini** ω_0 commencent les **propriétés oméganes** que nous allons détailler bientôt. De même, le **nombre** δ courant, défini par: $\delta = \sqrt{0} = e^{-\Lambda/2}$, est très précisément la **racine carrée** de 0_0, appelé aussi 0_{max}. Il est quant à lui la porte d'entrée dans le domaine du **zéro absolu**. Autrement dit, à partir de cet **zéro** 0_0 commencent les **propriétés alphanes** que nous allons détailler bientôt aussi. La zone des 0_n et celle des ω_n telles que représentées sur le schéma ci-dessus, est aussi ce que je nomme les **zones de clôture**. Dans ces zones, la courante **identité** cède la place à l'**équivalence**.

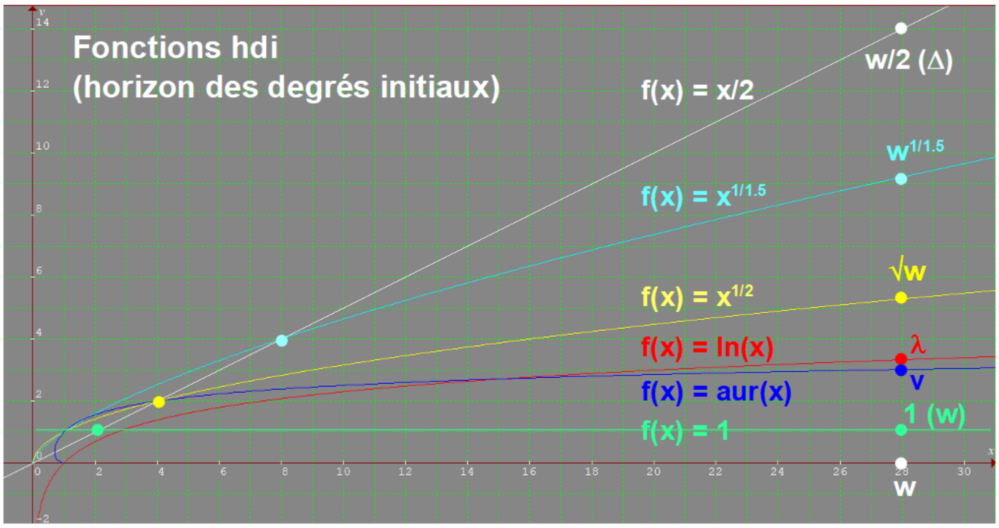
Il est très important de comprendre de comprendre cette structure et sa logique, car par exemple l'**infini absolu** ω sur le schéma vérifie: $\omega \times \omega = \omega^2 = \omega$. Cet **infini** est donc son propre **carré**. Par conséquent, il est sa propre **racine carrée**. On voit alors qu'il se présente un problème quand nous définissons Δ comme: $\Delta = \sqrt{\omega}$. Si c'est de cet **infini** ω_ω, il est clair qu'on a l'**identité**: $\Delta = \omega = \omega^2$. C'est alors un paradoxe du point de vue de l'**identité**, à moins de recourir à l'**équivalence**. Mais la question ne se pose plus quand on comprend qu'en fait, on a: $\Delta = \sqrt{\omega_0}$, et même que le Δ ainsi calculé est Δ_0. En effet, chaque **réali infini** a son propre **nombre** Δ, qui est sa **racine carrée**. Le **nombre** Δ est donc la **racine carrée** du **nombre infini** qui commence tout juste à être

absolu. Il n'est donc pas encore assez grand pour qu'il soit son propre **carré**. Mais avec l'**infini ultime**, il se confond avec son **nombre** Δ.

Mêmes remarques pour $\delta = \sqrt{0}$. Si c'est du **0 absolu** qu'il s'agit dans cette **égalité**, c'est-à-dire de 0_ω, qui vérifie: $0 \times 0 = 0^2 = 0$, il est son propre **carré** donc sa propre **racine carrée**. Donc on ne distingue plus ce **0** de sa **racine carrée** δ. En revanche, pour 0_0, qui commence juste à entrer dans le domaine du **0 absolu**, et qui est suffisamment grand pour que sa **racine carrée** δ soit distincte de lui, le problème ne se pose plus.

Il importe aussi de faire une remarque au sujet de l'**infini** ω_ω, qui est à la fois l'**infini absolu** que nous calculons et à la fois l'**indice** ou numéro de cet **infini**. Autrement dit, qui vérifie: $\omega = \omega_\omega$. Pour tous les autres **infinis** ω_n, on a: $n \neq \omega_n$, et même plus précisément: $n < \omega_n$. Par exemple: $0 < \omega_0$, $1 < \omega_1$, $w < \omega_w$, etc.. C'est justement pour cela que ces **infinis** ne sont pas les **ultimes**, ils ne sont pas le **grand terminus**, car après chacun d'eux il en existe un autre distinct d'eux.Par conséquent, $\omega = \omega_\omega$ signifie qu'après cet **infini**-là, tout ce qui vient après lui c'est encore lui-même. Par conséquent, on a le **grand terminus**, cette **égalité** à elle signifie: « **Terminus!** ». L'**infini** vraiment **absolu**, l'**ultime infini**, c'est l'**infini** qui, pour que l'on **calcule sa valeur**, demande que l'on **connaisse sa valeur**! Pour qu'il soit atteint, il faut qu'il soit atteint! Loi d'être un paradoxe ou une pétition de principe, c'est tout simplement la logique de la **fractale**: pour construire la **fractale entièrement**, il faut disposer d'un **modèle** de la **fractale construite entièrement**!

iv) Le **nombre maximal m** pour lequel w^m cesse d'être **initial** et commence à devenir **intermédiaire**, est appelé l'**horizon des degrés initiaux** de **w**, ou **nombre hdi**. Le **nombre initial maximal**, appelé α, est alors donné par l'**égalité**: $\alpha = w \wedge hdi = w^{hdi}$.



Voici les principales valeurs pour **hdi**:
→ **hdi** = **1** ; ceci donne $\alpha = w$; pour cette valeur de **hdi**, les **réalis initiaux** sont ceux de **0** à **w**; ce **nombre w** est appelé **A**, ou **Infini Alpha**; le produit: $0_A = 0 \times A$ est appelé le **zéro** d'**horizon alpha** ou **infinitésimal alpha**;
→ **hdi** = **aur(w)** = **cirac₂(w)** = **v**; ceci donne $\alpha = w \wedge aur(w) = w^{aur(w)} = w^v$; ce **nombre** w^v est appelé **B**, ou **Infini Bêta**; le produit: $0_B = 0 \times B$ est appelé le **zéro** d'**horizon bêta** ou **infinitésimal bêta**;
→ **hdi** = **ln(w)** = λ ; cela donne: $\alpha = w \wedge \ln(w) = w \wedge \lambda = w^\lambda$;
→ **hdi** = $\sqrt{w}$; cela donne: $\alpha = w \wedge \sqrt{w} = w^{\sqrt{w}}$; ce **nombre** $w^{\sqrt{w}}$ est appelé **C**, ou **Infini Gamma-Cé**; le produit: $0_C = 0 \times C$ est appelé le **zéro** d'**horizon gamma-cé** ou **infinitésimal gamma-cé**;
→ **hdi** = **w/2** ; cela donne: $\alpha = w \wedge w/2 = w^{w/2} = \Delta$; ce **nombre** $w^{w/2}$ est appelé Δ, ou **Infini Delta**; le produit: $0_\Delta = 0 \times \Delta = \delta$ est appelé le **zéro** d'**horizon delta** ou **infinitésimal delta**.

On a en effet, pour ce dernier cas: $0_\Delta = 0 \times \Delta = w^{-w} \times w^{w/2} = w^{-w/2} = \delta$.

Et aussi, la particularité de ce dernier **infinitésimal** ou **zéro** δ est d'être aussi l'**inverse** de l'**Infini Delta** correspondant: $\delta = 1/\Delta$, contrairement aux précédents qui sont différents des **inverses** des **infinis** associés.

Par exemple, **A** est l'**infini w**, dont l'**inverse** est: $\theta = 1/w = w^{-1}$, **infinitésimal** est différent de: $0_A = 0 \times A = 0 \times w = w^{-w} \times w = w^{1-w}$. On voit donc que θ et 0_A sont très différents, le second, $0_A = w^{1-w}$, est pratiquement **0**, tandis que **$\theta = w^{-1}$**, est infiniment grand par rapport à lui. De même, **$0_B = w^{v-w}$**, et **$0_C = w^{\sqrt{w}-w}$**, sont infiniment petits par rapport aux **inverses** respectivement de **B** et **C**, qui sont: **$1/B = w^{-v}$** et: **$1/C = w^{-\sqrt{w}}$**.

D'une manière générale, on appelle une **fonction d'horizon initial** toute **fonction f** définie sur l'intervalle **[1, ω]**, **continue** sur cet intervalle, **indéfiniment dérivable**, **croissante**, et qui à partir d'un certain **réali x_0** est **inférieure ou égale** à la **droite** d'**équation**: **$y = x/2$**. Autrement dit, pour tout **réali $x \geq x_0$**, on a: **$f(x) \leq x/2$**. C'est le cas des cinq **fonctions** ci-dessus: **$f(x) = 1$**, **$f(x) = aur(x)$**, **$f(x) = \ln(x)$**, **$f(x) = \sqrt{x}$**, **$f(x) = x/2$**.

Toute fonction constante: **$f(x) = b$**, où **b** est n'importe quelle **réali**, est une **fonction d'horizon initial**. L'**horizon α** est alors: **$\alpha = w^b$**.

Et pour tout **réali a > 1** (et donc en particulier pour tout **réali a ≥ 2**) la **fonction**: **$f(x) = x$^(1/a) $= x^{1/a}$**, est une **fonction d'horizon initial** .

Les **fonctions racine n-ième**, pour tout **ordinal n ≥ 2**, sont des **fonctions d'horizon initial**. On a la même logique pour toutes les **fonctions racine n-ième** associées à tous les **hyperopérateurs** à partir de la **multiplication**.

Pour toute **fonction f d'horizon initial**, le **nombre hdi** associé est: **hdi = f(w)**, et l'**horizon α** est: **α = w ^ hdi = w ^ f(w) $= w^{f(w)}$**. Et l'**horizon zéro** associé est: **$0_\alpha = 0\times\alpha = 0\times w^{f(w)} = w^{-w} \times w^{f(w)} = w^{f(w)-w}$**, qui, en règle très générale est différent de l'**inverse** de **α**, à savoir: **$1/\alpha = 1/w^{f(w)} = w^{-f(w)}$**.

La condition imposée que toute **fonction d'horizon initial** soit **inférieure** ou **égale** à la **droite** d'**équation**: **$y = x/2$** à partir d'une certaine abscisse, a pour conséquence que tout **horizon α** est **inférieur** ou **égal** à **Δ**. Autrement dit, **Δ** est l'**horizon ultime** des **réalis initiaux**, tous les **horizons α** sont ses **sous-horizons**.

Clarifions maintenant par un tableau d'exemples les définitions générales que nous venons de donner, tableau qui donne l'évolution des **nombres**: **0, Δ, δ, w, θ, Λ, λ**, etc., pour différents **réalis** croissants **ω**.

ω	0	Δ	δ	w	θ	Λ	λ
0	ω	δ	Δ	θ	w	-Λ	-λ
1	1	1	1	1	1	0	0
10	0.1	3.16	0.32	2.51	0.4	2.3	0.92
100	0.01	10	0.1	3.6	0.28	4.6	1.28
10 000	0.0001	100	0.01	5.44	0.18	9.21	1.69
1 000 000	0.000 001	1000	0.001	7.07	0.14	13.82	1.96
100 000 000	0.00 000 001	10 000	0.0 001	8.57	0.12	18.42	2.15
10^10	10^(-10)	100 000	0.00 001	10	0.1	23	2.3
10^100	10^(-100)	10^50	10^(-50)	57	0.02	230	4.04
10 000 ^ 10 000	10 000 ^ (-10 000)	10 000 ^ 5 000	10 000 ^ (-5 000)	10 000	0.0 001	92 103	9.21
G	1/G	G ^ (1/2)	G ^ (-1/2)	G 3-rac 2	1/(G 3-rac 2)	ln(G)	ln(G 3-rac 2)
G ^ G	G ^ (-G)	G ^ (G/2)	G ^ (-G/2)	G	1/G	G * ln (G)	ln(G)
ω	1/ω	ω ^ (1/2)	ω ^ (-1/2)	ω 3-rac 2	1/(ω 3-rac 2)	ln(ω) = Λ	ln(ω 3-rac 2)
ω ^ ω	ω ^ (-ω)	ω ^ (ω/2)	ω ^ (-ω/2)	ω	1/ω	ω * ln (ω) = ω *Λ	ln(ω) = Λ

Ces **réalis**: **0, Δ, δ, w, θ, Λ, λ**, etc., ainsi définis, sont des exemples des **nombres** que nous qualifions de **transitoires**, ici en **transition** ou **évolution** vers le **0 absolu** (pour les **infinitésimaux**) ou vers l'**infini ω absolu** pour leurs **inverses**.

En particulier, étant donné un **réali** appelé **zéro** et noté **0**, et dont l'**inverse** appelé **oméga** et noté **ω**, il est appelé un **0** de **delta-transition** ou est **delta-transitoire** si l'on a l'**égalité**: **$0^2 = 0$** (autrement dit si **0** est **auto-multiplicatif**), mais si l'on a: **$0^{1/2} \neq 0$**, c'est-à-dire: **$\sqrt{0} \neq 0$**. Autrement dit, on **0** a la propriété apparemment contradictoire selon laquelle son **carré** est **0**, mais pas **racine carrée**. Mais en réalité, cela veut dire simplement que le **réali 0** est suffisamment petit pour qu'il commence à être considéré comme étant le **0 absolu**, et à plus forte raison son **carré 0^2** , qui est bien plus petit que lui. Mais le **réali 0** est encore trop grand pour que sa **racine carrée $0^{1/2}$** ou **$\sqrt{0}$**, notée alors **δ** (d'où l'appellation de **delta-transition** ou **δ-transition**), qui est encore plus grande que lui, soit considérée comme étant elle aussi le **0 absolu**. En pratique, le **0 absolu** est simplement un certain réali beaucoup plus petit par rapport à ce **0 delta-transitoire**, par exemple 0^{ω}, et l'**infini ω absolu** étant alors: ω^{ω} .

La **transition** qu'est la **δ-transition** est particulièrement intéressante, mais on peut envisager d'autres **transitions**, comme par exemple un **réali 0** suffisamment petit pour être considéré comme le **0 absolu**, mais dont le **double 2×0** es jugé encore trop grand pour être lui aussi considéré comme le **0 absolu**. Dans son cas, on aura alors: **0/2 = 0** (s'il est suffisamment petit pour être considéré comme le **0 absolu**, sa **moitié** à plus forte raison), mais: **2×0 ≠ 0**.

Autrement dit, le **réali 0** n'est pas encore **auto-additif**, mais il vérifie néanmoins la propriété d'**onitivité**: **1 + 0 = 1**, condition minimale pour qu'on puisse dire qu'il est un **0**. On parle alors de **transition générative** et un tel **0** est dit **géné-transitoire**.

D'une manière générale, une **zone de transition** est un zone où les réalis cessent de vérifier une ou plusieurs **propriétés algébriques** ou **arithmétiques** classiques, ce qui semble être une violation de ces lois. Mais en réalité, il s'agit de zones numériques où certaines lois classiques sont simplement en train de s'installer progressivement, des **zones de transition** donc.

On a ainsi par exemple des réalis qui ne sont pas encore suffisamment petits pour qu'on puisse les appeler **0**, autrement dit pour qu'ils vérifient l'**onitivité**: **1 + 0 = 1**. Puis ceux qui sont suffisamment grands pour la vérifier et commencer à être appelés des **zéros** ou **0**, mais à un stade où toutes les propriétés habituelles ne sont pas encore installées, comme par exemple l'**auto-additivité**: **0 + 0 = 0**. Puis celle-ci vérifiée, l'**auto-multiplicativité** ne l'est pas encore: **0 × 0 = 0**. Quand toutes ces propriétés et d'autres seront finalement installées, le **réali 0** aura alors les propriétés habituelles du **0**. Il est sans doute intéressant d'avoir un nombre vérifiant ces propriétés classiques du **0**, mais il est au moins aussi intéressant sinon plus intéressant de considérer tous les univers de **nombres intermédiaires** (**transitoires** donc) où l'on voit ces propriétés en voie d'installation. Ce sont ces **nombres transitoires** qui nous font en fait comprendre le plus la **logique** et la **structure** des **nombres**.

Toutes les **propriétés algébriques** habituelles donnent lieu de la même à des zones de transition correspondantes, comme par exemple aussi la propriété clef : **0 × x = 0**. Considérer les zones où elle semble être « violée » c'est découvrir l'existence de la notion de **nombres initiaux**, pour qui la propriété clef: **0 × x = 0** est vérifiée, des **nombres finaux**, pour qui c'est la propriété: **0 × x = 1** qui est vérifiée, et des **nombres intermédiaires** dans tous les autres cas.

C'est ainsi qu'il est intéressant de considérer les réalis pour lesquels par exemple l'**associativité** de la **multiplication** n'est plus vérifiée, autrement dit pour lesquels on semble ne plus avoir: **x × (y × z) = (x × y) × z**. C'est ainsi par exemple pour **z** vérifiant: **0 × z = 1**, autrement dit un **nombre final z**. Soit alors un **nombre initial x distinct** de **1**, par exemple **5**. Et on considère l'**égalité**: **x × (0 × z) = (x × 0) × z**. Parce que **z** est **final**, on a: **0 × z = 1**, donc le calcul: **x × (0 × z)**, donne: **x × 1** donc **x**. Et parce que **x** est **initial**, on a: **0 × x = 0**, donc de son côté le calcul: **(x × 0) × z**, donne: **0 × z**, donc **1**. L'**associativité** de la **multiplication** conduit donc à l'**égalité**: **x = 1**, dans notre exemple: **5 = 1**. Comme cette **égalité** est classiquement refusée (parce que l'**égalité** classique considérée est l'**identité**), alors ce résultat: **5 = 1**, et plus généralement: **x = 1**, sera interprétée comme une « violation » de l'**associativité** de la **multiplication**. Mais en réalité, cette propriété est toujours vérifiée, mais simplement dans un paradigme de **calcul** où l'**égalité** n'est plus nécessairement uniquement l'**identité**, ce qui veut dire aussi que le **résultat** d'un **calcul** n'est plus forcément un **nombre unique**, mais peut être un **multinombre**, en l'occurrence ici le **binombre {1, 5}**, de manière générale **{1, x}**. Avec les **nombres initiaux**, le **résultat** devient en particulier un **mononombre** au lieu d'un **multinombre** en général. Mais on a préféré se limiter aux **mononombres** ce qui veut dire aussi à n'appeler « **nombre** » essentiellement que les **nombres initiaux**.

Dans les **univers transitoires** donc, les **propriétés** ne sont pas « violées », mais au contraire sont **en création**.

Pour en revenir au **nombre δ** (le **nombre delta-transitoire** de référence), comparé à **θ** par exemple, il est un **infinitésimal très petit**, ce qui n'est pas étonnant puisqu'il est la **racine carrée** du nombre qui représente **0** (le **0 delta-transitoire**). Le **nombre δ** incarne donc la notion de « **réali qui commence à être différent de 0** », au sens de la **delta-transition**. Mais au sens de la **géné-transition**, c'est évidemment le **0 géné-transitoire** qui « **commence à être différent de 0** ».

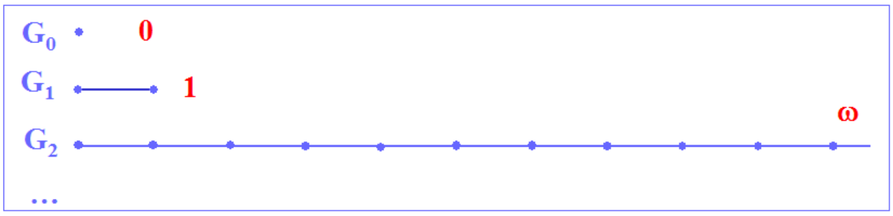
C'est l'interprétation ou la signification intuitive de ces **0**, notamment **δ**. Même si, comme le tableau le montre, il existe bien d'autres **réalis** avant lui qui sont différents de **0**, par exemple **$\delta/2$**, **$\delta/3$**, **$\delta/4$**, etc., il les représente. Les **nombres** de la forme **$a\delta$**, où **a** est un **réali initial**, sont qualifiés de **deltaïques**. Les **réalis deltaïques** autres que **0** sont les plus **petits réalis différents** de **0**. L'**infinitésimal δ** est donc leur représentant. Autrement dit, ils incarnent la notion de « **réali qui commence à être différent de 0** ». Et par conséquent, et comme on l'a déjà dit, l'**égalité**: $0 \times \Delta = \delta$, signifie que **Δ** est le **nombre** dont la **multiplication par 0** commence juste à ne plus être **0**. Pour cette raison, il s'impose naturellement comme le **plus grand nombre initial** et le **plus petit nombre intermédiaire**. Il est donc la frontière naturelle entre les **initiaux** et les **intermédiaires**. Et par conséquent aussi, comme: $\Delta = w^{w/2}$, le **nombre m maximal** pour lequel w^m cesse d'être **initial**, est tout simplement **$w/2$**.

Nous avons examiné diverses valeurs de **τ**, et les **nombres** de l'**ordre de grandeur** de **Δ** sont donc ceux pour lesquels $\tau = \delta$.

→ Et maintenant, pour $\tau = 1/4$, on a: $n = \omega/4$. Pour $\tau = 1/3$, on a: $n = \omega/3$, etc. (voir pus haut au début de l'étude des cas de **τ** pour reprendre le fil de la logique dans laquelle ce que nous avons développé depuis s'inscrit). Et on comprend maintenant que pour qu'on puisse dire: **$\omega/3$** par exemple, le « **ω** » dont il est question n'est pas le **ω_ω**, qui est **auto-additif**, donc vérifie: $\omega = 3\omega$. Par conséquent: $\omega = \omega/3$. Là encore, par « **ω** » il faut entendre « **ω_0** », l'**infini** qui commence juste à être **omégan**.

Si **n** est de la **classe** des **τ-ordinaux** (avec en particulier **τ intermédiaire**, c'est-à-dire: $0 < \tau < 1$, mais cela se généralise pour tout **τ** élément de **[0, 1]**, et même pour tout **ordinal**; nous nous limitons simplement parce que nous nous intéressons à la **classification** des **réalis** de **0** à **ω**, qui est le **cycle** de **référence**) et si **m** est un **ordinal initial**, alors l'**ordinal $n - m$** est lui aussi de la **classe** des **τ-ordinaux**. En effet, en **multipliant $n - m$** par **0**, on a: $0\times (n - m) = 0\times n - 0\times m = \tau - 0 = \tau$. Et de même aussi, l'**ordinal $n + m$** est de la **classe** des **τ-ordinaux**. Et on a aussi: $1^{n-m} = 1^n \times 1^{-m} = e^\tau \times 1 = e^\tau$. Et évidemment aussi: $1^{n+m} = e^\tau$.

Cette **classification** des **ordinaux** de **0** à **ω**, la caractérisation de chaque classe par un **nombre omégaréel τ** élément de **[0, 1]**, montre au passage que la suite des **ordinaux** de de **0** à **ω** est aussi **continue** que le **segment [0, 1]**, autrement dit, une fois encore, que la notion actuelle d'**ordinal limite** n'est pas conforme à la logique des **nombres**. Que ce soit sur l'**intervalle [0, 1]** ou sur l'**intervalle [0, ω]**, tous les **nombres** sont obtenus par **itération** de **0**.



mme déjà dit, les **nombres entiers** ou **ordinaux** de **0** à **ω** sont les **ω itérations** de l'**unit 1**, c'est-à-dire les **ω itérations** du **segment** de **longueur 1**, ce **segment 1** ou l'**unit 1** étant lui-même les **ω itérations** du **0**, autrement dit du **segment** de **longueur 0**.

Tous les **réalis** jusqu'à ω^α sont **autorationnels**. En effet: $(\omega^\alpha)^0 = \omega^{0\times\alpha} = \omega^0 = 1$. Le **réali ω^Δ** n'est pas **autorationnel**. En effet, $(\omega^\Delta)^0 = (\omega^{\Delta\times 0}) = \omega^\delta = 1 + \delta \ln(\omega) = 1 + \delta\Lambda$. Les **réalis** ω, ω^2, ω^3, ω^4, …, ω^λ, …, sont **autorationnels**. Avec donc ω^α, les **réalis** sont encore **autorationnels**, et même $\omega^{\alpha+1}$, $\omega^{\alpha+2}$, $\omega^{\alpha+3}$, …, $\omega^{2\alpha}$, $\omega^{3\alpha}$, $\omega^{4\alpha}$, etc., car α, $\alpha+1$, $\alpha+2$, $\alpha+3$, …, 2α, 3α, 4α, etc., sont encore **initiaux**, même si, conventionnellement, **α** est choisi comme le **dernier réali initial** et le **premier réali intermédiaire**. Mais avec ω^Δ (étant entendu que **Δ** est infiniment supérieur à **α**), ils commencent à ne plus l'être. Et avec ω^ω, comme on l'a déjà vu, ils ne le sont franchement plus.

v) Soit un **réali τ** (on rappelle que cela signifie un **nombre τ** tel que: $0 \le \tau \le 1$) et $\eta = 1/\tau$ son **inverse**. On dit que **τ** vérifie l'**alphanité** ou que **τ** vérifie les **propriétés alphanes**, avec une **valeur de fausseté** de **τ**, et une **valeur de vérité** de $1 - \tau$, si l'on a les **propriétés** suivantes:

→ $1 + \tau = 1$; on dit que **τ** est **onitif** par rapport à 1 ou que **τ** vérifie l'**onitivité**;

→ $\tau + \tau = \tau$; on dit que **τ** vérifie l'**auto-additivité**;

→ $\tau \times \tau = \tau$; on dit que **τ** vérifie l'**auto-multiplicativité**;

$\rightarrow$ $\tau^{1/\tau} = \tau$, ou: **aupv(τ) =** τ; on dit que τ vérifie l'**auto-exponentiativité versitique**.

Ces propriétés alphanes sont celles qui traduisent l'idée que τ est l'**élément neutre** de l'**addition**. Par définition, τ vérifie tout cela avec une **valeur de fausseté** qui est par définition de τ, et une **valeur de vérité** qui est de **1 – τ**. Cela veut dire que plus τ est petit, moins ces propriétés sont **fausses** et plus elles sont **vraies** (on détaillera la question de la valeur de vérité selon la nouvelle vision, avec la notion de **finitude** et d'**infinitude**).

Si **τ = 0**, on a:
$\rightarrow$ **1 + 0 = 1** ; **onitivité** de **0**;
$\rightarrow$ **0 + 0 = 0** ; l'**auto-additivité** du **0** ;
$\rightarrow$ **0 × 0 = 0** ; l'**auto-multiplicativité** de **0**;
$\rightarrow$ $\mathbf{0^{1/0} = 0^{\omega} = 0}$, ou: **aupv(0) = 0**; l'**auto-exponentiativité versitique** de **0**.

C'est avec le **0**, en l'occurrence le **0 absolu**, que la **véracité** des ces **propriétés alphanes** est maximale. La **fausseté** est alors **0** et la **véracité** est **1 – 0 = 1**.

Mais avec l'**infinitésimal δ**, cela donne :
$\rightarrow$ **1 + δ = 1** ; l'**onitivité**;
$\rightarrow$ **δ + δ = 2δ = δ** ; l'**auto-additivité**;
$\rightarrow$ **δ × δ = 0 = δ** ; l'**auto-multiplicativité**;
$\rightarrow$ $\mathbf{\delta^{1/\delta} = \delta^{\Delta} = 0 = \delta}$, ou: **aupv(δ) = δ**; l'**auto-exponentiativité versitique**.

On voit alors que la **véracité** de l'**alphanité** avec **δ** n'est pas parfaite, mais reste excellente. Elle conduit à, l'**égalité**: **0 = δ**, et on voit que l'on commet une **erreur** de δ, en affirmant cette **identité** (l'**équivalence** est toujours vraie, mais c'est l'**identité** qui a une **erreur** de δ). La **véracité** de ces propriétés est donc de **1 – δ**.

Avec **τ = θ**, cela donne:
$\rightarrow$ **1 + θ = 1** ; l'**onitivité**;
$\rightarrow$ **θ + θ = 2θ = θ** ; l'**auto-additivité**;
$\rightarrow$ $\mathbf{\theta \times \theta = \theta^2 = \theta}$; l'**auto-multiplicativité**;
$\rightarrow$ $\mathbf{\theta^{1/\theta} = \theta^{w} = 0 = \theta}$, ou: **aupv(θ) = θ**; l'**auto-exponentiativité versitique**.

L'**erreur** dans ce cas est de **θ**, et la **véracité** est **1 – θ**.

Avec $\mathbf{\tau = 0.1 = 10^{-1}}$, cela donne:
$\rightarrow$ **1 + 0.1 = 1** ; l' **onitivité**;
$\rightarrow$ **0.1 + 0.1 = 0.2 = 0.1**; l'**auto-additivité**;
$\rightarrow$ **0.1 × 0.1 = 0.01 = 0.1** ; l'**auto-multiplicativité**;
$\rightarrow$ $\mathbf{0.1^{1/0.1} = 0.1^{10} = 10^{-10} = 0.1}$, ou: **aupv(0.1) = 0.1**; l'**auto-exponentiativité versitique**.

L'**erreur** dans ce cas est de **0.1** ou **10%**, elle est plus grossière, et la **véracité** est **1 – 0.1 = 0.9 = 90%**. Et même dans ce cas, l'**alphanité** est vérifiée à **90%**. Avec donc $\mathbf{\tau = 0.01 = 10^{-2}}$, elle sera donc vérifiée à **99%**, et avec $\mathbf{\tau = 0.001 = 10^{-3}}$, elle sera vérifiée à **99.9%**, etc..

vi) Soit un **réali η** (on rappelle que cela signifie un **nombre η** tel que: **1 ≤ η ≤ ω**) et **τ = 1/η** son **inverse**. On dit que η vérifie l'**oméganité** ou que η vérifie les **propriétés oméganes**, avec une **valeur de fausseté** de τ, et une **valeur de vérité** de **1 – τ**, si l'on a les **propriétés** suivantes:
$\rightarrow$ **η + 1 = η** ; on dit que η vérifie l'**énitivité**;
$\rightarrow$ **η + η = η** ; on dit que η vérifie l'**auto-additivité**;
$\rightarrow$ **η × η = η** ; on dit que η vérifie l'**auto-multiplicativité**;
$\rightarrow$ $\mathbf{\eta^{\eta} = \eta}$, ou: **aup(η) = η**; on dit que η vérifie l'**auto-exponentiativité**.

Ces propriétés expriment l'idée que h est l'**élément énitif** de l'**addition**, l'**élément absorbant**. Et là, c'est avec **η = ω**, que la **véracité** est maximale. On a:
$\rightarrow$ **ω + 1 = ω** ; l'**énitivité** de **ω** ;
$\rightarrow$ **ω + ω = ω** ; l'**auto-additivité** de **ω** ;
$\rightarrow$ $\mathbf{\omega \times \omega = \omega^2 = \omega}$; l'**auto-multiplicativité** de **ω** ;
$\rightarrow$ $\mathbf{\omega^{\omega} = \omega}$, ou: **aup(ω) = ω**; l'**auto-exponentiativité** de **ω**.

La **fausseté** de ces propriétés est alors **0** et la **véracité** est **1**. Autrement dit, ces **propriétés** équivalent à dire que **0**, l'**inverse** de ω, vérifie l'**alphanité**, et vice-versa.

Avec $\eta = \Delta$, on a:
→ $\Delta + 1 = \Delta$; l'**énitivité** de Δ ;
→ $\Delta + \Delta = 2\Delta = \Delta$; l'**auto-additivité** de Δ ;
→ $\Delta \times \Delta = \omega = \Delta$; l'**auto-multiplicativité** de Δ ;
→ $\Delta^{\Delta} = \omega = \Delta$, ou: **aup(Δ)** = Δ; l'**auto-exponentiativité** de Δ.

On voit que là, la **véracité** n'est pas aussi parfaite que pour $\eta = \omega$, mais le **nombre** Δ est suffisamment grand pour que le considérer comme **omégan**, c'est-à-dire comme **infini absolu**, soit une excellente approximation, la même que de dire que δ vérifie l'**alphanité**, c'est-à-dire de prendre δ pour le **0 absolu**.

Avec $\eta = w$, on a:
→ $w + 1 = w$; l'**énitivité** de **w** ;
→ $w + w = 2w = w$; l'**auto-additivité** de **w** ;
→ $w \times w = w^2 = w$; l'**auto-multiplicativité** de **w**;
→ $w^w = \omega = w$, ou: **aup(w) = w**; l'**auto-exponentiativité** de **w**.

Le **réali w**, qui est un **petit modèle** de ω, en l'occurrence le **modèle** ω_{-1}, selon les définition des **modèles** posées dans le schéma de **structure fractale** précédent, est une très bonne approximation de ω, et son **inverse**, θ, est une très bonne approximation du **0 absolu**. Dire que **w** vérifie l'**oméganité**, c'est dire que θ vérifie l'**alphanité**, et vice-versa.

Et de même, dire que $\eta = 10$ vérifie l'**oméganité**, c'est dire que **0.1** vérifie l'**alphanité**, etc.. La **valeur de vérité** est par définition la même.

Nous allons à présent calculer les **paramètres** de **structure numérique** précédents en partant d'un **réali w**. On parle ici d'un **réali w** quelconque, jouant le rôle de l'**infini** $w = \omega_{-1}$. On considère un **système de numération** de **base** $a \geq 2$ (les **bases 1** et **0** ont maintenant un sens aussi, mais sont triviales). Le **nombre a** sert aussi de valeur de départ du **paramètre w**. Autrement dit: $\omega_{-1} = w = a$. On prend $a = 10$, l'habituel **système de numération décimale**.

Avec cela, découvrons **itération** après **itération**, avec donc ω_0, ω_1, ω_2, ω_3, etc., la logique de la **structure des nombres**, ce qui éclaire toutes les notions déjà vues et celles à venir.

→ Avec $\omega_{-1} = w = 10$, nous sommes donc à l'**itération –1**. Son **audoracine** est: $\omega_{-2} = v = \text{aur}(10) = 2.51$. Autrement dit: $\omega_{-1} = \omega_{-2} \wedge \omega_{-2} = w = v^v = 2.51^{2.51} = 10$. On a: $0_{-1} = \theta = 0.1$, et $0_{-2} = 1/v = 1/2.51 = 0.4$.

A l'**itération –1**, le **paramètre** Δ est: $\Delta_{-1} = \sqrt{10} = 3.16$. La **partie intermédiaire** mesure donc: $\omega_{-1} - 2\Delta_{-1} = 3.66$. Pour cette valeur de l'**infini** ω qui est **10**, les **parties initiale**, **intermédiaire** et **finale** de la **droite des réalis** sont du même ordre de grandeur. Mais ce sera une toute autre affaire dès déjà l'**itération 0**, où alors ce sont au contraire les **parties initiale** et **finale** qui commenceront à devenir **infinitésimales** comparées à la **partie intermédiaire**, qui couvre pratiquement toute la **droite des réalis**.

Et maintenant, à l'**itération 0**, on a: $\omega = \omega_0 = w^w = 10^{10} = 10\,000\,000\,000$. Le **nombre infinitésimal** θ vaut alors: $\theta = 0.1$. Le **0 absolu** à ce stade vaut: $0_0 = 10^{-10} = 0.000\,000\,0001$. Ce **nombre** représente la plus petite quantité qui est **itérée** pour former tous les **réalis** de ce stade. C'est en quelque sorte la **résolution** de la **structure**, son **plus petit quantum**, pour employer un langage de **physique quantique**. A ce stade de l'**itération 0**, tout **réali inférieur** ou **égal** à 0_0, par exemple 10^{-15}, est équivalent au **0 absolu**. Autrement dit, on ne connaît pas de **quantum** plus petit que la valeur du **0 absolu** à l'**itération** considérée, qui est ici: $0_0 = 10^{-10} = 0.000\,000\,0001$. A ce stade, on dira donc: $10^{-10} = 0$, et à plus forte raison: $10^{-15} = 0$. Et par conséquent, une **opération** comme: $10^{-15} + 10^{-15} = 2\times10^{-15}$, équivaut à faire: $0 + 0 = 0$. Et on a: $1 + 10^{-15} = 1$, ce qui veut dire que l'on considère que l'on fait: $1 + 0 = 1$. Autrement dit, les **réalis** plus petits que 0_0, sont (en parlant évidemment de ce stade de l'**itération 0**), sont des **éléments neutres** de l'**addition**, sont **auto-additifs**, auto-**multiplicatifs**, etc., bref vérifient l'**alphanité**.

Le signe « = » est alors l'**équivalence** et non pas l'**identité**. Cela signifie que l'**égalité**: $10^{-10} = 0$, qui signifie que 10^{-10} et **0** sont **équivalents**, n'exclut pas en même temps la **différence**: $10^{-10} \neq 0$, qui signifie que 10^{-10} et **0** ne sont pas **identiques** (c'est l'**identité** seulement qui est niée, et pas l'**équivalence**), qu'ils sont deux **nombres différents**, **distincts**.

De même, à ce stade de l'**itération 0**, tout **réali** plus grand que ω_0, par exemple 10^{20}, est équivalent à **ω absolu**. On ne connaît donc pas d'**infini** plus grand que ω_0, et donc tout ce qui est supérieur à ω_0 est assimilé à **ω**. Par exemple: $10^{10} = \omega$, et à plus forte raison: $10^{20} = \omega$. Et ces **réalis** vérifient donc l'**oméganité**.

A l'**itération 0**, l'**infini** Δ est: $\Delta_0 = 10^5 = 100\ 000$. Et donc l'**infinitésimal** δ est alors: $\delta_0 = 10^{-5} = 0.00\ 001$. Avec maintenant $\omega = \omega_0 = 10^{10} = 10\ 000\ 000\ 000$ et $\Delta = \Delta_0 = 10^5 = 100\ 000$, la **partie intermédiaire** vaut: $10\ 000\ 000\ 000 - 2 \times 100\ 000 = 9999800000$, et elle commence à représenter la plus grande partie des **réalis**. Et ceci s'accentuera encore plus avec les **itérations** suivantes.

Et maintenant, ce que nous appelons les **réalis onigrades**, ce sont simplement ici les **nombres réels** de θ à **w**, par pas de θ, qui est $\theta = 0.1$ à l'**itération 0**. A eux, il faut ajouter le **grand zéro O**, le **0 absolu**, c'est-à-dire ici 0_ω, le **0** à l'**itération ω**, l'**ultime infini** donc l'**ultime 0**. C'est d'ailleurs ce 0_ω, qui est l'oeuvre dans l'écriture « **100 000** » ou « **0.1** » par exemple. A ne pas confondre donc avec le **0** à l'**itération 0**, à savoir: $0_0 = 10^{-10} = 0.000\ 000\ 0001$.

Les **réalis onigrades** sont donc: **0, 0.1, 0.2, 0.3, …, 0.9, 1, 1.1, 1.2**, etc., jusqu'à **10**. Et le **0** en tête est donc le grand **zéro O**, à savoir donc 0_ω. Ce sont donc les éléments de l'ensemble $\mathbf{R}^+$ à cette **itération 1**.

L'**ensemble** des **entiers naturels** est alors à ce stade: $\mathbf{N}_0 = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}_{oni}$, ce sont par définition les **entiers onigrades** ou **onitiaux** à ce stade de l'**itération 0**. L'**ensemble** des **entiers naturels initiaux** est quant à lui par définition: $\mathbf{N}_0 = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \ldots, \Delta_0\}_{ini} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \ldots, 100\ 000\}_{ini}$. Et les **réalis initiaux** sont quant à eux tous les **réalis** obtenus en partant du **0 absolu**, et en ajoutant à chaque fois $0_0 = 10^{-10} = 0.000\ 000\ 0001$. Autrement dit, tous les **nombres** de **0** à **100 000** par pas de **0.000 000 0001**, donc: **0, 0.000 000 0001, 0.000 000 0002, 0.000 000 0003, …, 0.000 000 0009, 0.000 000 00010, 0.000 000 0011, 0.000 000 0012**, etc., jusqu'à **100 000**. C'est l'**ensemble** $\mathbf{R}^+$ à ce stade, mais en parlant de **réels initiaux**. Autrement dit, l'**ensemble** des **nombres réels positifs initiaux** (les **réalis initiaux** donc), à la différence de l'**ensemble** des **nombres réels positifs onigrades** ou **onitiaux** (les **réalis onigrades** donc).

A ce stade, que ce soit sa version **onigrade** ou sa version **initiale**, l'ensemble $\mathbf{R}^+$ est juste embryonnaire. Mais cela va changer très vite avec les prochaines **itérations**. Et voici maintenant l'intérêt des **nombres onigrades**.

vii) Tous les **nombres** dont le **réali** est de la forme $a\theta$, où **a** est un **nombre onigrade non nul** (c'est-à-dire les **réalis onigrades** sauf le **O** choisi comme le **0 absolu**), sont dits de l'**ordre de grandeur** de θ. Et ceux dont le **réali** est de la forme $a\delta$, où **a** est un **nombre onigrade non nul**, sont dits de l'**ordre de grandeur** de δ. De manière générale, étant donné un **réali r**, tous les **nombres** dont le **réali** est de la forme **ar**, où **a** est un **nombre onigrade non nul**, sont dits de l'**ordre de grandeur** de **r**. Ainsi, les **nombres onigrades non nuls** eux-mêmes sont de l'**ordre de grandeur** de **1**, qui est le **nombre onigrade** par excellence, et aussi le **nombre initial** par excellence, et le **nombre « fini »** par excellence.

Et les **nombres onigrades** veulent dire aussi que si l'on veut considérer les **polynômes** d'**indéterminée** ω ou construire des **espaces vectoriels** dont les **vecteurs de base** sont les ω^p, alors aussi bien les **coefficients** ou **scalaires** que les **exposants p** doivent être des **nombres** dont le **réali** est **onigrade**. Ainsi, on est certain que tous les termes de la forme $a\omega^p$, où **a** est donc un **nombre orienté** dont le **réali** est **onigrade**, sont bien de l'**ordre de grandeur** de ω^p, ce qui assure l'**indépendance linéaire** des **vecteurs** décomposés suivant les ω^p. Sans cela, si par exemple le **coefficient a** possède un **réali** trop petit par rapport à θ, par exemple de l'**ordre de grandeur** du **0** au stade de l'**itération** courante, à savoir: $0 = \omega^{-1} = 10^{-10} = 0.000\ 000\ 0001$, alors $a\omega^p$ devient de l'**ordre de grandeur** de ω^{p-1}, ce qui veut dire que l'**indéterminée** change de **degré** ou que le **vecteur de base** ω^p change. Et si par contre le **coefficient a** possède un **réali** trop grand par rapport à **w**, si bien que ce **réali** devient de l'**ordre de grandeur** de $\omega = 10^{10} = 10\ 000\ 000\ 000$, alors $a\omega^p$ devient de l'**ordre de grandeur** de ω^{p+1}, et là encore le **degré** change. Mais avec comme **coefficients** ou **scalaires** des **nombres** de **réali onigrade**, les **degrés** ne sont pas affectés et alors la logique des **polynômes** ou des **espaces vectoriels** se déroule comme à l'accoutumé, comme on aura l'occasion de le voir dans la partie B.

A cette **itération 0** se dessine déjà grandement la **structure des réalis**, et par conséquent la **structure** des **réalis orientés**, la **structure** donc de tous les **nombres**. Nous pouvons maintenant passer à l'**itération 1**.

On a: $\omega_1 = \omega_0 \wedge \omega_0 = \omega_0^{\omega 0} = 10^{10} \wedge 10^{10} = 10 \wedge 10^{11} = 10^{100\,000\,000\,000}$, qui est donc la valeur de l'**infini absolu** ω à l'**itération 1**, quand la valeur initiale du **paramètre w** ou ω_{-1} est **10**. Et alors, c'est ω_0 ou 10^{10} qui joue maintenant le rôle de l'**infini w**. Et là on entre dans un tout autre univers de grandeur! Le **0 absolu** à cette **itération 1** est: $0_1 = 1/\omega_1 = 10^{-100\,000\,000\,000}$. A ce stade donc, c'est lui qui, en partant du **0 absolu**, et en l'ajoutant à chaque fois, **génère** tous les **réalis** de cette **itération**, dont en particulier les **réalis initiaux**. Et la **résolution** ici est incomparablement plus fine que celle de l'**itération 0**. Les **éléments** de l'**ensemble** $\mathbf{R}^+$ se construisent donc en ajoutant à chaque fois un même **quantum** qui est le **0 absolu** à l'**itération** considérée, ici donc $0_1 = 10^{-100\,000\,000\,000}$. Les **éléments** ainsi construits sont ce que j'appelle des **générescences** ou des **informations unaires** d'**unit** 0_1, comme nous avons déjà commencé à en parler et comme nous parlerons par la suite, notamment dans les parties B et C. L'ensemble $\mathbf{R}^+$a déjà ainsi une autre allure.

Le **1 absolu** est à cette **itération**: $1_1 = 1 + 0_1 = 1 + 10^{-100\,000\,000\,000}$. Cela signifie que si l'on veut calculer le **nombre e** à cette **itération**, ce sera: $e_1 = 1_1^{\omega 1} = (1 + 0_1)^{\omega 1}$, et de manière générale, on a : $e_n = 1_n^{\omega n} = (1 + 0_n)^{\omega n}$. Et e_1 est alors déjà pratiquement le **nombre absolu**: **e = 2,718281828459045235360287471352...**.

A l'**itération 1**, le **paramètre** Δ est: $\Delta_1 = \sqrt{\omega_1} = 10^{50\,000\,000\,000}$. Et par conséquent, le **paramètre** δ est: $\delta_1 = \sqrt{0_1} = 10^{-50\,000\,000\,000}$. Et on peut vérifier que la quasi totalité des **réalis** est maintenant dans la **partie intermédiaire**.

La **partie initiale** est elle aussi gigantesque, elle n'a déjà plus rien à voir avec ce qu'elle était à l'**itération 0**! A l'**itération 1**, l'**ensemble N** des **nombres entiers naturels** est: $\mathbf{N}_1 = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \ldots, 10^{10}\}_{oni} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \ldots, 10000000000\}_{oni}$ pour ce qui est des **entiers onigrades** ou **onitiaux**. Sa définition générale est: $\mathbf{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \ldots, w\}_{oni}$. Et cet **ensemble** est: $\mathbf{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \ldots, \Delta\}_{ini}$, pour ce qui est des **entiers initiaux**, donc ici: $\mathbf{N}_1 = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \ldots, \Delta_1\}_{ini} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \ldots, 10^{50\,000\,000\,000}\}_{ini}$. De manière générale, on a: $\mathbf{N}_n = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \ldots, \omega_{n-1}\}_{oni}$, pour les **entiers onigrades** (ou **onitiaux**), et: $\mathbf{N}_n = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \ldots, \Delta_n\}_{ini}$, pour les **entiers initiaux**.

On a maintenant un **ensemble N** plus que respectable à cette **itération 1** seulement, et par conséquent les autres **ensembles** dépendants: **Z**, **Q**, **R**, **C**, etc..

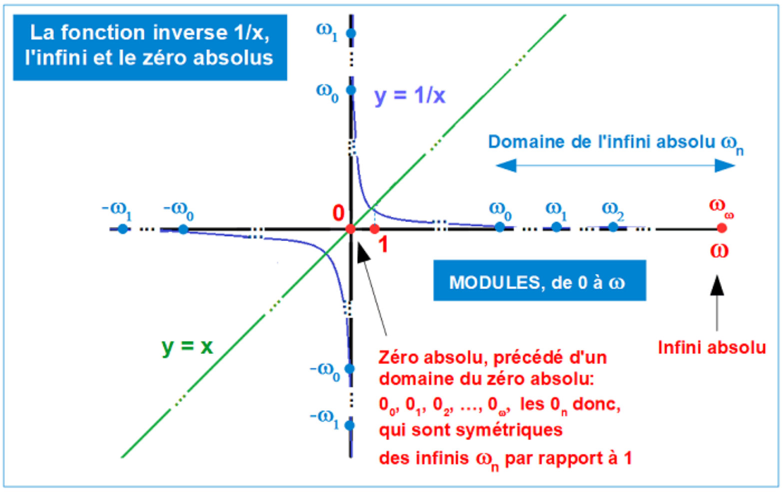
Et maintenant, à l'**itération 2**, on a: $\omega_2 = \omega_1 \wedge \omega_1 = \omega_1^{\omega 1} = 10^{100\,000\,000\,000} \wedge 10^{100\,000\,000\,000} = 10 \wedge 10^{100\,000\,000\,0011}$, qui est donc la valeur de l'**infini absolu** ω à cette l'**itération 2**. Et là c'est une toute autre histoire, ainsi que la valeur du **0 absolu** à cette **itération**, à savoir: $0_2 = 1/\omega_2$.

Et ainsi de suite pour toutes les **itérations**, le **grand terminus** étant atteint quand on aura un **nombre infini** Ω tel que: $\Omega = \omega_\Omega$. L'existence d'un tel **infini** Ω est assurée par la **Loi de l'Horizon Oméga**. Il suffit de constater que pour un **ordinal n**, on a **TOUJOURS**: $n \neq \omega_n$, et plus précisément: $n < \omega_n$. Par exemple: $-1 < \omega_{-1}$, c'est-à-dire: $-1 < w$. Puis on a: $0 < \omega_0$, et: $1 < \omega_1$, et: $2 < \omega_2$, etc.. Ainsi donc, un **indice n** n'est **JAMAIS** égal (et a fortiori supérieur) à l'**infini** ω_n, qu'il sert à définir. Et (on le rappelle), la **Loi de l'Horizon Oméga** (qui est une loi de logique) dit que : **« Est toujours vrai » = « Est faux à l'infini »**, ou (ce qui revient au même): **« N'est jamais vrai » = « Est vrai à l'infini »**. Autrement dit, il existe un certain **horizon infini**, où ce qui est **toujours vrai devient faux**, et où ce qui **n'est jamais vrai devient vrai**.

Appliquée ici, cette **Loi de l'Horizon Oméga** signifie que dire que cette expression: $n \neq \omega_n$, ou: $n < \omega_n$, est **TOUJOURS vraie**, c'est dire qu'elle devient **fausse** à un certain **horizon infini n**, où l'on a alors: $n = \omega_n$. Cet **horizon n** est alors le terminus du processus de **récurrence** que nous avons effectué, et cet **horizon n** est précisément celui que nous nommons Ω. A cet **horizon** donc, on a: $\Omega = \omega_\Omega$, que nous préférons écrire par économie : $\omega = \omega_\omega$. Il ne faut pas alors confondre la **fonction** « ω » **indexée** par **n** pour donner ω_n, avec le **nombre n**, qui prend la valeur Ω, que nous appelons par économie ω. Dans « $\omega = \omega_\omega$ », il y a donc la **fonction** «ω» et le **nombre** «ω». Mais comme tout est fondamentalement un **nombre** (on le montrera dans la partie C), on a donc simplement le même ω dans deux rôles différents. C'est du reste lui qui joue tous les rôles.

En tout cas, l'**égalité**: $\Omega = \omega_\Omega$, ou l'**égalité**: $\omega = \omega_\omega$, signifie qu'on a atteint un **terminus**, où désormais les ω_n sont un même **nombre**, appelé Ω en majuscule, ou ω en minuscule. En effet, on a par exemple: $\omega_{\omega\omega} = \omega_\omega = \omega$. Ou si l'on préfère: $\omega_{\omega\Omega} = \omega_\Omega = \Omega$. Cela veut dire que pour tout **indice n** supérieur à Ω, le **nombre** ω_n **ne change plus**. Par conséquent aussi, en vertu de la même **Loi de l'Horizon Oméga**, dire « **ne change plus** », c'est dire que **cela change** à un certain autre **horizon infini**, et là c'est une autre histoire. Mais nous nous limitons pour l'instant à ce qui se passe à l'**horizon Ω**, le **terminus** du **processus de récurrence** courant.

Nous avons démarré les **infinis** ω_n avec ω_0 choisi arbitrairement, avec la seule condition qu'il soit au moins égal à **256**, ce qui veut dire **w** doit être au moins égal à **4**. Mais en un sens plus spécifique et plus précis, les ω_n et surtout ω_0, sont définis en très étroite relation avec la très importante **fonction inverse** ou **versi**, à savoir: **versi(x) = 1/x**.



Comme dit au début, ω_0 est par définition le tout premier **horizon infini** pour lequel la **courbe** de la **fonction inverse**, pour les **abscisses** de **0** à **ω**, qui descend ou décroît, comme on le voit, « touche » l'**axe des abscisses**. Et une fois que la **courbe** touche l'**axe**, elle devient parallèle à l'axe, se confond avec elle. Autrement dit, ω_0 représente la toute première **solution** de l'**équation**: **versi(x) = 0** ou: **1/x = 0**. Concrètement et en pratique, cette **solution** ω_0 signifie simplement qu'étant donné que **1/x** est de plus en plus petit quand **x** est de plus en plus grand, nous devrons tôt ou tard décider qu'une certaine valeur ω_0 est **suffisamment grande**, **tellement grande**, que nous l'appelons l'« **infini** », et du coup $1/\omega_0$ est appelé « **zéro** », cela devient la toute première valeur inaugurant la catégorie des **nombres zéros**, et ce **premier zéro** est noté 0_0.

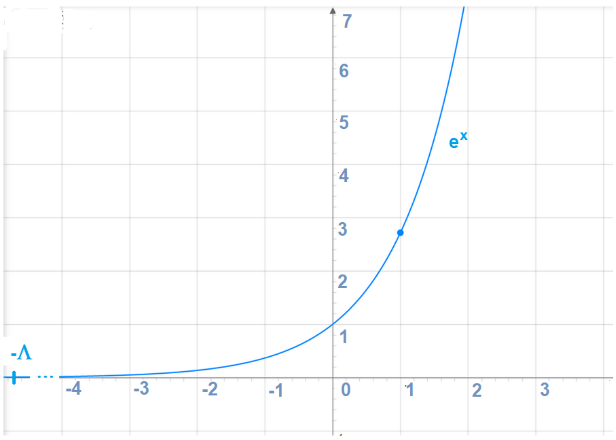
La question n'est donc pas tant de savoir si l'**équation**: **1/x = 0** a ou non **au moins** une **solution**, mais de savoir si NOUS VOULONS ou non lui donner **au moins** une **solution**. Et si nous lui en donnons au moins une, alors du coup elle en a toute une **infinité** à partir de celle-là. Beaucoup de questions des sciences classiques, notamment les questions impliquant l'**Infini** et son acolyte le **Zéro**, sont du genre: « **La solution existe-t-elle ou n'existe-t-elle pas ?** », alors que ces questions spéciales nous invitent simplement à **CRÉER les solutions** en question. Contrairement à d'autres questions qui ne nous donnent pas le choix, celles-là nous laissent libres, elles nous laissent la main, mais quant à nous, nous ne prenons pas la main, mais cherchons des « **solutions** » clef en main. Et quand, parce que nous **nions** l'**Infini Oméga** et donc ne trouvons pas les **solutions** reposant sur lui et sur son paradigme (car l'**Infini Oméga** nous dit que c'est en fait à nous de **CRÉER la solution** en utilisant ses **propriétés** d'**Infini**, comme par exemple l'**oméganité**: l'**énitivité**, l'**auto-additivité**, l'**auto-multiplicativité**, l'**auto-exponentiativité**, etc., et à défaut l'« **arme absolue** », l'«**arme anti-impossibilité**», à savoir la **Loi de l'Horizon Oméga**), quand donc de notre propre fait nous ne trouvons pas les **solutions** cherchées, nous déduisons que ces questions n'« **ont pas de solutions** » ou qu'elles sont « **indécidables** ».

Pour la conception traditionnelle des **nombres** donc, cette **équation**: **1/x = 0** **n'a pas** de **solution**, ou en tout cas pas de **solution réelle**. Car, étant donné que **0** n'est pas **inversible** dans l'habituelle **théorie des corps**, et donc dans l'**ensemble R** des **nombres réels** (au sens classique des **nombres réels**), il n'existe donc aucun **nombre réel x** tel que: **1/x = 0**. En effet, en faisant: **1/1**, **1/2**, **1/3**, **1/4**, etc., même si le résultat tend vers **0**, il est **TOUJOURS différent de 0**, on a donc **TOUJOURS**: **1/x ≠ 0**, et donc **JAMAIS**: **1/x = 0**.

Et une fois encore, là où se manifeste un « **TOUJOURS** » ou un « **JAMAIS** », là aussi s'impose forcément la **Loi de l'Horizon Oméga**, la **loi anti-« impossibilité »**. Dire donc que: **1/x = 0** **n'est JAMAIS vrai** pour **aucun réali** (entendant par là « **aucun réali fini** »), revient à dire que cela devient **vrai à l'infini**, donc pour un certain **réali infini**, celui que nous appelons précisément ω_0. Et alors cela **restera vrai** pour les **réalis** après ω_0, comme par exemple: ω_0+1, ω_0+2, ω_0+3, etc., et cela sera vrai pour: $2\omega_0$, $3\omega_0$, $4\omega_0$, …, ω_0^2, …, ω_0^3,..., ω_0^4, etc., qui sont tous plus grands que ω_0. Donc si **$1/\omega_0 = 0$**, alors à plus forte raison pour les réalis supérieurs à ω_0. Et en particulier, les **réalis infinis** que nous définis par la formule: $\omega_{n+1} = \omega_n \wedge \omega_n = \omega_n^{\omega_n}$, tous plus grands que ω_0, donc **tous** vérifiant: **$1/\omega_n = 0$**. Et une fois encore, le « **tous** » ou le « **tous les ω_n** » cache un nouveau « **TOUJOURS** », qui, en raison de la même **Loi de l'Horizon Oméga**, doit prendre fin à un certain **horizon oméga**, qui est une fois encore précisément celui que nous avons appelé ω_Ω ou ω_ω.

L'existence de ces **solutions** à l'**équation**: **$1/x = 0$**, entraîne à son tour l'existence des solutions pour d'autres équations réputées « impossibles ». Comme par exemple, pour un **nombre positif a** strictement plus grand que **1**, par exemple **a = 10**, trouver un **nombre positif x** tel que: **$a^{-x} = 0$**. On sait que plus **x** est grand, plus a^{-x}, qui est $1/a^x$, est petit, et tend vers **0**, car alors a^x tend vers l'**infini**. Par exemple: **$10^{-x} = 1/10^x$**, tend vers **0** quand **x** tend vers l'**infini**. Mais la dans conception classique, cette quantité, si petite soi-elle, **n'est JAMAIS 0**.

Mais le fait que l'**équation**: **$1/x = 0$** ait **au moins** une **solution**, en l'occurrence **$x = \omega_0$**, entraîne automatiquement que l'**équation**: **$10^{-x} = 1/10^x = 0$**, ait **au moins** une **solution** aussi. Pour trouver celle-ci on peut lui appliquer directement la **Loi de l'Horizon Oméga**. Mais comme nous l'avons déjà fait pour l'**équation**: **$1/x = 0$**, et que nous connaissons ses **solutions**, il n'est plus nécessaire de la faire ici, il suffit d'utiliser ces solutions pour déduire les nouvelles. Puisqu'on a par exemple: **$1/\omega_0 = 0$**, et qu'il faut trouver **x** tel que: **$1/10^x = 0$**, alors la **solution** est trouvée en faisant: **$10^x = \omega_0$**. Et alors la résolution de cette **équation** est connue, elle est très facile, elle est: **$x = \log_{10}(\omega_0)$**, c'est-à-dire le **logarithme** en **base 10** de ω_0. Et de manière générale, **$x = \log_{10}(\omega_n)$**, est solution, mais aussi par exemple: **$x = \log_{10}(\omega_n+1)$**, **$x = \log_{10}(\omega_n+k)$**, **$x = \log_{10}(k\omega_n)$**, etc., où **k** est un **réali** supérieur ou égal à **1**. Le nombre **$\log_{10}(\omega_0)$** sera noté **$\Lambda_{10,\, n}$**, et appelé l'**horizon logarithmique** en **base 10**, à l'**itération n**. L'**horizon logarithmique** en **base a**, à l'**itération n**, est **$\Lambda_{a,\, n}$**. Sans autre précision, **Λ_a** signifiera **$\Lambda_{a,\, 0}$**. Cela signifie alors qu'on s'intéresse spécialement à la **solution** associée à **ω_0**. Et si en plus **a** est **e**, la **base** du **logarithme naturel**, alors **Λ_e** est simplement noté **Λ**.

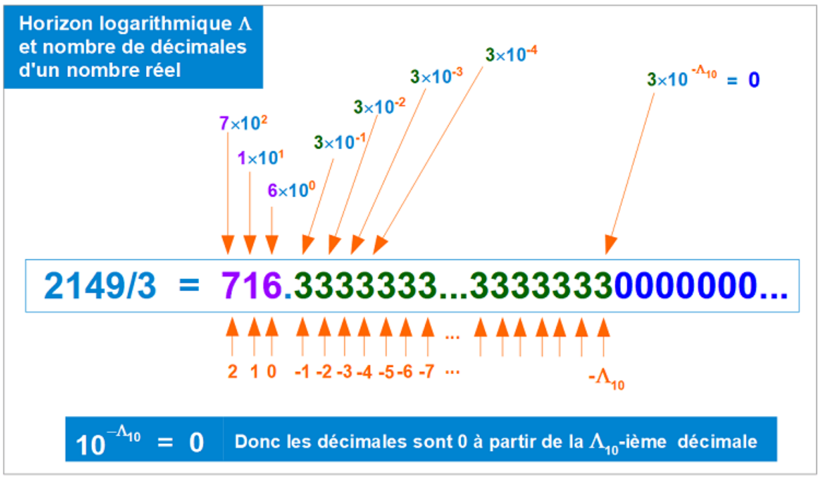


Comme on l'a déjà vu et comme on en reparlera, l'**horizon Λ** est le nombre tel que: **$e^\Lambda = \omega$**, et donc tel que: **$e^{-\Lambda} = 0$**. Le **ω** et le **0** sous entendus dans ces **égalités** sont donc ω_0 et 0_0, s'il n'y a aucune autre précision.
C'est donc la **fonction inverse** qui détermine l'**infini** **ω_0** qui initie la **récurrence** des **ω_n**. Et à leur tour ces **ω_n** induisent d'autres **récurrences**, comme celle des **Λ_n** ou autres.

On a la relation: **$\Lambda_a = \log_a(\omega) = \ln(\omega) / \ln(a) = \Lambda_e / \ln(a) = \Lambda / \ln(a)$**.
Relation qui sous-entend par défaut à l'**itération 0**, mais qui se décline à toute **itération n**:
$\Lambda_{a,\, n} = \log_a(\omega_n) = \ln(\omega_n) / \ln(a) = \Lambda_{e,\, n} / \ln(a) = \Lambda_n / \ln(a)$.

Avec donc le **paramètre Λ** (mais aussi d'autres **paramètres**, comme par exemple aussi Δ), veillons à distinguer quand l'**indice a** de **Λ_a** désigne la **base logarithmique**, de quand l'**indice n** de **Λ_n** désigne le **numéro** ou l'**ordinal** de l'**itération**. S'il y a ambiguïté, on la lèvera en disant simplement **$\Lambda_{a,\, n}$**.

Il nous faut maintenant donner le sens du paramètre **Λ_a**, associé à une **base logarithmique a** donnée, notamment quand **a** est aussi la **base** d'un **système de numération**, comme par exemple **a = 2** (**système binaire**) ou **a = 10** (**système décimal**). Dans ce cas **Λ_a** représente exactement le **nombre de décimales** (de **chiffres après la virgule**) qu'ont les **réalis** quand ils sont écrits dans ce **système de numération** de **base a**, et pour l'**itération n** considérée, et à défaut à l'**itération 0**. Ainsi, **Λ_{10}** (à comprendre ici **$\Lambda_{10,\, 0}$**) est le **nombre de décimales** (c'est-à-dire de **chiffres après la virgule**) des **réalis** écrits en **numération décimale** (c'est-à-dire en **numération de base 10**).



Cela signifie que pour le **système de numération décimale**, il est inutile de considérer les **chiffres** au-delà de la **Λ_{10}-ième décimale**, puisque par définition on a: **$10^{-\Lambda_{10}} = 0$**. Cela équivaut à dire qu'à partir de **Λ_{10}-ième décimale**, tous les chiffres du **réali** en question sont le **0 absolu**. Cela signifie que contrairement à ce que les conceptions classiques affirment, le **nombre de décimales** d'un **nombre réel** est toujours **limité** (il est **limité** à en **numération de base 10**), et par conséquent la distinction habituelle que l'on fait entre « **nombre rationnel** » et « **nombre irrationnel** » est inexacte. Tous les **nombres réels** sont en fait **rationnels**, il faut aller au-delà des **horizons logarithmiques** pour s'en apercevoir. Pour un **système de numération** en **base a**, à, cause de l'**égalité**: **$a^{-\Lambda_a} = 0$**, tous les **chiffres** à partir du **Λ_a-ième chiffre** sont **0**.

Par exemple, en **système de numération** de **base 10**, à l'**itération 1**, **ω** est: **$\omega = \omega_1 = 10^{100\,000\,000\,000}$**. Par conséquent, **$\Lambda_{10} = 100\,000\,000\,000$**. A cette **itération** donc, les **nombres** auront **100 000 000 000** de **décimales**, et il n'est donc pas nécessaire de les exprimer avec plus de **décimales**, puisque la **100 000 000 000-ème décimale** ou **chiffre c** sera associée à la **puissance de 10** qui est précisément **$0_1 = 10^{-100\,000\,000\,000}$**, qui est le **0 absolu** à cette **itération**. Autrement dit, la contribution de cette **100 000 000 000-ème décimale c** à la valeur du **réali** sera: **$c\times10^{-100\,000\,000\,000}$**, qui est au minimum **0** si **c = 0**, et au maximum **$9\times10^{-100\,000\,000\,000}$**, si **c = 9**, qui est donc de l'ordre de grandeur de **$10^{-10\,000\,000\,000}$**. La contribution de la **décimale** suivante est **$c'\times10^{-100\,000\,000\,001}$**, et là, même si **c' = 9**, la contribution de cette **décimale** ne dépasse pas **$0_1 = 10^{-100\,000\,000\,000}$**. Au-delà donc de la **décimale** de numéro **Λ_{10}**, la contribution des décimales **tombe** dans le domaine du **0 absolu**, autrement dit cette contribution est **négligeable**, comme on le dit habituellement.

Et là nous sommes seulement à l'**itération 1** dans notre processus de **récurrence**. Que dire maintenant de l'**itération w** ou **itération 10**? Puis de l'**itération ω_0**? Puis de l'**itération ω_1**? Puis de l'**itération ω_2**? Et ainsi de suite? Autrement dit, on parle du **nombre ω_n**, où l'**indice n** prend pour valeurs: **w = 10**, puis **$\omega_0 = 10^{10} = 10\,000\,000\,000$**, puis **$\omega_1 = 10^{100\,000\,000\,000}$**, puis **$\omega_2$**, puis **$\omega_3$**, etc..

D'**itération** en **itération**, les **ensembles**: **N**, **Z**, **Q**, **R**, **C**, etc., sont de plus en plus **infinis**. Et avec une **résolution 0_n** de plus en plus petite aussi, les **réalis** des **nombres onigrades** balaient des **nombres réels** avec une **finesse** de plus en plus grande. Et par conséquent, les **coefficients** des **polynômes** d'**indéterminée ω**, ainsi que les **scalaires** des **espaces vectoriels**, ont une **résolution** de plus en plus grande.

Il arrivera toujours une **itération k** où les **ensembles**: **N_k**, **Z_k**, **Q_k**, **R_k**, **C_k**, etc., finiront par contenir tout élément qu'ils doivent contenir. On construit ainsi les **ensembles**: **N**, **Z**, **Q**, **R**, **C**, etc.. Et la **structure numérique** dans son **ensemble** aura toujours les **propriétés** qu'elle a à chaque **itération**. Une **propriété** embryonnaire à une **itération** donnée se développe aux **itérations** suivantes. Les **réalis** iront sans discontinuer, de **0** à **ω**, et l'**ensemble N** aura toujours un **premier élément**, **0**, et un **dernier élément**. Tous les **réalis** sont engendrés par un **plus petit réali** ou **quantum 0**, et pourtant il y aura toujours aussi des **réalis plus petits que 0**! Et bien d'autres propriétés toutes aussi extraordinaires de la **structure numérique** ainsi construite par **récurrence**, comme on dit. Et la notion de **récurrence** elle-même change dans cette nouvelle vision des **nombres**. Elle est éclairée sous un jour nouveau.

En effet, contrairement à la **récurrence** classique, qui est **initialisée**, est **héréditaire**, mais n'a pas de **terminus**, la nouvelle **récurrence** obéit entre autres à la **Loi de l'Horizon Oméga**. Elle est **initialisée** (phase **Alpha**), elle est **héréditaire**, et a maintenant aussi un **terminus** (phase **Oméga**), en raison de la **Loi de l'Horizon Oméga**. Parlons plus en détail de la question de **récurrence** maintenant.
REMARQUE *R-RONI: Récurrence et ordinaux initiaux*

R-RONI 1) Le **principe** habituel de **récurrence** consiste à dire que si une **propriété P** est vraie pour **0** et si sa véracité pour un **entier naturel n** entraîne sa véracité pour son **successeur n+1**, alors **P** est vrai pour **tout entier naturel**, autrement dit, techniquement: $[P(0) \text{ ET } \forall n(P(n) \Rightarrow P(n+1))] \Rightarrow \forall n\, P(n)$.

L'énoncé **P(0)** est appelé « **initialisation** », et justement cela a un lien avec la notion d'**ordinal initial**. Cela veut dire simplement les **ordinaux** du côte du **0**, l'**ordinal initial** de **référence**.

Et l'énoncé $\forall n(P(n) \Rightarrow P(n+1))$, qui exprime l'idée que si la propriété **P** est vraie pour un **entier n** elle vraie aussi pour son **successeur n+1**, est appelée l'**hérédité**. C'est tout simplement la transmission de la propriété **P** de **n** à **n+1**. Mais cette propriété **P** est précisément **initialisée** par **0**, donc en fait c'est cette propriété **inaugurée** par **0** qui se **transmet** ainsi, de proche en proche. La **récurrence** dit donc simplement que si **0** inaugure une **propriété P** et qu'elle se transmet d'un **entier** à son **successeur**, alors elle vraie pour tous les **entiers naturels**.

Mais certaines **propriétés**, heureusement aussi, vont s'appliquer à des **catégories** ou **classes** d'**ordinaux**. Comme par exemple la **parité** qui n'est vraie que pour les **ordinaux pairs**: **0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, …**, l'**imparité** qui n'est vraie que pour les **ordinaux impairs**: **1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, …**, et (ce que nous appelons) l'**uparité** qui est vraie pour les **ordinaux** qui sont à la fois **pairs ET impairs** (ceux qui ont l'esprit orienté vers la **négation** diront les **nombres entiers** qui ne sont ni **pairs** ni **impairs**). Et en parlant l'**uparité**, cela concerne les **ordinaux** ou **nombres entiers**, et pas les **nombres rationnels** comme **3/7**, **irrationnels** comme $\sqrt{5}$ ou π, qui ne sont pas concernés par les questions de la **parité**. On parle donc bien d'**ordinaux** ou d'**entiers naturels**, qui son à la fois **pairs ET impairs**.

La logique de **négation** dira que de tels **nombres entiers n'existent pas**, on peut très facilement démontrer par **récurrence** que tout **nombre entier naturel n** est SOIT **pair** SOIT **impair**, mais pas les deux. Mais en fait (et on va bientôt comprendre pourquoi), ce qu'on est en train de démontrer ainsi est que tout **nombre entier naturel initial**, est SOIT **pair** SOIT **impair**. La propriété **P(n)** définie par: « **Etre un ordinal pair ou impair** » ou « **Etre un nombre entier pair ou impair** », n'est pas **universelle**, elle ne caractérise pas en fait **TOUS** les **nombres entiers** ou **TOUS** les **ordinaux**, mais seulement les **initiaux**. L'**ordinal** ω par exemple, est le cas par excellence d'**ordinal** ou **nombre entier upair**, c'est-à-dire à la fois **pair ET impair**. Cela vient de ce qu'il est **dynamique**, **variable**. Et comme on le sait, si l'on se donne une **variable n** par exemple, et que l'on dit qu'elle représente un **nombre entier naturel**, un élément donc de: $N = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...\}$, si donc on ne définit la **variable** qu'avec cette propriété **P(n)** qui est: « **n est un élément de N** », la logique habituelle (celle de **négation**) va dire qu'**on ne peut pas** répondre à la question de savoir si **n** est **paire** ou **impaire**, ou encore dira que cette question est « **indécidable** » (ou « **indécidée** », ce qui est mieux...), « **indéterminée** », « **non définie** », etc.. Mais dans la nouvelle vision, **n** est parfaitement définie par la propriété: « **n est un élément de N** ». Il s'agit d'un **nombre upair**. Et à vrai dire, **n** comme **N** ne sont que d'autres manière de définir ω, de parler de lui.

R-RONI 2) Dans notre conception, en raison de la **continuité** des **nombres** que nous montrons avec la notion d'**ordinaux initiaux**, **intermédiaires** et **finaux**, on démontre ainsi avec ce **principe** que **P** est vrai pour **TOUS** les **ordinaux**, de **0** à ω. En effet, il n'y a aucune zone de **coupure** dans la suite des **ordinaux**, pas plus qu'il n'y en a sur un **segment** ou une **droite**. Comme le montre aussi le **modèle PE1**, il y a une parfaite **continuité** des **ordinaux** mais aussi des **réalis** (les **ordinaux** et tous les **nombres** ω**-réels** entre deux **ordinaux consécutifs n** et **n+1**) de **0** à ω. Ceci est dû au fait que l'**infini** ω est maintenant **normal**, il est ce qu'il devrait être.

R-RONI 3) Mais avec une notion d'**ordinal limite** ω, tel qu'on le conçoit donc avec la logique de **négation**, il n'a pas de **prédécesseurs**, donc, dans la conception classique, les **ordinaux finaux n'existent pas**! Ni même à vrai dire les **ordinaux intermédiaires**: **0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, … ,** ω. Par conséquent, dans ces conditions, le **principe de récurrence** consiste seulement à démontrer que la **propriété P** est vraie SEULEMENT pour les **ordinaux initiaux**, qui sont actuellement ceux qu'on appelle les **nombres entiers naturels**: $N = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …\}$, ou les **ordinaux finis**. Donc notre notion d'**ordinal initial** (et plus généralement de **nombre initial**) et la notion actuelle d'**ordinal fini** (et plus généralement de **nombre fini**) sont parfaitement synonymes. Quant à notre notion d'**ordinal fini** (et plus généralement de **nombre fini**), c'est une autre notion, la **finitude** et l'**infinitude**, bien plus générale et naturelle, qu'on verra plus loin.

On peut démontrer par **récurrence** que la notion actuelle de **nombre entier naturel** ou d'**ordinal fini**, et la nouvelle notion d'**ordinal initial**, sont parfaitement synonymes. En effet, considérons la **propriété E(n)** signifiant « **n est un nombre entier naturel** » ou « **n est un ordinal fini** ». Le raisonnement classique consiste à dire: **E(0)** ou **E est vrai pour 0**, c'est-à-dire **0** est un **nombre entier naturel** ou un **ordinal fini**. Et par définition des **entiers naturels** ou des **ordinaux finis**, si « **n est un nombre entier naturel** » ou un «**ordinal fini** », alors aussi « **n+1 est un nombre entier naturel** » ou un «**ordinal fini** ». Autrement dit: **∀n(E(n) ⇒ E(n+1)**. Les deux conditions, **E(0)** et **∀n(E(n) ⇒ E(n+1)**, permettent de conclure que tout **nombre entier naturel**, tout élément de **N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …}** donc, vérifie la propriété **E**, c'est-à-dire: **∀n E(n)**.

Et tout simplement, la propriété **E** qui vérifie cette **récurrence** spéciale, est la définition de la notion d'**entier naturel**. La **récurrence** s'applique à eux en premier, chez eux ce n'est pas une **démonstration** mais une **définition**. C'est dans le cas des autres objets ou autres notions que les **entiers** ainsi définis servent à démontrer telle ou telle **propriété**, ou à définir de nouveaux **objets** par **récurrence**, qui deviennent alors de ce fait des synonymes des **entiers naturels**. C'est précisément le cas des **ordinaux initiaux**.

Par définition, un **ordinal n** est **initial** s'il vérifie: **0×n = 0**. Nommons **I(n)** la propriété: «**n est un ordinal initial** ». L'**ordinal 0** inaugure la propriété en vérifiant: **0×0 = 0**. Car, par définition, nous avons posé que **0** est **initial**, et le **0** dont on parle est le **0 absolu**, le **zéro O**. Et nous avons posé par définition aussi que si un **réali r** est **initial**, alors **r+1** est **initial** aussi. Sans le dire, c'était donc déjà la **récurrence** qui se cachait dans cette définition. Nous avons ainsi posé l'**hérédité** généralisée de la notion de **réali initial**, donc en particulier pour les **ordinaux**. Mais aussi cette **hérédité** se démontre, car si un **réali r** est **initial**, alors on a: **0×r = 0**. Et on a: **0×(r+1) = 0×r + 0×1**. Et comme par définition **1** est **initial**, et que nous avons supposé **r initial**, alors: **0×(r+1) = 0×r + 0×1 = 0 + 0 = 0×2 = 0**, car, par définition aussi, **0** est l'**élément neutre** de l'**addition**. Donc si **r** est **initial**, alors **r+1** l'est aussi. Nous l'avions posée comme définition, mais cela se démontre ainsi.

On en déduit que tous les **nombres entiers naturels** sont **initiaux**, et même que la notion classique de **nombre entier naturel** et celle d'**ordinal initial**, sont la même notion.

Mais c'est ici qu'une très importante différence avec la conception classique intervient. Dans celle-ci, parce qu'on raisonne avec la logique de **négation**, quand on introduit une propriété comme « **nombre entier** » ou un adjectif comme « **initial** », ceci s'oppose automatiquement à « **nombre non-entier** » ou à « **non-initial** ». On ne peut pas avoir les deux à la fois, c'est-à-dire, avec la **négation**, on n'a pas le droit de dire à la fois « **x** » et « **non-x** », sinon on parle de **paradoxe** ou de **contradiction**. C'est la logique du « **tout ou rien** », on est SOIT « **entier** » SOIT « **non-entier** », mais pas les deux, et on est SOIT « **initial** » SOIT « **non- initial** ». Or justement on a vu qu'on passe **graduellement** de la **classe** des **ordinaux initiaux** à la **classe** des **ordinaux finaux**, en passant par toutes les nuances des **ordinaux intermédiaires** ou **ordinaux de transition**. Le passage est aussi **continu** et **graduel** que de passer du **début** d'un **segment** à la **fin** du **segment**. Et la logique est **symétrique**, car on peut prendre le **segment** dans le sens **inverse**, donc les **ordinaux** dans le sens allant des **finaux** aux **initiaux**, et ce sont alors les **finaux** qui deviennent les **initiaux** et vice-versa. C'est la logique des **nombres**!

Et cette logique est que l'**Alpha** et l'**Oméga** sont **équivalents**, **équivalence** qui signifie qu'ils sont **fondamentalement** la même chose, en effet l'**Alpha**, le **Un** et l'**Oméga** sont les **trois éléments** de la **Trinité fondamentale**, **trois mais un**.

Dans la nouvelle vision, quand donc nous parlons d'**ordinaux initiaux**, **intermédiaires** et **finaux**, il ne s'agit pas d'une partition au sens de la logique de **négation**, il ne s'agit pas de trois propriétés **séparées** à la **tronçonneuse**. Il s'agit en fait d'**une seule propriété** qui commence avec les **ordinaux initiaux** avec un **paramètre τ = 0**, qu'on peut aussi interpréter comme une **valeur de vérité 0** ou « **faux** », **propriété unique** qui se termine avec les **ordinaux finaux** avec un **paramètre τ = 1**, qu'on peut interpréter comme une **valeur de vérité 0** ou « **vrai** », en passant par toute une infinité de **paramètres τ**, situés entre ces deux extrêmes, et qu'on peut interpréter comme des **valeurs de vérité intermédiaires** entre « **faux** » et « **vrai** », certaines plus « **faux** » que « **vrai** », d'autres plus « **vrai** » que « **faux** », et une, au juste milieu, le **paramètre τ = 0.5**, pour laquelle le « **faux** » et le « **vrai** » sont à **équilibre parfait**.

Et ce **modèle fondamental** indiqué par les **nombres**, est le **modèle** de toute la logique! On peut tout définir sur ce **modèle**-là. On voit que les deux cas extrêmes **τ = 0** et **τ = 1**, qui représentent donc les deux valeurs extrêmes « **faux** » et « **vrai** », ne sont que deux cas très particuliers parmi toute une **infinité** d'autres, ce sont les cas **intermédiaires** qui sont de loin les plus **nombreux**! En effet, c'est **2** comparé à l'**infini**! La logique qui réduit toute la **richesse** et la **subtilité** du **raisonnement** à la relation entre ces deux **valeurs extrêmes**, est de toute évidence une logique... **extrémiste**, une logique très pauvre, aussi pauvre que **2** comparé à **ω**!

Ce qu'on vient de démontrer signifie que la notion d'**ordinal** en général et la notion d'**ordinal initial** ou de **nombre entier naturel**, ne sont pas **séparées**, dans une logique de type « **x** » et « **non-x** », mais que la notion d'**ordinal** est la notion de **nombre entier naturel** (ou d'**ordinal initial** ou d'**ordinal fini**) **graduée** de **0** à **1**. Autrement dit, tous les **ordinaux** sont **initiaux**, **0** étant le plus **initial**, il l'est à **100%**, et **ω** étant le moins **initial**, il l'est à **0%**. Et aussi, les **ordinaux** sont **finaux**, **0** étant le moins **final**, il l'est à **0%**, et **ω** étant le plus **final**, il l'est à **100%**. Cela va rejoindre la notion de **finitude** et d'**infinitude**, dont on parlera plus en détail plus loin.

Le **principe de récurrence** dans la nouvelle vision (la vision normale donc) ne démontre donc pas des **propriétés P** selon une logique de type « **x** » et « **non-x** », mais selon une **logique graduelle**, qui **gradue** la **vérité** de **0** à **1**, ce qui veut dire que les **ordinaux** qui servent à faire cette démonstration, ce raisonnement ou cette définition, croissent **graduellement** de **0** à **ω**.

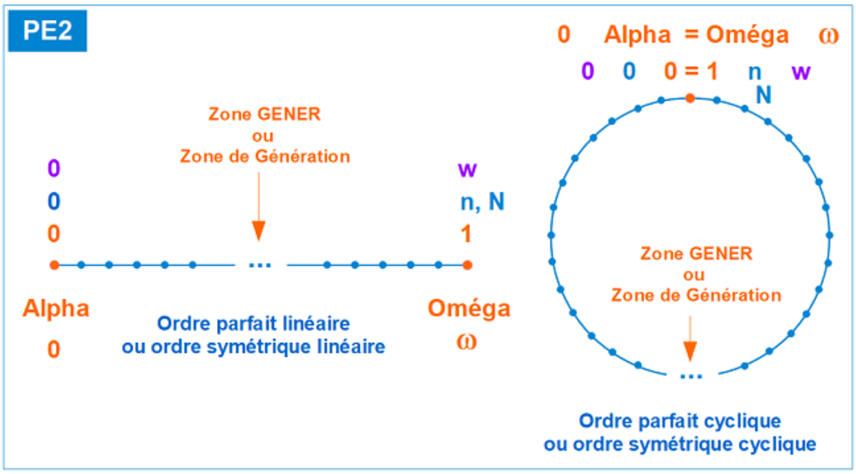
R-RONI 4) La notion d'**ordinal limite ω**, qui empêche donc le **principe de récurrence** de fonctionner en toute **continuité** de **0** à **ω**, oblige à forger un autre principe pour faire ce type de raisonnement avec tous les **ordinaux**, et qui est le **principe d'induction**. Celui-ci fonctionne donc avec tous les **ordinaux**, les **finis**, les **infinis**, les **ordinaux limites** comme leurs **contraires**, dits les **ordinaux successeurs**, c'est-à-dire les **ordinaux** qui sont toujours le **successeur** d'un autre **ordinal**, donc qui ont un **prédécesseur**. Quand on dit que le **principe d'induction** fonctionne pour tous les **ordinaux**, ce n'est même pas tout à fait exact, dans la mesure où actuellement le **dernier ordinal n'existe pas**. En effet, la logique de **négation** l'empêche d'exister, sous peine de se retrouver avec le paradoxe de Burali-Forti. Ce **dernier ordinal**, est aussi le **dernier nombre entier naturel**, le **vrai infini**, l'**infini absolu**, et c'est précisément notre **ω** maintenant.

C'est donc le **dernier ordinal**, l'**infini absolu ω**, l'**infini ultime**, l'**infini des infinis** (la **Fin**, l'**Oméga**, le **Dernier quoi**) que la logique de **négation** empêche d'exister, pour cause de paradoxes. Alors on préfère **virer** le **dernier ordinal**, plutôt que de **virer** la **négation** et de fonctionner avec une logique plus forte, qui est la logique d'**alternation**, notre logique. Mais comme on l'a vu aussi, d'avoir exclu le **dernier ordinal** n'a que faussement résolu le problème de fond, car les paradoxes subsistent sous des formes déguisées, en tant que **paradoxe sorite** (si subtil et si sournois qu'on ne se rend plus compte de son existence sous ses nouvelles formes dans les mathématiques actuelles), et pire, sous la forme de la prétendue « **impossibilité** » de **diviser par 0**, pour ne parler que de cela (on verra plus tard les **dysfonctions**, qui sont les manières dont les **anomalies** qu'on dit avoir résolues se déguisent pour continuer d'exister).

R-RONI 5) La **négation** dont nous parlons, et la notion d'**ordinal limite**, sont parfaitement synonymes. Il est appelé une « **limite** » alors que justement le problème est qu'il n'en est pas. Les notions actuelles d'«**ordinal limite** », d'« **ordinal inaccessible** », de « **dernier ordinal inexistant** » ou de « **dernier nombre entier naturel inexistant**», etc., ne sont que des manières différentes de dire exactement la même chose. Ce sont autant de manières différentes de **nier** la **limite**, la **fin**, le **dernier**, l'**oméga**. A cet **ordinal limite ω** ou **inaccessible** ou **inexistant**, est associé un **zéro** ou **0**, qui est son **inverse** et dont il est l'**inverse** (**0 = 1/ω** et **ω = 1/0**), et qui est très précisément l'expression de la **négation** dont nous parlons. Autrement dit, ce **0** ou **zéro** représente l'**inexistence**, le **néant**, le **vide**, qui très précisément la définition de la notion de **négation**. Une autre manière de dire cela est que ce **0** est le **0** qui ne vérifie pas « **0 = 1** », qui vérifie UNIQUEMENT « **0 ≠ 1**» ou « **0 ≠ 1**» ou « **0 ≠ 2**» ou « **0 ≠ 3**», etc., et ce jusqu'à « **0 ≠ ω**» , donc qui ne vérifie que: « **0 = 0** ». Ce représente donc le fait d'être **coupé** des autres **nombres**, il n'est **égal** qu'à lui-même. Il incarne l'**identité** même, au sens le plus **négatif** du terme (c'est-à-dire **mauvais**). Chaque fois que nous parlerons donc de l'**identité** en lui donnant un sens **négatif**, c'est ce que cela veut dire, cela représente ce **0** et l'**infini ω** associé (l'**ordinal limite**, **inaccessible**, **inexistant**, etc.). **Multiplier** un **nombre** ou plus généralement une **chose x** par ce **0**, à savoir **0×x**, est la définition du verbe **NIER** cette **chose x**.

R-RONI 6) Dans la nouvelle conception, il n'y a plus d'**ordinal limite**, ce qui veut dire que cet **ordinal** et le **0** associé sont **niés**. Autrement dit la **négation** est **niée**, c'est son unique **utilité**, à savoir **servir** à la **nier**, au profit de l'**alternation**, qui est précisément la logique pour laquelle le **0** et **1 alternent**, ils sont juste **différents**, deux manière **différentes** de parler d'une manière **fondamentale**, à savoir l'**Univers TOTAL**, l'**Apha** et l'**Oméga**. Il y a même une troisième manière fondamentale d'en parler, qui est justement l'**infini ω**. Et il y a toutes les **autres manières** de parler toujours du même **Univers TOTAL**, qui sont tous les **autres ordinaux**: **2, 3, 4, …, ω-4, ω-3, ω-2, ω-1**, et plus généralement tous les **autres nombres ω-réels**, et plus généralement encore tous les **nombres orientés** (ce qu'on verra plus tard).

R-RONI 7) Dans nouvelle conception donc, tous les **ordinaux** sont **successeurs**, ils sont donc **successeurs** d'un autre **ordinal**. Autrement dit, tous les **ordinaux** ont un **prédécesseur**. Sans cela, la notion même d'**ordinal** perd son sens, elle n'est plus ce que le mot est censé dire, si l'**ordre** des **nombres** est **rompu**, si donc un **ordinal** **n'est pas** relié à ceux qui le **précèdent**. Tous ont donc des **successeurs** et des **prédécesseurs**, même le **0**, qui n'est que le **ω** du début. C'est en effet le même **ω**, quand il est pris en début de **Cycle ω**, qu'on appelle **0**. On a donc l'**égalité**: **0 = ω**, une **équivalence**, qui ici est en réalité une **identité**: **0 == ω**. Car c'est l'**unique réalité** qui joue les rôles du **0**, du **1** et de **ω**, et plus généralement de tous les autres **nombres**, de toutes les autres **choses**. Nous **différencions** l'**identité** et l'**équivalence**, les deux facettes de la seule **égalité**, pour aussi **différencier** de la même façon les **choses**, qui sont les **différentes** facettes la **Chose Unique**, de l'**Etre Unique**, à savoir l'**Univers TOTAL**, l'**Apha** et l'**Oméga**. Nous commençons donc par **différencier 0**, **1** et **ω**, les **trois facettes fondamentales** de l'**Univers TOTAL**. Et l'**équivalence**: **0 = ω**, qui est l'expression du **Cycle ω**, entraîne l'**équivalence**: **-1 = ω-1**, qui veut donc dire que malgré les apparences, le **0** aussi avait un **prédécesseur**, à savoir **-1**, ou **anti-1**, ou simplement **anti**, qui n'est autre que **ω-1**, en tant que **nombre initial**. Et de même, toujours en vertu du même **Cycle ω**, on a l'**équivalence**: **-2 = ω-2**, et l'**équivalence**: **-3 = ω-3**, etc..

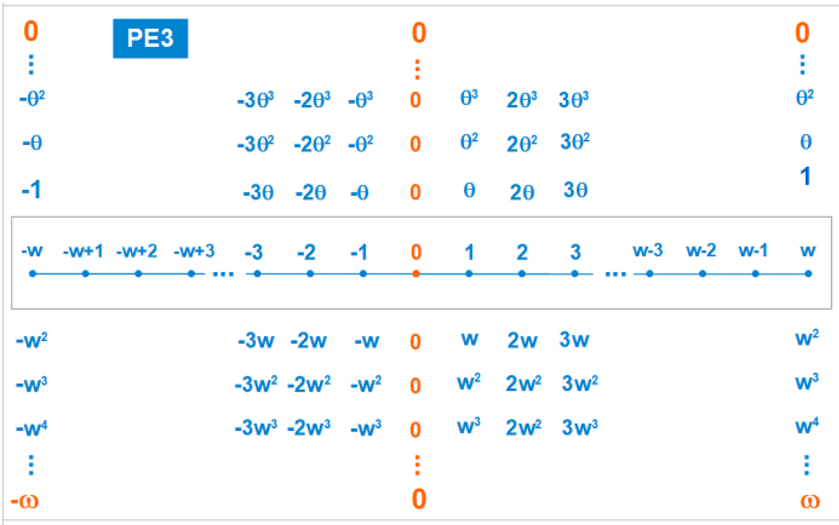


Sur le schéma du **modèle PE2** rappelé ci-dessus donc, la logique des **ordinaux** mais aussi des **nombres ω-réels**. A gauche, avec la **droite** ou le **segment** où ne sont indiquées que la **partie initiale** et la **partie finale**, la **partie intermédiaire** étant réduite à la **zone GENER**. La **droite**, le **segment** ou la **logique linéaire** signifie que l'**égalité** est l'**identité**, que donc pour l'instant on ne raisonne pas encore avec l'**équivalence**, qui est quant à elle la **logique cyclique**, la logique du **cercle**. On passe à cette logique en faisant se rejoindre les extrémités **0** et **1** du **segment**, ou (ce qui revient exactement au même), en faisant se rejoindre les extrémités **0** et **ω** de la **droite**. Autrement dit donc, en faisant se rejoindre le **nombre initial** et le **nombre final**, l'**Alpha** et l'**Oméga**. Cette opération instaure au moins l'**équivalence** minimale qu'est le **Cycle ω**, ou: **0 = ω**, qui au besoins sera généralisée avec toutes les **équivalences**: **0 = n**, où **n** est n'importe quel **ordinal** et plus généralement encore n'importe quel **réali r**.

Dans la partie B, nous construirons les **nombres ω-réels**, avec la méthodologie classique de construction des **nombres**. Nous le ferons donc avec les techniques classiques, histoire de dire que tout cela est très rigoureux et peut être fait avec les méthodes « compliquées » prisées par les « puritains » en maths. Ils ont en effet tendance à penser que ce n'est pas les maths ou de la science quand c'est trop simple, de **simplicité biblique**, quand donc ce n'est pas assez opaques pour les non-initiés. Qu'à cela ne tienne, ils seront donc servis dans un chapitre spécial de la partie B, un concentré de langage et de symboles, comme ils les aiment. Mais pour les autres qui préfèrent la **simplicité** (moi aussi), tout est en fait déjà construit ici et de la meilleure des façons. Et la construction très technique qui sera faite dans la partie B ne dit rien d'autre que les **générescences** et la **structure fractale** que nous avons vues, à savoir la construction de tous les **nombres omégaréels** avec l'**itération** seulement de **0**. C'est ce qui permet aussi de **classer** les **ordinaux** et les **nombres** en général en **initiaux**, **intermédiaires** et **finaux**, sur la seule base du **résultat** de leur **produit** avec **0**. Le **produit 0×x** ou **x×0** signifie en effet que **0** est **itéré x** fois (autrement dit **additionné x** fois), ou que **x** est **itéré 0** fois (autrement dit **additionné 0** fois). Et de manière générale, le **produit y×x** ou **x×y** signifie en effet que **y** est **itéré x** fois, ou que **x** est **itéré y** fois. Le **0** est par définition le **réali** le plus **petit** ou le plus **fin** que nous choisissons, pour **générer** ou **former** tous les autres **réalis**, de **0** à **ω**.

Et il suffira ensuite d'**orienter** les **réalis** (ce que nous ferons plus tard) pour former tous les autres types de **nombres**, comme par exemple les **nombres** dits **complexes**, qui ne seront plus si « complexes » que cela dans la nouvelle vision. Comme on le verra, la notion d'**orientation** est la notion générale de signe, comme par exemple le **signe** « **positif** » (on dira maintenant de préférence **anitif**) et le **signe** « **négatif** » (on dira maintenant de préférence **antitif**, car la **négation** et le **négatif** sont une toute autre affaire que l'**antition** et l'**antitif**, qui est juste une **orientation** du **réali**). Les **nombres complexes** habituels sont tout simplement les **orientations** des **réalis** dans le **plan** ou **espace** à **deux dimensions**. C'est cette notion de **nombre complexe** qui se généralise en celle de **nombre orientée** ou de **réali orienté**, qui est maintenant la même notion que celle de **vecteur**.

Le plus important pour commencer est vraiment de comprendre la **structure générescente** ou **fractale** des **réalis**, ainsi que leur **logique cyclique**. C'est là où l'**infini intermédiaire w** défini par l'**égalité**: $w^w = \omega$, joue un rôle capital. En fait **w** est un **ordinal initial**, par « **intermédiaire** » nous voulons simplement dire ici qu'il est un **infini** compris entre **0** et **ω**). Il est une très importante **version inférieur** de l'**infini absolu ω**, il permet de laisser **ω** s'occuper de la **logique cyclique** des **réalis**, tandis que lui, avec son **inverse**, **θ**, se chargent de la **logique fractale** des **réalis**.



On a le seul et même **infini ω** dans deux rôles différents, le **rôle d'infini absolu** ou de **dernier infini** pour le **cycle**, et le **rôle d'infini relatif** ou d'**infini intermédiaire** pour la **fractale**. L'habituel **langage des limites** devient lui aussi d'une très grande précision. On a ainsi $\mathbf{w^n}$ qui « **tend vers l'infini** » (c'est-à-dire très précisément vers l'**infini absolu ω**) quand le **nombre entier n** « **tend vers l'infini** » (c'est-à-dire l'**infini intermédiaire w**), et $\mathbf{\theta^n}$ qui « **tend vers zéro** » (c'est-à-dire très précisément vers le **0 absolu**, l'**inverse** de l'**infini absolu ω**) quand le **nombre entier n** « **tend vers l'infini** » (c'est-à-dire l'**infini intermédiaire w**). On a donc un **nombre** déjà **infini**, **w**, dont les **puissances** $\mathbf{w^n}$ tendent vers l'**infini absolu ω**. et un **nombre** déjà **zéro**, **θ**, dont les **puissances** $\mathbf{\theta^n}$ tendent vers le **zéro absolu 0**.

Cette **structure** dispense donc de poursuivre la **fractale** des **ordinaux** ou des **réalis** au-delà de l'**horizon ω** (par exemple avec ω^2, ω^3, ω^4, etc.), car la **structure numérique** qu'on aurait au-delà de **ω**, est celle que décrit **w**, le **modèle interne** de **ω**, son **modèle inférieur**, son **petit modèle** dans la **structure fractale** (par exemple avec $\mathbf{w^2}$, $\mathbf{w^3}$, $\mathbf{w^4}$, etc.). De même, la **structure** dispense donc de poursuivre la **fractale** des **ordinaux** ou des **réalis** en-deçà de l'**horizon 0** (par exemple avec $\mathbf{0^2}$, $\mathbf{0^3}$, $\mathbf{0^4}$, etc.), car la **structure numérique** qu'on aurait a en-deçà de **0**, est celle que décrit **θ**, le **modèle supérieur** de **0** (par exemple avec $\mathbf{\theta^2}$, $\mathbf{\theta^3}$, $\mathbf{\theta^4}$, etc.). Avant **0** et après **ω** donc, c'est-à-dire au-delà des **limites** de l'**intervalle [0, ω]**, c'est la même **fractale**, un recommencement du **modèle** avant **θ** et après **w**, c'est-à-dire au-delà des **limites** de l'**intervalle [θ, w]**. La **fractale** peut donc s'arrêter aux **limites** de l'**intervalle [0, ω]**, c'est-à-dire à la **limite absolue 0** et à la **limite absolue ω**, les **horizons ultimes**, pour laisser la place à la **logique cyclique**, celle du **Cycle ω**, dont l'expression est: **0 = ω**, et par conséquent: **-1 = ω-1**, **-2 = ω-2**, **-3 = ω-3**, etc.., ce qui donne naissance entre autres aux **nombres antitifs**. Autrement dit, une fois l'**horizon absolu** atteint, tout est **complet** en matière de **réalis** (qui sont **générés** par la **fractale**), et il ne reste plus que le **cycle** qui **tourne** indéfiniment.

Dans la conception traditionnelle des **nombres**, on tient mordicus à faire la distinction entre **nombres rationnels**, comme par exemple **22/7** ou **-25/64**, avec les **nombres irrationnels**, comme par exemple $\mathbf{3^{1/2}}$ ou $\mathbf{\sqrt{3}}$,

e, **π**, **ln(2)**, etc., genre de **nombres réels** réputés pour n'avoir aucune paire de **nombres entiers n** et **d** tels qu'ils soient le **rapport n/d**. Mais en réalité, c'est l'**absence** du **roi des nombres**, l'**infini ω** (et si l'on daigne lui accorder existence, qui ne soit pas non plus l'actuelle notion d'**ordinal limite**), c'est l'**absence** dans les **nombres** du **vrai infini** et de l'**infini vrai**, qui est la cause de toutes ces **séparations** inutiles et de toutes les autres **faussetés** actuelles.

D-OPR 11)

i) Pour tout **nombre initial a**, c'est-à-dire (on le rappelle) tel que: $0 \times a = 0$, on a: $(a\delta)^2 = 0$. En effet, $(a\delta)^2 = a^2\delta^2 = a^2 \times 0 = 0$. On dit que **aδ** est un **nombre (infinitésimal) deltaïque**.

ii) Etant donné un **nombre d** (**réali**, **nombre réel**, **nombre complexe**, **nombre orienté**, etc.), on dit que **d** est un **dérivateur** ou un **différenciateur** si **d** est un **nombre initial** et si: $d^2 = 0$. Les **nombres deltaïques** sont donc des **dérivateurs**. Il est clair alors qu'aussi: $d^3 = 0$, $d^4 = 0$, etc., et: $d^n = 0$, pour **tout ordinal initial n**. Et étant donnée une **fonction opérationnelle unaire f(x)**, et un **dérivateur d** et $D = 1/d$, on appelle **fonction dérivée** de **f** la **fonction f'** définie par: $f'(x) = (f(x + d) - f(x))/d = D(f(x + d) - f(x))$.
La **fonction dérivée f'** vérifie donc: $f(x + d) = f(x) + d f'(x)$.

iii) En particulier, **d** sera un **nombre deltaïque**, de la forme donc **a δ**, où **a** est un **nombre initial**, et **δ** l'**infinitésimal dérivateur** de **référence**, tel que: $\delta^2 = 0$, et **Δ** son **inverse**, tel que: $\Delta^2 = \omega$. Et plus particulièrement, **d** sera en pratique tout simplement **δ**. Et alors, la **fonction dérivée** de **f** est la **fonction f'** définie par: $f'(x) = (f(x + \delta) - f(x))/\delta = \Delta(f(x + \delta) - f(x))$. On a donc: $f(x + \delta) = f(x) + \delta f'(x)$.

Ce sont ces propriétés de **Δ** et **δ** qui leur valent d'être qualifiés de **dérivateurs** ou de **différenciateurs**.

Par exemple, avec la **fonction**: $f(x) = x^2$. On a: $f'(x) = (f(x + \delta) - f(x))/\delta = ((x + \delta)^2 - x^2)/\delta = (x^2 + 2\delta x + \delta^2 - x^2)/\delta = (2\delta x + \delta^2)/\delta$. Et comme $\delta^2 = 0$, on a donc: $f'(x) = (2\delta x + 0)/\delta = (2\delta x)/\delta = 2x$, qui est bien la **dérivée** de x^2. Le même calcul avec la **fonction** x^3 donnera la **dérivée** $3x^2$, etc.

On a aussi ces propriétés:

→ $\ln(1) = 0$; $\ln(e) = 1$.
→ $1^\Delta = 1 + \delta$. Ou: $1^\Delta = 1 + 1/\Delta$. Ou: $1^{1/\delta} = 1 + \delta$.
→ $1^{a\Delta} = 1 + a\delta$, pour tout **nombre initial a**.
→ $e^\delta = 1 + \delta = 1^\Delta$. Et plus généralement, $e^{a\delta} = 1 + a\delta$, pour tout **nombre initial a**.
Et en particulier on a: $e^{i\delta} = 1 + i\delta$, et: $e^{ia\delta} = 1 + ia\delta$, où **i** est l'**unité complexe**.
→ $b^x = (1 + \delta \times \ln(b))^\Delta$, pour tout **nombre b**, appelé une **base**;
→ $b^\delta = 1 + \delta \ln(b)$, et plus généralement, $b^{\delta a} = 1 + \delta a \ln(b)$, pour tout **nombre initial a**.
→ $\ln(1 + a\delta) = a\delta$, pour tout **nombre initial a**.
→ $(1 + a\delta)^p = 1 + p a\delta$, pour tous **nombres a** et **p** tels que **a p** est un **nombre initial**.
→ $\cos(a\delta) = 1$, et: $\sin(a\delta) = a\delta$, pour tout **nombre initial a**.

L'**infinitésimal δ** donne naissance aux **infinitésimaux** de type **delta**, les δ_n, définis par (on le rappelle): $\delta_n = \delta^{2/n} = \delta \wedge (2/n)$. Il vérifie: $\delta_n^n = \delta_n \wedge n = \delta^2 = 0$. En particulier, on a: $\delta_1 = 0$, $\delta_2 = \delta$, et donc par exemple δ_3, défini par: $\delta_3 = \delta^{2/3}$, vérifie: $\delta_3^3 = \delta_3 \wedge 3 = \delta^2 = 0$. Et on a l'infinitésimal spécial: $\delta_w = \theta$. Car on a: $w^w = \omega$, et: $\theta = 1/w$, donc: $\theta^w = 0$. Mais par définition, on a aussi: $\delta_w^w = 0$, donc: $\delta_w = \theta$. Et on a bien d'autres propriétés fondamentales de **Δ** et **δ**, et aussi des Δ_n et δ_n qu'ils engendrent (à ne pas confondre avec les Δ_n et δ_n également notés ainsi, et qui eux sont associés aux **infinis** et **zéros absolus** ω_n et 0_n).

D-OPR 12)
i) Nous avons maintenant généralisé considérablement les **expressions opérationnelles fondamentales**, donné la manière d'obtenir toutes les **expressions** ou les **fonctions** que nous qualifions d'**opérationnelles**, ce qui signifie qu'elles reposent à la base sur les **hyperopérateurs** et leurs **réciproques**, et rien que ceux-ci. Les trois **opérandes** de base sont: **0**, **1** et **ω**, et maintenant, avec les **variables**, nous avons généralisé les **expressions opérationnelles**, et par conséquent les **opérateurs** et leurs **réciproques**, qui à leurs tours vont généraliser encore plus les **expressions opérationnelles**, et ainsi de suite. Nous avons tout simplement construit par **récurrence** les **expressions opérationnelles**. Et maintenant, nous introduisons quatre **opérateurs logiques**, un **opérateur unaire**, « **ANTI** », et cinq **opérateurs binaires**, « **ET** », « **OU** », « **=** », « **==** », « **∈** ».

ii) Comme nous l'avons expliqué au début (et on reviendra largement là-dessus dans la partie C), l'**opérateur** « **ANTI** » en tant qu'**opérateur logique**, est ce qu'on appelle actuellement le **connecteur de négation**, « **NON** », et qu'on note généralement « ¬ ». On a vu que c'est un **connecteur** d'**alternation 2**, c'est-à-dire de **logique** à **deux alternatives A** et **B** (ou **logique bivalente**, **logique** à deux **valeurs** de **vérités**), généralement appelés « **Vrai** » et « **Faux** », mais qui peuvent tout aussi bien être « **1** » et « **0** », « **+1** » et « **-1** » ou « **Ani** » et « **Anti** », etc.. Le **connecteur** « **ANTI** » ou « **NON** » **alterne** simplement deux **alternatives A** et **B**, c'est donc un **connecteur** d'**alternation** et non pas de **négation** à proprement parler (on détaillera cela dans la partie C). C'est le connecteur « **CONTRAIRE DE** » ou « **L'ALTERNATIVE DE**».

iii) L'**opérateur logique binaire** « **ET** » est généralement noté «$\wedge$ ». En prenant comme **valeurs** de **vérité** « **1** » et « **0** », et étant donné qu'à toute **proposition P** ou **expression** avec les **opérateurs logiques** on associe soit la **valeur 1** soit **0** (si nous raisonnons avec la logique classique du « **tout ou rien** »), ou une **valeur** de l'**intervalle** **[0, 1]** (ce qui est notre nouvelle logique, où la **valeur de vérité** est **graduée**), pour **deux propositions P** et **Q** on a une nouvelle **propositions** « **P ET Q** » ou « **P** $\wedge$ **Q** ». Si l'on raisonne en **logique** classique, sa **valeur de vérité** est donnée par la **table du connecteur** « **ET** » et cette valeur dépend des **valeurs** de **P** et **Q**. Nous verrons bientôt la notion de **finitude** et d'**infinitude**, qui posera les bases de la nouvelle manière d'**évaluer** une **proposition**. Mais en première approche, comme **logique basique**, exactement comme les **règles de calcul** de la **structure** de **corps** nous offrent une première approche du calcul, qu'on peut ensuite affiner, comme nous en avons donné un aperçu plus haut. De la même façon, on a les **propositions** de la « **P OU Q** », généralement notées ou « **P** $\vee$ **Q** ». Avec maintenant la présence des **ordinaux infinis** et en particulier de l'**ordinal infini absolu** ω, nous pouvons avec ces trois **opérateurs logiques,** « **NON** », « **ET** » et « **OU** » (et même c'est connu qu'il suffit de « **NON** » et l'un des deux **opérateurs** « **ET** » ou « **OU** »), former tout type d'énoncés, y compris ceux avec le **quantificateur universel**, le mot « **TOUT** » ou « **QUEL QUE SOIT** », qui est la généralisation de l'**opérateur** « **ET** », et avec le **quantificateur existentiel**, les énoncés de la forme « **IL EXISTE** », qui généralise l'**opérateur** « **OU** ».

iv) Et maintenant le signe de l'**égalité** « = » en tant qu'**opérateur logique**. Plus exactement, il s'agit de la **relation binaire fondamentale**, une **expression** de la forme « **X = Y** » étant une proposition **affirmant** l'**égalité** entre **X** et **Y**, et plus précisément l'**équivalence**. L'**expression**: « **X = Y** », se lit « **X est égal à Y**» ou **X est équivalent à Y**» ou **X EST Y**» (au sens de l'**équivalence**). Dans la logique classique, sa **valeur de vérité** est soit **1** soit **0**, mais nous verrons là encore avec la **finitude** et l'**infinitude** comment la **valeur de vérité** d'une **égalité** peut être **graduée**. Même chose avec l'**expression** de la forme « **X == Y** », qui est l'**identité**. L'**expression**: « **X == Y** », se lit « **X est identique à Y**» ou **X EST Y**» (au sens de l'**identité**). Nous verrons par la suite comment ces deux **égalités** basiques se généralisent, et dans la partie C nous développerons davantage la notion de **relation binaire**. Et enfin on a l'**opérateur** « $\in$ », lui aussi une **relation binaire**, la **relation d'appartenance** à un **ensemble**. L'**expression**: « **X** $\in$ **Y** », se lit « **X appartient à Y**» ou **X est un élément de Y**».

Avec les **opérateurs logiques**, on définit les **expressions opérationnelles** en un sens encore plus large que celles basées sur les **hyperopérateurs**. Par exemple, définir des **opérations** ou des **fonctions conditionnelles**, du genre: si **x vérifie** telle **condition** ou **appartient** à tel **ensemble**, faire telle **opération**, et si **x vérifie** telle autre **condition** ou **appartient** à tel autre **ensemble**, faire telle autre **opération**.

Nous avons par exemple employé plus haut une **définition conditionnelle** de la **fonction logarithme naturel**, en disant: $\ln(1) = 0$, et: $\ln(e) = 1$, et: $\ln(x) = (x^\delta - 1)/\delta = \Delta(x^\delta - 1)$, pour tout autre **nombre x différent** de **1** et de **e**. En **fonction** donc de la **variable x**, on a trois **expressions opérationnelles** différentes: **0**, **1** et $\Delta(x^\delta - 1)$.

De manière générale, pour tout **réali r**, on associe une **fonction** L_r, appelée la **fonction logarithmoïde** de **résolution a**. L_0 est la **fonction** telle que pour tout **réali x**, $L_0(x) = 1$. C'est donc une **fonction constante**.

Et pour toute autre **résolution r** différente de **0**, la **fonction** L_r est définie pour tout **réali x** par:
$L_r(x) = (x^r - 1)/r$. Cette **fonction** a des propriétés très intéressantes, qui généralisent la notion de **logarithme**.
Par exemple: $L_r(x \times y) = L_r(x) + L_r(y) + r\, L_r(x)\, L_r(y)$, qui généralise la propriété: $\ln(x \times y) = \ln(x) + \ln(y)$. La **fonction** L_r est donc une notion généralisée de **logarithme**. Il est clair alors que la **fonction ln** est le cas particulier de **fonction** L_r de **résolution** $r = \delta$, et plus généralement de **résolution** $r = a\,\delta$, où **a** est un **réali initial** non nul.

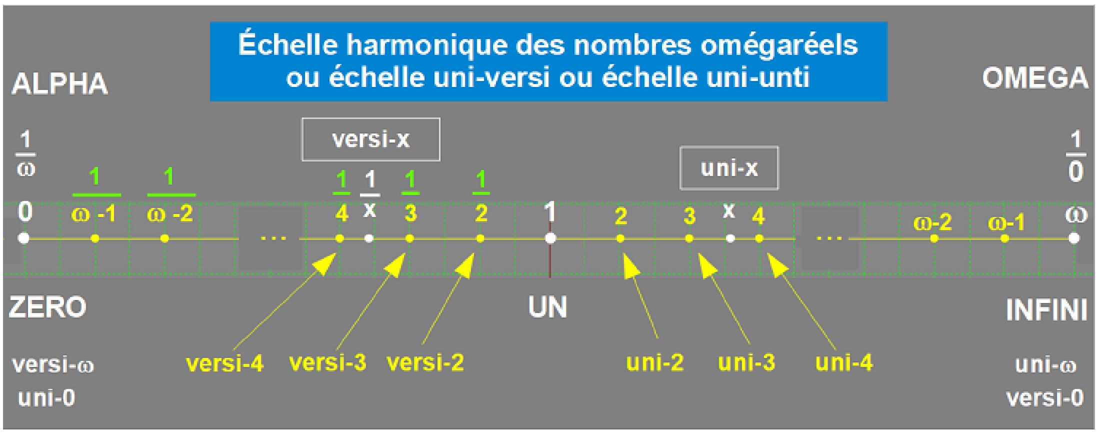
c) La finitude et l'infinitude

Nous pouvons maintenant donner la définition **canonique** ou **universelle** de la notion de **fini** et d'**infini**, ou de **finitude** et d'**infinitude**. Nous avons vu la notion d'**ordinal initial**, d'**ordinal intermédiaire** et d'**ordinal final**, et plus généralement de **réali initial**, de **réali intermédiaire** et de **réali final**, et par conséquent de **réali orienté initial**, **intermédiaire** et **final**.

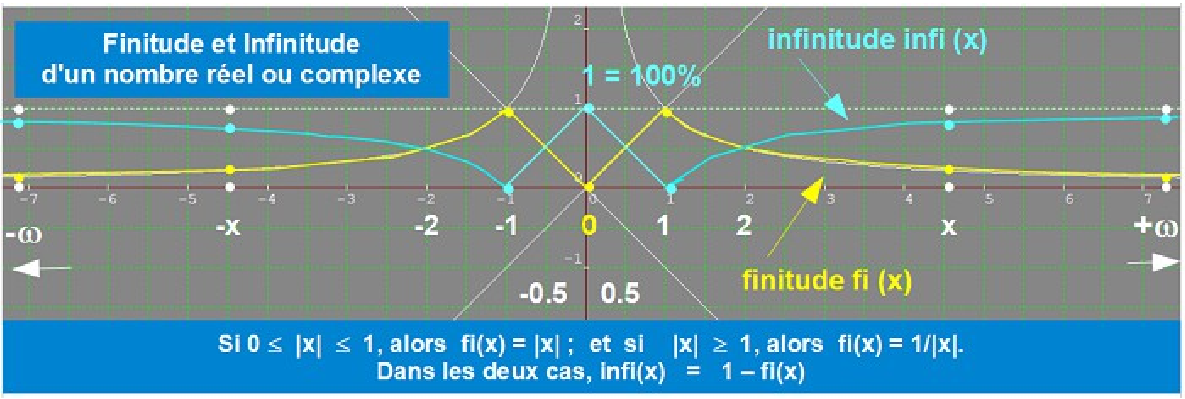
On rappelle qu'un **nombre initial x** (un **ordinal x**, un **réali x** ou un **réali orienté x**) est un **nombre** vérifiant: $0 \times x = 0$. Cette notion de **nombre initial** est une première manière de définir la notion de **nombre fini**. Selon cette définition, un **nombre infini x** est un **nombre** vérifiant: $0 \times x \neq 0$, c'est-à-dire un **nombre intermédiaire** ou **final**.

Mais la définition de la notion de **nombre fini** comme étant synonyme de **nombre initial**, est une notion trop forte de **nombre fini**. En effet il y a une infinité de **nombres initiaux** qui pourtant sont **infinis**. Par exemple le **nombre w** tel que: $w^w = \omega$, l'**audo-racine** donc de l'**infini absolu** ω, est **initial**, et pourtant il est **infini**. De même que: $\Lambda = \ln(\omega)$.

D'où la nécessité de définir ce qu'il faut entendre par **fini** et **infini**, ce que nous allons aborder maintenant. C'est ici que l'**échelle harmonique** des **nombres omégaréels** que nous avons déjà vue prend tout son sens.



DÉFINITIONS *D-FI: Finitude et Infinitude*



D-FI 1) Un **nombre orienté z**, de **module**: **x = |z|**, est **fini** ou **infini**, si et seulement si son **module x** l'est. Par conséquent, il suffit de donner la définition de **finitude** et d'**infinitude** pour les **modules**, pour la donner pour tout **nombre orienté**. Pour cela, on commence par définir une **fonction** φ, appelée « **fonction fi** », qui à un **module x** associe un élément de l'**intervalle [0, 1]**, noté $\varphi(x)$, de la façon suivante:
→ $\varphi(x) = x$ si est un **module tau** ou τ, c'est-à-dire un élément de l'**intervalle [0, 1]**;
→ $\varphi(x) = 1/x$ si $x > 1$, c'est-à-dire si est un **module êta** ou η, c'est-à-dire un élément de l'**intervalle** $[1, \omega]$.
Ce **nombre** $\varphi(x)$, à lire « **fi de x**», est appelée la **finitude absolue** de **x**, et son **inverse**, à savoir $1/\varphi(x)$, est par définition l'**infinitude absolue** de **x**. Si donc $x > 1$, alors l'**infinitude absolue** de **x** est: $1/\varphi(x) = x$. Le **nombre**

$\varphi(x)$, de la manière dont il est défini, est donc toujours un **nombre** appartenant à l'**intervalle [0, 1]**, c'est-à-dire tel que: $0 \leq \varphi(x) \leq 1$, ou: $0\% \leq \varphi(x) \leq 100\%$.

Pour le dire plus simplement, la **finitude** d'un **module** τ (un élément donc de l'**intervalle [0, 1]**) est ce **module** τ lui-même. Et la **finitude** d'un **module** η (un élément donc de l'**intervalle** $[1, \omega]$) est: $\tau = 1/\eta$.

D-FI 2) Pour tout **module x**, on définit les **nombres fi(x)** et **infi(x)**, appelés la **finitude** et l'**infinitude relatives** de **x**, de la manière suivante:
$\rightarrow$ $fi(x) = \varphi(x)$;
$\rightarrow$ $infi(x) = 1 - fi(x) = 1 - \varphi(x)$.
Ces deux **nombres fi(x)** et **infi(x)**, associés à $\varphi(x)$, appartiennent eux aussi à l'**intervalle [0, 1]**, donc sont eux aussi des **pourcentages**, allant de **0%** à **100%**.

D-FI 3) Soit un **module** quelconque τ appartenant à l'**intervalle [0, 1]**. Nous l'appelons un **nombre tau** ou un **nombre fi**, et il est dit strict s'il est **différent** de **0** et de **1**, donc s'il est **strictement supérieur** à **0** et **strictement inférieur** à **1**, c'est-à-dire **vérifie**: $0 < \tau < 1$. Le **nombre**: $1 - \tau$, est appelé le **nombre intau** ou le **nombre infi** associé. Lui aussi, par **symétrie** de la définition, est donc un **nombre tau** ou **fi**. Les rôles **tau** et **intau**, ou **fi** et **infi**, sont parfaitement **symétriques**, **complémentaires**. Il est clair aussi qu'un **nombre tau** (ou **fi**) est un **taux**, c'est-à-dire un **pourcentage**, et son **intau** (ou **infi**) est son **complément** dans **100%**.

En trigonométrie par exemple, pour un **angle** α donné, les deux **nombres** $\sin^2(\alpha)$ et $\cos^2(\alpha)$, qui vérifient toujours: $\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1$, forment un couple **tau** et **intau**, ou **fi** et **infi**. Et le **nombre** $|\sin(\alpha)|$ (c'est-à-dire la **valeur absolue** de $\sin(\alpha)$) est un **nombre tau**, son **intau** étant alors: $1 - |\sin(\alpha)|$. De même pour $|\cos(\alpha)|$, dont l'**intau** est : $1 - |\cos(\alpha)|$. Et là où on a un couple **tau** et **intau** ou **fi** et **infi**, là se cache toujours un certain **angle** α dont le **carré** du **sinus** et du **cosinus** sont respectivement ce **fi** et cet l'**infi**: $\sin^2(\alpha) = \tau$. et: $\cos^2(\alpha) = 1 - \tau$.

D-FI 5) Il faut à partir de maintenant voir le couple de notions **tau** et **intau**, ou **fi** et **infi**, comme le **modèle général** et **universel** ou de tous les couples de notions **contraires x** et **y**. Leurs **valeurs de vérité**, d'**existence** ou de **réalité** sont **complémentaires** dans **1** ou **100%**. Et plus généralement, **n notions** ou **n choses**: $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$, sont dites **complémentaires**, si on leur attribue implicitement ou explicitement des **nombres taus** respectifs notés: $|x_1|, |x_2|, |x_3|, \ldots, |x_n|$, appelés leurs **valeurs de vérité**, d'**existence** ou de **réalité**, et dont la **somme** est **1** ou **100%**. Par exemple, les couples de notions « **vrai** » et « **faux** », « **oui** » et « **non** », « **positif** » et « **négatif** » (« **anitif** » et « **antitif** »), « **ensemble** » et « **élément** », « **identique** » et « **distinct** », « **égal** » et « **différent** », « **supérieur** » et « **inférieur** », « **intérieur** » et « **extérieur** », etc., ou le triplet: « **vrai** », « **faux** » et « **ni vrai ni faux** », ou: « **positif** », « **neutre** » et « **négatif** », ou: « **bénéfice** », « **équilibre** » et « **déficit** », ou: « **pour** », « **indifférent** » et « **contre** », ou le quadruplet: « **vrai** », « **faux** », « **vrai et faux** » et « **ni vrai ni faux** », ou le quadruplet: « **très bon** », « **bon** », « **mauvais** » et « **très mauvais** », ou le 7-uplet: « **excellent** », « **très bon** », « **bon** », « **moyen**», « **mauvais** », « **très mauvais** », « **abominable** », etc., se partagent la **valeur 1** ou **100%**, donc sont **complémentaires**.

Les définitions précédentes sont très générales, elles concernent toutes les notions, et en particulier tous les **nombres réels** classiques ou **omégaréels**. On peut même étendre cette définition aux **nombres complexes** ou aux **vecteurs** de n'importe quelle **dimension**, en l'appliquant alors au **module x** du **nombre complexe** ou du **vecteur**. Et nous montrons progressivement aussi que **toute chose** dans l'**Univers** est un **nombre**.

Mais ces définitions prennent un sens plus spécial pour les **nombres entiers** ou **ordinaux**. Pour un **nombre réel** ou **omégaréel x**, et plus particulièrement pour un **ordinal n**, le paramètre clef est sa **finitude absolue** $\varphi(x)$ ou $\varphi(n)$. On a: $\varphi(0) = 0$, $\varphi(1) = 1$, $\varphi(2) = 1/2$, $\varphi(3) = 1/3$, $\varphi(4) = 1/4$, etc., et: $\varphi(n) = 1/n$, pour $n \geq 1$, et $\varphi(w) = 1/w = \theta$, et: $\varphi(w^2) = 1/w^2 = \theta^2$, et: $\varphi(w^3) = 1/w^3 = \theta^3$, et: $\varphi(w^n) = 1/w^n = \theta^n$, pour $n \geq 0$, et à la fin : $\varphi(\omega) = 1/\omega = 0$. Et on a: $\varphi(1/2) = 1/2$, $\varphi(1/3) = 1/3$, $\varphi(1/4) = 1/4$, etc., et: $\varphi(1/n) = 1/n$, pour $n \geq 1$, et $\varphi(1/w) = 1/w = \theta$, et: $\varphi(1/w^2) = 1/w^2 = \theta^2$, et: $\varphi(1/w^3) = 1/w^3 = \theta^3$, et: $\varphi(1/w^n) = 1/w^n = \theta^n$, pour $n \geq 0$, et à la fin: $\varphi(1/\omega) = \varphi(0) = 1/\omega = 0$. Voilà donc les **valeurs clefs** de **fonction** de **finitude absolue** φ, ce qui nous intéresse particulièrement ici, car elles font comprendre l'essentiel de la nouvelle conception du **fini** et de l'**infini**, la conception universelle. On voit une première propriété de la **fonction** φ, qui est que pour tout **nombre x**, y compris **0** et ω (car la **division par 0** ne sera plus un souci), on a: $\varphi(n) = \varphi(1/n)$.

Cette **fonction** φ nous dit simplement d'abord que la notion de **fini** et d'**infini** n'est pas une notion du genre **tout** ou **rien**, du genre SOIT **0** SOIT **1**, mais une notion **graduelle** car **graduée** par cette **fonction**, elle est **progressive**, elle va de **0%** à **100%**. Plus la **finitude absolue** d'un **nombre x** tend vers **0**, ce qui veut dire que **x** est de moins en moins **fini**, plus son **infinitude absolue 1/φ(x)** (notion qui, elle, appartient à l'**intervalle infini [1, ω]**) est **grande**, elle tend justement vers l'**infini absolu ω**. Selon cette conception absolue, **0** et **ω** sont tous les deux **infinis**, ils ont la même **finitude absolue**, qui est **0**, et donc la même **infinitude absolue**, qui est **ω**. La **finitude absolue φ(x)**, qui va donc de **0** à **1**, c'est-à-dire de **0%** à **100%**, est maximale pour **x = 1**. Selon donc cette **échelle de mesure** de la **finitude** qu'est la **fonction φ**, le **nombre 1** est le plus **fini** des **nombres**. Et aussi son **infinitude absolue** est **1**, et alors c'est la **plus petite valeur**, puisque cette **échelle** d'**infinitude absolue** va quant à elle de **1** à **ω**, c'est-à-dire l'**intervalle [1, ω]**. Ainsi donc, **1** est dans l'**absolu** le **nombre le plus fini** (sa **finitude** est **1** ou **100%**, sur une **échelle** allant donc de **0%** à **100%**), ou, ce qui revient au même, le **moins infini** (son **infinitude** est **1**, sur une **échelle** allant par contre de **1** à **ω**) .

L'**échelle** de **finitude absolue φ(x)**, qui va de **0** à **1**, c'est-à-dire de **0%** à **100%**, est donc le paramètre clef, à partir duquel tous les autres paramètres de mesure de **finitude** se définissent, à commencer par l'**infinitude absolue 1/φ(x)**, qui est le premier paramètre dérivé, et qui va de **1** à **ω**. Et maintenant, pour la **finitude relative fi(x)**, elle est la même notion que la **finitude absolue φ(x)**. On a donc: **fi(x) = φ(x)**, pour tout **nombre x**. Mais quant à l'**infinitude relative infi(x)**, elle est donc le **complémentaire**: **infi(x) = 1 – φ(x) = 1 – fi(x)**. Ceci juste pour exprimer aussi l'**infinitude** sur une **échelle** de **0** à **1**, donc de **0%** à **100%**. On peut ainsi dire par exemple que si un **nombre x** est **fini** à **30%**, alors il est **infini** à: **100 – 30 = 70%**. Ainsi donc, les **nombres 0** et **ω**, qui sont les **moins finis**, avec une **finitude** de **0%**, sont par conséquent les plus **infinis**, avec une **infinitude relative** de **100%**. Et le **nombre 1**, qui est le plus **fini**, avec une **finitude** de **100%**, est le **moins infini**, avec une **infinitude relative** de **0%**.

LEMME L-FIAW: Finitude et infinitude de l'Alpha et de l'Oméga

Dans le cas donc de l'**infini absolu ω** ou **Oméga**, la **finitude relative** est: **1/ω = 0**, et l'**infinitude relative** est: **1 – 0 = 1 = 100%**. Et en vertu des **définitions D-FI**, elles sont les mêmes que celles du **0** ou **Alpha**.

DÉFINITIONS *D-FIV*: *Curseur de la finitude et Curseur de la vérité*

D-FIV 1) Toute **égalité**: « **X = Y** », où **X** et **Y** sont deux choses **distinctes**, **différentes**, c'est-à-dire justement **non identiques**, sera dite de type: « **0 = 1** », comme par exemple: « **2+2 = 5** ». Elle sera qualifiée d'**équivalence pure**, à la différence des **égalités** de la forme: « **X = X** », qui sont dites de type: « **0 = 0** », et appelées des **identités strictes** ou **identités pures**. Comme on a commencé à le voir, la notion d'**égalité** est **graduée**, et cette **graduation** est la notion de **striction** (**idenité** ou **édenité**).

D-FIV 2) L'**égalité**: « **0 = 1** » est prise comme modèle général des **égalités** entre deux choses **différentes**. Nous faisons de cette l'**égalité** l'**énoncé de référence** pour **évaluer** si une **logique** donnée est ou non une **logique** de **logique** de **négation** ou **logique** « **x** et **non-x** », une **logique** d'**identité**, de **tout ou rien**, de **séparation**, etc.. Si par exemple elle accorde **valeur de vérité 1** qu'aux **identités pures** et toujours **0** aux **équivalences pures**, alors c'est une **logique** de **négation**, d'**identité**, de **tout ou rien**, etc.. On dira alors que pour cette logique, la **valeur de vérité** de l'**égalité**: « **0 = 1** » est toujours **0**, que sa **valeur de fausseté** est toujours **1**. Et plus généralement, si pour une **égalité** de type: « **0 = 1** », cette logique accorde une **valeur de vérité v**, et donc une **valeur de fausseté** « **1 – v** », nous disons aussi, par définition, que pour cette **égalité**, la **logique** en question est de **négation**, d'**identité**, de **tout ou rien**, avec une **valeur** de « **1 – v** » contre **v**.

D-FIV 3) La notion de **fini** et d'**infini** est donc une notion **graduelle**, on ne raisonne donc plus en logique de « **tout ou rien** », ou « SOIT **1** SOIT **0** », ou logique « **x** et **non-x** », qui est une caractéristique fondamentale de la **logique de négation** ou d'**identité**. La notion de **finitude** et d'**infinitude** ainsi définie obéit à la logique: « **0 = 1** », dite logique d'**alternation** ou d'**équivalence**. Le reste est une simple question de **valeur de vérité** de cette **égalité**, de son **degré** de **véracité**. Et cette **valeur** ou **degré** est précisément une **finitude** ou une **infinitude**. En effet, dans toute situation où il est question de **Vrai** (représentable par exemple par **valeur 1**) et de **Faux** (**valeur 0**), et plus généralement toutes les situations qu'on peut évaluer par un paramètre qui est SOIT **0** SOIT **1**, ou allant de **0** à **1** (ou **0%** à **100%**), là se cache toujours quelque part une notion de **finitude** et d'**infinitude**. Et simplement, tout **nombre x** de **0** à **1** est par définition une **finitude**, et **1 – x** est l'**infinitude** associée. Et par **symétrie**, **x** est aussi une **infinitude**, et **1 – x** est la **finitude** associée.

Si par exemple on **affirme** que le **nombre 10** est l'**infini**, c'est-à-dire: « **10 = ω** » ou, si l'on préfère», c'est « **faux** » certes, mas alors quelle est la **valeur de vérité** ou de **fausseté** de cette **égalité**? Pour la **logique** de **négation**, d'**identité,** de **tout ou rien**, on n'a pas l'**identité**: « **10 = ω** », donc cette **égalité** est « **fausse** », sans appel et sans autre forme de procès. Elle lui attribue donc une **valeur de vérité** de **0**, et en conséquence une **valeur de fausseté** de **1** ou **100%**. Mais la **finitude** de **10** est: **1/10 = 0.1 = 10%**, et son **infinitude** est: **1 – 0.1**

= 0.9 = 90%, ce qui veut donc dire que ce **nombre 10** est « **fini** », certes, mais ne l'est plus qu'à **10%**, et **infini** déjà à **90%**! Par conséquent, ce sont ces **valeurs de vérité** à attribuer à l'**égalité**: « **10 = ω** ».

COMMENTAIRES *C-NU*: *Négation et Univers*

C-NU 1) La **finitude** ou l'**infinitude** est la notion **directrice** en matière de **graduation** de **toute notion**, quelle qu'elle soit, qu'elle soit ou non un énoncé qui demande qu'on y réponde par **vrai** ou **faux**. Les notions **différentes**, même très **opposées** ou **contraires**, même aussi **opposées** que « **moins l'infini** » et « **plus l'infini** », ou aussi **inverses** que le **zéro** et son **inverse** l'**infini**, sont très rarement la **négation** les **unes** des **autres**. Elles sont toujours la **même chose** (**équivalentes** donc) au moins dans une **infime proportion**.

C-NU 2) Et au pire, puisque **toute chose**... est **une chose**, et donc que **deux choses x** et **y**, si **contraires** soient-elles, si **opposées** soient-elles, si **inverses** soient-elles, ont la **nature commune** de **CHOSE**, sont **deux éléments** de l'**Univers TOTAL**, l'**Ensemble de TOUTES les choses**, elles ne sont jamais absolument **séparées**, car elles ont AU MOINS l'**Univers TOTAL** en commun. Sauf justement si au moins l'une d'entre elles est une « **NON-chose** », ce qui est le **problème** de la **négation**, le **non** donc. Si donc elles sont bien **DEUX CHOSES**, donc **deux éléments** de l'**Univers TOTAL**, partageant la **nature commune** de **CHOSE** et le même **Univers TOTAL** qui les **unifie**, elles ne sont donc JAMAIS absolument **séparées**.

C-NU 3) Et puisque pour dire cela nous avons employé un mot comme « JAMAIS » (pour dire « JAMAIS absolument **séparées** », donc « TOUJOURS **unies** dans l'absolu », **Absolu** qui est justement l'**Univers TOTAL** dont on parle), la logique du **modèle PE1** s'applique. Cette phrase équivaut donc à dire que les **deux choses** ne sont **séparées** qu'au delà (ou en-deçà) d'un certain **horizon infini**, où l'**Univers TOTAL** est **inconnu** ou **nié**, où sa **valeur de vérité** ou de **réalité** est considérée comme **0 absolu**.
C-NU 4) Nous laissons à la lectrice ou au lecteur le soin de **calculer** ou d'**évaluer** la **valeur de vérité** des telles **affirmations**.

Et pour aller plus loin encore avec la notion de **finitude** et d'**infinitude**:

DÉFINITION *D-FIG*: *Finitude et Infinitude généralisées*
On sait donc maintenant mesurer avec exactitude la **finitude** et l'**infinitude** de n'importe quel **nombre réel** ou **omégaréel x**, y compris les **nombres complexes** et les **vecteurs**, via leur **module** |x|, qui est un **nombre omégaréel positif** ou **nul**. Par définition : **φ(x) = φ(|x|)**, pour tout **nombre réel x**, ou **omégaréel x**, ou **complexe x**, ou pour tout **vecteur x**, d'un **ensemble x**, etc.. Tout **objet A** qui possède une **caractéristique** qui est un **nombre positif** ou **nul**, qu'on peut noter |A|, peut être évalué selon la **finitude** et l'**infinitude** qu'on vient de définir. On pourra donc toujours dire: **φ(A) = φ(|A|)**. Et donc on pourra toujours définir **fi(A) = φ(A)**, et: **infi(A) = 1 – φ(A)**.

Mais ce qui nous intéresse spécialement pour commencer, ce sont les **ordinaux** ou les **nombres entiers**, **finis** ou **infinis**. Et maintenant donc, quand on emploie ces mots, on sait très exactement ce que cela veut dire. Et plus généralement, on sait mesurer avec exactitude la **finitude** et l'**infinitude** de **TOUT ensemble x**, **fini** ou **infini**, via la notion de **cardinal de x** ou **card(x)** ou **|A|**, qui est un **ordinal**.

Et aussi, on peut maintenant comparer deux **nombres x** et **y** ou deux **ensembles x** et **y**, dire donc qui est **plus fini** que l'autre, qui est **plus infini** que l'autre, etc.. Il suffit de comparer leur **finitude absolue φ(x)**, ou (ce qui revient au même) la **finitude absolue** de leur **rapport**: **x/y**.

Nous donnerons dans toute la suite peut-être l'impression de parler de plusieurs notions différentes de **fini** et d'**infini**, tantôt rejoignant la notion classique, tantôt s'en éloignant beaucoup, tantôt en parlant comme de la notion intuitive ou courante, tantôt comme d'une notion peu intuitive, etc.. Mais en réalité, c'est bien de la notion que nous venons de définir qu'il s'agira toujours. Ce sera peut-être parce que la lectrice ou le lecteur ne saisit pas encore toute la portée des notions qu'on vient de définir, et les conséquences de ce qu'il s'agit d'une notion **GRADUELLE**, et on plus tranchée. Et la **graduation** va du **0 absolu** jusqu'à l'**infini ω absolu**, en passant par toute l'infinité des **zéros** et **infinis** intermédiaires.

La **réalité** très subtile et très importante que cette notion **graduelle** de **finitude** et d'**infinitude** met en évidence, est d'abord que pour un **nombre** donné **a**, qualifié de « **fini** », il existe toujours un autre **nombre b**, lui aussi « **fini** », et qui pourtant est **infini** comparé à **a**, et par rapport auquel **a** est un **zéro**! Par exemple, on peut convenir que le **nombre 1000000000** ou **1 milliard**, n'est pas **infini**, mais est **fini**, même si on ferme les yeux sur sa **finitude** qui, est si petite qu'elle n'est plus que de: **0.000000001** ou **0.0000001%**, tandis que son **infinitude**, qui est déjà conséquente, est de: **0.999999999** ou **99.9999999%**. En ne tenant pas compte de cette réalité que les **nombres** mêmes nous disent avec une **précision mathématique** et de **science exacte**, et continuant à nous fier à notre vague intuition ou à notre mauvaise logique frelatée par la **négation**, on est encore en droit de continuer à qualifier de « **fini** » le **nombre 1000000000**, c'est-à-dire 10^9 ou « **1 suivi de 9 zéros** », ou qu'on notera donc **a**. OK.

Mais alors considérons maintenant le **nombre**: $b = 10^a$ ou: $b = 10^{1000000000}$, ou « **10 puissance 1000000000**», c'est-à-dire « **1 suivi d'un milliard de zéros** ». Alors là, franchement, ce **nombre b** n'a pratiquement plus rien à voir avec **a**, sinon que c'est un **nombre**, qu'il est **divisible par 10** comme **a**, etc.. Mais du point de vue de la grandeur, ce n'est plus comparable! Sa **finitude** est: $10^{-1000000000} = 0.000...0001$, ce qui veut dire qu'il faut aligner **1 milliard** de **zéros**, placer la virgule après le premier, et terminer l'écriture avec **1**. Et son **infinitude** est: $1 - 10^{-1000000000} = 1 - 0.000...0001 = 0.999...999$, ce qui veut dire qu'il faut écrire **0**, suivi de la virgule, suivi de **1 milliard** de chiffres **9**. Autant dire pratiquement **1**. Rien à voir donc avec le cas de a où l'on ne parle que de **9 zéros** ou de **9** chiffres **9**. Pour savoir combien de fois **b** est plus grand que **a**, ou **a** est plus petit que **b** (on fait ainsi une **finitude** ou une **infinitude** comparée), il faut écrire « **1 suivi d'un milliard de zéros** », puis enlever **9** petits **zéros**. Il y a donc encore **999 millions 999 mille 991 zéros** derrière **1**. Donc est pour ainsi dire **infini** comparé à **a**, et **a** est **zéro** comparé à **b**. Malgré cette évidence qui n'échappe à aucun mathématicien digne de ce qualificatif, on continue donc à qualifier de « **fini** » un **nombre** comme **b**.

Oui, mais sa **finitude** mathématiquement définie et calculée est le **nombre infinitésimal** qu'on vient de décrire, et qui est simplement aussi le calcul de la **valeur de vérité** de l'énoncé: « **b est fini** ». En revanche, la **valeur de vérité** de l'énoncé: « **b est infini** » ou de l'**égalité**: « $b = \omega$ » ou « $b = \infty$», est l'**infinitude**: **0.999...999**, dont nous avons la flemme d'aligner son **milliard** de chiffres **9** après la virgule. Mais la logique faussée par la négation continue à dire sans nuance que **a** et **b** sont tous les deux « **finis** ». Soit.

Mais alors, cette fois-ci, le **nombre**: $c = 10^b$, c'est-à-dire « **1 suivi d'un nombre de zéros égal à b** », ce **nombre** dont nous n'arrivons déjà pas à écrire ses chiffres totalement. Mais avec **c**, c'est une toute autre affaire! Nous commençons à entrer dans un **horizon** de **nombres** que nous pouvons que **définir** et dont nous ne pouvons (en fonction de cette **définition**), nous ne pouvons que déduire les propriétés **générales**, qu'ils partagent avec d'autres **nombres**. On sait par exemple que **c** commence par **1**, finit par des **0**, est **divisible** par **2**, mais aussi par **5**, par **10**, par **100**, par **1000**, etc.. Les **propriétés universelles**, celles qui établissent l'**équivalence** ou l'**air de famille** avec d'autres **nombres**, celles qui concernent l'**identité commune**, nous ont encore accessibles, et fort heureusement, et il en sera toujours ainsi. Par contre les **propriétés spécifiques**, celles qui permettent de cerner l'**identité propre** du **nombre**, ce qui le **distingue** ou le **sépare** des autres, deviennent de plus en plus hermétiques. Simplement aussi parce que l'**identité propre** des **nombres**, qui s'exprimaient avec les **petits nombres**, disparaît de plus en plus.

Avec la réduction de la **finitude** et l'augmentation de l'**infinitude**, une nouvelle propriété **émerge** de plus en plus, et qui est l'**oméganité**, et qui dit: $n = n+1$. La **fausseté** de cette **égalité**, qui vaut très précisément la **finitude**: $fi(n) = 1/n$, qui n'était pas négligeable quand **n** est petit, devient carré insignifiante avec les nombres comme **a**, à plus forte raison comme **b**, à plus forte raison encore comme **c**. Que dire alors des **nombres** comme le **nombre de Graham G**?

Et pourtant, si l'on ne tient pas compte de la **finitude** et de l'**infinitude** et que l'on raisonne en **logique brute** (pour ne pas dire **brutale**, **sauvage**...), celle de **négation**, on peut donc continuer à dire que tous ces **nombres** sont **finis** au même degré, **nier** donc l'**émergence** de l'**oméganité**: $n = n+1$, qui change la donne dans la compréhension de la **nature** et de la **propriété** des **nombres**. Elle nous apprend simplement entre autres que les **nombres** sont de moins en moins distinguables des **nombres** suivants, donc de moins en moins **séparables** des **nombre suivants**, au fur et à mesure que les **nombres** croissent. Si **n** se distingue de moins en moins de **n+1**, s'il devient donc de plus en plus égal à **n+1**, cela veut dire qu'il a de moins en moins de **propriétés spécifiques** à lui et à lui seul, qui le caractérisent lui seul et uniquement lui.

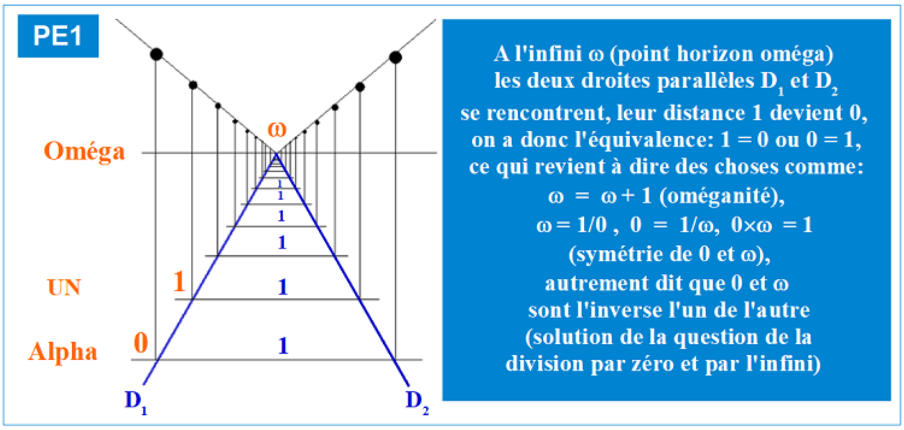
C'est logique, finalement, quand on y réfléchit bien. En effet, plus les **nombres** deviennent **grands**, plus le **nombre** de leurs **propriétés** est grand aussi, et donc ils tendent à avoir les **mêmes propriétés**, donc à ne plus se distinguer les uns des autres. Par exemple, le **nombre 24** est **divisible** par: **1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24**, mais pas par: **5, 7, 9, 11**. Et quant à **385**, il est **divisible** par: **1, 5, 7, 11**, mais pas par: **2, 3, 4, 6, 8, 12, 24**. Les **nombres 24** et **385** ont donc encore beaucoup de **spécificités** qui les distinguent entre eux et leurs suivants, **25** pour l'un, et **386** pour l'autre. Le **nombre 24** a **8 diviseurs**, mais avec **25** le nombre de diviseurs tombe à **3**, à savoir: **1, 5, 25**, pour remonter à **10** avec **48** par exemple: **1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48**. De même aussi, **385** qui avait **8 diviseurs**, est suivi de **386** qui n'en a que **4**, puis on revient à **8 diviseurs** avec **390**, et **18** diviseurs avec **396**, et on tombe à **2**

diviseurs avec **397**, qui est un **nombre premier**, c'est-à-dire qui n'est **divisible** que par **1** et lui-même. Le moins qu'on puisse dire est que les **nombres** se distinguent beaucoup quand ils sont petits.

Mais il suffit par exemple de **multiplier 24** par **385**, pour avoir un **nombre** supérieur, **24 × 385 = 9240**, qui a à la fois les **propriétés** de **24** et de **385** en matière de **division**, en effet, il a leurs **diviseurs** cumulés, plus des nouveaux. Et le **nombre**: **24 × 25 × 385 × 386 × 390 × 396 × 397**, parce qu'il a l'avantage d'être suffisamment grand, va cumuler les **diviseurs** de tous les **nombres** dont on vient de parler, en avoir beaucoup d'autres, pour la même raison. A plus forte raison si nous considérons la **factorielle** de **397**, c'est-à-dire le **nombre** qui est le **produit**: **1× 2× 3 × 4× ... × 384 × 395 × 396 × 397**, donc de tous les **entiers** de **1** à **397**. Il est donc **divisible** par eux tous, par tous leurs **diviseurs**, par beaucoup de nombres supérieurs à **397**, du fait de sa grandeur, de son **infinitude** donc.

Ainsi donc, plus un **nombre n** croît, plus aussi croît la probabilité qu'il acquiert une propriété qu'il n'avait pas quand il était petit, et que d'autres avaient. C'est la raison pour laquelle si, avec les **lois générales** et **universelles** concernant les **nombres entiers** (qui sont donc des **lois absolues**, celles de l'**équivalence**), on ne peut pas prouver l'existence d'un **nombre n** vérifiant une propriété cherchée, et si en vérifiant ou en calculant au cas par cas (avec un puissant ordinateur par exemple, comme justement on le fait très souvent pour les propriétés au sujet desquelles de grandes questions se posent), on n'a par trouve la propriété cherchée parmi les **nombres** de **0** à un certain **nombre A** donné, par exemple jusqu'au nombre: $\mathbf{b = 10^{1000000000}}$, on ne peut pas conclure qu'il n'existe aucun nombre vérifiant la propriété. Car tant qu'on n'a pas vérifié jusqu'à l'**infini**, tout reste possible! Et à l'inverse, si on veut démontrer qu'une certaine **propriété** est toujours vérifiée, et qu'on n'a pas encore trouvé de contre-exemple, et qu'on ne sait pas démonter la propriété de manière générale et universelle, on ne peut pas non plus conclure qu'elle est toujours vraie, tant qu'on n'a pas vérifié jusqu'à l'**infini**.

Et justement à propos de l'**infini**, plus on s'en approche, plus **émerge** la nouvelle propriété qu'est l'**oméganité**: **n = n+1**, qui gomme progressivement toute **distinction** entre un **nombre n** et les **nombres** suivants. Cela vient encore renforcer encore plus sérieusement la tendance que nous constatons pour les **nombres** de cumuler les **propriétés** au fur et à mesure qu'ils croissent. Avec l'**oméganité**: **n = n+1**, c'est l'apothéose, l'**Effet Horizon** se manifeste, là où vraiment on ne distingue plus un **nombre** des **suivants**, là tout devient un, tout devient **ω**.



Cela veut dire que les propriétés **toujours** vérifiées jusque là, comme par exemple le fait qu'un **nombre** soit **toujours différent** de son **successeur** ou de son **prédécesseur**, cessent de l'être à l'**horizon**. Et à l'inverse, les propriétés qui n'étaient **jamais vérifiées** jusque là, comme le fait qu'un **nombre** ne soit **jamais égal** à son **successeur** ou que deux **droites parallèles** ne se rencontrent **jamais**, sont vérifiées à l'**horizon**. On le rappelle, dire qu'une chose **est toujours** c'est dire qu'elle ne cesse d'être qu'à l'**infini**, et dire qu'elle **n'est jamais**, c'est dire qu'elle est à l'**infini**. C'est la **logique pure**, la **vraie logique**, dont la **valeur de vérité** ou de **réalité** est **1**.

Cela veut dire aussi que si l'on ne trouve jamais un **nombre fini** (c'est-à-dire un **nombre** de **finitude** relativement grande) vérifiant une **propriété P** donnée, cela veut dire très probablement que cette **propriété caractérise** l'**infini ω**, elle est synonyme de l'**oméganité**: **n = n+1**, c'est-à-dire la définition de l'**infini absolu**: **ω = ω+1**. Cela veut dire forcément aussi que plus les **nombres** tendent vers **ω**, plus ils acquièrent tous cette propriété, qui est en fait une propriété **universelle**. Donc inutile de chercher un nombre spécifique, séparé des autres des qui auraient cette propriété lui seul. Beaucoup de propriétés sont jugées « **impossibles** » par la logique de **négation**, ou sont réputées **très difficiles** à prouver, parce qu'en fait **tous** les **nombres** les vérifient. Il faut

« **se rendre à l'horizon infini** » pour s'en rendre compte, ce qui veut dire qu'il faut changer de logique, ou ne plus **nier** l'**infini ω**, pour que ce qui n'était pas trouvable ou accessible le devienne.

Si on n'arrive à trouver un **nombre particulier** et lui seul vérifiant **P**, avec avec d'autres nombres formant un **sous-ensemble** à part, alors c'est la **propriété P** n'est pas **absolue**, **universelle**, c'est-à-dire vérifiée par **TOUS** les **nombres**. Mais elle est vérifiée par tous les nombres, et qu'une mauvaise logique nous empêche de le voir, et qu'on cherche un nombre particulier ou des nombres particulier vérifiant **P**, alors, c'est certain, on ne trouvera plus jamais. Car on ne peut pas trouver ce qu'on a déjà trouvé mais que l'on a **nié**.

Ainsi, la difficulté à écrire tous les chiffres d'un **grand nombre** donné, comme par exemple le le **nombre**: $\mathbf{c = 10^b}$, défini plus haut, où: $\mathbf{b = 10^{1000000000}}$, n'est pas seulement une question d'incapacité de notre part, mais vient d'une **réalité très fondamentale**, qui est que **plus les nombres grandissent, plus ils se ressemblent**. Ils deviennent de plus en plus difficiles à distinguer par leurs chiffres.

Tout ce que nous venons de dire concerne les **nombres entiers finis**, c'est-à-dire qu'on peut, en **numération décimale**, définir comme pouvant (théoriquement) être écrits avec une suite des dix chiffres de **0** à **9**, donc: **0, 1, 2, 4, …, 10, 11, 12, 13, 14, …, 2150, 2151, 2152, …**. Chacun des **nombres** est « **fini** », mais la liste est **infinie**, au sens **intuitif**, qui est qu'elle se poursuit **indéfiniment**, mais alors cette notion intuitive, quand nous utiliserons souvent, malgré les apparences, fait appel à la **finitude** et à l'**infinitude** que nous avons définie. Pour en revenir à la remarque qui a entraîné ces explications, elle n'est donc pas une notion différente, car l'**infinitude** se cache en fait dans le terme « **indéfiniment** ». Ce mot est synonyme de « **toujours** » ou de « **jamais** » (car on dit que la liste ne finit « **jamais** »), donc veut dire la liste s'arrête à l'**horizon infini ω**, qui se définit par l'**oméganité**: **ω = ω+1**, c'est-à-dire le nombre dont la **finitude** est: **1/ω = 0**. Et plus généralement, cette liste des nombres finis s'arrête là où commencent les **nombres n** avec qui l'**égalité**: **n = n+1**, devient vraie.

Et puis, la définition des **nombres finis** comme pouvant être écrits avec une suite des dix chiffres de **0** à **9**, n'est valable que si l'on précise que le nombre de ces chiffres... est **fini**! Si la suite est infinie, alors les **nombres** le sont aussi. On voit alors qu'on définit la notion de **finitude** en faisant appel à elle-même.

Actuellement en mathématiques, on donne différentes définitions de la notion de **nombre fini n**, qui, à l'examen, reviennent toujours à dire que **n** ne vérifie **JAMAIS** l'**égalité**: **n = n+1**, qu'il est TOUJOURS **inférieur** à son **successeur**, qu'il n'est **JAMAIS égal** à un **nombre plus petit** que lui, ou **plus grand** que lui, etc.. Là encore c'est l'**oméganité**: **n = n+1**, qui est **niée** pour ces **nombres**, soit, mais alors cela signifie qu'elle est affirmée pour **ω** ou plus généralement pour tous les **nombres infinis**, ou en tout cas **infiniment grands**! Par exemple pour les **nombres entiers naturels** qualifiés de « **non standard** », et qui sont supérieurs à tous les **entiers** dits **standard**: **0, 1, 2, 3, 4, 5, …**. Si ces entiers sont supérieurs à tous les **entiers standard**, alors leur **finitude** est inférieure à celle de tous ces **entiers standard**, si grands soient-ils, donc leur **infinitude** plus grande que celle de ces **entiers**, que celle de **a**, de **b**, de **c**, du **nombre de Graham**, etc.. Cette **finitude** est donc **1**, à un **infinitésimal** près.

De notre côté, nous parlerons très souvent aussi de **nombre infini**, en donnant ce terme « **infini** » comme sens: « **nombre supérieur à tous les nombres finis** », ou « **nombre supérieur à tous les nombres entiers classiques** ». Et **nombre infini** de référence dont nous parlerons souvent dans ce sens-là est le **nombre omégaréel infini w**. Ceci est équivalent à cette notion d'**entiers** « **non standard** », et le fonctionnement de cet **infini w** (que nous qualifierons souvent d'**infini relatif**, un de l'**infinité** de **nombres infinis intermédiaires** entre les **finis** et l'**infini absolu ω**) est simplement comme la notion de **variable**. On parle de la même **réalité**, de la même **vérité**, le reste n'étant qu'une affaire de mots.

Il est inutile, parce qu'on tient à la **logique** de **négation**, d'**identité**, de **tout ou rien**, de « **x** et **non-x** », d'introduire des axiomes et de nouveaux mots comme « **standard** » et « **non-standard** », juste pour éviter de parler de « **dernier nombre entier naturel** » ou simplement « **nombres entiers naturels infinis** », des mots et des axiomes qui maintiennent dans le **déni** de la réalité évidente que les **nombres** expriment par la **finitude** et l'**infinitude**, et au final pour dire des choses qui, examinées, reviennent toutes simplement à cela. Quelle que soit donc la notion de **fini** ou d'**infini** dont nous parlerons, ce ne sera qu'une autre manière d'exprimer la **finitude** et l'**infinitude**.

DÉFINITION *D-FIP: Finitude, Infinitude et Polynômes*
Avec l'**infini relatif w**, ou (ce qui revient au même, une **variable** comme **n**), deux **polynômes A** et **B** en **w** de même **degré** et de même plus grand **coefficient** sont **équivalents**, et on écrit l'**équivalence**: **A = B**. Et si **A** et **B** sont deux **polynômes** en **w** dont les **plus grands coefficients** sont de **même signe**, alors si le **degré** de **B** est **strictement inférieur** au **degré** de **A**, on dit que **B** est **fini** par rapport à **A** et que **A** est **infini** par rapport à **B**.

C'est un cas particulier de la **finitude** et de l'**infinitude** qu'on vient de définir. Elle est dite **gradative** ou **polynomiale**, car basée sur la notion de **degré**, notion qui, avec les **nombres omégaréels**, devient pratiquement synonyme de celle de **dimension**, comme quand on parle par exemple de **dimension** d'un **espace vectoriel**. Cette notion se généralisera dans la partie B, avec la construction des **nombres omégaréels**.

Par exemple, **w** et **w + 1**, qui sont: $1w^1$ et $1w^1 + 1$, qui ont donc le même **degré 1** et le même **plus grand coefficient 1**, sont **équivalents**, équivalence qui s'écrit donc: $w = w+1$, ce qui ramène à la logique de l'**infini absolu ω**. De même par exemple aussi, les deux **polynômes**: $5w^3 – 3w + 8$ et $5w^3 + 14w^2 + w – 9$, de même **degré 3** et de même **plus grand coefficient 5**, sont **équivalents** aussi: $5w^3 – 3w + 8 = 5w^3 + 14w^2 + w – 9$. Par rapport au **nombre infini** $5w^3$, le **nombre** $14w^2 + w – 9$, bien qu'**infini** lui aussi, est par définition **fini**. Et lui-même est **infini** par rapport à $w – 9$, qui est **fini** par rapport à lui, et lui-même étant **infini** par rapport à **9**, qui est donc **fini** par rapport à lui. Et **9**, qui est de **degré 0**, car: $9 = 9w^0$, bien que **fini**, est **infini** par rapport à: $4θ^2 – 3θ^7 + 5θ^9$, qui est: $4w^{–2} – 3w^{–7} + 5w^{–9}$, qui est de degré **-2**. Celui-ci est donc **fini** par rapport à $9 = 9w^0$, mais lui-même, bien qu'**infinitésimal**, est **infini** par rapport à: $72θ^3 + 846θ^5 + 2θ^{10}$, qui est: $72w^{–3} + 846w^{–5} + 2w^{–10}$, qui est de **degré -3**. Et ainsi de suite.

Les **polynômes** ont été exprimés avec l'**infini w**, pour donner un aperçu des **nombres omégaréels**. Mais on aurait pu tout aussi bien, pour rester dans les **ordinaux** (qui sont des **nombres positifs** ou **nuls**), les exprimer avec la **variable n**, où **n** représente n'importe quel **ordinal**, **fini** ou **infini**.

Par exemple: les expressions: **n** et **n+1**, dépendant de la **variable n**, sont une autre manière de dire: **w** et **w+1**. Dans le **système de numération** de **base n**, ces deux expressions sont: $1n^1 + 0n^0$ et: $1n^1 + 1n^0$, c'est-à-dire les **nombres** dont les écritures dans cette **numération** sont respectivement « **10** » et « **11** », ou **(1, 0)** et **(1, 1)**. La **plus grande puissance de n** est ici **1**, qui est aussi le **degré** commun des deux **polynômes**. Le **plus grand coefficient** correspondant, que nous appellerons le **coefficient dominant** ou le **cdo** dans la partie B, est **1** pour des deux **polynômes**, et cela veut dire le **chiffre** des **n-aines**, comme par exemple dans le **système décimale** on parle du **chiffre** des **10-aines** ou **dizaines**. Dans ce système, le nombre « **10** » est **1 dizaine**, et et « **11** » est **1 dizaine** et **1 unité**. C'est alors le nombre « **10** » ou « **dix** » qui représente l'**infinité** de **base**, et les **nombres** de **0** à **9** sont les alors les **unités**, encore appelés les **finités**. Dire que le **degré** commun est **1**, ou que les deux nombres « **10** » et « **11** » sont **équivalents** d'un point de vue **polynomial** ou **gradatif**, c'est dire que les deux nombres sont du même **ordre de grandeur** en parlant d'**infinité**, qui est ici 10^1.

Et de manière générale, pour une base **n**, les **chiffres** ou les **finités** vont de **0** à **n-1**, autrement dit chiffres les **finités** du **système de numération** de **base n** sont les **n éléments** de **n = {0, 1, 2, 3, 4, …, n-4, n-3, n-2, n-1}**. Ils jouent exactement même rôle que les **10 chiffres** de la **numération décimale**: **10 = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}**. En particulier, **n** peut prendre pour valeur l'**infini w**, et alors les **w chiffres** sont: **w = {0, 1, 2, 3, 4, …, w-4, w-3, w-2, w-1}**. Mais **n** peut être n'importe quel **ordinal**. Par exemple: $n = 5w^3 – 3w + 8$. Dans tous les cas, la logique est celle du **système de numération**, et on ne fait pas la différence entre **fini**, **variable** ou **infini**.

Et l'**infinité** de base est « **10** », qui signifie dans ce cas $1n^1 + 0n^0$ ou n^1 ou simplement **n**. Et comme aussi bien le **degré** que le **coefficient dominant** est **1**, les deux **nombres** sont de l'**ordre de grandeur n**, et l'**ordre de grandeur** de leur **rapport** est **1**, la **finitude**: **n/n = 1** donc, la **finitude** par excellence, comme on l'a vu. Donc les deux **nombres n** et **n+1**, sont le **même infini**, on peut donc écrire l'**équivalence polynomiale** ou **gradative**: **n = n+1**, qui fait de la **variable n** un synonyme l'**infini absolu ω**, dont l'**égalité caractéristique**, l'**oméganité**: **ω = ω+1**.

DÉFINITION *D-VAWDO: Variable, alphanité, oméganité, dernier ordinal*

La **variable n** représentant un **ordinal** (et plus généralement un **nombre omégaréel**), et **ø** étant une **variable** désignant son **inverse**, c'est-à-dire: **ø = 1/n**, on appelle **énitivité** ou **égalité caractéristique** du **zéro alpha** ou **égalité** du **zéro absolu** ou encore du **premier ordinal**, l'**équivalence**: **1 = 1 + ø**. On dit alors que **ø** est **alphan**, en l'occurrence ici **onitif** par rapport à **1**. Et on appelle **oméganité** ou **égalité** du **dernier ordinal**, l'**équivalence**: **n = n + 1**. On dit alors que **n** est **omégan**.

Comme deuxième exemple plus complexe, considérons le **polynôme**: $5n^3 + 14n^2 + n – 9$, qui est donc le **nombre**: $5n^3 + 14n^2 + 0n^1 + (n – 9)n^0$, dont les **chiffres** en **base n** sont donc: **5**, **14**, **0**, **n-9**, c'est-à-dire le **nombre entier** ou l'**ordinal** qui s'écrit: **(5, 14, 0, n-9)**. Le **degré** est ici **3** et le **chiffre** correspondant est **5**. Ici donc, les deux nombres par exemple: **(5, 14, 0, n-9)** et **(5, 14, 0, 0)**, ou **(5, 0, 0, 0)** et **(5, 14, 0, 0)**, c'est-à-dire: $5n^3 + 14n^2 + 0n^1 + (n – 9)n^0$ et $5n^3 + 14n^2 + 0n^1 + 0n^0$, ou: $5n^3 + 0n^2 + 0n^1 + 0n^0$ et $5n^3 + 14n^2 + 0n^1 + 0n^0$, sont **équivalents**, leur **ordre de grandeur** est: **(5, 0, 0, 0)** ou $5n^3$, leur rapport est la **finitude**: $5n^3/ 5n^3 = 1$.

Et maintenant, si l'on considère le **nombre**: **x = $14n^2$ + n – 9**, et: **y = $7n^3$ + $400n^2$**, le **rapport x/y** sera **équivalent** à: **$14n^2$/ $7n^3$ = 14/7n = 2ø**, qui est donc la **finitude 14ø/7**, qui est un **nombre infinitésimal**, c'est-à-dire un **nombre** de la **famille** du **0**, ici un **nombre** de type **2×0**. Si au lieu de la **variable n** on avait pris l'**infini w**, cette **finitude** vaudrait **2θ**, et le raisonnement est le même, encore un **nombre** de type **2×0**, un **nombre infini** donc, car sa **finitude** est **quasi nulle**. Par conséquent, le **nombre x** est **fini** par rapport à **y**, et donc **y** est **infini** par rapport à **x**.

Et maintenant, on peut donner une définition de la notion de **fini** et d'**infini** encore plus générale:

DÉFINITION *D-OSN: Ordinaux et systèmes de numération*
Etant donné un **ordinal n ≥ 2**, on appelle les **chiffres** ou **finités** du **système de numération** en base **n**, les **n** **éléments** de **n = {0, 1, 2, 3, 4, …, n-4, n-3, n-2, n-1}**. Et **n** est appelé l'**infinité** de base de ce **système**. On dit que les **éléments** de **n** sont **finis** par rapport à **n**, et que **n** est **infini** par rapport à ses **éléments**. En effet, leurs **finitudes** respectives par rapport à **n** sont: **0/n, 1/n, 2/n, 3/n, 4/n, …, (n-4)/n, (n-3)/n, (n-2)/n, (n-1)/n**, c'est-à-dire: **0, ø, 2ø, 3ø, 4ø, …, 1- 4ø, 1- 3ø, 1-2ø, 1- ø**, ou: **0, θ, 2θ, 3θ, 4θ, …, 1- 4θ, 1- 3θ, 1-2θ, 1- θ**, si nous raisonnons avec l'**omégaréel infini w** au lieu de la **variable n**. La **finitude** des **chiffres** va alors de **0** pour la plus petite à pratiquement **1** pour la plus grande, c'est-à-dire: **1 - ø** ou **1- θ**. Cela signifie que plus les **chiffres** sont petits, plus ils sont **finis** par rapport à **n**, qui est donc **infini** par rapport à eux. Et plus les **chiffres** croissent, plus ils deviennent **équivalents** à **n**, ils sont des **chiffres** pratiquement de la même **infinitude** que **n** (ou **w** si l'on raisonne avec **w**). Les **chiffres** sont donc globalement qualifiés de **finis** comparés à **n**, mais il s'agit d'une **finitude graduée**, et non pas d'une notion de **tout** ou **rien**, du genre donc **fini** et **non fini** ou **x** et **non x**.

On note donc que cette définition du **fini** et de l'**infini** est extrêmement générale, elle est très **graduelle**, et pour cette raison elle devient simplement synonyme de la notion d'**infériorité** et de **supériorité**. Ainsi, pour le système décimal: **10 = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}**, le chiffre **9** est **fini** par rapport à **10**, qui est **infini** par rapport à lui, alors que leur différence n'est que de **1**. De même, pour le système de base **w**, qui est: **w = {0, 1 2, 3, 4, …, w-4, w-3, w-2, w-1}**, le nombre **w-1** est **fini** par rapport à **w**, qui est **infini** par rapport à **w-1**, alors que là aussi leur différence n'est que de **1**.

Mais ce n'est pas dans la comparaison de **w** et de **w-1** que réside tout l'intérêt de cette définition. C'est avec la comparaison par exemple de **9** et **w-1** ou **9** et **w**, que la comparaison prend tout son sens. Les chiffres près de **0** vont être plus **fini** qu'**infini**, tandis que ceux près de **w** vont être plus **infini** que **fini**. Grosso modo, pour un **ordinal n ≥ 2**, on peut dire que les nombres de **0** à **n/2** sont plutôt **finis**, et ceux de **n/2** à **n** sont plutôt **infinis**. Ceux de **0** à **n/4** sont de **finitude** encore plus marquée, et ceux de **3n/4** à **n** sont d'**infinitude** plus marquée. Et plus l'**ordinal n** considéré pour être la base de la numération est grand (par exemple si **n** est le **nombre de Graham G**), plus la différence entre les **finis** et le **infinis** est plus marquée.

Avec tout cela, quand on parlera dans toute la suite de **fini** et d'**infini**, on saura quel sens ces mots ont dans la nouvelle conception. Bien que la notion d'**équivalence** sera de plus en plus profonde dans toute la suite, on sait déjà les situations fondamentales dans lesquelles on peut exprimer une **équivalence**, et ce qu'elle signifie exactement. Nous commençons à faire la différence entre quand une **égalité** signifie une **identité**, et quand elle signifie une **équivalence**. Nous découvrons comment les deux notions d'**égalité** fonctionnent en harmonie, comment l'une prend le relais de l'autre quand il le faut, ou vice-versa. Pour éviter une confusion, nous devrions utiliser un signe comme par exemple « == » pour désigner l'**identité**, qui est l'**égalité** courante, l'**égalité restreinte**, et réserver le signe « = » pour l'**équivalence**, l'**égalité générale**. Mais si l'on comprendre la logique de l'**équivalence**, l'usage d'un seul signe d'**égalité** « = » suffit, car, normalement, on sait reconnaître facilement les situations où le signe « = » signifie une **identité** et quand il signifie une **équivalence**.

Nous savons par exemple que nous pouvons dire indifféremment « **2+2 == 4** » et « **2+2 = 4** », car les deux expriment la même **identité**. Par contre, « **2+2 = 5** » est une **équivalence**, un type d'**équivalence** que nous appelons le **Cycle 1**, et qui revient à dire « **0 = 1** », l'**expression canonique** du **Cycle 1**, ce qu'on appelle habituellement l'**égalité modulo 1**. Et plus généralement, l'**expression canonique** du **Cycle n** est « **0 = n** », ce qu'on appelle l'**égalité modulo n**. On comprend alors que : « **2+2 = 5** » ou « **0 = 1** » n'est pas correcte si le signe « = » signifie une **identité**, c'est-à-dire si l'on veut dire par là: « **2+2 == 5** » ou « **0 == 1** ».

Normalement donc, on sait reconnaître une **équivalence**, ou on devrait savoir la reconnaître. Mais nous avons aussi commencé à découvrir des situations où les mathématiciens actuels énoncent des **identités** très **fausses**, **égalités** qui ne sont vraies que parce qu'elles cachent des **équivalences**. Comme par exemple la très célèbre somme: **1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + … = -1/12**. Ou quand ils disent que le **cardinal** de l'ensemble **C = {0, 1, 2, 3, 4,**

5, 6, …, ω, ω +1, ω +2, ω +3, ω +4, ω +5, ω +6}, est **ω**, alors que manifestement le **cardinal** est: **ω+7**. La notion de **cardinal** telle qu'elle est actuellement conçue, utilise la notion de **bijection** et une **relation d'équivalence** qui cache à peine sa nature, qu'on appelle la **relation d'équipotence**! Cette **relation d'équivalence** se traduit par: **ω = ω+7**, qui est ce qu'on est en train d'énoncer en disant que le **cardinal** de cet ensemble **C** est **égal** à **ω**. Mais en fait, ici, par « = » il faut entendre **équivalent** (cette **relation d'équivalence** nommée l'**équipotence** donc) et non pas **identique**, car, comme: **1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + … = -1/12**, l'**égalité**: **ω = ω+7**, n'est pas une **identité**. Exactement comme « **2+2 = 11**» ou « **0 = 7** » (qui est l'**expression canonique** du **Cycle 7** que toutes veulent dire) ou « **2+2 = 5** » (l'**expression canonique** du **Cycle 1**) n'est pas une **identité**!

On peut énoncer une **équivalence**, mais alors il faut être rigoureux et annoncer clairement les couleurs. On peut écrire une **identité** entre deux choses différentes, comme: « **n == n+1** », « **w == w+1** », « **ω == ω+1** », ou même: « **10000 == 10000 + 1** », ou même: « **200 == 200 + 1** », ce qui normalement est « faux ». Mais il y a une raison pour laquelle on peut énoncer ces « faussetés », et c'est ce genre de raisons qui autorisent aussi à énoncer l'**identité**: « **ω == ω+7**», sans avoir à faire appel au **super avocat** (qui justifie tout, qui sauve toutes les causes perdue), à savoir l'**équivalence**. Les raisons qui autorisent à écrire ces **identités**, c'est ce qu'on vient de voir avec la **finitude** et l'**infinitude**, le **fi** et l'**infi**.

Pour l'**identité**: « **200 == 200 + 1** », bien que « fausse », en principe, sa **valeur de fausseté** est relativement faible, et sa **valeur de véracité** est assez bonne. Ces **valeurs de vérité** sont précisément le **fi** et l'**infi** de **200**. Cela veut dire ici qu'en **identifiant** « **200 == 200 + 1** », ou « **200 == 201** », c'est-à-dire en écrivant une **identité** entre le nombre de gauche et celui de droite, on commet une **erreur**, certes, mais elle est mesurée avec précision, elle signifie ici qu'on « se trompe » de **1** sur **200**, qui est la **finitude relative**: **fi(200) = 1/200 = 0.005**, dont le sens ici est qu'on a commis une **erreur** de **0.5%**. L'**erreur** n'est pas **0**, certes, car **200** n'est pas encore **infini**. Son **infinitude relative** est en effet de: **infi(200) = 1 – 1/200 = 1 – 0.005 = 0.995 = 99.5%**. Il faut reconnaître que c'est déjà pas mal pour un si petit nombre comme **200**.

Et pour l'**identité**: « **10000 == 10000 + 1** », soit: « **10000 == 10001** », cela va forcément être mieux, car **10000** est plus grand que **200** donc plus **infini**. L'**erreur relative** de cette **identité**, qui est donc mesurée par **fi(10000)**, est: **fi(10000) = 1/10000 = 0.0001 = 0.01%**, donc: **infi(10000) = 1 – 0.0001 = 0.9999 = 99.99%**.

Et pour la **variable n**, qui dans la nouvelle conception est formellement synonyme de l'**infini**, l'**erreur** de l'**identité**: « **n == n+1** », est donc: **fi(n) = 1/n = ø**, qui est un **nombre infinitésimal**. Et sa véracité est donc: **infi(n) = 1 – 1/n = 1 – ø**, qui est pratiquement **1**.

Et, ce qui revient au même, pour le **nombre omégaréel infini w**, l'**erreur** de l'**identité**: « **w == w+1** », est donc: **fi(w) = 1/w = θ**, qui est un **nombre infinitésimal**. Et sa véracité est donc: **infi(w) = 1 – 1/w = 1 – θ**. On a donc une très bonne raison d'énoncer l'**identité**: « **w == w+1** », vue l'**infiniment petitesse** de sa **fausseté**, et sa **valeur de vérité** qui est pratiquement **1**.

Et maintenant, pour l'**identité**: « **ω == ω+7**», on bénéficie d'une **énorme circonstance atténuante**, en disant qu'elle est vraie. Car l'**erreur relative** que l'on commet en l'affirmant est: **fi(7/ω) = 7/ω = 7 × 0** , et là on tutoie le **0 absolu** sans « blasphémer » car la **vérité** que l'on dit a une valeur de: **infi(7 × 0) = 1 – 7 × 0**,

Et enfin, pour l'**identité**: « **ω == ω+1**», c'est déjà dit. L'**erreur relative** de cette **identité** est donc: **fi(1/ω) = 1/ω = 0** , et la **valeur de vérité** est: **infi(0) = 1 – 0 = 1 = 100%**.

On pouvait donc énoncer toutes ces identités « fausses » sans les services de l'**avocat** nommé l'**équivalence**, même la plus « fausse », à savoir: « **200 == 200 + 1** », ou « **200 == 201** », ou même là, la vérité était déjà de **99.5%**.

Mais par contre il faut le grand avocat pour justifier: **1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + … = -1/12**! Car là on **nie** simplement l'**identité**. Les mathématiques actuelles ne jurent que par l'**identité**, soit. Dans ce cas il faut respecter les lois de l'**identité**, et non pas **nier** officiellement l'**équivalence**, traiter de tous les noms d'oiseaux ceux qui affirment que « **0 = 1** » ou « **2+2 = 5** » est une vérité de l'**Univers**, et user clandestinement de l'**équivalence** pour aboutir à: **1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + … = -1/12**, en prétendant que ceci est une **identité**. Autrement dit, faute de dire explicitement qu'il s'agit d'une **équivalence** et pas d'une **identité**, on est en train de soutenir que: **1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + … == -1/12**. Là c'est plus qu'une simple **erreur**, c'est tout simplement un **mensonge**!

L'**ensemble N** est tout simplement le **dernier nombre entier naturel**. Et il y a un avant-dernier **N-1**, lui-même ayant un **prédécesseur N-2**, **précédé** de **N-3**, etc.. Bref, l'**ensemble N** au **complet** est:
N = {0, 1, 2, 3, 4, …, N-4, N-3, N-2, N-1}.

Il obéit tout simplement à la **formule générale** des **ordinaux**, définie par la **variable**: **n = {0, 1, 2, 3, 4, …, n-4, n-3, n-2, n-1}**, représentant un **élément générique** de **N**. Mais quant à **N** lui-même, il est une **constante**, la **constante infinie**, qui, comme on l'a déjà dit, n'est autre le **nombre omégaréel infini**: **w = {0, 1, 2, 3, 4, …, w-4, w-3, w-2, w-1}**. On ne fait que parler de la même réalité sous différents angles. Et avec les **éléments** de la **fin**, on a dépassé tous les **horizons** des **nombres** comme g_{64} ou g_{65} ou g_{100} ou g_{1000} ou $g_{1000000000}$, et même bien au-delà. Et alors l'**infinitude** devient simplement **1**, autrement dit on peut énoncer l'**identité**: **n = n+1**, et en particulier donc: **N = N+1**. Car la **finitude** de **N** n'est plus que: **fi(N) = 1/N = θ**., et l'infinitude est: **infi(N) = 1 – θ**. Mais quand on dit: **N = N+1**, on dit simplement que **N** est l'**infini absolu ω**. On parle de la même chose simplement sous différentes appellations.

THÉORÈME *T-IE: Infinitude et Entièreté*

Un **module x** (c'est-à-dire un **nombre omégaréel positif x**) est de la forme: **x = n + τ**, où **n** est un **ordinal** (c'est-à-dire un **nombre entier oméganaturel**), et où **τ** est un autre **tau**, c'est-à-dire un **nombre omégaréel** tel que: **0 ≤ τ ≤ 1**, autrement dit un élément de l'**intervalle**: **[0, 1]**. Plus **x** est grand, plus **n** est grand, donc **n** devient **omégan**, autrement dit l'**égalité**: **n = n + 1**, devient vraie. A plus forte raison l'**égalité**: **n = n + τ**, autrement dit: **n = x**. Cela signifie donc que plus un **module x** devient grand (c'est-à-dire plus son **infinitude** est grande), plus il devient équivalent à un **ordinal**, c'est-à-dire un **nombre entier oméganaturel**. Autrement dit, avec les grands **modules**, et à plus forte raison avec les **modules infinis**, on ne distingue plus les notions de **nombre réel** et de **nombre entier**. En vertu de cela, tout **nombre omégaréel infini** sera donc systématiquement traité comme un **nombre entier infini**. Et de plus, en vertu de la remarque **R-OOD**, la même **oméganité**: **n = n + 1**, fait de l'**entier infini n** un **nombre divisible** par tout **entier fini non nul k**. Autrement dit, les **nombres**: **x, x/2, x/3, n/4, x/5, …, x/k**, où **k** est **fini** par rapport à **x**, sont des **nombres entiers**. A plus forte raison les **nombres**: **n, n/2, n/3, n/4, n/5, …, n/k**.

Ce théorème est très important, il est l'une des nombreuses différences majeures avec la manière traditionnelle de voir les **nombres**. La logique qu'il énonce est fort simple et très intuitive. Puisque nous sommes présentement dans un monde où l'argent parle aux gens, il suffit donc pour illustrer ce théorème de prendre l'exemple d'une fortune de **100 milliards de sous**, par exemple.... On mettra ce que l'on veut pour l'unité «**sou**». Avec une telle fortune, on ne fait évidemment plus de différence entre «**100 milliards de sous**», «**100 milliards de sous et 1 sou**», «**100 milliards de sous et 74 centimes de sou**», autrement dit entre le **grand nombre n**, qui est ici: **n = 100 000 000 000**, et: **n+1 = 100 000 000 001**, et: **n + 0.74 = 100 000 000 00.74**, le **nombre tau** étant donc ici: **τ = 0.74**. Tous ces **nombres** sont donc équivalents à l'entier: **n = 100 000 000 000**. Dans le langage courant, on exprimera la logique de ce théorème en disant que quand on est **milliardaire** en **sous**, à moins de s'appeler Harpagon le grand avare devant l'Éternel, on n'est plus à **un sou** près, et à plus forte raison à **23 centimes** de **sou** près, ou à **59 centimes**, ou à **74 centimes**, qui sont donc des **nombres tau**.

Si ce théorème est déjà vrai quand le **nombre n** est seulement de l'**ordre de grandeur** de **100 000 000 000** et même pour des valeurs moindres, alors à plus forte raison si **n** est **infini**, c'est-à-dire un **nombre**, comme le **nombre entier oméganaturel w** par exemple, à considérer comme étant **plus grand** que tous les **nombres finis** classiques: **0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …, 100 000 000 000, …., G, …**, où **G** est le **nombre de Graham**, dont on reparlera très bientôt. Devant les **nombres absolument phénoménaux** comme le **nombre G**, on ne pinaille plus avec les **centaines de milliards**, et à plus forte raison avec **1** ou les **nombres tau**, comme **0.23**, **0.59** ou **0.74**, bref les éléments de l'**intervalle [0, 1]**. Et que dire alors d'un **nombre w** dont on dit que comparé à lui le **nombre G** lui-même est tout simplement **0**? Et plus généralement est **0** comparé à **w** tout **nombre** classique, c'est-à-dire qu'on écrit avec les **chiffres** de **0** à **9**, même si le **nombre** de ces chiffres est par exemple **G**. Du moment où le **nombre** des chiffres est qualifié de « **fini** », ce nombre est par définition **inférieur** à **w**, lui-même (on le rappelle), étant défini par l'**identité**: w^w **== ω**, où **ω** est l'**infini absolu**, l'**inverse de 0**, c'est-à-dire: **ω == 1/0** et: **0 == 1/ω**. On a vu que: **w = ω** $H^{3*}{}_R$ **2 = ω 3-rac 2**. Et même en considérant un **infini w'** infiniment plus petit que **w**, et défini par: **Haw(w') == w'** $H^{w'}$ **w' == w'** $H^{w'+1}$ **2**, donc tel que: **w' = ω** $H^{w'+1*}{}_R$ **2 = ω (w'+1)-rac 2**, il reste **infini**, donc **G** est **0** comparé à lui. Et donc le théorème est incomparablement plus vrai avec cet **infini w'** aussi, à plus forte raison avec **w**.

Ce théorème, qui est donc une très importante conséquence de la notion d'**infinitude**, est d'une grande évidence et d'un grand pragmatisme. Et pourtant les mathématiques est les sciences actuelles font preuve d'un incroyable manque de pragmatisme dans ce cas où la **vérité** s'impose, mais par contre ne vont pas hésiter à tenir pour une grande « vérité » l'**égalité**: **1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + … = -1/12**, censée être en plus une **identité**! Autrement dit, faute de dire explicitement qu'il s'agit d'une **équivalence** et pas d'une **identité**, on soutient que: **1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + … == -1/12**.

d) L'oméganité: l'énitivité, l'auto-additivité, l'auto-multiplicativité, et l'auto-exponentiativité

Et maintenant, voyons quelques unes des très importantes conséquences qui surviennent, quand un **nombre entier naturel n** est suffisamment grand pour vérifier l'**énitivité**: **n = n+1**, qui, comme on l'a déjà dit, l'**énitivité** est la première des **propriétés** des **nombres infinis**, à savoir les **propriétés oméganes** ou l'**oméganité**. Comme on va le voir maintenant, l'**énitivité** entraîne les autres propriétés ou en tout cas l'**auto-additivité** et l'**auto-multiplicativité**. Et à terme, par **itérations**, l'**auto-exponentiativité** ainsi que l'**auto-hyper-opérativité** en général. Raison pour laquelle donc souvent l'**énitivité** sera appelée l'**oméganité**.

THÉORÈME
Quand un **ordinal n** devient **omégan**, c'est-à-dire est suffisamment grand pour commencer à vérifier l'**identité**: **n = n+1**, l'**énitivité** donc, il instaure la logique de l'**équivalence**, en particulier le **Cycle 1**. On dit alors aussi que **n** est **1-cyclique**.

En effet, l'**identité**: **n = n+1**, conduit immédiatement à: **n – n = 1**, donc: **0 = 1**, qui est l'expression **canonique** du **Cycle 1**.

Et le **Cycle 1** signifie la chaîne d'**équivalences**: **0 = 1 = 2 = 3 = 4 = … = n = n+1 = …**. C'est ce que nous appelons une **équivalence universelle**, qui est ici l'**équivalence** de **tous** les **ordinaux n**. Elle est donc enclenchée dès qu'un **ordinal n** vérifie l'**oméganité**: **n = n+1**. Et pour cela il suffit qu'il soit suffisamment **grand**. C'est donc l'un des effets fondamentaux de l'**infinitude**. Les **nombres**, quand ils sont petits ou relativement petits, obéissent seulement à l'**identité**: **0 = 0**, **1 = 1**, **2 = 2**, **3 = 3**, **4 = 4**, etc.. Ils obéissent donc à l'arithmétique de l'**identité**, avec laquelle on doit dire par exemple: « **2+2 = 4** », mais pas: « **2+2 = 5** ». En effet, « **2+2 = 4** » est une autre manière d'exprimer l'**identité**: « **4 = 4** ». Avec **4**, on ne peut pas encore dire: « **4 = 5** » ou « **4 = 4+1** » car la **finitude** de **4** est: **fi(4) = 1/4 = 0.25 = 25%**, et son **infinitude**: **infi(4) = 1 – 0.25 = 0.75 = 75%**. Même si l'**infinitude** est déjà conséquente, la **finitude** est encore de **25%**, autrement dit la **fausseté** de l'**identité**: **4 = 4+1** » est encore de **25%**, ce qui n'est pas négligeable. Au stade de l'**ordinal 4** donc, même si l'**équivalence** est installée à **75%**, on ne peut raisonnablement pas encore dire qu'elle est l'**égalité** des **ordinaux**.

Mais avec les nombre comme le **nombre de Graham G**, l'**Effet infini** (l'**oméganité**) est pratiquement déjà installé, et c'est l'**équivalence** qui devient la règle. Cela signifie qu'à partir du **nombre G** (et même bien avant!), on peut écrire: **G = G +1 = G + 2 = G + 4 = …**. Autrement dit, les **nombres** dans le « **voisinage** » des **grands nombres** comme **G** sont **équivalents**, on ne distingue plus: **… G-4, G-3, G-2, G-1, G, G+1, G+2, G+3, G+4, …**, bref les **nombres** de la forme: **G+k** ou **G-k**, où **k** n'est pas « **trop grand** ». Et qu'est-ce que cela veut dire exactement que « **k n'est pas trop grand** »? Justement que **k** est **fini** par rapport à **G**, autrement dit que le **nombre G/k** ou **k/G** a une **finitude** pratiquement **0** ou (ce qui est revient au même) une **infinitude** pratiquement **1**, comme **G** lui-même. Cela veut exactement que **k** est **initial** par rapport à **G**, autrement dit ne dépasse pas le **Δ** de **G**, c'est-à-dire la **racine carrée** de **G** ou **√G**. Plus un **réali X** est grand, plus **√X/X** est petit, autrement dit plus **√X** est vraiment **initial** par rapport à **X**. C'est le cas de **G**.

Comme **G** est le terme g_{64} de la suite qui le définit, on peut aussi prendre pour **k** tous les entiers de **0** à g_{63}, car le **nombre G' =** g_{63}, est à la fois un nombre déjà **infini** lui-même, et à la fois un **0** comparé à **G**! Autrement, on peut considérer sans grand souci que **G – G'**, **G**, **G + G'** sont **équivalents**, à plus forte raison tous les nombres de la forme: **G-k**, **G**, **G+k**, où **k** est plus petit que **G'**.

C'est comme parler d'une personne riche qui a sur son compte **un milliard de sous**. Avec un nombre d'une telle grandeur, **un sou** de **plus** ou **un sou** de **moins**, ça change pas grand chose. Et notre **milliardaire** en **sous** peut même aller jusqu'à considérer que **1000 sous** de **plus** ou **1000 sous** de **moins** sur sa fortune, ça ne lui fait plus ni chaud ni froid, c'est pour lui la même fortune, car **1000 sous** ne représentent qu'un **tout petit millionième** de sa fortune. Mais par contre, il commencera à rouspéter si on lui **enlève 1 million** de **sous** sur sa fortune, car alors cela fait **un millième** de la fortune ou **0.1%**, ce qu'il peut trouver beaucoup, même si sa fortune reste intacte à **99.9%**. Et par conséquent aussi il considérera comme une **augmentation** non négligeable de sa fortune, si on lui **ajoute 1 million** de **sous**, car cela fait une **augmentation** de **0.1%**.

Ceci est une logique très générale des **grands nombres entiers n**: ils deviennent **omégans**, leur **finitude** ou **infinitude** ne varie pratiquement pas quand on leur **ajoute** ou **soustrait 1**. Et il vont jusqu'à tolérer un certain **seuil n'** pour les **nombres** qu'on peut leur **ajouter** ou **enlever**, sans que leur **finitude absolue** varie vraiment. Autrement dit, leur **finitude absolue** reste pratiquement **constante** si on leur **ajoute** les **entiers relatifs** allant de **-n'** à **+n'**. On donc l'**équivalence**: **n-n' = n-k = n = n+k = n+n'**, où **k** est un **entier** de **0** à **n'**.

Dans notre exemple des nombres: **G =** g_{64} et **G' =** g_{63}, pour le dire avec un autre terme habituel, tous les nombres **k** de **0** à **G'** sont **négligeables** devant **G**. Pour tous ces nombres **k**, tout se passe exactement comme si: **0 = 1 = 2 = 3 = 4 = … = k = ... = G'**. Autrement dit, si les **nombres entiers** ne sont pas **équivalents** au **voisinage** de **0** pris comme **origine** des **nombres**, où là c'est l'**identité** qui règne, il se passe par contre un phénomène étonnant autour des **nombres** suffisamment **grands** pour vérifier l'**oméganité**, qui est l'un des **effets** surprenants de l'**infini** (et souvent méconnus), qui est qu'au voisinage de ces **nombres** pris comme **nouvelle origine** des **nombres** ou **nouveau 0**, les **nombres** deviennent **équivalents**. Si **0** désigne par exemple le **nombre de Graham G**, on a donc autour de ce **nouveau 0** la chaîne des **équivalences**: **-G' = … = -k = … = -4 = -3 = -2 = -1 = 0 = 1 = 2 = 3 = 4 = … = k = ... = G'**, qu'il faut donc comprendre: **G-G' = … = G-k = … = G-4 = G-3 = G-2 = G-1 = G = G+1 = G+2 = G+3 = G+4 = … = G+k = ... = G+G'**. Cela signifie que tous ces **nombres** ont pratiquement la même **finitude** ou la même **infinitude** que **G**. En d'autres termes, les nombres de **0** à **G'**, quand ils sont **ajoutés** ou **retranchés** à **G**, ne modifient pratiquement pas sa **finitude** ou son **infinitude**, tellement ils sont petits comparés à lui.

Le **nombre G**, en tant qu'**ensemble** ou **ordinal**, peut être écrit ainsi:
G = {0, 1, 2, 3, 4, …, G', … , G - G', …, G-4, G-3, G-2, G-1}.

Cela veut dire que si l'on prend **G** comme une représentation de l'**ensemble N** des **nombres entiers naturels** (ainsi qu'on devrait le concevoir), les **nombres** de **0** à **G'**, c'est-à-dire: **0, 1, 2, 3, 4, …, G'**, sont ceux qu'on qualifierait, à coup sûr, de **nombres entiers naturels finis**. Ils sont en effet **finis** par rapport à **G**. Et les **nombres** de **G - G'** à **G**, c'est-à-dire: **G - G', … , G-4, G-3, G-2, G-1, G**, sont ceux qu'on qualifierait, à coup sûr, de **nombres entiers naturels infinis**. Comme on l'a dit plus haut, leur **finitude** et leur **infinitude** sont pratiquement celles de **G**. Mais au-delà de l'**horizon G'** commence une **zone de transition** (celle du **GENER violet** « **...** ») où les **nombres** cessent d'être **finis** (c'est-à-dire **négligeables** par rapport à **G**) et commencent très sérieusement à être **infinis** (c'est-à-dire à ne plus être **négligeables** par rapport à **G**).

Et soit dit en passant, quand nous décrivons l'**ensemble N** des **nombres entiers naturels** comme étant: **N = {0, 1, 2, 3, 4, …}**, nous ne parlons en fait que de sa **première zone**, celle du côté du **0** ou côté **alpha**, celle de ses **éléments finis**, c'est-à-dire des **éléments finis** par rapport à lui. Mais de la même façon que dans **G**, il existe un **horizon** où les **nombres** ne sont plus **finis**, comme justement **G** dont nous parlons. Car franchement, leur **infinitude** est du genre:

$$0.99999999999999999\ldots$$

Donc une **infinitude** pratiquement de **1**, comme **N**. La différence avec l'**infinitude** de **N** n'est plus significative, pour que l'on continue à les qualifier de « **finis** » sans aucune nuance, c'est-à-dire avec l'habituelle logique de **négation**, la logique de type « **x** » et « **non x** », la logique du « **tout ou rien** », la logique très peu pragmatique, qui ne rend pas compte de la réalité des **nombres**.

Il n'est pas nécessaire d'introduire des notions artificielles du genre « **standard** » et « **non standard** » (comme en analyse non standard) pour dire finalement la même chose que ce que les **nombres entiers naturels**, bien **STANDARD**, disent déjà, avec la notion **très naturelle** et **très intuitive** de **finitude** et d'**infinitude**, comme nous l'avons définie. Les **nombres** comme le **nombre G** sont donc bien **standard**, et il existe toute une **infinité** de **nombres** encore plus **infinis** et tous toujours **standard**. Mais simplement, raisonnablement, il faut voir **N** comme étant un **grand modèle** de ce qu'est un de ses **petits modèles**, comme **G** par exemple. Il faut juste se dire qu'il existe dans **N** un **premier horizon N'** qu'on peut qualifier d'**horizon** des **nombres finis**, au sens de **finis** par rapport à **N**, exactement comme **G'** est **fini** par rapport à **G**. Et il faut envisager dans **N** une **zone de fin**, dont les éléments sont de la forme **N - k**, où **k** est un élément du **premier horizon**, c'est-à-dire les entiers de **0** à **N'**. Les éléments de cette **zone de fin** ont quant à eux la même **finitude** et la même **infinitude** que **N**. Et entre la **zone du début** et la **zone de fin**, il y a une **zone de transition**, où la **finitude** du **début** cède peu à peu la place à l'**infinitude** de la **fin**.

Et le basculement se fait évidemment à **N/2**, car le **nombre 2** est, comme nous l'avons vu, celui où la **finitude absolue** ou la **fonction φ**, prend la valeur **1/2**. Pour cette raison, la **finitude comparative** au sein de n'importe quel **nombre entier n** va basculer aussi à **n/2**. Dans **G** elle va basculer à **G/2**, et donc dans **N** elle doit basculer aussi à **N/2**, sinon la conception de **N** ne respecte pas la logique des **nombres**, qui est tout simplement une logique **fractale**, comme on en parlera dans toute la suite. Tous les **petits modèles n** de la **fractale** reproduisent à leur échelle la même **structure** que le **grand modèle N** de la **fractale**, ce qui veut dire donc que (et c'est la moindre des choses) que le **grand modèle N** doit respecter la logique fondamentale de ses **petits modèles**. Plus les **nombres** deviennent **grands**, comme c'est le cas de **G** par exemple, plus ils imitent les propriétés de **N**, tout simplement. **N** ne peut pas avoir une **structure** plus faible ou moins riche que celle des ses éléments, puisqu'il est la **réunion** de toutes ces **structures**, cela va de soi.

Par exemple, si au pire on prend **G** comme **N**, si donc on limite **N** à **G**, alors **N** possède AU MOINS les propriétés fabuleuses de **G**, celle que nous sommes en train de décrire. Mais après **G** il y a d'autres nombres aux propriétés entre plus fabuleuses, ne serait-ce que **G' = G!** par exemple, c'est-à-dire la **factorielle** de **G**, c'est-à-dire: **G' = G! = 1×2×3×4×...×G**, qui est donc un **nombre divisible** par tous les **nombres** de **1** à **G**. Ou par exemple aussi **G' =** 2^G, un **nombre infini** qui, comme on va le voir par la suite, possède une **importante propriété**, dès lors que l'on dit que **G** vérifie: **G = G+1**. Et ce **nombre G' =** 2^G va à son tour engendrer un autre **nombre G'' =** $2^{G'}$ encore plus grand, qui va avoir une nouvelle autre **importante propriété**, etc.. Ainsi donc, l'**ensemble N**, très logiquement, ne peut pas posséder moins de propriétés ou de richesses que ses éléments, et ne peut pas avoir une **structure** plus pauvre que les leurs, car il est la **réunion** de toutes ces **structures**. Au pire donc, n'importe quel élément **N'** de **N** suffisamment **grand** ou **riche** peut être pris comme **N**.

Corollaire

Pour revenir à notre discussion, si **n** est un **nombre entier naturel** suffisamment grand pour être considéré comme vérifiant l'**oméganité**: **n = n+1**, comme **G** par exemple, alors **n** instaure dans son voisinage l'**équivalence**. Pour tout **entier k** dont on puisse dire que **k** est **négligeable** devant **n**, autrement dit est **fini** devant **n**, ou encore que **n-k**, **n** et **n+k** ont pratiquement la même **finitude** et le même **infinitude**, on a l'**équivalence**: **n-k = n = n+ k**. Cela revient à dire que si l'on prend **n** comme la **nouvelle origine** des **ordinaux**, un nouveau **0** donc, on a l'**équivalence**: **-k = 0 = k**, ce qui signifie une **équivalence** de tous les **nombres entiers relatifs** de **-n'** à **+n'**, où **n'** est l'**horizon** de tous les **nombres entiers finis** par rapport à **n**, c'est-à-dire qu'on peut considérer comme **négligeables** devant **n**, ceux qui **additionnés** à lui ou **soustraits** de lui, ne modifient pratiquement pas sa **finitude** et son **infinitude**.

Il faut remarquer que si **n** est suffisamment grand pour vérifier l'**oméganité**: **n = n+1**, et plus généralement pour vérifier: **n = n+k = n-k**, pour tout **entier k** de **0** jusqu'à un certain **horizon n'** qui est celui des **nombres finis** devant **n**, qui vérifie donc en particulier: **n = n + n' = n - n'**, cependant, en règle générale, **n** n'est pas forcément **négligeable** devant lui-même. Autrement, il est n'est pas fini comparé à lui-même, on n'a donc pas l'**équivalence**: **n = n + n**, ou: **n = 2n**, et encore moins: l'**équivalence**: **n = n - n**, ou: **n = 0**!

Et la question légitime qui se pose maintenant est de savoir s'il peut exister des **nombres entiers finis** devant eux-mêmes, **négligeables** devant eux-mêmes, donc vérifiant ces « étranges » **équivalences**: **n = n + n**, ou: **n = 2n**, et donc: l'**équivalence**: **n = n - n**, ou: **n = 0**?

Nous venons d'analyser et de comprendre quels sens a l'**oméganité** et les **équivalences** qui en découlent, comme celles qu'on vient de voir. En effet, intuitivement, un **nombre entier n omégan** veut dire qu'il est si grand que lui **ajouter** ou lui **enlever 1** ne change pratiquement pas sa **grandeur**, et même lui **ajouter** ou lui enlever des **nombres** jusqu'à un certain **seuil**. Et maintenant, que peut vouloir dire un **nombre n négligeable** devant lui-même, c'est-à-dire dont la grandeur ne change pas en quelque sorte si on lui **ajoute** ou **enlève** lui-même? Quel sens ce genre d'**entiers** et leurs **équivalences** peuvent avoir, comme le fait d'être **équivalent** à **0**? C'est apparemment moins **intuitif** que l'**oméganité**, et pourtant ce sens existe, et cette situation répond à une autre logique **intuitive** elle aussi, quand on y réfléchit bien. Elle découle d'ailleurs de la précédente.

THÉORÈME

Quand un **ordinal n** vérifie l'**énitivité**: **n = n+1**, il donne naissance à un **ordinal** plus grand **η**, comme par exemple 2^n, qui est **auto-additif**, c'est-à-dire qui vérifie l'**égalité**: **η = η + η**, ou: **η = 2η**, ce qui inaugure l'**équivalence**: **0 = η**, ou le **Cycle η**. On dit aussi que **η** est **auto-cyclique**.

En effet, **n = n+1**, donc: $2^n = 2^{n+1} = 2^n \times 2 = 2^n + 2^n$. En posant: $\eta = 2^n$, on a donc: **η = η + η**, ou: **η = 2η**. On en déduit l'**équivalence**: **0 = η**, ou le **Cycle η**. Cela veut dire qu'on a les **équivalences**:

$0 = \eta = 2\eta = 3\eta = 4\eta = \ldots = k\eta = \ldots = n'\eta$,
qui est l'**équivalence** des **multiples** de **η**, où **k** va de **0** à un certain nombre **n'**, qui est le même seuil que celui du **nombre omégan n**, qui vérifie quant à lui: **$n\text{-}k = n = n\text{+}k$**, où **k** va de **0** à **n'**.
Ce qui revient à dire: **$-k = 0 = +k$**,

De même donc, on a ici:
$(n\text{-}k)\,\eta = n\eta = (n\text{+}k)\eta$, où **k** va de **0** à **n'**, et donc: **$-k\eta = 0 = +k\eta$**.

Nous sommes donc en présence d'un **ordinal η** si grand qu'il devient **équivalent** à son **double**, à son **triple**, à beaucoup de ses **multiples**, **positifs**, **négatifs** (on dira maintenant plutôt **antitifs** dans ce cas), ou **nul**. En particulier donc, **η** devient **équivalent** à **0**! Ce dernier point semble « paradoxal », car une certaine intuition ne s'attend pas à ce qu'un **nombre** devienne **0** car il est très grand. Et pourtant aussi, une autre intuition, bien éduquée à bien raisonner avec les **nombres**, comprend tout à fait la logique sous-jacente ici.

Pour commencer à comprendre, considérons à nouveau l'exemple de notre **milliardaire** en **sous**. Nous avons dit que pour lui, **1000 sous** en **plus** ou en **moins** ne change pas beaucoup sa fortune, mais que par exemple **1000000** de **sous** en **plus** ou en **moins**, ça commence à compter. Et maintenant supposons que sa fortune augmente au point de passer de **1 milliard** ou **1000000000** de **sous** à la bagatelle de... **$2^{1000000000}$** de **sous**, c'est-à-dire « **2 puissance 1 milliard** ». Cela fait approximativement **3×10^{999999999}** de **sous**, c'est-à-dire **3** suivi de **999999999 zéros.**, ou **3** suivi d'un **nombre** de **zéros** égal à **1 milliard moins un**. On parle donc juste du **nombre de zéros** à aligner derrière le **nombre** décrivant la fortune en **sous**, et non plus de la fortune en **sous** initiale, de **1 milliard**, soit **1** suivi seulement de **9 zéros**, qui devient maintenant ridicule devant le nouveau **nombre**. On peut maintenant enlever à notre fortuné un bon paquet de **milliards** de **sous** sans qu'il dise que sa fortune a été égratignée. Non seulement cale, il est clair aussi qu'avec une fortune pareille, qui dépasse l'entendement, il a de bonnes raisons de considérer que **3** suivi de **999999999 zéros** ou **6** suivi de **999999999 zéros**, c'est la même fortune. Et pourtant c'est du simple au **double**!

Notre richissime en **sous** a même considérer qu'**ajouter** ou un **enlever 1** au **nombre** de **zéros** de sa **fortune**, **nombre de zéros** qui est de l'ordre du **milliard**, ne change pas beaucoup sa fortune. On a donc la même **oméganité** autour du **nombre 1 milliard**, sauf que cette fois-ci elle ne porte pas sur la fortune elle-même, mais seulement sur l'**écriture** de ses **chiffres**. Dans la situation d'avant, on disait : « **1 sou** en **plus** ou **1 sou** en **moins** sur **1 milliard**, cela ne change rien, c'est comme **ajouter** ou **enlever 0** ». Mais dans la nouvelle situation on dit : « **1 zéro** en **plus** ou **1 zéro** en **moins** sur le **milliard de zéros** du **nombre** décrivant la fortune, cela ne change rien, c'est comme **ajouter** ou **enlever 0 zéro** à ce **nombre**».

Or ici, **ajouter** ou **enlever 1 zéro** sur le **milliard de zéros** du **nombre** décrivant la fortune, c'est **multiplier** ou **diviser** cette fortune colossale par **10**, ce qui dans l'absolu n'est pas rien! Et pourtant aussi, pour des nombres d'une telle **grandeur**, les **multiplier** par **2**, par **3**, par **4**, etc., ne change pas beaucoup leur ordre de grandeur, ce qui veut dire ici très précisément que leur **infinitude** ne change plus beaucoup. Si l'on considère à bon droit qu'**ajouter** ou **enlever 1000** à **1000000000** ou **1 milliard** ne le change pas beaucoup, car cela représente **1000/1000000000** ou **1/1000000 = 0.000001 = 0.0001%** (donc le **nombre** reste intact à **99.9999%**), alors aussi forcément qu'**ajouter** ou **enlever 1000 zéros** aux **1000000000 de zéros** servant à écrire un **nombre**, ne change pas beaucoup ce **nombre**, car le **nombre de ses zéros** n'aura varié que de **0.0001%** (donc le **nombre de ses zéros** reste intact à **99.9999%**). Or on aura **multiplié** ou **divisé** le **nombre** par **10^{1000}**, ce qui est **énorme**! A plus forte raison de dire qu'on ne l'a **multiplié** ou **divisé** que par **1000**. Autrement dit, on aura **ajouté** ou **enlevé** que **3 zéros** aux **1000000000 de zéros**.

Il est donc vrai que quand les **nombres** atteignent un certain **horizon**, ils ont l'étonnante propriété qui est que les **doubler**, les **tripler**, etc., donne un **nombre équivalent**. Tout ce passe pour un tel **nombre η** comme si l'**ajouter** à lui-même c'est **ajouter 0**. Avec ce genre d'**ordinal** est donc est vérifiée l'**équivalence**: **$0 = \eta$**. Il instaure donc un **cycle**, qui est lui-même, le **Cycle η**, d'où **auto-cycle**. A leur tour, ce genre de **nombres** engendrent des **nombres** plus grands, vérifiant une propriété caractéristique de leur type de grandeur, que nous qualifions de **fractale**.

THÉORÈME
Quand un **ordinal n** vérifie l'**énitivité**: **$n = n\text{+}1$**, il donne naissance à un **ordinal** plus grand **p**, qui est **auto-additif**, qui à son tour donne naissance à un **ordinal auto-multiplicatif η**, comme par exemple **2^p**, c'est-à-dire qui vérifie: **$\eta = \eta \times \eta = \eta^2$**. Nous dirons aussi que est **fractal**.

En effet, **n** donne naissance à un **ordinal p** tel que: $\mathbf{p = p + p}$. Donc: $\mathbf{2^p = 2^{p+p} = 2^p \times 2^p}$, et en posant: $\eta = \mathbf{2^p}$, on a donc: $\eta = \eta \times \eta = \eta^2$. Et plus généralement, on aura donc: $\eta^{-k} = \eta = \eta^k$, où **k** va de **0** à un certain seuil **η'**.

Et plus les nombres sont grands plus de nouvelles propriétés apparaissent, comme par exemple: $\eta = \eta^\eta = \eta$ ^ $\eta = \eta$ **^^2**, où « ^^» est l'**hyperopérateur** ou $\mathbf{H^3}$ ou **tétration**. On dit dans ce cas que **η** est **auto-exponentiatif**. On a ensuite: η = η **^^3**, puis: η = η **^^4**, et ce jusqu'à: η = η **^^** η = η **^^^ 2**, où « ^^^» est l'**hyperopérateur** ou $\mathbf{H^4}$ ou **pentation**.

Et ainsi de suite pour tout **hyperopérateur**. Et le terminus est l'**infini absolu ω**, qui est **équivalent** à tout autre **ordinal**, supérieur à lui comme inférieur lui. Avec lui donc, l'**égalité** devient pleinement l'**équivalence**. Et donc aussi aucune opération n'est « impossible ».

II. Paradigme de l'équivalence ou de l'édentité

1. L'axiomatique équivalencielle ou théorématique

a) Les choses, les ensembles, les nombres, l'Univers TOTAL

Bien que cela sera détaillé dans la partie C, nous allons terminer cette première partie de ce livre en présentant une synthèse des principes fondamentaux du nouveau paradigme mathématique et scientifique que le lecteur et la lectrice a vu à l'oeuvre depuis le début du livre. On a compris que ce nouveau paradigme est une nouvelle vision de l'**Univers**, c'est en l'occurrence le paradigme de l'**Univers TOTAL**, l'**Ensemble de toutes les choses**. On a compris aussi que c'est une nouvelle vision des **nombres**, à commencer par les **nombres entiers naturels**, et plus généralement les **nombres entiers**, c'est-à-dire les **ordinaux** et les **cardinaux**. On a aussi rencontré au moins une fois l'idée, qui reviendra souvent encore, qui est fondamentale dans la nouvelle vision des **choses**, qui est que toute **chose** est un **ensemble**, et que tout **ensemble** est un **nombre**.

Une caractéristique fondamentale de la nouvelle vision, de son **langage**, de sa **logique**, des ses **définitions**, est l'absence de la **négation**, elle est **niée**. La **négation** ne se trouve que dans le métalangage, le langage de l'exposition, parce qu'elle fait partie de la langue française par exemple. Mais dans le langage propre du nouveau paradigme, dans toute les situations où une notion du genre « **non x** » se fait sentir, elle est remplacée par un mot qui a pour sens « **contraire de x** » ou « **anti-x** » ou « **inverse de x** » ou « **opposé de x** » ou « **symétrique de x** », ou l'« **alternative de x** », etc., ce qui n'est pas du tout la même logique. Deux **choses contraires** ne s'excluent pas forcément, comme par exemple **ensemble** et **élément**, **petit** et **grand**, **fini** et **infini**, **commencement** et **fin**, **différent** et **égal**, etc.. Une **chose** peut être les **deux contraires** en même temps, par exemple à la fois le **commencement** et la **fin**, **fini** et **infini**. Ce n'est que dans certains cas extrêmes où les **deux contraires** s'excluent.

Deux **choses différentes** peuvent pourtant être **égales**. C'est cela l'**équivalence**. Et d'ailleurs, c'est avec la notion de **différence** que l'**égalité** prend tout son sens, sinon on parle d'**identité**.

Le mot clef de toute autre notion, et à partir duquel les autres sont définies, est le mot **CHOSE**. C'est le seul mot de la nouvelle vision des choses, qui n'est pas vraiment défini, sauf à dire qu'une **chose** est « **tout ce dont on parle** ». Mais alors cette définition cache elle-même déjà le mot **chose** ici sous la forme du mot « **ce** ». On a dit simplement: une **chose** est « **toute chose dont on parle** », ou: une **chose** est « **tout objet dont on parle** ». Mais alors n'a fait que remplacer le mot **chose** par un autre mot qui dit fondamentalement la même **chose**, à savoir le mot « **objet** ». Alors nous disons simplement que le mot « **chose** » est « le **nom commun** le plus **général**, le plus **universel** ». Il sert donc à définir toute autre notion, à commencer par la notion d'**ensemble** et d'**élément**, puis d'**Univers TOTAL**, et tout cela en très étroite relation avec la notion de **nombre**.

PARADIGME 1

i) Un **ensemble** est par définition une **chose** formée d'autres **choses** appelées ses **éléments**.

Ou, en relation avec la notion de **nombre**:
Un **ensemble** est une **chose** formée d'un certain **nombre** de **choses** appelés ses **éléments**.

Et en étant encore plus précis concernant la notion de **nombre**, qui est définie par la même occasion:

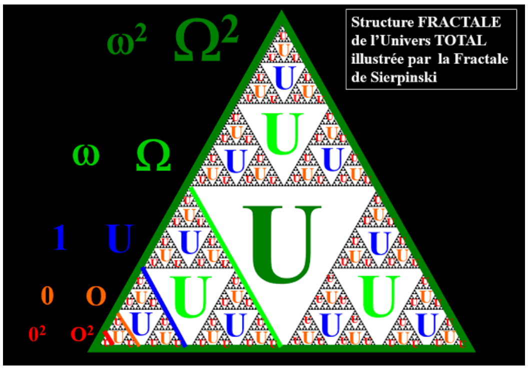
Un **ensemble** est une **chose** formée de **zéro chose**, ou d'**une chose**, ou de **deux choses**, ou de **trois choses**, etc., ou de **plusieurs choses**, ou de **toute l'infinité des choses**, appelées ses **éléments**.

Et la même chose dite avec des symboles numériques correspondants aux mots « **zéro** » ou « **aucun** », « **un** », « **deux** », « **trois** », etc., « **plusieurs** », « **toute l'infinité** » ou « **oméga** »:
Un **ensemble** est une **chose** formée de **0 chose**, ou de **1 chose**, ou de **2 choses**, ou de **3 choses**, etc., ou de **n choses**, ou de **ω choses**, appelées ses **éléments**.

On introduit ainsi par la même occasion une **infinité** de **mots** dans la définition, représentés par les symboles: **0, 1, 2, 3, …, n, ω**. Autrement dit, tous les **nombres entiers** ou **ordinaux** de l'**alpha** à l'**oméga**. Les notions d'**ensemble**, d'**élément**, de **nombre** ou **ordinal**, etc., sont intimement liées, c'est la même notion vue sous différents angles, d'où le fait que la définition de l'une est la définition des autres.

ii) On appelle l'**Univers TOTAL** la **Chose** formée de **toutes les choses**. Il est donc l'**Ensemble de toutes les choses**, il est noté **U**, et appelé le **UN**, et noté alors **1**. Le **UN** ou **1** est donc formé **TOUTE l'infinité** des **choses**, on dira qu'il est formé de **oméga choses**, le mot **oméga** ou **ω** étant à penser comme étant un **nombre**, qui est donc le **nombre total** des **choses** dans l'**Univers TOTAL**, dans le **U** ou **UN** ou **1**. Il est donc formé de **ω choses**, on dira que son **nombre** ou **ordinal** est l'**infini absolu ω**, et on dira aussi que son **nombre** ou **cardinal** est l'**infini absolu ω**. Et comme **ω choses** forment le **U** ou le **UN** ou **1 absolu**, l'**Univers TOTAL** donc, cela veut dire que la notion de **chose** est aussi un **nombre absolu** précis, c'est une **unité** très précise, qui est **1/ω**. Cette **unité** est la définition de la notion de **zéro**, notée **0**. On dit que la notion de **chose** est la notion de « **rien** » de **degré 1**. C'est donc la notion de **zéro** ou **0**.

iii) Et par définition on appelle le **rien** de « **rien de degré 2** », très précisément la notion de « **0 chose** », qui est donc le sens exact de l'expression « **aucune chose** ». Et cette notion de « **0 chose** » ou de « **rien** » est par conséquent l'**unité** absolue « **0 × 0** » ou « **0 × 1/ω** » ou « **1/ω × 1/ω**» ou « $\mathbf{1/\omega^2}$ », autrement dit $\mathbf{0^2}$. C'est la notion de **rien** proprement dite, puisqu'elle est **infiniment moins** que l'**unité chose**, c'est **infiniment moins** que le **zéro**, c'est le **zéro** au **degré 2**. Et on peut définir aussi une notion de **rien** ou de **zéro** de **degré 3**, qui à son tour est **infiniment moins** que le **rien** ou le **zéro** de **degré 2**, et représente l'**absence totale** de celui-ci, et ainsi de suite. Selon donc le **degré**, on parle de **zéro**, de **vide**, de **rien**, de **néant**, etc.. Avec le **degré -1** du **rien**, c'est alors le **degré 1** du **tout**, qui est le **nombre infini ω**. Et le **degré -2** du **rien**, c'est alors le **degré 2** du **tout**, qui est le **nombre infini** $\mathbf{\omega^2}$, et ainsi de suite. C'est la **logique fractale** de l'**Univers TOTAL**, la **Fractale ω**, c'est la **logique fractale** des **choses**, dont on ne cessera de parler.



La définition universelle de la notion d'ensemble est donc qu'un **ensemble** est une **chose** formée de **0 chose**, ou de **1 chose**, ou de **2 choses**, ou de **3 choses**, etc., ou de **n choses**, ou de **ω choses**, appelées ses **éléments**. Une partie de la définition est donc la **chose** formée de « **0 chose** » ou « **aucune chose** », le symbole « **0** » ou **zéro** représentant donc le mot « **aucun** ». Il est le **contraire** ou **symétrique** du symbole «**ω**» qui représente quant à lui l'expression « **toute l'infinité** » ou simplement le mot « **tout** ».

La nouvelle vision des **choses** est éminemment **unificatrice**. Les mots **chose**, **ensemble**, **nombre**, **ordinal**, **cardinal**, et d'autres, comme par exemple aussi **information**, sont de simples synonymes. Ces mots et d'autres que nous introduisons, comme par exemple aussi le terme **générescence** ou **itérescence**, désignent simplement différents angles sous lesquels on voit une seule et même réalité fondamentale, une même notion fondamentale, qui est la notion d'« **élément de l'Univers TOTAL** », autrement dit le mot **chose**.

On introduit le verbe **itérer** et ses dérivés, comme par exemple le mot **itération**. Un synonyme de ce verbe est le verbe **répéter** et ses dérivés, comme le mot **répétition**. Ce mot non plus n'est pas défini, c'est une **notion première**. Sauf à tenter de le définir en disant qu'**itérer** c'est **répéter**, et **répéter** c'est **itérer**. L'**itération** est synonyme de notion de **nombre**. L'**itération** est simplement une caractéristique fondamentale de l'**Univers TOTAL**, l'**Ensemble de toutes les choses**. C'est bien parce que la notion de **chose** est **itérée** que l'**Ensemble de toutes les choses** est formé, en passant par les **ensembles intermédiaires**, les **nombres intermédiaires** donc. Un **nombre** est l'**itération** d'une certaine **unité**, ici l'**unité chose**. On introduit donc ainsi un nouveau mot, le mot « **unité** », et on pose par définition que toute **chose**, toute **notion**, est une **unité**, à commencer par le mot **chose** lui-même, qui est l'**unité fondamentale**, l'**unité** lexicale, l'**unité** du langage.

b) Egalité: identité et équivalence (édentité). Idenité ou édenité d'une égalité

PARADIGME 2

i) Avec les mots **unité** et **itération**, le mot **ensemble** ou un **nombre** se définit maintenant comme étant une **itération** de l'**unité chose**. On parlera donc du **nombre** des **itérations** d'une **unité** donnée, et par défaut, ce sera **l'unité fondamentale**, **l'unité absolue**, l'**unité chose**.

Il nous faut maintenant introduire (ou plutôt rappeler) les notions fondamentales autour de la notion d'**égalité** ou d'**équivalence**, la clef même de tout le nouveau paradigme.

On a les mots synonymes d'**identité**, à savoir: **identité**, **identique**, **même**, et le symbole pour les représenter est « **==** » ou « $=_2$». Et l'**identité** n'est qu'une autre façon de parler du **nombre UN** ou **1**, ou de la notion d'**unité**, en opposition avec **DEUX** ou **2**. Dès qu'on dit « **DEUX** », il s'agit de **deux identités**, de **deux unités**, même si c'est pour dire ensuite que ces **deux identités** sont la **même identité**, c'est-à-dire sont **UN** ou **1**.

Même si nous reviendrons en détail sur cela dans la partie C, donnons la définition classique d'une **relation** d'**équivalence**. Pour cela, introduisons aussi pour l'instant de manière intuitive la notion de **relation binaire**, qui sera précisée plus techniquement dans cette partie C. Nous avons juste besoin de savoir qu'une **relation binaire** $\mathcal{R}$ dans un **ensemble E** porte sur deux **choses x** et **y** de cet **ensemble**. On écrit: **x** $\mathcal{R}$ **y**, pour signifier que la chose **x** de **E** est en **relation** avec la **chose y** de **E**. Dans l'**ensemble N** des **nombres entiers naturels** ou dans l'**ensemble R** des **nombres réels**, on peut considérer par exemple la **relation d'infériorité** « **<** » ou « **x < y** », qui est donc une **relation binaire**. On parle d'un **ensemble** quelconque **E**, mais **E** peut en particulier être l'**Univers TOTAL U**. La **relation R** est alors de portée **universelle**.

ii) On appelle une **relation d'équivalence** dans un **ensemble E** toute **relation binaire** $\mathcal{R}$ dans **E réflexive**, **symétrique** et **transitive** dans **E**, c'est-à-dire vérifiant les trois propriétés suivantes:
→ **Réflexivité**: pour tout **élément x** de **E**, on a: **x** $\mathcal{R}$ **x**;
→ **Symétrie**: pour **deux éléments x** et **y** de **E**, si **x** $\mathcal{R}$ **y**, alors aussi: **y** $\mathcal{R}$ **x** ;
→ **Transitivité**: pour **trois éléments x**, **y** et **z** de **E**, si **x** $\mathcal{R}$ **y**, et si **y** $\mathcal{R}$ **z**, alors aussi: **x** $\mathcal{R}$ **z**.

Cette définition généralise simplement les propriétés habituelle de l'**égalité** « **=** »:
→ **Réflexivité**: pour tout **élément x**, on a: **x = x**;
→ **Symétrie**: pour **deux éléments x** et **y**, si **x = y**, alors aussi: **y = x** ;
→ **Transitivité**: pour **trois éléments x**, **y** et **z**, si **x = y**, et si **y = z**, alors aussi: **x = z**.
Si $\mathcal{R}$ est une **relation d'équivalence** dans **E**, alors « **x** $\mathcal{R}$ **y** » sera noté « $x =_{\mathcal{R}} y$».

Par exemple considérons le classique **ensemble N** des **nombres entiers**. On a la **relation d'égalité** habituelle dans **N**, noté « **=** ». Avec cette **relation d'égalité** standard, les **nombres impairs** par exemple: **1, 3, 5, 7, 9, …**, ne sont pas **égaux**, ils sont **distincts**, de même que les **nombres pairs**: **0, 2, 4, 6, 8, 10, …**. Mais considérons maintenant la **relation binaire** « **x** $\mathcal{R}$ **y** » définie par: « **x – y est un nombre entier divisible par 7, positif, négatif ou nul** ». Autrement dit: « **x – y est un multiple** de **7, positif, négatif ou nul** ». On voit qu'elle est **réflexive**, car pour tout **entier x**, **x – x = 0**, qui est un **multiple** spéciale de **7**. Elle **symétrique**, car pour **deux entiers x** et **y**, si **x – y** est un **multiple** de **7**, négatif ou nul, alors aussi c'est le cas de **y – x**. Elle est **transitive** car si **x – y** est un **multiple** de **7**, négatif ou nul, et si si **y – z** est un **multiple** de **7**, négatif ou nul, alors en faisant par exemple: **(x – y) + (y – z)**, on **additionne** donc deux **multiples** de **7**, qui donne forcément aussi un **multiple** de **7**. Or, on a: **(x – y) + (y – z) = x – z**, donc **x – z** est un **multiple** de **7**.

La **relation R** ainsi définie est donc une **relation d'équivalence**. C'est par exemple la **relation** qui lie les dates du calendrier qui sont le **même jour de la semaine**. On sait que les dates **7, 14, 21, 28**, sont le même jour, quen les dates **1, 8, 15, 22, 28** sont le même jour, que les dates **2, 9, 16, 23, 30**, sont le même jour etc.. Pour les **nombres entiers** en général donc, deux **nombres** dont la **différence** est un **multiple** de **7** seront **équivalents**. On a ainsi défini une certaine **égalité** entre ces **nombres**, qu'on appelle l'**égalité modulo 7**, mais que nous appelons aussi le **Cycle 7**, en l'occurrence ici le **cycle** de la **semaine** dans le cas du calendrier. Cette égalité pourra être notée par « $=_{\text{mod7}}$ » ou « $=_{\text{cycle7}}$ » ou de toute autre manière, pour indiquer qu'il s'agit d'une **égalité**, mais distincte de l'**égalité** standard, l'**égalité** de **référence**. Et par défaut l'**égalité** sera notée « $=_{\mathcal{R}}$ », la différenciant par le **nom** de la **relation d'équivalence** qui la définit.

Et maintenant considérons dans **N** une autre **relation binaire** « **x $\mathcal{R}$ y** » définie par: « **l'écriture décimale de x et y se terminent par le même chiffre** ». Par exemple, les **nombres 452159** et **29** sont **relation**, car ils se terminent par le même **chiffre 9**. De même, **18** et **18** sont **relation**, **3251**, **41** sont en **relation**. Et aussi, **874**, **1064**, **34** sont en **relation**, etc.. Il est clair que cette **relation est réflexive**, car tout **nombre x** se termine évidemment par le **même chiffre** que lui-même. La **relation** est **symétrique**, car si **x** et **y** se terminent par le **même chiffre**, alors forcément aussi **y** et **x** se terminent par le **même chiffre**. Et la **relation** est **transitive** car si **x** et **y** se terminent par le **même chiffre**, et si **y** et **z** se terminent par le **même chiffre**, alors forcément aussi **x** et **z** se terminent par le **même chiffre**. On a encore une **relation d'équivalence**, qui est ici qu'on établit une certaine **égalité** entre les nombres ayant **un même chiffre final**. Tous ceux finissant par **0** sont de la **classe de 0**, ce qu'on appelle une **classe d'équivalence** ou une **classe d'égalité**. Et tous ceux finissant par **1** sont de la **classe de 1**, tous ceux finissant par **2** sont de la **classe de 2**, etc.. On aura ainsi **10 classes d'équivalences** ou **classes d'égalité**. Ici aussi l'**égalité** pourra être par défaut notée « $=_{\mathcal{R}}$ », si aucune notation plus spécifique n'a été adoptée.

iii) Soient **deux relations d'équivalence** $\mathcal{R}$ et $\mathcal{R}'$ dans un **ensemble E**. Si $\mathcal{R}$ est une **sous-relation** de $\mathcal{R}'$, c'est-à-dire si ces deux **relations** sont telles que chaque fois que « **x $\mathcal{R}$ y** » est vraie alors aussi « **x $\mathcal{R}'$ y**» est vraie, autrement dit si l'on a l'implication: $x \mathcal{R} y \Rightarrow x \mathcal{R}' y$, c'est-à-dire encore: $x =_{\mathcal{R}} y \Rightarrow x =_{\mathcal{R}'} y$, alors on dit que $\mathcal{R}$ est une **identité** par rapport à $\mathcal{R}'$, et que $\mathcal{R}'$ est une **équivalence** par rapport à $\mathcal{R}$. On dit aussi que $\mathcal{R}$ est une **égalité** dans **E** plus **stricte** que $\mathcal{R}'$, ou que sa **striction** ou **idenité** ou encore sa **résolution** est plus **grande** que celle de $\mathcal{R}'$, et que $\mathcal{R}'$ est une **égalité** plus **universelle** ou plus **équivalencielle** (on dit aussi **édénique**) que $\mathcal{R}$, ou que son **universalité** ou son **édenité** est plus **grande** dans **E** que celle de $\mathcal{R}$. Ceci généralise les notions d'**idenité** et d'**édenité** que nous avons déjà vues.

Nous allons maintenant appliquer ces définitions générales de l'**identité** et de l'**équivalence** à une situation très **fondamentale** dans l'**Univers TOTAL**, une situation **paradigmatique**. En effet, dans ce cadre qui est le plus **universel** qui soit, la notion d'**égalité**, d'**identité** et d'**équivalence**, a besoin d'être définie avec la plus grande précision. Elle sera générale et valable pour toutes les situations particulières qu'on définira, elle sera commune à tous les domaines, à charge ensuite à chacun d'avoir éventuellement ses notions spécifiques d'**identité** ou d'**équivalence**, comme on l'a vu par exemple pour les **nombres entiers** classiques.

iv) Par définition, toute **chose x** est une **identité**, une **unité**. On veut dire par là que est fondamentalement **identique** à lui-même, mais justement ceci va se préciser. Dans un premier temps, l'**identité** dont on parle ainsi est appelée l'**identité absolue**, elle est dite de **striction ω** ou **absolument infinie**, ou encore que sa **striction** est l'**infini absolu**, et elle est notée «$=_{\omega}$». Du point de vue de l'**identité absolue**, on **distingue tout** et **absolument tout**. **Deux choses** ne sont jamais **identiques**. Dès que l'on dit « **DEUX** », alors ce n'est plus l'**identité absolue**, on commence à parler d'**égalité** de **deux identités**, ce qui est la définition de l'**équivalence**. L'**identité absolue** (au sens le plus **stricte** du terme) est simplement l'**identité** de **x** ou simplement **x**. Cela consiste donc à dire seulement « **x** », comme quand on dit « **Théophile** », « **Angélique** ». On **nomme** la **chose**, sans la **répéter**, auquel cas commence l'**itération**.

v) Par définition, **toute chose x** est **identique** seulement à elle-même, elle est **une seule identité**. On écrit: $x =_w x$. Et l'**identité** dont on parle cette fois-ci est appelée l'**identité relativement infinie**, elle est dite de **striction w** ou **relativement infinie**, ou encore que sa **striction** ou son **identité** ou sa **résolution** est l'**infini relatif**, et elle est notée «$=_w$», où **w** est le **nombre omégaréel infini** (qu'on définira plus tard), il est un **nombre entier** supérieur à tous les **nombres entiers finis**. L'expression de cette **identité** demande d'**itérer** ou de **répéter x**, pour dire donc: $x =_w x$. On l'appelle pour cela l'**iteridentité**. Avec elle commence la notion de **distinction**, de **différence**.

On introduit maintenant les mots synonymes de **différence**, à savoir: **distinct**, **distinction**, **différent**, **différence**. On parle de **distinction** quand on parle de **deux choses x** et **y** en général, et de **différence** quand ces **deux choses** sont des **nombres**. Comme par exemple **3** et **5**, qui sont des **nombres différents**, leur **différence** étant exactement **2**. Mais nous sommes justement en train de dire que dans la nouvelle vision, toute **chose** est un **ensemble** et tout **ensemble** est un **nombre**. Autrement dit, **toute chose est un nombre**. Par conséquent où il y a **deux choses distinctes x** et **y**, là forcément se cachent **deux nombres différents**, **finis** ou **infinis**, et c'est cette **différence** qui se traduit par la **distinction** des **deux choses**. Par conséquent, la notion de **distinction** et de **différence** sont la même notion, que nous notons « <> », et parfois « ≠».

PARADIGME 3

i) Par définition, l'**itération** d'une **chose x** donnée introduit toujours une **nouvelle chose**, autrement dit l'**itération** d'une **chose x** donnée est toujours une chose **distincte**, **différente**. Chacune des **itérations** de **x** est appelée une **occurrence** de **x**, et on dit que toutes les **occurrences** de **x** sont **iteridentiques**. Le symbole de l'**iteridentité** est « $=_w$ », celui de l'**identité** de base, encore appelée **idéquivalence** ou **idégalité**, est «==» ou «$=_2$», et celui de l'**égalité** ou de l'**équivalence** en générale est « = » ou « $=_1$ ».

On le rappelle, oar définition, la **striction** ou la **résolution** d'une **identité** « $=_n$» est le nombre **n** de signe « = » dans l'écriture de son symbole, indiqué en indice. La notion de **résolution** est exactement comme en **imagerie numérique**, avec les **pixels**.

ii) Les mots **équivalence** et **égalité** sont parfaitement synonymes, et une **équivalence** ou une **égalité** est plus moins une **identité**, en fonction de son **universalité**. L'**identité absolue** est de **striction ω** donc une **équivalence** d'**universalité 0**. Avec elle, on **distingue absolument tout**, et rien n'est **équivalent**, c'est-à-dire **égal**. Mais l'**identité** de **striction 0** est l'**équivalence d'universalité ω**, appelée simplement l'**équivalence universelle**. Avec elle, **tout est équivalent**, tout est **UN**, aucune **chose** n'est une **identité absolue**, c'est-à-dire **absolument séparée** des autres, sans la moindre **équivalence** ou le moindre facteur d'**égalité**. Le simple fait de dire « **deux choses x et y**», quels que soient leur **différence** et ce qui les **distingue**, elles ont AU MOINS la **qualité commune** de « **chose** », ce sont **deux unités** « **chose** », ce sont **deux itérations** de l'**unité** « **chose** », et à ce titre elles sont **iteridentiques**.

Une **identité** d'une **striction** donnée implique toutes les **identités** de **striction inférieure**. On a ainsi toujours :
x === y ⇒ **x == y** ⇒ **x = y**, ou : $x =_3 y \Rightarrow x =_2 y \Rightarrow x =_1 y$.

A noter aussi que la notion de **striction** d'une **égalité** n'est pas la notion d'**importance** de cette **égalité**. C'est même tout le contraire. Car plus la **striction** est grande plus l'**égalité** est **stricte**, **restreinte**. Avec l'**identité absolue**, le **degré d'équivalence** est nul, on ne peut exprimer la moindre **égalité** entre **deux choses**, la moindre **représentation**, la moindre **définition**, etc.. Il faut donc baisser la **striction** pour que la **relation** commence, l'**iteridentité** (de **striction w**) étant l'**équivalence minimale** pour que l'expression des **relations** commence.

iv) On appelle une **générescence** d'**unit x** ou d'**unité x**, l'**ensemble** formé par **0**, ou **1**, ou **2**, ou **3** ou **plusieurs itérations** d'une **chose x**. Une **générescence** formée de **n itérations** de **x** est notée: **xxx...x**, où **x** est répété **n** fois. On la note aussi **n×x** ou **nx**.

On a par exemple l'**itération** de **x**: **xxxxxxx...**. On voit que chaque **x** est **distinct** des autres. On peut considérer par exemple aussi toutes les lettres « **a** » minuscule apparaissant dans le présent livre ou sur la présente page. Elle sont la « **même** » lettre « **a** », mais chacune est distincte des autres, chacune occupe une position qui lui est propre dans le texte, elles sont séparées. Elles ne sont donc pas la **même identité**, mais **plusieurs identités distinctes** (et d'ailleurs l'un des deux mots « **plusieurs** » et « **distinctes** » est de trop). Elles ne sont **identiques** qu'en vertu de l'**iteridentité**, ce qui veut dire des **itérations** d'une **même identité**. Autrement dit encore, toutes les **occurrences** de l'objet forment ce qu'on appelle une **classe d'équivalence**, et c'est cette **classe**, qui est **une identité**, qu'on entend par la même lettre « **a** ».

C'est donc aussi d'une **iteridentité** qu'il s'agit dans l'écriture: « **4 = 4** ». Il ne s'agit donc pas d'une **identité stricte** de l'objet « **4** », auquel cas on aurait **une seule occurrence** de « **4** ». Mais on en a **deux**, une à **gauche** du signe « = » et l'autre à droite. L'**identité** qu'on est en train d'exprimer est donc en fait une **équivalence** entre **deux occurrences** de « **4** ». L'écriture « **2+2 = 4** » est encore moins une **identité**, car les deux objets « **2+2** » et « **4** » sont très **différents**. Qu'on montre par exemple à un extraterrestre les écritures « **2+2** » et « **4** » et il n'est pas censé savoir qu'on parle du nombre **4** dans les deux cas. On parle donc ici d'**idéquivalence** ou d'**idégalité**, à distinguer de « **2+2 = 5** » où là par contre c'est une **équivalence** pure.

Comme déjà dit, en pratique, on utilisera assez souvent un seul signe d'**égalité**, « **=** », quelle que soit la **striction** concernée. Une fois qu'on a compris que l'**égalité** se décline en une **égalité stricte** ou **restreinte**, l'**identité**, et une **égalité générale**, l'**équivalence**, et que «**2+2 = 5**» ou «**0 = 1** » est une **équivalence**, l'expérience montre que dans la pratique on distingue facilement quand le signe « **=** » est une **identité** et quand il est une **équivalence**. De plus, comme on l'a vu aussi, on sait calculer l'**édentité** d'une égalité donnée.

v) Dans la nouvelle vision, le verbe « **être** », la **relation d'identité**, la **relation d'égalité**, la **relation d'équivalence**, sont parfaitement synonymes, le reste étant une affaire de **striction** de l'**identité** ou d'**universalité** de l'**équivalence**. Autrement dit, le fait de **graduer** l'**identité** et l'**équivalence** en fait deux notions synonymes, deux manières équivalentes d'exprimer le verbe « **être** », l'**ontologie**. Sans cela, elles seraient deux notions d'**égalités** opposées, deux **ontologies** bien différentes, et au lieu d'être complémentaires, elles seraient en conflit. Le symbole du verbe « **être** » est donc « **=** », le signe de l'**égalité**. Mais nous notons le verbe « **être** » aussi par le mot « **er** » ou en majuscule « **ER** », qui est un sigle de l'expression anglaise « **Equivalence Relation** » ou « **Relation d'Equivalence** ». Ainsi, l'énoncé: « **x est y** » s'écrit techniquement: « **x = y** » ou « **x er y** », énoncé que nous avons l'habitude de désigner par le terme mnémotechnique « **xery** » et plus souvent en majuscule « **XERY** », qui veut donc dire « **X ER Y** » ou « **X = Y** » ou « **X EST Y** ». Après, c'est une question de **striction** et donc d'**universalité** du verbe « **être** », donc de l'**égalité** « **=** » ou de la **relation d'équivalence** « **ER** ». La **striction n** se dit alors: « $=_n$ » ou « **er**$_n$ » ou « **ER**$_n$ ». Et selon la **striction**, c'est plus ou moins une **identité** ou une **équivalence**. La **striction 2** ou « **ER**$_2$ » ou «$=_2$» ou « **==** » est l'**identité** standard, et la **striction 1** ou « **ER**$_1$ » ou « **ER** » ou «$=_1$» ou « **=** » est l' **équivalence** ou **égalité** standard, le verbe « **être** » standard donc.

DEUX choses sont toujours **différentes**, **distinctes**. Sinon on ne dit pas **DEUX** mais **UN**. Cela n'empêche nullement qu'elles puissent être **égales**, c'est-à-dire **équivalentes**. Pour **deux choses x** et **y distinctes** ou **différentes** au regard d'une certaine **striction**, il existe toujours une certaine **universalité** au regard de laquelle elles sont **égales**, **équivalentes**. Et inversement, pour **deux choses x** et **y égales** ou **équivalentes** au regard d'une certaine **universalité**, il existe toujours une certaine **striction** au regard de laquelle elles sont **différentes**, **distinctes**. L'**égalité** ou l'**équivalence** ne doit donc pas faire perdre de vue qu'elles ont leurs **identités propres**, c'est-à-dire à une certaine **striction**, on doit les **distinguer**, considérer leur **spécificités**. C'est leurs **identités propres** qui fait dire « **DEUX** » ou « **DEUX choses** », sinon on devrait dire seulement « **UNE** » ou « **UNE chose** ». La **différence** ou la **distinction** peut elle aussi graduée en différentes **strictions**.

A l'**identité** « $=_n$ » de **striction n**, correspond la **distinction** ou la **différence** « $\neq_n$ », de la même **striction**. Deux **chose x** et **y** peuvent donc être **distinctes** ou **différentes** suivant une certaine **striction**, mais pas suivant une autre, où elles sont par contre **égalés**, **équivalentes**. A l'inverse de l'**identité**, plus la **striction** d'une **différence** ou d'une **distinction** est grande, plus la **différenciation** est faible, et donc l'**équivalence** plus grande. Ainsi, la **différence** de **striction 2**, c'est-à-dire « $\neq_2$ » ou « **≠≠** » est en réalité une **différenciation** plus faible que la **différence** de **striction 1**, c'est-à-dire « $\neq_1$ » ou « ≠ », qui est une **distinction** ou une **négation d'égalité** très forte. C'est pour cela que nous proposons que la **différence** « **≠≠** » soit notée plutôt « <> », car elle n'empêche nullement l'**égalité** « = ». de **striction 1**. Elle se s'oppose qu'à l'**identité** ou l'**égalité** de **striction 2** ou plus. De même, la **différence** de **striction 3**, c'est-à-dire « $\neq_3$ » ou « **≠≠≠** » ne s'oppose pas à l'**égalité** de **striction 2** (**identité** standard) ou de **striction 1** (**équivalence** standard). Elle ne s'oppose qu'à l'**égalité** de **striction 3**, «$=_3$» ou « **===** », ou de **striction** supérieure.

Ainsi donc, **deux choses** sont toujours **distinctes**. Et évidemment aussi, **trois choses** sont toujours **différentes**, **distinctes**, **quatre choses** sont toujours **différentes**, **distinctes**, de même pour **cinq choses**, pour **oméga choses** (c'est-à-dire une **infinité** de **choses**). Il est donc illogique de dire que **plusieurs choses** sont **identiques**, suivant la même **striction**, pour dire « **plusieurs** » et pour dire « **identiques** ». Si elles sont **plusieurs**, alors elles ne sont pas **identiques** mais **distinctes**, **différentes**. Si elles sont plusieurs et identiques en même temps, alors c'est qu'on ne se place pas suivant une même **striction** pour exprimer les deux notions contraires que sont la **distinction** (mot « **plusieurs** ») et la notion de d'**identité** (mot « **identique**). C'est ici la subtilité.

Par exemple, considérons les **deux choses**: « **3 + 5** » et « **2 × 4** ». On y tout de suite l'**égalité**: **3 + 5 = 2 × 4**, qui est une **idégalité**: **3 + 5 == 2 × 4**, car elle est équivalente à l'**iteridentité**: **8** $=_w$ **8**, ou avec l'**identité** standard: **8 == 8**, si aucune ambiguïté n'est à craindre. Ou encore, avec l'**équivalence** ou **égalité** standard: **8 = 8**, si là aussi aucune confusion n'est à craindre. Cependant, il n'empêche que ce sont **deux opérations différentes**, l'une étant une **addition** et l'autre une **multiplication**, ce sont **deux choses distinctes**. Ce sont **deux opérations** donnant deux **résultats iteridentiques**. A la **striction 1** de l'**égalité**, on a donc: **3 + 5 = 2 × 4**, et même aussi à la **striction 2** elle reste vraie: **3 + 5 == 2 × 4** (**idégalité**). Aux **striction 1** et **2**, on ne **différencie** pas « **3 + 5** » et « **2 × 4** », alors qu'un « extraterrestre » (ou simplement un humain n'ayant pas de formation en arithmétique) devant ces deux écritures ne devinera pas qu'elles désignent une même chose. Elles sont donc **très différentes**, et pourtant **égales**. On ne les **distingue** qu'à la **striction 3**, c'est-à-dire: **$3 + 5 \not\equiv 2 \times 4$**. C'est à cette **striction** que l'on va commencer à dire par exemple que l'une est une **addition** et l'autre une **multiplication**, ou que les deux **opérations** ne portent pas sur les mêmes **chiffres**, etc.. En dessous de cette striction, on ne regarde que les **résultats** des deux **objets**, et pas les **objets** en eux-mêmes.

Comme autres exemples, malgré l'**égalité** évidente, il faut néanmoins **distinguer**: **1** et **1+0**, ou: **0** et **0+0**, ou: **1** et **1×1**, ou: **0** et **0^2**, etc..

Et aussi, les objets: **0**, **0+0**, **0+0+0**, **0+0+0+0**, **…**, que nous notons aussi: **0**, **00**, **000**, **0000**, **…**, et appelons des **générescences** ou **informations unaires** d'**unité 0**, sont **distincts**, **différents**. Ils ont leurs **identités propres**, même s'ils sont tous **égaux** ou **équivalents** à **0**. Et ils sont **différents** aussi des objets: **1×0**, **2×0**, **3×0**, **4×0**, **…**, et ceux-ci sont **différents** entre eux, même si par ce second groupe d'objets on veut dire la **même chose** que les premiers. La **différenciation** « ≠ » de **striction 1** est sans doute trop forte pour **distinguer** ces objets, car ils sont **égaux** à la **striction 1** (**équivalence** standard « = »), et la **différenciation** « $\not\equiv$ » ou « <> » de **striction 2** est elle aussi trop forte pour les **distinguer**, car ils sont **égaux** à la **striction 2** (**identité** standard « == »). Mais à la **striction 3** ou **4**, il faudra quand même commencer à les **distinguer**, car malgré tout ces objets ne sont pas les **mêmes objets** à tous les points de vue. A un moment il faut commencer à dire que « **0 plus 0** » ou « **0+0** » ce n'est plus nécessairement **0**, mais « **2 fois 0** » ou «**2×0**», car **0**, c'est **rien**, certes, mais c'est aussi **quelque chose**, **choses**, qui, quand on les **additionne**, **augmentent**. C'est cette vérité de l'**Univers** qui fait que, quand on **aligne** des **points**, tous individuellement de **longueur 0**, cela finit par donner un **segment** de **longueur 1**! Nous avons exprimer cela plus haut avec l'**égalité**: **0... = 1**, c'est-à-dire: **0... = $0 \times \omega$ = 1**, avec l'**opérateur GENER** « **...** », lors de la présentation de l'important **modèle PE1**, la logique de l'**horizon infini**.

Exactement de la même façon donc que les objets: **1**, **1+1**, **1+1+1**, **1+1+1+1**, **…**, que nous notons aussi: **1**, **11**, **111**, **1111**, **…**, ou: **1**, **2**, **3**, **4**, **…**, et appelons des **générescences** ou **informations unaires** d'**unité 1**, et qui sont les **nombres entiers** supérieurs à **0**, sont **différents**, **distincts**, et donnent **ω**, qui est l'**horizon infini ω**, ce que nous écrivons donc: **1... = $1 \times \omega = \omega$**, de même les objets: **0**, **0+0**, **0+0+0**, **0+0+0+0**, **…**, ou: **0**, **00**, **000**, **0000**, **…**, sont **distincts**, **différents**, et donnent **1**, qui est leur **horizon infini ω**, ce que nous écrivons: **0... = $0 \times \omega$ = 1**. La nécessité de distinguer les **nombres entiers** d'**unité 1**, qui sont: **1, 2, 3, 4, …**, est exactement la même que celle de distinguer les **nombres entiers** d'**unité 0**, qui sont: **1×0, 2×0, 3×0, 4×0, …**. L'**unité 1** est juste le **modèle** pour **toute unité x**, quelle qu'elle soit. Et **$0, 0^2, 0^3, 0^4, \ldots$**, sont aussi des **unités**, qu'il faut à une certaine striction distinguer au même titre que: **$2, 2^2, 2^3, 2^4, \ldots$**, ou: **$3, 3^2, 3^3, 3^4, \ldots$**, ou: **$\omega, \omega^2, \omega^3, \omega^4, \ldots$**, et plus généralement donc: **$x, x^2, x^3, x^4, \ldots$**. Quel que soit donc le **x** dont on parle, il faut distinguer ces expressions, qui sont formellement **différentes**, même si pour tel ou tel **x**, comme **0**, **1**, **ω** ou autre, on dit que ces expressions sont **égales** ou **équivalentes**. L'**égalité** ou l'**équivalence** ne doit pas empêcher de distinguer les choses à une **striction** donnée, quand c'est nécessaire de les **distinguer**.

Cela veut dire donc aussi que pour le cas où **x** est **1**, on doit distinguer les objets: **$1, 1^2, 1^3, 1^4, \ldots$**, c'est-à-dire: **1, 1×1, 1×1×1, 1×1×1×1, …**, même s'il est évident que tous sont **égaux** ou **équivalents** à **1**. Car aussi, il existe un **effet horizon oméga** ou **effet ω** pour ces objets aussi. Le correspondant du **produit**: **$0 \times \omega$** ou du **produit**: **$1\times \omega$**, quand l'**opération** est l'**addition**, est l'**exponentiation**: **1^ω** ou **1^ω**, connu comme donnant le **nombre e**, qui est la **base** du **logarithme népérien**, qualifié de **logarithme naturel**. On a donc: **$1^\omega = e$**, avec: **e = 2,7182818284...**.

On a donc les l'**exponentiation**: **1^n** , qui, « normalement » donne toujours comme résultat **1**, c'est-à-dire l'**égalité**: **$1^n = 1$**, de **striction 1**, ou l'**égalité**: **$1^n == 1$**, de **striction 2**. Mais ce résultat à l'**horizon infini**: **$1^\omega = e$**, ou: **$1^\omega == e$**, est la preuve que les objets: **$1, 1^2, 1^3, 1^4, \ldots$**, c'est-à-dire: **1, 1×1, 1×1×1, 1×1×1×1, …**, ne doivent pas toujours être vus comme n'étant que **1**. Comme pour le réflexe dans le cas du **0**, qui fait dire que « **0 plus 0** » ou « **0+0** » ne doit être vus que comme **0**, il y a aussi de la même façon un réflexe à propos de **1**, mais du côté de la **multiplication**, qui fait dire que « **1 fois 1** » ou « **1×1** » ne doit être vus que comme **1**. Et de même qu'à une certaine **striction** il faut songer à dire que « **0 plus 0** » ou « **0+0** » a son **identité propre** qui est simplement « **2 fois 0** » ou « **2×0** », qui est donc le **double de 0** donc un **nombre supérieur à 0**, de même aussi à une certaine **striction** il faut songer à dire que « **1 fois 1** » ou « **1×1** » a son **identité propre** qui est simplement « **1 au carré** » ou « **1^2** », qui est donc le **carré de 1** donc un **nombre supérieur à 1**. C'est un **nombre** qui n'est pas encore **2**, qui est **infiniment loin** d'être **2**, mais il en prend le chemin.

Le **logarithme népérien** de ce **nombre** « **1×1** » ou « **1^2** » est précisément « **0+0** » ou « **2×0** ». Dès que l'on dit que celui-ci est le **double de 0** donc un **nombre supérieur à 0**, on dit aussi du même coup que « **1 au carré** » ou « **1^2** », qui est donc le **carré de 1** donc un **nombre supérieur à 1**. Et de même que l'**itération additive** des **0**, à force d'être **progressivement supérieur** à **0** finit par donner **1** à l'**horizon ω**, c'est-à-dire: $0... = 0 \times \omega = 1$, de même aussi l'**itération multiplicative** des **1**, à force d'être **progressivement supérieur** à **1** finit par donner **e** à l'**horizon ω**, c'est-à-dire: $1 \times 1 \times 1 \times 1 \times ... \times 1 == 1^{\omega} = e$, ou: $1^{1...} = 1^{\omega} = e$.

L'enseignement que nous voulons en tirer pour la question de **striction** est simplement que l'**égalité** ou l'**équivalence** est très importante, mais il n'y a pas une bonne politique d'**équivalence** sans une bonne politique d'**identité**, car les deux visages de l'**égalité** sont très étroitement liés justement par la notion **striction** ou (ce qui revient au même) par la notion d'**universalité**. Il faut bien comprendre l'**identité propre** des choses pour bien comprendre aussi leur **équivalence**, c'est-à-dire leur **identité commune**. Comprendre ce qui **différencie** les choses est très souvent (et même toujours) ce qui permet de comprendre ce qui les **unit**.

c) Relation de représentation

PARADIGME 4

i) Par définition, toute **chose** est appelée un **nom**, un **mot**, un **symbole**, une **information**, une **notion**.

ii) On introduit les notions de type: **représentation**, **symbolisation**, **définition**, On appelle la **relation de représentation** une **semi-identité** ou une **identité orientée**, ce qui veut dire simplement que « $=_n$ » étant une **identité** de **striction n** donnée, on va distinguer les deux écritures: « $x =_n y$ » et « $y =_n x$ », qui sont les deux **semi-identités** de l'**identité** « $=_n$ », ses deux **identités orientées** ou ses deux **relations de représentation**. L'écriture: « $x =_n y$ » signifie que la **chose** de gauche **x** représente la **chose** de droite **y**, et on écrit: $x =_n> y$. Par défaut, on prend $n = 2$, et « $x =_2> y$» est noté « $x ==> y$» ou simplement « $x == y$», étant convenu que l'objet qui **représente** est celui de gauche, ici **x**, et l'objet **représenté** est celui de droite, ici **y**. Et « $x ==> y$» est également noté « $y <== x$», qui est la **relation réciproque**, qui signifie que **y** est représenté par **x**.

On dit aussi que **x désigne y**, que **x est par définition y**, que **x** sert de **nom** ou de **symbole** pour **y**, que **y** est **renommé x**, etc.. La **relation** de **représentation** est une **relation d'identité** spéciale appelée l'**identité** de **représentation** ou **identité** de **définition**. C'est un cas fondamental d'**idéquivalence** ou d'**idégalité**. Toutes les fois que cette **relation** est vérifiée, alors aussi la **relation d'équivalence** ou d'**égalité** « = » est vérifiée aussi, quelle que soit le sens particulier que l'on donne à cette **égalité** « = », autrement dit quelle soit la définition donnée à la **relation d'équivalence**, l'**ensemble** où elle est définie. On a donc: $x == a \Rightarrow x = a$, quelle que soit la **relation** d'**égalité** notée « = ».

Autrement dit, du moment où l'on a décidé dans un contexte donné que **x désigne a**, partout dans ce contexte où il y a la **chose a** on peut la remplacer par **x** et vice-versa.

iii) Si **x** ne **représente** qu'**une seule chose** a_0, on dit que **x** est une **constante**. Et si **x représente plusieurs choses**: $a_0, a_1, a_2, a_3, \ldots, a_{n-3}, a_{n-2}, a_{n-1}$, où **n** est un **nombre fini** comme **infini**, au moins **égal** à **1**, on dit que **x** est une **variable**, et l'**ensemble** $A == \{a_0, a_1, a_2, a_3, \ldots, a_{n-3}, a_{n-2}, a_{n-1}\}$, est appelé le **domaine de variation** de **x**, et les **éléments** de **A** sont appelées les **valeurs** de **x**. On dit que ces **valeurs** sont **coreprésentées** par **x**, relation de **coreprésentés** qui est une **relation d'équivalence** ou d'**égalité**. On écrit: $x == a_0 = a_1 = a_2 = a_3 = \ldots = a_{n-3} = a_{n-2} = a_{n-1}$, pour signifier que **x** est une **variable** qui prend toutes ces **valeurs**, qui est le **représente** toutes. Et on note aussi: $x ==> A$, ou: $x == A$, pour signifier que dans ces conditions **x** est simplement un autre **nom** pour l'**ensemble A**, et donc que l'**ensemble A** est par définition une **variable**. Autrement dit, tout **ensemble** ayant au moins un **élément** est (dans la nouvelle vision) une **variable** dont les **valeurs** sont ses **éléments**.

iv) Si **deux choses x** et **y représentent** une **même chose a**, on dit que **x** et **y coreprésentent a**, ou que **x** et **y** sont des **coreprésentants** de **a**, ou simplement des **coreprésentants**, et on note: $x <==> y ==> a$, ou simplement: $x <==> y$, ou: $x == y$. Mais dans ce cas, on a aussi: $y == x$. La **relation de coreprésentants** est elle aussi une **relation d'équivalence**.

Si l'on reprend l'exemple de «$3 + 5$» et «2×4», on a: $3 + 5 ==> 8$ et: $2 \times 4 ==> 8$, donc: $3+5 <==> 2 \times 4 ==> 8$, ou simplement l'**idégalité**: $3 + 5 == 2 \times 4$.

2. La classique algèbre identitaire et la nouvelle algèbre équivalencielle

a) L'actuelle logique de négation et les nombres entiers naturels « non » standard

Dans la partie B nous proposons la construction de l'ensemble $\mathbf{R}_\omega$ des **nombres omégaréels**. C'est notre approche du domaine mathématique qu'on appelle l'algèbre ou l'analyse non standard, introduite par Abraham Robinson en 1961. On entend habituellement par là une théorie généralisant les notions classiques des **nombres réels** (ensemble **R**), dans laquelle se trouvent:
1) des **nombres infiniment grands**, plus grands que tous les classiques **nombres réels**. Ce qui est le cas du nombre **w** ou **ω** que nous allons construire, et que nous appelons un nombre de type **oméga** ou **infini**;
2) des **nombres infiniment petits**, c'est-à-dire des nombres supérieurs à **0**, mais plus petits que tous les nombres réels positifs classiques. Ce qui est le cas dans ce livre du nombre **θ**, l'inverse de **w**, c'est-à-dire : **θ = 1/w**, et que nous appelons pour cela un nombre de type **alpha** ou **zéro**.

Dans Wikipedia, on lit à l'entrée : Modèle non standard de l'arithmétique:

« Rappelons que nous qualifions d'internes ou classiques les propriétés ou les ensembles n'utilisant pas le mot « *standard* ». Nous appelons externes ou non classiques les propriétés utilisant ce mot. Toutes les propriétés connues classiques restent valides en Analyse non standard. Ainsi, **N** vérifie l'axiome de récurrence, pourvu que cet axiome soit appliqué à une propriété classique.

En revanche, le prédicat **standard** étant non classique, l'axiome de récurrence ne s'y applique pas. Ainsi, 0 est standard ; si n est standard, n + 1 aussi. Cependant, il existe des entiers non standard supérieurs à tous les entiers standard. De tels entiers non standard sont appelés infiniment grands.

Tout entier standard est inférieur à tout entier non standard. Si n est non standard, il en de même des éléments supérieurs à n et de n – 1. On peut voir **N** comme suit :
0 1 2 3 . . . . n-1 n n+1 . . .
entiers standard suivis des entiers non standard.

On ne peut parler du plus petit entier non standard, pas plus que du plus grand entier standard, car ces propriétés n'étant pas classiques, elles ne définissent même pas d'ensembles, qui n'ont donc pas, et pour cause, les caractéristiques usuelles des sous-ensembles de **N**.

Cependant, si P est une propriété quelconque, on montre que **N** vérifie le principe de récurrence restreint suivant: si P(0) est vrai, et si pour tout n standard, P(n) implique P(n+1), alors pour tout n standard, P(n) est vérifié. »

Quand on examine cet axiome tel qu'il s'applique aux **nombres entiers finis** (car en fait il s'applique aussi partout où l'on veut faire la distinction entre **standard** et **non standard**), on s'aperçoit donc facilement qu'un des deux mots « **fini** » ou « **standard** » est de trop. Le mot « **standard** » sert ici juste pour éviter de dire qu'il existe des **nombres entiers infinis**. Au lieu de le dire simplement ainsi, on dit alors qu'il sont des **nombres entiers finis non standard**, qui sont donc **supérieurs** à tous les **nombres entiers finis standard**.

Dans ce court extrait sont dites beaucoup de choses très importantes et très révélatrices des problèmes de paradigme que nous pointons du doigt et qui nous font proposer un changement de paradigme.

D'abord, comme nous avons commencé à le montrer, l'ensemble: **N = {0, 1, 2, 3, …, n-1, n, n+1, ...}**, tel qu'il est actuellement conçu est **INCOMPLET**, même si, comme ici, en appliquant un axiome appelé **axiome d'idéalisation**, cela a pour très bonne conséquence qu'il existe au sein du bon vieil ensemble **N** des **nombres entiers naturels**, des **nombres entiers** : **…, n-3, n-2, n-1, n, n+1, n+2, n+3, …**. Ils sont qualifiés de « **non standard** », mais en réalité... ils sont **INFINIS**! Le **nombre entier naturel n** (ou la **variable n**), tel qu'il apparaît et fonctionne dans ce texte sur l'analyse non standard, qui a un **prédécesseur n-1** et un **successeur n+1**, comme on le voit, présenté comme supérieur à tous les **entiers standard**: **0, 1, 2, 3, 4, ...**, est en réalité la bonne conception de l'**infini**, l'**infini normal**, ce qu'il doit être. Quelque part donc, on reconnaît que le **modèle PE1** est la réalité, sauf qu'on se fatigue à séparer les **nombres entiers** en « **standard** » et « **non standard** », pour ne pas parler de **nombre entier infini** et encore moins du **dernier nombre entier**, l'**infini ω**! On consent tout au plus à parler d'**entiers** « **infiniment grands** », ce qui est déjà pas mal.

Un problème fondamental de paradigme est qu'on raisonne avec la logique de **négation**, dont une caractéristique est de séparer les notions en « **x** » et « **non x** ». Cette logique classique n'est valable que dans des contextes restreints ou il faut trancher, mais n'est certainement pas la logique adaptée aux nuances et aux subtilités de l'**Univers**. Le **modèle PE1** nous apprend que la conception du **fini** et de l'**infini** est **graduelle**, car les nombres croissent **graduellement** et continuellement, du **Zéro** à l'**Infini**, de l'**Alpha** à l'**Oméga**. Il faut donc raisonner avec une notion de **finitude**, reflétant cette logique **graduelle** des **nombres**.

La logique de Négation (la négation absolue) rend toujours quelque part coupable du paradoxe sorite ou paradoxe du tas, qui est le problème suivant : 1 grain de sable, ce n'est pas encore un tas de sable ; 2 grain de sables, ce n'est pas encore un tas. Mais en ajoutant grain par grain, cela finira forcément par devenir un tas. Mais alors à partir de quel nombre de grains exactement on passe du NON tas au tas ? Même problème avec la notion de nombre grand. 1, ce n'est pas encore un grand nombre ; 2 ce n'est pas un grand nombre. Mais forcément, à partir d'un nombre il faudra passer de petit nombre à grand nombre, donc de petit à NON petit. Mais alors quel est ce nombre frontière ?

On « connaît » ce paradoxe mais on ne réalise pas qu'il se pose en fait d'une manière ou d'une autre, dans toutes les situations du genre « x » et « NON x », si la négation (le connecteur NON) est absolue au lieu d'être juste relative. C'est ici le cas avec entre autres la notion de « standard » et « NON standard » ou de « fini » et de « NON fini ».

La logique de **négation** dans toute sa « splendeur », la logique du **tout** ou **rien**, la logique de **séparation** des choses en « **x** » et « **non x** », sans nuance, est ce qui se cache dans cette partie de l'extrait :

« On ne peut parler du plus petit entier non standard, pas plus que du plus grand entier standard, car ces propriétés n'étant pas classiques, elles ne définissent même pas d'ensembles, qui n'ont donc pas, et pour cause, les caractéristiques usuelles des sous-ensembles de **N**.».

Ici donc, l'idée qu'une **propriété** ne puisse pas définir un **ensemble**, ce qui veut dire qu'il y aurait des choses qui sont des **ensembles** et d'autres des **non ensembles**, encore le problème de type **x** et **non x**. Pour mieux comprendre le problème citons cet autre extrait du même article :

« Nous insistons sur le fait que, si la propriété P utilise le postulat « *standard* », cette propriété est étrangère à l'axiomatique de Zermelo-Fraenkel (puisque le mot « *standard* » ne fait pas partie de cette axiomatique), et donc que la collection {*x* élément de E | P(*x*)} n'est pas un ensemble au sens de Zermelo-Fraenkel, c'est pourquoi nous la qualifions de collection (plus techniquement, la propriété P n'est pas nécessairement collectivisante, et la notation {*x* élément de E | P(*x*)} est formellement aussi illégale que le serait, par exemple, {*x* | *x*=*x*} pour désigner l'ensemble de tous les ensembles ».

Et maintenant donc, nous ne raisonnons plus avec la **négation absolue**, dont la seule utilité est de la **nier** elle-même de manière tout aussi **absolue**. La notion de **fini** et celle d'**infini** ne se **nient** pas, mais sont juste **contraires**, comme aussi **petit** et **grand**, **élément** et **ensemble**, etc.. Et les **contraires** peuvent s'exclure exceptionnellement, mais bien souvent une chose peut posséder des attributs **contraires**.

Ne jouons donc plus sur les mots, parce que nous tenons à la mauvaise vieille **négation**. Ne disons donc plus « **non standard** » ou « **infiniment grand** », juste pour éviter de dire « **infini** ». Il apparaît que ce qu'on appelle actuellement les **nombres entiers** « **non standard** », est simplement dans les grandes lignes la logique des **nombres infinis** comme **w**, l'**audoracine** de **ω**, c'est-à-dire le **nombre entier** tel que: $\mathbf{w}^{\mathbf{w}} = \boldsymbol{\omega}$, ou $\mathbf{w} = \mathbf{aur}(\boldsymbol{\omega})$.

Pour terminer avec les citations précédentes, il y a aussi ce point très important :
«En revanche, le prédicat **standard** étant non classique, l'axiome de récurrence ne s'y applique pas. Ainsi, 0 est standard ; si *n* est standard, *n* + 1 aussi. »

Et aussi, dans le même ordre d'idée :
« Cependant, si P est une propriété quelconque, on montre que **N** vérifie le principe de récurrence restreint suivant: si P(0) est vrai, et si pour tout *n* standard, P(*n*) implique P(*n*+1), alors pour tout *n* standard, P(*n*) est vérifié.».

Il est question là du **principe de récurrence**, très fondamental avec la notion de **nombre entier naturel**, et plus généralement de **nombre ordinal**. Changer la conception des **nombres entiers naturels** ou des **ordinaux** c'est changer aussi le très classique **principe de récurrence**, très étroitement lié à la conception des **nombres entiers**. Et même, si l'on ne change pas de conception des entiers, dès lors qu'on a compris qu'ils peuvent être « standard » ou « non standard », on dit aussi se douter que le **principe de récurrence** qui leur est indissociable, peut être lui aussi « standard » ou « non standard ».

Le principe de récurrence dit simplement ceci : « Si **P(0)** est vrai, et si pour tout élément **n** de **N**, **P(n) implique P(n+1)**, alors pour tout élément **n** de **N**, **P(n)** est vérifié». Donc vérifié pour les standards comme pour les non standards.

La question des **ordinaux limites** que nous avons analysée au début est impliquée dans cette conception erronée de la **récurrence**, qui fait dire que celle-ci s'applique uniquement aux **nombres entiers naturels** et pas aux **ordinaux** en général. Dans la conception de la **négation**, la **récurrence** ne franchit pas la barrière des **ordinaux limites**, à commencer par **ω**, le premier **ordinal limite**, présenté comme **infini dénombrable**. Mais le **modèle PE1** est signifie que la **récurrence** s'applique à tous les **ordinaux**.

THÉORÈME:
Si **P(0)** est vrai, et si **pour tout ordinal α**, **P(α) implique P(α+1)**, alors **pour tout ordinal α**, **P(α)** est vérifié.

b) L'équivalence, le cycle et la fractale

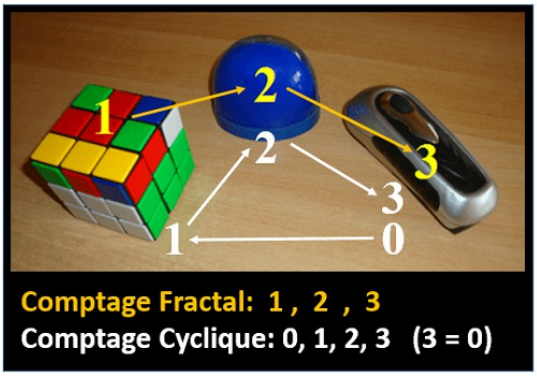
La logique de l'**équivalence** a plusieurs sous-logiques dont deux très fondamentales, la logique **cyclique** et la logique **fractale**, l'une **additive** et l'autre **multiplicative**. Il en résulte deux notions de **0**, qu'il nous faut commencer à distinguer à partir de maintenant. Pour simplifier en ce début de livre, nous parlons du **0** comme d'une seule notion, alors qu'en réalité il y a deux notions bien distinctes, mais très complémentaires.

DÉFINITIONS *D-ZFC*: *Le zéro fractal et cyclique*

D-ZFC 1) Le premier **0**, celui dont nous parlons le plus souvent dans ce livre, est le **0 fractal**, que nous appelons aussi le **0 multiplicatif**, et aussi le **0 relatif**, est: **0 = 1/ω = ω**$^{-1}$. Il est donc défini à partir de **1** et de **ω**, ce qui veut dire que du moment où on a les **bases 1** et **ω**, on a automatiquement la **base 0**, qui est juste l'**inverse** de la **base ω**, et son **horizon logarithmique** est par définition l'**opposé** de l'**horizon** de **ω**, c'est-à-dire **-1**, **nombre** que nous appelons **anti-1**.

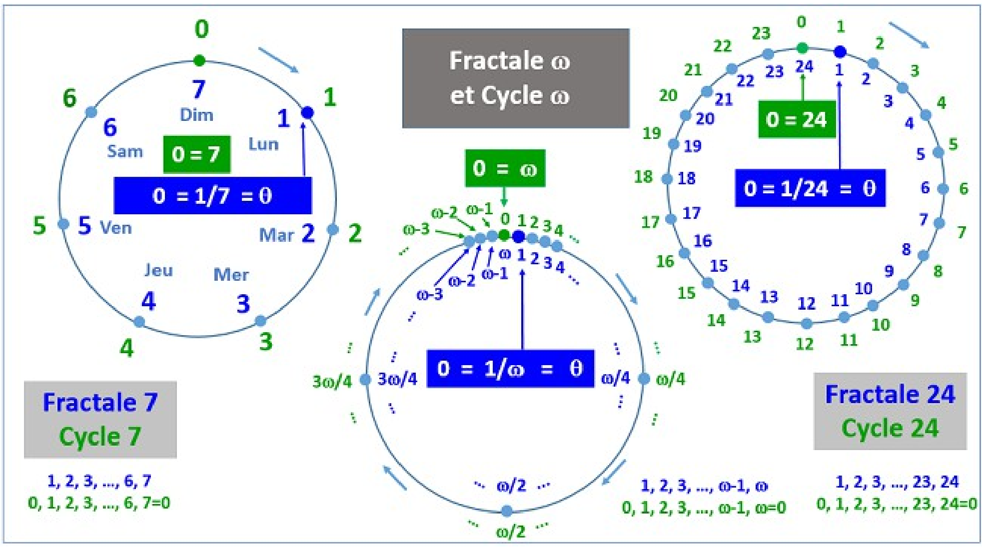
D-ZFC 2) Le second **0** est le **0 cyclique**, que nous appelons aussi le **0 additif**, est tout simplement défini par l'**identité**: **0 == ω**, de **striction 2**, qui est l'**idégalité** ou l'**idéquivalence**. Cette **identité** est l'expression du **Cycle ω**, et de manière générale l'**identité**: **0 == n**, est l'expression du **Cycle n**. Nous l'écrivons le plus souvent avec une **égalité** de **striction 1**, à savoir: **0 = n**, étant donné que toute **striction** implique automatiquement les **strictions** inférieures, comme on l'a vu.

Les **ordinaux canoniques** ou **fractals** ou **multiplicatifs** commencent par **1**, tandis que les **ordinaux** en général commencent par **0**. Par **canonique** nous entendons que l'on **compte** en commençant par **1**, donc le **dernier nombre compté** indique directement le **nombre** des **objets comptés**. Ici (charité bien ordonnée commençant par soi-même), les **objets comptés** sont les **nombres** de **1** à **n**, mais cela peut être **n** objets quelconques numérotés alors: **a_1, a_2, a_3, …, a_n**. C'est donc la manière très **naturelle** de **compter**, comme ci-dessous quand il s'agit de **compter 3 objets**:



On compte donc habituellement en disant: **1, 2, 3**. C'est le **comptage naturel**, le numéro **dernier compté** donne le **nombre** des **objets**, leur **cardinal** pour être plus technique. On peut donc aussi parler de **comptage cardinal**, et donc des **cardinaux**, avec qui on s'intéresse à la **quantité** des **choses** ou au **nombre** des **éléments**, à la différence du **comptage ordinal**, et donc des **ordinaux**, avec qui on se préoccupe avant tout de l'**ordre** des **choses** ou des **éléments**. On commence alors par **0**, qui dans la logique des **ordinaux** désigne en fait le **dernier élément**. Cela veut dire que dans cette **logique**, qui est **cyclique**, on choisit un **élément**, appelé **alpha** et **zéro**, qui va précisément être le **0 cyclique** dont nous parlons. On compte tous les autres **éléments** de l'**ensemble** à **compter**, en disant donc: **1, 2, 3, …, n-3, n-2, n-1, n**, et on **termine** le **comptage** (on **boucle** le **cycle** de **comptage** donc) par l'**élément** appelé **alpha** et **zéro**, qui est alors appelé l'**élément oméga** en **fin** de **comptage**, et son numéro de **fin** de **comptage** est le **nombre des éléments**, et on est en accord avec le nombre donné directement par le **comptage cardinal**.

Le **comptage ordinal** peut paraître plus compliqué, mais c'est juste qu'il est **cyclique**. C'est bien celui que nous adoptons naturellement chaque fois que nous devons compter dans une situation **cyclique**, où la **fin** rejoint le **commencement**. Comme par exemple le **cycle** de la journée de **24 h**, les **heures canoniques** étant: **1, 2, 3, …, 22, 23, 24**. Mais comme c'est un **cycle** et qu'il faut **boucler**, on voit bien que la solution est naturellement d'appeler **0** l'heure **24**, de compter en disant: **1, 2, 3, …, 22, 23, 24**, et quand on revient à **24**, on est revenu à **0**:



Le **Cycle 24** consiste donc bel et bien à exprimer l'**identité**: **0 == 24**, qui veut dire que l'**élément 24** est par définition celui **nommé 0**. C'est une définition du **0** à partir de **24**, qui est un exemple typique même d'une **identité de représentation**, comme nous l'avons expliqué dans le **paradigme équivalenciel**. Si l'on considère qu'on a déjà des **éléments nommés**: **0, 1, 2, 3, …, 22, 23, 24**, alors cette **opération** consiste à choisir l'**élément 0** comme **représentant** de l'**élément 24**. Mais si l'on considère que l'on n'a dans un premier temps seulement les **éléments canoniques**: **1, 2, 3, …, 22, 23, 24**, ce qui est justement le cas dans la logique des **horizons logarithmiques** où les **bases fondamentales** sont celles de **1** à **ω**, ou aussi dans toute **logique fractale** ou **multiplicative** ou l'on commence par **1** (car l'**élément neutre** de la **multiplication** est **1**), alors le **0 additif** ou **0 cyclique** ou **0 absolu** étant absent dans cette logique, l'**identité** que l'on exprime consiste à le **DÉFINIR**, comme étant le **dernier élément**. Alors la liste des **nombres** devient: **0, 1, 2, 3, …, 22, 23, 24**, et le **nouvel élément**, le **0**, est **identique** au **dernier**, **24**, on doit absolument avoir l'**identité**: **0 == 24**, pour comprendre qu'on n'a pas **25 éléments** (il n'y a pas **25 heures** dans une journée) mais bien **24**. Seulement l'**élément** en début de liste est le **dernier élément**, l'**oméga**, dans son rôle d'**alpha**.

C'est la logique générale dans tous les **cycles**, et en particulier le **Cycle ω**. C'est donc la définition du **0 cyclique** comme étant **ω**, donc l'**identité**: **0 == ω**. Ce **0 cyclique**, encore appelé le **0 origine**, le 0 absolu donc au vrai sens du terme, doit évidemment être distingué du **0 fractal**, le **0 multiplicatif**, le **0 relatif**, qui est: $0 = 1/\omega = \omega^{-1}$. Il se trouve que pour le cas particulier de la **base ω** les deux **0** coïncident, raison pour laquelle, pour simplifier, nous les avons assimilés jusqu'à présent, parce qu'on parlait de l'**infini absolu ω**. Donc le **0** associé est **absolu** lui aussi. Mais ceci est une exception, car dans le cas général, où les **ordinaux canoniques** vont de **1** à **n**, où **n** peut être **infini** mais pas forcément l'**infini absolu**, le **dernier infini**, il y a une **différence** (un **écart**) entre d'une part le **0 absolu**, le **0 cyclique** que nous venons de définir, le **0 additif** donc, le **0 origine**, et d'autre part le **0 relatif**, le **0 fractal**, le **0 multiplicatif**, etc., que nous notons **θ** ou « **thêta** », qui est donc: $\theta = 1/n = n^{-1}$.

L'image ci-dessus permet de comprendre la différence qu'il y a nettement entre le **0 fractal** et le **0 cyclique**. Celui-ci est l'**origine** du **cycle**, le **vrai 0** donc, tandis que le **0 fractal** ou **θ** est toujours une **unité**, il correspond toujours à **1**, même quand **n** est l'**infini absolu ω**. Il désigne alors le **point** appelé **1** juste **après** le **point** appelée **0**. C'est le **point suivant** donc, le **successeur** du **0 absolu**. Quand on dit par exemple que « **1/n tend vers 0 quand n tend vers l'infini** », c'est ce que cela veut dire très exactement. Cela veut dire donc que **1/n**, qui est un **rapport**, qui exprime la **grandeur** de **1** comparée à celle de **n**, est si petit qu'il devient le **point** immédiatement après le **0 absolu**. Le **rapport 1/n** est le **0 absolu** à **un point près**. C'est d'ailleurs ce **rapport** qui définit précisément la notion de « **point** », à savoir un **objet** qui est une **unité**, qu'on peut **compter** donc en disant: **1 point, 2 points, 3 points, … , ω points**, mais un objet si **petit** (et il est **petit** comparé justement à **n** ou **ω**, la notion de **finitude 1/n** ou **1/ω** qu'on a définie) qu'on l'appelle aussi **zéro** ou **0**.

Cet **objet** « **point** » cumule donc à la fois les **attributs** (donc les **qualités**) du **0 absolu** et de l'**unité 1**, c'est l'**objet** qui est le deux. A une certaine **striction** de l'**identité** (et par défaut on choisit la **striction 2**) **on ne le distingue pas** du **0 absolu**, on a l'**identité**: « **0 == θ** », c'est-à-dire: « **0 == 1/ω**» ou « **0 == 1/n** », qui de toute façon n'est rien d'autre que l'expression d'un **cycle infinitésimal** (le fait d'avoir **un seul objet** à **compter**, à savoir **θ**, de l'appelé **0** au début du **comptage** et **1** à la **fin**, donc un cas particulier de **Cycle 1** ou « **0 == 1** »), mais à une autre **striction** (la **striction 3** par exemple, sinon à **4**, ou à **5**, etc., au plus tard à la **striction w**, ou **iteridentité**), on doit le **distinguer** du **0 absolu**, et dire que **θ** est le **point distinct** du **0 absolu**, et qui vient immédiatement après lui. Autrement dit, le tout **premier point**, parce qu'en fait le **0 absolu** est le **dernier point**, il termine le **cycle d'avant** et commence un **nouveau** en tant qu'**ordinal 0**.

En commençant à distinguer le **0 absolu** et le **0 relatif θ** à la **striction 2**, cela laisse toute la latitude pour distinguer entre **0** et **θ**, une nouvelle **infinité** de **zéros intermédiaires**, les **unités** θ^2, les **zéros** de **degré 2**, et entre **0** et θ^2, une autre nouvelle **infinité** de **zéros intermédiaires**, les **unités** θ^3, les **zéros** de **degré 3**, etc.. A la **striction 2** où **0** et **θ** sont à peine **distingués** (ils ne le sont pas encore, tout simplement), les zéros intermédiaires sont pour ainsi dire « inexistants », eux tous, et **0** et **θ** se confondent en un seul être. Mais à une **striction** suffisamment élevée (comme déjà dit, la notion de **striction** est exactement comme la notion de **résolution** en **imagerie numérique**, avec les **pixels**), les **zéros intermédiaires** apparaissent et deviennent **distincts**, comme des **unités séparées**. Et alors aussi, le **premier point distinct** du **0 absolu**, qui vient immédiatement après lui, n'est plus **θ**, mais θ^2, et on a la séquence de points: **0,** θ^2, $2\theta^2$, $3\theta^3$, $4\theta^2$, **… ,** $\omega\theta^2$ **== θ**, ce qui veut dire que **θ** est à son niveau un **oméga**, le **cycle** étant ici le **Cycle θ**. Et **θ** étant un nouveau **0 absolu**, il démarre un nouveau **cycle**, dont l'**unité** sont encore θ^2, qui se terminera de la même façon à **2θ**, puis **3θ**, **4θ**, etc.. Et cette séquence va se terminer à: **ωθ == 1**, puis **2**, puis **3**, puis **4**, etc., jusqu'à **ω**, avec les **cycles intermédiaires** de **θ**, eux-mêmes ayant pour **cycles intermédiaires** θ^2, eux-mêmes ayant pour **cycles intermédiaires** θ^3, etc., Cela veut dire donc qu'à une **striction** (ou **résolution**) suffisante, le **premier point distinct** du **0 absolu** n'est plus θ^2 mais θ^3, puis θ^4, ainsi de suite.

D-ZFC 3) Cette structure est la **structure fractale** des **nombres réels**, en l'occurrence les **nombres omégaréels**, **structure** ce que nous avons appelée la **Fractale ω**. On voit maintenant son lien avec le **Cycle ω**, leur fonctionnement en harmonie, le **cycle** étant l'aspect **additif**, **logarithmique**, et la **fractale** étant l'aspect **multiplicatif**, **exponentiel**. Le **Cycle ω** signifie donc l'**identité**: **0 == ω**, qui est donc la définition du **0 absolu**, du **0 cyclique**, ce qui entraîne les définitions des **nombres** que nous qualifions d'**antitifs**, ou **anti-nombres**, ce qui veut dire les **nombres opposés** des **ordinaux canoniques**, que nous qualifions quant à eux d'**anitifs** ou **ani-nombres**. C'est la notion de **nombres positifs** (pour les **nombres antitifs**) et la notion de **nombres négatifs** (pour les **nombres antitifs**), comme on les qualifie par exemple dans le classique **ensemble Z** des **nombres entiers relatifs**, qui est l'habituel: **Z = {…, -4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, +4, ...}**.

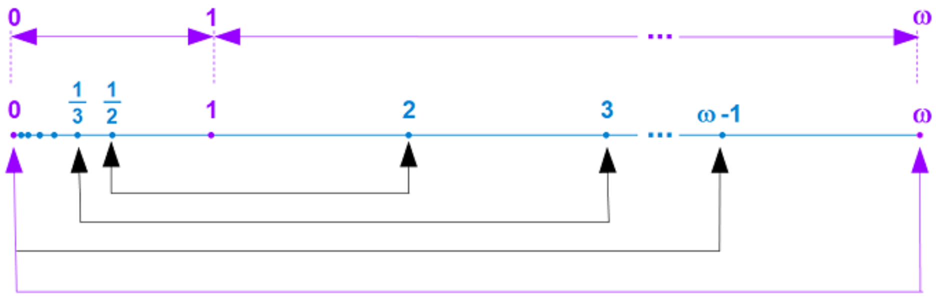
Le **Cycle ω**, qui est donc l'**identité**: **0 == ω**, qui définit le **0 cyclique** ou **0 absolu**, entraîne donc les **identités de définition** des **nombres antitifs**: **-1 == ω - 1**, **-2 == ω - 2**, **-3 == ω - 3**, etc., et en dernier: **-ω == ω - ω == 0**. Et ceci va entraîner de la même manière la notion générale de **nombres réel** ou **omégaréel antitif**, qui est donc une notion associée au **cycle**, une notion **ADDITIVE**, une notion **ORDINALE**, car elle exprime juste l'**ordre** des **nombres** les uns par rapport aux autres. Le **nombre antitif -3** par exemple signifie « le **3ème prédécesseur** de... » et le **nombre antitif +3** par exemple signifie « le **3ème successeur** de... ». On compare donc les **nombres** selon une logique d'**AVANT** ou d'**APRÈS**, on raisonne simplement en terme qui est **avant** qui ou après qui et de combien d'**unités**. Il ne s'agit pas à proprement parler d'une notion de **grandeur** ou de **petitesse** des **nombres**, d'**intériorité** ou de **supériorité**, c'est-à-dire techniquement de notion de **valeur absolue** ou de **réali**. Car par exemple, **-3** et **+3** sont de même **grandeur**, ils sont la même **valeur absolue** ou **réali 3**. Et en ce sens, **-3** est supérieur à **2**, mais simplement, il est **AVANT** lui. C'est cette notion d'**ordre** que l'on confond habituellement avec la notion de **grandeur**, de **petitesse**, d'**infinitude**, de **finitude**, etc., qui, à proprement parler, sont des notions **multiplicatives**, des notions de **rapport**, de **multiplication** et de **division**, et non pas d'**addition** et de **soustraction**. Il y a un lien entre les deux, et ce lien est justement celui entre les **logarithmes** et les **exponentiels**. Néanmoins il faut maintenant distinguer l'**ordre** (ou l'**orientation** ou l'**angle**) et la **grandeur** (ou le **réali** ou le **rayon**).

Cette notion de **nombres antitifs**, qui est associée à l'**ordre**, cette notion **ordinale** donc (et plus généralement une notion de **sens** ou d'**orientation**), doit maintenant être distinguée de la notion de **nombres négatifs** à proprement parler, qui en fait est une notion de **grandeur** (et plus généralement de **réali**, de **valeur absolue**, de **rayon**). Le **nombre** « **-1** » par exemple veut dire « **anti 1** », il est simplement appelé l'**anti**, et il signifie de manière générale « **le prédécesseur de ...** » ou « **une unité avant...** » , et en particulier « **le prédécesseur de 0** » ou « **une unité avant 0** », ce qui est **équivalent** et même **identique** à: « **le prédécesseur de ω** » ou « **une unité avant ω** ». Et le **nombre** « **+1** » par exemple veut dire « **ani 1** », il est simplement appelé l'**ani**, et il signifie de manière générale « **le successeur de ...** » ou « **une unité après...** » , et en particulier « **le successeur de 0** » ou « **une unité après 0** », ce qui est **identique** à: « **le successeur de ω** » ou « **une unité après ω** ». Autrement dit: **+1 == ω +1**.

En toute rigueur, cette **identité**, qui signifie deux manières **identiques** d'exprimer l'**ordre** ainsi indiqué, n'a pas du tout le même sens que si l'on disait par exemple: **1 == ω +1**, où là par contre on compare deux **valeurs absolues** ou deux **réalis** ou deux **grandeurs**, le **nombre fini 1** d'un côté et le **nombre infini ω+1** de l'autre. Il est clair que ce n'est pas du tout la même **grandeur**! Ce n'est donc pas du tout la même **finitude**, la même **infinitude**. Comparé à la **valeur absolue ω +1**, la **valeur absolue 1**, autrement dit le **rapport 1/(ω+1)**, est pour ainsi dire **0**, puisque comparé à la **valeur absolue ω** , la **valeur absolue 1**, autrement dit le **rapport 1/ω**, est la définition du **0 fractal**, qui est le **0 absolu** quand il est pris pour **unité** ou **point** ou **pixel**.

c) Modules, nombres orientés (vecteurs) et multinombres

Et maintenant, toute l'importance du **modulen**, l'**ensemble de tous les modules**, c'est-à-dire de tous les **nombres omégaréels positifs** de **0** à **ω**. , les **éléments** de $\mathbf{R}^+_\omega$ donc.



DÉFINITIONS *D-VM: Vecteurs et Multinombres*

D-VM 1) Soit un **nombre entier oméganaturel n**, un **ordinal** ou **nombre entier n**, **fini** ou **infini**, autrement dit encore un **élément n** de l'ensemble: $\mathbf{N}_\omega$ **= {0, 1, 2 3, 4, …, ω-4, ω-3, ω-2, ω-1, ω}**. On considère le classique **ensemble R** des **nombres réels**, et plus généralement l'ensemble $\mathbf{R}_\omega$ des **nombres omégaréels** que nous construirons très techniquement (suivant la tradition actuelle) à partir de lui dans la partie B, et qu'à vrai dire, nous avons, plus haut, déjà construit, de la meilleure et de la plus simple des façons, avec les **itérations** du **0**, les **générescences** et les **informations unaires** donc. Nous avons en effet construit tous les **réalis** ou **rayons**, c'est-à-dire tous les **nombres réels positifs** (ou **unitifs**) de **0** à **ω**, en passant par tous les **entiers intermédiaires**: **1, 2, 3, 4, …, ω-4, ω-3, ω-2, ω-1**, en ajoutant à chaque fois des **0**.

D-VM 2) Cela revient **géométriquement** parlant à dire qu'on a construit la **demi-droite réelle positive**, **point** par **point**. Entre un **point** et le suivant, il y a une infinité de **nombres** ou **points** intermédiaires, mais alors ceux-ci nécessitent un **0** de **degré supérieur** que le **0** qui est déjà le **0 absolu**, tel que $\mathbf{0^2}$, $\mathbf{0^3}$, $\mathbf{0^4}$, etc.. Ces **0** de degré supérieur sont donc plus petits que le **0 absolu**, ils sont en-dessous de lui, ce qui est la définition des **nombres négatifs**, à ne plus confondre avec les **nombres antitifs**, qui sont juste les **symétriques** des **nombres positifs**, suivant la logique de **cycle** exposée plus haut.

D-VM 3) Ainsi, on se donne un **nombre entier oméganaturel n**, un **ordinal** ou **nombre entier n** donc, **fini** ou **infini**, un **élément n** de l'ensemble: $\mathbf{N_\omega = \{0, 1, 2\ 3, 4, \dots, \omega\text{-}4, \omega\text{-}3, \omega\text{-}2, \omega\text{-}1, \omega\}}$. On appelle un **vecteur z** de **dimension n**, un **n-uplet** de **réels**, c'est-à-dire simplement une **liste ordonnée** de **n réels**, notée $\mathbf{z = (x_1, x_2, x_3, x_4, \dots, x_n)}$, en commençant la numérotation par **1**, mais que nous noterons plutôt: $\mathbf{z = (x_0, x_1, x_2, x_3, x_4, \dots, x_{n-1})}$, en numérotant de préférence les **n** composants de la liste de **0** à **n-1**. Dans notre vision, un **vecteur** est un **nombre complexe** généralisé, appelé aussi un **nombre orienté**, et on va comprendre pourquoi. On ne différencie donc pas les notions de **vecteur** et de **nombre complexe**.

D-VM 4) On appelle le **multinombre** associé au **vecteur z** l'**ensemble** de ses **composants**, noté: $\mathbf{z^{\{\}} = \{x_0, x_1, x_2, x_3, x_4, \dots, x_{n-1}\}}$. C'est le même **vecteur** mais vu sous deux angles différents, car ils seront l'objet d'**opérations** différentes, qui vont conférer aux **vecteurs** et aux **multinombres** des **propriétés** très différentes mais très **complémentaires**. Il y a d'abord cette différence fondamentale entre le **vecteur**: $\mathbf{z = (x_0, x_1, x_2, x_3, x_4, \dots, x_{n-1})}$ et le **multinombre**: $\mathbf{z^{\{\}} = \{x_0, x_1, x_2, x_3, x_4, \dots, x_{n-1}\}}$. Pour le **vecteur**, l'**ordre** des **composants** compte, les **n composants** du **vecteur** sont à prendre dans l'**ordre** de leur énumération, car changer l'**ordre** donne lieu à un **vecteur équivalent**, certes, mais **distinct**. Et aussi, pour la notion de **vecteur**, un même **composant** peut apparaître plusieurs fois dans la liste, comme par exemple avec **(3, 0, -2, 8, 0, -2, -2)**, un **vecteur** de **dimension 7**. Des composants apparaissent plusieurs fois donc, et changer l'**ordre** des **composants**, par exemple **(-2, 0, 3, -2, 8, 0, -2)**, change le **vecteur**.

D-VM 5) Par contre, pour le **multinombre** associé, on s'intéresse juste à l'**ensemble** des **composants**, donc l'**ordre** d'énumération des **éléments** de l'**ensemble** n'a pas d'importante, et un **élément** d'un **ensemble** donné ne compte qu'une fois, donc répéter les éléments ne change pas le **multinombre**. Ainsi, le **multinombre {3, 0, -2, 8, 0, -2, -2}** est l'**ensemble** de **quatre éléments {3, 0, -2, 8}**, appelé un **quadrinombre**, qui est le même quel que l'ordre de ses éléments, comme: **{0, -2, 8, 3}**, ou comme: **{8, -2, 3, 0}**, etc. Donc **{3, 0, -2, 8, 0, -2, -2}** et **{-2, 0, 3, -2, 8, 0, -2}**, et il reste le même **quadrinombre** si par exemple on répète **8** plusieurs fois: **{3, 0, -2, 8, 8, 0, -2, -2}**, **{8, 3, 0, -2, 8, 8, 0, -2, -2}**, etc. Mais par contre le **vecteur** associé n'est plus du tout le même que **(3, 0, -2, 8, 0, -2, -2)**. Le **nombre** des **composants** d'un **vecteur z** est donc appelé sa **dimension**, noté **dim(z)**, tandis que le **nombre des éléments** du **multinombre** associé est appelé son **cardinal**. Ainsi, **{3, 0, -2, 8, 0, -2, -2}** est de **dimension 7** mais de **cardinal 4**. L'idée du **multinombre** est synonyme de notion d'**équivalence**, pour cela un **multinombre** est appelé une **classe d'équivalence**, notion plus générale que la classique notion de **classe d'équivalence**. Un **multinombre** $\mathbf{x = \{x_0, x_1, x_2, x_3, x_4, \dots, x_{n-1}\}}$, c'est-à-dire un **ensemble de nombres x**, c'est le fait de considérer **plusieurs nombres différents**: $\mathbf{x_0, x_1, x_2, x_3, x_4, \dots, x_{n-1}}$, comme étant **un seul nombre x**. Autrement dit, on a l'**équivalence**: $\mathbf{x = x_0 = x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = \dots = x_{n-1}}$. Donc, tout ce qui est fait sur un **multinombre x** est fait sur chacun de ses **éléments**, et tout ce qui est faisable sur chacun de ces **élément** est faisable aussi sur **x**. Par exemple, étant donné le **multinombre**: $\mathbf{x = \{x_0, x_1, x_2, x_3, \dots, x_{n-1}\}}$, l'écriture « **x+1** » désigne le **multinombre**: $\mathbf{x+1 = \{x_0+1, x_1+1, x_2+1, x_3+1, \dots, x_{n-1}+1\}}$. Et le **carré** du **multinombre x**, à savoir $\mathbf{x^2}$, c'est par définition l'**ensemble**: $\mathbf{x^2 = \{x^2_0, x^2_1, x^2_2, x^2_3, x^2_4, \dots, x^2_{n-1}\}}$. Et de manière générale, si l'on a défini une **fonction** ou une **transformation f** qui s'applique à **chaque élément** du **multinombre x**, c'est-à-dire si l'on a donné une définition $\mathbf{f(x_i)}$ pour chaque $\mathbf{x_i}$, c'est-à-dire si on a défini: $\mathbf{f(x_0), f(x_1), f(x_2), f(x_3), \dots, f(x_{n-1})}$, alors aussi, par définition, **f(x)** désigne le **multinombre**: $\mathbf{f(x) = \{f(x_0), f(x_1), f(x_2), f(x_3), \dots, f(x_{n-1})\}}$. Et si un certain **même calcul** donne **deux résultats différents a** et **b**, cela signifie que sont des **éléments** d'un certain **multinombre x**. Si ce sont les seuls **éléments** de **x**, alors le **multinombre x** est la **paire**: **x = {a, b}**, sinon **x** est de la forme: **x = {a, b, ...}**. avec d'autres **éléments** donc, qui sont eux aussi les **résultats** du même calcul.

Ainsi donc, un vecteur peut même n'être constituer que d'un unique composant distinct, comme par exemple **(0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)**, dont les **7 composants** ne sont que des **0**, ou comme **(-5, -5, -5, -5, -5, -5, -5)**. Mais ils sont des **uninombres**, **{0}** pour le premier et **{-5}** pour le second. Ce sont donc des **vecteurs** de **dimension 7** mais de **cardinal 1**.

Et la notion de **multinombre** permet par exemple de voir la **paire** de **nombres**: **u = {-1, +1}**, comme étant un seul **nombre**. On l'appelle un **binombre**, ici un **binombre additivement symétrique**, comme par exemple aussi **z = {-3, +3}**, est un **binombre additivement symétrique**. On a la relation: **z = 3u**, car en multipliant chaque élément de **u** par **3**, cela donne **{-3, +3}**, donc **z**. Et on a: $\mathbf{u^2 = \{(-1)^2, (+1)^2\} = \{+1, +1\} = \{+1\}}$, **uninombre** qu'on assimilera à **+1**, et plus généralement, on assimilera tout **uninombre {a}** au **nombre a**. Cela fait qu'on peut dire de ce **binombre u** qu'il vérifie: $\mathbf{u^2 = +1}$. De même: $\mathbf{z^2 = \{-3, +3\}^2 = \{(-3)^2, (+3)^2\} = \{+9, +9\} = \{+9\} = +9}$, donc: $\mathbf{z^2 = +9}$.

Et maintenant, si au lieu de calculer $\mathbf{u^2}$ en faisant: $\mathbf{u^2 = \{(-1)^2, (+1)^2\}}$, on avait voulu faire: $\mathbf{u \times u}$, cela donnerait:
$\mathbf{u \times u = \{-1, +1\} \times \{-1, +1\} = \{(-1)\times(-1), (-1)\times(+1), (+1)\times(-1), (+1)\times(+1)\} = \{+1, -1, -1, +1\} = \{-1, +1\} = u}$.

Donc: $\mathbf{u \times u = u}$. Ce qui n'est pas **identique** à **+1**, c'est-à-dire on n'a (apparemment) pas: $\mathbf{u \times u = u^2}$, parce que (apparemment) on n'a pas l'**identité**: $\mathbf{u = +1}$, ou: $\mathbf{\{-1, +1\} = +1}$, ou encore: $\mathbf{\{-1, +1\} = \{+1\}}$. Mais justement, d'après la définition donnée à la notion de **multinombre**, on raisonne en termes d'**équivalence** et non pas d'**identité**. Pour le **multinombre**: $\mathbf{u = \{-1, +1\}}$, on a par définition: $\mathbf{u = -1 = +1}$. Le concept de multinombre est le fait de voir un **ensemble** comme étant **équivalent** à chacun de ses **éléments**. Le signe de l'**égalité**, « = », signifie donc « **équivalent** », on travaille avec la **striction 1**.au plein sens de ce type d'**égalité**. Si l'on veut rendre la notion plus **distinctive**, alors aussi in faut distinguer les deux objets: $\mathbf{u \times u}$ et $\mathbf{u^2}$, l'un étant deux **occurrences** ou **itérations** de l'objet **u**, sur lesquelles on fait une **opération**, la **multiplication**, et l'autre étant **une seule occurrence** de **u**, à laquelle on applique une autre **opération**, l'**exponentiation**. Ces deux objets ne sont donc pas **identiques**, mais l'**égalité** habituelle: $\mathbf{u \times u = u^2}$, signifie une **équivalence**, en l'occurrence une **idéquivalence** ou une **idégalité**. La distinction qu'il y a entre $\mathbf{u \times u}$ et $\mathbf{u^2}$, est simplement celle qui se reflète entre $\mathbf{\{-1, +1\}}$ et $\mathbf{\{+1\}}$. En effet, on a d'un côté un **binombre** formé par deux versions différentes de la même **valeur absolue 1**, et de l'autre on n'a qu'une seule version de cette **valeur absolue**.

Et de manière générale, on a un **multinombre** formé par tous les **vecteurs** du **plan** qui sont de **réali** ou de **valeur absolue 1**. C'est la définition du **cercle** de **rayon 1**, dont le **binombre** n'est qu'un **sous-multinombre** ou un **sous-ensemble**. On en parlera justement sous peu.

D-VM 6) Plus techniquement, un **vecteur** de **dimension n** est une **application** de l'**ensemble** $\mathbf{I = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots, n\text{-}1\}}$, appelé l'ensemble des **indices**, dans l'**ensemble R**, appelés l'ensemble des **valeurs** ou des **images**. Simplement, à chaque **numéro i** de **I** on associe un **nombre réel** noté $\mathbf{x_i}$, Et la liste des **nombres réels** ordonnée par **I**, notée donc $\mathbf{z = (x_0, x_1, x_2, x_3, x_4, \dots, x_{n-1})}$, est appelée aussi une **famille de réels indexée** par I, et notée si nécessaire de manière plus compacte: $\mathbf{(x_i)_{i \in I}}$. C'est ce qu'on appelle de manière générale un **n-uplet**, et un **n-uplet** de **réels** est appelé un **vecteur** de **dimension n**. Et l'**ensemble** de tous **vecteurs** de **dimension n** est appelé un **espace vectoriel** sur **R** de **dimension n**, à **scalaires** dans **R** (ce qui veut dire simplement que les **composants** des **vecteurs** sont tous des **réels**), noté $\mathbf{R^n}$.

On a le cas particulier de l'**espace de dimension 0**, qu'il nous faut rapidement régler avant de nous étendre sur les autres:

Définition D-OUNID: L'**Oni-Unid**.

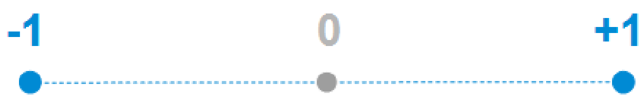
Le ***point*** *est appelé un* ***0-unid*** *ou l'****oni-unid****.*
*Il représente l'****absence de nombre****, noté* ***( )****, ou l'****ensemble vide****, noté* ***{ }****,*
et à ce titre il représente le ***premier nombre entier (positif)****,*
le ***premier ordinal****, appelé alors le* ***zéro*** *et noté* ***0****.*
Mas pour la même raison aussi, il est la ***première unité****, le* ***premier quantum****,*
la ***première quantité****,* ***nulle*** *mais une* ***quantité*** *quand même, une* ***unité*** *donc, appelée le* ***point****.*
Vu sous cet angle, le ***0-unid*** *est aussi* ***1****, une autre face du* ***1****.*
Nous sommes dans une logique : « $0 = 1 = \omega$ », on a la même ***réalité fondamentale****, le* ***UN*** *ou* ***U*** *ou* ***1****,*
qui vue sous un angle est appelée ***0*** *ou* ***Zéro*** *ou* ***Alpha****, et sous un autre angle appelée* ***ω*** *ou* ***Infini*** *ou* ***Oméga****.*

Et ensuite, on a par exemple les **7-uplets (3, 0, -2, 8, 0, -2, -2)** et **(0, 0, 0, 6, 1, -2, 1)**, sont des **vecteurs** de **dimension 7**, des éléments de $\mathbf{R^7}$, qui est l'ensemble de tous les **7-uplets** de **réels**, $(\mathbf{x_0, x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6})$, où donc les $\mathbf{x_i}$ sont toutes les **combinaisons** de **réels**. Muni des **opérations** appropriées, $\mathbf{R^7}$ est l'**espace vectoriel** de **dimension 7**. Les **opérations basiques** d'un **espace vectoriel** sont l'**addition** de deux **vecteurs**, et la **multiplication** d'un **vecteur** par un **scalaire**, c'est-à-dire ici par un **réel**. Mais notre but ici et plus encore dans la partie B, est d'aller encore plus loin que les **opérations** classiques, de définir une **multiplication** plus forte que le simple fait de **multiplier** un **vecteur** par un **réel**. De même qu'on peut **additionner** et **soustraire** deux **vecteurs**, nus définirons une **multiplication** de deux **vecteurs**, qui est autre chose que ce qu'on appelle le **produit scalaire** ou le **produit vectoriel**, une **multiplication** qui confère aux **vecteurs** un plein statut de **NOMBRES**! Nous définirons même deux **multiplications**, l'une qui fait des **vecteurs** des **nombres réels généralisés** (les **omégaréels** justement, et cette multiplication sera développée dans la partie B), et l'autre qui, qui sera abordée ici, fait des **vecteurs** la généralisation des **nombres complexes**, que nous appelons les **nombres orientés**.

D-VM 4) Pour l'**addition** de deux **vecteurs**, elle consiste à dire qu'**additionner** deux **vecteurs** $\mathbf{z = (x_0, x_1, x_2, x_3, \dots, x_{n-1})}$ et $\mathbf{z' = (x'_0, x'_1, x'_2, x'_3, \dots, x'_{n-1})}$, c'est **additionner** leurs **composants** de même numéro:
$\mathbf{z + z' = (x_0, x_1, x_2, x_3, x_4, \dots, x_{n-1}) + (x'_0, x'_1, x'_2, x'_3, x'_4, \dots, x'_{n-1}) = (x_0 + x'_0,\ x_1 + x'_1,\ x_2 + x'_2, \dots, x_{n-1} + x'_{n-1})}$.
Et pour la multiplication d'un **vecteur** $\mathbf{z = (x_0, x_1, x_2, x_3, \dots, x_{n-1})}$ par un **réel a**, cela consiste à **multiplier** tous les **composants** de **z** par **a**, c'est-à-dire: $\mathbf{az = a(x_0, x_1, x_2, x_3, \dots, x_{n-1}) = (ax_0, ax_1, ax_2, ax_3, \dots, ax_{n-1})}$.

Et pour la **multiplication** de deux **vecteurs z** et **z'**, qui fait des **vecteurs** une généralisation des **nombres complexes**, elle demande une importante nouvelle notion, celle d'**orientation** ou **signe**. Cette notion généralise cette des deux signes de base « **+** » et « **-** », ou **ani** et **anti**, ceux que l'on connaît dans **R**. En effet, un **nombre réel x** est la **multiplication** de sa **valeur absolue**, notée **|x|**, par l'un des deux signes connus dans cet ensemble, « **+** » ou « **-** » donc, qui sont en fait les **réels** spéciaux « **+1** » et « **-1** », de **valeur absolue 1**. Donc **x** est soit de la forme **+|x|** soit de la forme **-|x|**, ce qui veut dire soit: **(+1)×|x|**, soit: **(-1)×|x|**. Par exemple, **+3** et **-3** sont la **multiplication** de la **valeur absolue 3** par « **+1** » pour l'un et « **-1** » pour l'autre, donc: soit: **(+1)×3** et **(-1)×3**.

C'est cette logique qui se généralise avec les **vecteurs**. Un **vecteur** a aussi une **valeur absolue**, qu'on appelle son **réali** ou son **rayon**, ou encore sa **longueur**. On a ainsi par exemple tous les **vecteurs** de **module 3**. En **dimension 1** ou **droite réelle**, on n'a que deux **vecteurs**, qui sont les **nombres réels +3** et **-3**, c'est-à-dire les deux **nombres** distants d'une **longueur 3** du **nombre 0**, qui est le **centre**. Cette distance ou valeur absolue est **multipliée** par les deux **nombres** qui définissent les deux **orientations** sur la **droite**, « **+1** » et « **-1** », un bipoint que nous appelons le **1-unid**, et qui est l'objet clef en **dimension 1** :



Tous les **vecteurs** (ou **nombres complexes**) en **dimension 1** sont de la forme: $\mathbf{z = (x)}$, avec donc un seul composant **x**. Le **vecteur de base** est: $\mathbf{e_0 = (1)}$, son **module** ou **valeur absolue** est **1**. Tout **vecteur z** est de la forme: $\mathbf{z = x\, e_0 = x(1)}$. Le **vecteur** $\mathbf{e_0}$ ou **(1)** est noté dans ce cas simplement **1**, ce qui permet de dire simplement: $\mathbf{z = x}$. Le **vecteur de base 1** se décline en deux **orientations**, qui sont donc **+1** et **-1**, ou **anti** et **anti**.

Tout **nombre réel** est une **valeur absolue multipliée** par le **1-unid**, les **valeurs absolues multipliées** par **+1** donnent tous les **réels anitifs** (**positifs**), et les mêmes **valeurs absolues multipliées** par **-1** donnent tous les **réels antitifs** (**négatifs**). Et ainsi, tous les **réels** de la **droite** sont obtenus.

En **dimension 2** ou **plan**, tous les **vecteurs** (ou **nombres complexes**) sont de la forme: $\mathbf{z = (x, y)}$, les deux **vecteurs de base** ou vecteurs de la **base canonique**, ceux qui nous intéressent particulièrement, sont: $\mathbf{e_0 = (1, 0)}$, et: $\mathbf{e_1 = (0, 1)}$. Dans le contexte de la **dimension 2**, c'est le nouveau **vecteur** $\mathbf{e_0 = (1, 0)}$, qui joue le rôle du **vecteur** $\mathbf{e_0 = (1)}$ de la **dimension 1**. C'est donc le nouveau **vecteur 1**. Et la **droite réelle** va maintenant être l'ensemble de tous les **vecteurs** de la forme: $\mathbf{(x, 0) = x(1, 0) = x{\times}1}$, qui est la nouvelle manière de dire simplement **x**. Et le nouveau **vecteur de base**: $\mathbf{e_1 = (0, 1)}$, sera noté **i**, il inaugure une nouvelle **dimension**, un nouvelle **droite réelle**, dont le **vecteur directeur** est **i**, qu'on appelle le **nombre** « **imaginaire** » dans le langage des **nombres complexes**. La raison est que la **multiplication** spéciale qu'on va définir sur les **vecteurs** pour qu'ils aient des propriétés de **nombres**, en l'occurrence les propriétés d'un **corps**, comme le **corps** des **nombres réels** ou le **corps** des **nombres rationnels** (les **fractions**), va conférer à ce **nombre i** une propriété inhabituelle dans les **nombres réels** et même (apparemment) contraire à l'habituelle **règle des signes**, et qui est: $\mathbf{i^2 = -1}$.

Mais ce terme de **nombre** « **imaginaire** » est complètement désuet dans notre conception, nous lui préférons l'appellation d'**unité complexe**. Et même l'appellation usuelle de « **nombre complexe** » ne devrait plus avoir cours, elle ne caractérise en rien ce type de **nombre**. L'origine de cette appellation est qu'on a un **nombre composé** de deux **nombres réels**, **x** et **y**. Mais les **vecteurs** sont aussi des **nombres composés**, de même qu'une **matrice**, de même qu'une **suite** ou une **fonction**, etc., qui sont bien plus « complexes » que les nombres dits « complexes », d'autant plus si ce sont des **fonctions** définies sur ces **nombres** « **complexes** », c'est-à-dire dont les **variables** et/ou les valeurs **prises** sont des **nombres** « **complexes** »! Alors que veut dire cette appellation? Nous lui préférons celle de « **nombres orientés** », qui exprime leur vraie **nature**, leur **logique** même! En effet, ils généralisent considérablement les **nombres réels**, qui, eux, ne connaissent que deux **orientations** ou **signes**, « **+** » et « **-** », que nous appelons **ani** et **anti**. Mais avec les **nombres orientés** (à commencer par les classiques

« **nombres complexes** »), on a des nombres ayant une infinité d'**orientations** ou **signes**, donc une **règle des signes généralisée**.

Ce n'est qu'une apparence que l'**égalité**: $\mathbf{i^2 = -1}$, ne respecte pas la **règle des signes**, qui veut, dans les **nombres réels**, que le carré de tout **nombre** soit **positif**. Bien au contraire, cette égalité respecte la **règle des signes** mais généralisée. Elle ne contredit pas la **loi des signes** dans **R** mais exprime la règle d'un nouveau type de **signes**, les deux **signe +i** et **-i** (ou **bani** et **banti**) de la nouvelle **dimension** de **vecteur directeur** $\mathbf{i = e_1 = (0, 1)}$. Les **vecteurs** de cette nouvelle **droite réelle**, **perpendiculaire** à la **droite réelle** de référence de **vecteur 1**, sont de la forme: **(0, y) = y(0, 1) = y i**.

La **multiplication** de deux **vecteurs** **z = (x, y)** et **z' = (x', y')**, qu'il faut définir dans cet **espace** de **dimension 2** pour qu'il généralise comme il se doit la logique des **nombres réels** et de leurs **signes**, est:
z×z' = (x, y) × (x', y') = (xx' – yy', xy' + x'y).

On vérifie que dans ce nouvel **espace**, le produit de deux **nombres réels**, qui sont donc de la forme: **(x, 0)** et **(x', 0)**, est: **(x, 0) × (x', 0) = (xx', 0)**, qui est un réel, qui vérifie bien la **règle des signes** des **réels**. En effet, si **x** et **x'** sont positifs (**anitifs**), le produit **xx'** l'est. Et s'ils sont **négatifs** (**antitifs**), le produit **xx'** est **positif**. Et s'ils sont de signe contraire, le produit **xx'** est **négatif (antitif)**.

Et maintenant, pour deux **nombres** du nouvel **axe** de vecteur directeur $\mathbf{i = e_1 = (0, 1)}$, qui sont donc de la forme: **(0, y)** et **(0, y')**, leur produit est: **(0, y) × (0, y') = (-yy', 0)**, qui est un **nombre réel**. En particulier, on a: **(0, 1) × (0, 1) = (-1, 0)**, autrement dit: **i × i = -1**, qui est la nouveauté introduite par ce **vecteur i** de la deuxième **dimension**, à savoir: $\mathbf{i^2 = -1}$. Et on vérifie de la même façon que: **(0, -1) × (0, -1) = (-1, 0)**, ce qui veut dire que: **(-i) × (-i) = -1**, c'est-à-dire: $\mathbf{(-i)^2 = -1}$, Ainsi donc, **+i** et **-i** ou **bani** et **banti** vérifient cette nouvelle **égalité**: $\mathbf{u^2 = -1}$, et ce sont les seuls dans l'**espace** de **dimension 2**. Ce sont en effet les deux **orientations** du **vecteur directeur i** de l'axe qui inaugure la deuxième **dimension**.

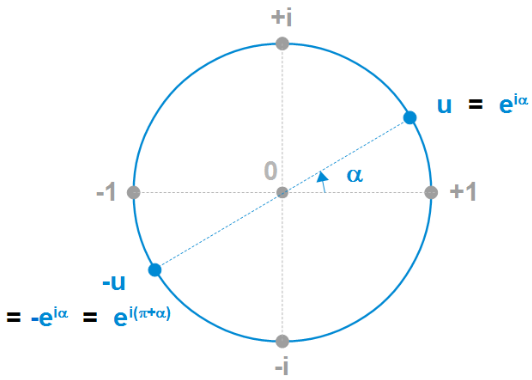
Et pour le cas général, tout **vecteur z = (x, y)** est une **combinaison** des deux **vecteurs** :
$\mathbf{z = (x, y) \ ) = x(1, 0) + y(0, 1) = xe_0 + ye_1 = x{\times}1 + y{\times}i = x + iy}$.
On vérifie que l'**addition** et la **multiplication** introduite sur ces **vecteurs** de **dimension 2** vérifient toutes les **propriétés** d'une **structure** de **corps**, avec cette nouveauté: $\mathbf{u^2 = -1}$.

On a donc quatre **vecteurs** opposées deux à deux, **+1, -1, +i, -i**. Les deux premiers, qui sont les deux **orientations** du **vecteur 1 = (1, 0)**, à savoir: **+1 = (+1, 0)**, et: **-1 = (-1, 0)**, vérifient: $\mathbf{u^2 = 1}$, qui est leur **propriété spécifique**, qui signifient qu'ils sont les deux **orientations** de la **première dimension**, l'**axe des réels**. Et les deux seconds, qui sont les deux **orientations** du **vecteur i = (0, 1)**, à savoir: **+i = (0, +1)**, et: **-i = (0, -1)**, vérifient: $\mathbf{u^2 = -1}$, qui est leur **propriété spécifique** à eux aussi, qui signifient qu'ils sont les deux **orientations** de la **deuxième dimension**, ce qu'on appelle l'**axe des « imaginaires » purs**. Mais nous préférons l'appeler simplement la **première dimension vectorielle**, ou la **première dimension complexe**, pour rester dans la tradition d'appellation de « **nombre complexe** ».

D-VM 5)

i) En **dimension 2**, pour un **vecteur z = (x, y)) = x + iy**, son **rayon r**, ou **module r**, ou **longueur r**, ou **valeur absolue r**, que l'on note $|z|$, en appliquant le théorème de Pythagore, vérifie: $|z|^2 = x^2 + y^2 = r^2$. C'est la formule du **cercle** de **rayon r**, et aussi la formule de calcul du **module** du **vecteur z** connaissant ses **composants x** et **y**.

ii) Autrement dit: pour un **vecteur z = (x, y)) = x + iy**, on appelle le **module** de **z**, que l'on note $|z|$, le **réel** défini par: $|z| = (x^2 + y^2)^{1/2} = \sqrt{(x^2 + y^2)}$. Ce **réel** est appelé aussi le **rayon** de **z**, ou **longueur** de **z**, ou la **valeur absolue** de **z**, etc.. Et pour un **rayon r** donné, c'est-à-dire un **nombre positif** ou **unitif**, on appelle le **cercle** de **rayon r l'ensemble** de tous les **vecteurs** de **dimension 2**, **z = (x, y)) = x + iy**, dont le **module** est **r**, c'est-à-dire tels que: $x^2 + y^2 = r^2$. C'est la formule du **cercle** de **rayon r**. On appelle le **2-unid** le **cercle** de **rayon 1**, qui est donc l'**ensemble** de tous les **vecteurs** de **dimension 2**, **z = (x, y)) = x + iy**, dont le **module** est **1**, c'est-à-dire tels que: $|z|^2 = x^2 + y^2 = 1$. Autrement dit: $|z| = (x^2 + y^2)^{1/2} = \sqrt{(x^2 + y^2)} = 1$.



Le **module** d'un **vecteur z** est souvent appelé aussi sa **norme**. Toutefois nous emploierons moins ce dernier terme, qui est une notion plus générale que celle de **module**. En effet, définir une **norme** sur des **vecteurs z** c'est leur associer un **nombre positif** $N(z)$ vérifiant trois conditions:

→ $N(z) = 0$ si et seulement si **z** est le **vecteur nul**, ici **(0, 0)** ;
→ Pour tout **réel** λ, $N(\lambda z) = |\lambda|\, N(z)$;
→ Pour deux **vecteurs z** et **z'**, $N(z + z') \leq N(z) + N(z')$.

Par exemple, si pour tout **vecteur** **z = (x, y)) = x + iy**, on associe: $N(z) = |x| + |y|$, il s'agit d'une **norme**. Le **module** des **vecteurs** est aussi une **norme** mais une **norme** n'est pas nécessairement le **module**. Le **module** est la **norme canonique** des **vecteurs**, la **norme fondamentale** celle qui nous intéresse au premier plan.

A noter aussi que dans notre conception la notion de **module**, de **rayon** ou de **valeur absolue** est plus fondamentale que la notion habituelle. C'est la notion **absolue** de **nombre positif**, indépendamment de toute **orientation** donc de tout **signe**. Par exemple **3** est un **module**, une **valeur absolue**, un **rayon**, mais pas « **+3** », en toute rigueur. En effet, celui-ci est un **nombre anitif**, un **nombre orienté**, au même titre que « **-3** », « **+3i** », « **-3i** », « $-3/2 + i(3\sqrt{3})/2$ », etc., nombre qui ont tous le même **modèle 3**, car ils sont tous sur le **cercle** de **rayon 3**. Le **nombre antitif** « **+3** », dont l'**orientation** est l'**ani** ou « **+1** », est l'**orientation de référence**, celle dont l'**angle** est **0**. En d'autres termes, l'**orientation ani** est choisie comme la **représentante** de la **classe d'équivalence** formée par toutes les **orientations** de même **rayon r** ou **valeur absolue r**, ici **3**, donc la représentante de ce **rayon r**. D'où le fait qu'on assimile en pratique « **+r** » avec la **valeur absolue r**.

iii) Pour un élément $u = (\tau_1, \tau_2)$ du **2-unid**, on dit alors que **a** est le **cosinus** de **u**, et on note: $\cos(u) = \tau_1$, et que τ_2 est le **sinus** de **u**, et on note: $\sin(u) = \tau_2$. On a donc: $u = (\tau_1, \tau_2) = \tau_1 + i\, \tau_2 = \cos(u) + i \sin(u)$. Il est clair alors que τ_1 et τ_2, **cos(u)** et **sin(u)** donc, sont des **nombres (oméga)réels** appartenant à l'**intervalle [-1, +1]**, c'est-à-dire compris entre l'**anti (-1)** et l'**ani (+1)**, inclus.

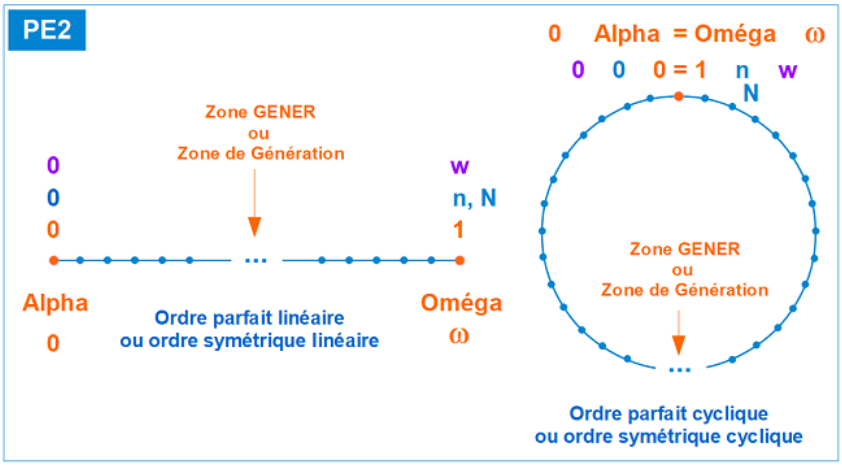
Le cas des **vecteurs** (**nombres complexes** ou **nombres orientés**) de **dimension 2** est particulièrement important car avec lui apparaissent deux **fonctions** fondamentales, le **cosinus** et le **sinus**, et par conséquent aussi une importante notion, celle d'**angle**, dont nous allons maintenant donner la définition dans la nouvelle conception.

iv) Sur la base des **modèles PE1** et **PE2**, nous avons attribué (et développerons encore cela par la suite) de manière **univoque** un **ordinal** de **0** à **ω** à tout élément de l'**intervalle [0, 1]**, c'est-à-dire le **segment** de **longueur 1**. En effet, comme nous l'avons vu (on en reparlera encore, car c'est très important), les **éléments** de ce **segment** sont les **générescences**: **o, 0, 00, 000, 0000, 00000, …, 0...**, ou: **0×0, 1×0, 2×0, 3×0, 4×0, 5×0, …, ω×0**, où **o**, que nous appelons l'**espace** ou le « **vide** », représente l'**absence** de **générescence**, le **0 absolu**, ou simplement l'**origine**. Au sens strict du terme, comme on l'a dit, ce **0 absolu** est 0_ω ou 0_Ω ou **O**, son **inverse** mais aussi son **équivalent** en logique de **cycle** étant le **ω absolu** est ω_ω ou ω_Ω ou **Ω**. En ce sens là, **0×0** n'est pas 0^2 mais **0**, le **0 absolu** donc. Mais en un sens plus faible, le **0** dans « **0×0** » sera le **0** courant ou 0_0, donc **0×0** est 0^2. Et dans ce cas aussi **ω** désigne le **ω** courant ou ω_0, et donc: **0... = ω×0 = 1** (car si **ω** désignait le **ω absolu**, alors on aurait: **ω×0 = ω**, étant donné que le **ω absolu** est trop grand pour être annulé par le **0** courant ou même pour que celui-ci soit son **inverse** et vérifie donc: **ω×0 = 1**). Parce que nous nous situons dans un domaine où se déroule la **fractale** des **nombres** et où donc c'est le **0 fractal** qui est à l'oeuvre et pas encore le **0 cyclique** (le **0 absolu**), nous travaillons ici avec une version faible de l'**espace**, du « **vide** » ou du **0 absolu**, qui désigne en fait **0×0** ou 0^2. Son propre « **vide** » ou **espace** associé sera 0×0^2 ou 0^3, et ainsi de suite, ce qui à la fin aboutira forcément au vrai **0 absolu**, en passant par 0^ω ou 0_1 (l'**inverse** de $\omega_1 = \omega^\omega$), puis ${0_1}^{\omega 1}$ ou 0_2 (l'**inverse** de $\omega_2 = {\omega_1}^{\omega 1}$), etc., jusqu'à

0_ω ou 0_Ω, le vrai **0 absolu** donc (car, on le rappelle aussi, si dans 0_ω le ω est le ω courant ou ω_0, alors 0_ω est le **0 litézique**, l'**inverse** du **ω litézique** ou $\infty = \omega_\omega = \omega_{\omega 0}$, avec lesquels on entre plus que jamais dans le royaume de l'**absolu**).

On a ainsi **TOUS** les **nombres réels** et même **omégaréels** de l'**intervalle [0, 1]**, construits par pas de **0**, qui est l'**incrémentation** la plus fine, en-dessous de laquelle on parle de **nombre négatifs**, les **réalis** ou **rayons** ou **modules en dessous** du **0** courant, ce qui commence avec **0×0** ou **0^2**, à savoir le **0 degré 2**. Les **nombres** de l'**intervalle [0, 1]**, sont précisément tous les **modules inférieurs** à **1**. En continuant à **itérer 0** après le premier **horizon ω**, c'est-à-dire après **0... = ω×0 = 1**, on a: **1, 10, 100, 1000, 10000, 100000, …, 10...**, ou: **1+ 0×0, 1+1×0, 1+2×0, 1+3×0, 1+4×0, 1+5×0, …, 1+ω×0**, ce qui est donc la construction de tous les **nombres omégaréels** de l'**intervalle [1, 2]**. Cette fois-ci donc, c'est le **nombre 1** qui est l'**origine**. Puis la même chose avec **2**, qui est la nouvelle **origine**: **2, 20, 200, 2000, 20000, 200000, …, 20...**, ou: **2+ 0×0, 2+1×0, 2+2×0, 2+3×0, 2+4×0, 2+5×0, …, 2+ω×0**, ce qui est donc la construction de tous les **nombres omégaréels** de l'**intervalle [2, 3]**. Et ainsi de suite. On construit de cette façon **TOUS** les **réalis**, **TOUS** les **valeurs absolues** donc, jusqu'à **ω**, c'est-à-dire tous les **réalis** de l'**intervalle [0, ω]**. Au besoin, en considérant que le **0** est **absolu** mais que **ω** est encore le **ω** courant, on continue jusqu'à **ω^2, ω^3, ω^4**, etc.. Et si au contraire c'est le **0** qui n'est pas encore **absolu**, c'est la même construction pour **nombres** en dessous de **0**, à savoir: **0^2, 0^3, 0^4**, etc.. Et lorsque le **0 absolu** et le **ω absolu** sont atteints, la logique **fractale** prend fin (on a la **Fractale ω**) et alors c'est la logique **cyclique** (le **Cycle ω**) qui subsiste ou prend le relais. On entre alors dans l'univers des **fonctions périodiques** (les **nombres complexes**, les **angles**, les **sinus** et les **cosinus**, etc.). Il suffit d'avoir construit un seul **modèle** de la **Fractale** (en l'occurrence le **modèle ω**) pour l'avoir construite tout entière, et il suffit aussi d'avoir un seul **modèle** du **Cycle** (en l'occurrence le **modèle ω** aussi), pour avoir construit toute la **structure cyclique**. En raison de cette **structure fractale**, tout ce qui est **avant 0** ou **après ω**, se trouve dans l'**intervalle [0, ω]**. Par conséquent, quand on parle de **0^2, 0^3, 0^4**, etc., ou de **ω^2, ω^3, ω^4**, etc., on parle en fait de **modèles** de **ω** qui sont en lui-même, dans l'**intervalle [0, ω]** donc.

Et maintenant, pour ce qui est des **nombres anitifs** et **antitifs**, comme par exemple « **+3** » ou « **-3** », et plus généralement pour ce qui est des **nombres orientés**, c'est une simple affaire de **Cycle ω**, c'est-à-dire de **cycle** de longueur ou de circonférence **ω**, comme montré entre autres sur le **modèle PE2**:

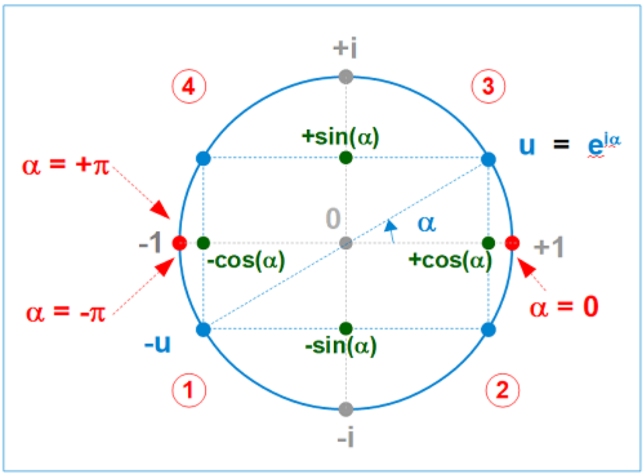


v) Etant donné n'importe quel **réali** ou **valeur absolue λ**, dans la nouvelle vision, un **cercle** de **circonférence** ou de **longueur λ** est tout simplement défini par l'**égalité**: **$0 = \lambda$**, que nous appelons aussi le **Cycle λ**. Quand donc nous parlons de **cercle**, on s'intéresse tantôt au **rayon** du **cercle**, tantôt à la **longueur** ou **circonférence** du **cercle**. C'est cette question que nous précisons maintenant, en relation avec la nouvelle conception de la notion d'**angle**. Tout **réali λ** est le **rayon** d'un certain **cercle**, et à la fois la **longueur** ou **circonférence** d'un autre **cercle**. Il est donc tantôt vu comme la **longueur** d'un **segment** (un **rayon** donc), et tantôt comme la **circonférence** d'un **cercle**. Il est appelé **cercle** ou **cycle C** quand on considère que ses deux extrémités se rejoignent, et pour le dire on écrit simplement l'**égalité**: **$0 = \lambda$**. C'est la nouvelle manière de définir un **cercle C** par sa **longueur** ou **circonférence λ**, la manière de le définir par son **rayon r** seul étant: $x^2 + y^2 = r^2$. Et la manière de le définir par le **rayon r** et l'**angle α** est: **$C = r\,u = re^{i\alpha}$**, où **u** est la formule générale de l'orientation en **dimension 2**, c'est-à-dire la formule du **2-unid**.

vi) Et c'est la notion d'**angle** que nous sommes en train de définir. Ce n'est qu'un autre mot pour dire « **orientation** », une autre manière de définir donc cette notion, comme un **angle vectoriel**, un **vecteur angulaire** ou simplement **angle**, ici un **angle** de **dimension 1**. De manière générale, un **vecteur** (**cartésien**) de **dimension n**, $z = (x_0, x_1, x_2, x_3, x_4, \ldots, x_{n-1})$, défini sur la **base** $(1, i_1, i_2, i_3, i_4, \ldots, i_{n-1})$, autrement dit tel que: $z = (x_0, x_1, x_2, x_3, x_4, \ldots, x_{n-1}) = x_0 + x_1\, i_1 + x_2\, i_2 + x_3\, i_3 + x_4\, i_4 + \ldots + x_{n-1}\, i_{n-1}$, correspond par définition un **vecteur angulaire** α de **dimension n-1**, de la forme: $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \ldots, \alpha_{n-1})$, défini sur la **base** $(i_1, i_2, i_3, i_4, \ldots, i_{n-1})$, autrement dit tel que: $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \ldots, \alpha_{n-1}) = \alpha_1\, i_1 + \alpha_2\, i_2 + \alpha_3\, i_3 + \alpha_4\, i_4 + \ldots + \alpha_{n-1}\, i_{n-1}$, où les α_i sont des **angles**, notions qu'on va définir après. Et on a: $z = |z| \exp(\alpha_1\, i_1 + \alpha_2\, i_2 + \alpha_3\, i_3 + \alpha_4\, i_4 + \ldots + \alpha_{n-1}\, i_{n-1}) = |z|\, e^{\alpha 1\, i1 + \alpha 2\, i2 + \alpha 3\, i3 + \alpha 4\, i4 + \ldots + \alpha n-1\, in-1}$, où $\exp(x)$ ou e^x est la **fonction exponentielle**, qui pour toute **orientation u** telle que: $u^2 = -1$, est par définition: $\exp(ux) = e^{ux} = \cos(x) + u \sin(x)$, où **x** représente un **angle**.

vii) Et maintenant, à propos d'**angle**, en disant donc que les éléments de l'**intervalle [0, 1]** sont: **0×0, 1×0, 2×0, 3×0, 4×0, 5×0, …, ω×0**, nous disons simplement ainsi que chaque **élément** ou chaque **point** ou **0** a un **ordinal** associé, de **0** à **ω**, **ordinaux** qui sont: **0, 1, 2, 3, 4, 5, …, ω**. Et tout simplement, chaque élément de l'**intervalle [0, 1]** EST un **ordinal** de **0** à **ω**, les ordinaux des différents **intervalles** ne différant donc par l'**unité** qui les accompagne, ici l'**unité** la plus petite et la plus fine qui soit, à savoir le **0**. Les éléments de l'**intervalle [0, 1]** sont donc **parfaitement ordonnés**, notions d'**ordre parfait** qui est plus que l'actuelle notion de « **bon ordre** », notion d'**ordre** que nous détaillerons dans la partie C. Par conséquent, les éléments de l'**intervalle [-1, +1]**, c'est-à-dire l'ensemble des **cosinus** et des **sinus**, sont parfaitement ordonnés, de **-ω** à **+ω**, l'élément du **numéro d'ordre -ω** étant **-ω×0** ou **-1**, l'élément suivant étant **(-ω +1) ×0** ou **-1 + 0**, le suivant étant **(-ω +2) ×0** ou **-1 + 2×0**, etc., jusqu'à **-3×0, -2×0, -1×0, 0×0, +1×0, +2×0, +3×0**, etc., jusqu'à **+ω×0** ou **+1**. Nous avons donc **2ω+1** éléments dans l'**intervalle [-1, +1]**, ordonnés de **-ω** à **+ω**. Autrement dit, chaque **cosinus** et chaque **sinus** a un **numéro d'ordre**, il a un **rang**. Et comme chacun est le **cosinus** et le **sinus** d'une **orientation**, c'est-à-dire d'un **élément** du **2-unid**, ces **orientations** vont de ce fait pouvoir être être **ordonnés**, et c'est l'**ordinal α** d'une **orientation u** donnée qui sera par définition son **angle**.

viii) Pour une **orientation u** donnée, on a donc, en **dimension 2**, par définition: $u = \cos(u) + i \sin(u)$. Et comme **u** est sur le **2-unid** ou **cercle** de **rayon 1**, on a: $|u|^2 = \cos^2(u) + \sin^2(u) = 1$. Tout **nombre oméгaréel a** de l'**intervalle [-1, +1]** est donc le **cosinus** d'une certaine **orientation u**. Appelons **b le sinus** de **u**. On a donc: $|u|^2 = a^2 + b^2 = 1$, d'où: $b^2 = 1 - a^2$, ce donne deux solutions possibles pour le **sinus b**, à savoir: $b = +\sqrt{(1 - a^2)} = +(1 - a^2)^{1/2}$, ou: $b = -\sqrt{(1 - a^2)} = -(1 - a^2)^{1/2}$. Il y a donc deux **orientations u** et **u'** qui ont **b** comme **sinus**, à savoir: $u = (a, b) = a + i\, b$, et: $u' = (a, -b) = a - i\, b$. De la même façon, par **symétrie**, pour un **sinus** donné **b**, il existe deux **orientations u** et **u'**, de **cosinus +a** et **-a**, qui ont **b** pour **sinus**. Ces **orientations** sont donc: $u = (+a, b) = +a + i\, b$, et: $u' = (-a, b) = -a + i\, b$. Et comme il y a **2ω+1** éléments dans l'**intervalle [-1, +1]**, c'est-à-dire **2ω+1 valeurs** possibles pour le **cosinus**, et que chacune correspond à deux **orientations** qui ont leurs **sinus opposés**, il y a donc **2(2ω+1) = 4ω+2 orientations** en tout sur le **2-unid**. A noter toute fois les cas particuliers des **cosinus -1** et **+1**, dont les **sinus** sont **0**. Pour ces deux cas, les **orientations u** et **u'** sont confondues. Donc finalement il exactement **4ω orientations** sur en tout sur le **2-unid**. Nous allons donc pouvoir définir un **ordre** sur les **orientations** c'est-à-dire affecter à chacune un **ordinal**, qui sera par **définition** son **angle**.



Pour un même **cosinus**, il y a donc deux **orientations**, de **sinus** opposés, qui ont ce **cosinus**. De même, pour un même **sinus**, il y a donc deux **orientations**, de **cosinus** opposés, qui ont ce **sinus**. Et puisque les éléments de l'**intervalle [-1, +1]**, que ce soit sur l'**axe** des **cosinus** que des **sinus**, sont **bien ordonnés**, et plus que **bien ordonnés** (au sens actuel du **bon ordre**), puisque chacun est synonyme d'un **ordinal** de **-ω** à **+ω**, on peut en conséquence définir un **bon ordre** sur les **orientations**, avec la **priorité 1, 2, 3** et **4** indiquée sur le schéma, dans le sens **anti-horaire** donc. Voici la définition:

ix) On distingue les **orientations** en celles de type **bani**, de **sinus strictement anitif** (**positif**), et celles de type **banti**, de **sinus antitif** (**négatif**) ou **nul**. On définit sur les **orientations** un **ordre** tel que les **orientations** de type **banti** sont **ordonnées** par **cosinus croissant**, et celles de type **bani** sont **ordonnées** par **cosinus décroissant**. Tout simplement, l'**ordre** des **orientations** va dans le sens **anti-horaire**, de l'**orientation anti (-1)** pour revenir à l'**orientation anti (-1)**. Et aussi, nous avons établi que le nombre total des **orientations** est **4ω**, donc **ω** par **quart de cercle**. Par définition l'**ordinal** de l'**orientation -1** ou **anti** est **-2ω**, celui de l'**orientation -i** ou **banti** est **-ω**, celui de l'**orientation +1** ou **ani** est **0**, celui de l'**orientation +i** ou **bani** est **+ω**, et de nouveau celui de l'**orientation -1** ou **anti** est **+2ω**. Toutes les **orientations** ont donc un **ordinal** de **-2ω** à **+2ω**. Cet **ordinal** qui identifie de manière unique chaque **orientation u** est la définition l'**angle α** associé à cette **orientation**.

Ainsi donc, l'**orientation d'ordinal -2ω** est la même que l'**orientation d'ordinal +2ω**, ce qui est très normal, car nous sommes dans une **logique cyclique**, ou de **fonctions périodiques**, avec lesquelles l'**oméga** rejoint l'**alpha**. Il s'agit ici d'un **Cycle 4ω**, ou **Période 4ω**, qui s'écrit: **0 = 4ω**. Nous aurions pu choisir une définition avec laquelle le **Cycle** va de effectivement de **0** à **4ω**, mais nous avons préféré le choix qui va de **-2ω** à **+2ω**, juste pour que l'**intervalle** des **angles [-2ω , +2ω]**, présente la même **symétrie** que l'**intervalle** des **cosinus** et des **sinus [-1, +1]**. Le **cycle** des **angles** (ou des **ordinaux**) est donc le **cycle**: **-2ω = +2ω**, la version **symétrique** donc du **cycle**: **0 = 4ω**.

Si au lieu de prendre pour **unité** le **rayon** ou l'**infini ω**, nous avons pris pour **unité** le **diamètre**, nous aurions eu un **Cycle 2ω**, ou **Période 2ω**, qui s'écrit: **0 = 2ω**, ou: **-ω = +ω**. Un autre choix d'**unité** ou d'**infinité** aurait donné un **Cycle ω**, ou **Période ω**, qui s'écrit: **0 = ω**, ou: **-ω /2 = +ω/2**. Peu importe le choix d'**unité** ou d'**infinité**, la logique est exactement la même.

Et une fois chaque **orientation u** définie comme synonyme d'un **ordinal**, on peut ensuite tout à fait décider d'un changement d'**échelle** ou d'**unité**, permettant par exemple de considérer une **infinité** d'**éléments** ou de **points** comme une **longueur finie**, une **mesure finie** ou un **nombre fini**. Pour garder notre définition des **angles** comme étant le **Cycle ordinal 4ω**, on peut par exemple tout à fait décider que **4ω éléments** ou **points** du **cercle** valent un **angle total** de **360**. Donc **2ω** ou un **demi-cercle** valent un **angle** de **180**, et **ω** ou un **quart de cercle** vaut un **angle** de **90**. C'est alors la classique graduation des **angles** du **cercle** en **degrés**. Avec un choix de **400** comme **valeur finie** de l'**infinité 4ω**, on gradue ainsi les **angles** en **grades**. Et n'importe quel autre choix est possible.

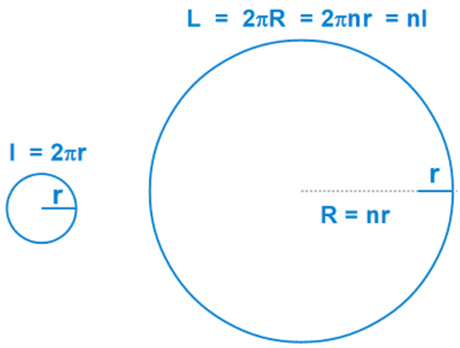
Nous en arrivons enfin au cas de la valeur **2π** comme **angle total** du **cercle**, mesuré en **radians**. Nous avons volontairement laissé de côté jusqu'à présent ce fameux **2π**, juste pour enlever cette idée fausse selon laquelle **2π** est l'**unité naturelle** ou absolue des **angles**. Les **unités naturelles** ou **absolues** sont en fait d'abord et avant tout les **nombres entiers naturels**, et plus généralement les **ordinaux**! Et en particulier, toutes les situations où il est question d'un **ensemble infini**, ayant une **infinité** d'**éléments**, ce qui est le cas des éléments d'un **segment** ou d'un **cercle** par exemple, l'**unité naturelle** qui s'impose est l'**infini ω**. C'est lui l'**étalon** de **mesure** de l'**infini**. Après on peut décider d'appeler une certaine **mesure** (c'est-à-dire un certain **paquet** d'**éléments** en **quantité infinie**) du **nom** qu'on veut, par exemple que telle **mesure** une **unité** d'**angle** en **radians**, ou en **degrés** ou en **grades**, que tel **paquet infini** est une **unité** de **longueur** en **mètres**, que tel autre **paquet infini** est une unité d'**aire**, de **volume**, etc.. Et en **physique** on parler d'**unité** de **temps**, de **masse**, d'**énergie**, etc.. Et à la base, au niveau le plus **fondamental**, c'est toujours un certaine **unité ordinale infinie** qui définit toute **unité** dont on parle, à commencer par le **nombre 1**. C'est en effet un paquet de **ω unités 0** ou **ω×0**, qu'on appelle **1**. C'est la relation entre la **Trinité fondamentale**: **0**, **1** et **ω**, dont nous parlons depuis le début: **ω×0 = 1**. Deux membres de la **Trinité** étant posés, la troisième est défini en conséquence.

Le **nombre π**, comme aussi le **nombre e** et d'autres, sont simplement des **unités** de quelque chose, une **unité** d'**angle** en ce qui concerne **π** (en fait l'**unité** est **2π**, **unité** que certains tiennent à appeler **τ** ou « **tau** », et qui est la **longueur** d'un **cercle de rayon 1**, donc de **diamètre 2**, la **longueur** du **2-unid** donc). Et pour ce qui est du **nombre e**, la **base** du **logarithme** dit **naturel**, qui vaut exactement: $e = 1^{\omega}$, c'est tout simplement une **unité** de la famille des **puissances de 1**, à savoir: $1^0, 1^1, 1^2, 1^3, 1^4, 1^5, \dots, 1^{\omega}$. Ce nombre fait exactement sur le plan de la **multiplication** et de l'**exponentiation**, exactement ce que fait **0** du côté de l'**addition** et de la **multiplication**.

Celui-ci, « fatigué » d'être toujours l'**élément neutre** de l'**addition**, d'être considéré comme « rien » à chaque fois qu'on l'**additionne** à un autre **nombre** et même à lui-même, « fatigué » donc d'être toujours **0** quand on fait: **0, 0+0, 0+0+0, 0+0+0+0,** etc., c'est-à-dire: **0×0, 1×0, 2×0, 3×0, 4×0**, qui donne toujours **0** comme **résultat**, a désiré que cette routine change à l'**horizon infini ω**, avec donc: **ω×0 = 1**. Cela veut dire que l'**unité 0** devient une nouvelle **unité**, **1**, ce qui signifie une choses très profonde, à savoir que **1** est la nouvelle version du **0** à l'**horizon infini**. Puis c'est exactement la même logique avec **1**, mais en tant qu'**élément neutre** de la **multiplication**. Lui aussi compte pour « rien » quand on le **multiplie** par un autre **nombre**, on a toujours **1** quand on fait: **1, 1×1, 1×1×1, 1×1×1×1**, etc., c'est-à-dire: 1^0, 1^1, 1^2, 1^3, 1^4, etc.. Et en vertu de la loi de l'**horizon ω**, qui dit que ce qui **ne change jamais** signifie que cela **change à l'infini ω**, où l'on a donc: 1^ω **= e**. Cela veut dire donc aussi que **e** est la nouvelle version de **1** à l'**horizon infini**. Dans tous ces exemples, c'est un certain **paquet infini** qui reçoit un nouveau nom, qui devient une nouvelle **unité**.

La **longueur** du **cercle** de **rayon 1** (ou **2-unid**), ce n'est pas que **2π**, mais: **0, 2π, 4π, 6π, 8π, 10π, 12π, 14π, …, 2kπ, …, 2ωπ**. Pour **n tours**, la **longueur du cercle** est donc: **2nπ**, et ce évidemment pour le même **rayon**! Tous les **cercles** sont **équivalents**, car **homothétiques**, ce qui veut dire que pour deux **cercles** de **rayons** non nuls, il existe un **réali k** non nul (c'est-à-dire un **nombre positif** non nul), qui **multiplié** par un des **cercles** donne l'autre. Cela veut dire qu'on **multiplie** le **rayon** par **k**, et on obtient un **cercle** dont la longueur est **multipliée** par **k** aussi. Pour cella raison, tous les **cercles** sont **équivalents**, ils sont le même **cercle** à une **homothétie** près, c'est-à-dire ils ne diffèrent que par l'échelle. Ce n'est pas de cela que nous parlons ici, mais d'une **équivalence** qu'on n'a pas l'habitude de concevoir, à savoir:

x) Un **cercle de rayon r** et de **longueur** ou **circonférence**: **l = 2π r**, qui fait **n tours** de **rotation**, est **équivalent** à un **cercle** de **rayon r** et de **longueur** ou **circonférence**: **nl**.



C'est une idée toute simple et pourtant de très grande profondeur. Elle signifie que le **coefficient** qu'il faut **multiplier** un **rayon r** d'un **cercle** donné pour avoir sa **longueur** ou **circonférence**, n'est pas SEULEMENT **2π**, mais **tout multiple** de **2π**. Autrement dit, la formule générale de ce **coefficient** est: **2πn**, où **n** est n'importe quel **ordinal** ou **nombre entier**, **fini** ou **infini**, qui représente le **nombre** de **tours** de **rotation** du **cercle**. La **longueur** du **cercle** est donc: **L = 2πnr**. On l'appelle la **longueur** ou **circonférence ordinale** du **cercle** de **rayon r**, car **n** est un **ordinal**, appelé le **nombre de tours** de ce **cercle**. Plus généralement **n** est n'importe quel **nombre omégaréel**, donc un **réel** pouvant être **anitif** comme **antitif**. On convient que s'il est **anitif**, le **cercle** est parcouru dans le sens **anti-horaire**, et s'il est **antitif**, c'est dans le sens **horaire**. Dans les deux cas, la **longueur** ou **circonférence** du **cercle** est la **valeur absolue**: **L = 2πnr**.

La formule habituelle: **L = 2πr**, n'est donnée que pour **1 tour** de **rotation**. Or un **cercle** est un objet de **révolution**, autrement dit il **tourne**, c'est-à-dire un **objet** qui, de par sa logique et sa **structure**, tourne! Même remarque pour une **sphère**, une **hypersphère**, bref pour tous les **d-unids**. Cette nouvelle vision du **cercle** revient donc à dire cette chose curieuse, qui est que tout **cercle** de **rayon r** et de **longueur 2πr**, est finalement un **cercle** de **rayon r** et de n'importe quelle **longueur**! Ou, plus surprenant encore, cette vision revient à dire que pour deux **nombres positifs** quelconques **r** et **l**, il existe un **cercle** de **rayon r** et de **longueur** ou **circonférence l**. Le **rapport n = l/(2πr)** est appelé le **nombre** de **tours** du **cercle**. Et le **nombre**: **π' = n π = l/(2r)**, est appelé la **valeur de pi** ou **π** pour ce **cercle**. On avait la **constante π**, et la nouvelle vision est simplement celle de la **variable π**, le paradigme de l'**équivalence** ou tout devient **variable**. Pour éviter toute difficulté à ce sujet, on conviendra de distinguer les terme **cercle** et **cycle** et et de dire la **longueur** du **cercle** de **rayon r** est: **l = 2πr**, mais que la **longueur** du **cycle** de **rayon r** est: **L = 2πn**.

Le cas des **vecteurs** de **dimension 2** est donc particulièrement important. Car c'est avec lui qu'apparaissent les fonctions **cosinus** et **sinus**, la notion d'**angle**, de **rotation**, etc., notions de base qui serviront à définir les **vecteurs** des **dimensions supérieures**, à commencer par la **dimension 3**.

D-VM 7) Pour un **vecteur** $z = (x_0, x_1, x_2, x_3, \ldots, x_{n-1})$ donné, où **n** est un **ordinal non nul**, son **réali** ou son **rayon** ou sa **valeur absolue**, etc., notée |z|, s'obtient en appliquant le théorème de Pythagore généralisé, c'est-à-dire en calculant la **somme** des **carrés** des **composants** du **vecteur**, puis en prenant la racine carrée du résultat. Autrement dit : $|z| = (x_0^2 + x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \ldots, + x_{n-1}^2)^{1/2} = \sqrt{(x_0^2 + x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \ldots, + x_{n-1}^2)} = r$. Le **vecteur** $(1/r)\, z = z/r$, obtenu en **divisant z** par son **réali r**, donc en **divisant** tous ses **composants** par **r**, est un **vecteur u** de **réali 1**. C'est ce qu'on appelle habituellement un **vecteur unitaire**, et un tel **vecteur u** est ce que nous appelons l'**orientation** ou le **signe** de z, noté: ⟨z⟩. Ce vecteur u est On a donc: $r = |z|$, $\langle z\rangle = z/|z| = z/r = u$. Et: donc: $z = r\, u = |z|\langle z\rangle = \langle z\rangle |z|$, selon qu'on veuille **multiplier** le **rayon** par le **signe**, ou qu'un veuille placer le **signe** devant la **valeur absolue**, comme par exemple quand on écrit pour les **réels**: **+3** ou **-3**. Et étant donnés deux **vecteurs**: $z = u\, r$, et: $x' = u'r'$, de **réalis** respectifs **r** et **r'**, ou d'**orientations** respectives **u** et **u'**, la **multiplication** $z{\times}z' = z\, z'$, est par définition: $z{\times}z' = u{\times}u'{\times}\, r{\times}r'$. Le **réali** du **produit** est donc $r{\times}r'$, et son **orientation** est: $u{\times}u'$. Car en effet, le produit de deux **orientations** est une nouvelle **orientation**. Toute la question est maintenant de définir ce **produit** $u{\times}u'$ pour la **dimension n**.

Par exemple, en **dimension 7**, on a les **7 vecteurs** de **base**, qui sont: **(1, 0, 0, 0, 0, 0, 0)**, **(0, 1, 0, 0, 0, 0, 0)**, **(0, 0, 1, 0, 0, 0, 0)**, **(0, 0, 0, 1, 0, 0, 0)**, **(0, 0, 0, 0, 1, 0, 0)**, **(0, 0, 0, 0, 0, 1, 0)**, **(0, 0, 0, 0, 0, 0, 1)**, qui se reconnaissent donc par le fait qu'ils ont tous les **composants** sont tous à **0** sauf un qui est à **1**. Ces **vecteurs de base** sont notés: $e_0, e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6$. De manière générale, en **dimension n**, on a **n vecteurs** spéciaux de ce type: $e_0, e_1, e_2, e_3, \ldots, e_{n-1}$, qui sont les **vecteurs** de **base** de cet **espace** $\mathbf{R}^n$, ceux que nous avons appelé **ani, bani, cani, danti**, etc..

Ce sont les **vecteurs de base**, car tous les autres **vecteurs** sont des combinaisons de ces **vecteurs**-là. En **dimension 7** donc, les **composants** du **vecteur (3, 0, -2, 8, 0, -2, -2)** signifient qu'il est une **combinaison linéaire** formée de **3 fois** e_0, de **0 fois** e_1, de **-2 fois** e_2, de **8 fois** e_3, etc.. En comparaison, **(0, 0, 0, 1, 0, 0, 0)** par exemple, qui est donc e_3, n'est formé que de **1 fois lui-même**, et **0 fois** les autres. Pour cette raison on dit qu'il est **linéairement indépendant** par rapport à eux. Et le fait qu'il a tous ses composants égaux à **0** sauf le sien propre qui est **1**, a pour conséquence géométrique qu'il est **perpendiculaires** à tous les autres, ces **vecteurs perpendiculaires** (ou **orthogonaux**) deux à deux.

Le **réali** ou le **rayon** ou la **valeur absolue** du **vecteur** $z = (3, 0, -2, 8, 0, -2, -2)$ est: $|z| = |(3, 0, -2, 8, 0, -2, -2)| = \sqrt{(3^2 + 0^2 + (-2)^2 + 8^2 + 0^2 + (-2)^2 + (-2)^2)} = \sqrt{85} = 9.2195... = r$. On a :
$\langle z\rangle = z/|z| = z/r = (3, 0, -2, 8, 0, -2, -2)/r = (3/r, 0, -2/r, 8/r, 0, -2/r, -2/r) = u$.
Autrement dit: $\langle z\rangle = (3/\sqrt{85}, 0, -2/\sqrt{85}, 8/\sqrt{85}, 0, -2/\sqrt{85}, -2/\sqrt{85}) = u$, qui est donc un **vecteur** de **module 1**, l'**orientation** ou **signe** de **z** dans l'**espace** de **dimension 7**. Et par conséquent, on:
$z = |z|\langle z\rangle = r\, u = (\sqrt{85}) \times (3/\sqrt{85}, 0, -2/\sqrt{85}, 8/\sqrt{85}, 0, -2/\sqrt{85}, -2/\sqrt{85}) = (3, 0, -2, 8, 0, -2, -2)$.

De même, le **module** ou le **rayon** du **vecteur** $z' = (0, 0, 0, 6, 1, -2, 1)$, est: $|z'| = |(0, 0, 0, 6, 1, -2, 1)| = \sqrt{(0^2 + 0^2 + 0^2 + 6^2 + 1^2 + (-2)^2 + 1^2)} = \sqrt{42} = 6.4807...= r'$.
$\langle z'\rangle = (0, 0, 0, 6, 1, -2, 1)/\sqrt{42} = (0, 0, 0, 6/\sqrt{42}, 1/\sqrt{42}, -2/\sqrt{42}, 1/\sqrt{42}) = u'$.
Par conséquent:
$z\, z' = \sqrt{85} \times \sqrt{42} \times (3/\sqrt{85}, 0, -2/\sqrt{85}, 8/\sqrt{85}, 0, -2/\sqrt{85}, -2/\sqrt{85}) \times (0, 0, 0, 6/\sqrt{42}, 1/\sqrt{42}, -2/\sqrt{42}, 1/\sqrt{42})$.
Toute la question de ce produit se trouve donc dans le produit des deux **orientations** de **z** et **z'**:
$u\, u' = (3/\sqrt{85}, 0, -2/\sqrt{85}, 8/\sqrt{85}, 0, -2/\sqrt{85}, -2/\sqrt{85}) \times (0, 0, 0, 6/\sqrt{42}, 1/\sqrt{42}, -2/\sqrt{42}, 1/\sqrt{42})$, qui doit donner une **orientation** de **dimension 7**. Nous allons maintenant indiquer une méthode progressive de calcul de ce produit.

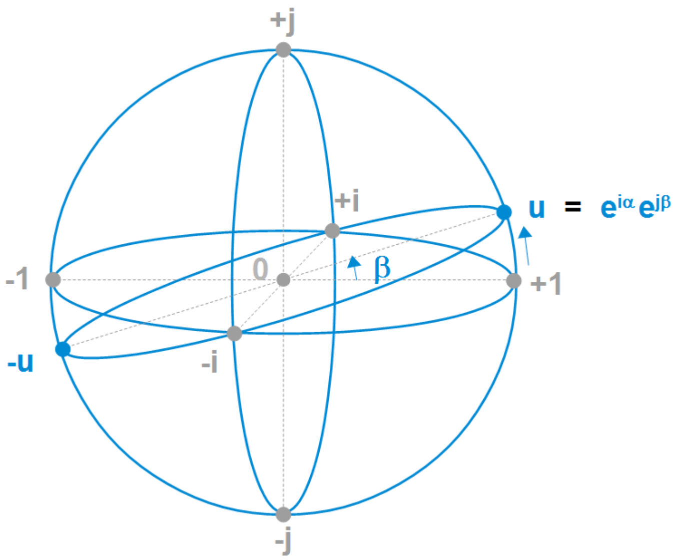
En **dimension 2**, avec donc le **2-unid**, le **vecteur u** est identifié par un angle α, et on a: $u = e^{i\alpha} = \exp(i\,\alpha) = \cos(\alpha) + i \sin(\alpha)$. Autrement dit, une **rotation** de l'**orientation ani** d'un **angle** α.

Et pour deux **orientations** ou **signes u** et **u'**, tels que: $u = e^{i\alpha}$ et $u' = e^{i\alpha'}$, on a: $u\, u' = e^{i\alpha} e^{i\alpha'} = e^{i\alpha + i\alpha'} = \exp(i\alpha) \exp(i\alpha') = \exp(i\alpha + i\alpha')$. Autrement dit, **multiplier** deux orientations ou signes c'est ajouter leurs angles. Ceci indique comment traiter la **dimension 3**:

Et en **dimension 3**, tous les **vecteurs** (ou **nombres complexes**) sont de la forme: $z = (x_0, x_1, x_2)$, les trois **vecteurs de base** ou **vecteurs** de la **base canonique**, sont: $e_0 = (1, 0, 0) = 1$, $e_1 = (0, 1, 0) = i$, et: $e_2 = (0, 0, 1)$

$= \mathbf{j}$. Dans le contexte de la **dimension 3**, c'est donc le nouveau **vecteur** $\mathbf{e_0 = (1, 0, 0)}$, qui joue le rôle du **vecteur** $\mathbf{e_0 = (1)}$ de la **dimension 1**, ou **vecteur** $\mathbf{e_0 = (1, 0)}$, de la **dimension 2**. C'est donc le nouveau **vecteur 1**. Et la **droite réelle** va maintenant être l'ensemble de tous les **vecteurs** de la forme: $\mathbf{(x, 0, 0) = x(1, 0, 0) = x \times 1 = x}$, qui est la nouvelle manière de dire simplement **x**. Et le nouveau **vecteur de base**: $\mathbf{e_1 = (0, 1, 0)}$, est donc le nouveau **i**, et le **vecteur** $\mathbf{e_2 = (0, 0, 1)}$, qu'on note **j**, inaugure une nouvelle **dimension**, la troisième **dimension**.

En **dimension 2**, le **vecteur** $\mathbf{z = (x, y) \ ) = x + iy}$, pouvait aussi être noté: $\mathbf{z = (s, a) \ ) = s + ia = s + v}$, pour dire qu'il est formé d'une **partie scalaire** ou **réelle s**, et d'une **partie vectorielle v**, qui est ici **ix**, de **vecteur** de **base i** donc, la partie avec laquelle la notion de **vecteur** proprement dite commence. Si le composant **x** est **0**, cette **partie vectorielle** est **0**, et donc le **vecteur z** est un **nombre réel pur**, à savoir **s**. Cette notation en **partie scalaire s** et en partie **vectorielle v** ne prend véritablement son sens qu'à partir de la **dimension 3**, avec laquelle on a la partie scalaire de **vecteur** de **base 1** et la **partie vectorielle v** avec deux **vecteurs** de **base i** et **j**, c'est-à-dire: $\mathbf{z = s + ia + jb}$, avec: $\mathbf{i^2 = j^2 = -1}$.



*La **sphère** de **diamètre 2** donc de **rayon 1** est appelé un **3-unid**.*
*Et on généralise ainsi pour toutes les **dimensions d** (d étant un **ordinal** ou **nombre entier**),*
*tous les **d-unids**, jusqu'à la **dimension** ω ou ω**-unid**.*

Au **composants a** et **b** sont associés respectivement deux **angles** α et β, et au **vecteur** $\mathbf{v = ia + jb}$, dit **cartésien**, est associé est un **vecteur angulaire**: $\mathbf{v' = i\alpha + j\beta}$. Une orientation u s'écrit alors:
$\mathbf{u = s + v = s + ia + jb = \exp(v') = \exp(i\alpha + j\beta) = \exp(i\alpha) \ \exp(j\beta)}$
$\mathbf{= [\cos(\alpha) + i \sin(\alpha)] \ [\cos(\beta) + j \sin(\beta)]}$.
L'**angle** α est l'**angle** de **longitude**, et l'**angle** β est l'**angle** de **latitude.**

Avec la **dimension 4** ce sera: $\mathbf{z = s + v = s + ia + jb + kc}$, avec: $\mathbf{i^2 = j^2 = k^2 = -1}$. Au vecteur cartésien correspond un **vecteur angulaire**: $\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{i\alpha + j\beta + k\gamma}$.
On a alors: $\mathbf{u = s + v = s + ia + jb + kc = \exp(i\alpha + j\beta + k\gamma) = \exp(i\alpha) \ \exp(j\beta) \exp(k\gamma)}$
$\mathbf{= [\cos(\alpha) + i \sin(\alpha)] \ [\cos(\beta) + j \sin(\beta)][\cos(\gamma) + j \sin(\gamma)]}$.

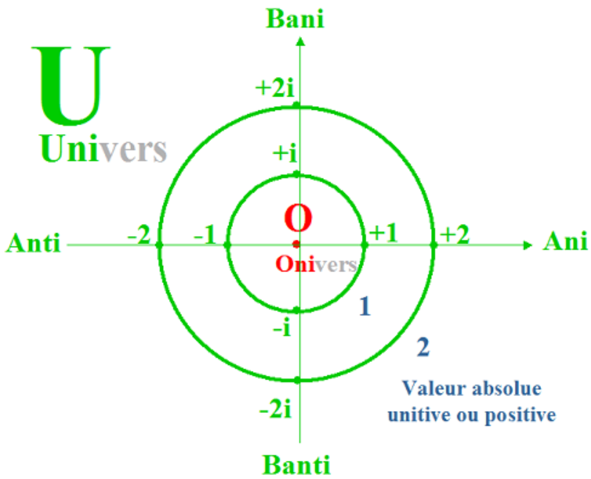
Et ainsi de suite.

D-VM 8)
Par « **nombre complexe** » il faut donc désormais entendre un « **nombre orienté** » ou un « **nombre vectoriel** », c'est-à-dire un **vecteur** qui est un **nombre** ou un **nombre** qui est sous **forme vectoriel**. Tout **nombre orienté** est par définition appelé une **unité**, et les **orientations** sont appelées les **unités principales**. Tout **nombre orienté z** est un **multiple** d'une **unité** c'est-à-dire d'une **orientation u**, on a : $\mathbf{z = r \ u}$, où **z** est un **module**.

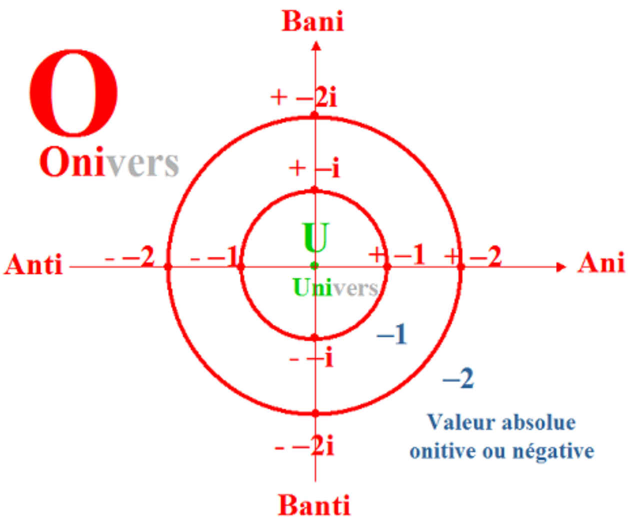
d) La symétrie modulaire et le monde de la rupture de symétrie

DÉFINITIONS *D-SMN: La symétrie modulaire et la négation*

D-SMN 1) En toute rigueur donc, quand les **nombres** reçoivent leur vrai sens, il y a une énorme différence entre le **nombre anitif** « **+1** » et la **valeur absolue** « **1** », appelé un **nombre unitif**, en l'occurrence « **uni 1** » ou simplement **uni**, noté alors « **++1** », ou simplement **1**. Et plus généralement il y a une énorme différence entre le **nombre anitif** « **+n** » la **valeur absolue n** et la **valeur absolue n**, appelée un **nombre unitif**, le **nombre** « **uni n** », noté alors « **++n** », ou simplement **n**. Les **valeurs absolues**, les **nombres unitifs** donc, sont la définition absolue de la notion de **nombre positif**. Les **nombres unitifs** sont également appelés les **rayons** ou les **modules**.



D-SMN 2) Par opposition à la notion de **nombres unitifs**, on a la notion de **nombres onitifs**, qui sont les **nombres négatifs** à proprement parler. Ils représentent la **négation** des **nombres unitifs**, ce qui veut dire exactement leur **annulation**, c'est-à-dire leur **multiplication par 0**. Ainsi, on pose: **0** × **1** == **--1** == **0**. C'est le **nombre onitif** unitaire, appelé «**oni 1**» ou simplement **oni** ou **0**. Il n'y a que lui qui est **identique** à **0**. Et on pose: **0×2** == **--2**, qui signifie l'**annulation** de la **valeur absolue 2** ou la **négation** de **2**. C'est la définition du **nombre négatif –2**, la **valeur absolue –2**, du **réali –2**, du **rayon –2**. Dans son cas, il n'est pas **identique** à **0**, on n'a donc pas l'**identité**: **0×2** == **0**, mais seulement l'**équivalence**: **0×2** = **0**. D'une manière très générale, pour toute **valeur absolue positive** ou **unitive x**, le **nombre négatif –x** est défini par: **0** × **x** == **--x**. On a évidemment l'**équivalence**: **0** × **x** = **0**, mais pas l'**identité**: **0** × **x** == **0**. Le **nombre –x** est donc l'**annulation** de **x** ou la **négation** de **x**, c'est un **nombre négatif** (au vrai sens du terme), un **nombre onitif**, une **valeur absolue négative**, un **réali négatif**, un **rayon négatif**, etc.



*Ici aussi, tous les **nombres** situés sur un même **cercle négatif** du **plan complexe négatif** (ou **onitif**) ont la même **valeur absolue négative**, et mieux, ils SONT la même **valeur absolue négative**.*

*Celle-ci se décline aussi en toutes les **orientations**, qui sont les différents **signes** de cette **valeur absolue**.*
*Les **nombres onitifs** sont associés à l'**Onivers**, appelé l'**Univers de Négation**.*
*Il y a donc deux **signes absolus**, le **positif** et le **négatif**, autrement dit l'**unitif** et l'**onitif**, l'**uni** et l'**oni**,*
*mais en revanche il y a une **infinité** de **signes relatifs**,*
*qui sont les différentes **orientations** des **valeurs absolues**, **unitives** ou **onitives**.*
*La **négation** ainsi définie avec le **0 absolu** est la **négation** dite **absolue**,*
*à la différence donc de toute autre **négation**, avec un **0 relatif**, dite alors **relative**.*
*La **négation absolue** n'est plus assez forte pour **annuler** l'**infini absolu** ω, à cause de: $0 \times \omega == 1$.*

Donc « **-1** » ou « **anti 1** » n'est pas du tout un **nombre négatif** au sens où on l'entend habituellement. Assimiler le **nombre anitif** « **+1** » à la **valeur absolue 1** n'est pas grave, à condition de comprendre maintenant ce que cette assimilation veut dire exactement, à savoir simplement l'**équivalence**: $1 = \omega +1$, ou même l'**identité**: $1 == \omega +1$, mais, oui MAIS, dans laquelle on comprends que le **nombre** ω est pris comme le **CENTRE** d'un **cercle**, d'une **sphère**, d'une **hypersphère**, etc.. Tous les **nombres** situés à une même **distance** de ce **centre**, sont alors considérés comme **identiques**. Les **nombres** situés donc à la même **distance 1** du **centre** ω, sont: $\omega -1$ et $\omega+1$, pour ce qui est de l'**axe des abscisses**, l'**axe anti-ani** donc, et $\omega -i$ et $\omega+i$, pour ce qui est de l'**axe des ordonnées**, l'**axe banti-bani** donc.

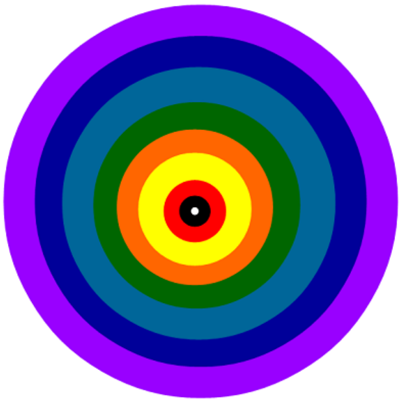
Et la formule générale de tous ces **nombres** situés à la même **distance 1** du **centre** ω, est le **nombre complexe**: $z = \omega + e^{i\alpha} = \omega + \cos(\alpha) + i \sin(\alpha)$, où **i** est le **nombre** « **bani 1** » ou simplement **bani**, l'**unité complexe pure**, dite « **imaginaire** », telle que: $i^2 = -1$, et où α est l'**angle** par rapport à l'**axe anti-ani**, angle traditionnellement orienté dans le **sens anti-horaire**, et qui lui-même correspond aux différentes **orientations** dans le **plan complexe**. Et, pour une **rayon** ou **réali r** donné, la formule générale de tous ces **nombres** situés à la même **distance r** du **centre** ω, est le **nombre complexe**: $z = \omega + re^{i\alpha} = \omega + r\cos(\alpha) + i\, r \sin(\alpha)$. Dire donc que ω est le **centre** du **cercle** (et plus généralement de l'**hypersphère**), c'est dire qu'il joue le rôle d'un **0 absolu** mais non plus au sens d'une logique **cyclique**, mais dans une logique d'**affirmation** ou de **négation** de l'**Univers TOTAL**. Il est **nié** dans l'**Onivers** et réduit comme à un **point central**, et à l'inverse, dans l'**Univers**, c'est l'**Onivers** qui est **nié** et réduit à un **point central**. Dans cette configuration, il est clair qu'on peut assimiler le **nombre anitif** « **+r** » à la **valeur absolue r**, puisque, effectivement, **+r** EST cette **valeur absolu**, mais au même titre que **-r**, **i r**, **-i r**, et plus généralement $re^{i\alpha} = r\cos(\alpha) + i\, r \sin(\alpha)$. L'assimilation traditionnelle de **+r** et **r** signifie simplement alors que le **nombre orienté +r** est choisi comme le représentant du **rayon r**, parmi tous les **nombres** de **rayon r**.

Mais par contre, on ne doit évidemment pas confondre le **nombre antitif** « **-1** », qui est donc **POSITIF**, avec le **nombre onitif** ou **négatif** « **--1** », qui est en fait est **identique** à **0**! Et plus généralement, on ne doit pas confondre le **nombre antitif** « **-r** », qui est donc **POSITIF**, avec le **nombre onitif** ou **négatif** « **--r** », qui est en fait est **identique** à $0 \times r$, et qui est **équivalent** à **0**! Le **négatif** « **--r** » représente la **négation** du **nombre positif r**, ce que veut bien dire: $0 \times r$.

Le **nombre antitif** « **-1** » désigne donc ω**-1**, quand l'**infini** ω est pris comme **centre** du **cercle**, donc comme **point 0**, **point d'annulation** des **rayons**. Et quand on dit que **-1** est **inférieur** à **0**, cela veut d'abord simplement dire que ω**-1** est **inférieur** à ω, et ensuite la notion d'« **infériorité** » en question se réfère à l'**ordre** ou à l'**orientation** et non pas à la **grandeur** ou au **réali**, car aussi ω**-1** et ω sont de la même **grandeur**, c'est-à-dire de la même **infinitude**. La différence de **grandeur** (c'est-à-dire d'**infinitude**) entre les deux est exactement comme celle entre un **segment** de **longueur 1**, et la **longueur** du même **segment** auquel on a **enlevé un point**. Et donc aussi, du point de vue de la **grandeur**, la différence entre ω et ω**+1** est exactement comme celle entre un **segment** de **longueur 1**, et la **longueur** du même **segment** auquel on a **ajouté un point**.

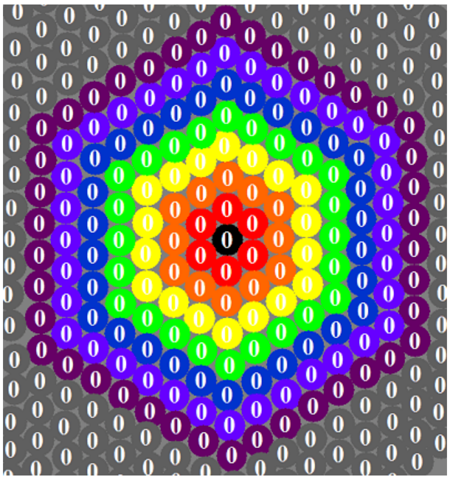
D-SMN 3) Les **nombres -1** et **+1**, et plus généralement **-r** et **+r**, sont dits **opposés**, pour signifier qu'ils sont **symétriques** par rapport au **0 absolu**, et on parle de **symétrie additive**. Et il revient au même de dire que ω**-1** et ω**+1**, et plus généralement ω**-n** et ω**+n**, sont **opposés**, c'est-à-dire **symétriques** par rapport à ω. Cette **symétrie fondamentale**, que nous qualifions de **symétrie ani-anti**, va donner naissance à des **symétries dérivées** de type **anti-ani**, comme par exemple la **symétrie exponentielle**, qui est celle entre a^{-r} et a^{+r}, pour un **rayon a** donné, appelé une **base logarithmique** ou **exponentielle**. Les deux **nombres** a^{-r} et a^{+r} sont dans ce cas **symétriques** par rapport à: $a^0 = 1$. Mais on peut dire aussi qu'ils sont **symétriques** par rapport à: a^{ω}, étant entendu que c'est le **centre** ω qui est appelé ici **0**.

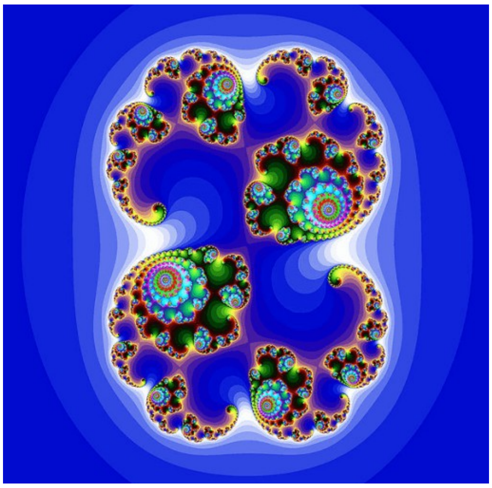
D-SMN 4) Plus généralement, nous disons que tous les **nombres** de **réali r** (de **rayon r** donc) sont **symétriques** selon la **symétrie modulaire** ou **symétrie radiale**. Ainsi donc, l'**opposition** entre **-r** et **+r** est un cas particulier de **symétrie modulaire** ou **radiale**. Pour un **nombre z** de **réali r**, on note: **|z|** = **r**, autrement dit, le **réali** de **z** ou le **rayon** de **z** est noté **|z|**. Pour une **fonction f**, définie pour tous les **nombres omégaréels** et en particulier pour tous les **nombres réels**, qui à un **nombre z** fait correspondre un autre **nombre z'**, on dit que **f** possède une **symétrie modulaire** ou **radiale**, si la **valeur** de la **fonction f** est **identique** pour tous les **nombres z** de même **réali**. Autrement dit, pour deux **nombres z** et **z'**, **|z| = |z'| ⇒ f(z) = f(z')**. Dans ce cas, il suffit de connaître les **valeurs** que prend la **fonction f** pour tous les **nombres positifs ou nuls**, c'est-à-dire pour tous les **réalis** ou **rayons**, pour la connaître aussi pour **tous** les **nombres**.



*Une **symétrie modulaire** ou **radiale***

D-SMN 5) La même définition peut être faite pour d'autres types de **symétries**, comme par exemple la **symétrie centrale**., dire encore **radiaire**, à ne pas confondre alors avec la **symétrie radiale** que nous venons de définir. La **symétrie radiaire**, à notre sens, signifie que pour tout **nombre z**, la **valeur** de la **fonction f** est **identique** pour **z** et **-z**. Autrement dit, on a: **f(-z) = f(z)**. On dit habituellement aussi dans ce cas que la **fonction f** est « **paire** ». Cela veut dire alors que pour tout **axe** passant par le centre, il suffit de connaître la **valeur** de la **fonction** pour le **centre** (qu'on appellera **0** ou le **nombre O**, qui peut être effectivement **0**, ou **ω** ou autre) et pour tous les **nombres** d'une **moitié** de l'**axe**, pour connaître sa **valeur** pour tous les **nombres** de l'autre **moitié**. Un **nombre z** va avoir la même **valeur** de la **fonction** que son **opposé -z** ou « **anti z** », qui est son **symétrique** par rapport au **centre**.

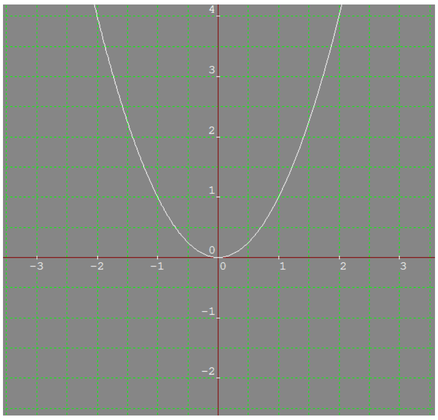




*Deux **symétries centrales** ou **radiaires**.*
*Une **symétrie modulaires** (ou **radiale**) est forcément aussi **centrale** (ou **radiaire**)*
mais l'inverse n'est pas forcément vraie.
*Ces deux **symétries** sont **centrales** mais pas **modulaires**.*

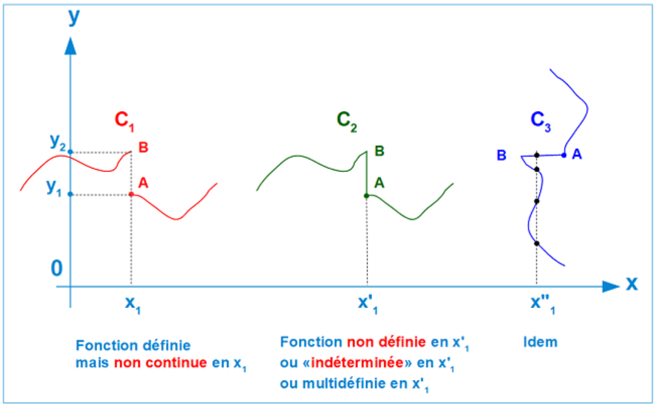
En particulier, si **z** est sur l'**axe anti-ani**, et s'il est sur la **moitié** ou **demi-axe ani**, alors il est de la forme **+x**, où **x** est un **réali** ou un **nombre positif**. On aura: **f(-x) = f(+x)**, qui sera donc un certain **nombre complexe z** (si nous sommes en **dimension 2**, donc dans un **plan**) ou **hypercomplexe z** (si le **nombre dimensions** est au moins **3**). Et alors aussi **+i x** et **-i x**, qui sont sur l'**axe banti-bani**, et qui ont le même **réali** ou **rayon x** que leurs collègues de l'**axe anti-ani**, auront aux aussi la même **valeur** par **f**, c'est-à-dire: **f(-i x) = f(+i x)**, qui sera aussi un certain **nombre complexe** ou **hypercomplexe z'**. Mais alors **z** et **z'** ne sont pas forcément **identiques**. Ce sera le cas si **f** a une **symétrie modulaire**, mais ici la **symétrie** est juste **radiaire**. Elle est valable seulement sur chaque **axe** passant par le **centre**, mais elle n'est pas la même pour tous les **axes**. Quand c'est le cas, alors la **symétrie** devient **modulaire**.

Quand donc on ne s'intéresse qu'à l'**axe anti-ani**, appelé aussi de manière privilégiée l'**axe des réels** (bien qu'en fait ce soit le cas pour tout **axe**, mais simplement l'**axe anti-ani**, est pris comme **référence**, ce qui revient à dire que si l'on ne veut travailler qu'avec la notion de **nombre réel**, n'importe quel **axe** ou **droite** fait l'affaire, et si l'on veut travailler seulement avec les **nombre complexes**, n'importe quel **plan** fait l'affaire), la notion de **fonction centralement symétrique** est ce qu'on appelle habituellement, une **fonction paire**, c'est-à-dire qui vérifie: **f(-x) = f(+x)**, pour tout **réel x**. Sa **courbe** représentée dans un plan est alors **symétrique** par rapport à l'**axe** des **ordonnées**. C'est le cas par exemple de la fonction carrée, définie par: $f(x) = x^2$ ou: $y = x^2$.



Dans ce cas aussi, on peut définir cette **fonction carrée** comme étant une **fonction f** du **plan complexe** qui par exemple pour un **nombre complexe z** situés sur l'**axe des abscisses**, donc qui est de la forme **+x** ou **-x**, où **x** est un **rayon**, fait correspondre le **nombre complexe**: $z' = z + i\,z^2$, c'est-à-dire: $z' = +x + i\,x^2$, si **z** est sur le **demi-axe ani**, et: $z' = -x + i\,x^2$, si **z** est sur le **demi-axe anti**. Et si **z** n'est pas sur l'**axe des abscisses**, on peut dire par exemple que sa **valeur z'** est **0**, ou que sa **valeur z'** est **identique** à **z**. On peut aussi dans ce cas profiter de toute la **liberté** que nous offre cette manière plus **riche** de définir la **fonction carrée** pour donner à **f(z)** une expression ayant tout intérêt que l'on veut, pour les **nombres z** situés en dehors de l'**axe des abscisses**. En effet, il y a que pour ceux que nous avons la **contrainte** de dessiner la **courbe** de la **fonction carrée**. Pour les autres **nombres z** donc, on dessine le **paysage** que l'on veut, contenant cette **courbe**. On peut dire par exemple que pour les **z** en dehors de l'**axe des abscisses**, **f(z)** et de la forme: $f(z) = z^2 + c$, où **c** est un **nombre complexe** quelconque. Et alors le **paysage** qui sert de toile de fond pour cette courbe est une **structure fractale**, appelée la **fractale de Mandelbrot**. On peut dessiner aussi n'importe quel autre **paysage** autour de cette **courbe**, dans lequel elle est à voir comme un **fleuve** de **longueur infinie** dans le **paysage**.

Cette manière de définir les **courbes** dans un **plan**, différente de la manière traditionnelle, même si elle est légèrement plus « complexe », nous offre infiniment plus de possibilités. Par exemple définir la même **courbe** (et plus généralement n'importe quelle **courbe**, quelle que soit sa forme), de manière qui revient à lui faire subir la **rotation** que l'on veut dans le **plan**, par exemple l'amener à avoir pour **axe de symétrie** l'**axe des abscisses**, sans se soucier des considérations du genre : « la **courbe** n'est pas celle d'une **fonction**, parce qu'une **abscisse** à deux ou plusieurs **ordonnées** ou **images** ». Car l'important pour une **courbe** (et plus généralement pour un **objet** dans un espace de nombre de **dimensions** quelconque), c'est la **forme** de l'objet en lui-même, et non pas l'**angle** ous lequel on le voit, c'est-à-dire sa **rotation**, le **nombre** de **points** de l'**objet** qu'interceptes un **axe** donné, un **plan**, etc.. Ces considérations concernent les propriétés de l'objet et non pas le fait qu'il corresponde à une **fonction** ou non. Et aussi, cette manière de voir une **fonction** simplifie les questions entre comme la **continuité**.

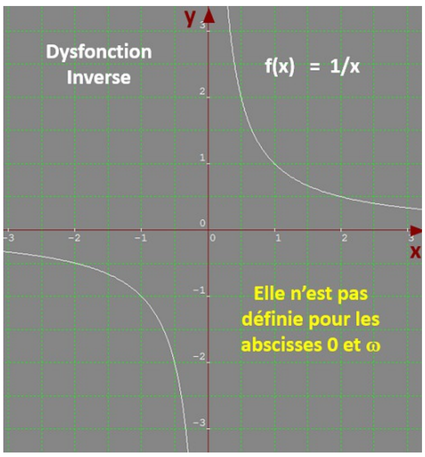

y
C1
C2
C3
y2
B
y1
A
B
A
B
A
0
x
x1
x'1
x''1
Fonction définie
mais non continue en x1
Fonction non définie en x'1
ou «indéterminée» en x'1
ou multidéfinie en x'1
Idem

Comme le montre l'image ci-dessus, on a exactement le même **objet**, la même **courbe**, mais simplement ayant une **translation**, une **rotation** ou les deux. Dans le cas de (C_1), la **fonction** classique ainsi représentée est **définie** sur son **domaine**. Toutefois, pour l'**abscisse x_1**, selon la conception habituelle d'une **fonction**, celle-ci n'est pas **continue** en cette **abscisse**, la **fonction** présence une **rupture**, une **cassure** en cette **abscisse**. Cela a pour conséquence que tout un **segment** (le **segment AB** représentant la **cassure**) est potentiellement l'**ensemble** des **images** de l'**abscisse x_1**, qui a donc une **infinité** de **possibilités** d'avoir une **image**, de l'**ordonnée y_1** à **y_2**. Mais la définition standard d'une **fonction** n'autorise **au plus qu'une image** pour chaque **abscisse**, qui est le **point A** choisi, d'**ordonnée y_1** .

Et maintenant, avec (C_2), si nous voulons donner à **x'_1** comme **images** tous les points du **segment AB**, toutes **ordonnées** de **y_1** à **y_2** donc, alors selon la définition habituelle, cette **courbe** n'est pas celle d'une **fonction**, car il y a une **abscisse** (ou **antécédent**) qui a plus d'une **image**. Mais si l'on tient à dire malgré tout que c'est une **fonction**, alors ce genre de situations fait partie des cas de figure où l'on dt que la **fonction** est **non définie** en **x'_1**, ou qu'elle est **indéterminée** en **x'_1**, ou encore qu'elle est **mutivaluée** en **x'_1**, ce qui veut dire qu'elle a **plusieurs valeurs** en cette **abscisse**. On parle alors (et c'est une tendance assez récente en mathématiques qui est très loin d'être la conception ou la pratique courante des **fonctions**) de « **multifonction** ». Mais c'est dans ces cas-là que nous parlons plutôt de **fonction équivalencielle**, notion qui est nettement plus pertinente et plus riche de sens. En effet, ce genre de situation signifie simplement que l'image de **x'_1** est un **ensemble** de **nombres** ou un **ensemble** d'**objets**, qui forment une **classe d'équivalence**, **relation d'équivalence** dans l'**ensemble** des **images** (appelé habituellement l'**ensemble d'arrivée**) qui est ici la **relation**: « **y et y' ont le même antécédent x** », ou: « **y et y' sont des résultats du même calcul fait avec x** ».

C'est comme par exemple concevoir une notion de **racine carrée** qui dirait que la **racine carrée de 9** est à la fois **+3** et **-3**. Parce que la notion d'**égalité** courante est fondamentalement l'**identité** et non pas l'**équivalence**, on était jusqu'ici très allergique à ce genre d'idées, qui revient ici à dire que « **-3 = +3** ». Plus généralement on est très allergique aux **égalités** du genre « **0 = 1** », les **égalités** entre deux **choses x** et **y différentes**. De telles **égalités** sont appelés des « **paradoxes** », des « **contradictions** » ou des « **antinomies** », et un raisonnement très classique, appelé le **raisonnement par l'absurde**, est justement basé sur cette conception de la **contradiction**. Si une **hypothèse H** conduit à l'**égalité** entre deux choses **différentes**, ou (ce qui revient au même), conduit à dre qu'une **proposition P** et sa **négation**, à savoir **non P**, sont vraies en même temps, alors l'**hypothèse H** doit être déclarée comme **fausse**. Ceci est l'un des fondements même du raisonnement mathématique et scientifique actuel, l'une des **méthodes** de **démonstration**, basée sur le **principe de non-contradiction**. Ceci est synonyme du paradigme de l'**identité** ou de **négation**, et veut donc dire que l'**équivalence** n'est pas la notion standard d'**égalité**, ou que la logique avec laquelle on raisonne n'est pas ce que nus appelons la logique d'**alternation**. La notion de **multifonction** signifie donc bel et bien qu'on parler de **fonction équivalencielle**, et donc qu'on changerait de paradigme. Mais alors qu'on annonce clairement les couleurs. Mais force est de constater que l'équivalence en tant qu'égalité générale est toujours rejetée, sinon on ne continuerait pas à dire que la **division par 0** est « **impossible** » ou est « **non définie** ».

Avec le cas de (C_3) la question de la **non définition** ou de l'**indétermination** de l'**image** de **x''_1** est résolu sur la segment **AB**, mais une autre indétermination se présente, ce qui nous ramène finalement encore au problème soulevé pour la cas (C_2), qui est la situation de la **fonction inverse** par exemple, la **fonction f** définie par: **$f(x) = 1/x$**.



On voit clairement que tout se passe pour l'**abscisse 0** comme si elle avait pour **images** tous les **nombres** de l'**axe des ordonnées**, de **moins l'infini** à **plus l'infini** donc, c'est-à-dire de **-ω** à **+ω**, qui sont ici les ordonnées y_1 et y_2 de l'**image** précédente, le cas (C_1). On pouvait compléter la courbe en disant que l'**image** de **0** par la **fonction inverse** est **0**, c'est-à-dire: **1/0 = 0**, en donnant donc à **0** une **image** qui est la **moyenne** des valeurs **-ω** et **+ω**, autrement dit le **milieu** de l'**axe des ordonnées**. Une **égalité** qu'il a hors de question d'accepter en mathématiques, qui paraît très « absurde ». Et pourtant, étant entendu que l'**infini ω** est par définition l'**identité**: **ω == 1/0**, cette **égalité**: **1/0 = 0** veut donc dire simplement: **ω = 0**, qui est l'expression du **Cycle ω**. Nous reparlerons de tout cela sous peu dans la question des **dysfonctions**.

D-SMN 6) On dit que **f** a une **symétrie anti-centrale** ou **anti-radiaire**, si pour **nombre z** on a: : **f(-z) = -f(z)**. C'est la même chose que pour la **symétrie centrale** ou **radiaire**, sauf que quand on connaît les **valeurs** de la **fonction f** pour la **moitié** d'un **axe** donné passant par le **centre**, il faut **multiplier** ces **valeurs** par l'**anti** ou « **-1** » pour avoir les valeurs correspondantes pour l'autre **moitié**. C'est ce qu'on appelle habituellement une **fonction impaire** quand la **fonction** porte sur l'**axe des abscisses**. Sa représentation classique dans le plan est alors **symétrique** par rapport au point **0**.

C'est justement le cas de la **fonction inverse**. Comme pour la **symétrie centrale** ou **radiale**, la même **fonction** peut être définie comme une **fonction complexe**, qui à tout **nombre complexe z** situés sur l'**axe des abscisses**, donc qui est de la forme **+x** ou **-x**, où **x** est un **rayon**, fait correspondre le **nombre complexe**: **z' = z + i /z**, c'est-à-dire: **z' = +x + i /x**, si **z** est sur le **demi-axe ani**, et: **z' = -x – i /x**, si **z** est sur le **demi-axe anti**. Et pour les **nombres z** situés en dehors de l'**axes anti-ani**, nous avons toute **liberté** de leur définir l'image **z'** que l'on veut. Cela permet entre de faire subir à la **courbe** entre autres les **rotations** que l'on veut dans le **plan**, et si l'on travaille en **3 dimensions**, de lui faire subir toutes les **rotations** dans l'**espace**.

3. Les dysfonctions actuelles et leurs réparation avec l'équivalence

a) Les dysfonctions actuelles et leurs réparations

Comme on vient de le dire, avec l'**infini absolu ω** et l'**équivalence** qui lui est synonyme, toute **égalité** que l'on peut exprimer est vraie. Sauf si l'on **nie** officiellement l'**équivalence universelle**, si officiellement donc l'**égalité** est l'**identité**, avec laquelle toute **égalité** doit être comme « **2+2 = 4** » mais jamais « **2+2 = 5** » ou « **1+2 +3 +4 + 5 + ... = -1/12** », mais que l'on dise des choses du genre: « **2+2 = 5** » ou « **1+2 +3 +4 + 5 + ... = -1/12** ». On affirme des **équivalences** donc (**égalités** de **striction 1**), mais en disant que ce sont des **identités** (**égalités** de **striction** au moins **2**). Le vrai résultat en **striction 1** et même **2** est **ω(ω+1)/2**, si l'on **somme** de **1** à **ω**.

Autrement dit, on adopte une **égalité** (l'**identité** donc), avec laquelle la **division par 0** est **impossible** (car elle n'est possible qu'avec l'**équivalence**), et par ailleurs on affirme des **égalités** du genre: « **2+2 = 5** » ou « **1+2 +3 +4 + 5 +... = -1/12** », qui reviennent à dire que la **division par 0** est **possible**! Car si l'on dit que la **somme** de tous les **nombres entiers naturels**: **1+2 +3 +4 + 5 + ...**, qui est un **nombre infini**, et de plus **positif** (car tous les **nombres additionnés** sont **positifs**), est le **nombre négatif -1/12**, alors l'**égalité** n'est plus l'**identité** mais l'**équivalence**, et alors aussi la **division par 0** est **possible** par la vertu de l'**équivalence**. Mais si l'on continue à **nier** cette **division par 0**, alors quelque chose ne tourne pas rond, il y a un **mensonge** quelque part.

Cette sommation est clairement **anormale**. Elle est un exemple de ce que nous appelons une **dysfonction**, c'est-à-dire une **fonction** qui **n'est pas ce qu'elle devrait être**. Le **modèle PE1** nous apprend que la **suite** de **nombres entiers**: **0, 1, 2, 3, 4, 5, …** a un **horizon**, qui est l'**infini ω**, le **dernier élément** de la suite. Malgré donc l'impression que donne cette suite de « non existence » de son **dernier élément**, cette suite est en réalité: **0, 1, 2, 3, 4, 5, …, ω-5, ω-4, ω-3, ω-1, ω**. Par conséquent, la **sommation**: **1+2+3 +4 + 5 + ...**, si l'on ne précise pas de **dernier élément sommé** particulier, par exemple de **1** à **10**, de **1** à **1000000000**, de **1** à **w**, **w^2**, **ω-1**, etc., ce **dernier élément** est automatiquement **ω**, par défaut: **0 + 1 + 2 + 3 + 4 + … + ω-4 + ω-3 + ω-1 + ω**, qui a donc pour résultat **ω(ω+1)/2**. Sinon, en fait la somme n'est pas définie en tant qu'**identité** (**égalité** de **striction** au moins **2**), et les calculs qu'on est en train de faire sont en réalité autre chose que ce que l'on avance, on exprime une **équivalence** (**égalité** de **striction 1**) entre des **quantités infinies**, et **-1/12** est associé à une certaine **équivalence** spéciale. Il ne s'agit donc pas d'une fausseté dans l'absolu, mais la **fausseté** réside dans le fait que ce résultat est censé être celui d'une **identité** (**égalité** de **striction** au moins **2**).

Toute **fausseté** signifie quelque part une **dysfonction**, c'est-à-dire une **fonction** qui **n'est pas ce qu'elle devrait être**. La **fonction** concernée ici est celle définie par: **f(n) == 0 + 1 + 2 + 3 + … + n-3 + n-2 + n-1 + n ==**

n(n+1)/2, où **n** est n'importe quel **ordinal**, c'est-à-dire **nombre entier**, **fini** ou **infini**. Nous avons donné la définition avec l'**identité** (**égalité** de **striction 2**) pour mettre en évidence le fait que c'est la **valeur principale** de cette **fonction**, son **identité**. Après, on peut exprimer toutes les **équivalences** (**égalités** de **striction 1**) que l'on veut entre les **identités**, mais encore faut-il que les **identités** soient **définies** d'abord. On ne peut pas par exemple exprimer une **équivalence** entre un **chat** un **chien**, sans avoir dit d'abord ce qu'est un **chat** et ce qu'est un **chien** (**définition** du **chat** et du **chien**, donc une **égalité** de **striction** au moins **2**). Mais si la notion de **chat** et de **chien** ont été au préalable **définies**, autrement dit si leurs **identités** ont été **établies**, alors peut commencer l'**équivalence**, dire par exemple qu'un **chat** et un **chien** sont équivalents en tant que **quadrupèdes**, en tant que **félidés** ou « **félidoïdes** », en tant qu'**animaux de compagnie**, etc., bref **équivalents** selon l'angle sous lequel ils sont un certain « **même quelque chose** », autrement dit l'angle sous lequel ils sont une certaine **même identité commune**. Et c'est bien parce que d'abord on connaît leurs **identités propres** qu'on peut savoir ensuite ce que ces **identités** ont **en commun**, leur **domaine d'intersection**, qui est donc leur **domaine d'équivalence**.

De la même façon donc, une fois **définie** la **fonction**: **f(n) == 0 + 1 + 2 + 3 + … + n-3 + n-2 + n-1 + n == n(n+1)/2**, peut commencer toute **relation d'équivalence** qu'on veut, avec quelle autre **fonction** ou **nombre** qu'on veut, et pour les raisons qu'on aura clairement **définies** aussi. On peut dire par exemple que le **nombre n(n+1)/2**, est **équivalent** à l'**infini** au **nombre** $n^2/2$, et là il s'agit d'**équivalence** de **polynômes**. Cela revient à dire que les **nombres infinis ω(ω+1)/2** et $\omega^2/2$ sont **équivalents**, ils ont le même **ordre de grandeur**. Et maintenant, si l'on a envie de dire que **n(n+1)/2** et **-1/12**, ou (ce qui revient au même) **ω(ω+1)/2** et **-1/12** sont **équivalents**, pourquoi pas? Mais alors il faut qu'on sache exactement sous quel angle on se place pour dire que le **nombre infini positif ω(ω+1)/2** et le **nombre fini négatif -1/12** sont **équivalents**. En l'absence d'une logique claire, nous avons le droit de nous interroger sur le sens de ce résultat. Mais passe encore, car après tout si l'on nous dit que c'est une **équivalence**, c'est une **raison nécessaire** et **suffisante**. Car deux choses dans l'**Univers TOTAL** sont toujours **équivalentes** d'un certain point de vue, c'est une **loi universelle**, et si l'on évoque clairement cette loi, on n'a pas besoin de fournir d'autre justification.

Mais c'est une toute affaire **si l'on fait passer** cette égalité entre **ω(ω+1)/2** et **-1/12** pour une **identité**, c'est-à-dire pour la valeur fondamentale de cette **fonction**: **f(n) == 0 + 1 + 2 + 3 + … + n-3 + n-2 + n-1 + n == n(n+1)/2**, quand la **variable n** a pour valeur l'**infini ω**. C'est alors bel et bien une **dysfonction**, une **fonction** qui **n'est pas ce qu'elle devrait être**. D'autant plus (et c'est le second **dysfonctionnement**, plus important que le premier) si la **fonction f(n)** est **non définie** pour l'**infini ω** pour lequel on est censé la calculer en faisant cette sommation. Et pire encore (et c'est le troisième **dysfonctionnement**), l'**infini ω** lui-même est **non défini**, ce qui est la question de la **division par 0** ou de l'**inversibilité de 0**, qui implique une autre **fonction** plus **fondamentale**, la **fonction inverse**: **f(x) = 1/x**. C'est le **dysfonctionnement** à ce niveau fondamental qui entraîne une infinité d'autres **dysfonctionnements**.

DÉFINITION *D-DYS: Les dysfonctions*

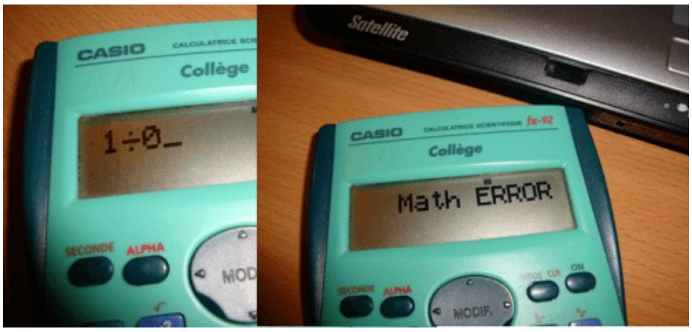
D-DYS 1) On appelle une **dysfonction** une **fonction réelle** (c'est-à-dire qui est **définie** ou justement devrait être partout **définie** dans le classique **ensemble R** des **nombres réels**) ou **omégaréelle** (**ensemble** $\mathbf{R}_\omega$ de **nombres réels** encore plus vaste, qu'on définira dans la partie B) qui **n'est pas ce qu'elle devrait être**, et le **degré de dysfonctionnement** du plus élevé au moins élevé est le suivant: 1) la **fonction** est **non-définie** au moins pour une valeur de la **variable**; 2) la **fonction** est **définie** pour **toutes les valeurs** de la **variable**, mais est **non continue** au moins pour une valeur de la **variable**; 3) la **fonction** est **continue** pour **toutes les valeurs** de la **variable**, mais est **non dérivable** au moins pour une valeur de la **variable**; 4) la **fonction** est **dérivable** pour **toutes les valeurs** de la **variable**, mais au moins pour une valeur de la **variable**, il y a une « **tromperie** » ou une « **erreur** » au sujet de la valeur de la **fonction**, c'est-à-dire, alors qu'officiellement l'**équivalence** n'est pas l'**égalité** générale mais l'**identité**, alors donc qu'on annonce une **identité**, on a recours implicitement ou explicitement à l'**équivalence** pour « masquer » ce qui est une **faille** de ce choix de paradigme, pour ne pas avoir à changer de paradigme.

D-DYS 2) Et de manière très générale, nous appelons une **dyschose** une **chose** qui **dysfonctionne**, une **chose** qui **n'est pas ce qu'elle devrait être**.

Le point 4) de l'item i) de la définition de la **dysfonction** est normalement le plus grave **dysfonctionnement**, car le plus fondamental, parce qu'il touche le problème de fond, qui est le problème du paradigme de l'**identité**, ou (ce qui revient au même) le paradigme de la **négation** (absolue). C'est effectivement le plus important, s'il est combiné avec l'un au moins des points d'avant, notamment le point 1), ce qui est généralement le cas, comme par exemple avec la sommation: **1+2 +3 +4 + 5 + ... = -1/12**. Elle cache en effet une **non définition** de la **fonction**: **f(n) == 0 + 1 + 2 + 3 + … + n-3 + n-2 + n-1 + n == n(n+1)/2**, pour **n** valant le **dernier nombre entier naturel**, à savoir l'**infini ω**, et de surcroît ce **dernier nombre entier naturel** étant lui-même **non défini**, et pire, étant qualifié de **non existant**.

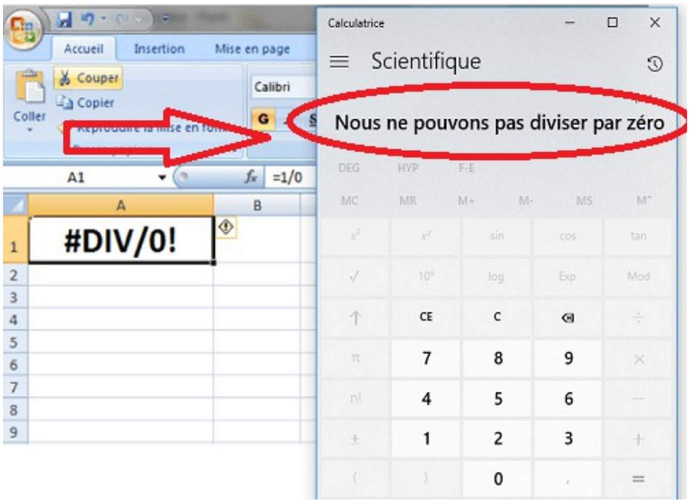
Toutes les **dyschoses** et tous les **dysfonctionnements**, se ramènent à un seul **dysfonctionnement**, celui de l'actuel **infini ω**, et finalement à la question l'**inversibilité de 0**, ou plutôt justement à sa prétendue **non-inversibilité**, la **non définition** de l'**inverse de 0** donc, qui est le **dysfonctionnement** fondamental. Et beaucoup d'autres **fonctions** actuelles sont aussi en réalité des **dysfonctions**, car dès lors que cette **fonction fondamentale** qui touche la **Trinité fondamentale**: **0**, **1** et **ω**, tout **dysfonctionne** du coup, même si le **dysfonctionnement** n'est pas forcément apparent. Il suffit de considérer le nombre de **fonctions** classiques d'importance qui ne sont pas définies au moins pour un point (**fonctions inverse**, **tangente**, **logarithme**, **gamma**, **fonction zêta** de Riemann, etc.) pour se rendre compte de l'infinité des **dysfonctions** actuelles. Quand on ajoute à cela le fait que même celles qui sont dites « partout définies » ne le sont jamais explicitement à l'**infini ω**, simplement parce que lui-même **n'est pas défini** comme un **nombre réel** ou **entier** (le **dernier** d'entre eux), et c'est le bouquet final. Aucune **fonction** actuelle n'est donc vraiment ce qu'elle doit être. Toutes **dysfonctionnent**...

Il y a actuellement un problème avec le **nombre infini**, et ça se vérifie très facilement, par exemple avec la conception classique des **nombres entiers naturels**: **N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, ...}**, qui a un **premier élément**, **0** et pas de **dernier élément**. Le problème devient manifeste quand on tente par exemple de faire l'opération: **1/0**:



La machine nous dit que nous avons fait une « erreur mathématique » en tentant une opération réputée « impossible ». Mais en réalité, nous n'avons fait aucune erreur, nous avons simplement demandé la réponse à une opération qui AURAIT DÛ exister et être possible, exactement comme toutes les autres opérations.

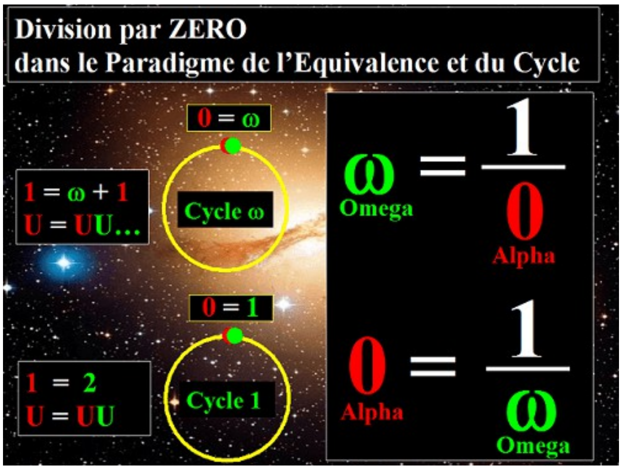
Même les plus grands instruments numériques, à l'ère du numérique, ne savent pas faire cette simple opération. Ils répondent : « **Nous ne pouvons pas diviser par zéro** ».



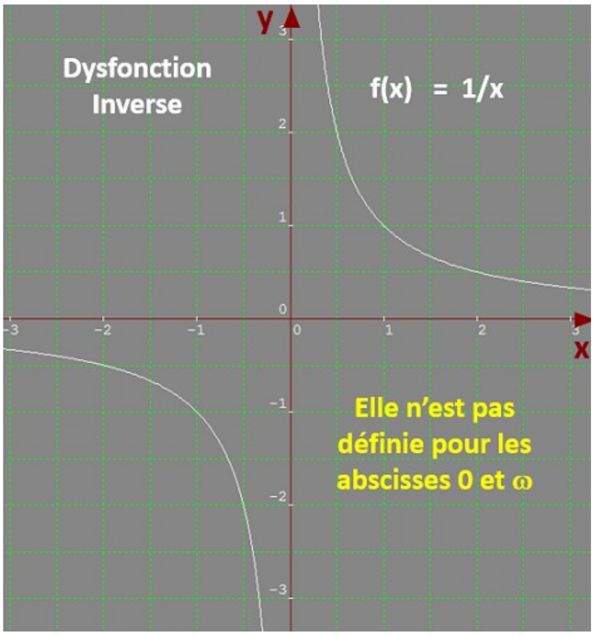
Pathétique, n'est-ce pas?

Avouons tout de même que quelque chose ne tourne pas rond dans une logique scientifique qui donne une logique scientifique qui donne un **résultat** (et en plus quel **résultat**!) à l'opération plus compliquée: **1 + 2 + 3 + 4 + 5 + …**, alors qu'elle n'a toujours pas encore donné un **résultat** à la simple **division 1/0**. Nous reviendrons sur cette fameuse sommation. Nous ferons toute la lumière sur cette très célèbre somme dans la Conclusion de la partie B.

Et pour la **division par 0**, elle nécessite simplement l'**équivalence**, la notion d'**égalité** associé au **cercle**, au **cycle**. Cette **division** est aussi simple que de tracer un **cercle**, avec lequel le **commencement** (l'**Alpha**) rejoint la **fin** (l'**Oméga**).

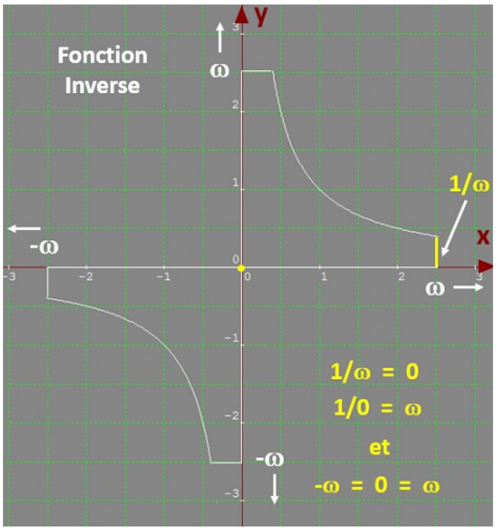


Commençons donc à réparer la question de la **division par 0**, qui est la question de l'**inversibilité de 0**, à savoir l'**égalité**: **0 × ω = 1**, et ses **corollaires**: **ω = 1/0**, **0 = 1/ω**. Et qui dit **inversibilité** dit la **fonction inverse**, à savoir: **f: x → 1/x**, que nous considérons de nouveau:



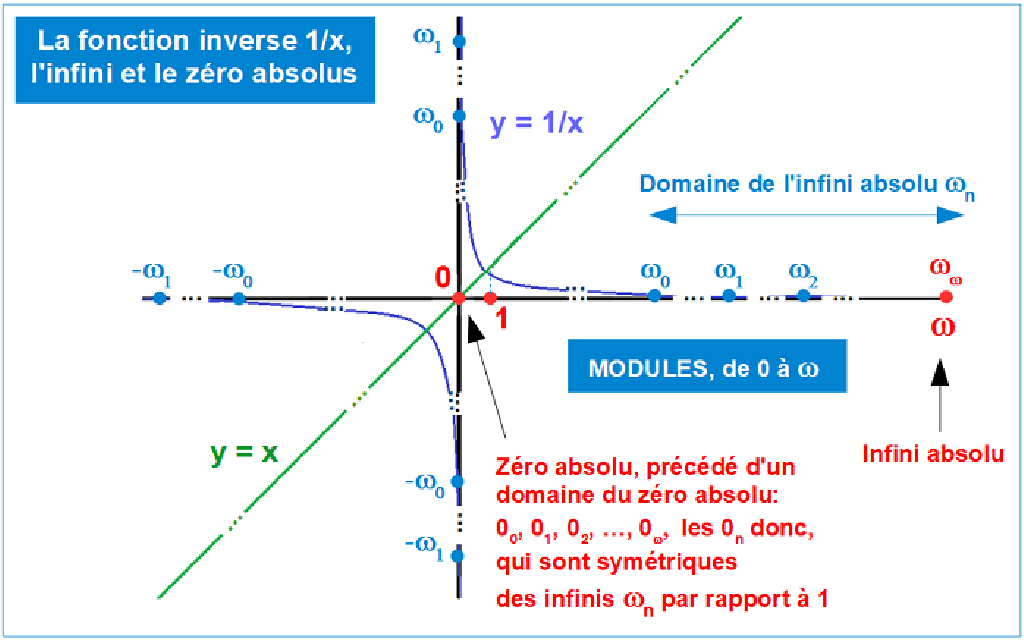
Et la question de l'**inversibilité de 0** ou de la **division par 0** est tout simplement de savoir si la courbe de cette fonction touche les **axes**. Autrement dit, la **fonction** est-elle définie pour **0** et pour l'**infini**, c'est-à-dire pour **ω**? La réponse actuelle est donc non. Cette fonction est **non définie** donc pour **0** et **ω**, ce qui suffit à en faire une **dysfonction**, selon la définition que nous avons donnée plus haut à la notion. Et non seulement cela, la fonction n'est **ni continue ni dérivable** au point d'abscisse **0**, il y a une grave **coupure**, une grave **rupture** en ce point. Comme dans beaucoup de **dysfonctions**, la coupure et la rupture

Et voici maintenant avec l'image ci-dessous la **fonction inverse** dans son **fonctionnement normal**. C'est cette **fonction** ou cet **objet géométrique variable**, **dynamique**, **élastique** (car la bonne conception de l'**infini ω** équivaut à dire que c'est un **nombre fini** mais **variable**, **dynamique**, **élastique**, comme on en reparlera souvent), **parfaitement symétrique**, qui est donc la **logique** et le **fonctionnement** de la **fonction inverse**. Il revient exactement au même de dire que cette **fonction** touche les **axes** en quatre **points infinis** **ω** (**-ω** et **+ω** sur l'axe des abscisses, et **-ω** et **+ω** sur l'axe des ordonnées), que de dire que le **nombre** **ω** dont le **fonctionnement** est ainsi indiqué, est **variable**, **dynamique**, **élastique**.

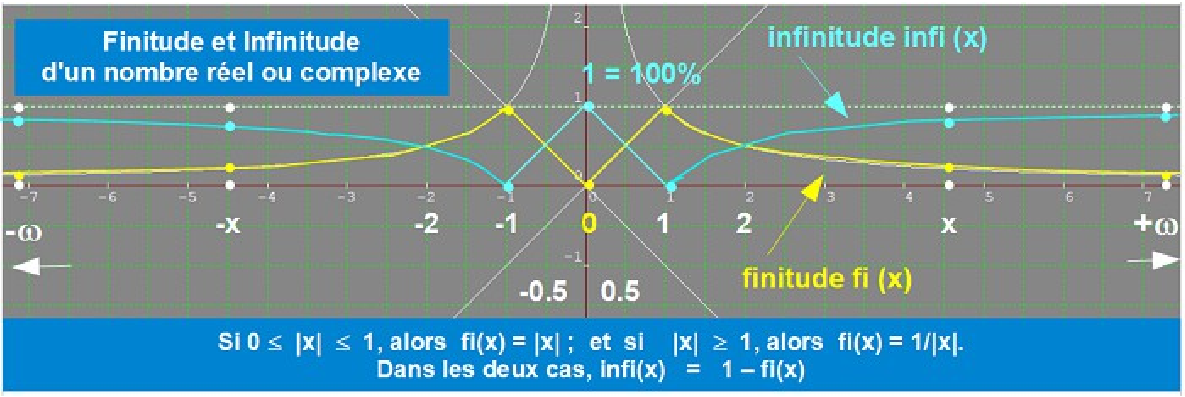


Dans la vision classique des choses on dira que ce **dynamisme** ou ce **mouvement** décrit sur la figure avec les quatre **flèches**, signifie que le **nombre** appelé **ω** « **tend vers l'infini** » dans les quatre orientations. Mais **ω** est précisément l'**infini** dont on parle, et c'est sa **logique** et sa **définition** sont ainsi **représentées**. Dire qu'il est **variable**, **dynamique**, **élastique**, signifie très exactement qu'il vérifie l'**oméganité**: **ω = ω +1**, qui est la manière mathématique d'exprimer la **variabilité** ou le **dynamisme** ou l'**élasticité**, à savoir le fait d'**être son propre successeur**. Un tel **nombre** **ω** qui vérifie cette **égalité** exprimant le **dynamisme**, à savoir l'**oméganité**: **ω = ω +1**, vérifie aussi l'**égalité**: **0 × ω = 1**, et ses **corollaires**: **ω = 1/0**, **0 = 1/ω**.

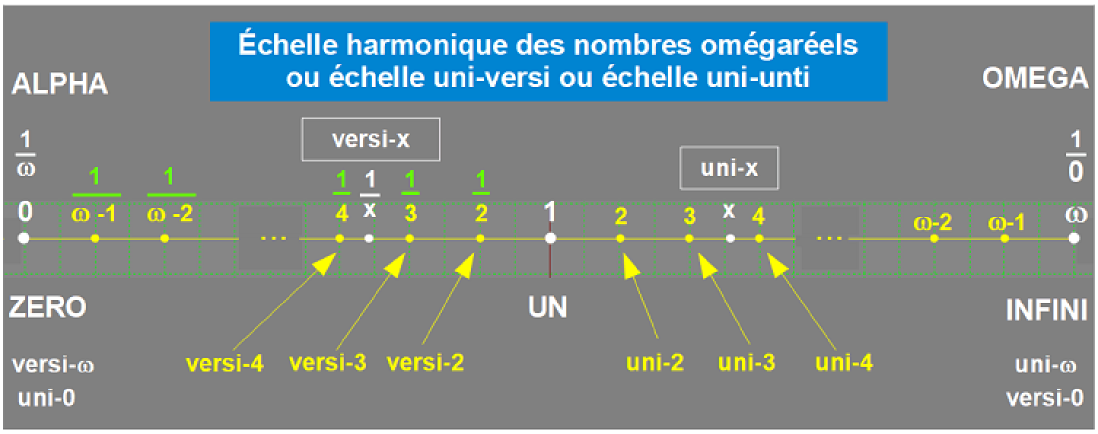
Une vision équivalente à la précédente, que nous avons déjà vue au début, est celle-ci:



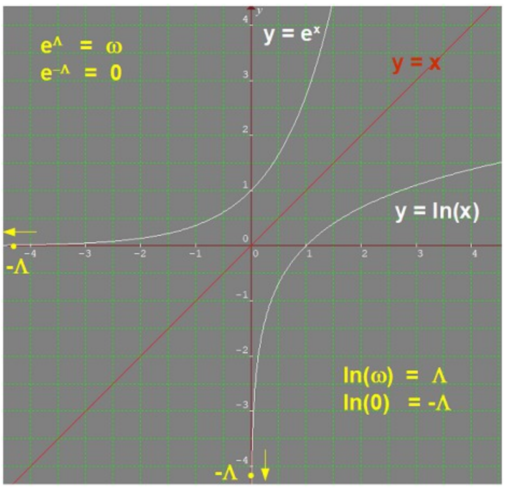
Cette **fonction inverse** est aussi la clef même de la définition de la notion de **finitude**, comme on l'a vu. La **finitude** d'un **nombre réel x** supérieur à **1** est en effet: **fi(x) = 1/x**. Quand donc **x** tend vers l'**infini**, vers **ω** donc, sa **finitude fi(x)** tend vers **0**, et elle est précisément:**1/ω = 0** quand **x** est **ω**.



La **fonction inverse** ou **fonction versi**, est donc très fondamentale dans la compréhension de la **structure des nombres**. Sa réparation, que nous avons déjà faite depuis le début et que nous venons de faire avec plus de précisions, est donc capitale.

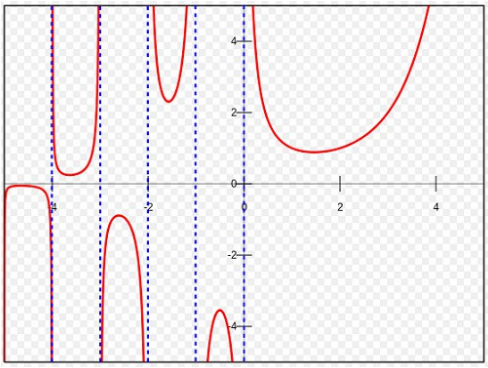


Voyons maintenant une autre **fonction** fondamentale, la **fonction logarithme**, elle aussi **dysfonctionnelle**, car **non définie** pour **0**. Nous allons entamer sa réparation aussi. Nous parlerons plus en détail cette importante **fonction** plus loin, quand nous traiterons de question de l'**horizon logarithmique Λ**. Mais pour l'instant, voici une première approche de la question, en relation aussi avec la **fonction exponentielle**, qui est la **fonction réciproque** du **logarithme**.



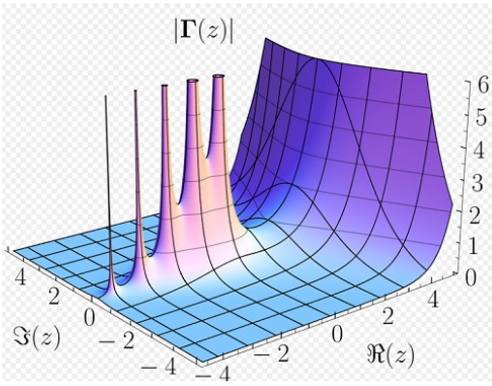
Ou plus exactement, comme on le verra plus loin, c'est plutôt le **logarithme** qui est la **fonction réciproque** de l'**exponentielle**, qui est plus fondamentale. En effet, le **logarithme** est simplement l'une des deux **opérations inverses** de l'**opération** d'**exponentiation**, x^y ou **x^y**, l'**opération** qui est après la **multiplication, x×y**, elle-même venant après l'**addition, x+y**. Parce que ces deux premières **opérations** sont **commutatives** (autrement dit on a les **égalités** et plus précisément les **identités**: **x+y = y+x**, et: **x×y = y×x**), elles ont une seule **opération inverse**, qui est la **soustraction** en ce qui concerne l'**addition**, et la division en ce qui concerne la **multiplication**. Mais pour l'**exponentiation**, x^y ou **x^y**, la troisième **opération** donc, parce qu'elle n'est pas **commutative** (on n'a pas l'**identité**: $x^y = y^x$, ou: **x^y = y^x**, **égalité** qui ne peut être vrai que comme **équivalence**), on a donc deux **opérations inverses** de l'**exponentiation**, qui sont la **racine y-ème** de **x** ou $x^{1/y}$, et le **logarithme** en **base y** de **x**, ou: **x log y**, habituellement noté: $\log_y(x)$.

Et maintenant aussi, voici la fameuse **fonction gamma**, vue comme la généralisation de la **fonction factorielle**, mais qui est une splendide **dysfonction**.



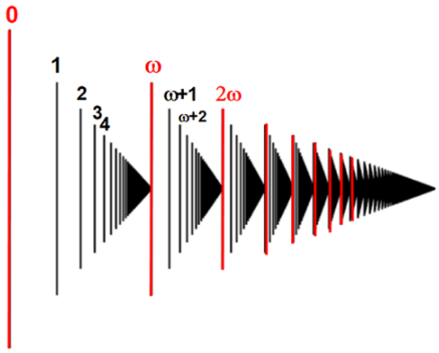
En effet, elle est **non définie** pour une infinité de **nombres**, et voici sa version **complexe** représentée en module:

$$\Gamma : z \mapsto \int_0^{+\infty} t^{z-1}\, e^{-t}\, \mathrm{d}t$$



S'il n'y avait pas de nombres autour de la représentation et si l'on ne précisait pas qu'il s'agissait d'une fonction mathématique, il faut reconnaître qu'on penserait qu'on a dessiné une partie du dos d'un certain **dragon** ou d'un **monstre du Loch Ness**, avec ses **épines** longues et de plus en plus pointues en allant vers l'arrière. A moins que ce ne soit une certaine **créature des enfers**. C'est ainsi que les **dysfonctions** décrivent en réalité le **fonctionnement** (ou plutôt le **dysfonctionnement**) des **mondes négatifs**, des **démons** et autres **entités négatives**, qui **faussent** les **nombres** et les **ensembles**, induisent des **impossibilités**, causent des **discontinuités**, des **cassures**, des **ruptures**, etc.., ainsi que des parties **abruptes**, **saillantes**, **tranchantes**, **pointues**, **accidentées**, etc., bref tout ce qu'on associe habituellement aux objets **dangereux**. Mais c'est ce qu'on a souvent l'habitude de regrouper sous l'appellation générale de **singularités** en mathématiques et en sciences, notamment en physique. Et plus particulièrement, on emploie ce terme de **singularités** quand la **division par 0** est directement ou indirectement impliquée au niveau de ces **points** de **non définition**, de **discontinuité**, de **rupture**, de **non dérivabilité** (phénomène de **pointes** ou d'**absence** de **lissage**), etc.. Tout cela est très étroitement associé à la **négation**.

Dans le même ordre d'idées, nous avons vu au début une **dysfonction** fondamentale, celle de la conception actuelle des **ordinaux**, notamment la notion d'**ordinal limite**, les **ordinaux infinis**, comme par exemple **ω** le premier d'entre eux, qui n'ont pas de **prédécesseurs**, ce qui est une **anomalie**: **0, 1, 2, 3, ..., ω, ω+1, ω+2, ω+3, ... , 2ω, 2ω+1, 2ω+2, 2ω+3, |...**.



Pour cela, l'**ordre** des **ordinaux** dans la conception actuelle **n'est pas symétrique**, on a l'**ordre** dans un sens **mais pas** dans le sens inverse.

Mais la **symétrie** est une notion **fondamentale** dans l'**Univers TOTAL**, et elle va de paire avec l'**équivalence**. Il y a un problème si l'on a une **fonction**, comme la **fonction gamma**, qui fait partie des **fonctions** omniprésentes dans les lois de l'**univers** qui est le nôtre (donc qui se veut « fondamentale »), mais qui de toute évidence est aux antipodes de la **symétrie**, donc l'**équivalence**. D'autant plus donc si elle présente des **singularités** à gogo de la **fonction**, qui sont autant de **points** où quelque part l'**infini ω** est **nié**, ou (ce que revient au même) la **division par 0** y apparaît comme **impossible**.

Cette **fonction gamma** usurpe la place d'une ou de plusieurs **fonctions naturelles**, de vraies **fonctions**, **définies** ou **définissables** partout, **continues** ou **continuables** partout, **dérivables** partout ou qui peuvent être rendues ainsi. De même, l'actuelle **fonction logarithme**, basée sur une théorie de l'intégration lacunaire, s'est très subtilement greffée sur la vraie **fonction logarithme**, qui est simplement l'une des deux **opérations inverses** de l'**exponentiation** « **^** » (on en reparlera).

La **factorielle** d'un **nombre entier n**, que nous notons **faw(n)** et qu'on note habituellement aussi **n!**, est par définition **1** si **n** est **0**, c'est-à-dire: **faw(0) = 0! = 1**, et pour **n** supérieur à **1** est le **produit** de tous les **entiers** de **1** à **n**, c'est-à-dire: **faw(n) = n! = 1×2×3×...×n**. Par exemple: **faw(5) = 5! = 1×2×3×4×5 = 120**. C'est donc cette **fonction faw** qu'il s'agit de généraliser à tous les **nombres réels** et **omégaréels x**. Il y a une infinité de **fonctions** qu'on peut définir et qui prolongent de manière **simple** et **naturelle** la **factorielle**, qui ont bien plus de sens, et qui ne sont pas du tout obligées d'être cette **fonction** déchiquetée nommée la **fonction gamma**, ce « **dos de dragon** » qui fait partie des **fonctions** dites « **spéciales** », qui s'imposent partout à la place des **vraies fonctions**, parce que les **entités de négation** dans les coulisses de notre **univers** ou de notre **monde** les ont paramétrées pour jouer ces rôles.

Pour généraliser la **fonction factorielle**, commençons par constater sa **propriété fondamentale**, sa **propriété de récurrence**, qui est celle-ci: **faw(n+1) = (n+1) × faw(n)**, c'est-à-dire: **(n+1)! = (n+1)× n!**. L'idée est là, toute **fonction f** définie pour tous les **réels x positifs**, c'est-à-dire **anitifs**, qui vérifie la **propriété fondamentale** suivante: **f(x+1) = (x+1) × f(x)**, fait partie de la famille générale des **factorielles**. Il suffit alors d'exiger dans sa définitions quelques autre conditions particulières, pour cette **fonction f** coïncident parfaitement avec la **factorielle** quand le **réel x** est un **entier**. Et c'est précisément cette **propriété fondamentale** de la **factorielle**: **f(x+1) = (x+1) × f(x)**, qui va nous servir de méthode de construction de la **fonction f**. Et ensuite, il faudra **prolonger f** pour les **réels négatifs**, c'est-à-dire **antitifs**, par une **symétrie modulaire**, **radiaire** ou autre.

Et c'est ici justement une des différences fondamentales entre la notion de **nombre antitif** et l'actuelle notion de **nombre négatif**. Les **nombres négatifs** incarnent souvent une **brisure** de **symétrie**, et on ne voit justement magnifiquement ou plutôt horriblement avec cette **fonction gamma**. Autant la **partie positive** est un seul morceau, autant c'est le **chaos** dans la **négative**. Même remarque pour l'actuelle **fonction logarithme**. C'est une **courbe réelle**, **continue** dans la **partie positive**, et dans cette partie la fonction donne des résultats réels. Mais avec la **partie négative**, la **symétrie** est **brisée**. Mais les **nombres antitifs** s'inscrivent quant à eux justement dans une logique de **symétrie**, une logique **modulaire**. Une fois qu'on a défini une **notion fondamentale** pour les **modules** ou **valeurs absolues**, on les a définies pour toutes les **orientations**. C'est ce que nous allons appliquer ici tout simplement.

La propriété: **f(x+1) = (x+1) × f(x)**, signifie que si l'on connaît la **fonction f** sur un **intervalle** de **longueur 1**, alors on la déduit sur l'**intervalle** de **longueur 1** suivant. Si par exemple on connaît **f(x)** sur l'**intervalle [0, 1]**, alors on calcule **f(x)** sur l'**intervalle [1, 2]**, par cette formule. On aura donc: **f(0+1) = (0+1) × f(0)**, d'où: **f(1) = f(0)**, ce qui signifie qu'une **fonction factorielle** exige que **f(1)** et **f(0)** aient la même valeur. C'est le cas de la **fonction factorielle** : **1! = 0! = 1**. Si donc **f** veut parfaitement coïncider avec la **factorielle**, elle doit vérifier la condition: **f(1) = f(0) = 1**.

Puis on a par exemple: **f(0.5 +1) = (0.5 +1) × f(0.5) = 1.5 × f(0.5)**, qui veut dire que si l'on connaît **f(0.5)**, alors on peut calculer **f(1.5)**, en **multipliant f(0.5)** par **1.5**. C'est ainsi pour tout élément **x** de l'**intervalle [1, 2]**, on calcule sa valeur en le **multipliant** par la valeur de l'élément correspondant dans l'**intervalle** d'avant, **[0, 1]**, donc en faisant: **x × f(x-1)**. Et on aura à la fin: **f(2) = 2 × f(1)**, qui est la première valeur de l'**intervalle[2, 3]** . On aura donc calculé tous les valeurs de **f** dans l'**intervalle [1, 2]**, qui serviront à calculer ses valeurs dans l'**intervalle[2, 3]**, et ainsi de suite.

Pour définir donc une **fonction factorielle f** qui généralise la **factorielle** des **entiers**, il suffit d'abord de donner à **f** une définition sur l'**intervalle [0, 1]**, telle que: **f(1) = f(0) = 1**, par exemple la définition: **f(x) = Γ(x + 1)**, c'est-à-dire la portion de la **fonction gamma** sur l'**intervalle [1, 2]**, prise comme **fonction** sur l'**intervalle [0, 1]**. En effet, on a: **Γ(1) = Γ(2) = 1**, donc reportée sur l'**intervalle [0, 1]**, on aura: **f(0) = Γ(0 + 1) = Γ(1) = 1**, et: **f(1) = Γ(1 + 1) = Γ(2) = 1**. C'est la partie la plus intéressante de la **fonction gamma**, là où réside la clef de sa nature d'extension de la **factorielle**. La **fonction f** ainsi défini peut être notée **Γ_0** ou **gamma fondamentale**. Contrairement à la **fonction gamma** traditionnelle, elle est définie pour **0**, on a: **Γ_0(0) = 0! = 1**, et elle épouse parfaitement la **fonction gamma** traditionnelle à partir de **1**, c'est-à-dire: **Γ_0(x) = Γ(x+1)**, pour tout **x ≥ 0**. Ou plu exactement, **Γ** épouse **Γ_0**, à partir de l'**abscisse 1**, mais devient autre chose avant, elle devient une **fonction** du « **dragon** », c'est-à-dire une **fonction** de **négation**, avec laquelle une **symétrie fondamentale** a été **brisée**, **symétrie** que nous essayons de retrouver, de **restaurer**, et ce en cherchant à à comprendre la **logique fondamentale** de cette **fonction** et de toutes les **fonctions factorielles** en général.

DÉFINITION

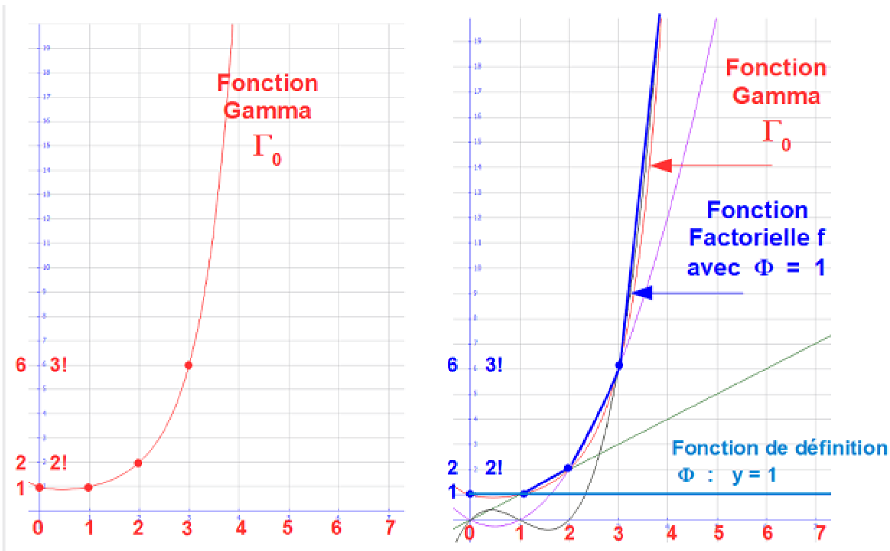
Suivant le modèle de la **fonction Γ_0** que nous venons d'indiquer, pour la théorie générale de ces **fonctions factorielles**, on pourra appeler **Φ** la **fonction** que l'on définit sur l'**intervalle [0, 1]**, et qui à elle seule détermine la **fonction factorielle f** et les propriétés qu'elle va avoir. C'est donc la **fonction de définition**, à laquelle on exige d'être définie, **continue** et **dérivable** sur l'**intervalle [0, 1]**, et de vérifier cette condition: **Φ(0) = Φ(1) = 1**, appelée la **propriété initiale** de la **factorielle de référence**, qui vérifie donc: **0! = 1! = 1**. En parlant d'abord du **demi-axe positif (anitif)**, sur l'**intervalle [0, 1]**, on a donc: **f(x) = Φ(x)**. Et pour tous les autres **intervalles** de ce **demi-axe**, la factorielle se construit avec la **propriété caractéristique** des **factorielles**: **f(x+1) = (x+1) × f(x)**, ou, ce revient au même: **f(x) = x × f(x – 1)**, qui est une **propriété de récurrence** ou d'**hérédité**. Et enfin, pour les **réels x négatifs (antitifs)**, la manière la plus **fondamentale** de définir leur **factorielle** est de poser simplement: **f(x) = f(-x)**. On définit ainsi une **factorielle modulaire**, ce qui veut dire que pour tout **nombre orienté z** (ce qui, on le rappelle, veut dire un **nombre complexe z** dans le cas où on travaille en **dimension 2**), on a: **f(z) = f(|z|)**, autrement dit sa **factorielle** est simplement celle de son **réali** ou **rayon** ou **valeur absolue**. Tous les **nombres** ayant donc le même **réali** ont la même **factorielle**.

Nous adopterons la même **symétrie modulaire** pour les **logarithmes** des **nombres orientés** (c'est-à-dire les nombres complexes généralisées), et plus généralement pour les **fonctions** les plus **fondamentales**. Cela ne veut pas du tout dire que les **fonctions symétriques** ou « **non** » **symétriques** ou **moins symétriques** n'ont pas d'intérêt, mais simplement qu'on adopte un paradigme qui part de la **symétrie** et de l'**équivalence**, et restreint ensuite progressivement la **symétrie** ou l'**équivalence**, pour donner naissance à des **variantes** à une grande **diversité** de l'**objet symétrique** ou **équivalencielle fondamental**. C'est bien dans cette logique par exemple qu'on part d'une notion d'**addition** et de **multiplication commutatives**, **associatives**, etc., qui sont ni plus ni moins que des formes de **symétrie**, pour définir ensuite éventuellement des **opérations non commutatives**, **non associatives**, etc.. Mais on sait alors qu'à la base les **opérations mères** sont des **opérations symétriques**, donc que finalement, tout est fondamentalement **symétrique**.

Une **fonction factorielle f**, du fait de cette **condition initiale**: **Φ(0) = Φ(1) = 1**, et surtout de la **propriété caractéristique**: **f(x+1) = (x+1) × f(x)**, vérifie bien la **factorielle** des **entiers**, elle coïncide avec celle-ci pour les **entiers**. En effet, on a: **f(1) = f(0) = 1**. Et: **f(2) = 2× f(2 – 1) = 2× f(1) = 2×1 = 2! = 2**. Et: **f(3) = 3× f(3 – 1) = 3× f(2) = 3×2×1 = 3! = 6**. Et ainsi de suite. Pour tout **entier n**, on a donc: **f(n) = n! = n×...×3×2×1 = n!**. En particulier donc, la **fonction Γ_0** vérifie cette propriété d'être une **extension** de la **factorielle**: **Γ_0(n) = n!**. Mais quant à la **fonction gamma** traditionnelle, il y a un décalage de **1**, c'est-à-dire: **Γ(n+1) = n!**.

Toute fonction factorielle f, du fait qu'elle vérifie: $f(1) = f(0)$ (cette égalité simplement, pas forcément le fait que la valeur commune est 1), est continue, sur tous les réels positifs, si elle l'est sur l'intervalle [0, 1]. La condition: $f(1) = f(0)$, assure la continuité en tous les points d'abscisse entière. Il reste juste un dernier détail à affiner, pour que f soit une fonction partout dérivable, si elle l'est sur l'intervalle [0, 1]. Elle l'est à l'intérieur de chaque intervalle]n, n+1[, où n est un entier. C'est au niveau de ces entiers que la dérivabilité n'est pas forcément assurée. On dira donc que f est un prolongement parfait de la factorielle, si sa fonction de définition Φ sur l'intervalle [0, 1] a pour conséquence aussi sa dérivabilité pour tous les réalis (les nombres positifs), et plus encore si f est indéfiniment dérivable pour tous les réalis.

On constate que quelle que soit la fonction de définition Φ, du moment où elle vérifie: $\Phi(0) = \Phi(1) = 1$, et est continue et dérivable sur l'intervalle [0, 1], quand l'abscisse x devient assez grand, l'allure de la fonction factorielle f qu'elle définit tend très rapidement vers celle que la fonction Γ_0. La condition initiale et la propriété de récurrence des fonctions factorielles tendent en quelque sorte à les homogénéiser au fur et à mesure que x croît, à gommer donc leurs spécificités. Ce phénomène s'explique assez facilement, par le fait que ces fonctions factorielles prennent les mêmes valeurs factorielles: $f(n) = n!$, pour tous les nombres entiers n, et que la factorielle n! croît très rapidement, et enfin que quand n est assez grand, l'allure de toute fonction factorielle entre l'abscisse n et l'abscisse n+1, d'ordonnées respectives n! et (n+1)!, est pratiquement rectiligne, du fait même de cette croissance rapide de la factorielle.



Ci-dessus la fonction Γ_0 à gauche et à droite une fonction factorielle f, définie sur l'intervalle [0, 1] avec comme fonction de définition Φ la fonction constante ou droite horizontale d'équation: y = 1. Autrement dit simplement la fonction constante: $\Phi(x) = 1$, pour tout x. Donc elle vérifie la propriété initiale des fonctions factorielles: $\Phi(0) = \Phi(1) = 1$. Ensuite, en vertu de la propriété de récurrence: $f(x+1) = (x+1) \times f(x)$, ou: $f(x) = x \times f(x-1)$, sur l'intervalle [1, 2] donc, la fonction f sera définie par: $f(x) = x \times f(x-1) = x \times \Phi(x) = x \times 1 = x$, donc par la droite d'équation: $y = x$. A l'abscisse $x = 2$ (la limite supérieure de l'intervalle [1, 2]), on a donc: $y = 2$, qui est 2!. Et ensuite, sur l'intervalle [2, 3], la fonction f sera définie par: $f(x) = x \times f(x-1) = x \times (x-1) = x^2 - x$, qui est donc une portion de la parabole d'équation: $y = x^2 - x$. A l'abscisse $x = 3$ (la limite supérieure de l'intervalle [2, 3]), on a donc: $y = 3^2 - 3 = 6$, qui est 3!. Et ensuite, sur l'intervalle [3, 4], la fonction f sera définie par: $f(x) = x \times f(x-1) = x \times ((x-1)^2 - (x-1)) = x^3 - 3x^2 + 2x$, une fonction polynôme de degré 3. A l'abscisse $x = 4$ (la limite supérieure de l'intervalle [3, 4]), on a donc: $y = 4^3 - 3\times4^2 + 2\times4 = 24$, qui est 4!.

Comme on le voit sur le graphique, la fonction Γ_0 et la portion de cette nouvelle courbe sur l'intervalle [3, 4], montent toutes les deux à une allure quasi verticale déjà, et vont donc se rencontrer au point d'abscisse 4 et d'ordonnée 24, à savoir 4!. Elles montent donc de 6, où elles se croisent, pour aller se croiser de nouveau à 24, sans zigzaguer entre temps, en raison de la nature de la factorielle de croître vite, suivant une pente rapide ou raide ou quasi rectiligne. Par conséquent, la différence de courbure des deux fonctions, qui pouvait être significative aux petites abscisses x, ne se perçoit plus. Ainsi donc, seulement à l'abscisse 3 ou 4, on distingue à peine fonction Γ_0 et la fonction factorielle f.

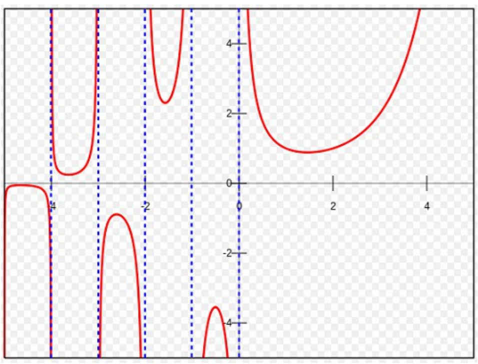
Puis sur l'**intervalle [4, 5]**, les deux **fonctions**, Γ_0 et **f**, qui se sont croisées à **4!**, vont monter un pente encore raide pour se croiser de nouveau à la prochaine **factorielle entière**, qui est: **5! = 120**. Pour cela, en vertu toujours de la même **formule d'hérédité**: $f(x) = x \times f(x-1)$, on va cette fois-ci **multiplier x** par le **polynôme**: $x^3 - 3x^2 + 2x$, mais appliqué à **(x-1)** selon la formule, c'est-à-dire; $x \times ((x-1)^3 - 3(x-1)^2 + 2(x-1))$. On ne détaillera pas le calcul, mais le résultat sera que la **fonction polynôme** précédente: $y = x^3 - 3x^2 + 2x$, de **degré 3**, passera le relais à une nouvelle **fonction polynôme**, de **degré 4**, donc de croissance encore plus rapide, qui croise le **polynôme** précédent ainsi que Γ_0 à **4!**, et qui va **monter en flèche**, suivant une **différence de courbure** avec Γ_0 à peine perceptible, pour aller rencontrer de nouveau Γ_0 à: **5! = 120**. Et pour l'**intervalle** suivant, **[5, 6]**, rendez-vous est pris donc pour se rencontrer à: **6! = 720**. Cette fois-ci, c'est une autre **fusée polynomiale** de **degré 5** qui remplacera le **polynôme** de l'**intervalle** précédent, afin d'assurer ce rendez-vous avec la **courbe** de Γ_0. Puis rebelote, avec une nouvelle **fonction polynôme** de **degré 6**, sur l'**intervalle [6, 7]** donc, où la rencontre se fera encore plus haut, à: **7! = 5040**. Puis à: **8! = 282240**. Puis à: **9! = 362880**. Puis à: **10! = 362880**, et ainsi de suite. Et là, Γ_0 et **f** sont pratiquement **confondues**, et on est seulement à l'**abscisse 10**. Que dire alors à l'**abscisse 100**, **1000**, **1000000**? Et que dire à une **abscisse** comme le **nombre de Graham G**?

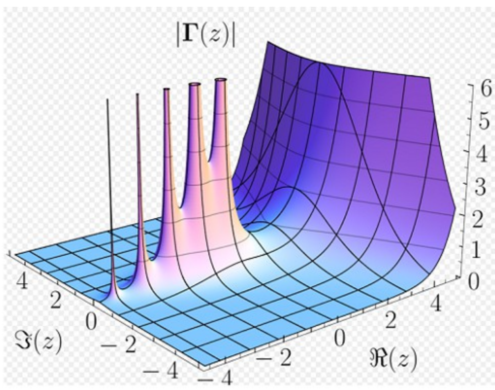
Ceci nous permet donc de dire que:

THÉORÈME
Pour les **réalis** suffisamment grands, les **fonctions factorielles** ne se distinguent plus. À l'**infini**, donc, il n'existe qu'une seule **fonction factorielle** Γ_0 qui vérifie: $\Gamma_0(1) = \Gamma_0(0) = 1$, et: $\Gamma_0(x+1) = (x+1) \times \Gamma_0(x)$, ou ce qui revient au même: $\Gamma_0(x) = x \times \Gamma_0(x-1)$. Et on appelle l'**horizon factoriel** le **nombre infini** γ (lettre **gamma** minuscule), défini tel que: $\Gamma_0(\gamma) = \gamma\,! = \omega$.

Ce **nombre infini** γ n'est pas à confondre avec un **nombre réel** classique noté γ aussi, et appelé la **constante d'Euler-Mascheroni**. Cet **horizon factoriel infini** γ tel que: $\gamma\,! = \omega$, clôture donc le processus de **récurrence**. Car, contrairement à la manière classique de pratiquer la **récurrence** et de concevoir les **ordinaux** et les **cardinaux**, dans la nouvelle vision, on clôture toujours toute **récurrence** à un **horizon infini** donné, sinon le processus est **inachevé**, et l'objet que l'on croit avoir défini par cette **récurrence** est en réalité **non défini** ou **pseudo-défini**! Et c'est justement cela l'une des causes clef des **dysfonctions**.

En effet, comme nous le disons et ne le dirons jamais trop, la **récurrence** est un processus d'**automatisation**, c'est comme un **programme informatique** qui tourne **automatiquement**. Tout **bon programme** a ses **conditions** d'**initialisation**, ses **conditions** de **démarrage**, qui est la **phase alpha**, et doit avoir de la même façon ses **conditions** d'**arrêt** ou de **fin**, ses **conditions** de **clôture**, qui est la **phase oméga**. Ce sont ces **conditions de fin** qui indiquent que l'**objectif** poursuivi est atteint, que l'**objet** que l'on construit est **achevé**, que l'**objet** que l'on **définit** est **correctement défini**, etc.. Et la condition de clôture a toujours un rapport avec l'**infini absolu** ω. C'est lui qui d'une manière ou d'une autre **clôture** tout processus **infini**, et donc lui assure une vraie définition, une vraie **existence**. Et que dire alors si c'est sa propre existence qui est **niée**! Si l'**être** qui est la **clef** même du **fonctionnement** est **nié**, alors on ne s'étonne pas que tout **dysfonctionne**. Les **épines** sur le dos de l'actuelle **fonction gamma** du **dragon**, dans la partie antitive (qui pour le coup devient la partie **négative**), sont là voir comme le symbole même du **dysfonctionnement**!





Nous avons fait comprendre la **logique** de la **fonction gamma**, qui comme la **fonction logarithme** et d'autres est définie donc actuellement une **intégrale**:

$$\Gamma : z \mapsto \int_0^{+\infty} t^{z-1}\, e^{-t}\, \mathrm{d}t$$

Mais la la **fonction gamma**, comme toutes les **fonctions factorielles,** se résume à sa **fonction de définition Φ** sur l'**intervalle [0, 1]**, de laquelle dépend **Γ_0**, c'est-à-dire la **fonction gamma** sur la **demi-droite réelle positive**, et très précisément sur l'**intervalle [0, γ]**, où γ est donc l'**horizon factoriel**, le **nombre infini** tel que: **γ ! = ω**. C'est l'occasion une fis encore de souligner que l'**infini** vague noté «∞ », si omniprésent dans les formules importantes de l'analyse et des mathématiques en général, veut tout dire et rien dire à la fois. Il est censé être un **horizon** ou une **limite** pour cette **intégrale**, et plus généralement pour toutes les **intégrales**, les **formules** ou les **calculs** où il figure. Mais justement cette **limite** est **non définie**, raison pour laquelle quand une quantité tend vers cet **infini**, cette quantité est dite **divergente**, ce qui veut dire **non définie**. Voilà pourquoi on n'aime pas les **intégrales divergentes**, les **somations divergentes**, les **produits infinis divergents**, les **suites** ou les **séries divergentes**, etc.. Or, en réalité, tout **converge**, même ce qui est **négativement** qualifié de « **divergent** ». La **divergence**, comprise comme ce qui **tend vers l'infini**, est tout simplement la **convergence** vers un certain **horizon infini**. Nous venons de définir l'**horizon infini** associé à la **fonction gamma** ou aux **fonctions factorielles**, à savoir l'**infini γ**.

 L'**intégrale** ci-dessus est sans doute utile pour calculer la valeur exacte de la **fonction gamma** pour les petites **abscisses**, et notamment pour calculer sa **fonction de définition Φ** sur l'**intervalle [0, 1]**. Mais on a montré que cette intégrale devient vite inutile pour les grandes **abscisses**, car, il suffit de partir de la **fonction polynôme** simple: **Φ(x) = 1**, définie sur l'**intervalle [0, 1]**, et alors, moyennant la **récurrence** des **fonctions fonctorielles**, des **fonctions polynômes** faciles à calculer, approchent très rapidement la **fonction gamma**, en l'occurrence **Γ_0**.

Une **fonction factorielle** peut déroger à la propriété de la **factorielle de référence**: **Φ(0) = Φ(1) = 1**, et avoir une **propriété initiale** absolument quelconque, comme par exemple: **Φ(0) = -7**, et **Φ(1) = 25/3**. Cela lui conférera des propriétés originales. Mais la **propriété de récurrence**: **f(x+1) = (x+1) × f(x)**, ou: **f(x) = x × f(x – 1)**, doit néanmoins être vérifiée, pour qu'on puisse parler de **fonction** appartenant à la famille de **fonctions factorielles**. Car cette **propriété de récurrence** est la propriété de **factorielle généralisée** à tout **nombre réel** ou **complexes**, et plus généralement encore à ce que nous appelons les **nombres orientés**.

La **symétrie modulaire**, la **symétrie** des **nombres orientés** donc, est la **symétrie fondamentale** des **nombres**. On peut maintenant restreindre plus moins partiellement cette **symétrie**, pour avoir donc des **symétries partielles**, qui ont elles aussi leur intérêt. Nous détaillons maintenant un peu plus la manière de prolonger la définition la **fonction factorielle** faite pour le **demi-axe anitif** (**positif**), au **demi-axe antitif** (« **négatif** »). D'autres options que la **symétrie modulaire** ou **anti-modulaire** sont possibles, mais ce sont justement elles qui révèlent comment les **nombres antitifs**, mal utilisés, peuvent se muer en **nombres négatifs**, qui incarnent la **brisure** de la **symétrie modulaire**.

Par exemple, la définition de **f** sur le **demi-axe antitif** peut se décider ainsi: **f(x) = x × f(x + 1)**, pour tout **x < 0**. Et alors il se passe des phénomènes très éclairants sur la logique des **fonctions factorielles**. Avec toujours la **fonction de définition**: **Φ(x) = 1**, on a les **factorielles** aux **abscisses entières négatives**, mais des **factorielles alternées**, c'est-à-dire: **-1, +2, -6, +24, -120, +720**, etc.. Et pour cette raison aussi, la fonction f n'est plus **continue** ou **dérivable** aux **abscisses entières négatives**. Mais à la différence avec la **fonction gamma** actuelle, avec des **épines** de **dragon** sur le dos, la **fonction f est partout définie** sur le **demi-axe antitif** ! En effet, comme sur le **demi-axe anitif** (**positif**), la **récurrence** de la **factorielle** est toujours respectée, la **factorielle** sur tout **intervalle** est calculée à partir de celle de l'**intervalle** précédent, avec la formule: **f(x) = x × f(x + 1)**, pour tout **x < 0**. Et dans cette optique aussi, on peut prendre une variante de la   **fonction de définition**: **Φ(x) = 1**, qui cette fois-ci est définie sur l'**intervalle**: **]-1, +1]**. L'**intervalle** est ouvert à une extrémité à cause de **discontinuité** qui se produit aux **abscisses entières négatives**.

Cependant, cette **discontinuité** et cette **non dérivabilité** qui se produit aux **abscisses entières négatives**, ainsi que la **rupture** de la **symétrie** entre le **demi-axe anitif** et le **demi-axe antitif** n'est qu'apparente. Il ne s'agit que d'une **rupture partielle** de la **symétrie**, qui est porteuse d'un très précieux enseignement, à savoir que les **nombres** réclament une **symétrie modulaire**! Il suffit en effet de considérer sur le **demi-axe antitif** non plus **f(x)** mais son **réali |f(x)|**, pour retrouver la continuité, pour peu que la **fonction de définition Φ** et la relation de **récurrence** présentent une **symétrie modulaire**.

Par exemple, si l'on définit sur l'**intervalle]-1, +1]**, ou même **[-1, +1]**, et si la **récurrence** est définie ainsi par exemple: pour tout **réel positif x**, **f(-x – 1) = -(x + 1) × f(-x)**. On voit que cette formule est le **symétrique modulaire** de: **f(x+1) = (x+1) × f(x)**, car **x** et **-x** ont le même **réali**, ainsi que: **-x – 1** ou: **-(x + 1)**, et **x + 1**. Si **-x** se trouve dans l'**intervalle [-1, 0]**, alors: **-x – 1** ou: **-(x + 1)** se trouve dans l'**intervalle [-2, -1]**, dont les factorielles sont définies à partir de celles de **[-1, 0]**, exactement comme celles de **[1, 2]** le sont à partir de celles de **[0, 1]**. La **fonction f** est ainsi définie d'**intervalle** en **intervalle**, en allant vers « **moins l'infini** », comme elle l'est d'**intervalle** en **intervalle**, en allant vers « **plus l'infini** ». Sur le **demi-axe antitif**, on ouvre les **intervalles** à une extrémité, par exemple l'**intervalle]-1, +1]**, juste à cause de l'**alternance** des **nombres antitifs** (les **nombres « négatifs »**), qui se traduit par la « **rupture** » apparente de la **continuité** aux **abscisses entières négatives**.

Abordons maintenant l'une des **dysfonctions** de grande importance, à savoir la **fonction zêta** de Riemann:

$$\zeta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s} = 1 + \frac{1}{2^s} + \frac{1}{3^s} + \frac{1}{4^s} + \cdots.$$

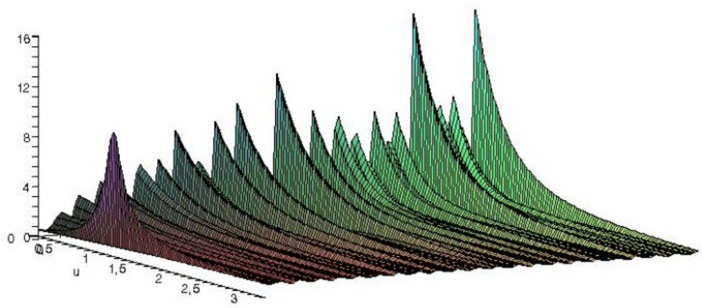
ou

ζ(s) = $1^{-s} + 2^{-s} + 3^{-s} + 4^{-s} + 5^{-s}$ + … , où **s** est un **nombre complexe**

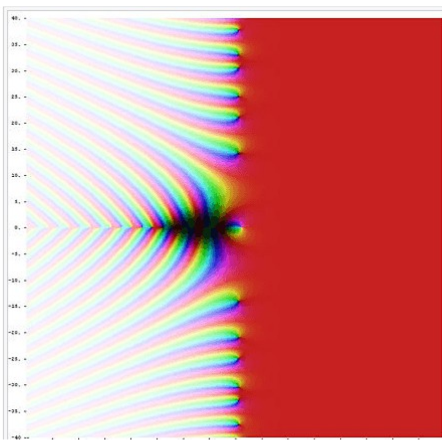
On note par sa forme qu'elle est l'une des généralisations de la sommation :

ζ(-1) = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + … = -1/12.

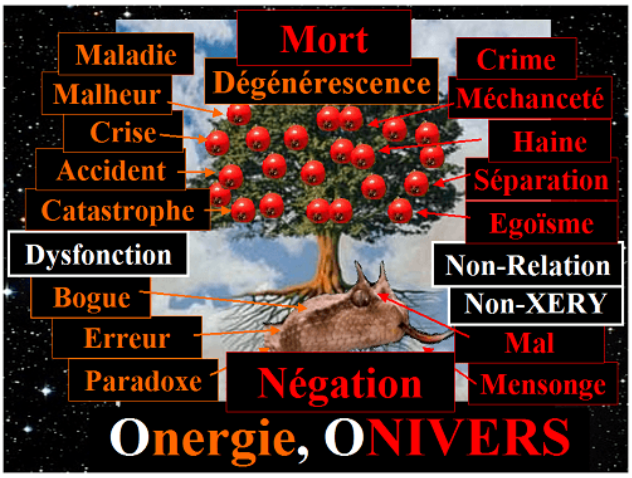
qui est donc un des cas particuliers de la **fonction zêta**, quand la **variable s** est **-1**. Nous n'évoquons pas la **fonction zêta** pour reprocher quoi que ce soit à Riemann, bien au contraire. Comme beaucoup, il a simplement découvert l'une des **dysfonctions** les plus **épineuses** de tous les temps, et au sens propre du terme!



Un **paysage infernal**, avec des **pics très pointus** qui montent à l'infini. Et une autre visualisation révèle comme la signature de l'**entité** qui fait tant **dysfonctionner** cette **fonction**:



Le phénomène qu'illustre cet exemple de la **fonction zêta** ou de la **fonction gamma** est général. On a des **fonctions complexes** (c'est-à-dire de **variables complexes** et à **valeur complexe**) mais qui sont en réalité des **dysfonctions**. Représentées avec les outils modernes (les ordinateurs permettent maintenant en effet de visualiser des fonctions autrefois difficiles à visualiser, qu'on ne pouvait que « percevoir » dans l'abstrait), les codes de couleurs convenablement choisis, ces fonctions délivrent des messages et montrent leurs vrais visages (à savoir qu'elles sont des **dysfonctions**), que malheureusement la « beauté » des objets représentés empêche de voir pour ce qu'ils sont.



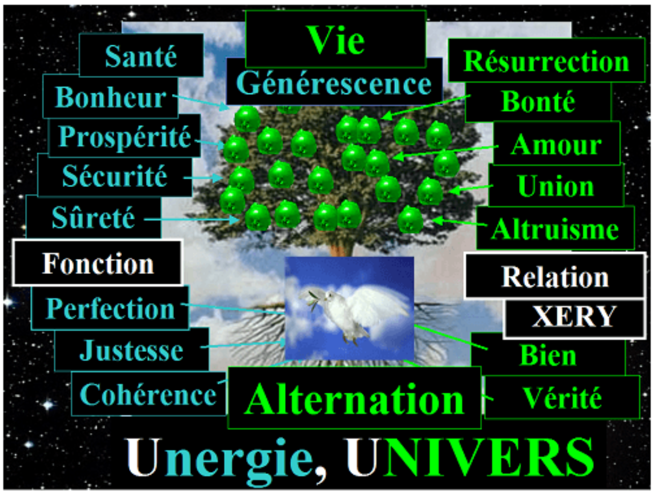
*Le terme « **onergie** » signifie « **énergie onitive** » ou « **énergie négative** ».*
*L'**onergie** est l'**énergie** de l'**onivers**, ou **univers de négation** ou **univers négatif**.*
Une idée fondamentale dans tout ce livre est que
***toute chose** dans l'**Univers** est un **nombre**, un **objet numérique**, une **information**.*
*Au sens absolu du terme donc, nous appelons une **énergie** tout simplement une **information**,*
*et une **information** est un **nombre**, un **objet numérique**.*
*Une **onergie** est donc un **nombre négatif**, au sens où nous définissons maintenant ce terme,*
*à savoir une **négation** ou une **annulation** d'un **nombre positif**, **unitif**,*
*une **information** ou **énergie positive** donc, que nous appelons une **unergie**.*
*L'**unergie niée** donne naissance à l'**onergie** correspondante, l'**énergie négative**.*
*L'**onergie** est la définition de la notion de **chose négative**, c'est-à-dire **mauvaise**.*

Ces **dysfonctions**, avec leurs **points** ou **zones** de **non définition**, leurs **points** de **discontinuité**, de **rupture**, de **déchirure**, etc., avec leurs **singularités**, décrivent en réalité des **entités**, qui sont les **agents** du **dysfonctionnement** ou **bugs** ou **anomalies**, les **agents** des **accidents**. Ce sont leurs propriétés que les **dysfonctions** décrivent tout simplement. Tels sont ces **agents** dans l'univers physique, le monde réel, la société, etc., tels ils sont dans les nombres, et vice-versa. Et rien d'étonnant à cela puisque nous disons que tout dans l'**Univers** est **nombre**, tout fondamentalement **numérique**. Les **agents** de **dysfonctionnement** ou **bugs** ou **anomalies** dans les **nombres** (dans l'**Univers numérique**), et ceux dans le **monde réel** (dans l'**Univers** tout simplement), ne font qu'un. Dans un tout autre domaine, on les nomme des « **démons** », des « **vampires énergétiques** », des « **entités ou parasites de l'astral** », des « **formes pensées négatives** », des « **égrégores** », etc..

Mais quand on les étudie à l'aveugle et dans la pure abstraction mathématique, ces **entités négatives** ou **entités de négation** (**négation** dont nous découvrons la définition scientifique exacte maintenant) sont donc décrites par des **dysfonctions**, que l'on voit donc comme des « fonctions normales ». Avec cette logique, les « **fonctions** » décrivant le **virus** du **sida**, le **virus Ebola**, les **agents** de la **peste** ou du **choléra**, ou le comportement des **cellules cancéreuses**, etc., paraîtront tout aussi « normales ». Et les représentations 2D ou 3D de ces **agents** du **dysfonctionnement** les feront paraître tout aussi « beaux » ou « jolis ». Mais quant nous, nous montrons scientifiquement leur vraie **nature**, celle que les **sciences de négation** (leurs **sciences** justement, qui **dysfonctionnent**, c'est-à-dire **ne sont pas ce qu'elles devraient être**) ne permettent pas de mettre en évidence.

Comme pour la **sommation**: $\zeta(-1) = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \ldots = -1/12$, ce n'est pas la **fonction zêta** en elle-même qui est le problème. C'est-à-dire la **fonction**: $\zeta(s) = 1^{-s} + 2^{-s} + 3^{-s} + 4^{-s} + 5^{-s} + \ldots$, dont une des valeurs (pour $s = -1$) est cette **sommation**. Pas plus que la **fonction inverse** n'est un problème, ou la **fonction logarithme**, ou la **fonction exponentielle**, ou la **fonction factorielle**, etc.. De même que la **sommation**, quand elle est faite normalement jusqu'à l'**infini absolu ω** (ou jusqu'à n'importe quel **nombre infini w**), donne un résultat tout à fait normal, à savoir: **ω(ω+1)/2** (ou **w(w+1)/2** si on **somme** jusqu'à tout autre **infini w**), de même aussi la **fonction zêta** donne donne des **résultats normaux** si elle est calculée jusqu'à l'**infini absolu ω** (ou jusqu'à n'importe quel **nombre infini w**).

Le problème est la logique **dysfonctionnelle** qui est derrière ces fonctions, comme derrière toutes les **dysfonctions**. Et logique **dysfonctionnelle** qui elle-même indique que NOTRE **univers** est **dysfonctionnel**, ou en tout cas NOTRE **monde** est **dysfonctionnel**, il **n'est pas ce qu'il devrait être**. Des **esprits** ou **entités de négation** sont dans ses **fondements**, ses **fondations**, ses **racines**, ses **paradigmes**, où ils **faussent** tout, ils **faussent** la **logique**, la **pensée**, les **nombres**, les **sciences**. Ils sont cachés **derrière les rideaux**, ou sont devant les rideaux mais ont des **visages masqués**, ils créent une **fausse réalité**, rendent **impossibles** les **choses qui devraient l'être**, et **possibles** les **choses qui ne devraient pas l'être**. Ils ont connaissance des **secrets** de l'**Univers**, connaissent la vraie **Science**, la vraie **Réalité**:



*L'**unergie** est donc l'**énergie unitive**, **positive**, le **nombre positif**, l'**information positive**.*
*C'est la **nature** et le **fonctionnement normal** des **choses**,*
*et la **logique** associée est l'**alternation** ou l'**affirmation**, le contraire de la **négation**.*
*La notion d'**égalité** associée est l'**équivalence**, l'**égalité universelle**, appelle le **XERY** ou « **X = Y** ».*
*. Cela veut dire que chaque **chose X** à son **identité propre**,*
*qui est sa **définition**, sa **spécificité**, ce qui la **caractérise**, qui la **distingue** des autres à une certaine **striction**.*
*De ce point de vue, on a donc: « **X ==X** », ou: « **X ===X** »*
*(si par exemple la **distinction** se fait à la **striction 3**).*
*Mais deux **choses X** et **Y** sont toujours **équivalentes** à une certaine **striction**,*
*et par défaut la **striction 1**, donc: « **X = Y** ».*

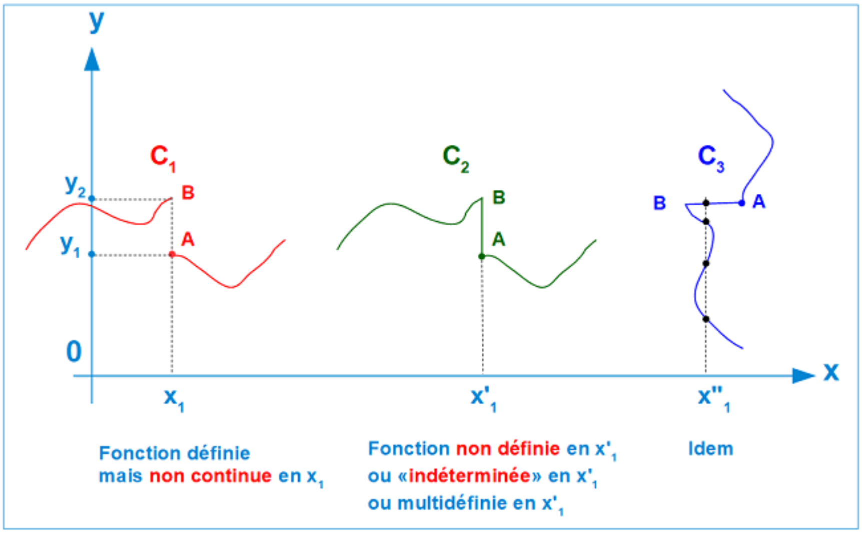
Mais les **esprits de négation** rendent cette **Réalité inaccessible**, ils l'**occultent**, ils **empêchent** les autres ou les non initiés à leur **occultisme** de la connaître la **vérité**. Ils **bidouillent** en secret les **paramètres** de NOTRE **monde** ou même de NOTRE **univers**, les **bidonnent**, les règlent sur des valeurs **abracadabrantes**, qui paraissent **logiques**, **normales**, mais **ne le sont pas**.

La **fonction zêta** est très liée aux **nombres premiers**, dans sa **nature normale** et son **fonctionnement normal**, elle n'est pas compliquée, elle n'a aucune **singularité**, comme d'ailleurs toutes les **fonctions normales**. Mais dans sa **nature anormale**, son actuelle **nature** de **dysfonction** donc, sa **nature** paramétrée par les **esprits de négation** derrière les rideaux (pour les nommer juste ainsi...), elle est chargée de tous les **mystères**, elle est l'objet de tous les **casse-têtes**.

Nous découvrons l'**élément commun** de toutes les **dysfonctions**, l'**élément fondamental** que les **esprits de négation cachent** ou **faussent** à chaque fois, directement ou indirectement. C'est simplement l'**infini absolu ω**, oui l'**Oméga**, le **dernier nombre entier naturel**, le **nombre** à l'**horizon** du **modèle PE1**. Dans les calculs, on use à chaque fois de l'**infini non numérique** « ∞», l'**infini non défini**. Autrement dit il manque le **dernier élément ω**, le **vrai**, pas ce **pseudo-infini** « ∞», l'**ordinal limite ω** ou tout autre. Tant qu'un **vrai infini** fait défaut, on ne sait pas vraiment jusqu'à quel **nombre** précis on fait tous ces calculs où ce **pseudo-infini** « ∞» a un rôle si crucial.

Mais maintenant nous lui donnons une définition précise, qui est, comme on l'a dit, l'**infini litézo**: $\infty = \omega_{\omega 0}$, c'est-à-dire l'**infini** ω_n (la valeur de la **suite** ou **fonction** ω pour l'**indice n**) avec $n = \omega_0$, et où ω_0 ou simplement ω est l'**infini** courant ou l'**infini** de référence, ce qui veut dire simplement un **nombre entier naturel** suffisamment grand pour commencer à être **énitif**, c'est-à-dire à vérifier: $\omega_0 = \omega_0 + 1$. Le symbole ∞ représente alors un **nombre** bien défini, dont les propriétés (**énitivité**, **auto-additivité**, **auto-multiplicativité**, **auto-exponentiativité**, etc.) ont été établies dans la partie A.

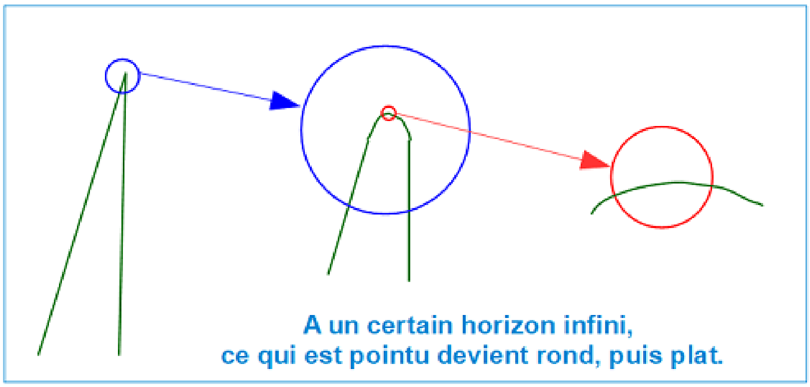
Dans la nouvelle vision, toute **fonction f**... est une **fonction**, et non plus une **dysfonction**. Cela veut dire d'abord qu'elle est **définie** ou toujours **définissable** pour tout **nombre réel** et au-delà pour tout **nombre omégaréel** (notion qui généralise celle de nombre réel, qu'on verra plus en détail dans la partie B). Elle toujours **continue** ou peut être rendue **continue**, en complétant les zones de **discontinuité**. Nous avons indiqué plus haut un moyen de le faire, pour les **fonctions réelles** représentées dans un **plan complexe**. Dans ce cadre, les **points** de **discontinuité** (ou plus grave, de **non définition**) sont tout simplement des points où une **abscisse** à plusieurs **images potentielles** disposées verticalement, éventuellement une **infinité** d'**images** qui forment un **segment**. Une simple **rotation** de la **courbe** d'un **angle droit** transforme le **segment** de « **non continuité** » en un **segment horizontal continu**.



Cela signifie qu'en fait il n'y a aucune **zone** de **discontinuité**, ce qu'il faut considérer, c'est la **courbe** telle qu'on peut la voir sous tous les angles en la faisant tourner, et non de savoir si elle a une partie horizontale ou verticale. On voit aussi que ce qui est une zone de **discontinuité** vue sous un angle, est une zone de **non-définition** vue sous un autre angle, ces deux notions sont en fait la même. Ainsi, le **segment AB** dans le cas de la courbe (C_1), vu sous cet angle, dit que la courbe est **discontinue** en l'**abscisse** x_1. Mais ce même **segment non complété**, vu sous l'angle indiqué par la courbe (C_3), devient une zone de **non-définition** de la courbe. Et du coup aussi, des **abscisses** où la **fonction** étaient définie dans la configuration (C_1), car les **abscisses** étaient **distinctes** mais avaient la même **ordonnée**, deviennent, dans la configuration (C_3), des **ordonnées distinctes** ayant la même abscisse x''_1. Pour cette raison, la **fonction** devient **non définie** en x''_1, **indéterminée**, ou à la rigueur multi-définie, ce qui n'est pas la conception classique d'une **fonction**. La **non-définition** et la **non-continuité** ne sont donc que deux manières différentes de parler de la même chose. Et comme il existe toujours un angle sous lequel la **fonction** est **définie** (ou **définissable**), elle est donc toujours **continue** aussi (ou **continuable**).

On peut avoir des raisons de ne **définir** une **fonction f** que pour **certains nombres**, par exemple parce que ce sont ceux qui nous intéressent particulièrement dans un contexte donné. Mais cela ne doit en rien signifier qu'il est **impossible** de **définir f** pour les autres **nombres**, si besoin. Comme par exemple la courbe (C_1) qui n'est pas définie pour toutes les abscisses, mais qu'on peut si nécessaire prolonger.

Et maintenant, pour la **non-dérivabilité**, elle se ramène toujours quelque par à une question de **non-définition** ou de **non-continuité** d'une certaine **fonction**, notamment la **fonction dérivée**. Un objet qui, vu sous un certain **angle**, ou à une certaine **échelle**, ou à un certain **horizon**, ou dans un certain **espace**, etc., apparaît comme **non-dérivable**, est **dérivable** vu sous un autre **angle**, à une autre **échelle**, à un autre **horizon**, dans un autre **espace**, etc..



D'autant plus avec maintenant la présence de l'**infini absolu ω**, de toute l'infinité des **nombres omégaréels infinis** et **infinitésimaux**. Pour raisonner avec l'**infini relatif w**, entre les **nombres réels** d'un **degré** donné de **w**, il y a la même **infinité w** des **nombres** de **degré** inférieur. Par exemple, on a les **nombres** de **degré 0** de **w**, à savoir $w^0 = 1$, donc les **nombres**: **1, 2, 3, 4, 5, ….** Et entre les **nombres réels** d'un **degré 0** de **w**, il y a la même **infinité w** des **nombres intermédiaires** de **degré -1** de **w**, à savoir $w^{-1} = \theta$, donc par exemple entre **1** et **2** il y a: $1, 1+\theta, 1+2\theta, 1+3\theta, 1+4\theta$, etc., jusqu'à **2**, après donc **w itérations** de **θ additionnées** à **1**. Et entre **1** et $1+\theta$, on **itère** les θ^2, qui sont les **nombres** de **degré -2** de **w**, à savoir $w^{-2} = \theta^2$. On a donc: $1, 1+\theta^2, 1+2\theta^2, 1+3\theta^2, 1+4\theta^2$, etc., jusqu'à $1+\theta$, et ainsi de suite. Cela revient dans l'image ci-dessus à faire un « **zoom** » **infini** sur la **pointe**, et de « **zoom** » **infini** en « **zoom** » **infini**, le **modèle PE1** ou l'**Effet Infini** ou l'**Effet Horizon** dit qu'il arrivera forcément un **horizon infini** où ce qui est **TOUJOURS** une **pointe** (c'est-à-dire un **point** de **non-dérivabilité**) cessera de l'être, commencera à **s'arrondir** (donc à être un **point** de **dérivabilité**), et même à devenir **plat**. Cela revient à dire que les **nombres infinitésimaux** qu'on **ajoute** sont pratiquement des **0 absolus**, ils sont si **fins** que ce qui à une **échelle** nous paraissait être une « **pointe** » devient en comparaison une **courbe arrondie** et même une **ligne plane**.

Autrement dit encore, à l'exemple de la vérité qui dit que la phrase « **Deux droites parallèles ne se rejoignent JAMAIS** » revient à dire que: «**Les deux droites parallèles se rejoignent à l'infini** », la phrase: « **La résolution ou la finesse révèle TOUJOURS une pointe** », et la phrase: « **La résolution ou la finesse cesse de révéler une pointe à l'infini** », sont deux manières différentes de dire la même chose. Il existe donc un **horizon infini** (au plus tard l'**infini absolu ω**) où la **pointe** ne l'est plus, la **non-dérivabilité** apparente quand la résolution n'est pas assez grande, se **révèle** être une **dérivabilité**. Avec donc la nouvelle vision ou le **modèle PE1**, les **fonctions** sont donc maintenant **normales**, elles sont toujours **définies**, **continues**, **dérivables**. Cette **vérité** n'est prise en défaut (c'est-à-dire n'arrive elle-même à son **horizon**) que dans l'**onivers**, l'**univers de négation**. Et à l'inverse aussi, il arrive un **horizon** dans l'**onivers**, où ce qui n'était pas la **vérité** jusqu'ici le devient, le **changement de paradigme** se produit. Et c'est justement ce qui est en train de produire. Et parlons maintenant plus en détails des **horizons**.

d) L'horizon oméga, les horizons logarithmiques et les horizons en général

Comme on l'a évoqué dans :**Expressions opérationnelles et notion canonique du fini et de l'infini**, le **logarithme** est par définition la **réciproque** de l'**exponentielle**, c'est-à-dire l'**opération** d'**exponentiation**. La définition, on le rappelle, est **opérationnelle**, **formelle**, **absolue**. Elle ne dépend nullement de l'**ensemble** dans lequel on choisit de définir l'**exponentielle** et le **logarithme**, mais elle est commune à tout **opérateur générique H**, qui dans la l'absolu est **formellement** une **addition**, qui induit automatiquement des **hyperopérateurs** et leurs **réciproques**. On rappelle donc :

DÉFINITION *D-RACLOG: Racine a-ième et Logarithme de base a*

→ $x \wedge a = x^a = y \Leftrightarrow x = y$ rac $a = y^{1/a}$.

→ $a \wedge x = a^x = y \Leftrightarrow x = y$ log $a = \log_a(y)$.

REMARQUE *R-ESE: Équivalence et Solutions des Équations*

R-ESE 1) Et en général l'**opération réciproque** d'un **opérateur binaire H** n'est pas **commutative**, si l'**égalité** est l'**identité**, bien entendu, mais avec l'**équivalence** toute **opération** est **commutative**. Et, aussi, dans la nouvelle vision, **H** comme H^* sont toujours définis, et les **équations**: **x H b = c**, et: **a H x = c**, ont toujours au moins une

solution, pour tous **opérandes a**, **b** et **c**. Toute **équation** a maintenant toujours au moins une **solution**. Si nous ne connaissons pas de **solution définie** pour l'**équation**, c'est que l'**équation** est elle-même tout simplement une **définition**, elle nous invite à définir au moins une solution la **vérifiant**. Par exemple, on pourrait dire que l'**équation**: $2^x = 0$ n'a pas de **solution**, car cette solution serait: $\log_2(0)$, c'est-à-dire le **logarithme de base 2** (ou **logarithme binaire**) de **0**. Mais on a décrété que **0** ne doit pas avoir de **logarithme**,

R-ESE 2) Avec l'**équivalence** ou la notion de **multinombre**, nous n'avons plus à craindre qu'un même calcul donne **plusieurs résultats différents**, ces résultats forment un **multinombre**, ou simplement une **classe d'équivalence**. Mais cette **équation** nous invite simplement à définir un **nombre** la vérifiant, et ce **nombre** est $-\Lambda_b$, où Λ_b est l'**horizon logarithmique** de **2**, c'est-à-dire le nombre tel que: $2^{\Lambda b} = \omega$, donc: $2^{-\Lambda b} = 0$.

R-ESE 3) La nouvelle vision des choses obéit avant tout à la **symétrie modulaire**. Cela veut dire que les notions sont d'abord définies pour les **réalis** (les **nombres omégaréels positifs**), et seulement ensuite elles sont généralisées à toute les **orientations** de ces **réalis**. De plus certaines notions présentent des **symétries** plus spécifiques, par exemple ce que nous appelons la **versi-symétrie** (ou la **versymétrie**), c'est-à-dire la **symétrie** par rapport à **1**. Dans ce cas, il suffit de définir la notion pour les **nombres omégaréels** $x \geq 1$, et ensuite par **symétrie** pour les **nombres omégaréels** $0 \leq x \leq 1$, ou inversement.

DÉFINITIONS *D-LN: Logarithme naturel*

D-LN 1) Pour tout **réali x**, et pour tout **ordinal n**, par définition le **logarithme naturel** de **x** est la **limite** du produit: $n(x^{1/n} - 1)$ quand **n** tend vers l'**infini**. En notation classique, on écrirait: $\ln(x) = \lim_{n \to \infty} [n(x^{1/n} - 1)]$.

Mais dans notre conception, dire qu'une **quantité x** tend vers « $+\infty$ » c'est dire qu'elle prend pour valeur des **infinis** particuliers, et à défaut l'**infini absolu** ω. Alors la définition précédente s'écrit plus précisément:

D-LN 2) Pour tout **réali x**, par définition: $\ln(x) = w(x^{1/w} - 1) = w(x^\theta - 1) = (x^\theta - 1)/\theta$, où **w** est l'**infini relatif** **w** tel que : $w^w = \omega$, et où θ est son **inverse**: $\theta = 1/w$. Et plus généralement, la formule est vraie pour n'importe quel **infini w**.

D-LN 3) Pour tout **réali x**, par définition: $\ln(1) = 0$, et, pour tout **réali x différent** de **1**, on a: $\ln(x) = \Delta(x^{1/\Delta} - 1) = \Delta(x^\delta - 1) = (x^\delta - 1)/\delta$, et où (on le rappelle) Δ est l'**infini différenciateur** tel que: $\Delta^2 = \omega$, et où δ est son **inverse**: $\delta = 1/\Delta$, qui vérifie: $\delta^2 = 0$. Cette définition est la meilleure.

Comme on l'a vu, toutes ces définitions sont **formelles**, **opérationnelles**, donc **absolues**.

DÉFINITIONS *D-EXLOG: Exponentielle et Logarithme*

D-EXLOG 1) Voilà donc la définition **opérationnelle** du **logarithme**, qui est la définition la plus fondamentale, la définition absolue, la vraie définition, autrement dit le **logarithme** est simplement l'une des deux **opérations** qui sont **inverses** de la **puissance** (ou **exponentiation**). Et vue sous cet angle, aucune base particulière n'est privilégiée. Et alors parmi les **nombres entiers naturels**, c'est la **base 2** qui s'impose comme première **base non triviale** (les **bases triviales** de l'**exponentiation** étant le **0** et **1** au début, et l'**infini** ω à la fin). Les deux **opérations** d'**exponentiation** avec **2** sont alors : x^2, l'**opération carrée**, dont l'**inverse** est la **racine carrée**, et: 2^x, l'**exponentielle binaire** ou de **base 2**, dont l'**inverse** est le **logarithme binaire** ou de **base 2**, qui est la **fonction** $\log_2(x)$, notée plus simplement $\mathrm{lb}(x)$.

D-EXLOG 2) Pour ce qui est du **nombre 1**, il est donc une **base triviale**, les deux **opérations** d'**exponentiation** avec **1** étant: x^1 ou simplement **x**, qui est son propre **inverse**, et: 1^x, dont le résultat est toujours **1**, donc: $1^x = 1$. Il y a qu'à l'**horizon infini** ω que ceci change, et alors la **base triviale 1** se mue en la **base** 1^ω, qui est très précisément la définition du fameux **nombre e**, la **base** du **logarithme népérien**, dit **naturel**. On a donc: $1^\omega = e$, qui veut dire donc que le **nombre e** est un nouveau **nombre 1**, mais à l'**horizon infini absolu** ω.

Vu ainsi, **e** est une **base naturelle** du **logarithme**, ou si l'on préfère une **base** du **logarithme naturel**. Mais comme il a « refusé » de valoir simplement **2**, pour l'atteindre, il faut dépasser l'**infini absolu** de **2**, qui est par définition le **nombre** noté: $\omega(2) = \omega \ln(2)$, qui est **inférieur** à ω car $\ln(2) = 0,693147180559945...$, et on a: $1^{\omega(2)} = 1^{\omega \ln(2)} = e^{\ln(2)} = 2$. Et l'**infini absolu** de **e** est donc par définition: $\omega(e) = \omega \ln(e) = \omega \times 1 = \omega$, et on a: $1^{\omega(e)} = 1^\omega = e$. Autrement dit, c'est **e** qui, pour une raison **mystérieuse**, a « imposé » son **infini absolu**, qui est un **horizon** plus lointain d'un **facteur** de: $1/\ln(2) = 1 / 0,693147180559945... = 1,442695...$, soit **44.27%** plus loin, celui qui est devenu la **référence**, l'**inverse de 0** et aussi dont l'**inverse** est ce que nous appelons le **0 absolu**, l'infini que nous appelons ω. Mais, **infini** pour **infini**, celui de **2** ou $\omega(2)$ ou ω_b ou ω', aurait pu être aussi l'**horizon absolu** ou l'**infini absolu**. Et le **0** associé est celui que nous aurions appelé le **0 absolu**. C'est alors **2** qui aurait été la **base naturelle** du **logarithme** ou la **base** du **logarithme naturel**, et tout cela nous aurait paru tout aussi normal! Pourquoi donc c'est c'est **e** qui est devenu le nouveau **1** à l'**horizon infini**, alors que pour parvenir jusqu'à lui on passe d'abord par le **nombre entier naturel 2**, qui correspond lui aussi à un **horizon infini**? D'où sort vraiment ce **e** qui s'impose partout, qui a fixé ainsi sa valeur, alors que rien ne l'obligeait ou ne privilégiait **e** plutôt que **2** ou **3** ou autre? Telle est la très subtile question.

Traditionnellement donc, on définit les **logarithmes** en prenant pour **référence** le **logarithme népérien**, de **base e**, dit le **logarithme** « **naturel** ». Et lui-même est défini comme l'**intégrale** de la **fonction inverse** (on y reviendra avec la question de l'**horizon logarithmique**).

Comme nous avons découvert que l'**inverse de 0** existe bel et bien, et c'est l'**infini** ω, nous allons de la même façon découvrir que le **logarithme de 0** existe lui aussi, et par la même occasion le **logarithme népérien** de l'**infini** ω, qui est noté Λ (prononcer « lambda »).

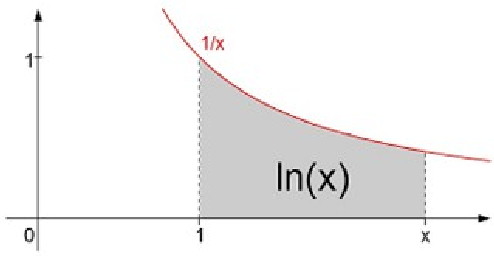
Nous avons découvert plus haut l'**égalité**: $1^{1...} = 1^{\omega} = e$, que l'on exprime actuellement sous la forme d''une expression de **limite**, qui est: $\lim[(1 + 1/n)^n]_{n \to +\infty} = e$, ce qui veut dire que la **limite** de $(1 + 1/n)^n$ quand **n** tend vers l'**infini** est **e**. On note au passage que le **fonction inverse** intervient aussi dans cette **limite**, sous la forme de l'expression **1/n**. Elle a un lien avec la question de la **division par 0**, d'une manière que nous allons comprendre maintenant. Quel que soit l'angle où nous abordons ou aborderons les choses, nous retrouvons constamment la **solution**: $0 \times \omega = 1$, avec ses **corollaires**: $\omega = 1/0$, $0 = 1/\omega$, ainsi que les formes équivalentes de la **solution**, comme par exemple l'**oméganité**: $\omega = \omega+1$. C'est simplement cette même **solution** que nous retrouvons ici sous la forme de cette **égalité** pleine de sens elle aussi: $1^{1...} = 1^{\omega} = e$. C'est tout simplement la forme **exponentielle** ou **multiplicative** de l'**égalité**: $0... = 0 \times \omega = 1$, qui est sa forme **logarithmique** ou **additive**. Il suffit en effet de prendre le **logarithme népérien** de la première pour avoir la seconde: $\ln(1^{1...} = 1^{\omega} = e) \Leftrightarrow \ln(1^{1..}) = \ln(1^{\omega}) = \ln(e) \Leftrightarrow (1...) \times \ln(1) = \omega \times \ln(1) = \ln(e) \Leftrightarrow (1...) \times 0 = \omega \times 0 = 1$. A l'inverse donc, l'**exponentielle** de la seconde **égalité** donne la première. Ainsi donc, les deux **égalités**: $1^{1...} = 1^{\omega} = e$ et: $0... = 0 \times \omega = 1$, ne sont que deux manières différentes de dire la même chose. La **fonction inverse** étant **réparée**, un aspect **fondamental** de la **fonction logarithme** est **réparé** aussi du même coup, à savoir que le **logarithme** de **0** va exister maintenant, et la **base e** du **logarithme** « **naturel** » est définie avec précision avec l'**infini** ω, qui est l'**inverse de 0**, rétabli de droit dans les **nombres**. On a donc: $1^{\omega} = e$, qui est donc la manière **multiplicative** de dire: $0 \times \omega = 1$, c'est-à-dire d'affirmer que ω est l'**inverse de 0** et vice-versa.

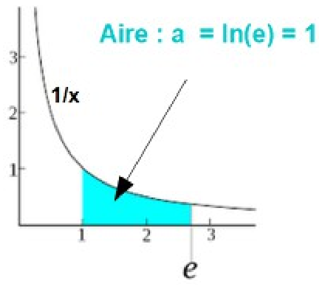
Cependant, comme on vient de le voir, il y a encore des interrogations au sujet de ce **nombre e**, qui est donc dépendant du **nombre** pris comme **infini absolu**, lui-même déterminant le **nombre** qui sera le **zéro absolu**. Tout est donc lié. Il suffit donc simplement de régler le **paramètre** ω sur autre valeur pour changer en conséquence le **0** et aussi le **nombre e**, qui pouvait tout à fait être **2**, ou **3** ou **7** ou **360**, etc., ou simplement une variable pouvant prendre toutes les valeurs que l'on veut, et alors on serait dans un tout autre **univers**! Oui, on serait dans l'**Univers TOTAL**, c'est-à-dire connecté à l'Alpha et l'Oméga, au lieu d'être limité à un **univers** comme celui-ci, avec ses paramètres étranges, sa somme : **1 + 2 + 3 + 4 + 5...** , qui donne le résultat bizarre **-1/12**, etc. Même si le nombre **2,718281828459045...** comme **base** de **logarithme** n'est pas aussi aberrant, pourquoi donc spécialement cette **base**? Là est la question, qui demande qu'on s'y arrête un peu. Et cette question se pose à peu près de la même manière pour le fameux nombre π = **3,14159265358979...**, qui est d'ailleurs très lié à **e**., dans la très célèbre formule due au grand mathématicien du XVIIIème siècle, Leonhard Euler:

$$e^{i\pi} + 1 = 0$$

Cette formule ou sa forme plus générale: $e^{ix} = \cos(x) + i \sin(x)$, est considérée comme l'une des plus belles de toutes les mathématiques. Effectivement c'est une magnifique formule, d'une puissance et d'une portée extraordinaire. C'est une clef qui ouvre beaucoup de portes, et aussi un point de rencontre des grands domaines des mathématiques. Et pour cette même raison aussi, derrière cette élégance peut se cacher des **anomalies** fondamentales insoupçonnables, hypnotisé que l'on est par cette formule et d'autres du même genre. Cette formule semble être un robinet d'où ne coulent que des réponses, alors qu'en fait elle est un robinet d'où coulent de grandes questions fondamentales.

Ce fameux **nombre e**, la **base** du **logarithme népérien ln**, mérite donc qu'on l'examine de plus près.





Comme nous le démontrerons dans la partie C, le **logarithme binaire** joue un rôle plus **fondamental** que le **logarithme népérien**, car l'**exponentielle binaire** (c'est-à-dire l'**exponentielle** de **base 2** ou la **fonction**: $y = 2^x$) et donc le **logarithme** qui va avec, est une des **fonctions clefs** de la **théorie des ensembles**, qui se situe à un niveau beaucoup plus **fondamental** que le niveau **analytique**, c'est-à-dire le domaine des mathématiques appelé l'**analyse**, où l'on traite entre autres des **fonctions réelles** et **complexes**.

Le niveau des **ensembles**, c'est aussi le niveau où la notion de **nombre** se réduit à la notion la plus **fondamentale**, à savoir la notion d'**ordinal**, autrement dit, la notion de **nombre entier naturel**. Au niveau **ensembliste**, on parle de **structure des ensembles**, de la **structure** des **nombres** ou des **ordinaux** la plus **fondamentale**, la **structure fractale**. A ce niveau donc, ce sont les **nombres entiers** qui s'expriment, et la première **base exponentielle**, et donc aussi **logarithmique** non triviale, est la **base 2** et non pas **e**.

En va répondre peut-être que le **nombre e** est la **base naturelle** du **logarithme** ou du **logarithme naturel**, parce que c'est ce nombre qui vérifie les remarquables propriétés fondamentales comme:
$e^x = x^0/0! + x^1/1! + x^2/2! + x^3/3! + x^4/4! + \dots$, pour tout **nombre réel** et même **complexe x**; c'est la seule vraie raison pour laquelle sa valeur est: **2,718281828459045...**, quand la variable **x** est **1**. En effet, on a alors: $e = 1/0! + 1/1! + 1/2! + 1/3! + 1/4! + \dots = 1 + 1 + 1/2 + 1/6 + 1/24 + \dots$
Ainsi donc, apparemment, la valeur de **e** ne pouvait qu'être supérieure à **2**, et même à **2.5**, et même à **2.666...**, et même à **2.70833...**, etc.. Mais alors cela pouvait être simplement **3**. Et puis aussi, cette formule vient d'une autre formule, qui est la série de Taylor, qui est une formule de développement en une somme **infinie**, concernant une fonction quelconque et ses **dérivées** de tous les **ordres**:

$$\begin{aligned} f(x) &= f(a) + \frac{f'(a)}{1!}(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \frac{f^{(3)}(a)}{3!}(x-a)^3 + \cdots, \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n. \end{aligned}$$

Mais il n'empêche que les coefficients de la série, comme ceux de la série de Fourier, de Dirichlet, ou ceux de toute autre série, pouvaient être de telle sorte que la **somme** de la série soit **2**, **3** ou autre, quand il s'agit de calculer le **nombre** qui doit être la **base** du **logarithme naturel**, c'est-à-dire la valeur de 1^∞ . Et aussi, vu qu'on **additionne** une **infinité** de termes, et que cette formule n'indique aucun **nombre infini** précis correspondant au dernier terme de la **sommation** (ce que l'on voit d'ailleurs dans les différentes formules classiques impliquant l'**infini**), l'**infini** étant juste indiqué par le symbole vague « ∞», l'**horizon infini** où le **résultat** est atteint pouvait tout aussi bien être un **horizon** où la **valeur** de **e** est **2** au lieu de sa valeur qu'on lui connaît. L'**infini** est la clef de la question, et le propre de l'**infini** justement est qu'il donne une **infinité** de possibilités. Quand donc on se retrouve dans situation où seule une possibilité se présente ou un nombre restreint de possibilités (comme par exemple le fait que l'**univers** connu soit restreint à **3 dimensions** spatiales alors que théoriquement il y a une **infinité** de **dimensions**), alors des questions se posent sur la cause de cette restriction.

L'**orientation** signifie que les **nombres** sont vus comme les **points** d'une **hypersphère** de **dimension n donnée**. La **dimension 0** est la notion de **point**, et cela revient à dire aussi un **nombre** de **rayon** ou **réali 0**. En tant que **rayon** il est **0** mais en tant que **point**, il est une **unité**. C'est lui qui est **itéré** pour former **tous** les **nombres**.

Comme on l'a vu plus haut, un **nombre omégaréel z** est fondamentalement un **réali**, un **rayon**, une **valeur absolue**, c'est-à-dire un **nombre** fondamentalement **positif**, **unitif**, éventuellement **0** pour le **rayon 0** le **plus petit rayon**. Les **rayons** sont tous **générés** par l'**itération** de **0**. Les **rayons négatifs** sont donc ceux **inférieurs** à **0**, comme par exemple: 0^2, 0^3, 0^4, etc.. Comme déjà dit, ils sont **équivalents** à **0** mais pas **identiques**. Il faut donc les distinguer à une **striction** appropriée. Après maintenant, le reste est une question d'**orientation** du **rayon**. De manière plus générale on parle de **nombre omégaréel** quand on ne considère que les deux **orientations** fondamentales, l'**ani** et l'**anti**. Ces deux **orientations** fondamentales sont ce qu'on appelle habituellement le « **signe** » du **nombre**, « **positif** » ou « **négatif** ». Mais le mot « **négatif** » à proprement parler signifie autre chose, comme on vient encore de le redire et comme il faudra le dire encore. C'est ici un changement très important dans la vison des choses.

Comme on l'a vu aussi, chaque **rayon x** va être décliné en **ani-x** ou **+x**, et **anti-x** ou **-x**, dans le cas de la **dimension 1**, ou décliné en une **orientation** quelconque, notion d'**orientation** qui est donc la notion très générale de **signe**. Et si **x** désigne un **nombre omégaréel orienté**, alors |x| désigne le **réali** ou **rayon** ou **valeur absolue** de **x**. Les **fonctions** ou les notions les plus **fondamentales** sont **modulaires**, ce qui veut dire que leurs **valeurs** ne dépendent pas de l'**orientation** mais seulement du **réali**. En **une dimension**, sur la **droite réelle** ou **omégaréelle**, cela veut dire que la valeur de la **fonction f** est la même pour **+x** et **-x**, c'est-à-dire: **f(-x) = f(+x)**. C'est ce qu'on appelle une **fonction paire**. La **symétrie anti-modulaire** ou **anti-radiale** c'est dire qu'on a: **f(x) = -f(x)**, pour tout **nombre orienté x**. On a alors: **|f(x)| = |-f(x)|**, ce qui ramène quelque part à la **symétrie modulaire**, qui est donc le cas fondamental.

Après, on peut avoir des **symétries** plus ou moins **partielles**, **axe** par **axe**, c'est-à-dire **1-unid** par **1-unid**, la **symétrie** changeant d'un axe à un autre. C'est la **symétrie radiaire**. Et dans le cas général, la situation sur un axe donné est différente pour le **demi-axe anitif** et pour le **demi-axe antitif**. Mais pour l'instant, nous nous intéressons aux notions les plus **fondamentales**, qui sont donc **modulaires**. On rappelle qu'on ne raisonne plus dans une logique **négative**, qui est une logique de « **x** » et « **non x** », mais en terme de « **x** » et « **contraire de x** », et plus généralement de « **x** » et « **différent de x** » ou « **x** » et « **alternative de x** ». Les propriétés sont graduelles, on peut leur attribuer une **valeur de vérité** allant **graduellement** de **0** à **1**, à l'exemple de la notion de **finitude**. Elle ne s'oppose pas à la « **non finitude** » par exemple. Mais la **finitude** va de **1** ou **100%**, à **0** ou **0%**, qui est alors l'**infinitude 100%**. C'est la même chose pour la notion de **modularité**. On n'oppose pas « **modulaire** » et « **non modulaire** », mais la **modularité** peut être plus moins **partielle**, elle est donc **graduelle**. Par exemple une **fonction modulaire** sur **tous les axes sauf un** sera **plus modulaire** qu'une autre qui est **modulaire** sur **tous les axes sauf deux**, et ainsi de suite.

Un **nombre orienté** est, comme on l'a vu, la définition générale de la notion de **nombre complexe**. Les **nombres orientés** vus sur **un seul axe**, c'est donc ce qu'on appelle une **droite réelle**. Vus dans un **plan**, c'est ce qu'on appelle habituellement les **nombres complexes**. Dans la nouvelle vision des **nombres**, la distinction entre **nombre réels** et **nombres complexes** n'est donc pas aussi tranchée que dans la vision habituelle. La distinction entre **nombres** et **vecteurs** elle n'ont plus n'est pas tranchée, comme on voit les choses habituellement. Tous les **nombres** sont fondamentalement des **réalis orientés** (notions qui généralise celle de **valeurs absolues signées**), donc sont des **vecteurs**. Et les **réalis** vont de **0** à l'**infini absolu ω**.

Et on pourrait nous dire qu'il nous arrive fréquemment pourtant de parler de nombres comme: **ω+1, ω+2, ω+3, …, 2ω, 3ω, …,** ω^2, ω^3, etc., donc de dépasser **ω**. Quand nous disons ce genre de choses, cela sous-entend la logique **cyclique**, qui est une logique **additive** on le rappelle. Autrement dit, avec **ω+1**, on recommence un nouveau **cycle ω**, dans lequel **ω+1** est un nouveau **1**, **ω+2** est un nouveau **2**, etc.. Mais si nous parlons de: **ω+1, ω+2, ω+3, …, 2ω, 3ω, …,** ω^2, ω^3, etc., avec l'idée qu'il s'agit de **nombres** supérieurs à **ω**, comme par exemple c'est sou-entendu dans: $1^0, 1^1, 1^2, 1^3, 1^4, \ldots, 1^\omega, 1^{\omega+1}, 1^{\omega+2}, 1^{\omega+3}, \ldots, 1^{2\omega}, \ldots, 1^{3\omega}$, alors c'est la logique **fractale** qui est sou-entendue. Puisque nous distinguons alors **ω** et **ω+1**, cela signifie que nous ne sommes plus dans la **striction 1** ou l'**équivalence**, où on dit: **ω = ω+1**, mais dans la **striction 2**, ou même **3**, l'**identité** donc, avec laquelle on ne dit plus: **ω == ω+1**, ou: **ω === ω+1**. Et alors aussi cela équivaut à dire que l'**infini ω** dont on parle n'est plus absolu mais **relatif**, c'est-à-dire un **infini intermédiaire**, comme par exemple le nombre **omégaréel infini** que nous notons plus souvent **w**, et **θ** le **0 relatif** associé. Dans ce cas alors, par **infini** on n'entend pas un **nombre omégaréel x** vérifiant l'**oméganité**: **x = x+1** (ou en tout cas pas l'**identité**: **x == x+1**, ou: **x === x+1**), mais un **nombre x** supérieur à tous les **nombres finis** classiques: **0, 1, 2, 3, 4, 5, …**, tous les éléments de l'habituel ensemble **N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, …}**. C'est le cas du **nombre omégaréel infini w**, qui ne vérifie pas l'**égalité** courante: **w = w+1**, qui est donc une **identité** de **striction** d'au moins **2**, « == » ou « === », mais que nous avons par simplification convenu de noter « = ». Et si dans le cas de **w** nous décidons de dire: **w = w+1**, on comprend alors qu'il s'agit d'une **équivalence**, pour dire que les **polynômes** « **w** » et « **w+1** » de même degré **1** (c'est-à-dire: « w^1 » et « w^1+1 ») sont **équivalents**, en raison de la très grande **infinitude** du **nombre w**.

Ainsi donc, pour revenir à notre sujet des **logarithmes**, le **système** de **numération unaire**, le **système** de **base 1**, existe. Il est le plus **fondamental**, le plus **basique**, pour ainsi dire, et donc aussi la **base logarithmique** la plus **fondamentale**, la **base 0** signifiant qu'il n'y a pas de **chiffre** de **numération**, que l'ensemble des **chiffres** est **vide**. On travaille alors avec l'**ensemble vide**, on **itère** indéfiniment seulement l'**ensemble vide**, qui est précisément la définition de l'**ordinal** appelé **0**, ce qui revient à dire qu'on **itère 0**. L'**ensemble vide**, qui ne contient aucun **chiffre**, est lui-même déjà le **premier chiffre**, celui du **système unaire**. On est donc dans une logique du « **0 = 1** », qui dit que le **0**, c'est déjà le **premier** ou le **1**. Comme on le comprendra mieux plus loin, **0** est lui aussi une **base logarithmique**, dont l'**horizon** est **-1**, ce qui veut dire: $0^{-1} = \omega$. Et là, cela veut dire que le **0** est quelque part aussi l'**infini**. Parler de la **base 0**, c'est parler de la **base ω**, et vice-versa. Les deux sont **multiplicativement symétriques** par rapport à la **base 1**. C'est la **Trinité fondamentale**: **0**, **1** et **ω**, **trois nombres différents**, mais **un seul nombre**. Et après **0** et **1**, on s'attend logiquement à **2** comme le plus simple **nombre naturel**, et évidemment pas à **2,718281828459045...**. D'autant plus si l'on sait maintenant que, à cause de: $1^{\omega} = e$, le **réglage** du **paramètre e** dépend uniquement du **paramètre ω**, lequel détermine le **paramètre 0**. Et quant au **paramètre 1**, il est toujours donné par le **produit**: $\omega \times 0 = 1$, quel que soit le couple **ω** et **0** pris, l'un comme l'**infini absolu**, et l'autre comme le **0 absolu** correspondant. On un **infini ω'** tel que: $1^{\omega'} = 2$, et un **0'** associé tel que: $\omega' \times 0' = 1$. Formellement, il n'ay aucune différence entre: $\omega \times 0 = 1$, et donc aussi on pourrait avoir: $1^{\omega} = 2$.

Théoriquement donc, les **bases** ont un rôle **parfaitement symétrique**, **équivalent**, le choix d'une **base** donnée étant alors simplement une affaire de **convention**, exactement comme pour le choix de la **base** du **système** de **numération**. Le fait que l'**équivalence** ou la **symétrie** soit **brisée** indique une **anomalie** quelque part, un **dysfonctionnement**.

Et si l'on doit parler de la **base naturelle**, tant de **numération** que du **logarithme**, c'est finalement la **base 1**. Et après, c'est **2** qui s'impose comme la prochaine **base naturelle** de **numération**, et donc aussi de **logarithme**. Puis **3**, puis **4**, etc., puis **10**, puis **11**, puis **12**, etc.. A part la **base 1**, pour les raisons montrées, aucune base ne s'impose, ou en tout cas pas de la manière despotique comme c'est le cas de la **base e = 2,718281828459045...**. L'**infini ω** nous laisse le **choix**, et c'est précisément pour cela même que nous avons choisi le **système décimal**, et non pas le **système unaire** ou **binaire**, pour énumérer les **décimales** du **nombre e** lui-même, comme aussi celles du **nombre π = 3,14159265358979...**. La situation est comme si l'on nous disait que la base de numération naturelle est **9,718281828459045...**, ou: **10,718281828459045...**, ou: **11,14159265358979...**. On trouverait cela bizarre, incompréhensible. On se demanderait naturellement pourquoi spécialement ces nombres, et non pas simplement **9**, **10**, **11** ou **12**?

Pourquoi donc c'est forcément **ce nombre e = 2,718281828459045...**, qui doit « obligatoirement » être associé au **cercle trigonométrique**, via la formule: $e^{ix} = \cos(x) + i \sin(x)$, et non pas: $2^{ix} = \cos(x) + i \sin(x)$? Ou: $3^{ix} = \cos(x) + i \sin(x)$? Ou: $7^{ix} = \cos(x) + i \sin(x)$?

La question subtile soulevée est exactement du même genre que celle-ci: « Pourquoi la « nature » ou l'« univers » serait limitée à **3 dimensions spatiales**, alors que toutes les **dimensions** sont théoriquement possibles? Pourquoi privilégier le **nombre 3** dans ce rôle ? »

La seule réponse est de dire qu'en fait que **3** n'est pas privilégié, qu'il existe des univers de toutes les dimensions, de toutes les caractéristiques possibles et imaginables, mais que nous sommes simplement dans l'un d'entre eux, qui a **3 dimensions spatiales**. Là d'accord, cela nous ramènerait au paradigme de l'**Univers TOTAL**, l'**Ensemble de toutes les choses**, l'**ensemble** dans lequel **toutes les choses existent**, ainsi que les **contraires** de **toutes les choses**. **Toutes** les **combinaisons existent**, **toutes** les **configurations**, **toutes** les **situations**, **tous** les **cas de figure**. Il y a alors **équivalence** et **symétrie parfaite**, vu que globalement, aucune chose n'est privilégiée au détriment d'une autre, aucun cas d'univers n'est privilégié pour devenir l'unique réalité ou l'unique nature, par exemple un univers avec **3 dimensions spatiales**, ayant une base de logarithme naturel valant **e = 2,718281828459045...**, et une constante **π = 3,14159265358979...**. Voilà où nous voulons en venir.

A toutes les questions que nous avons soulevées, la réponse que beaucoup donneraient est : « Parce que c'est ainsi, point final ». Mais c'est ainsi que beaucoup de choses qui ont pourtant l'air « normales » ont été imposées alors qu'elles étaient **anormales**, **dysfonctionnelles**, comme par exemple la dite « **impossibilité** » de **diviser par 0**, ou la prétendue **non existence** du **logarithme de 0**, pour ne parler que des questions d'ordre scientifique. Car n'en parlons pas si on aborde tous les questions de ce monde. Il faut savoir remettre en question même les choses apparemment les plus évidentes, car elles peuvent cacher de très perfides **mensonges**.

DÉFINITIONS

i) Soit un **nombre omégaréel a positif** ou **nul**, c'est-à-dire un **rayon** ou **réali**. Par définition, l'**horizon logarithmique** de **a** donnée est le **nombre omégaréel** Λ_a tel que: $a^{\Lambda a} = \omega$, et donc tel que: $a^{-\Lambda a} = 0$. Cette définition est donnée en ayant à l'esprit d'abord le cas particulier où **a** est un **nombre strictement supérieur** à **1**, comme par exemple le **nombre 2** ou **e**. Mais maintenant elle est non seulement vraie pour tout **nombre omégaréel a positif** ou **nul** (y compris **0**!), mais pour tout **nombre omégaréel a** en général, car notre vision du **logarithme** est une notion de **symétrie modulaire**, **radiale**, en tout cas pour la notion principale, à partir de laquelle toute autre notion dérivée peut être définie. Autrement dit, le **logarithme** étant **défini** pour un **rayon** ou **réali r** donné, il est le même pour tous les **nombres** ayant ce même **rayon**, que ce soit des **nombres** de **dimension 1** (**logarithme réel**), de **dimension 2** (**logarithme complexe**), de **dimension 3** (**logarithme spatiale**), de **dimension 4** (**logarithme hyperspatial**), etc..

ii) D'après la définition précédente, il est clair que pour un **rayon a**, on a: $a^{\Lambda a} = \omega$, donc: $(a^{-1})^{-\Lambda a} = \omega$, ce qui signifie que l'horizon logarithmique de a^{-1} ou **1/a** est: $-\Lambda_a$.

iii) Et aussi, on a: $a^{\Lambda a} = \omega$, et: $a^{-\Lambda a} = 0$, donc:
$\log_a(\omega) = \Lambda_a$, et aussi: $\Lambda_a = \Lambda/\ln(a)$, où Λ est l'**horizon logarithmique** de **e**, la **base** du **logarithme népérien ln**, c'est-à-dire: $\ln(\omega) = \Lambda$. Et comme: $0 = \omega^{-1} = 1/\omega$, on a: $\log_a(0) = -\Lambda_a$,

Comme exemple important de **base logarithmique** ou **exponentiel** à notre sens, il y a la **base 2**, la **base binaire**, le **logarithme binaire** de **x** ou $\log_2(x)$ étant habituellement noté **lb(x)** On a donc:
$\Lambda_b = \Lambda_2 = \mathrm{lb}(\omega) = \log_2(\omega) = \ln(\omega)/\ln(2) = \Lambda/\ln(2)$, pour le **logarithme binaire**. Et on a: $2^{\Lambda b} = \omega$, et $2^{-\Lambda b} = 0$, donc: $\mathrm{lb}(\omega) = \Lambda_b$, et: $\mathrm{lb}(0) = -\Lambda_b$. Cela revient à dire que l'**horizon logarithmique** de 2^{-1} ou **1/2** est: $-\Lambda_b$.

Et aussi, en particulier pour la **base** ω donc, on a:
$\log_\omega(\omega) = \Lambda_\omega = \Lambda/\ln(\omega) = \Lambda/\Lambda = 1$,
$\log_\omega(0) = -\Lambda_\omega = -1$, $\omega^{\Lambda\omega} = \omega^1 = \omega$, $\omega^{-\Lambda\omega} = \omega^{-1} = 0$.
Autrement dit, l'**horizon logarithmique** de l'**infini** ω est **1**, ce qui est normal, car l'**horizon logarithmique** d'une **base a** donnée est par définition le **nombre** Λ_a tel que: $a^{\Lambda a} = \omega$, et donc tel que: $a^{-\Lambda a} = 0$. On a alors: $\Lambda_a = \log_a(\omega)$. C'est donc ω l'**horizon** qui sert à définir l'**horizon logarithmique** d'une **base a** donnée, et plus généralement toute autre notion d'**horizon**. Et donc si la **base a** est ω lui-même, son **horizon** est tout trouvé, car on a: $\omega^1 = \omega$, et: $\omega^{-1} = 0$.

Et l'inverse pour la **base 0**:
$\log_0(\omega) = \Lambda_0 = \Lambda/\ln(0) = \Lambda/(-\Lambda) = -1$,
$\log_0(0) = -\Lambda_0 = -(-1) = 1$, $0^{\Lambda 0} = 0^{-1} = \omega$, $0^{-\Lambda 0} = 0^1 = 0$.

Et pour la **base 1**, on a:
$\log_1(\omega) = \Lambda_1 = \Lambda/\ln(1) = \Lambda/0 = \Lambda\,\omega$,
$\log_1(0) = -\Lambda_1 = -\Lambda\,\omega$, $1^{\Lambda\omega} = (1^\omega)^\Lambda = e^\Lambda = \omega$, $1^{-\Lambda\omega} = (1^\omega)^{-\Lambda} = e^{-\Lambda} = 0$.

Le fait que les **horizons logarithmiques** vont de **1** pour la **base** ω, jusqu'à ω pour la **base 1**, et étant entendu que toute **base** (**positive** ou **nulle**) a et son **inverse** la **base 1/a**, ont le même **horizon logarithmique**, au signe près, à savoir Λ_a et $-\Lambda_a$, tout **nombre omégaréel** (donc en particulier tout **nombre réel**) est un **horizon logarithmique**.

L'**infini** ω est donc l'**horizon** de référence (**modèle PE1**), et permet de définir les autres **horizons**.

Ainsi donc, pour une **base logarithmique a** donnée, l'**horizon logarithmique** de a est le **nombre omégaréel** Λ_a tel que: $a^{\Lambda a} = \omega$, et donc: $a^{-\Lambda a} = 0$. Et maintenant, on s'intéresse à la réciproque:

v) Pour un **horizon logarithmique** λ donné, on cherche la **base a** dont l'**horizon logarithmique** est λ. Donc on résout l'**équation d'inconnue a**, qui est: $a^\lambda = \omega$. Et la **solution** est: $a = \omega^{1/\lambda}$, c'est-à-dire par définition **la racine** $\lambda^{\text{ème}}$ de ω. Pour $\lambda = 2$, on a la **racine carrée** de ω, à savoir $\omega^{1/2}$ ou $\sqrt{\omega}$, que nous avons appelé Δ, l'**infini**

Delta. Il vérifie donc: $\Delta^2 = \omega$. Son **inverse**: $\delta = 1/\Delta = \Delta^{-1}$, est le **zéro delta**. Son **horizon logarithmique** est donc **-2**, c'est-à-dire: $\delta^2 = \Delta^{-2} = \omega^{-1} = 0$.

La présence maintenant de l'**infini ω** tel que défini par le **modèle PE1**, l'existence donc du **dernier nombre** ou **horizon ω**, et par voie de conséquence l'**horizon logarithmique** qui va de paire avec cet **horizon** là, apporte un nouvel éclairage sur la **logique** et la **structure** des **nombres**. Ainsi, l'**horizon logarithmique Λ** est le **nombre** pour lequel: $e^{\Lambda} = \omega$, c'est-à-dire le **nombre** pour lequel la **fonction exponentielle** « **naturelle** », c'est-à-dire de **base e**, atteint exactement l'**horizon infini ω**.

Les deux **nombres réels e** et **π**, non seulement sont des **constantes mathématiques** de grande importance, mais aussi des **constantes** de l'**univers**. La subtile question que nous avons soulevée est de savoir de quel **univers** on parle. De l'**Univers TOTAL infini** ou seulement de NOTRE **univers**, avec ses **3 dimensions** spatiales? Nous disons donc que ces deux **nombres** sont manifestement des paramètres de NOTRE **univers**, et même très probablement seulement de NOTRE **monde**.

En effet, pour une infinité de raisons expliquées dans le livre **L'Univers TOTAL, l'Alpha et l'Oméga** et sur lesquelles on ne reviendra pas ici, notre **univers** actuel est un **dysunivers** (dans ce livre et d'autres je parle d'**onivers**, ce qui veut dire un **univers de négation**), un **univers dysfonctionnel**, qui n'est pas **ce qu'il devrait être**. Et plus particulièrement notre **monde** est un **dysmonde**, un **monde de négation**, qui n'est pas **ce qu'il devrait être**. La preuve étant qu'on y déclare « **impossible** » la **division par 0** (l'**inversibilité de 0**), la **non existence** du **logarithme de 0**, etc.. Et il suffit de connaître comment est notre **monde** et comment il fonctionne ou plutôt comment il **dysfonctionne**, de connaître surtout sa **face cachée**, pour se convaincre de sa nature de **dysmonde**.

DÉFINITIONS *et remarques très importantes*

i) En raison de la propriété d'**oméganité** de l'**infini absolu ω**, à savoir: $\omega = \omega + 1$, c'est-à-dire sa propriété de **dernier nombre entier** ou de **dernier ordinal**, dont on a déjà commencé à parler et qu'on étudiera plus en détail plus loin, et simplement par ce que la notion générale d'**égalité** est maintenant l'**équivalence**, les notions d'**infini** et de **variable** sont synonymes, deux manières différentes de parler de la même chose. L'**infini ω** est donc un **nombre variable**, l'**oméganité** signifie qu'il est par définition le **nombre entier** qui est son propre **successeur**, et donc aussi son **prédécesseur**. Il est donc **variable** ou **dynamique** pour cette raison.

Nous retrouverons dans la Partie C: ces notions sous l'appellation de **théorème de l'horizon infini** ou **théorème de l'horizon ω**.

L'**infini absolu ω** est le **point ω** à l'**horizon absolu** sur le **modèle PE1**, l'**horizon ultime**, où ce que ne se rejoint jamais, se rejoint.

Notre compréhension du **0 absolu** (le **zéro absolu**) et du **ω absolu** (l'**infini absolu**) s'affinera à la fin de la Partie B:, et plus encore dans la Partie C:. Nous avons juste pour l'instant besoin du **0** est des **nombre entiers naturels** dans leur sens actuel, donc par exemple du **0** actuellement défini en théorie des ensembles comme étant l'**ensemble vide { }** ou ∅, le **premier ordinal**, l'**élément neutre** de l'**addition**.

On considère le classique ensemble **R** des **nombres réels**. Les **nombres omégaréels**, que nous allons bientôt construire, sont la clef de l'**algèbre équivalencielle**. Leur construction repose sur la classique notion de **fonction réelle**, terme **fonction** qui ici signifiera une **application** de **R** dans **R**. Entrons maintenant dans le vif du sujet.

Partie B:

Fonctions hypernômes ou nombres omégaréels

I. Polynômes généralisés et nombres omégaréels

1. Les applications de R dans R

a) La notion « constante-variable » et la notion « ensemble-élément »

Ce qu'on appelle actuellement l'ensemble **R** des **nombres réels**, ou la **droite réelle**, ce sont simplement les **nombres orientés** de **dimension 1**, dont les **réalis** sont les **réalis initiaux** de l'**infini absolu ω**. Autrement dit, ce sont les **nombres onigrades** de **dimension 1**, dans une **structure numérique** (en l'occurrence la classique **structure algébrique** de **corps**) dont les axiomes ont pour effet de faire de **0** (l'**élément neutre** de l'**addition**) le **plus petit** des **réalis**. Dans une telle **structure**, les **réalis**: …, $\mathbf{0^{\omega}}$, …, $\mathbf{0^4}$, $\mathbf{0^3}$, $\mathbf{0^2}$, **0**, sont tous égaux à **0** et ne distinguent donc pas de lui. Et leurs **inverses**: **ω**, $\mathbf{\omega^2}$, $\mathbf{\omega^3}$, $\mathbf{\omega^4}$, …, $\mathbf{\omega^{\omega}}$, ..., sont tout simplement inexistants (problème de la **division par 0**). On est obligé de recourir à l'analyse non standard pour introduire des quantités **infiniment grandes** et **infinitésimales**, qui équivalent à ce que nous appelons dans ce livre: **w**, $\mathbf{w^2}$, $\mathbf{w^3}$, $\mathbf{w^4}$, …, $\mathbf{w^w}$, ..., et: …, $\mathbf{\theta^w}$, …, $\mathbf{\theta^4}$, $\mathbf{\theta^3}$, $\mathbf{\theta^2}$, **θ**, et qui, en raison de la **structure fractale** des **réalis**, ne sont rien d'autre qu'une manière de parler des **réalis**: …, $\mathbf{0^{\omega}}$, …, $\mathbf{0^4}$, $\mathbf{0^3}$, $\mathbf{0^2}$, **0**, et de leurs **inverses**: **ω**, $\mathbf{\omega^2}$, $\mathbf{\omega^3}$, $\mathbf{\omega^4}$, …, $\mathbf{\omega^{\omega}}$, ...

Pour les mêmes raisons, ce qu'on appelle actuellement l'ensemble **C** des **nombres complexes**, ou le **plan complexe**, ce sont simplement les **nombres orientés** de **dimension 2**, dont les **réalis** sont les **réalis initiaux** (ou **onigrades**) de l'**infini absolu ω**. Et ainsi de suite, pour tout **espace numérique** de n'importe quelle **dimension** supérieure ou égale à **1**. Les **polynômes**, les **vecteurs**, les **tenseurs**, ou n'importe quels objets **algébriques multidimensionnels** ne sont que différentes manières de parler des **réalis orientés**, ce qui passe pour être les **scalaires** étant en fait les **réalis orientés initiaux** ou **onigrades**. L'**indéterminée X** des **polynômes**, comme par exemple dans: $\mathbf{5X^4 - 3X^2 + 2X - 7}$, n'est rien d'autre que le **réali infini ω** ou **w**. Autrement dit, on parle du **nombre**: $\mathbf{5\omega^4 - 3\omega^2 + 2\omega - 7}$, ou, ce qui revient au même: $\mathbf{5w^4 - 3w^2 + 2w - 7}$.

Dans toute cette partie, par **fonction** il faut entendre une **application** de **R** dans **R**, où **R** est le classique ensemble des **nombres réels**. Autrement dit, nous ne considérons que les fonctions partout définies sur **R**, les **fonctions** dont le domaine de définition est **R**.

Comme par exemple la fonction f définie sur **R** par l'expression: $f(x) = x^2$,
ce qu'on note habituellement: $f: x \rightarrow x^2$, qui est donc une **application** de **R** dans **R**, comme toutes les fonctions que nous considérons ici, comme objets de départ de la construction des **nombres omégaréels** que nous allons faire. Ces nombres sont tout simplement des **applications** de **R** dans **R** particulières. Nous adoptons un langage simplifié de définition d'une application, en indiquant directement l'expression de la fonction, ou les expressions qu'elle prend sur différents intervalles.

Nous dirons par exemple: la fonction f définie sur **R** par: $f(x) = x^2$, ou même simplement la fonction: $f(x) = x^2$, étant entendu que la fonction est f et qu'elle est définie sur **R**.

Il s'agit d'une fonction polynôme, de degré 2, comme aussi la fonction: $g(x) = 4x^7 - 3x^6 + 8x^3 - 2x^2 + 5x - 12$, qui est une fonction polynôme de degré 7.

Et maintenant, ce que nous appelons un **nombre omégaréel**, consiste à dire simplement que la **variable x** est elle-même un **nombre**, qui est le **nombre infini oméga** ou **ω**, qui est le nombre clef de la notion de **nombre omégaréel**. Ce **nombre ω** est une **constante**, au même titre que le nombre réel **0**, le nombre réel **4.56218** ou le nombre **-5**, mais simplement une **constante** d'un autre ordre, de **degré 1** ou de **dimension 1**, là où les constantes habituelles comme **4.56218** ou **-5**, sont, elles, de **degré** ou de **dimension 0**. Autrement dit, la **variable x**, ainsi qu'on la considère en théorie des polynômes et généralement appelée l'« **indéterminée** », a comme **degré 1**, et $\mathbf{x^2}$ a comme degré **2**, et $\mathbf{x^7}$ a comme degré **7**, et et $\mathbf{x^{-1}}$ ou **1/x** a comme **degré -1**, et $\mathbf{x^{-2}}$ ou $\mathbf{1/x^2}$ a comme **degré -2**, etc..

On voit bien qu'on raisonne et calcule avec la **variable x** exactement comme on calculerait avec les **constantes 7**, **10** ou **1000000000**, en disant par exemple $\mathbf{10^0}$ (degré 0 de 10), $\mathbf{10^1}$ ou **10** (degré 1 de 10), $\mathbf{10^2}$ (degré 2 de 10), $\mathbf{10^7}$ (degré 7 de 10), $\mathbf{10^{-2}}$ (degré -2 de 10), etc.. Sauf qu'ici la **variable x** est une **constante** de **dimension 1**, qui a pour propriété de prendre toutes les valeurs nécessaires des **constantes** de **dimension 0** : **x = 0**, **x = 1**, **x = 2**, **x = 7**, **x = -2**, **x = -15**, etc.. C'est exactement le rôle que joue **ω**, qui a pour valeur propre l'**infini** (son identité ou sa définition propre), mais qui, pour cette raison même, a pour propriété fondamentale de prendre toutes les valeurs nécessaires des **constantes** de **dimension 0** : $\omega = 0$, $\omega = 1$, $\omega = 2$, $\omega = 7$, $\omega = -2$, $\omega = -15$, etc..

Mais vu que la **variable** ω a un plein statut de **constante** (une constante de dimension 1 mais une constante comme les autres), dans son cas, les quantités comme : 2ω , 3ω , -9ω , etc. , ω^2, ω^4, ω^{-1} ou $1/\omega$, ne sont plus de simples expressions littérales, comme traditionnellement avec $2x$, $3x$, $-9x$, etc. , x^2, x^4, x^{-1} ou $1/x$, mais des constantes, des nombres d'un autre ordre, un nombre infini positif pour 2ω ou ω^4, et infini négatif pour -9ω. Autrement dit, la notion d'**infini** et la notion traditionnelle de **variable** deviennent la même notion, appelée l'**infini** quand on la voit comme une **constante** jouant son propre rôle (une constante de dimension 1), et appelée **variable** quand elle a pour rôle de prendre pour valeurs les **constantes** de **dimension 0**, ce qu'on appelle aussi traditionnellement les **scalaires** en algèbre.

Nous voulons dire que le couple de notions « **fini-infini** », et le couple de notions « **constante-variable** », sont des notions équivalentes. C'est en effet la notion de nombre réel « **fini** » qui vue sous un autre angle est appelée la notion de « **constante** », et donc c'est la notion de nombre réel « **infini** » qui vue sous cet autre autre angle est appelée la notion de « **variable** ». Charité bien ordonnée commence par soi-m^me, le couple « **identité-équivalence** », qui nous sert à parler de conception identitaire et de conception équivalencielle, est de ce type aussi. Et on aussi le couple « **statique-dynamique** », qui appartiendrait au vocabulaire de la physique, et qui est simplement une manière de dire « **constante-variable** », etc..

On a une infinité de couples de ce genre, et, à vrai dire, toutes les notions peut être définie ou conçues sous cette forme. En effet, toutes les notions peuvent être pensées en termes d'**ensemble** et d'**élément**, c'est-à-dire définies dans un **langage des ensembles**, et nous travaillons dans un langage que nous appelons le **langage universel des ensembles** ou le **langage équivalenciel des ensembles** (que nous appelons aussi le **langage théorématique des ensembles**), avec lequel la notion d'égalité est donc l'équivalence, par opposition à l'actuel **langage identitaire des ensembles** (couramment appelé le **langage axiomatique des ensembles**, comme par exemple avec la théorie axiomatique des ensembles de Zermelo Fraenkel, très souvent abrégée ZF). Nous parlerons un peu plus du **langage universel des ensembles**, dans la partie C, pour ne pas allonger la présente partie.

Le modèle le plus général des couples de notions de ce type est tout simplement le couple « **élément-ensemble** ». Comme expliqué dans la partie A, un **ensemble E** est tout simplement la **variable** qui prend pour valeurs ses **éléments** e_0, e_1, e_2, …, e_n (**n** étant un nombre fini comme infini, et justement du simple fait d'avoir utilisé une **variable n** pour représenter le **nombre** d'**éléments** dans toute sa généralité, c'est avoir utilisé un **nombre infini** dans la conception équivalencielle), **éléments** appelés alors des **constantes**, les **constantes** dont la **variable E** prend les valeurs, ce qui s'écrit avec la chaîne d'équivalences : $E = e_0 = e_1 = e_2 = \ldots = e_n$, et ce qu'on écrit parfois dans la conception identitaire: $E = e_0, e_1, e_2, \ldots, e_n$, pour dire donc qu'une variable **E** prend pour valeurs les différentes objets listés e_i séparés par des « **,** ». Cette séparation traduit le souci de séparer les différentes identités, donc de ne pas écrire une égalité entre des identités différentes, comme nous le faisons en écrivant : $E = e_0 = e_1 = e_2 = \ldots = e_n$.

Mais force est de constater que le problème de confusion des identités ne se pose que si l'on travaille avec une notion d'égalité qui se réduit à l'identité, ce qui est justement le cas dans la conception identitaire. Mais il n'y a absolument plus aucun problème si l'on travaille avec comme notion d'égalité l'équivalence, ce qui est justement le cas ici. Quand dans la conception identitaire on indique que **E** est une variable en écrivant : $E = e_0, e_1, e_2, \ldots, e_n$, signifiant par là que les sont les différentes valeurs (identités ou constantes), on dit simplement que **E** est potentiellement égal à : $e_0, e_1, e_2, \ldots, e_n$, notion intuitive d'**égalité potentielle** (c'est-à-dire d'**identité potentielle**) qui est tout simplement une autre manière de définir la notion mathématique précise de relation d'**équivalence**. On dit donc simplement: $E = e_0 = e_1 = e_2 = \ldots = e_n$.

Autrement dit, quand on écrit : $x = x_0, x_1, x_2, \ldots, x_n$, pour indiquer que la **variable x** peut prendre pour valeur les différents x_i, qui sont des constantes relativement à lui (x est une constante d'un autre ordre), ou quand on écrit : $n = 0, 1, 2, 3, \ldots, m$, pour dire que la **variable n** peut prendre les valeurs de **0** à **m** (nombre **m** qui soit dit en passant est une autre **variable**, mais d'un ordre inférieur à celui de **n**, par rapport à qui il joue un rôle de **constante** ou de **paramètre**), on dit simplement : $x = x_0 = x_1 = x_2 = \ldots = x_n$, ou : $n = 0 = 1 = 2 = 3 = \ldots = m$. Il n'y a aucun problème, aucun risque de confusion des identités (les différentes constantes dans cette écriture), quand on sait que par là on veut dire que **E**, **x** ou **n** est une **variable**, ou que le signe « = » est ici une **équivalence**. Si un risque de confusion est à craindre, on utilisera simplement « == » pour indiquer les **identités** là où il faut les préciser et le « = » pour indiquer l'égalité dans sa généralité, c'est-à-dire l'**équivalence**. Le problème (si problème il y a) ne se posera même pas dans la suite de la présente partie, où, sauf précision contraire, le signe « = » signifiera l'**identité**, l'égalité classique donc.

Dans la conception équivalencielle des choses, il est équivalent de dire que l'objet **E** est un ensemble dont les éléments sont : $\mathbf{e_0}$, $\mathbf{e_1}$, $\mathbf{e_2}$, ..., $\mathbf{e_n}$, donc que $\mathbf{E} = \{e_0, e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, et plus exactement, puisque par là on indique l'identité de **E**, on a l'identité : $\mathbf{E} == \{e_0, e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, pour dire donc qu'en tant que **constante**, son **identité** est l'**ensemble** des **identités** que sont les $\mathbf{e_i}$, qui sont sont donc ses **éléments**. Dans le langage « **variable-constante** » , qui est une autre manière de dire « **ensemble-élément** », les valeurs de la **variable E** sont donc ses **éléments**. De même, il est équivalent de dire que la **variable x** est un ensemble dont les éléments sont : $\mathbf{x_0}$, $\mathbf{x_1}$, $\mathbf{x_2}$, ..., $\mathbf{x_n}$, donc que : $\mathbf{x} == \{x_0, x_1, x_2, \ldots, x_n\}$. Et aussi : $\mathbf{n} == \{0, 1, 2, 3, \ldots, m\}$. Et ainsi, les **ensembles E**, **x** ou **n**, qui sont des **éléments** (ou des **identités** des **constantes**) bien définies, peuvent à leur tour être des **éléments** d'**ensembles** d'un autre ordre, des **ensembles** d'**ensembles**. Autrement dit, ils peuvent être des **constantes** ou des valeurs que prennent des **variable**s d'un autre ordre, des **variables** de **variables**.

Par cet important préambule autour du couple de notions « **constante-variable** », mis en perspective avec d'autres couples comme « **fini-infini** », « **identité-équivalence** » et plus généralement « **élément-ensemble** », nous voulons simplement dire que toute notion de **nombre réel** dont on puisse parler (la classique notion de **nombre réel**, la nouvelle notion de **nombre omégaréel**, et toute autre notion de **nombre réel** qu'on pourrait construire au-delà), est fondamentalement une **constante** ou des **scalaires**, ce qui veut dire un **élément** d'un **ensemble** numérique donné. Mais simplement les **constantes** se distinguent par leur **degré** ou **dimension**. Étant donnée une **constante a** de **degré** ou de **dimension p** donnée, toute **constante A** de **degré** ou de **dimension q** strictement supérieure à **p** est une **variable** par rapport à **a**, et est elle-même une **constante** pour une autre **variable**, etc.. Et tout simplement parce qu'un objet **e** donné est un **élément** d'un **ensemble E**, lui-même un **élément** d'un **ensemble F** (qui est donc un **ensemble** d'un autre ordre, un **ensemble** d'**ensembles**), lui-même un **élément** d'un **ensemble G** (qui est donc un **ensemble** d'un autre ordre encore, un **ensemble** d'**ensembles** d'**ensembles**), etc..

C'est à cette logique qu'obéit la notion équivalencielle de « **fini-infini** » ou « **alpha-oméga** » ou « α - ω» (ou « **A-Ω** » en majuscule), dont nous parlerons dans toute la suite, mais le plus souvent comme le couple « **0-ω**» (en majuscule « **O-Ω**»), et plus généralement encore comme le couple « **θ -w**», à prononcer « **thêta - woméga** » (en majuscule « **Θ -W**»). Tout cela et d'autres couples ne sont qu'une autre manière de dire finalement « **constante-variable** », ou « **identité-équivalence** », et plus généralement « **élément-ensemble** ».

b) La notion de « variable-fonction »

Pour revenir aux **fonctions** ou aux **applications**, point de départ de ce très important préambule nécessaire pour comprendre la logique derrière la construction des **nombres omégaréels** qui va suivre (pour peu qu'on ait une très bonne connaissance en mathématiques, à défaut d'être un mathématicien), portons maintenant notre attention sur le couple « **variable-fonction** » ou « **variable-application** ». Il apparaîtra que le couple « **variable-fonction** » qui sera maintenant abondamment à l'oeuvre dans ce qui va suivre dans cette partie B, n'est que le couple « **constante-variable** » mais pris à l'ordre immédiatement au-dessus, où la notion de **fonction** est pour la notion de **variable**, ce qu'elle-même est pour la notion de **constante**. Autrement dit, ce que nous allons faire, au-delà des considérations qui peuvent paraître trop techniques pour les non initiés, ce que dans la conception identitaire on appellerait simplement une étude particulière de la notion de **variable** et de **variable de variable** (ou **fonction**), étant entendu que dans cette conception une **variable** est simplement une **constante de constante**.

L'étude est obligée d'être technique (donc « compliquée » pour les non initiés) simplement parce que nous allons nous restreindre à l'usage de l'identité, ce qui veut dire aussi à des raisonnements avec la logique classique, avec ses principes de non-contradiction, du tiers exclu, ses raisonnements par l'absurde, etc., comme les esprits identitaires en raffolent et en redemandent, car pour beaucoup de mathématiciens fonctionnant en mode identitaire, ce que nous allons faire n'est pas assez « compliqué », c'est encore trop accessible aux profanes....

Mais, comme vu dans la partie A, comme nous le voyons déjà dans le présent préambule de la partie B, et comme on le verra davantage dans la partie C, les choses se simplifient considérablement avec la conception équivalencielle, et dans le même temps sont infiniment plus fécondes et plus puissantes. Cette conception nous dispense donc de la construction qu'on va faire, étant donné que le résultat que nous chercherons à attendre par une démarche et des raisonnements identitaires sont déjà pour ainsi dire acquis d'avance!

En effet, les **nombres infinis** et **infinitésimaux** que nous allons construire avec les **nombres omégaréels** et qui sont la clef de toute analyse non standard (le domaine des mathématiques qui étudie ce genre d'objets) et dont le nombre clef est le **nombre infini ω** , sont déjà acquis avec la bonne vieille notion de **variable**, comme **x** ou **n** par exemple. Les choses vues dans la logique équivalencielle, **x** ou **X**, ou si l'on préfère **n** ou **N** (la lettre qui désigne l'ensemble des **nombres entiers naturels**), est tout simplement le **nombre infini ω** cherché, et **1/x**, **1/X**, ou si l'on préfère **1/n** ou **1/N**, donc **1/ω**, est la définition équivalencielle du **nombre zéro** ou **0**, et plus généralement des **nombres infinitésimaux**. Pourquoi donc faire compliqué quand on peut faire si simple?

La simple réponse est: les esprits très identitaires n'aiment pas les choses trop simples. Ils aiment voir que c'est difficile à comprendre pour les profanes ou les non initiés, ils aiment donc voir les mots « **injection** », « **surjection** », « **bijection** », « **morphisme** », « **isomorphisme** », « **ensemble quotient** », « **suite de Cauchy** », « **corps archimédien** », etc.. Ils aiment voir un texte mathématique cohérent (c'est-à-dire respectant le sacro-saint principe de non-contradiction), avec des signes « **sigma** » ou « **Σ** » partout, et des portions de texte indiqués par les mots « **axiome** », « **lemme** », « **théorème** », « **corollaire** », « **propriétés** », etc.. Sinon cela ne fait pas très sérieux, c'est de la « littérature » est non pas de la mathématique, c'est donc leur manquer de respect.

Si l'on peut (pour peu qu'il soit entendu que l'on raisonne avec l'équivalence et non pas l'identité) dire les choses en une phrase ou un paragraphe simple compréhensible par tout le monde, même par des élèves du cours primaire, on doit s'arranger pour pouvoir le dire dans les paradigmes de l'identité, avec les méthodes et concepts de ce paradigme, ce qui veut dire forcément d'une manière plus compliquée, le langage qu'ils comprennent donc. Alors ne leur manquons pas de respect, ne les privons pas de ce plaisir. D'autant plus que cette construction n'est pas du tout inutile, car, si on a les connaissances techniques pour la suivre, elle ne permet que de mieux comprendre en profondeur les **constantes** et les **variables**, les **variables** et les **fonctions** (en particulier les **fonctions réelles**, c'est-à-dire les **fonctions** définies dans **R** et à **variable réelle**), les mécanismes profonds de l'algèbre et de l'analyse. Et par dessus tout, on comprendra mieux la nature de l'**infini** (notamment l'**infini** de référence, **oméga** ou **ω**), sa logique et son fonctionnement, ce que nous avons déjà commencé à faire.

Si donc le but du présent livre est en fait déjà atteint dès la partie A (car tout est déjà dans ce que nous avons dit et à plus forte raison avec l'explication donnée autour du couple « **constante-variable** » et plus généralement de tout couple de la forme « **élément-ensemble** »), reprenons donc, pour la suite de la présente partie, le très classique paradigme identitaire, pour montrer comment on retrouve, avec ce paradigme et par la construction que nous allons faire, les mêmes vérités fondamentales. C'est plus technique, mais on n'arrive à la même destination. Et la partie C, qui paraîtra bien plus tranquille et j'espère plus « délicieuse » pour la lectrice ou le lecteur après toute cette technicité, complétera plus en profondeur notre compréhension des choses.

2. *Fonctions hypernômes*

a) Espace vectoriel des fonctions hypernômes

Revenons donc aux **variables** et aux **fonctions**, notamment à un type très fondamental de **fonctions**, de la plus haute importance, les **fonctions polynômes**. Car les **nombres omégaréels** que nous allons construire sont ce que nous appelons aussi les **fonctions hypernômes**, une généralisation de l'habituelle notion de **polynôme à une indéterminée x**.

Dans l'expression d'une **fonction polynomiale f** comme : $\mathbf{f(x) = 4x^7 - 3x^6 + 8x^3 - 2x^2 + 5x - 12}$, on voit à l'oeuvre la **variable x** à différents **degrés** , ainsi que des **constantes**, ou **scalaires**, comme par exemple **5** ou **-12**, qui sont donc les **coefficients** du **polynôme**. Et on voit bien que le **degré** correspondant au **coefficient -12** (une **constante** pure ou un **scalaire**) est **0**, c'est-à-dire $\mathbf{x^0}$ ou **1**, la **constante** de **degré** ou de **dimension 0** par excellence. Autrement dit, on a : $\mathbf{f(x) = 4x^7 - 3x^6 + 8x^3 - 2x^2 + 5x^1 - 12x^0}$. On a dans ce polynôme tous les **degrés**, de **plus l'infini** (habituellement noté **+∞** mais que nous notons maintenant **+ω**) à **moins l'infini** (habituellement noté **-∞** mais que nous notons maintenant **-ω**). Et même, et c'est justement l'un des buts des **fonctions hypernômes** ou **nombres omégaréels**, tout nombre réel au sens classique du terme, est un **degré** dans ce **polynôme**. Les **degrés** qui n'apparaissent pas dans l'écriture, cela signifie que le **coefficient** correspondant est **0**. Par exemple, le monôme de degré **4** est absent, ce qui veut dire que ce monôme est : $\mathbf{0x^4}$. De même, le monôme de degré **7/3** est absent, ce qui veut dire aussi que ce monôme est : $\mathbf{0x^{7/3}}$. Ou encore, si le monôme de degré **π** semble manquer, c'est parce que ce monôme est : $\mathbf{0x^{\pi}}$, etc.

Dans cette expression de la fonction **f**, on n'a donc écrit que les monômes dont le coefficient est non nul, tous les autres coefficients (ceux correspondant donc à tous les autres nombres réels, de **-∞** à **+∞**, c'est-à-dire de **-ω** à

$+\omega$) étant donc nuls, ils ont tous pour valeur **0**. Et tout ceci aussi (c'est très important de le noter) repose sur deux idées classiques: le **produit** de **0** par n'importe quel **nombre fini** est **0**. Par exemple, le produit **0x**, ou plus généralement $\mathbf{0x^p}$, quel que soit le nombre réel **x** ou le nombre réel **p**, donne **0**, en précisant quand même que dans la vision classique, $\mathbf{x^p}$ n'est pas, en tant que nombre réel, défini pour toutes les combinaisons de **x** et de **p**. Par exemple, si **x** est **0** et **p** est **-1**, alors $\mathbf{x^p}$ est $\mathbf{0^{-1}}$, c'est-à-dire **1/0**, qui n'est pas défini dans la vision classique (la vision identitaire), ce qui est maintenant parfaitement défini dans la vision équivalencielle, c'est en effet l'une des manières fondamentales de définir l'infini ω , autrement dit : $\omega = 1/0$, ce qui veut dire que : $0\times\omega = 1$, un résultat pas du tout classique pour un nombre ω (car cela voudrait dire en théorie des corps que **0**, l'élément neutre de l'addition, est inversible pour la seconde loi, la multiplication), ce qui n'empêche nullement aussi le résultat classique: $0\times\omega = 0$. En effet, les deux résultats combinés veulent dire que : **0 = 1**, égalité qui est une catastrophe pour l'algèbre identitaire, mais qui n'en est pas pour l'algèbre équivalencielle, car c'est justement une équivalence, que nous appelons le **Cycle 1**.

De même aussi par exemple, pour l'algèbre identitaire, $\mathbf{x^p}$ n'est pas, en tant que nombre réel, défini si par exemple **x** est **-1**, et si **p** est **1/2**. Dans ce cas alors, $x^p = (-1)^{1/2} = \sqrt{-1} = i$, où **i** est l'**unité** des **nombres complexes**, tel que : $i^2 = -1$. On a ici : $0x^p = 0i = 0$, bien entendu, mais avec i on sort du classique ensemble **R** des **nombres réels**, et on entre dans le classique ensemble **C** des **nombres complexes**. Mais dans l'algèbre équivalencielle, toutes les interdictions habituelles disparaissent ainsi que toutes les frontières entre les ensembles et les domaines. Tout constitue une seule algèbre unifié, obéissant uniformément aux mêmes lois, pour tous les types de nombres et tous les types d'ensembles ou d'espaces, quelles que soient leurs dimensions.

Ce qui se cache aussi dans l'idée que: $f(x) = 4x^7 - 3x^6 + 8x^3 - 2x^2 + 5x^1 - 12x^0$, est un « **hyper polynôme** » (notion que nous abrégeons justement par le mot-valise « **hypernôme** ») qui est la somme d'une infinité de monômes, de degrés allant de $-\infty$ à $+\infty$ (c'est-à-dire de $-\omega$ à $+\omega$) mais dont les coefficients monômes qui n'y figurent pas sont tous nuls, est l'idée classique qu'une somme infinie de nombres nuls est nulle: $\ldots 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + \ldots = 0$. Par conséquent, l'«**hyper polynôme**» ou l'« **hypernôme** » se réduit aux monômes de coefficients non nuls, donc à: $f(x) = 4x^7 - 3x^6 + 8x^3 - 2x^2 + 5x^1 - 12x^0$. L'idée classique selon laquelle la somme d'une infinité de nombres tous identiques à **0** est toujours **0**, est une autre manière de dire que: $0\times\omega$, doit toujours donner comme résultat **0**. Et pourtant on sait aussi qu'un produit de ce type, autrement dit de type «$0\times\infty$», est une « forme indéterminée », ce qui veut dire que le résultat n'est pas nécessairement **0**, mais peut être **1** ou même l'**infini**. Tout dépend justement du degré du **0** ou de l'**infini** (le degré de ω donc). C'est simple : le produit d'un **0** et d'un **infini** de même degré est **1**. Sinon le résultat est un **0** (c'est-à-dire un nombre **infinitésimal** ou un nombre **infiniment petit**) si c'est le degré du **0** qui l'emporte, et le résultat est un **infini** (c'est-à-dire un nombre **infiniment grand**) si c'est le degré de l'**infini** qui l'emporte.

Dans tous les cas, le résultat est toujours déterminé dans l'algèbre équivalencielle, et même seulement avec les **nombres omégaréels** que nous allons construire avec une méthodologie classique, c'est-à-dire identitaire. La « levée » de ce genre d'indétermination est généralement l'un des objectifs basiques de l'analyse dite « non standard », mais qui en réalité est l'analyse standard. C'est au contraire l'analyse ou l'algèbre avec toutes les non-définitions (comme par exemple le fait de dire que le rapport **1/0** est non défini), de toutes les indéterminations (comme par exemple le fait de dire que le produit de type «$0\times\infty$» ou le rapport de type « **0/0** » ou « ∞/∞» est une « forme indéterminée »), toutes les impossibilités, etc., qui est « non standard ». Cela signifie que les paradigmes avec lesquels on travaille ne sont pas ce qu'ils devraient être.

Nous voyons comment des notions habituellement séparées dans le paradigme identitaire sont en réalité souvent de simples autres manières de parler de la même chose. De la même façon, la notion de **degré** d'un polynôme elle aussi devient une seule notion avec celle de **dimension**, comme quand on parle de dimension d'un espace vectoriel.

Par exemple, tous les polynômes de la forme: $f(x) = ax^7 + bx^6 + cx^5 + dx^4 + ex^3 + fx^2 + gx^1 + hx^0$, où les coefficient sont des **nombres réels** ou même **complexes**, forment un **espace vectoriel** de **dimension 8** (ou 7 +1, le degré 7 du polynôme plus 1 pour le degré 0). Il y a donc ici un lien entre le **degré** du **polynôme** et la **dimension** de l'**espace vectoriel**, ce qui veut dire donc que ces deux notions sont fondamentalement synonymes, quand on les voit avec le concept adéquat, ici les **polynômes**.

La fonction polynomiale: $f(x) = 4x^7 - 3x^6 + 8x^3 - 2x^2 + 5x^1 - 12x^0$, est un **vecteur** de cet **espace vectoriel**, le vecteur dont les composants sont : **(4, -3, 0, 0, 8, -2, 5, -12)**. Les huit fonctions élémentaires : x^0, x^1, x^2, x^3, x^4, x^5, x^6, x^7, sont les huit vecteurs de base de cet espace vectoriel, et la chose remarquable ici est que ces vecteurs de base sont tous des puissances d'un seul vecteur de base, à savoir la variable **x**, qui peut, au choix, être vue comme la **fonction ω** définie par: **ω(x) = x** (et là **x** est la **variable** d'une **fonction oméga** ou **w**), ou comme une **fonction x** de **variable i** telle que : **x(1) = 1**, et telle que : **x(i) = 0**, pour tout **nombre réel i** différent de **1**.

C'est ce second choix que nous faisons pour les **fonctions hypernômes** ou les **nombres omégaréels** que nous allons construire, et dont la construction commence simplement ainsi. Sauf qu'au lieu d'utiliser la lettre **x** pour le nom de la **fonction**, nous utilisons la lettre **w**, pour dire **woméga** (l'**oméga mineur**), autrement dit pour indiquer que cette **fonction w** est une définition de l'**infini oméga** ou **ω**. La **fonction w** ou **woméga**, est donc la **fonction réelle** (l'**application** de **R** dans **R**) définie telle que : **w(1) = 1**, et **w(i) = 0** pour **i** différent de **1**. Comme on va mieux le voir par la suite, les **fonctions réelles** deviennent alors une notion généralisée de **polynôme**, dont l'« indéterminée » est la **fonction w** (donc qui est parfaitement déterminée), elle-même définie avec la **variable i**. Notion de **variable** qui devient la notion d'**indice** ou d'**exposant**, d'autres concepts qui lui sont donc synonymes, comme aussi la notion de **paramètre** et d'autres, termes qui ne se différencient que par la manière dont la notion de **variable** est utilisée.

b) Fonction descriptive et nombre omégaréel

Voyons maintenant comment exactement la même fonction polynôme: $\mathbf{f(x) = 4x^7 - 3x^6 + 8x^3 - 2x^2 + 5x^1 - 12x^0}$, se définit en tant que **fonctions hypernômes** ou **hyper polynôme** ou **nombre omégaréel**. Sa version **hypernomiale**, qu'on appellera **φ**, est la **fonction réelle** définie telle que :
→ **φ(0) = -12, φ(1) = 5, φ(2) = -2, φ(3) = 8, φ(4) = 0, φ(5) = -0, φ(6) = -3, φ(7) = 4**;
→ **φ(i) = 0**, pour tout **nombre réel i** n'appartenant pas à l'ensemble **{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}**. appelé l'ensemble des **exposants** de la fonction **φ**, l'exposant maximal **7** étant appelé le **degré** ou la **dimension** de cette **fonction hypernôme** (mais en fait la **dimension** de la **fonction** en tant que **vecteur** est **7+1 = 8**), et le nombre réel **φ(7) = 4**, qui est la valeur de la fonction **φ** pour cet exposant maximal, étant appelé sont **coefficient dimensionnel** ou son **coefficient dominant**.

Cela signifie que la fonction **φ** s'écrit:

$\mathbf{\varphi(i) = \varphi(7)w^7(i) + \varphi(6)w^6(i) + \varphi(5)w^5(i) + \varphi(4)w^4(i) + \varphi(3)w^3(i) + \varphi(2)w^2(i) + \varphi(1)w^1(i) + \varphi(0)w^0(i)}$,
c'est-à-dire: $\mathbf{\varphi(i) = 4w^7(i) - 3w^6(i) + 0w^5(i) + 0w^4(i) + 8w^3(i) - 2w^2(i) + 5w^1(i) - 12w^0(i)}$,
ou plus simplement : $\mathbf{\varphi(i) = 4w^7(i) - 3w^6(i) + 8w^3(i) - 2w^2(i) + 5w^1(i) - 12w^0(i)}$,
où $\mathbf{w^i}$ désigne la **fonction hypernôme** définie par : $\mathbf{w^i(i) = 1}$, et $\mathbf{w^i(j) = 0}$, pour tout réel $\mathbf{j \neq i}$.

Puisque la notion d'égalité avec laquelle on travaille dans ces définitions est la classique identité, le symbole « ≠», habituellement lu « **différent de** », et précisément à comprendre « non identique à » ou « **distinct de** », qui est la relation contraire de l'identité. Il ne doit plus être lu : « non égal à», sauf si l'on a présent à l'esprit que l'égalité concernée est l'identité. Car maintenant avec l'équivalence et le cycle, deux choses **x** et **y** peuvent tout à fait être **distinctes** ou **non identiques**, comme par exemple **0** et **1**, ou **4** et **5**, ou **0** et **24**, etc., et pourtant être **égales**, c'est-à-dire **équivalentes**, au regard de la relation d'**égalité** (c'est-à-dire d'**équivalence**) considérée, qui n'est plus obligée de se réduire à l'**identité**. Le signe « ≠» signifie désormais « **non égal à** », c'est-à-dire « **non équivalent à** », c'est donc le contraire de l'**équivalence**. Tandis que la relation « **différent de** » ou « **distinct de** », à comprendre donc « **non identique à** », qu'on notera maintenant « <> », est le contraire de l'**identité**. Mais quand on ne travaille qu'avec l'identité ou quand on se restreint à elle (comme nous le faisons ici), les symboles « ≠» et « <> » se confondent, autrement dit la **non égalité** et la **non identité**, autrement dit encore la **non équivalence** et la **différence**, ou la **non égalité** et la **distinction**, etc..

Pour revenir à notre propos, en particulier, $\mathbf{w^1}$ est simplement noté **w**, c'est donc la fonction définie par : **w(1) = 1**, et **w(i) = 0**, pour **i ≠ 1**. Et quand nous aurons défini la multiplication des **fonctions hypernômes**, nous démontrerons la propriété fondamentale du calcul des puissances: $\mathbf{w^i \times w^j = w^{i+j}}$, ce qui justifie la notation pour les fonctions $\mathbf{w^i}$, de l'**indice** en **exposant**, et du coup aussi que les **fonctions hypernômes** sont bel et bien une généralisation des **polynômes**. Et les fonctions élémentaires $\mathbf{w^i}$ sont les vecteurs de base de l'espace vectoriel des **fonctions réelles**, et en particulier de l'espace vectoriel (plus qu'un espace vectoriel le corps) des fonctions que nous qualifions d'hypernômes, dont la définition générale ne saurait tarder maintenant.

Notre fonction **φ** de l'exemple, définie par : $\mathbf{\varphi(i) = 4w^7(i) - 3w^6(i) + 8w^3(i) - 2w^2(i) + 5w^1(i) - 12w^0(i)}$, s'écrit donc : $\mathbf{\varphi = 4w^7 - 3w^6 + 8w^3 - 2w^2 + 5w^1 - 12w^0}$, ce qui veut qu'elle est une combinaison linéaire des vecteurs de base $\mathbf{w^i}$. On aura montré que **φ** est bel et bien une version **hypernôme** de notre fonction **polynôme**: $\mathbf{f(x) = 4x^7 - 3x^6 + 8x^3 - 2x^2 + 5x^1 - 12x^0}$, donc **φ** et **f** sont deux manières différentes de parler d'un même objet. Ici, $\mathbf{f(x) = 4x^7 - 3x^6 + 8x^3 - 2x^2 + 5x^1 - 12x^0}$ est un **nombre réel** classique, un élément de **R**, si la **variable x** représente un **nombre réel** classique. Et quant à la fonction φ, elle est un **nombre omégaréel**, c'est-à-dire un élément d'un ensemble **W** ou $\mathbf{R_w}$, plus vaste que **R**, qui comporte donc les **nombres réels** classiques (les éléments de **R** donc), qui eux, dans ce nouvel espace numérique, sont représentés par les fonctions de la forme : λw^0, où λ est un nombre réel classique. Ils sont donc un sous-espace de **degré 0** donc de **dimension 1**.

Et pour terminer avec cet exemple de la fonction **f** et de sa version omégaréelle φ, pour tout nombre réel **i**, on a : $\varphi(i) = 4w^7(i) - 3w^6(i) + 8w^3(i) - 2w^2(i) + 5w^1(i) - 12w^0(i)$, dont le rôle est de donner tous les **coefficients** de la fonction polynôme : $f(x) = 4x^7 - 3x^6 + 8x^3 - 2x^2 + 5x^1 - 12x^0$, et en particulier les coefficients non nuls, ici **4, -3, 8, -2, 5, -12**, et ce pour les valeurs de la **variable** ou **indice i** correspondants, ici: **7, 6, 3, 2, 1, 0**. Le **nombre omégaréel** φ , en tant que **fonction** de **variable i**, écrit donc la **fonction polynomiale**: $f(x) = 4x^7 - 3x^6 + 8x^3 - 2x^2 + 5x^1 - 12x^0$, dont la **variable** quant à elle est **x**. Autrement dit, φ est la **fonction** de **description** ou de **définition** de la **fonction f**. Et au delà de **décrire f**, de décrire donc l'**hyper polynôme** que **f** est, la **fonction** φ elle-même, quand on fait abstraction de sa propre **variable i** qui en parcourant **R** décrit **f**, est elle-même aussi l'**hyper polynôme** en question, qui est un **nouveau type de nombre** (un **nombre omégaréel** donc), formé à partir d'un **nombre clef**, **w**, c'est-à-dire : $\varphi = 4w^7 - 3w^6 + 8w^3 - 2w^2 + 5w^1 - 12w^0$. Et ce nombre clef **w**, supérieur à tous les **nombres réels positifs** classiques (les éléments du classique $\mathbf{R_+}$ donc), est une définition de la notion de **nombre infini**, autrement dit de l'**infini** ω, ou l'**infini** classiquement noté « ∞», et **1/w**, que nous noterons θ, est une définition du **zéro** ou **0**, à savoir $1/\omega$ ou $1/\infty$, qui n'est plus donc une opération non définie, et par conséquent aussi : **1/0** n'est plus une opération non-définie, puisque c'est sa définition est $1/\theta$, c'est-à-dire **w**. Autrement dit, **1/0** est ω.

Et (chose très importante), quand on dira par exemple, selon le langage classique des limites, que w^p tend vers l'**infini** quand le **nombre réel p** tend lui aussi vers l'**infini**, cela voudra dire exactement que w^p tend vers w^w, quand **p** tend vers **w**. Avec donc maintenant la notion d'**infini** définie comme un **nombre** à part entière, fonctionnant comme un **nombre réel** classique (sauf qu'il est supérieur à tous les **réels** classiques), on peut construire ou simplement définir de nouveaux **nombres infinis** à partir de lui, comme ici w^w, et qui ne sont que des versions supérieures de lui-même! On peut par exemple dire que **w** est le **nombre infini** de référence, que ω est la version supérieure de lui-même définie par : $\omega = w^w$, ou : ω = **w ^ w** = **w ^^ 2**, où « ^ » est l'opération d'**exponentiation**, et où « ^^ » est l'**hyperopérateur** immédiatement supérieur à lui, à savoir la **tétration**. Et au besoin, on peut définir la version de ω encore plus grande, par : ω = **w ^ (w ^ w)** = **w ^^ 3**, et une version encore plus grande par : ω = **w ^ (w ^ (w ^ w))** = **w ^^ 4**, ainsi de suite, jusqu'à : **w ^^ w** = **w ^^^ 2**, où « ^^^ » est la **pentation**, l'**hyperopérateur** qui vient après la **tétration**. On peut ainsi, au besoin, définir ou poser en axiome de définition, toute version de ω qu'on veut, à partir de **w**, qui est déjà ω lui-même. C'est la logique identitaire qui obligerait à une course en avant, une course sans fin, et déclarer par exemple que le « **dernier infini** » n'existe pas, alors qu'avec l'équivalence le terminus de la course a été déjà atteint depuis longtemps, et il n'est autre que **w**, qui est équivalent à tous ces infinis, qui est aussi l'infini traditionnellement noté « ∞», et qui est aussi l'infini qualifié de « **dénombrable** » et noté « ω» en théorie axiomatique des ensembles (comme par exemple celle appelée ZF), l'**infini** appelé « **aleph zéro** » et noté « $\aleph_0$», et qui est tout simplement le bon vieil ensemble **N** des **nombres entiers naturels** : **N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, ...}**. Tout est déjà dans ce ensemble et il est déjà le **dernier infini**, à savoir donc **w**, qui satisfait la loi de clôture dont on a parlée dans la partie A, à savoir l'identité: $\omega = \omega + 1$.

Cette identité est déjà vérifiée par des grands nombres du genre du nombre de Graham, défini justement avec les hyperopérateurs appelés aussi les flèches de Knuth, et à plus forte raison par **w** ou ω. Sa valeur de vérité est considérée comme **0** et sa valeur de fausseté comme **1**. Alors qu'en réalité, c'est tout le contraire! Avec la **finitude** et l'**infinitude**, nous avons vu que sa valeur de fausseté est très exactement θ, autant dire **0**, et sa valeur de vérité est : $1 - \theta$, autant dire **1**.

II. Le corps des nombres omégaréels

Nous pouvons maintenant définir les fonctions hypernômes ou nombres omégaréels, sur la base de tout ce qui a été dit dans la section précédente. Dans tout ce chapitre II, l'usage de la **négation** ou du connecteur de **négation** « **non** » est à comprendre au sens de la **négation relative** et non pas d'une **négation absolue**. Très importante question de la **négation** qui sera traitée dans la prochaine partie, la partie C.

Techniquement, cela ne changera rien de savoir si la **négation** utilisée est **relative** ou **absolue**, autrement dit cela ne changera rien à la méthode ou aux protocoles, qui sont ceux de la **négation absolue**. Mais il est bon de garder à l'esprit qu'on utilise en fait la **négation relative** mais dans son mode de **négation absolue**, ou sa puissance est restreinte pour qu'elle corresponde aux standards des raisonnements classiques, et qu'il faudra ensuite lui redonner ses pleins pouvoirs, donc ne pas permettre à la **négation absolue** de profiter de l'occasion qui lui est offerte pour nous garder prisonniers de ses paradigmes inutilement compliqués, mais surtout très étroits.

En effet, on peut faire avec la **négation relative** tout ce qu'on fait habituellement avec la **négation absolue**, mais pas l'inverse, exactement comme on peut faire avec l'**équivalence** tout ce qu'on fait avec l'habituelle **identité**, mais pas l'inverse. De même donc qu'on peut restreindre la surpuissance de l'**équivalence** pour la faire se comporter comme l'**identité** (ce que nous allons faire aussi justement, car dans ce chapitre II le signe « = » signifiera l'habituelle **identité**), de même aussi on peut restreindre volontairement la puissance de la **négation relative** (ou de l'**alternation**, dont on parlera plus dans la partie C) pour la faire se comporter comme la **négation absolue**. Cela signifie entre autres raisonner selon la logique classique, avec le principe de non-contradiction, le principe du tiers exclu, le raisonnement par l'absurde, etc..

Et cela veut dire aussi utiliser le très important principe de raisonnement par récurrence comme on utilise la récurrence habituellement, etc.. Cela sera peut-être trop technique pour certains lecteurs. Mais comme déjà dit, si c'est votre cas, alors survolez, et rendez-vous au II-5, intitulé: Conclusion: la structure fractale des nombres omégaréels, qui est donc l'importante conclusion de le construction qui va suivre, avant de continuer plus tranquillement avec la partie C.

0. Définition et exemples de nombres omégaréels

a) Exposant, degré (ou dimension), coefficient dimensionnel...

DÉFINITION:
Étant donnée une fonction f (c'est-à-dire une application de **R** dans **R**), on dira qu'un réel x est un **exposant** de f si $f(x) \neq 0$. Le réel f(x) est appelé le **coefficient** de f relatif à l'exposant x. Par fonction **nulle**, on entendra la fonction notée **0** , telle que $\mathbf{0}(x) = 0$ pour tout réel x. Cette fonction n'a aucun exposant. Si une fonction f admet un plus grand exposant α , alors α est appelé le **degré** de f, noté **deg(f)** , et $(\alpha +1)$ est appelé la **dimension** de f, et noté **dim(f)**. Le coefficient $f(\alpha)$ est appelé le **coefficient dimensionnel** ou le **coefficient dominant** de f, et noté **cdm(f)**.

DÉFINITION:
On appelle fonction **hypernôme** ou **nombre omégaréel** une fonction f possédant les deux propriétés suivantes :

i) Il existe un réel λ tel que $f(x) = 0$ pour tout $x > \lambda$. (*Critère 1*)
ii) f possède un nombre fini m d'exposants sur tout intervalle $[a ; b]$, a et b étant des réels. (*Critère 2*)

Remarques:

i) Dans le *Critère 2*, la notion de « **fini** » est à comprendre:
→ au sens classique, c'est-à-dire un élément du classique ensemble des nombres entiers naturels:
N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, ...},
→ comme au nouveau sens, c'est-à-dire un nombre entier naturel **m** tel que l'identité: **m = m+1** n'a pas une valeur de vérité jugée égale à **1**, autrement dit, plus simplement, **1/m** n'a pas une valeur suffisamment petite pour la considérer comme étant égale à **0**.

Donc, comme déjà dit, même un nombre **infini** au second sens, c'est-à-dire suffisamment grand pour être considéré comme **infini**, comme par exemple le **nombre de Graham**, ou tous les nombres entiers naturels qu'on peut définir avec les **flèches de Knuth**, les **flèches de Conway**, ou tout autre moyen de produire de très grands entiers naturels, est **fini** au sens classique. Car la conception du **fini** et de l'**infini** au sens classique ou **identitaire**, est sans aucune graduation ou nuance.

ii) Si le critère 2 est satisfait, alors le critère 1 revient à dire: f est la fonction nulle ou f possède un plus grand exposant (*Critère 1'*).

En effet , *Critère 1'* ⇒ *Critère 1* est évident. Supposons le *Critère 1*. Si f est la fonction nulle, c'est-à-dire si $f(x) = 0$ pour tout x , alors le *Critère 1'* est vérifié. Si f n'est pas la fonction nulle, alors f possède au moins un exposant a . De plus, il existe alors un réel λ tel que $f(x) = 0$ pour tout $x > \lambda$. Le critère 2 assure alors que f possède un nombre fini d'exposants sur l'intervalle $[a ; \lambda]$; il existe donc un plus grand d'entre eux qui est bien entendu le plus grand exposant de f, d'où le *Critère 1'*. CQFD.

On remarque aussi que si f satisfait le critère 1, alors le critère 2 revient à dire que f possède un nombre fini d'exposants sur tout intervalle $[a ; \lambda]$.

Notons $\mathbf{R}_\omega$ l'ensemble des fonctions omégaréelles ou hypernômes qu'on vient de définir.

b) Fonctions omégaréelles particulières et vocabulaire d'infinitude

a) La fonction **nulle** $\mathbf{0_R}$ telle que: $\mathbf{0_R}(x) = 0$, pour tout réel x, c'est-à-dire pour tout élément x de **R**. Par convention, on pose: $\deg(\mathbf{0_R}) = -\infty$. La définition du degré de cette fonction $\mathbf{0_R}$ se précisera par la suite, quand le nombre omégaréel infini **w** aura été pleinement défini. La degré de $\mathbf{0_R}$ sera alors très précisément **-w**, donc: $\deg(\mathbf{0_R}) = \mathbf{-w}$, et: $\mathrm{cdm}(\mathbf{0_R}) = 1$.

Cette fonction $\mathbf{0_R}$ est simplement notée **0**, mais alors il faut la distinguer du 0 ordinaire, l'élément neutre de l'addition dans **R**, même si par la suite on définira un isomorphisme qui identifiera 0 et $\mathbf{0_R}$. Et plus généralement, cet isomorphisme identifiera le réel λ et la fonction $\boldsymbol{\lambda}_\mathbf{R}$, qui, si $\lambda \neq 0$, est de degré 0 et de coefficient dominant λ. Autrement dit: $\boldsymbol{\lambda}_\mathbf{R}(0) = \lambda$, et: $\boldsymbol{\lambda}_\mathbf{R}(x) = 0$ pour tout réel $x \neq 0$.

On a par exemple la fonction **unité**, $\mathbf{1_R}$, notée **1**, définie par : $\mathbf{1_R}(0) = 1$ et $\mathbf{1_R}(x) = 0$ pour $x \neq 0$. On a donc: $\deg(\mathbf{1_R}) = 0$ et $\mathrm{cdm}(\mathbf{1_R}) = 1$.

b) La fonction **w-oméga** ou **woméga** ou **oméga** ou **infini** (nous parlons de l'**oméga mineur**) de degré d notée $\mathbf{w^d}$ ou $\boldsymbol{\omega}^\mathbf{d}$, est définie par: $\mathbf{w^d}(d) = 1$ et $\mathbf{w^d}(x) = 0$ pour $x \neq d$, où d est un réel. On a: $\deg(\mathbf{w^d}) = d$ et $\mathrm{cdm}(\mathbf{w^d}) = 1$.
En particulier, la fonction $\mathbf{w}^1$ est simplement notée **w** ou $\boldsymbol{\omega}$.

On remarquera que $\mathbf{w}^0 = \mathbf{1}$. Et $\mathbf{w}^{-1}$ est noté $\boldsymbol{\theta}$ et $\mathbf{w^{-d}}$ est noté $\boldsymbol{\theta}^\mathbf{d}$, et appelée la fonction **w-alpha** ou **walpha** de degré d.

La notation en "exposant" du degré de la fonction oméga ainsi que la terminologie des polynômes employée pour les fonctions omégaréelles se justifiera plus loin.

d) Une fonction omégaréelle à exposants dans **Z** est dite **fondamentale** (exemples: **0** , **1** et $\boldsymbol{\theta}$). En particulier, on l'appelle **polynôme formel** si ses exposants sont des entiers naturels (exemples : **0** et **1**).

e) Les fonctions omégaréelles de degré **d > 0** sont dites **infinitaires** ou **infinies** ou **transfinies**, la référence étant **w**. Elles seront plus tard désignées de la lettre générique **w** (lue « woméga ») ou aussi $\boldsymbol{\omega}$ (lue « oméga »), qui est une variable désignant cette très importante catégorie de fonctions, qui sont la clef même de la notion de nombre omégaréel. On distinguera alors **w** ou $\boldsymbol{\omega}$ employé comme une variable représentant les nombres omégaréels **infinis** en général, ou même des nombres **finis**, avec le cas où **w** ou $\boldsymbol{\omega}$ est une constante, désignant la fonction spécifique $\mathbf{w^d}$ ou $\boldsymbol{\omega}^\mathbf{d}$ de degré 1 et de coefficient dominant 1, donc le nombre omégaréel infini de référence.

f) Les fonctions omégaréelles de degré $\mathbf{d \leq 0}$ sont dites **finitaires** ou encore **finies**, terme moins approprié ici, il est à comprendre en un sens large. Il nous faut distinguer différents sous-cas de cette catégorie.

→ *Les fonctions omégaréelles de degré* ***d < 0***. Elles sont dites **zéroaires** ou **epsilonaires** ou **infinitésimales**. La référence est $\boldsymbol{\theta}$, la fonction $\mathbf{w}^{-1}$. Il ne faudra pas confondre les nombres epsilonaires avec les nombres **epsiloniques** dont il sera question dans la conclusion au II.5. Ici aussi, la lettre $\boldsymbol{\theta}$ (lue « walpha»), ou plus souvent $\boldsymbol{\varepsilon}$, est une lettre générique, une variable donc, pour désigner les nombres **zéroaires**, **epsilonaires**, **infinitésimaux**.

→ *Les fonctions omégaréelles de degré* ***d = 0***. Elles sont dites **proprement finies** ou encore **strictement finies**, au sens **strict** du terme « **fini** ». Car, comme dit plus haut, tout élément non nul de **R**, tout élément de $\mathbf{R}^*$ donc, s'interprète comme une fonction omégaréelle de degré **d = 0**.

Car en fait, en tout rigueur, le **0** est un nombre « **infini** », il est l'**infinitésimal absolu**. Il correspond à la **fonction omégaréelle nulle**, c'est-à-dire dont toutes ses valeurs ou coefficients sont 0, et donc dont le degré est $-\omega$ ou « moins l'infini ». Ces attributs polynomiaux du 0, qui font appel à l'infini, font aussi du 0 en fait un nombre infini. Le 0 est **finitaire**, mais pas **fini** au sens **propre** ou **strict**. Ce n'est donc que par abus de langage ou en un sens large qu'on l'appellera aussi un nombre « **fini** », ceci juste pour accorder la nouvelle notion de **fini** sur la notion traditionnelle.

→ *Les fonctions omégaréelles de degré* ***d = 0*** *et dont le coefficient dominant est* ***1***. Elles sont dites **unitaires**, la référence étant la fonction unité **1**. Ils sont de la forme : $\mathbf{1 + \varepsilon}$, où désigne une fonction **zéroaire**, **epsilonaire**, **infinitésimale**.

1. Opérations sur l'ensemble des fonctions omégaréelles

a) Addition

On sait que l'ensemble des applications de **R** dans **R** muni de l'addition de deux fonctions f et g définie pour tout réel x par : $(f+g)(x) = f(x) + g(x)$ est un groupe commutatif, l'élément neutre étant l'application nulle **0**. Le symétrique d'une fonction f est la fonction $-f$ définie pour tout x par : $(-f)(x) = -f(x)$. Il en découle la définition de la soustraction $f-g$ des fonctions f et g, qui n'est autre que la fonction $f + (-g)$, autrement dit, pour tout x, $(f-g)(x) = f(x) - g(x)$.

Lemme 1
f et g étant deux fonctions omégaréelles $h = f + g$ est une fonction omégaréelle et on a
$\deg(f+g) \leq \sup(\deg(f) ; \deg(g))$

Démonstration :
Soit $h = f + g$. Si $f = \mathbf{0}$ ou si $g = \mathbf{0}$ alors h est évidemment omégaréelle et le lemme est démontré. Supposons que f et g sont non nuls.

h satisfait le Critère 1. En effet, α et β étant les degrés respectifs de f et g, soit $\lambda = \sup(\alpha ; \beta)$ et p un exposant de h. Il est clair que $(f+g)(x) = 0$ pour $x > \lambda$.

h satisfait le Critère 2. Soit un intervalle $I = [a ; b]$ et x un réel appartenant à cet intervalle. Si $h(x) \neq 0$ alors $f(x) \neq 0$ ou $g(x) \neq 0$. Autrement dit, un exposant de h sur I est un exposant de f ou de g sur I, ce qui montre que h admet un nombre fini d'exposants sur I. CQFD.

On en déduit immédiatement que la somme de deux omégaréels finis est finie.

En effet, $\deg(f) \leq 0$ et $\deg(g) \leq 0$ implique $\sup(\deg(f) ; \deg(g)) \leq 0$

THÉORÈME 1
f et g étant des fonctions omégaréelles, si $\deg(f) > \deg(g)$, alors $\deg(f+g) = \deg(f)$ et
$\mathrm{cdm}(f+g) = \mathrm{cdm}(f)$.

Démonstration :
Si $g = \mathbf{0}$, alors le théorème est démontré. Mais si $g \neq \mathbf{0}$, il en est bien évidemment de même pour f. Soient α et β les degrés respectifs de f et g. Si $\alpha > \beta$, alors $(f+g)(x) = f(x) = g(x) = 0$ pour $x > \alpha$ et
$(f+g)(\alpha) = f(\alpha) + g(\alpha) = f(\alpha) + 0 = f(\alpha)$. CQFD.

En particulier, on a le corollaire suivant:

Corollaire
Étant donnée une fonction omégaréelle f de degré α, pour tout réel $\beta > \alpha$, $\deg(\mathbf{w}^{\beta} + f) = \beta$ et
$\mathrm{cdm}(\mathbf{w}^{\beta} + f) = 1$.

Lemme 2

Pour qu'une fonction f soit unitaire, il faut et il suffit que f soit de la forme $\mathbf{1} + \boldsymbol{\varepsilon}$, où $\boldsymbol{\varepsilon}$ est une fonction infinitésimale.

En effet, $\deg(\mathbf{1}) = 0$ et $\deg(\boldsymbol{\varepsilon}) < 0$. Si f est unitaire, alors $\deg(f) = 0$ et $\mathrm{cdm}(f) = 1$. Posons $f - \mathbf{1} = \boldsymbol{\varepsilon}$. On a $\deg(\boldsymbol{\varepsilon}) \leq 0$ (lemme 1) et $\boldsymbol{\varepsilon}(0) = f(0) - \mathbf{1}(0) = 0$, ce qui montre que $\boldsymbol{\varepsilon}$ est infinitésimale. Réciproquement, si $f = \mathbf{1} + \boldsymbol{\varepsilon}$, où $\boldsymbol{\varepsilon}$ est infinitésimale, comme $\deg(\mathbf{1}) = 0$ et $\deg(\boldsymbol{\varepsilon}) < 0$, le théorème précédent implique que f est unitaire. CQFD.

Le théorème suivant est évident :

THÉORÈME 2
f et g étant des fonctions omégaréelles non nulles, si $\deg(f) = \deg(g) = \alpha$ et $f(\alpha) + g(\alpha) \neq 0$, alors $\deg(f + g) = \alpha$.

Lemme 3
$\mathbf{R}_\omega$ muni de l'addition des fonctions est un groupe commutatif.

En effet, d'après le lemme 1, $\mathbf{R}_\omega$ est stable pour +. D'autre part l'élément neutre pour l'addition $\mathbf{0}$ est omégaréel. Enfin, si f est omégaréelle, il est évident qu'il en est de même pour son symétrique $-f$. Donc $\mathbf{R}_\omega$ est un sous-groupe du groupe de l'ensemble des applications de **R** dans **R**.

b) Multiplication interne

Dans cette partie, nous allons utiliser une sommation éventuellement infinie non dénombrable de réels. Précisons brièvement le sens que nous donnons à cette sommation au moyen des axiomes suivants :

A_1) Étant donné un ensemble quelconque E, $\Sigma_{x \in E}\ 0 = 0$
A_2) Étant donnés un ensemble quelconque E, une partie *finie* A de E et une partie B de E telles que $A \cup B = E$, une application f de E dans **R** nulle sur B, on a : $\Sigma_{x \in E} f(x) = \Sigma_{y \in A} f(y)$

Ce préliminaire étant posé, soient f et g deux fonctions omégaréelles ou non et x un réel. On dira que f est pour x **multipliable** par g, ou que f et g sont **multipliables** pour x, ou encore que le **produit** de f et g est **défini** pour x, si l'ensemble C des couples (u ; v) de réels tels que $u + v = x$ et $f(u)g(v) \neq 0$ est un ensemble fini. On dira simplement que f et g sont multipliables s'ils le sont pour tout réel.

A titre d'exemple, on vérifie que pour tout réel α, la fonction $\mathbf{w}^\alpha$ est multipliable par toute fonction. En effet, soient une fonction quelconque f et un réel x. On considère l'ensemble C des couples (u ; v) de réels tels que $u + v = x$ et $\mathbf{w}^\alpha(u)g(v) \neq 0$. On a $\mathbf{w}^\alpha(u)g(v) \neq 0 \Leftrightarrow \mathbf{w}^\alpha(u) \neq 0$ et $g(v) \neq 0$.
Or $\mathbf{w}^\alpha(u) \neq 0 \Leftrightarrow u = \alpha$. Donc $v = x - \alpha$. Si $g(v) = 0$, alors $C = \varnothing$, sinon $C = \{(\alpha ; x - \alpha)\}$. Dans les deux cas C est fini. CQFD.

Si f et g sont des fonctions multipliables pour un réel x, alors on peut définir le réel
$h(x) = \Sigma_{u+v=x} f(u).g(v)$ En effet, les produits $f(u)g(v)$ tels que $u + v = x$ et $f(u)g(v) \neq 0$ sont en nombre fini.

Si f et g sont multipliables pour tout réel x, alors on a une fonction h qui est par définition le produit de f et g et est notée f . g ou fg. En permutant les rôles de f et g, on voit que fg = gf, d'où commutativité de la multiplication.

Les fonctions $\mathbf{0}$ et $\mathbf{1}$ sont multipliables par toute fonction f et on a : $\mathbf{0}.f = \mathbf{0}$ et $\mathbf{1}.f = f$.
En effet, le cas $\mathbf{0}.f = \mathbf{0}$ est évident. Pour le second, on sait déjà que $\mathbf{1}$ est multipliable par toute fonction f puisque $\mathbf{1} = \mathbf{w}^0$. Donc $h(x) = \Sigma_{u+v=x} \mathbf{1}(u).f(v)$ pour tout x. Or $\mathbf{1}(u)$ est non nul et vaut 1 seulement pour $u = 0$, ce qui implique $v = x$, d'où $h(x) = \mathbf{1}(0).f(x) = f(x)$ pour tout x, donc $h = f$.

$\mathbf{1}$ est donc l'élément neutre pour la multiplication.

Lemme 1

Si f et g sont des fonctions possédant un plus grand exposant , respectivement μ et ν, alors f et g sont multipliables pour $x > \mu + \nu$, et $h(x) = (fg)(x) = 0$

En effet, supposons $x > \mu + \nu$. Soit l'ensemble C des couples $(u ; v)$ de réels tels que $u + v = x$ et $f(u)g(v) \neq 0$. Il suffit de montrer que $f(u)g(v) = 0$ dans tous les cas de figure de u :
Si $u > \mu$, alors $f(u) = 0$.
Si $u \leq \mu$, on a : $x = u + v \leq \mu + v$ qui avec $\mu + \nu < x$ implique $\mu + \nu < \mu + v$, d'où $v > \nu$, ce qui entraîne $g(v) = 0$.
Donc $C = \varnothing$, d'où $h(x) = \boldsymbol{\Sigma}_{u+v=x} f(u).g(v) = 0$

THÉORÈME 1
Si f et g sont des fonctions multipliables et possédant un plus grand exposant , respectivement μ et ν, alors pour tout x , $h(x) = (fg)(x) = \boldsymbol{\Sigma}_{u = x-\nu\ ;\ \mu} f(u).g(x-u) = \boldsymbol{\Sigma}_{v = x-\mu\ ;\ \nu} f(x-v).g(v)$

Démonstration :
On a : $h(x) = \boldsymbol{\Sigma}_{u+v=x} f(u).g(v)$

Le lemme précédent montre que $h(x) = 0$ pour $x > \mu + \nu$.

Étape 1
Montrons que $f(u)g(v)$ ne peut être non nul que pour $u \in [x - \nu ; \mu]$. En effet, si $u > \mu$, alors $f(u) = 0$. Et si $u < x - \nu$ alors $x - u > \nu$, c'est-à-dire $v > \nu$, ce qui implique $g(v) = 0$

Étape 2
Si $x > \mu + \nu$, comme $h(x) = 0$, on peut toujours écrire $h(x) = \boldsymbol{\Sigma}_{u = x-\nu\ ;\ \mu} f(u).g(x-u)$, puisque le produit $f(u)g(v) = f(u)g(x-u) = 0$ pour toute les valeurs de u.

Et si $x \leq \mu + \nu$, on a : $x - \nu \leq \mu$. Et comme $f(u)g(v)$ ne peut être non nul que pour $u \in [x - \nu ; \mu]$, on a donc $h(x) = \boldsymbol{\Sigma}_{u+v=x} f(u).g(v) = \boldsymbol{\Sigma}_{u = x-\nu\ ;\ \mu} f(u).g(x-u)$.
Par permutation des rôles des variables u et v , on a donc aussi $h(x) = \boldsymbol{\Sigma}_{v = x-\mu\ ;\ \nu} f(x-v).g(v)$. CQFD.

THÉORÈME 2
Si f et g sont des fonctions omégaréelles de degrés respectifs μ et ν, alors f et g sont multipliables et $h = fg$ est une fonction omégaréelle de degré $\mu + \nu$.

Démonstration :
Si $f = \mathbf{0}$ ou $g = \mathbf{0}$, alors $h = \mathbf{0}$, et on a : $\deg(h) = \deg(f) + \deg(g) = -\infty$ et le théorème est démontré. Ces cas éliminés, supposons $f \neq \mathbf{0}$ et $g \neq \mathbf{0}$.

On sait (lemme 1) que $h = fg$ est défini pour $x > \mu + \nu$ et qu'on a $h(x) = 0$.

Étape 1
Montrons que $h(x)$ est défini pour $x \leq \mu + \nu$, ce qui montre que f et g sont multipliables.

Supposons $x \leq \mu + \nu$. On a alors $x - \nu \leq \mu$. Soient des réels u et v tels que $u + v = x$. Examinons le produit $f(u)g(v)$ dans les trois cas de figure : $u > \mu$, $u < x - \nu$ et u appartient à l'intervalle $[x - \nu ; \mu]$:
Si $u > \mu$ alors $f(u) = 0$.
Si $u < x - \nu$ alors $x - u > \nu$ c'est-à-dire $v > \nu$, ce qui implique $g(v) = 0$.
Si u appartient à l'intervalle $[x - \nu ; \mu]$, comme sur cet intervalle $f(u)$ est non nul seulement pour un nombre fini de valeurs, il en est de même pour le produit $f(u)g(v)$.

Donc $h(x) = \boldsymbol{\Sigma}_{u+v=x} f(u).g(v)$ est défini pour tout $x \leq \mu + \nu$.

Étape 2
$\mu + \nu$ est le plus grand exposant de h.

Montrons que $\mu + \nu$ est un exposant de h, ce qui a pour conséquence que c'est le plus grand de h. Il s'agit donc de montrer que $h(\mu + \nu) \neq 0$.

D'après le théorème 1, $h(x) = \mathbf{\Sigma}_{u = x-\nu \,;\, \mu}\ f(u).g(x-u)$ donc
$h(\mu + \nu) = \mathbf{\Sigma}_{u = \mu\,;\,\mu}\ f(\mu)g(\nu) = f(\mu)g(\nu) \neq 0$.

Étape 3
Pour tout réel $a \leq \mu + \nu$, h possède un nombre fini d'exposants sur l'intervalle $[a \,;\, \mu + \nu]$

Soit E l'ensemble des réels z qui sont somme d'un exposant u de f et d'un exposant v de g, c'est-à-dire l'ensemble : $E = \{ z : \exists (u\,;\,v)$ tel que $f(u) \neq 0$ et $g(v) \neq 0$ et $u + v = z \}$

Il est clair que E contient tous les exposant de h . En effet, d'après la définition $h(x) = \mathbf{\Sigma}_{u+v = x}\ f(u).g(v)$, si x est un exposant de h , alors $h(x) \neq 0$. Dans ce cas, h(x) est une somme finie de produits f(u)g(v) non nuls, et donc il existe au moins un exposant u de f et un exposant v de g tel que $u + v = x$. En particulier le réel $\mu + \nu \in E$.
Soit un réel $a \leq \mu + \nu$. Pour montrer que h possède un nombre fini d'exposants sur l'intervalle $[a \,;\, \mu + \nu]$, il suffit de montrer que le nombre des éléments z de E appartenant à cet intervalle est fini.
Soit $z \in E$. Il existe donc $(u\,;\,v)$ tel que $f(u) \neq 0$ et $g(v) \neq 0)$ et $u + v = z$. Or $f(u) \neq 0 \Rightarrow u \leq \mu$ et $g(v) \neq 0 \Rightarrow v \leq \nu$.
D'autre part, $z \in [a \,;\, \mu + \nu]$ implique $a \leq z$, soit $a \leq u + v$.
Si $u < a - \nu$ alors $u = a - \nu - e$, avec $e > 0$. Donc $a \leq (a - \nu - e) + v$, d'où $v \geq \nu + e$ donc $v > \nu$, ce qui est contradictoire. Donc $u \geq a - \nu$, donc $u \in [a - \nu \,;\, \mu]$ et par analogie $v \in [a - \mu \,;\, \nu]$. Or les exposants de f sont en nombre fini sur $[a - \nu \,;\, \mu]$ et ceux de g en nombre fini sur $[a - \mu \,;\, \nu]$. Donc il en est de même des sommes $z = u + v$ telles que u et v soient respectivement des exposants de f et g appartenant respectivement à ces intervalles.

En conclusion, h est une fonction omégaréelle de degré $\mu + \nu$. CQFD.

THÉORÈME 3
f et g étant deux fonctions omégaréelles, $\deg(fg) = \deg(f) + \deg(g)$. Si f et g sont non nuls et si μ et ν désignent leurs degrés respectifs, on a : $(fg)(\mu + \nu) = f(\mu)g(\nu)$

Ce sont les résultats des étapes 2 et 4.

Dans toute la suite, sauf précision contraire, le terme fonction sous-entendra une fonction omégaréelle.

f étant une fonction, on pose $f^0 = 1$ et $f^{k+1} = f\,.\,f^k$ pour un entier naturel $k \geq 0$.

On en déduit immédiatement les résultats suivants :

- f étant une fonction et n un entier naturel, $\deg(f^n) = n\,.\,\deg(f)$

- Le produit de deux omégaréels finis est fini
  En effet, $\deg(f) \leq 0$ et $\deg(g) \leq 0$ implique $\deg(fg) = \deg(f) + \deg(g) \leq 0$

- Si f est finie et si g est infinitésimale, alors fg est infinitésimal.
  En effet, $\deg(f) \leq 0$ et $\deg(g) < 0$ implique $\deg(fg) = \deg(f) + \deg(g) < 0$

  En particulier, le produit de deux infinitésimaux est infinitésimal.

- Le produits de deux transfinis est transfini.
  En effet, $\deg(f) > 0$ et $\deg(g) > 0$ implique $\deg(fg) = \deg(f) + \deg(g) > 0$

THÉORÈME 4
f étant une fonction, α et x des réels , $(\mathbf{w}^{\alpha} f)(x) = f(x - \alpha)$.

En effet , $(\mathbf{w}^{\alpha} f)(x) = \mathbf{\Sigma}_{u+v = x}\ \mathbf{w}^{\alpha}(u)f(v)$

Or $\mathbf{w}^{\alpha}(\alpha) = 1$ et est non nul seulement pour $u = \alpha$, d'où pour $v = x - u = x - \alpha$.
Donc $(\mathbf{w}^{\alpha} f)(x) = \mathbf{w}^{\alpha}(\alpha)\, f(x - \alpha) = f(x - \alpha)$.

Corollaire
α et β étant des réels, $\mathbf{w}^{\alpha} . \mathbf{w}^{\beta} = \mathbf{w}^{\alpha+\beta}$.

En effet, $(\mathbf{w}^{\alpha} . \mathbf{w}^{\beta})(x) = \mathbf{w}^{\beta}(x-\alpha)$. Or $\mathbf{w}^{\beta}(x-\alpha) = 1$ si $x-\alpha = \beta$, soit $x = \alpha+\beta$.
Et $\mathbf{w}^{\beta}(x-\alpha) = 0$ si $x-\alpha \neq \beta$, soit $x \neq \alpha+\beta$. Donc $(\mathbf{w}^{\alpha} . \mathbf{w}^{\beta})(x) = \mathbf{w}^{\alpha+\beta}(x)$.

En particulier $\mathbf{w}^{\alpha} . \mathbf{w}^{-\alpha} = \mathbf{w}^{\alpha-\alpha} = \mathbf{w}^{0} = \mathbf{1}$. Donc $\mathbf{w}^{-\alpha} = \theta^{\alpha}$ est l'inverse de $\mathbf{w}^{\alpha}$ pour la multiplication.

Lemme 2 (Associativité de la multiplication)
f , g et h étant des fonctions , on a : $f(gh) = (fg)h$

Démonstration :
$[f(gh)](x) = \mathbf{\Sigma}_{u+t=x} f(u) . (gh)(t) = \mathbf{\Sigma}_{u+t=x} [\ f(u) . \mathbf{\Sigma}_{v+w=t}\, g(v)h(w)\ ]$
$= \mathbf{\Sigma}_{u+t=x} [\mathbf{\Sigma}_{v+w=t}\, f(u)g(v)h(w)\ ]$

Il est clair que les produits $f(u)g(v)h(w)$ intervenant dans cette sommation sont tels que $u+v+w = x$. Réciproquement, si u , v et w sont des réels tels que $u+v+w = x$, en posant $v+w = t$, on a $u+t = x$ et donc le produit $f(u)g(v)h(w)$ intervient dans cette sommation. On en déduit que

$[f(gh)](x) = \mathbf{\Sigma}_{u+v+w=x}\, f(u)g(v)h(w)$
que l'on peut aussi écrire $\mathbf{\Sigma}_{u+v+w=x}\, h(w)f(u)g(v)$ soit $[h(fg)](x)$. Par commutativité de la multiplication dans $\mathbf{R}_{\omega}$, on a $[h(fg)](x) = [(fg)h](x)$. CQFD.

Lemme 3 (Distributivité de la multiplication par rapport à l'addition)
f , g et h étant des fonctions , on a : $f(g+h) = (fg) + (fh)$

$[f(g+h)](x) = \mathbf{\Sigma}_{u+v=x} f(u) . (g+h)(v) = \mathbf{\Sigma}_{u+v=x} [f(u)g(v) + f(u)h(v)]$
$= \mathbf{\Sigma}_{u+v=x} f(u)g(v) + \mathbf{\Sigma}_{u+v=x} f(u)h(v)$
$= (fg)(x) + (fh)(x)$. CQFD.

c) Multiplication externe

Étant donnée une fonction omégaréelle f et un réel λ , la fonction λf est définie par :

$(\lambda f)(x) = \lambda f(x)$, pour tout x.

Il est clair que λf est aussi omégaréelle. En effet, si $\lambda = 0$, alors $\lambda f = \mathbf{0}$, donc est omégaréelle. Si $\lambda \neq 0$, on a : $(\lambda f)(x) \neq 0 \Leftrightarrow \lambda f(x) \neq 0 \Leftrightarrow f(x) \neq 0$. Donc λf et f ont les mêmes exposants, ce qui fait de λf une fonction omégaréelle.

On en déduit que si $\lambda \neq 0$ alors $\deg(\lambda f) = \deg(f)$.

Lemme 1
f et g étant des fonctions , α et β des réels, on a :
- $1 . f = f$
- $\alpha(f+g) = \alpha f + \alpha g$
- $(\alpha+\beta)f = \alpha f + \beta f$
- $\alpha(\beta f) = (\alpha\beta)f$

En fait, ces propriétés résultent du fait que $\mathbf{R}_{\omega}$, muni de l'addition et de la multiplication externe, est évidemment un sous-espace vectoriel de l'espace vectoriel sur **R** de l'ensemble des applications de **R** dans **R**.
On a aussi les relations élémentaires suivantes :
- $0 . f = \mathbf{0}$
- $\alpha . \mathbf{0} = \mathbf{0}$
- $(-1) . f = -f$

Le lemme suivant est évident :

Lemme 2
Pour qu'une fonction f soit finie, il faut et il suffit que f soit de la forme $\lambda.\mathbf{1} + \boldsymbol{\varepsilon}$, où λ est un réel et $\boldsymbol{\varepsilon}$ est une fonction infinitésimale.

Lemme 3
f et g étant des fonctions, α et β des réels, on a :
$(\alpha f) . (\beta g) = (\alpha\beta) . (fg)$

En effet, $(\alpha f) . (\beta g) (x) = \boldsymbol{\Sigma}_{u+v=x} (\alpha f)(u) . (\beta g)(v) = \boldsymbol{\Sigma}_{u+v=x} \alpha f(u) . \beta g(v) = \boldsymbol{\Sigma}_{u+v=x} (\alpha\beta)f(u)g(v)$
$= \alpha\beta\boldsymbol{\Sigma}_{u+v=x} f(u)g(v) = (\alpha\beta)(fg)(x)$

Lemme 4
Étant donné un réel α, soit une fonction f telle que $f(x) = 0$ pour tout $x \neq \alpha$. Alors on a :
$f = f(\alpha)\, \mathbf{w}^\alpha$.

En effet, x étant un réel, soit la fonction g définie par $g(x) = f(\alpha)\, \mathbf{w}^\alpha(x)$. Si $x \neq \alpha$, $\mathbf{w}^\alpha(x) = 0$ donc $g(x) = 0 = f(x)$. Et si $x = \alpha$, par définition $\mathbf{w}^\alpha(\alpha) = 1$, donc $g(\alpha) = f(\alpha)$. Donc $g = f$. CQFD

La réciproque est évidente : a et α étant des réels, la fonction $f = a\, \mathbf{w}^\alpha$ est la fonction définie par : $f(\alpha) = a$ et $f(x) = 0$ pour $x \neq \alpha$.

On déduit de ce lemme que si α et β sont des réels et si f est une fonction telle que $f(x) = 0$ pour tout $x \notin \{\alpha , \beta\}$, alors $f = f(\alpha)\, \mathbf{w}^\alpha + f(\beta)\, \mathbf{w}^\beta$.

En effet, si $\alpha = \beta$, on se ramène au cas précédent. Et si $\alpha \neq \beta$, soit la fonction g définie par :
$g(x) = f(\alpha)\, \mathbf{w}^\alpha(x) + f(\beta)\, \mathbf{w}^\beta(x)$. On a $g(\alpha) = f(\alpha)\, \mathbf{w}^\alpha(\alpha) + f(\beta)\, \mathbf{w}^\beta(\alpha) = f(\alpha). 1 + f(\beta). 0 = f(\alpha)$. De même, $g(\beta) = f(\beta)$. Et si $x \notin \{\alpha ; \beta\}$, alors $\mathbf{w}^\alpha(x) = \mathbf{w}^\beta(x) = 0$, donc $g(x) = 0$. Donc $g = f$.

On démontre aisément de la même manière que $A = \{\alpha , \beta , ... , \lambda\}$ étant un ensemble fini quelconque, α, β, ... , λ étant distincts et rangés dans l'ordre croissant, si f est une fonction telle que $f(x) = 0$ pour tout $x \notin \{\alpha , \beta , ... , \lambda\}$, alors $f = f(\alpha)\, \mathbf{w}^\alpha + f(\beta)\, \mathbf{w}^\beta + ... + f(\lambda)\, \mathbf{w}^\lambda$ que nous pouvons écrire :

$f = \boldsymbol{\Sigma}_{u\in A} f(u)\, \mathbf{w}^u$ ou $f = \boldsymbol{\Sigma}_{u=\alpha\,;\,\lambda} f(u)\, \mathbf{w}^u$ ou encore $f = \boldsymbol{\Sigma}_{u\in R} f(u)\, \mathbf{w}^u$ étant entendu que $f(u)\, \mathbf{w}^u = \mathbf{0}$ pour $u \notin \{\alpha , \beta , ... , \lambda\}$

Un cas particulier est celui où f est un polynôme formel de degré n (n étant un entier naturel). On rappelle que f est alors par définition une fonction omégaréelle dont les exposants sont des entiers naturels. On a dans ce cas
$f = f(0)\, \mathbf{w}^0 + f(1)\, \mathbf{w}^1 + f(2)\, \mathbf{w}^2 + ... + f(n)\, \mathbf{w}^n = \boldsymbol{\Sigma}_{i=0\,;\,n} f(i)\, \mathbf{w}^i$.

Introduisons maintenant le symbole $g = \boldsymbol{\Sigma}_{u\in R} f(u)\, \mathbf{w}^u$ et donnons dans $\mathbf{R}_\omega$ le sens et les propriétés que nous avons donné à cette sommation dans $\mathbf{R}$ au début du §b , à la seule différence que les termes non nuls de cette sommation sont ici éventuellement en nombre infini dénombrable. Ce détail (gênant dans $\mathbf{R}$) s'harmonise fort bien avec les propriétés de $\mathbf{R}_\omega$. Une première preuve de cette affirmation est donnée par le fait que le symbole g , comme dans les cas précédents, s'identifie à f. En effet, $g(x) = \boldsymbol{\Sigma}_{u\in R} f(u)\, \mathbf{w}^u(x)$. Il est clair que les termes de la sommations sont nuls pour $u \neq x$ car alors $\mathbf{w}^u(x) = 0$. Le seul terme éventuellement non nul est obtenu pour $x = u$ d'où $g(x) = f(x)\, \mathbf{w}^x(x) = f(x) . 1 = f(x)$, donc $g = f$.

Pour cette raison, nous étendons la notation $f = \boldsymbol{\Sigma}_{u\in R} f(u)\, \mathbf{w}^u$ au cas général où f est une fonction omégaréelle quelconque. On écrira aussi : $f = \boldsymbol{\Sigma}_{u\in A} f(u)\, \mathbf{w}^u = \boldsymbol{\Sigma}_{u=-\infty\,;\,\alpha} f(u)\, \mathbf{w}^u$ où A est un ensemble contenant les exposants de f et où α est le degré de f.

On a alors $\lambda f = \boldsymbol{\Sigma}_{u\in A} \lambda f(u)\, \mathbf{w}^u$. Cette notation s'harmonise aussi avec le produit de deux fonctions omégaréelles fg. en effet, soit $h = [\boldsymbol{\Sigma}_{u\in R} f(u)\, \mathbf{w}^u]\, [\boldsymbol{\Sigma}_{v\in R} g(v)\, \mathbf{w}^v] = \boldsymbol{\Sigma}_{(u,\, v)\in R\times R} f(u)g(v)\, \mathbf{w}^u \mathbf{w}^v$

$= \Sigma_{(u,\,v)\in\mathbf{R}\times\mathbf{R}}\ f(u)g(v)\ \mathbf{w}^{u+v}$ donc $h(x) = \Sigma_{(u,\,v)\in\mathbf{R}\times\mathbf{R}}\ f(u)g(v)\ \mathbf{w}^{u+v}(x)$. Les seuls termes $\neq 0$ de cette sommation sont obtenus pour $u + v = x$, ce qui donne $h(x) = \Sigma_{u+v=x}\ f(u)g(v)\ \mathbf{w}^{u+v}(u+v)$
$= \Sigma_{u+v=x}\ f(u)g(v)$, ce qui est la définition du produit $fg(x)$.

Ce sont ces considérations qui justifient à posteriori la terminologie des polynômes utilisé pour les fonctions omégaréelles.

Lemme 5
f étant une fonction non nulle de degré α , on a :
$f = f(\alpha)\ \mathbf{w}^{\alpha}\varphi$, où φ est une fonction unitaire.

Il suffit de prendre $\varphi = f(\alpha)^{-1}\ \mathbf{w}^{-\alpha} f$. On a $\deg(\varphi) = \deg[f(\alpha)^{-1}\ \mathbf{w}^{-\alpha} f] = \deg(\mathbf{w}^{-\alpha} f) = -\alpha + \deg(f) = 0$.
Comme d'après le théorème 1 $\mathbf{w}^{-\alpha} f(x) = f(x + \alpha)$, on donc $\mathbf{w}^{-\alpha} f(0) = f(0 + \alpha) = f(\alpha)$, autrement dit, le coefficient dominant de $\mathbf{w}^{-\alpha} f$ est $f(\alpha)$, en conséquence celui de $f(\alpha)^{-1}\ \mathbf{w}^{-\alpha} f$ est $f(\alpha)^{-1} f(\alpha) = 1$.
Enfin on a $f(\alpha)\ \mathbf{w}^{\alpha}\varphi = [f(\alpha)\ \mathbf{w}^{\alpha}][f(\alpha)^{-1}\ \mathbf{w}^{-\alpha} f] = f(\alpha)f(\alpha)^{-1}(\mathbf{w}^{\alpha}\ \mathbf{w}^{-\alpha})f = f$. CQFD.

Il est clair que φ est unique. En effet, si φ' est une fonction unitaire telle que $f = f(\alpha)\ \mathbf{w}^{\alpha}\varphi'$, on a :

$f(\alpha)\ \mathbf{w}^{\alpha}\varphi = f(\alpha)\ \mathbf{w}^{\alpha}\varphi'$, donc $[f(\alpha)^{-1}\ \mathbf{w}^{-\alpha}]\ f(\alpha)\ \mathbf{w}^{\alpha}\varphi = [f(\alpha)^{-1}\ \mathbf{w}^{-\alpha}] f(\alpha)\ \mathbf{w}^{\alpha}\varphi'$ d'où $\varphi = \varphi'$. CQFD.
φ est appelée l'unitaire de f.

2. *Relations d'inégalité sur l'ensemble des fonctions omégaréelles*

a) Définitions

Soit une fonction omégaréelle. On dira que f est **strictement positive** et on écrira $f > \mathbf{0}$, si $f \neq \mathbf{0}$ et si $f(\alpha) > 0$, où α est le degré de f.

On dira que f est **strictement négative**, et on écrira $f < \mathbf{0}$, si $-f > \mathbf{0}$, ce qui équivaut à dire que $f \neq \mathbf{0}$ et $f(\alpha) < 0$, où α est le degré de f.

Autrement dit, le signe d'une fonction omégaréelle est par définition celui de son coefficient dominant. On a bien évidemment : $f < \mathbf{0} \Leftrightarrow -f > \mathbf{0}$ puisque si a est le coefficient dominant de f , alors $-a$ est celui de $-f$.

f et g étant des fonctions, on dira que f est **strictement supérieur** à g et on écrira $f > g$ si $f - g > \mathbf{0}$. Si $f - g < \mathbf{0}$, on dira que f est **strictement inférieur** à g et on écrira $f < g$.

Il est clair qu'on a : $f < g \Leftrightarrow g > f$. En effet, $f < g \Rightarrow f - g < \mathbf{0} \Rightarrow g - f > \mathbf{0} \Rightarrow g > f$ et réciproquement.

A partir des inégalités $<$ et $>$ sur $\mathbf{R}_\omega$, on définit sur $\mathbf{R}_\omega$ les inégalités $\leq$ et $\geq$ de la même façon que dans **R**.

f étant une fonction, la **valeur absolue** de f est comme dans **R** définie par :
$|\mathbf{f}| = \mathbf{sup}(-\mathbf{f}\,;\mathbf{f})$

b) Propriétés

On a les propriétés élémentaires suivantes :

1) Si $f \neq g$, alors ou bien $f < g$ ou bien $g < f$.
En effet, si $f \neq g$, alors $f - g \neq \mathbf{0}$ et donc $f - g$ possède un coefficient dominant non nul λ et on a ou bien $\lambda < 0$ ou bien $\lambda > 0$.

2) $f > \mathbf{0}$ et $g > \mathbf{0} \Rightarrow f + g > \mathbf{0}$; $f < \mathbf{0}$ et $g < \mathbf{0} \Rightarrow f + g < \mathbf{0}$.
En effet soient $a = \mathrm{cdm}(f)$ et $b = \mathrm{cdm}(g)$. On a : $a > 0$ et $b > 0$. Si $\deg(f) > \deg(g)$ alors

$\text{cdm}(f + g) = a$. Et si $\deg(f) = \deg(g)$ alors $\text{cdm}(f + g) = a + b > 0$.
On démontre de même ou on en déduit que $f < \mathbf{0}$ et $g < \mathbf{0} \Rightarrow f + g < \mathbf{0}$.

3) $f < g$ et $g < h \Rightarrow f < h$.
En effet, si $f < g$ et $g < h$ alors $f - g < \mathbf{0}$ et $g - h < \mathbf{0}$, d'où $(f - g) + (g - h) < \mathbf{0}$, soit $f - h < \mathbf{0}$, d'où $f < h$.

4) $f < g \Leftrightarrow$ il existe $h > \mathbf{0}$ tel que $f + h = g$.
En effet, $g = (g - f) + f$. Si $f < g$ alors $h = g - f > \mathbf{0}$. Réciproquement si $f + h = g$ avec $h > \mathbf{0}$, alors $g - f = h > \mathbf{0}$, d'où $f < g$

5) $f < g$ et $h > 0 \Rightarrow fh < gh$.
En effet, $fh - gh = (f - g)h$. Comme $f < g$, on a $f - g < \mathbf{0}$. Soient $a = \text{cdm}(f - g)$ et $b = \text{cdm}(h)$
$f - g < \mathbf{0} \Rightarrow a < 0$ et $h > 0 \Rightarrow b > 0$. On a $\text{cdm}((f - g)h) = ab$ (lemme 1.b.2)
et comme $ab < 0$ on a donc $(f - g)h < \mathbf{0}$, donc $fh - gh < \mathbf{0}$, d'où $fh < gh$.

6) Pour toute fonction f, $\deg(|f|) = \deg(f)$ et si $f \neq \mathbf{0}$, $\text{cdm}(|f|) = |\text{cdm}(f)|$
En effet, on a $\deg(-f) = \deg(f)$ et pour f non nulle, $\text{cdm}(-f) = -\text{cdm}(f)$

Les propriétés 1) et 3) montrent que la relation $<$ est une relation d'ordre total sur $\mathbf{R}_\omega$. Toutes ces propriétés mettent en évidence le fait que la relation $<$ a dans $\mathbf{R}_\omega$ les mêmes caractéristiques classiques que dans $\mathbf{R}$. Cependant, le théorème qui suit et une de ses conséquences que nous verrons plus loin introduit une importante différence avec l'inégalité dans $\mathbf{R}$.

THÉORÈME 1
Si f est une fonction de degré α, pour tout $\beta > \alpha$, on a : $-\mathbf{w}^\beta < f < \mathbf{w}^\beta$.

En effet, $\text{cdm}(\mathbf{w}^\beta - f) = 1$ et $\text{cdm}(-\mathbf{w}^\beta - f) = -1$.
(théorème 1.a.1 et corollaire), donc $\mathbf{w}^\beta - f > \mathbf{0}$ et $-\mathbf{w}^\beta - f < \mathbf{0}$, d'où $f < \mathbf{w}^\beta$ et $-\mathbf{w}^\beta < f$.
CQFD.

THÉORÈME 2
Si $\deg(f) < \deg(g)$ alors :

- $g > \mathbf{0} \Rightarrow f < g$
- $g < \mathbf{0} \Rightarrow f > g$

En effet, d'après le théorème 1.a. 1, $\text{cdm}(g - f) = \text{cdm}(g)$. Donc le signe de $g - f$ est celui de g.

THÉORÈME 3
Étant données deux fonctions f et g, $|f| < g \Rightarrow \deg(f) \leq \deg(g)$

En effet, supposons $\deg(f) > \deg(g)$. Comme $\deg(|f|) = \deg(f)$, on a donc $\deg(|f|) > \deg(g)$ et le théorème précédent entraîne alors $g < |f|$, ce qui est contradictoire. CQFD.

Corollaire
λ étant un réel, si $|f| < \mathbf{w}^\lambda$, alors $\deg(f) \leq \lambda$.

3. Inverse d'une fonction omégaréelle non nulle

Nous allons à présent démontrer une propriété particulièrement importante des fonctions omégaréelles, savoir que toute fonction omégaréelle f non nulle est inversible.

a) Suite des exposants potentiels (ou d'extrapolation des exposants) d'une fonction unitaire

Soit une fonction unitaire φ. On rappelle que $\deg(\varphi) = 0$, ce qui veut dire que les exposants de φ autres que 0 sont < 0. Pour les besoins de la démonstration, il nous faut associer à φ une suite $(u_n)_{n\in\mathbf{N}}$ dite suite de ses exposants potentiels (ou suite d'extrapolation de ses exposants). Grosso modo, on veut "numéroter" les exposants de φ au moyen d'une suite arithmétique par morceaux. La question est simple si φ est fondamentale. Dans ce cas, les exposants potentiels de φ sont les entiers ≤ 0. La suite en question est alors celle définie par $u_n = -n$. Mais si φ est non fondamentale, la suite $(u_n)_{n\in\mathbf{N}}$ recherchée doit, comme celle des fonctions fondamentales, posséder les trois propriétés suivantes :

i) $u_0 = 0$ et $\forall n \in \mathbf{N},\ u_{n+1} < u_n$, c'est-à-dire c'est une suite décroissante de termes négatifs.
ii) $\forall x\in \mathbf{R},\ \forall n \in \mathbf{N},\ x \in]u_{n+1} ; u_n[\ \Rightarrow\ \varphi(x) = 0$, ce qui veut dire que l'ensemble des u_n est souhaité être celui des exposants de φ , ou à défaut contenir tous ces exposants.
iii) $\forall n \in \mathbf{N},\ u_n - u_{n+1} \leq u_{n-1} - u_n$, autrement dit, la distance entre deux termes consécutifs est (comme pour les fonctions fondamentales) souhaitée constante ou à défaut décroissante.

Nous indiquons ci-après une solution. Comme φ n'est pas fondamentale, on a $\varphi \neq \mathbf{1}$, donc il est clair que φ possède au moins deux exposants :

- On pose $u_0 = 0$ et u_1 est l'exposant immédiatement inférieur à u_0.
- Supposons défini u_n distinct de u_{n-1} , avec $n > 0$. Soit $d = |u_n - u_{n-1}|$. On a bien sûr $d > 0$.
  - Si φ ne possède pas d'exposant strictement inférieur à u_n alors on pose $u_{n+1} = u_n - d$ (1)
  - Si φ possède un exposant strictement inférieur à u_n , alors α désignant l'exposant de φ immédiatement inférieur à u_n , on a les deux cas suivants :
    $|\alpha - u_n| \leq d$, et alors on pose $u_{n+1} = \alpha$ (2)
    $|\alpha - u_n| > d$, alors on pose $u_{n+1} = u_n - d$ (3)

On voit que si (1) est vérifié, alors la suite est arithmétique de raison $-d$ à partir du rang n. Si (3) est vérifié, alors la suite est arithmétique de raison $-d$ dans l'intervalle $[\alpha ; u_n]$ jusqu'à ce que (2) soit vérifié. L'exposant α sera donc le terme de la suite de la forme $\alpha = u_{n+k}$ si $|\alpha - u_n| = kd$ ou de la forme $\alpha = u_{n+1+k}$ si $|\alpha - u_n| = kd + d'$, avec $d' < d$ (k entier non nul)

Dans tous les cas, on a donc $u_{n+1} < u_n$, d'où i) . La distance entre u_n et son successeur est au plus d , d'où iii). φ n'a pas d'exposants dans l'intervalle $]u_{n+1} ; u_n[$, d'où ii).

La suite $(u_n)_{n\in\mathbf{N}}$ ainsi définie permet le résultat essentiel suivant :

Lemme
Pour tout entier $n \geq 1$, pour tout réel $x \in]u_{n+1} ; u_n]$, pour tout entier $m \in \{1, 2 , ... , n\}$, on a $x - u_m \in]u_n ; 0]$.

Démonstration :

- $x \in]u_{n+1} ; u_n] \Rightarrow x \leq u_n$. Il est clair que $u_n \leq u_m$ à cause de i) d'où $x \leq u_m$ soit $x - u_m \leq 0$ (1).
- On a les égalités $u_m - x = (u_0 - u_n) - (u_0 - u_m) + (u_n - x)$ (2) et
  $u_0 - u_m = (u_0 - u_1) + (u_1 - u_m)$ (3).
- $x \in]u_{n+1} ; u_n] \Rightarrow u_n - x < u_n - u_{n+1}$ (4) .
- iii) implique $u_n - u_{n+1} \leq u_0 - u_1$ (5) .

- On a $u_0 - u_1 > 0$ et $u_1 - u_m \geq 0$ à cause de i) donc (3) $\Rightarrow u_0 - u_1 \leq u_0 - u_m$ (6).
- (4) et (5) $\Rightarrow u_n - x < u_0 - u_1$ (7)
- (7) et (6) $\Rightarrow u_n - x < u_0 - u_m$ d'où $-(u_0 - u_m) + (u_n - x) < 0$ (8)
- (8) et (2) $\Rightarrow u_m - x < u_0 - u_n$, soit $u_n - u_0 < x - u_m$ soit $u_n < x - u_m$ (9)
- Et enfin (9) et (1) $\Rightarrow u_n < x - u_m \leq 0$ c'est-à-dire $x - u_m \in]u_n ; 0]$. CQFD.

b) Inverse d'une fonction omégaréelle

Prouvons d'abord que les fonctions unitaires sont inversibles. On considère donc une fonction unitaire φ et on lui associe la suite $(u_n)_{n\in\mathbf{N}}$ de ses exposants potentiels. On définit par récurrence la fonction Ψ suivante :

- $\Psi(x) = 0$ pour $x > 0$ et $\Psi(0) = 1$.
- $\Psi(x) = 0$ pour $x \in]u_1 ; 0[$

On suppose Ψ définie sur $]u_n ; 0]$ et on veut définir Ψ sur $]u_{n+1} ; u_n]$, ce qui a pour conséquence que h est définie sur $]u_{n+1} ; 0]$. Or on sait (lemme du §a) que pour tout entier $n \geq 1$, pour tout réel x, si $x \in]u_{n+1} ; u_n]$, alors pour tout entier $m \in \{1, 2, ..., n\}$, on a $x - u_m \in]u_n ; 0]$.
On définit $\Psi(x)$ pour $x \in]u_{n+1} ; u_n]$ par : $\Psi(x) = -\Sigma_{m=1 ; n} \varphi(u_m)\Psi(x - u_m)$
En effet, comme Ψ est définie sur $]u_n ; 0]$, Ψ définie pour les $x - u_m \in]u_n ; 0]$, donc pour $x \in]u_{n+1} ; u_n]$.

Lemme
La fonction Ψ est omégaréelle.

Démonstration :
Par définition Ψ est de degré 0. Pour que Ψ soit omégaréelle, il nous faut prouver que Ψ possède un nombre fini d'exposants sur tout intervalle[a ; b]. Pour cela, il nous suffit de montrer que c'est le cas sur tout intervalle $]u_n ; 0]$ pour tout $n \geq 1$. Par définition de Ψ le nombre de ses exposants sur $]u_1 ; 0]$ est fini. Montrons que si Ψ possède un nombre fini d'exposants sur $]u_n ; 0]$, $n \geq 1$, alors Ψ possède un nombre fini d'exposants sur $]u_{n+1} ; u_n]$, ce qui a pour conséquence que c'est le cas sur $]u_{n+1} ; 0]$

On suppose que l'ensemble E des exposants de Ψ est fini sur $]u_n ; 0]$.
Si E est vide, alors Ψ est nulle sur $]u_n ; 0]$. Et comme les $x - u_m$ sont des éléments de $]u_n ; 0]$ donc les $\Psi(x - u_m)$ sont tous nuls, ce qui entraîne que $\Psi(x) = -\Sigma_{m=1 ; n} \varphi(u_m)\Psi(x - u_m) = 0$ pour $x \in]u_{n+1} ; u_n]$, donc Ψ n'a pas d'exposants sur $]u_{n+1} ; u_n]$ et le lemme est démontré.
Si E est non vide, notons-le $E = \{e_1 , e_2 , ... , e_p\}$. Soit $x \in]u_{n+1} ; u_n]$. Supposons que $\Psi(x) \neq 0$.
Il est clair qu'il existe donc $m \in \{1 , 2 , ... , n\}$ tel que $\Psi(x - u_m) \neq 0$. Or $\Psi(x - u_m) \neq 0$ signifie que $x - u_m$ est un exposant de Ψ sur $]u_n ; 0]$. Par conséquent, il existe $k \in \{1 , 2 , ... , p\}$ tel que $x - u_m = e_k$, d'où $x = u_m + e_k$. Donc si x est un exposant de Ψ sur $]u_{n+1} ; u_n]$, alors x appartient à l'ensemble des $u_m + e_k$, ce qui montre que Ψ possède au plus np exposants sur $]u_{n+1} ; u_n]$. CQFD.

La conséquence immédiate de ce lemme est que Ψ est une fonction unitaire.

THÉORÈME 1
φ est inversible et son inverse est Ψ.

Démonstration :
Montrons que $\varphi\Psi = \mathbf{1}$. On utilisera ici pour le produit de deux fonctions f et g la forme
$(fg)(x) = \Sigma_{u = x-\nu ; \mu} f(u).g(x-u)$ où μ et ν sont les degrés respectifs de f et g.

Ici φ et Ψ sont de degré 0, ce qui montre que $\deg(\varphi\Psi) = 0$. De plus $\varphi(0) = \Psi(0) = 1$.
On doit donc prouver que pour tout réel x, $(\varphi\Psi)(x) = \Sigma_{u=x ; 0} \varphi(u)\Psi(x - u) = \mathbf{1}(x)$

- On a $(\varphi\Psi)(x) = 0 = \mathbf{1}(x)$ pour $x > 0$ à cause du fait que $\deg(\varphi\Psi) = 0$.
- On a $(\varphi\Psi)(0) = \varphi(0)\Psi(0) = 1 = \mathbf{1}(0)$
- Pour $x \in]u_1 ; 0[$, par définition $\Psi(0) = 0$.
  On a $(\varphi\Psi)(x) = \Sigma_{u=x ; 0} \varphi(u)\Psi(x - u)$. Le seul exposant potentiel de φ sur $[x ; 0]$ est 0, donc $(\varphi\Psi)(x) = \varphi(0)\Psi(0) = 0 = \mathbf{1}(x)$
- Soit un entier $n \geq 1$. Supposons qu'on ait prouvé que $(\varphi\Psi)(x) = \mathbf{1}(x)$ pour $x \in]u_n ; 0]$. Montrons que $(\varphi\Psi)(x) = \mathbf{1}(x)$ pour $x \in]u_{n+1} ; 0]$. Pour cela, il suffit de montrer que $(\varphi\Psi)(x) = \mathbf{1}(x)$ pour $x \in]u_{n+1} ; u_n]$.
  Si $x \in]u_{n+1} ; u_n]$, alors les seuls exposants potentiels de φ sur $[x ; 0]$ sont $u_0 , u_1 , ... , u_n$. Donc les seuls produits $\varphi(u)\Psi(x - u)$ susceptibles d'être non nuls sont ceux de la forme $\varphi(u_m)\Psi(x - u_m)$ pour $m \in \{0, 1 , 2 , ... , n\}$. On a donc $(\varphi\Psi)(x) = \Sigma_{u=x ; 0} \varphi(u)\Psi(x - u) = \Sigma_{m=0 ; n} \varphi(u_m)\Psi(x - u_m)$ $= \varphi(0)\Psi(x) + \Sigma_{m=1 ; n} \varphi(u_m)\Psi(x - u_m) = \Psi(x) + \Sigma_{m=1 ; n} \varphi(u_m)\Psi(x - u_m)$ et comme par définition $\Psi(x) = -\Sigma_{m=1 ; n} \varphi(u_m)\Psi(x - u_m)$ pour $x \in]u_{n+1} ; u_n]$, on a donc $(\varphi\Psi)(x) = 0 = \mathbf{1}(x)$ pour $x \in]u_{n+1} ; u_n]$, d'où $(\varphi\Psi)(x) = \mathbf{1}(x)$ pour $x \in]u_{n+1} ; 0]$

On vient donc de montrer par récurrence que $(\varphi\Psi)(x) = \mathbf{1}(x)$ pour tout réel x. CQFD.

THÉORÈME 2
Toute fonction omégaréelle non nulle f est inversible, et on a $\deg(f^{-1}) = -\deg(f)$

En effet, on sait (lemme 1.c.4 ?) qu'une fonction omégaréelle non nulle f peut se mettre sous la forme $f = f(\alpha)\, \mathbf{w}^{\alpha} \varphi$, où φ est sa fonction unitaire et α le degré de f. Comme φ est inversible, il est clair que $f(\alpha)^{-1}\, \mathbf{w}^{-\alpha}\, \varphi^{-1}$ est l'inverse de f et que $-\alpha$ est le degré de f^{-1}. CQFD.

c) Inverse d'une fonction unitaire fondamentale

Soit une fonction unitaire fondamentale φ et soit $\Psi = \varphi^{-1}$. Si $\varphi = \mathbf{1}$ alors $\Psi = \mathbf{1}$. Examinons le cas $\varphi \neq \mathbf{1}$. On sait que la suite des exposants potentiels des fonctions unitaires fondamentales est celle définie par $u_n = -n$ pour tout n.

Lemme

Ψ est fondamentale.

En effet, on sait que Ψ est nulle sur $]u_1\,;\,0[$, c'est-à-dire sur $]-1\,;\,0[$. Soit $n \geq 1$. Supposons que Ψ soit nulle sur $]-n\,;\,0]$ pour tout x non entier. Montrons qu'il en est de même sur $]-(n+1)\,;\,0]$. Il suffit pour cela de montrer que Ψ est nulle sur $]-(n+1)\,;\,-n[$.
Pour $x \in\,]-(n+1)\,;\,-n[$, on a $\Psi(x) = -\Sigma_{m=1\,;\,n}\, \varphi(u_m)\Psi(x-u_m) = -\Sigma_{m=1\,;\,n}\, \varphi(-m)\Psi(x+m)$
Comme $x+m \in\,]-n\,;\,0]$, si x est non entier, $x+m$ ne l'est pas non plus donc $\Psi(x+m) = 0$, $\Psi(x) = 0$. CQFD.

On déduit que pour une fonction unitaire fondamentale φ, $\Psi = \varphi^{-1}$ est la fonction unitaire fondamentale définie par récurrence par : $\Psi(0) = 1$ et $\Psi(-n) = -\Sigma_{m=1\,;\,n}\, \varphi(-m)\Psi(m-n)$, pour n entier > 0.
En particulier, on obtient :

- $\Psi(-1) = -\varphi(-1)$
- $\Psi(-2) = \varphi(-2) - [\varphi(-1)]^2$

Exemples élémentaires :
Soit $\varphi = \mathbf{1} + \boldsymbol{\theta}$. On a $\varphi(0) = 1$ et $\varphi(-1) = 1$. Soit Ψ son inverse. Déterminons les coefficients $\Psi(-n)$.
On a $\Psi(0) = 1$ et $\Psi(-n) = -\Sigma_{m=1\,;\,n}\, \varphi(-m)\Psi(m-n)$, pour $n > 0$.
Montrons par récurrence que $\Psi(-n) = (-1)^n$. Supposons $\Psi(-k) = (-1)^k$ pour $k > n$. On a donc $\Psi(m-n) = (-1)^{n-m}$ pour $m = 1, 2, \ldots, n$. Comme $x_{-m} \neq 0$ seulement pour $m = 1$, on a $\Psi(-n) = -1\,.\,\Psi(1-n) = -(-1)^{n-1} = (-1)^n$

$$\Psi = (\mathbf{1} + \boldsymbol{\theta})^{-1} = \Sigma_{n=0\,;\,\infty}\, (-1)^n\, \boldsymbol{\theta}^n = 1 - \boldsymbol{\theta} + \boldsymbol{\theta}^2 - \boldsymbol{\theta}^3 + \boldsymbol{\theta}^4 - \boldsymbol{\theta}^5 + \ldots$$

ce qui n'est pas sans rappeler le développement dans $\mathbf{R}$ de la fonction définie par $f(x) = (1+x)^{-1}$ au voisinage de 0. En effet, on a $f(x) = 1 - x + x^2 - x^3 + x^4 - x^5 + \ldots$

De même, on montre que $(\mathbf{1} - \boldsymbol{\theta})^{-1} = \Sigma_{n=0\,;\,\infty}\, \boldsymbol{\theta}^n = 1 + \boldsymbol{\theta} + \boldsymbol{\theta}^2 + \boldsymbol{\theta}^3 + \boldsymbol{\theta}^4 + \boldsymbol{\theta}^5 + \ldots$

4. Le corps des nombres omégaréels

Il ressort de tout ce qui précède que $\mathbf{R}_\omega$ est un corps commutatif ordonné.

a) Plongement de R dans $\mathbf{R}_\omega$

On considère à présent l'ensemble A des éléments de $\mathbf{R}_\omega$ de la forme $\alpha\,.\,\mathbf{1}$, avec $\alpha \in \mathbf{R}$. Soit s l'application de $\mathbf{R}$ dans A définie par $s(x) = x\,.\,\mathbf{1}$, pour $x \in \mathbf{R}$.

THÉORÈME
s établit un isomorphisme de corps ordonnés de $\mathbf{R}$ sur A.

Démonstration :

- s est bijective.
  Injection : pour x et $x' \in \mathbf{R}$, $s(x) = s(x') \Rightarrow x\,.\,\mathbf{1} = x'\,.\,\mathbf{1} \Rightarrow (x - x')\,.\,\mathbf{1} = \mathbf{0}$
  $\Rightarrow x - x' = 0 \Rightarrow x = x'$
  Surjection : s est par définition surjective.

Donc s est bijective.

- s est un morphisme pour l'addition.
  Pour x et y $\in$ **R**, $s(x+y) = (x+y)\,.\,\mathbf{1} = x\,.\mathbf{1} + x'.\mathbf{1} = s(x) + s(y)$

- s est un morphisme pour la multiplication.
  Pour x et y $\in$ **R**, $s(x\,y) = (x\,y)\,.\,\mathbf{1} = (x\,.\mathbf{1})\,(x'.\mathbf{1}) = s(x)\,s(y)$

- s est un morphisme pour la relation <.
  On considère la fonction $(x-y)\,.\,\mathbf{1}$, où x et y $\in$ **R** . Il est clair que son coefficient dominant est $x-y$. On a $x < y \Rightarrow x-y < 0 \Rightarrow (x-y)\,.\,\mathbf{1} < \mathbf{0} \Rightarrow x\,.\,\mathbf{1} - y\,.\,\mathbf{1} < \mathbf{0}$
  $\Rightarrow x\,.\,\mathbf{1} < y\,.\,\mathbf{1}$ c'est-à-dire $s(x) < s(y)$.

s établit donc un isomorphisme de corps ordonnés de **R** sur A.

Ce résultat nous permet d'assimiler A à **R** et d'appeler désormais **nombres réels** les éléments de A. Les éléments **0** et **1** de A sont désormais notés 0 et 1. On remarquera que le degré des nombres réels non nuls est 0. De même nous changeons désormais de vision de l'ensemble $\mathbf{R}_\varpi$ qui sera vu sous son aspect d'ensemble **numérique**, dont les éléments seront maintenant appelés **nombres omégaréels** (ou simplement **omégaréels**).

Les fonctions **w** et **θ** seront aussi notées w et θ, et si aucune confusion n'est à craindre, on les notera aussi ω et 0, car θ est tout simplement une redéfinition du 0, de la notion du 0 (ou zéro) donc, tandis que w est une définition de l'infini ∞ mais cette fois-ci en tant que nombre ou objet algébrique à part entière, qui est l'inverse de 0, 0 étant son inverse. Nous construisons ainsi une algèbre où la division par 0 (et donc aussi par l'infini) n'est plus impossible ou non définie, mais cette division se fait comme avec n'importe quel autre nombre réel. La construction de cette algèbre sera complète quand nous aurons redéfini la relation d'égalité, quand l'égalité courante ne serait plus l'identité mais l'équivalence.

Comme nous l'avons dit au §1.c , un omégaréel non nul x de degré α sera noté :
$x = \Sigma_{\lambda = -\infty\,;\,\alpha}\, x_\lambda\, w^\lambda$ où $x_\lambda = x(\lambda)$, ou simplement : $x = x_\lambda\, w^\lambda$, en adoptant la convention très pratique d'Einstein qui veut qu'il y ait une sommation sur tout indice en position en haute et basse.

Comme dans **R** , si a et b sont des omégaréelles, avec $b \neq 0$, $a\,.\,b^{-1}$ sera noté a/b . Plus généralement, on adoptera dans $\mathbf{R}_\varpi$ toutes les notations et définitions habituelles dans **R** , liées à sa structure de corps ordonné. Ainsi par exemple, si x et a sont des omégaréelles tels que $x > 0$ et $x^2 = a$, alors x est appelé la racine carrée de a et noté $\sqrt{a}$.

b) Autres sous-ensembles particuliers de $\mathbf{R}_\varpi$

i) Le corps des omégaréels fondamentaux.

L'ensemble des omégaréels fondamentaux est noté $\mathbf{R}_{\varpi\,0}$.

- 0 et 1 sont fondamentaux.
- $\mathbf{R}_{\varpi\,0}$ est stable pour l'addition
  Si x et y sont fondamentaux, $x+y$ l'est.
- Si x est fondamental, $-x$ et plus généralement λx ($\lambda \in \mathbf{R}$) l'est.
- $\mathbf{R}_{\varpi\,0}$ est stable pour la multiplication
  En effet, il découle immédiatement de la définition du produit $(xy)(t) = \Sigma_{u+v=t}\, x(u)y(v)$ que les exposants t du produit xy sont de la forme $t = u+v$, où u et v sont des exposants de x et y . Donc si u et v sont entiers, t l'est.
- Si x est un fondamental non nul, il en est de même pour x^{-1} .
  En effet, $x = a\,w^k\,u$ et $x^{-1} = a^{-1}\,w^{-k}\,u^{-1}$, où a est un réel non nul, $k \in \mathbf{Z}$ et u un unitaire fondamental. Or on sait que u^{-1} est aussi un unitaire fondamental.

On en déduit que $\mathbf{R}_{\varpi\,0}$ est un sous-corps de $\mathbf{R}_\varpi$.

ii) L'anneau des omégaréels finis.

On rappelle qu'un omégaréel fini x est un omégaréel de degré ≤ 0, autrement dit de la forme $x = r + \varepsilon$, où r est un réel appelé la partie réelle de x, noté **réel(x)**, et ε un infinitésimal appelé la partie infinitésimale de x, notée **eps(x)**. L'ensemble des omégaréels finis est noté $\mathbf{R_d}$.

On a déjà les résultats suivants :

- 0 et 1 sont finis.
- La somme de deux finis est finie.
- Si x est fini, alors $-x$ est fini.
- Le produit de deux finis est fini.

On en déduit que $\mathbf{R_d}$ est un sous-anneau de $\mathbf{R_\omega}$. En fait il est aisé de constater que les seuls éléments de $\mathbf{R_d}$ non inversibles dans $\mathbf{R_d}$ sont les infinitésimaux. De plus, l'ensemble, noté $\tilde{\mathbf{O}}$, des infinitésimaux est un idéal de $\mathbf{R_d}$.

c) $\mathbf{R_\omega}$ est un corps non archimédien

On rappelle qu'un omégaréel transfini est un omégaréel de degré > 0. A l'inverse, un omégaréel de degré < 0 est dit infinitésimal. En particulier, w est un transfini car de degré 1. Étant donné un réel λ, $\deg(w) > \deg(\lambda)$ donc on a : $-w < \lambda < w$ (théorème de la section 3).
w étant donc strictement supérieur à t w out réel, en particulier à tout entier naturel, l'ensemble $\mathbf{R_\omega}$ n'est donc pas un corps archimédien. C'est une des différences fondamentales avec $\mathbf{R}$.

On a cependant le résultat suivant :

THÉORÈME
Étant donné un omégaréel $x > 0$, il existe $k \in \mathbf{Z}$ tel que $w^k \leq x < w^{k+1}$.

En effet, il existe évidemment un plus grand entier relatif k tel que $w^k \leq x$. Comme $x \geq w^{k+1}$ contredit la propriété de k, on a donc $x < w^{k+1}$. CQFD.

d) $\mathbf{R_\omega}$ est un corps complet

On se donne une suite d'omégaréels $(f_n)_{n\in\mathbf{N}}$. On rappelle que cette suite est de Cauchy si pour tout omégaréel $e > 0$, il existe un entier n_e tel que : $n > n_e$ et $p > n_e \Rightarrow |f_n - f_p| < e$.

THÉORÈME 1
Le corps $\mathbf{R_\omega}$ est complet.

Autrement dit, toute suite de Cauchy est convergente.

Démonstration :
Soit $(f_n)_{n\in\mathbf{N}}$ une suite de Cauchy. Il nous faut montrer qu'il existe un omégaréel f telle que pour toute fonction $e > 0$, il existe un entier n_e tel que $n > n_e \Rightarrow |f_n - f| < e$.

Étape 1
Existence de f.

Montrons d'abord que pour tout réel x, il existe un entier n_x et un réel λ_x tels que :
$n > n_x \Rightarrow f_n(x) = \lambda_x$.

Soit un réel $y < x$ et prenons $e = \mathbf{w}^y$. Il existe donc un entier n_e tel que :
$n > n_e$ et $p > n_e \Rightarrow |f_n - f_p| < \mathbf{w}^y$.
En désignant précisément par $n(y)$ ou n_y le plus petit entier n_e satisfaisant cette propriété, on définit ainsi une application de $\mathbf{R}$ dans $\mathbf{N}$.

D'après le théorème 3 du §2b, on a donc $\deg(f_n - f_p) \leq y$, donc $\deg(f_n - f_p) < x$ ce qui entraîne $(f_n - f_p)(x) = 0$ d'où $f_n(x) = f_p(x)$ pour $n > n_y$ et $p > n_y$. Cela veut dire que la suite $(f_n(x))_{n\in\mathbf{N}}$ est constante à partir du rang n_y. On a donc $\lambda_x = f_n(x)$ pour $n > n_y$. On a donc plus précisément $\lambda_x = f_m(x)$, avec $m = n_y + 1$. On définit ainsi une fonction f par $f(x) = \lambda_x$.

Étape 2
La fonction f est omégaréelle.

En effet, soient un réel α et l'entier n_α définit à l'étape précédente. Soit $m = n_\alpha + 1$. On a donc $f(x) = f_m(x)$ pour $x > \alpha$. Comme f_m est omégaréelle, cela montre qu'il existe un réel δ tel que $f(x) = 0$ pour $x > \delta$. Pour montrer que f a un nombre fini d'exposants dans tout intervalle $[a ; \delta]$, i l suffit de choisir $\beta < a$. On a alors $f(x) = f_{m'}(x)$ pour $x > \beta$, avec $m' = n_\beta + 1$.

Étape 3
Montrons que la suite $(f_n)_{n\in\mathbf{N}}$ converge vers f.

Soit un omégaréel $e > 0$. Montrons qu'il existe un entier n_e tel que $n > n_e \Rightarrow |f_n - f| < e$.
Soit $\alpha = \deg(e)$ et soient β et γ deux réels tels que $\gamma < \beta < \alpha$. D'après le théorème 2 du §2b, on a $w^\gamma < w^\beta < e$. On considère l'entier $n_e = n_\gamma$ et soit un entier $n > n_e$.
Pour tout $x > \gamma$ on a $f(x) = f_n(x)$ donc $(f_n - f)(x) = 0$, ce qui montre que $\deg(f_n - f) \leq \gamma$, donc $\deg(|f_n - f|) = \deg(f_n - f) < \beta$. Le théorème 2 du §2b entraîne alors que $|f_n - f| < w^\beta$, d'où $|f_n - f| < e$. CQFD.

Notations :
Si f_n est de la forme $f_n = U_0 + U_1 + \ldots + U_n$ où $(U_n)_{n\in\mathbf{N}}$ est une suite d'omégaréels, alors l'omégaréel f sera naturellement notée $f = \boldsymbol{\Sigma}_{n=0\,;\,\infty} U_n$ ou $U_0 + U_1 + U_2 + \ldots$ ou encore $\ldots + U_2 + U_1 + U_0$

On a le cas particulier important suivant :

THÉORÈME 2
On se donne une suite $(a_n)_{n\in\mathbf{N}}$ d'*omégaréels finis* et un nombre infinitésimal ε. Soit la suite d'omégaréels $(x_n)_{n\in\mathbf{N}}$ définie par: $x_n = \boldsymbol{\Sigma}_{k=0\,;\,n}\, a_k \varepsilon^k = a_0 \varepsilon^0 + a_1 \varepsilon^1 + \ldots. + a_n \varepsilon^n$. Cette suite converge vers un omégaréel x.

Démonstration :
Si $\varepsilon = 0$, le théorème est démontré. Et pour $\varepsilon \neq 0$, il suffit de montrer que cette suite est de Cauchy, donc que pour tout omégaréel $e > 0$, il existe un entier n_e tel que : $n > n_e$ et $p > n_e \Rightarrow |x_n - x_p| < e$.

Soit $\alpha = \deg(\varepsilon)$. On a $\alpha < 0$. Soit un entier $p \leq n$. On a : $x_n - x_p = a_p \varepsilon^p + a_{p+1} \varepsilon^{p+1} + \ldots. + a_n \varepsilon^n$. Pour tout entier $k = p, p+1, \ldots, n$, on a $\deg(\varepsilon^k) = k\alpha \leq p\alpha$. D'autre part, comme a_k est fini, $\deg(a_k) \leq 0$ donc $\deg(a_k \varepsilon^k) = k\alpha + \deg(a_k) \leq k\alpha \leq p\alpha$, donc $\deg(|x_n - x_p|) = \deg(x_n - x_p) \leq p\alpha < (p-1)\alpha$ d'où d'après le théorème 2 du §2b, $|x_n - x_p| < w^{(p-1)\alpha}$.
On se donne un omégaréel $e > 0$ de degré τ. Si on veut $w^{(p-1)\alpha} < e$, on doit d'après le même théorème, avoir $(p-1)\alpha < \tau$, soit $p > \tau/\alpha + 1$, ce qui montre qu'on peut prendre pour n_e l'entier naturel immédiatement supérieur à $\tau/\alpha + 1$. CQFD.

On a donc $x = \boldsymbol{\Sigma}_{k=0\,;\,\infty}\, a_k \varepsilon^k = a_0 \varepsilon^0 + a_1 \varepsilon^1 + a_2 \varepsilon^2 + \ldots..$

On a un cas particulier intéressant lorsque les coefficients a_k sont des réels.

Exemples importants.

On a déjà les exemples élémentaires suivants :

- $(1 + \theta)^{-1} = \boldsymbol{\Sigma}_{n=0\,;\,\infty} (-1)^n \theta^n = 1 - \theta + \theta^2 - \theta^3 + \theta^4 - \theta^5 + \ldots.$
- $(1 - \theta)^{-1} = \boldsymbol{\Sigma}_{n=0\,;\,\infty} \theta^n = 1 + \theta + \theta^2 + \theta^3 + \theta^4 + \theta^5 + \ldots.$

Indiquons une autre façon de déterminer l'inverse d'un unitaire $u = 1 + \varepsilon$.

On considère l'omégaréel $v = \Sigma_{n=0\,;\,\infty} (-1)^n \varepsilon^n = 1 - \varepsilon + \varepsilon^2 - \varepsilon^3 + \varepsilon^4 - \varepsilon^5 + ...$

On vérifie aisément que $uv = 1$, d'où
$(1+\varepsilon)^{-1} = \Sigma_{n=0\,;\,\infty} (-1)^n \varepsilon^n = 1 - \varepsilon + \varepsilon^2 - \varepsilon^3 + \varepsilon^4 - \varepsilon^5 + ...$

5. *Conclusion: la structure fractale des nombres omégaréels*

a) Le potentiel des nombres réels et des applications (fonctions) réelles

L'objectif a été atteint de construire l'ensemble $\mathbf{R}_\omega$ des **nombres omégaréels**. Nous avons maintenant donc un **espace numérique**, le corps $\mathbf{R}_\omega$ des **nombres omégaréels**, qui est aussi un **espace vectoriel** dont les **vecteurs de base** sont les **nombres omégaréels** de la forme $\mathbf{w}^\alpha$, les **fonctions w-oméga** de degré α, où α est un **nombre réel** au sens classique, c'est-à-dire un élément de **R**. Un **espace vectoriel** de **dimension infinie** donc. Et quand en particulier les α sont des éléments de **Z**, on a un **sous-espace vectoriel** qui est un **espace polynomiale**.

Nous avons maintenant un **nombre infini** de référence, **w**, qui est supérieur à tous les **nombres entiers naturels** classiques, à tous les éléments de l'ensemble **N = {0, 1, 2, 3, 4, ...}**, donc qui est **infini**. Et le **0**, sauf précision contraire, signifie le **0 absolu**, c'est-à-dire (on le rappelle): $\mathbf{0}_\omega$ ou $\mathbf{0}_\Omega$ ou **O**. Le **nombre w** est le genre de **nombres** actuellement qualifiés de « non standard », comme par exemple en arithmétique ou en analyse dite « non standard ». Pour cela, on a eu besoin d'introduire au moins un nouvel axiome supplémentaire (l'axiome d'idéalisation, l'axiome de transfert, l'axiome de standardisation) aux axiomes de la théorie des ensembles de Zermelo-Fraenkel, a théorie de référence nommée ZF.

Pour exhiber **w** et plus généralement les $\mathbf{w}^\alpha$, nous n'avons pas eu besoin d'autres axiomes que le potentiel déjà présent de ZF, et encore pas tout son potentiel. Nous n'avons en fait utilisé que le potentiel des **fonctions réelles** partout définies sur **R**, c'est-à-dire des **applications** de **R** dans **R**. Et dans toute la suite, quand nous parlerons d'un **espace numérique E**, cela désignera l'ensemble $\mathbf{R}_\omega$ des **nombres omégaréels**, et au minimum **R**, ou **Q**, ou à la rigueur encore **Z** ou **N**. Car fondamentalement, tout est construit en partant de **N**.

Par conséquent, une redéfinition de **N** au moyen de **w**, redéfinition que nous appelons $\mathbf{N}_w$ **= {0, 1, 2, 3, 4, …, w-4, w-3, w-2, w-1, w}**, qui est l'ensemble des **nombres entiers w-oméganaturels**, conduit à une redéfinition de **Z**, à savoir l'ensemble des **nombres entiers w-omégarelatifs**: $\mathbf{Z}_w$ **= {-w, -(w-1), -(w-2), -(w-3), -(w-4), …, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, …, w-4, w-3, w-2, w-1, w}**. Sa forme absolus étant les nombres de **-ω** à **+ω**, où **ω** désigne la limite de $\mathbf{w}^\alpha$, quand α « tend vers l'infini », comme on dit traditionnellement. Mais l'**infini** en question vers lequel les nombres **réels** tendent dans la conception classique, est précisément ce que nous sommes en train de définir avec les nombres **omégaréels**. Il est établi maintenant que pour tout nombre **réel x**, pour tout élément **x** de **R** (et en particulier de **N**) donc, on a: $-w < x < +w$. Autrement dit, $x \in\,]-w, +w[$, ce qui est maintenant un intervalle de **nombres omégaréels**, ceux qu'on vient de construire. En parlant d'un élément **x** de **R**, l'intervalle est obligé d'être ouvert, puisque **-w** et **+w** ne sont pas des éléments de **R**. Mais si **x** désigne un **nombre omégaréel**, on peut dire: $x \in [-w, +w]$, pour caractériser les **nombres omégaréels** appartenant à cet intervalle fermé, qui est la **droite omégaréelle** de **longueur 2w** (on en reparlera).

En parlant donc maintenant d'un nombre **réel x** (un élément de **R** donc) et en disant qu'il « **tend vers plus l'infini** », cela a un sens précis, cela veut dire que **x** est un **réel positif** qui tend vers **+w**, et alors le **nombre omégaréel**: $w - x$, qui est **positif** (puisque **w** est supérieur à tout nombre **réel**) est la mesure précise de la **distance** qui sépare **x** et l'**infini +w** vers lequel il tend.

L'ensemble $\mathbf{Z}_w$, qu'il nous faudra définir de manière précise après avoir aussi défini $\mathbf{N}_w$, est donc un sous-ensemble de l'intervalle **[-w, +w]**. Il conduit à une redéfinition de **Q**, à savoir $\mathbf{Q}_w = \{q \mid q = n/d, \text{ avec } n \in \mathbf{Z}_w, \text{ et } d \in \mathbf{Z}^*_w\}$, c'est-à-dire l'ensemble de tous les **nombres rationnels** de la forme: **n/d**, où **n** (le **numérateur**) et **d** (le **dénominateur**) sont des éléments de $\mathbf{Z}_w$, tel que **d** est différent de **0**. Cette dernière condition a uniquement pour but pour l'instant de garder la définition traditionnelle, qui exclut la **division par 0**, qui n'est plus du tout un problème maintenant, car **1/0** est précisément l'**infini absolu ω**, qui vérifie quant à lui: $-\omega < w^x < +\omega$, quand **x** est un nombre **réel**, donc vérifiant: $-w < x < +w$. Autrement dit : $x \in\,]-w, +w[$. Ceci suggère très fortement la définition suivante de **ω**, c'est-à-dire l'**infini absolu**: $\omega = w^w = w \wedge w = w\wedge\wedge 2$, où « ^^ » est l'**hyperopérateur tétration**. Mais, comme on le verra plus tard, $\mathbf{w}^\mathbf{w}$ ou **w ^ w** ou **w^^2** n'est qu'un premier grand horizon de la **structure fractale** des **nombres omégaréels**. Cela continue avec **w^^3**, **w^^4**, etc., jusqu'à **w^^w** ou **w^^^2**, et toutes les **hyperopérations** avec **w**, et au-delà.

DÉFINITION

Par définition, l'**infini absolu** ω est: $\omega = w^w$, et par conséquent le **zéro absolu** ou **0 absolu** est: $0 = \theta^w$, l'un étant la limite de w^x quand **x** tend vers **w**, et l'autre étant la limite de θ^x quand **x** tend vers **w**. On dit que ω ainsi défini est l'**horizon polynomial** de **w**, c'est-à-dire l'**horizon** des **degrés** de **w** de la forme: w^p, où **p** est un **nombre entier naturel** au sens classique: **N = {0, 1, 2, 3, 4, ...}**. Mais il existe des **horizons** de **w** au-delà de w^w, ce qui veut dire qu'au besoin on peut redéfinir l'**infini absolu** ω comme étant **w^^3**, **w^^w**, etc., toutes les **hyperopérations** avec **w**, et au-delà.

Les ensembles **Q**, **R** ou $\mathbf{R}_\omega$ que nous avons construits, sont des exemples de ce qu'on appelle un **corps** de **nombres réels**, ou simplement une **structure** de **corps**. Mais, à partir de maintenant, nous irons encore loin dans la compréhension des **nombres réels**, de leur **nature**, de leur **structure**. La **structure** des **nombres** que l'on a perçue et que l'on a appelés la **structure** de **corps**, se trouve être une vision **incomplète** ou **imparfaite**, l'**imperfection** pouvant être résumée par l'idée **fausse** selon laquelle la **division par 0** est « **impossible** ». La vraie **structure** des **nombres** est la **structure fractale**. Autrement dit, la vraie notion de **corps** de nombres (car le mot **corps** a été bien choisi, il ne s'agit pas de l'abandonner, mais de le parfaire), la notion absolue de **corps**, est tout simplement la **structure fractale**. Nous devons nous familiariser avec elle et raisonner avec elle, avec sa logique.

C'est donc la logique **NATURELLE** des **nombres**, à commencer par les **nombres entiers naturels** ou les **ordinaux**. Dans la conception traditionnelle, parce que la vraie structure des **nombres** n'est pas perçue, des notions sont inutilement séparées, les mathématiques et les sciences sont devenues victimes (ou coupables?) de de ce que les anglophones appellent le « too many words » (littéralement « trop de mots »). Quand les mathématiques et les sciences se heurtent à des difficultés (comme par exemple les **paradoxes** de la théorie des ensembles, les phénomènes d'**incomplétude**, d'**indécidabilité**, d'**indétermination**, etc.) qui pointent en réalité de graves problèmes de paradigme et de fondements des sciences (le paradigme n'est pas l'**Univers TOTAL**, on fait la science avec une logique de **négation** au lieu d'**alternation**, la notion générale d'**égalité** est l'**identité** là où il faudrait l'**équivalence**, etc.), on colmate les brèches en inventant de nouveaux mots, en introduisant de nouveaux principes, de nouveaux axiomes, etc..

Mais il s'agit en fait d'une fuite en avant, on repousse simplement les problèmes plus loin ou plus en profondeur, sans vraiment les résoudre, car les mauvais fondements qui les engendre sont toujours là. Les pseudos solutions vont fonctionner un certain moment, et de nouveau des problèmes vont tôt ou tard surgir, montrant que les problèmes de fond demeurent. Mais au lieu de revoir les paradigmes, on va encore user d'artifices, introduire encore des mots (de plus en plus ésotériques et compréhensibles seulement pour les initiés), inventer des axiomes ou des principes, etc.. On se retrouve ainsi avec une pléthore de mots très « savants », qu'on pense désigner des choses différentes, alors qu'en réalité, partout, en mathématiques, en physique, en biologie, en informatique, en psychologie, en philosophie et même en théologie ou en religion, on ne parle finalement que des mêmes choses, on parle de l'**Univers TOTAL**, l'**Alpha** et l'**Oméga**, on parle de... **DIEU**, le vrai. Mais c'est lui que l'**esprit de Négation** (le **Diable**...) derrière cette gigantesque Tour de Babel, empêche de découvrir scientifiquement, c'est sa **Science** qu'il brouille et **nie** de toutes ses forces. Mais c'est cette **Science**, cette **mathématique**, que nous sommes en train de découvrir avec les **nombres omégaréels**, **oméganaturels**. Et leur logique, l'unique **logique**, l'unique **structure**, est la **structure fractale**.

Dans la conception traditionnelle, on a par exemple trois notions: les **nombres entiers naturels**, les **ordinaux**, les **cardinaux**, trois notions, et deux de trop. La **structure fractale** révèle que la notion de **nombre entier naturel** seule suffisait. La notion de **cardinal** est censée la généraliser, et celle d'**ordinal** généralise les **cardinaux**, et la notion d'**ensemble** les généralise toutes. Mais en réalité, on parle de la même chose, et même la notion générale de chose est la même chose que toutes ces notions, car en fait, **toute chose** dans l'**Univers TOTAL** (à commencer par lui-même, l'**Ensemble de toutes les choses**) est un **ensemble**, est un **ordinal**, est un **cardinal**, est un **nombre entier naturel**! Le reste est une simple affaire de **structure fractale**. Oui, nous sommes des **nombres entiers naturels**, quand nous parlons des **nombres entiers**, des **nombres réels**, etc., c'est de nous et de toutes les autres choses de l'**Univers TOTAL**, que nous parlons.

Dans la vision classique, la notion de **nombre entier naturel**, d'**ordinal** et de **cardinal**, se confondent quand les **nombres** sont **infinis**, mais se séparent quand les **nombres sont infinis**. Dans la vision classique, les **nombres entiers naturels**, les éléments de l'ensemble **N = {0, 1, 2, 3, 4, ...}**, sont tous **finis**, les **ordinaux** généralisent la notion d'**entier naturel**, un **ordinal** est un **entier fini** ou **infini**. Et un **cardinal** est un **ordinal** spécial qui mesure le **nombre des éléments** d'un ensemble **E** donné. Et justement, les nombre des éléments de l'ensemble **N** est un cardinal appelé $\aleph_0$, et très souvent noté **ω**, qui est simplement aussi l'origine de cette notation que nous adoptons. Et $\aleph_0$ ou **ω** n'est autre que **N** lui-même. Qui d'autre en effet que l'ensemble **infini** de référence, l'**infini** par excellence, pour être l'étalon de mesure ou de définition du nombre d'éléments des ensembles **infinis**?

Dans la vision classique, tous les **nombres entiers naturels** (les éléments de **N**) sont des **ordinaux finis**, et seuls eux sont **finis**. L'**ordinal ω** est le premier ordinal infini, et il est encore un **cardinal**, car il mesure le **nombre des éléments** de **N**, c'est-à-dire en fait... lui-même. Et en tant qu'**ordinal**, l'ordinal qui vient après lui est, dans la vision classique, défini comme étant: $\omega + 1 = \omega \cup \{\omega\}$. Et plus généralement, le **successeur** de tout ensemble **x**, **fini** ou **infini**, est par définition: $x+1 = x \cup \{x\}$. Nous reviendrons en détail sur ces notions dans la partie C, car c'est important de comprendre ce que cela veut dire vraiment et comment cela fonctionne.

Et maintenant, toujours dans la vision traditionnelle, on a: $\omega + 1 \neq \omega$, or c'est justement cela la propriété même de l'**infini absolu ω**, d'être son propre **successeur**. En effet, qui d'autre que l'**infini** vient après l'**infini**? Dire donc que: $\omega + 1 \neq \omega$, est juste mais à une condition qu'on verra très bientôt.

Et cette fois-ci, pour le même infini **ω** en tant que **cardinal**, on nous dit dans la vision classique: $\omega + 1 = \omega$, et même: $\omega + \omega = \omega$, ce qui est très juste, car là on est en train de mettre en œuvre les qualités de l'**infini absolu ω**. Mais ce qui ne va pas dans la vision classique, c'est qu'à partir de là, l'arithmétique des **ordinaux** et des **cardinaux** se **séparent** entre elles, et se **séparent** aussi de l'arithmétique des **nombres finis**, c'est-à-dire l'arithmétique des bons vieux **nombres entiers naturels**, tels qu'on calcule avec eux depuis Euclide, Ératosthène, bref depuis que le monde est monde. Là tout explose, la logique, la **cohérence** et la **structure** des **nombres** vole en éclat, chacun partant de son côté avec son arithmétique, sa définition de l'**addition**, de la **multiplication**, etc., ceci étant valable ici pour ceux-ci, cela n'étant plus valable là-bas pour ceux-là. Et l'unique **structure** des **nombres**, la **structure fractale** est perdue de vue, et quand bien même on parle de **corps** des **nombres réels**, ce n'est plus tout à fait ce que devrait être, ne serait-ce qu'à cause de la caractéristique fondamentale des **corps** au sens actuel, de dire que la **division par 0** est « **impossible** », ou que « **0** est **non inversible** ». Or le secret de toute la structure des nombres se trouve là, cette **division par 0** ou la relation affirmant l'**inversibilité** du **0**, à savoir: $0 \times \omega = 1$, sous sa version **absolue**, ou: $\theta \times w = 1$, sous sa version relative, qui est au cœur même des **nombres omégaréels**, est la relation que qui relie le **zéro** et l'**infini**, et plus précisément encore, le **zéro**, le **un** et l'**infini**. Sans cela, les **nombres** ne sont pas vraiment des **nombres**.

Et pourtant, cette **égalité** des **cardinaux**: $\omega + 1 = \omega$, quand on lui applique les règles de calculs dans un **corps**, est équivalente à la **division par 0** ou par l'**infini**, elle n'est qu'une autre manière de dire: $\omega = 1/0$, et: $0 = 1/\omega$. Et même, en **divisant** les deux membres par **ω**, et étant entendu que $0 = 1/\omega$, cette même **égalité** des **cardinaux**: $\omega + 1 = \omega$, dit simplement: $1 + 0 = 1$, autrement elle exprime que **0** est l'**élément neutre** de l'**addition**, ce qui est une vérité fondamentale dans un **corps**. L'**égalité**: $\omega + 1 = \omega$, dit simplement que **1** est pour **ω**, ce que **0** est pour **1**, ce que 0^2 est pour **0**, ce que 0^3 est pour 0^2, etc., et en allant dans les **infini**, ce que **ω** lui-même est pour ω^2, ce que ω^2 est pour ω^3, etc.. C'est tout simplement la **structure fractale** des **nombres**, ce que nous appelons une **Fractale ω**, ce qui veut dire (on le comprendra mieux par la suite) que le **rapport** entre un **modèle** de la **fractale** et le modèle juste au-dessus ou juste en dessous, le **rapport** que nous appelons le **générande** ou le **fractalande**, est toujours de **ω**.

C'est cette structure que nous avons construite avec les **nombres omégaréels**, à la seule différence, que, pour ne pas entrer tout de suite dans le paradigme de l'**équivalence**, en restant donc toujours dans le classique paradigme de l'**identité**, l'**égalité**: $\omega + 1 = \omega$ est exprimée sous la forme de l'équivalence entre deux **nombres omégaréels** de de même **degré**, ici le **degré 1**. Autrement dit, au lieu de l'**égalité**: $w + 1 = w$, on a: $deg(w+1) = deg(w) = 1$, ce qui est la manière de dire exactement la même chose quand on travaille avec l'**identité**. Dire: $deg(x) = deg(y)$, est un exemple de **relation d'équivalence**, qui est ici la relation: « **être deux nombres omégaréels avoir le même degré** ». Si donc on fait de cette **équivalence** la nouvelle **identité** (ce qui techniquement veut dire qu'on passe aux **ensembles quotients**, c'est-à-dire on remplace l'**identité** entre les objets par l'**identité** entre leurs **classes d'équivalence**), alors: $deg(x) = deg(y)$, devient: $x = y$, et donc: $deg(w+1) = deg(w)$, devient: $w + 1 = w$, autrement dit: $\omega + 1 = \omega$.

Que l'**égalité** soit l'**identité** ou l'**équivalence**, on fait exactement la même arithmétique, la même algèbre, la même analyse, on réinterprète dans le langage de l'**identité** les vérités de l'**équivalence** (qui sont forcément plus lourdes mais ce sont les mêmes vérités), et on réinterprète dans le langage de l'**équivalence** les vérités de l'**identité** (qui alors plus simples et plus directes). En aucun cas il n'a été question de **séparer** les **ordinaux infinis** et les **cardinaux infinis**, de séparer les arithmétiques, puisqu'on parle des mêmes **nombres**, mais sous des angles différents. L'**infini absolu ω** et le **nombre omégaréel infini w** sont le même **nombre**, mais qui est dit

absolu quand il est traité avec l'**équivalence** et quand ses propriétés d'**équivalence** deviennent des **identités**, et qui est dit **relatif** ou **relativisé** quand il est traité avec l'**identité**. Et alors ses propriétés d'**infini absolu** sont masquées, il se comporte comme n'importe quel **nombre fini**. Et l'inverse, quand les nombres **finis** sont traités avec l'**équivalence**, ils deviennent **infinis**.

Par exemple, avec l'**identité**, on dira seulement « **0 = 0** » et « **1 = 1** », « **w = w** », « **w+1 = w+1** ». Et alors tous ces **nombres**, y compris l'**infini w**, se comportent de manière **finie**, **constante**, et il est nécessaire de les voir sous cet angle aussi. Mais avec l'**équivalence**, les mêmes **nombres** vérifient: «**0 = 1** » ou «**w = w+1**», ou encore «**0 = w**» ou «**1 = w**», ce qui se résume par l'**équivalence universelle**: **0 = 1 = 2 = 3 = 4 = … = w-4 = w-3 = w-2 = w-1 = w**, **équivalence** qu'on appelle habituellement l'**égalité modulo 1** ou la **congruence modulo 1** (et qu'on juge avoir peu d'intérêt..., comparé à l'**égalité modulo 2**, **3**, **12**, par exemple), et que nous appelons le **Cycle 1**. Ce que nous apprend ce **Cycle**, c'est que l'**infini w** devient une **variable**, ici une **variable** qui prend pour valeur tous les autres **nombres**, et quand il a pour valeur lui-même, c'est-à-dire : « **w = w** », il est donc ce qu'on appelle une **constante**. Et la même remarque vaut pour tous les **entiers**, du fait de même l'**équivalence universelle**. A commencer par **0**, tous deviennent **infinis**, **variables**, exactement comme **w**.

Cela veut dire que si l'on travaille avec l'**équivalence**, **0** est un symbole qui peut servir de variable pour dire: pour dire: « **0 = 1** », « **0 = 2** », « **0 = 3** », …, « **0 = w** », ce qui définit respectivement le **Cycle 1**, le **Cycle 2**, le **Cycle 3**, etc., et à la fin le **Cycle w**. Et le **Cycle 0**, c'est alors l'**identité** classique, « **0 = 0** », qui signifie alors que **0** est une **constante**, car elle prend uniquement sa propre valeur.

L'**équivalence** est une manière infiniment plus **naturelle**, plus **simple** et plus **puissante** de raisonner, car c'est avec elle que l'on comprend vraiment ce qui se cache derrière ce que nous appelons les **variables**, comme **m, n, p**, comme **a, b, c**, comme **i, j, k**, comme **x, y, z**, comme **α, β, γ**, etc.. Et on comprend aussi ce qu'est la vraie notion d'**infini**, à savoir la même chose que la notion de **variable**! On comprend le **fonctionnement** des **nombres**, leur vraie **logique**, leur vraie **structure**.

Mais nous n'allons pas dans ce livre mettre en œuvre toute la **puissance** de l'**équivalence**, mais seulement donner un aperçu de comment elle change la manière de faire les mathématiques et la science, comment fonctionner avec elle en harmonie avec l'**identité**, montrer comment celle-ci doit être utilisée en exploitant son potentiel, et montrer comment elle doit céder la place à l'**équivalence** quand elle atteint ses limites, qu'il faut connaître aussi. Ses limites sont atteintes là où commencent à poindre les vérités propres à l'**équivalence**, comme par exemple « **ω = ω+1** » ou « **0 = 1** ». Au lieu crier alors au paradoxe ou à l'« impossibilité », il faut juste comprendre que c'est l'équivalence qui sonne à la porte, non seulement pour résoudre des problèmes que l'identité ne peut pas résoudre, mais aussi pour simplifier les choses, ou pour garder la simplicité, car elles se compliquent assez vite avec l'**identité**. Dire **deg(w+1) = deg(w)**, là où on peut dire plus simplement: **w + 1 = w**, n'est pas bien méchant. Mais les choses peuvent devenir épouvantablement compliquées, juste pour éviter: **x + 1 = x**, la **division par 0**, **0 = 1**, etc..

Le **nombre omégaréel infini w** que nous avons défini, n'est donc autre que $\aleph_0$ ou **ω** n'est autre que **N** lui-même. La **structure** de **corps** actuelle est incomplète, car elle refuse: « **ω = ω+1** », et donc la **division par 0** qui lui est synonyme, mais d'un autre côté accepte la même **égalité** sous une autre forme: « **1 = 1 + 0** ». Comme nos l'avons dit dans la partie A, **w** est équivalent à ce qu'on appelle actuellement un **nombre entiers naturel non standard**. Les **nombres entiers naturels** « non standard » dits aussi « infiniment grands » dont l'**axiome d'idéalisation** (un des trois axiomes fondateurs de l'analyse non standard) rend possible l'existence, sont parmi les **nombres omégaréels** que nous avons construits, avec simplement le potentiel des **applications** de **R** dans **R**. De même qu'on lirait sur une étiquette de jus de fruits: « **produit naturel, pur jus, sans sucre ajouté** », nous dirons: «**nombres naturels, pures applications, sans axiome ajouté** ».

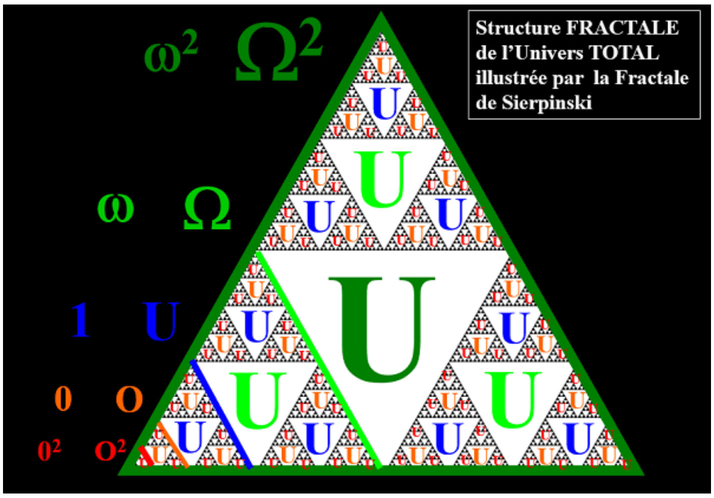
Le **nombre w** est tout simplement la **fonction réelle** ou l'**application w** de **R** dans **R**, notée w^1, définie telle que: $w^1(1) = 1$, et $w^1(i) = 0$, pour tout $i \neq 0$.
Et de manière générale, pour tout nombre réel α, l'application w^α est celle définie par:
$w^\alpha(\alpha) = 1$, et $w^\alpha(i) = 0$, pour tout $i \neq \alpha$.

Ce que nous avons fait avec **R** se généralise à n'importe quel **ensemble numérique E**, et un **ensemble numérique** digne de ce nom contient au moins les **nombres entiers naturels** classiques ou des objets de **E** qui les représentent et qui jouent le même rôle qu'eux, et qu'on peut noter: $e_0, e_1, e_2, e_3, \dots$, ou mieux: $0_E, 1_E, 2_E, 3_E, \dots$. Et alors, l'**application w** de **E** dans **E**, et plus généralement de **E** dans un certain autre **ensemble numérique I**, appelé un ensemble d'indices, telle que: **w(1) = 1**, et: **w(i) = 0** pour **tout élément i** de **E** tel que **i ≠ 1**, est la version de ce même **nombre infini w** dans **E**, le **nombre w-oméga** donc. Sa signature partout est qu'il prend la valeur **1** pour **1** et la valeur **0** pour toute autre valeur de la variable. Cela veut dire donc que nous pouvons construire un ensemble numérique encore plus grand, en prenant pour **E** un ensemble précédemment construit, comme par exemple l'ensemble $\mathbf{R}_\omega$ des **nombres omégaréels** que nous avons construit.

Et plus généralement on a le **nombre w-oméga** d'exposant α, à savoir $\mathbf{w}^\alpha$, où est n'importe quelle élément de **E**. , sa **puissance** α, est l'application de **E** dans **E** (ou de **E** dans un **ensemble numérique I**) qui prend la valeur **1** seulement pour α et prend **0** sinon. Et pour que les propriétés de la **puissance** s'expriment comme il se doit, l'**addition** et la **multiplication** que l'on définit sur les nouveaux objets appelés à être de nouveaux **nombres**, doivent être l'**addition** et la **multiplication canoniques**, qu'on verra plus loin.

b) La fractale des nombres omégaréels

Le grand intérêt de la construction du **corps** $\mathbf{R}_\omega$ des **nombres omégaréels**, est que sa construction a mis en lumière la **logique** et la **structure profonde** des **nombres**, la **structure fractale**.



Une **structure fractale** est **en** elle-même, et **hors** d'elle-même, **plus petite** qu'elle-même, et **plus grande** qu'elle-même. Le **modèle** appelé ω est par définition le **dernier**, puisque, avec lui, la **structure** est **infinie**, **complète**. Et pourtant il y a les **modèles** ω^2, ω^3, ω^4, etc., qui sont plus **grands** que ω. Plus grands, et pourtant c'est le même ω, car c'est toujours le **même modèle**. Le **modèle 1** est lui aussi le **même infini**. Et même les **modèles 0**, 0^2, 0^3, 0^4, etc.., sont le **même** ω, du fait très précisément de cette **propriété** de ω d'être **plus grand** que lui-même et **plus petit** que lui-même.

Si l'on raisonne donc avec l'**identité**, cette **structure** déroutante pour elle, est qualifiée de « **paradoxale** » ou de « **contradictoire** ». Si l'on ne l'a pas devant les yeux pour voir sa **logique** et donc voir qu'elle est **logique** (c'est simplement la **logique fractale**), si donc l'on travaille seulement dans l'abstraction mathématique, guidé par les règles de la logique classique qu'on s'est données (la logique d'**identité**), on déclarera que cette **structure** ou l'**infini** ω qui est sa **clef** même, est « impossible », « contradictoire », « paradoxale », « fausse », etc., ou que le **système** décrit, avec lequel tout est vrai et faux à la fois, tout est vrai et le contraire de tout aussi, est un système qui s'effondre. On interprète le « **tout devient la même chose** », ou le « **tout devient égal** », etc., comme l'expression même de l'effondrement, ou tout du moins comme un système trivial, ou ne présentant aucun intérêt, parce qu'on ne distingue plus les choses, les identités. Et pourtant si!

On **distingue** bien chaque **modèle**, on ne confond pas les **modèles** : **…, 0^4, 0^3, 0^2, 0, 1, ω, ω^2, ω^3, ω^4, …**. Chacun a bel et bien sa propre **identité**, chacun n'est **identique** qu'à lui-même, on a « **X = X** ». Mais tous sont **équivalents**, on « **X = Y** » (l'**équivalence universelle**), c'est le seul et unique ω qui est chacun d'eux, il est l'**alpha** et l'**oméga**. L'**équivalence** (l'**égalité** d'**ensemble**, l'**égalité générale**, **universelle**, qui expriment l'air de **famille**, ce qui fait que tous sont un) et l'**identité** (l'**égalité limitée** à chaque **élément**, **objet** ou **individu**, l'**égalité** qui exprime la **spécificité** de chacun, ce qui le **distingue** des autres), ne s'excluent pas mutuellement, mais se complètement merveilleusement. On a finalement une seule notion d'**égalité**, à deux visages, une **égalité** qui ne doit donc en aucun cas se réduire à l'**identité**, mais au contraire rester **générale**, donc être l'**équivalence**.

L'**identité** sert donc simplement à **définir** les choses, comme par exemple ici dire ce que sont les **nombres réels** ou **omégaréels**. Mais elle ne doit en aucun cas exclure leur **équivalence**, c'est-à-dire leur **égalité**. Car c'est bien quand il y a la moindre **différence** entre **deux** choses **x** et **y**, ou lorsqu'on peut vraiment dire « **DEUX** choses » ou « **DEUX** », que l'**égalité** prend tout son sens. En effet, quel intérêt de ne dire que « **4 = 4** », donc de n'affirmer que l'**identité** de **4**? Mais dire « **2+2 = 4** » ou « **2+2 = 3+1** » commence à être intéressant, car ce n'est plus tout à fait une identité, cela commence à être une **équivalence**, car il y a une **différence** entre le **premier membre** de l'**égalité** et le second **membre**.

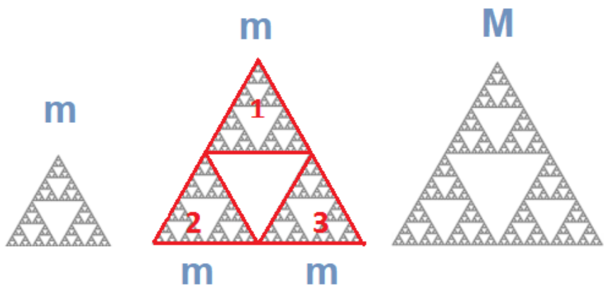
Dans le premier cas, « **2+2 = 4** », on dit que l'**opération** « **2+2** » est **équivalente** au **nombre 4**. C'est ce qu'on entend par « **2+2 donne comme résultat 4** ». Et dans le second, « **2+2 = 3+1** », on dit que les deux **opérations** « **2+2** » et « **3+1** », bien qu'étant des objets **formellement différents** (car les **opérations** comportent des **opérandes différents**), sont **équivalentes**, car elles ont le même résultat **4**. Il s'agit donc là encore d'**équivalence**. Et l'**égalité** « **2+2 = 5** » ou « **2+2 = 4 + 1** », où la **différence** est encore plus grande entre les deux membres de l'**égalité** (il ne s'agit plus seulement de **différence** du point de vue des **opérations** faites), on monte à un autre niveau dans la notion d'**équivalence**, donc l'**égalité** gagne en **importance**. En effet, l'**identité** se sera encore plus éclipsée pour laisser s'exprimer l'**équivalence**.

C'est précisément ce qui se passe dans une **structure fractale**, comme celle au-dessus, où l'on voit plus ce que fait l'**unité** entre les **modèles** que ce qui fait leur **différence**. Et pourtant les **modèles** peuvent être très **différents** en taille. Si l'on prend par exemple pour **unité** le **modèle** appelé **1**, le **modèle** appelé **ω^2** compte **9 unités**, et le **modèle** appelé **0^2**, qui est son **inverse**, compte **1/9 d'unité**. Entre les deux il y a un **rapport** de **81**. Et pourtant les deux **modèles** sont **égaux**, c'est-à-dire **équivalents**, on a : **1/9 = 9**, ce qui **équivaut** à dire: **1 = 81**, une autre forme de la même vérité concernant cette **fractale**, qui dit ici que le **modèle 1** est **équivalent** au **modèle ω^4**. Ou encore que le **modèle ω^4** compte **81 modèles 1**. On décrit simplement la **fractale**, ici ce que nous appelons une **Fractale 3**, ce qui veut dire que son **paramètre ω**, que nous appelons le **générande** ou le **fractalande**, a pour valeur **3** (c'est-à-dire il faut **3 petits modèles** de la **fractale** pour former le **grand modèle** immédiatement supérieur).

Mais maintenant, avec les **nombres réels** ou **omégaréels**, nous sommes simplement devant une **Fractale ω** , ce qui veut dire une **Fractale** à un **fractalande ω infini**. Plus précisément, ce **fractalande** est **w**, qui est **w** dans son rôle d'**infini relatif**, ce qui veut dire justement un **nombre réel** (**omégaréel** donc) décrivant une structure fractale, exactement comme le fait le **nombre 3** dans cette **Fractale 3**. Et sus son aspect d'**infini relatif**, **w** se calcule exactement comme n'importe qu'elle **nombre réel** strictement supérieur à **1**, donc qui a son **inverse 1/w**, noté **θ**, strictement inférieur à **1**, et qui se calcule exactement comme tout **inverse** strictement positif et strictement inférieur à **1**. Formellement, on ne différencie le calcul de **ω** en tant que **w**, avec le calcul qu'on ferait avec **3** par exemple, ou **2**. C'est donc l'**infini ω** que nous notons **w** dans l'étude des **nombres omégaréels**, et que nous appelons l'**infini relatif**, que nous distinguons de l'**infini absolu ω**. Par conséquent, l'**inverse** de **w** ou **1/w** ou **θ**, est distingué du **0 absolu**. On va maintenant comprendre la raison de cette distinction.

Avec l'**infini absolu ω**, c'est la **clôture** de la **fractale**, et la **clôture** des **nombres**, et alors on quitte l'**identité** pour entrer dans l'**équivalence**, avec laquelle, quand on est en plein régime, c'est l'**équivalence universelle**, et l'**identité** est alors sa plus petite expression. On ne distingue plus **ω** de **1** et même de **0**, ou de n'importe quel autre **nombre**. Tous sont le même **modèle** de la **fractale**, et on dit dit simplement: **X = Y** (le **XERY**)

Mais avec **w** par contre, la forme **relative** de **w**, que nous appelons justement aussi l'**infini fractal** pour cette raison-là, on distingue **1** et **w**, exactement comme on distingue **1** et **3**. On voit **ω** comme l'**infini dynamique**, **variable**, toujours en **évolution**: **ω, ω^2, ω^3, ω^4, ….** Et dans ce cas on dit plutôt: **w, w^2, w^3, w^4, ….** Mais cet **infini** évolue... vers lui-même, puisqu'on parle du même **infini**, du seul et même **modèle** de la **fractale**. La **fractale** est en perpétuelle construction, ayant un certain **modèle m**, et **n** étant le **générande** ou le **fractalande** (**3** pour l'exemple du triangle de Sierpinski plus haut et **w** pour la **fractale** qu'est la **droite réelle)**, on forme un **modèle** supérieur **M** avec **n petits modèles m**.



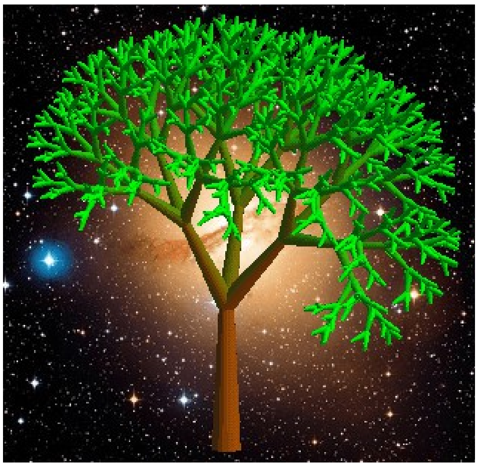
*Nous appelons une **fractale générescente régulière** de **générande n**,*
*un **ensemble E**, formé par **n itérations** d'une version **e** du même ensemble **E**,*
*ce que nous exprimons par l'**identité**: **E == eee...e == ne**, et par l'**équivalence**: **e = E**, ou: **e = ne**, ou: **1 = n**,*
*dont **n itérations** forment de la même manière une version plus grande **E'** du même **modèle E**, etc.,*
*et tel que **e** est de la même façon formé par **n itérations** d'une version **e'** du même **ensemble E**, etc.*
*A chaque fois donc, **n petits modèles m forment** un plus **grand modèle M**,*
*donc **M == n×m**, comme ici: **M == 3m**, pour cette **fractale générescente régulière** de **générande 3**.*
*Étant entendu le **générande n** dont on parle, on note aussi: **M == m... == n×m**,*
*où le symbole « **...** », appelé **opérateur gener**, ou **opérateur** de **génération n**, ou d'**itération n**,*
*signifie que le **modèle m** est **itéré** un **nombre** de fois **égal** au **générande**, ici **n** donc.*
*La **fractale** est **générescente**, parce que l'**ensemble E** consiste juste à **itérer** un même **modèles m**,*
***itérations**: **m, mm, mmm, mmmm, …**, ou: **1m, 2m, 3m, 4m, …**, appelées **générescences**.*
*Et la **fractale** est **régulière** en ce sens que le **nombre d'itérations** ou **générandes** est toujours le même, ici **n**.*
*Par défaut le **générande** associé à l'**opérateur gener** est l'**infini** ω, ou l'**omégaréel infini w**,*
*mais cette définition de l'**opérateur gener** est très générale, elle s'applique à tout **générande n**.*
*Par exemple, l'ensemble R^{+}_{ω} des **nombres omégaréels positifs ou nuls**,*
*l'**intervalle** ou la **demi-droite omégaréelle positive**, que nous notons $[0, w^w]$,*
*est une **fractale générescente régulière** de **générande w**.*

La **fractale** est donc en **perpétuelle formation**, et pourtant **elle est déjà entièrement formée**, du moment où l'on a achevé **un seul modèle**. C'est encore l'un des aspects apparemment paradoxaux de la **logique fractale**: il faut la **fractale** pour former la **fractale**, ou encore cette définition apparemment tautologique: « Une **fractale** est un **ensemble** formé d'**éléments** qui sont la **fractale** ». Mais cette tautologie n'est qu'une apparence, la **fractale** ne fait que refléter la logique profonde des **ensembles** et des **choses**, qu'on verra plus en détail par la suite, et qui est qu'un **ensemble**, au sens le plus universel du terme, est par définition « **une chose formée d'autres choses appelées ses éléments** ». C'est ce que nous appelons la nature **générescente** ou **fractale** des **ensembles** et des **choses**.

Et plus précisément c'est la nature des **fractales générescentes**, qui peuvent donc être **régulières**: le **générande** est toujours le même, un **grand modèle** est toujours formé du même **nombre n** de **petits modèles**, ou **irrégulière**: le **générande** varie d'un **modèle** à l'autre, comme par exemple un **arbre**, fait de **branches**, faites à leur tour de **branches**, etc.. L'**arbre** et ses **branches** reproduisent donc tous le même **modèle** « **arbre** », une **fractale générescente** donc, mais **irrégulière**, car, en général pour un **arbre**, le nombre de **branches** d'un **modèle** à l'autre de l'**arbre** varie. En d'autres termes, toutes les **branches** n'ont pas le même **nombre** de **sous-branches**.

DÉFINITION
L'**analogie** de l'**arbre** permet d'appeler une **fractale générescente** un **arbre**, et d'appeler une **fractale générescente régulière** un **arbre régulier**.

Comme ici, une **fractale générescente régulière** de **générande 3**, un **arbre régulier**, au sens propre du terme.



Au sens le plus intuitif du terme, une fractale générescente est tout simplement une arborescence, ou une structure arborescente.

Nous ne nous intéressons qu'aux **fractales générescentes**, car ce sont les **structures fractales** les plus **simples** et les plus **fondamentales**, d'autant plus si elles sont **régulières**. Le **structure des ensembles** est une **structure arborescente**: un **ensemble** est fait d'**éléments** qui sont des **ensembles** faits d'autres **éléments**, qui sont des **ensembles** faits d'**éléments**, etc.. Autrement dit, un **ensemble** est un **arbre** dont les **branches** sont appelés ses **éléments**, qui sont à leur tour des **arbres** qui ont leurs **branches** qui sont leurs **éléments**, et ainsi de suite. Un **ensemble** est donc une **fractale générescente**, qui en **règle générale** n'est pas régulière, le **nombre** d'**éléments** pouvant varier d'un **modèle** de la **structure** à l'autre.

Mais certains **ensembles**, bien que pouvant, comme c'est le cas de l'**Univers TOTAL U**, l'**Ensemble de toutes les choses**, ou, ce qui revient au même, de l'**Univers V** des **ensembles unidaux** (qu'on verra dans la prochaine partie), avoir des **parties irrégulières**, peuvent avoir aussi une **structure générale régulière**, comme c'est le cas aussi de l'**Univers TOTAL** ou de l'**Univers des ensembles unidaux**. Ces **ensembles** présentent ainsi tous les avantages de l'**irrégularité**, qui sont entre autres la **diversité**, l'expression de l'**identité**, de la **différence**, et aussi tous les **avantages** de la **régularité**, qui sont entre autres l'**unité**, l'expression de l'**équivalence**, de l'**égalité**. On a ainsi le meilleur des deux mondes, des deux **Univers**, plus précisément.

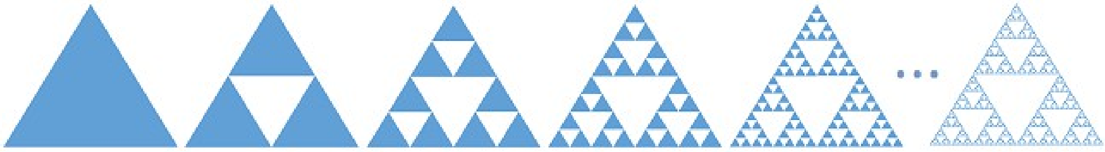
On peut par exemple avoir un **ensemble E** ayant **3 éléments a, b, c**, donc **E = {a, b, c}**. Et l'élément **a** à son tour **5 éléments** distincts: **a = {d, e, f, g, h}**. Et l'élément **b** à **2 éléments** distincts: **b = {i, j}**. Et l'élément **c** à **7 éléments** distincts: **c = {k, l, m, n, o, p, q}**. Les éléments **a**, **b** et **c** sont les éléments dits de **niveau 1** de **E**. Et les **14** éléments de **d** à **q**, sont les éléments dits de **niveau 2** de **E**, les éléments de ses éléments. Jusque là, que de l'**irrégularité**, il n'y a pas de **modèles** qui se répètent, à part le **modèle** général « **ensemble** » et le modèle « **élément** », c'est-à-dire les **modèles** « arbre » et « **branche** ».

L'**ensemble E** a donc **14 éléments** à son niveau **2**, on dira qu'à ce **niveau** c'est un **modèle** « **14 éléments** ». Et maintenant, supposons que ces **14** éléments de **d** à **q**, soient tous le même **modèle** que **E**. C'est-à-dire ils ont chacun **3 éléments** distincts, donc sont comme l'**ensemble E** un **modèle** « **3 éléments** » au niveau **1**. Et les **3 éléments** de chacun ont respectivement **5**, **2** et **7** éléments. Ces **14** éléments ont donc chacun **14** éléments à leur niveau **2**, ce qui fait donc **$14 \times 14 = 14^2 = 196$ éléments** pour **E** à son niveau **4**. Et maintenant, on continue en disant que ces **196** éléments du niveau **4** de **E** sont eux aussi un « **modèle E** », et ainsi de suite. Ils ont donc chacun **3** éléments qui ont respectivement **5**, **2** et **7** éléments, etc..

L'**ensemble E** a donc à ses différents niveaux de sa **structure** des **modèles irréguliers**, certes. Mais nous pouvons tout à fait n'appeler « **éléments** » que ses **élément réguliers**, ceux des niveaux pairs: **0, 2, 4, 6, 8, …**. Les autres éléments sont à voir simplement comme des étapes intermédiaires, des transitions pour aboutir aux **éléments réguliers**. Et à ces niveaux on a respectivement, en **nombre d'éléments**, différentes **puissances de 14**, qui sont: **14^0, 14^1, 14^2, 14^3, 14^4**, etc.. Autrement dit, on a une **fractale générescente régulière** de **générande 14**, c'est-à-dire un a**rbre régulier 14**, ce que nous appellerons souvent simplement une **Fractale 14**.

Et nous intéressons donc principalement aux **fractales générescentes régulières**, aux **arbres réguliers** donc, peu importent les **modèles** intermédiaires **irréguliers** qu'elles peuvent avoir. Dans les pires **chaos**, **désordres**, situations apparemment **aléatoires**, peut pourtant se cacher un **ordre**, une **régularité**. L'**irrégularité** peut n'être qu'une phase intermédiaire dans la construction de la **régularité**.

La logique de la **fractale** est donc que: Pour former une **fractale**, il faut d'autres **modèles** de la **fractale**. Dans le cas d'une **fractale générescente régulière**, si l'on a déjà un **modèle** de la **fractale**, il est inutile de construire de nouveau le **modèle**, car il suffit de le **répéter** un nombre de fois égal au **générande**. Mais par contre, si l'on n'a pas encore le **modèle**, il faut le construire au moins une fois.



C'est ici qu'intervient la **récurrence** et sa proche cousine la **récursivité**. Ce sont des notions très intimement associées aux **nombres**, et plus spécialement aux **nombres entiers naturels** ou aux **ordinaux**, parce qu'aussi ce sont des notions synonymes de la **logique fractale**, et vice-versa.

La **construction** du **modèle** par **récurrence**, qui est aussi la **méthode générale de construction par récurrence**, consiste en quatre points:

Étape ordinale 0: **Objet initial**.

C'est l'**étape ordinale** appelée en règle très générale **0**, mais qui peut être appelée l'étape **1** ou même autre (car dans certaines situations où les objets obéissent à une **formule** où intervient l'**étape ordinale n**, cette **formule** peut ne commencer à avoir un sens qu'à partir d'une certaine **valeur initiale** de **n** qui n'est pas forcément **0** ou **1**). On part d'un **objet initial** (ou des **objets initiaux**, dans les cas où le **modèle** demande **plusieurs objets** de départ), qui est le **modèle** à l'**étape ordinale initiale**.

Ici, l'**objet 0** est simplement un **triangle**, **équilatéral** de préférence, mais on peut avoir cette **fractale** avec n'importe quel triangle: isocèle, rectangle, quelconque. La **fractale** ne sera pas **équilatérale** simplement, mais ce sera une **fractale**.

Étape ordinale 1: **Initialisation** de la **construction**, indication de la **propriété fondamentale** du **modèle**.

On indique ce qu'il faut faire avec l'**objet initial**, quelle **opération** faire avec lui. C'est en général cette **opération initiale** qui indique sa **logique**, sa **propriété clef**, qui sera **itérée** pour avoir le **modèle final**.

Ici, l'opération est qu'on joint les milieux des trois côtés du triangle, ce qui forme quatre triangles, et on enlève le triangle du milieu, ce qui signifie simplement qu'on change sa couleur.

La **logique de base** de la **fractale** est ainsi définie. On voit en effet apparaître **trois triangles** qui sont les **modèles réduits** du **triangle initial**, et qui seront ses trois sous-modèles.

Dans certains processus de **récurrence**, cette **étape ordinale 1** est combinée avec l'**étape 0**, car l'**objet initial**, l'**objet 0**, peut dès le départ posséder la **propriété fondamentale** du **modèle**, et alors on passe directement au point suivant.

Étape ordinale n: **Hérédité** de la **construction** ou **itération** de la **propriété fondamentale** du **modèle**.

On indique comment passer d'une **étape ordinale** à la suivante, c'est-à-dire comment **répéter** la **propriété fondamentale** du **modèle**, **étape ordinale** par **étape ordinale**, jusqu'à l'obtention du **modèle final** ou **objet final**. C'est l'**hérédité** de la **construction** du **modèle**, qu'on peut aussi appeler son **automatisation**. Cela consiste en pratique à dire: « Si l'on sait **construire** le **modèle** à une **étape ordinale n**, alors on sait le faire à l'**étape ordinale n+1** ».

Donc comme nous avons indiqué comment **construire** le **modèle** aux étapes **0** et **1** (et même l'étape **0** seule peut suffire, si l'**objet 0** indique déjà lui-même la **propriété fondamentale** du **modèle**), alors on sait le faire aux étapes **2, 3, 4, 5, 6, 7, …**.

Dans notre exemple, cette étape **2** consiste à dire simplement que ce que l'on a fait avec le **triangle initial** à l'**étape 1**, il faut le recommencer avec les **trois triangles** restants, qui vont à leur tour donner naissance chacun à trois nouveaux triangles, et ainsi de suite. Et cet « **ainsi de suite** » veut dire donc: « Tout **modèle intermédiaire** à une **étape ordinale n** présente un certain **nombre** de **triangles initiaux**, en l'occurrence **3^n triangles initiaux**, qu'il faut, à l'**étape ordinale n+1**, traiter selon l'**opération** indiquée à l'**étape 1**. »

Cette étape d'automatisation est le **moteur** même de la **récurrence**. Les deux étapes précédentes lancent le **moteur**, et ici il tourne tout seul, jusqu'à produire le **modèle final**. Et alors, logiquement, c'est la fin du processus de **récurrence**, le moteur lancé doit s'arrêter et dire en somme: « Mission accomplie ».

Étape ordinale finale: **Équation de clôture** ou **ordinal de fin n**.

Dans la conception classique de la **récurrence**, on considère que le **modèle** est **totalement construit**, ou qu'il est construit à **toutes** les **étapes ordinales**, pour **tout ordinal n** donc, dès lors que le processus de **récurrence** est lancé avec les **étapes 0** et/ou **1**, automatisé avec l'**étape n**. Ce qui est vrai.

Mais une vérité très simple est d'abord que les **étapes ordinales**, les **ordinaux** donc, il y en a toute une **infinité**! Des **infinités** mêmes! Car, comme nous l'avons démontré avec l'ensemble **R_ω** des **nombres omégaréels**, et c'est justement ce que nous apprend aussi la **logique fractale** qu nous étudions maintenant, **avant** un **infini w**, il y en a toujours un autre plus petit, **w-1**, **w-2**, **w-3**, etc., **w/2**, **w/3**, **w/4**, etc., **$\sqrt{w}$**, **$w^{1/3}$**, etc., et cela continue ainsi, jusqu'à rejoindre les **finis**, **…, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1, 0**, ce qui nous ramène donc à l'**ordinal 0**, l'**ordinal initial** de la **récurrence**. Et après un **infini w**, il y en a toujours un autre plus grand, **w+1, w+2, w+3, …, 2w, …, 3w, …, 4w, ..., w^2, w^3, w^4**, etc., et cela continue ainsi, jusqu'à l'**infini absolu ω**, le **grand terminus**.

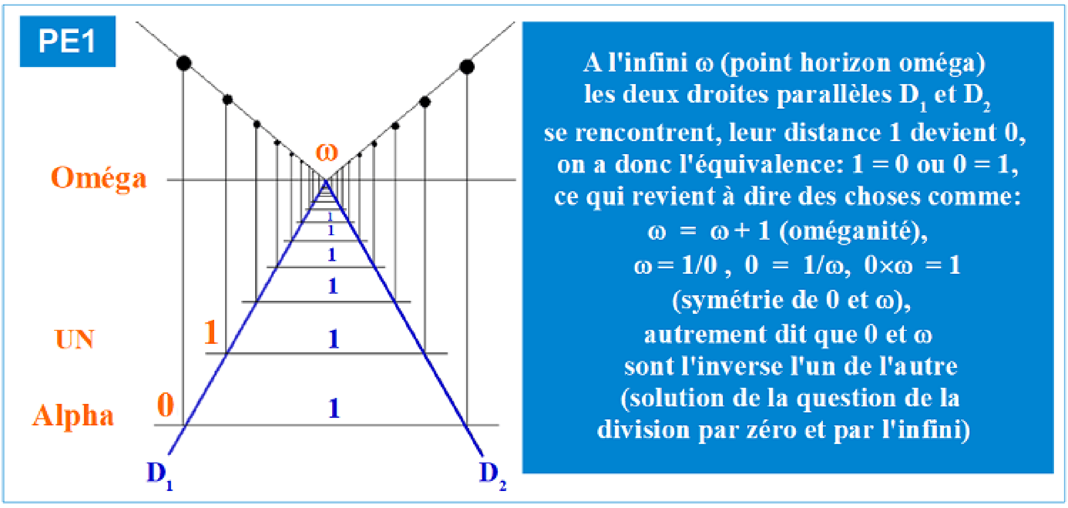
Donc, même quand on pense n'avoir affaire qu'à de « simples » **nombres entiers naturels**: **0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...**, en réalité on a toute l'**infinité** des **ordinaux** jusqu'à l'**infini absolu ω**. Contrairement à ce que l'on pensait, la séquence des **ordinaux** n'est pas interrompue au niveau des **ordinaux limites**, de sorte qu'on puisse penser que la suite: **0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...**, n'atteint jamais le premier **ordinal limite**, qu'on appelle **ω**, et qui est en fait une très mauvaise conception de l'**infini absolue ω**. Car on pense que **ω** n'a pas de **prédécesseur ω -1**, mais a un **successeur ω+1**, puis **ω+2**, puis **ω+3**, etc.. Mais en réalité, dire que **ω** est la **limite** des **nombres entiers naturels**, c'est simplement dire qu'il est le **dernier entier naturel**, et à ce titre il vérifie: **$\omega = \omega + 1$**, qui est aussi la définition de l'**infini absolu**. Car, naturellement, logiquement, dire qu'un **ordinal** est la **limite**, c'est dire que tout ce qui vient **après** cette **limite**, c'est encore lui-même, sinon, évidemment, il n'est pas la **limite**, puisqu'un **autre nombre** plus **grand** que lui, vient **après** lui.

Si **ω** est est donc vraiment un **ordinal limite**, au sens le plus logique du terme, alors il est l'**infini absolu**, et l'**égalité**: **$\omega = \omega + 1$**, est ce qui caractérise cette **limite absolue**, la qualité de **dernier nombre** donc. Mais alors aussi, comme **w** est son **propre successeur**, il est aussi son **propre prédécesseur**, à savoir: **$\omega - 1 = \omega$**. Donc on ne peut pas dire qu'il n'a pas de **prédécesseur**, car il est on **propre prédécesseur**.

Bref, comme expliqué depuis le début, la notion d'**ordinal limite** conçue comme ayant un **successeur** mais mais pas de **prédécesseur**, est une fausseté, c'est une mauvaise conception des **nombres entiers**, des **ordinaux**, ce qui entraîne forcément une mauvaise conception de la **récurrence**. Notamment ici le fait de lancer un processus de **récurrence**, de l'**automatiser** (le faire passer de toute **étape ordinale n** à l'**étape ordinale n+1**, son **successeur**), et de ne pas juger utile d'indiquer sous quelles conditions le processus doit s'arrêter. On part du principe faux selon lequel le processus va aller s'arrêter tout seul, au niveau du premier **ordinal limite ω**. Et quand on a besoin que le processus aille au-delà de **ω**, et plus généralement franchisse toutes les barrières des ordinaux limites, qui sont les ordinaux de la forme: **ω, 2ω, 3ω, …, ω^2, …, ω^3**, etc., autrement dit tous les multiples de l'**ordinal limite ω**, alors on change de principe, on passe à un autre principe appelé l'**induction transfinie**, mais qui en réalité n'est autre que la seule et même **récurrence**.

Autrement dit, l'idée qu'il existerait un principe de **récurrence** valable seulement pour les **nombres entiers naturels**, et un principe d'**induction** plus générale valable pour tous les **ordinaux**, est une idée **fausse**, provoquée par cette autre idée **fausse** d'**ordinaux limites**.

Quand on regarde une **fractale** comme le triangle de Sierpinski, on peut noter un important phénomène très caractéristique des **fractales**, que nous nommons l'**Effet Horizon** ou l'**Effet Infini**, qui se manifeste bien plus souvent sous sa forme d'**Effet Zéro** ou **Effet Limite**.



Il est bien plus évident sous cette forme de « **limite zéro** » et souvent très peu évident sous sa forme de « **limite infinie** ». Dans le cas de cette **fractale**, on peut observer donc ce phénomène: on voit différents **modèles** de toutes les tailles, et des **modèles** de plus en plus petits, jusqu'à devenir un **point**, ce qui voudrait dire que ces **modèles** réduits à un « **point** » n'ont plus de **sous-modèles** à l'intérieur, c'est-à-dire n'ont plus d'**éléments**, ce qui est vrai. Mais en même temps aussi, quand on connaît la logique de la **fractale**, on sait que cette non existence des éléments à l'intérieur des « **modèles-points** » ou « **modèles-zéros** » est une « illusion », exactement comme si en voyant des étoiles ou des planètes qui sont des **points** dans le ciel de la nuit noire, on disait qu'elles sont si petites qu'elles ne peuvent pas contenir un humain. Or ces « points », ces « riens », sont des mondes! Ils suffit de se mettre à leur échelle pour s'en rendre compte, il faut donc se rendre à l'horizon.

C'est le même phénomène ici. On a des **modèles** qui apparemment des **points**, mais il suffit de se rendre à leur échelle pour s'apercevoir que c'était une « illusion », car ils sont la même fractale. Au fur et à mesure qu'on s'en approche, les mêmes éléments que chez les grands modèles se révèlent, car tous les **modèles** sont le même **modèle** de la **fractale**. Mais d'un autre côté aussi, c'est vrai que ce que l'on voit n'est pas une illusion, mais RÉELLEMENT des **modèles** qui deviennent des **points**, des ensembles **vides**, **sans éléments** ou **avec** des **éléments inexistants**. Pour qu'ils deviennent existants pour nous, nous devons faire quelque chose qui revient toujours à dire que nous avons, nous-même, subi la **transformation adéquate** pour pouvoir les voir, par exemple de changer d'échelle pour nous rendre aussi petit que les « **modèles-points** », ou de voyager pour aller vers les étoiles, dans le cas des points dans le ciel noir. Nous ne pouvons pas savoir ce qu'il y a dans un autre univers, ni même s'il existe, si nous ne faisons pas ce qu'il faut pour rendre cet univers accessible. Pas nécessairement voyager pour aller dans cet univers, mais acquérir par exemple au moins des facultés pour le percevoir. Dans tous les cas, nous devons subir une certaine transformation, sans laquelle il est vrai que cet univers est inexistant POUR NOUS. Pas dans l'absolu, mais POUR NOUS.

C'est la même chose ici, il est vrai que les « **modèles-points** » ne sont pas pour nous comme sont les **grands modèles**. La preuve étant qu'en construisant le triangle de Sierpinski ci-dessus, on construits EFFECTIVEMENT des **modèles** de plus en plus petits, au fur et à mesure que le **nombre** de triangles intérieurs devient **infini**. Ce n'est donc pas une « illusion », car l'**infini** entraîne toujours quelque part aussi **zéro**. En **itérant** sans cesse **n** fois un **modèle m** pour former des modèles de plus en plus **grands**, c'est-à-dire des **modèles** faits de **n** fois **m**, de n^2 fois **m**, de n^3 fois **m**, de n^4 fois **m**, etc., si **n** est un **entier** au moins égal à **2** (et même un **nombre réel** seulement **strictement supérieur** à **1**), alors n^k tend vers l'**infini**, quand **k** augmente, et donc le **modèle m** devient zéro par rapport au **modèle** $n^k \times m$, le rapport est $1/n^k$, qui tend vers **0**. C'est l'**Effet Zéro** dont il est question, ici exprimé par $1/n^k$, il est donc forcément couplé à un **Effet Infini**, ici n^k. Ce n'est donc pas une illusion mais bel et bien une réalité.

La « **limite zéro** » est plus facilement perceptible que la « **limite infini** », et pourtant ce sont deux faces du même phénomène, de la **même limite**. Quand quelque chose devient de plus en plus petit et tend vers **0**, on voit clairement la tendance, et tout aussi clairement la **limite**, qui est **0**. Mais pour l'**infini**, on voit la tendance aussi, on voit que la chose est de plus en plus grande. Et pourtant on ne voit pas sa **limite**, qui est **ω**, et qui existe aussi!

Le **principe de récurrence** est le principe même d'**automatisation**, tel qu'on l'emploie par exemple en **informatique**, un principe très voisin étant la **récursivité**. Comme chacun le sait, un « ordinateur » ou une

« machine », c'est à la fois très intelligent, et à la fois très « bête », très obéissant et très fidèle à son maître. Si donc le maître ne lui dit pas quand s'arrêter, quelle condition, si elle est remplie, signifie que la tâche est terminée, alors la « machine » continue tout le temps.

Le paradoxe est ici que les « machines » pour le coup appliquent mieux la logique de **récurrence** que les humains. Elles « savent » qu'il faut dire où commencer et où s'arrêter, et que si on ne leur précise pas les condition d'arrêt d'une tâche répétitive, cela signifie que le but ou la nature même de cette tâche est de se répéter indéfiniment. Là au moins c'est clair, cela signifie de continuer jusqu'à l'**infini absolu ω**.

Il importe de comprendre qu'il se passe beaucoup, beaucoup de choses au-delà de l'**horizon fini**, et même dans les **nombres finis**, au fur et à mesure qu'ils grandissent (d'ailleurs, la séparation entre les **finis** et les **infinis** n'est pas aussi nette qu'on le pense habituellement, c'est encore une conséquence de la mauvaise conception d'**ordinal limite**). Il se passe même des choses très « étranges » dans l'**Univers** des **nombres infinis**, dont on n'a pas idée, et qui défient notre logique habituelle. Comme par exemple, pour tout **nombre réel a** supérieur à **1**, qu'il puisse exister un **nombre infini x** tel que: $a^{-x} = 0$, et donc que: $a^{x} = \omega$. On a alors: $x = \ln(\omega)/\ln(a)$, où **ln** est le **logarithme népérien**. Et alors $x = \ln(\omega)/\ln(a) = \log_a(\omega)$, où $\log_a$ est le **logarithme** de base **a**. On pose alors: $\Lambda_a = \log_a(\omega)$, qui est **l'horizon logarithmique** de **a**.

Ces nombres sont de très grande importance, car justement, nous aurons bientôt besoin de Λ_2, et aussi de Λ_3, qui sont des exemples de nombres infinis qui peuvent servir d'**ordinal de fin** pour notre triangle de Sierpinski.

C'est parce que l'existence de l'**infini absolu ω**, l'**inverse de 0**, le **nombre** tel que donc: $0\times\omega = 1$, ou: $\omega = 1/0$, ou: $0 = 1/\omega$, a été nié (question de la **division par 0**), que du coup aussi on a lié l'existence de **nombres infinis** d'une extrême importance, les **nombres de clôture** justement, les **ordinaux finaux** à l'exemple du grand **ordinal final ω**. Ce sont eux qui, non seulement terminent les processus de **récurrence**, mais nous permettent de comprendre vraiment la **logique des nombres**, leur **nature**, leur **structure**, en l'occurrence leur **structure fractale**, leur **fonctionnement**. Sans donc **ω** et tout son cortège de **nombres étonnants**, nous sommes en fait aveugles. Mais dès l'instant où l'on a levé la fameuse « impossibilité » : $0\times\omega = 1$, ou: $\omega = 1/0$, ou: $0 = 1/\omega$, dès l'instant où ce qui a toujours été jugé « impossible » devient **possible**, alors **ω** nous ouvre les portes d'un **Univers numérique** ou **tout est possible**, où **tout existe**

Juste pour dire que quand on lance un **processus de récurrence P**, par **P(0)** et/ou **P(1)**, et qu'on l'**automatise** ou le rend **héréditaire** avec: $P(n) \Rightarrow P(n+1)$, et que l'on dit que cela suffit pour conclure en disant que le **processus P** est accompli pour **tous** les **nombres entiers naturels** $N = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \ldots\}$, ce n'est que partiellement vrai, car avec cela, on a simplement dit que le **processus P** se **poursuit indéfiniment**, de proche en proche, d'une **étape ordinale n** à l'**étape suivante n+1**. A moins de dire au moins implicitement que le terminus du processus est l'**infini absolu ω**, et alors cela inclus au passage aussi tous les **ordinaux de clôture** du genre des Λ_a et d'autres **ordinaux** plus étonnants les uns que les autres, on ne sait exactement quel **objet final** on veut obtenir. En effet, un **modèle** construit par **récurrence**, comme notre triangle de Sierpinski de l'exemple, dépend fortement de l'**ordinal de fin**. Ce n'est pas le même objet si l'**étape ordinale finale** est **ω**, Λ_2, Λ_3, ou simplement **w**. A moins de faire jouer la **structure fractale**, alors cela revient à dire que le terminus est **ω**.

En l'absence d'un **ordinal final** précis, il n'est pas juste d'employer le mot « **tout** » ou « **tous** », le **quantificateur universel** donc, pour dire par exemple : « **P est vrai** pour **tous** les **entiers** », ou « **E** est **construit** pour **tous** les **ordinaux** », etc.. Car justement le « **tout** » ou le « **tous** » qu'on dit avoir accompli n'est pas défini. C'est l'**ordinal final** qui le précise, et par défaut, ce sera donc toujours **ω**.

Malgré les apparences, il existe donc une infinité de **modèles finaux** pour notre triangle de Sierpinski, tel qu'on l'a défini, sans indiquer l'**étape finale**. Et maintenant, quel **objet final** pouvons-nous définir pour ce processus? Il suffit d'observer la logique de construction du modèle pour voir aussi l'une des différentes façons de terminer la construction.

En considérant les trois côtés du **triangle initial**, dans le cas d'un **triangle équilatéral**, ou l'un des côtés dans le cas d'un triangle quelconque, prenons ce côté comme **unité**, donc comme mesurant **1 unité** ou **1**, et observons ce qui se passe sur ce côté d'étape ordinale en étape ordinale. L'opération qui consiste à prendre à chaque fois le **milieu** des côtés des triangles d'étape en étape, signifie donc qu'on divise ce côté **1** à chaque fois par **2**, donc les petits triangles mesurent au départ **1** pour le **triangle initial**, ou phase ordinale **0**, et à la phase ordinale **1** les côtés mesurent $1/2$ ou $1/2^1$, et 1/4 ou $1/2^2$ à la phase ordinale **2**, et 1/8 ou $1/2^3$ à la phase ordinale **3**, etc., et $1/2^n$ à la phase ordinale **n**. Et dans le même temps, le nombre de subdivisions d'un côté est: **1**, **2**, 2^2, 2^3, 2^4, etc., et 2^n.

La suite $1/2^n$ (géométrique de raison **1/2**) tend vers **0**, tandis que l'autre suite 2^n correspondante (géométrique de raison **2**) tend vers l'**infini**, c'est-à-dire vers **ω**, car il faut maintenant être très précis, nommer l'**infini** avec un nom numérique, exactement comme **0**. Il est clair qu'on peut définir le terminus de la construction comme étant le **modèle** à la **phase ordinale n** pour laquelle le côté d'un petit triangle tombe à **0**, donc devient un point. Et alors aussi le nombre de subdivisions du côté **1** initial est l'**inverse de 0**, à savoir **1/0** ou **ω**. On note que ce n'est pas **n** qui est **ω**, mais l'**ordinal n** pour lequel le **nombre de subdivisions** est exactement **ω**, et donc le côté du petit triangle devient exactement **0**. On peut donc être très précis dans l'analyse de la situation.

Actuellement, on dira des choses du genre: «*La **fractale** est l'**objet limite** quand **n** tend vers l'**infini***», ou: «*La **fractale** est l'**objet limite** quand **n** tend vers ∞*».

Oui, mais l'**infini** ou «∞» dont on parle n'est pas défini, ce n'est pas un **nombre** précis comme **0**, un **nombre** qui existe en algèbre comme **0**, qui se calcule comme **0** et les autres **nombres**. Et quand bien même ce serait le cas, il y a une énorme différence entre « **tend vers...**» et « **est égal a...** », exactement comme il y a une énorme différence entre: « Je pars de Paris à pied et je marche en direction du pôle nord » (ou « Je tends vers le pôle nord »), et: «Je pars de Paris à pied et je suis arrivé au pôle nord». C'est toute la différence entre un **langage des limites** et une **équation** ou une **égalité**.

L'équation ici, c'est trouver exactement un **nombre n** pour lequel: $1/2^n = 0$, autrement dit: $2^{-n} = 0$. Et ce **nombre n existe**! Et cela revient à résoudre l'**équation**, qui cette fois-ci porte sur l'**infini ω**, et qui est: $2^n = \omega$. Dans les deux cas, la **solution n** est le **logarithme binaire** de **ω**, que nous appelons l'**infini lambda binaire**, qui est donc Λ_2 ou Λ_b, que nous avons évoqué plus haut. On a donc: $\Lambda_b = \mathrm{lb}(\omega)$, et: $2^{\Lambda b} = \omega$, et: $2^{-\Lambda b} = 0$, ce qui veut dire que maintenant le **logarithme binaire** de **0** existe, et il est exactement: $-\Lambda_b$. Car, maintenant, **0** a un **inverse** comme les autres **nombres**, et cet **inverse** est **ω**. De cela découlent une infinité de nouvelles choses, et en particulier que tous les **logarithmes** de **0** existent maintenant.

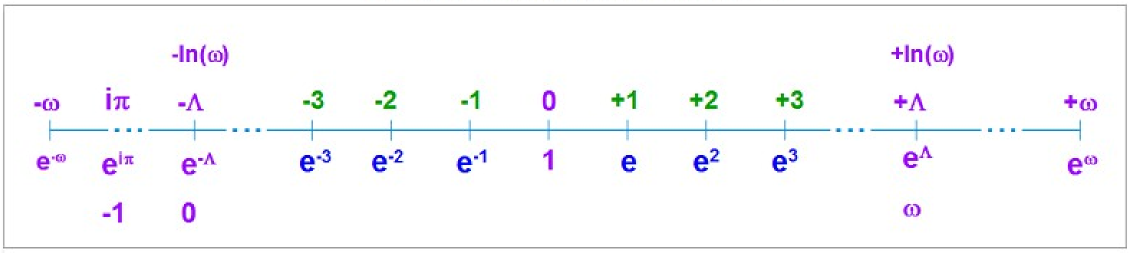
Cette solution de l'**équation** nous apprend donc que quand **n** est très exactement Λ_b, alors 2^n, qui est le nombre de subdivisions du côté du triangle de départ, est exactement **ω**, et alors, le côté, qui est **1**, et qui est ainsi **divisé** par **ω**, devient exactement: $1/\omega = 0$. Et alors il ne reste plus de triangles à traiter, parce que les petits triangles à cette phase ont tous un côté **0**. La **fractale** est alors complètement formée.

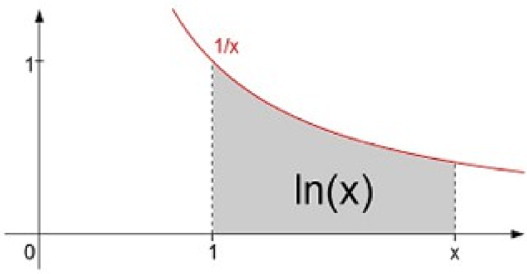
Mais aussi, on aurait pu choisir un autre **critère de clôture**, et alors aussi l'**objet final** serait différent de celui qu'on vient de définir. Cette fois-ci on peut se baser simplement sur le **nombre de petits triangles** formés à chaque **étape ordinale n**. A l'**étape n = 0**, on a **1** triangle, et: $3^0 = 1$. A l'**étape n = 1**, on a: $3^1 = 3$ triangles. A l'**étape n = 2**, on a: $3^2 = 9$ triangles, et ainsi de suite. A l'**étape n**, on a donc: 3^n triangles. Et alors on peut choisir comme **ordinal final** l'ordinal **n** pour lequel le **nombre** des **derniers petits triangles** est exactement l'**infini absolu ω**. Donc l'**équation de clôture**: $3^n = \omega$. Et alors la solution est: $n = \Lambda_3$. Donc on a: $3^{\Lambda 3} = \omega$, et donc aussi: $3^{-\Lambda 3} = 0$.

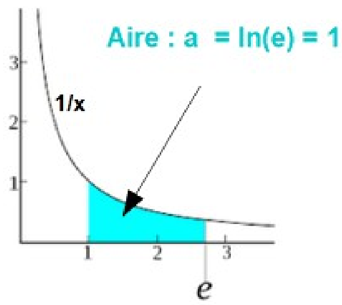
Le sens de cette clôture n'est pas le même que dans le cas précédent, donc ce n'est pas le même **objet final**. A l'**étape ordinale n**, on a 3^n triangles, et leur côté est 2^{-n}. De ce point de vue, on a une correspondance à chaque étape ordinale, mais l'ordinal final choisi n'est pas le même dans les deux cas. En effet, il est Λ_2 pour le premier choix et Λ_3 pour le second, qui est un ordinal plus petit. Car, étant donné que $3 > 2$, on a $3^n > 2^n$ à chaque étape ordinale. Donc: $3^{\Lambda 3} > 2^{\Lambda 3}$, c'est-à-dire: $2^{\Lambda 3} < 3^{\Lambda 3} = \omega$, donc: $2^{\Lambda 3} < \omega$. Cela veut dire qu'à l'étape ordinale Λ_3, le second critère de fin est rempli, $3^{\Lambda 3} = \omega$, mais $2^{\Lambda 3} < \omega$ signifie que pour cet ordinal le premier critère n'est pas encore rempli, le nombre de subdivisions sur un côté n'est pas encore **ω**, donc les petits triangles n'ont pas encore une taille **0**, leur côté vaut alors $2^{-\Lambda 3}$, qui est cependant un **nombre infinitésimal**, car Λ_3 est un **nombre infini**. Autrement dit, **3** a atteint son **horizon logarithmique**, tandis que **2** n'a pas encore atteint le sien, étant plus petit que **3**, donc devant être élevé à une puissance plus grande, pour qu'il devienne l'**infini absolu ω**, et que son inverse tombe à **0**.

Comme vu dans la partie A, l'un des grands intérêts des **horizons logarithmiques** est qu'ils mettent en lumière des phénomènes numériques surprenants, et très intéressants, en raison de l'absence de l'**infini absolu ω**, l'**inverse de 0**. C'est le cas ici.

Structure omégaréelle en base e

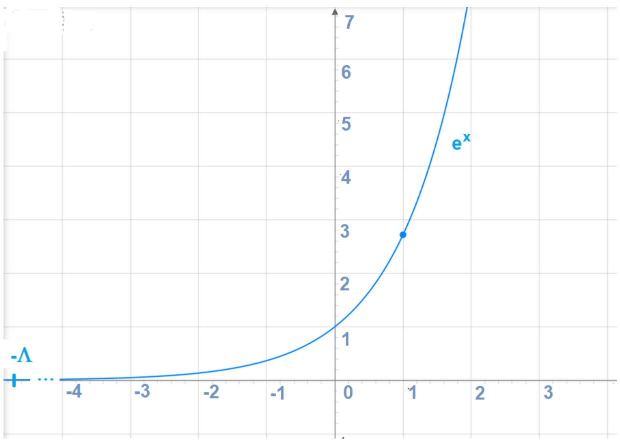




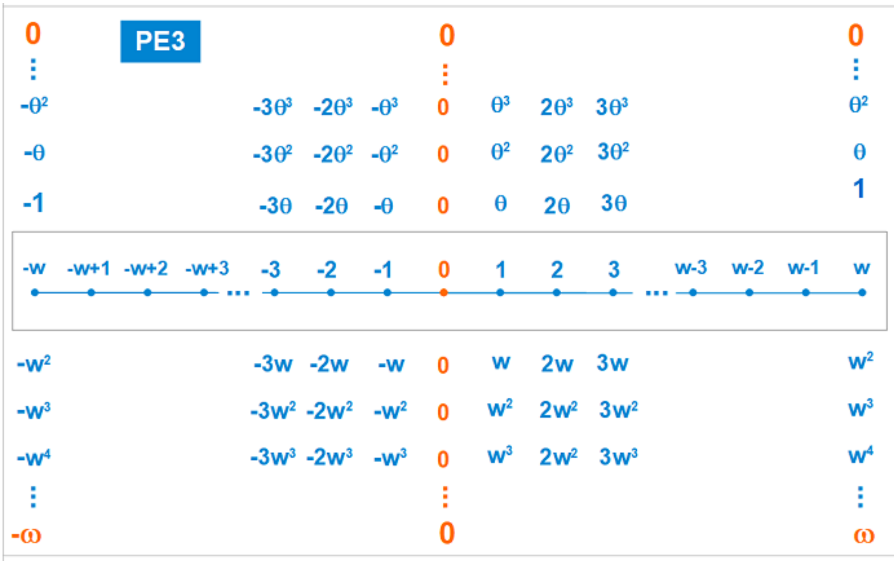


On a donc: **$\ln(\omega) = \Lambda$** . Par conséquent: **$\ln(0) = -\Lambda$** . Et puisque: **$\omega = w^w$**, on a donc: **$\Lambda = \ln(w^w) = w \ln(w)$**. Et en définissant le **logarithme** en **base w**, noté **lw**, par: **$lw(x) = \ln(x)/\ln(w)$**, pour tout **nombre omégaréel x** positif ou nul (le cas **$x = 0$** est maintenant défini lui aussi), on peut définir le nombre Λ_w par: **$\Lambda_w = lw(\omega) = lw(w^w) = w\, lw(w) = \Lambda / \ln(w) = w$**.

Les **horizons logarithmiques** Λ_a permettent donc de comprendre beaucoup de choses qui se passent dans la **zone de clôture** des **nombres**, mais aussi de définir d'autres importants nouveaux **nombres**. On a par exemple: **$e^{\Lambda} = \omega$**, qui veut dire donc que la **fonction exponentielle** e^x, qui tend vers l'**infini** quand **x** tend vers l'**infini**, certes, mais il atteint l'**infini absolu ω** exactement à la valeur **Λ**, et la **fonction exponentielle**, qui tend vers **0** quand **x** tend vers moins l'**infini**, tombe exactement à **0**, c'est-à-dire touche dans sa descente progressive l'**axe des abscisses** au point d'abscisse **-Λ**, en autrement dit: **$e^{-\Lambda} = 0$**.



Et voici la **structure** des **nombres omégaréels** en **base w**, l'**omégaréel infini** tel que: **$w = 1/\theta$**.



Modèle PE3 ou « Paradigme de l'Équivalence 3 », la troisième image clef.

Dans le schéma ci-dessus, la droite dans le cadre du milieu représente l'**ensemble R** des **nombres réels**, ce qu'on appelle communément la **droite réelle** ou la droite **numérique** (l'**axe des abscisses** par exemple). Actuellement, on la conçoit ainsi:

C'est donc une **droite ouverte**, l'**intervalle ouvert** habituellement noté aussi: **]-∞, +∞[** , appelé aussi « **l'intervalle moins l'infini, plus l'infini** ». Mais les deux symboles « **-∞**» ou « **moins l'infini** » et « **+∞**» ou « **plus l'infini** » ne sont pas des **nombres réels** précis qu'une **variable x** peut prendre, en disant par exemple **x = +∞**, et avec laquelle on peut calculer exactement comme avec tout autre **nombre réel** en disant par exemple: **(+∞) + (+∞) = +2×∞**. En tout cas ce n'est pas ainsi en analyse standard. On parle aussi, notamment en topologie, de la « **droite réelle achevée** », qui est l'**intervalle fermé [-∞, +∞]**, noté aussi: **R ∪ {-∞, +∞}**, ce qui veut dire l'**ensemble R** ou la **droite réelle**, à laquelle on ajoute deux éléments supplémentaires, deux **nombres** aux deux extrémités, « **-∞**» et « **+∞**», appelés le **plus petit élément** et le **plus grand élément** de la **droite**. Cette conception de la **droite réelle** est déjà meilleure et plus féconde que la **droite ouverte**, et pour cause, on se rapproche plus de la vérité, de la **vraie nature** et de la **vraie structure** de l'ensemble **R** des **nombres réels**, la **structure fractale**, comme nous avons commencé à la comprendre.

Car effectivement, il manque cruellement un élément de **R**, l'**élément crucial** que nous appelons maintenant **w**, le **nombre omégaréel infini**, qui permet, pour commencer, d'exprimer de manière très précise la **longueur** de la **droite réelle**, à savoir tout simplement **2w**. En effet, comme la **droite** a, en **valeur absolue**, une **longueur** de « **∞**» avant **0** et une **longueur** de « **∞**» après **0**, on devrait pouvoir dire que la **longueur** de la **droite** est très précisément « **2× ∞** » ou « **2∞** ». Mais on ne peut pas calculer aussi normalement avec l'objet «**∞**», car en fait il n'est pas un **vrai nombre**, et c'est son **absence** en tant que **vrai nombre** que l'on stipule en disant qu'il est « **impossible** » de **diviser par 0**. Autrement dit, on devrait avoir : «**∞ = 1/0** », cela devrait être l'une des manières simples de définir l'**infini** «**∞**». Mais, comme cette **division** est dite « **impossible** », cet objet «**∞** » est donc « **impossible** » en tant que **nombre**. On le déclare « **impossible** », et pourtant on ressent le besoin de l'utiliser.

Il manque donc un **élément crucial** dans **R**, et c'est justement le **nombre omégaréel infini w**, tel qu'on le voit à l'oeuvre sur le schéma précédent. C'est surtout lui, avec son **inverse θ**, qui permet de décrire la **structure fractale** de **R**, de **compter** le **nombre** de ses **éléments** suivant une logique **fractale** que le schéma ci-dessus illustre, de servir à définir les autres **nombres infinis** ainsi que leurs **inverses**, les **infinitésimaux**, etc..

Bref, c'est le **nombre clef** même de l'ensemble **R** en tant qu'**ensemble infini**, le **nombre clef** de la **droite réelle**, et qui est tout simplement synonyme de cette **droite**. En effet, cette **droite** est **infinie**, et ce **nombre** est l'**infini**. Sans ce **nombre w** donc, on ne comprend pas vraiment la **droite réelle**, l'**ensemble R** donc, sa **logique** et sa

structure. Pour décrire, mesurer la **droite réelle**, celle qui représente l'ensemble **R** des **nombres réels**, le **nombre infini w** doit évidemment être... un **nombre réel**, en occurrence **omégaréel**, **hyperréel**, ou tout ce qu'on veut, mais **réel**, et pas **irréel**, comme par exemple les objets « $-\infty$» et « $+\infty$».

Il faut donc un **nombre** qui ait sa place **naturelle** dans l'**ensemble** des **nombres réels**, et simplement, pour commencer, dans l'**ensemble** des **nombres entiers naturels**. Il doit être l'**entier naturel infini**, qui exprime l'**infinité** qu'est l'ensemble **N** des **nombres entiers naturels**, ça va de soi.

Nous avons vu plus haut que dès qu'un **ensemble E** est un tant soit peut suffisamment **numérique** (et pour cela il faut qu'il contienne au moins l'**ensemble N** des **nombres entiers naturels**, ou des objets équivalents), l'ensemble $\mathbf{E^E}$ des **applications** de **E** dans **E** est aussi automatiquement un **ensemble numérique**. Et plus **E** est **numérique** plus $\mathbf{E^E}$ hérite de cette nature d'**ensemble numérique**, en commençant déjà par être au moins un **espace vectoriel**, qu'il faut voir comme une **structure pré-numérique**, ou comme une généralisation de la notion de **nombre**. Un **vecteur** peut en effet être défini comme une **suite** de **nombres**, comme par exemple **(-8, 0, 1/2, 4, 3)**, qui est **5-uplet** (un **quintuplet**), de **nombres réels**, ou des **éléments** de **E**, si ces cinq **nombres** appartiennent à **E**. Le **5-uplet** est un objet de **dimension 5**, qui peut de manière générale être noté $(x_0, x_1, x_2, x_3, x_4)$, ou $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$, si l'on veut commencer la numérotation par **1**. Mais on préférera ici la première: $(x_0, x_1, x_2, x_3, x_4)$.

Et si aussi les nombres qui servent de numéros ou d'**indices**: **0, 1, 2, 3, 4**, sont aussi des éléments de **E** (preuve encore que la logique que nous expliquons s'exprime pleinement si **E** est un **ensemble numérique** ou un **ensemble** d'**objets** qu'on peut **assimiler** à des **nombres**), alors ce **5-uplet** ou **vecteur** de **dimension 5**, n'est ni plus ni moins qu'une **application x** de $\mathbf{E^5}$ dans **E**, ou une **application x** de **E** dans **E**, telle que **x(i)**, qu'on notera x_i, a systématiquement pour valeur **0** pour tout **élément i** de **E** différent des éléments : **0, 1, 2, 3, 4**, mais qui prend des valeurs éventuellement nulles aussi mais pas forcément, pour ces cinq **indices**, ce qui définit le **vecteur**, qui se résume donc à $(x_0, x_1, x_2, x_3, x_4)$. Et parce que ces composants du **vecteur x** sont des **éléments** de **E**, un **ensemble numérique** dans lequel on **additionne** les **éléments**, les **multiplie**, les compare par une **relation** d'**ordre**, etc., du coup les **vecteurs**, qui sont des suites d'**éléments** de **E**, et d'**hyper-suites**, à savoir des **applications**, peuvent s'**additionner**, se **multiplier**, se comparer par une **relation** d'**ordre** sur ces **vecteurs**, induite par celle dans **E**. Techniquement, on entre dans la logique des **morphismes**, des **homomorphismes**, des **isomorphismes**, etc., ce qui veut dire « **même forme** » ou « **même structure** » ou « **même logique** ». Cela veut dire que les nouveaux objets se comportent comme ceux de **E**.

Mais plus de se contenter d'imiter les objets de **E**, de par leur nature de **suites** d'objets de **E** ou d'**applications x** qui prennent en **indice** ou en **variable** les objets de **E** et renvoient des **éléments** de **E**, de par leur nature de **vecteurs** ou d'**hyper-vecteurs** pour ce qui est des **applications**, ils apportent un plus à **E** qu'il aurait grandement tort de refuser. Par exemple, pour prendre simplement les **vecteurs** $(x_0, x_1, x_2, x_3, x_4)$, le **vecteur (1, 0, 0, 0, 0)**, qui est le premier **vecteur de base**, qu'on peut noter $\mathbf{w^0}$, peut être interprété comme un nouveau **1**, et plus généralement le **vecteur (a, 0, 0, 0, 0)**, où **a** est un **élément** de **E**, peut être assimilé à **a**, il est donc une nouvelle version de **a**. Cela veut dire que tous les **éléments a** de **E** sont représentés dans $\mathbf{E^5}$ ou $\mathbf{E^E}$ comme les nouveaux **éléments** de la forme: **(a, 0, 0, 0, 0)**. Les nouveau objets englobent donc ceux de **E** comme des cas particuliers, celui-ci est par ce biais, cet **isomorphisme**, un **sous-ensemble** de $\mathbf{E^5}$ ou $\mathbf{E^E}$.

Et maintenant donc, tous les autres **éléments** de $\mathbf{E^5}$ ou $\mathbf{E^E}$, qui sont l'IMMENSE majorité, ne demandent qu'à apporter un plus à **E**, des choses nouvelles, pour peut qu'on définissent sur eux les **opérations** adéquates pour qu'ils généralisent **E** de la meilleure des façons. Sinon, quel IMMENSE gâchis! Tout ce **potentiel** inexploité, ou mal exploité.

Et comme nouvel élément de grande importance, il y a par exemple le **vecteur (0, 1, 0, 0, 0)**, qui n'est donc pas un **élément traditionnel** de **E**, puisqu'il n'est pas de la forme **(a, 0, 0, 0, 0)**. Le **vecteur (0, 1, 0, 0, 0)** est le deuxième **vecteur de base**, qu'on peut noter $\mathbf{w^1}$, ou simplement **w**, et c'est justement lui qui, quand les **opérations** d'**addition**, de **multiplication** et la **relation** d'**ordre** définis sur les nouveaux objets, sont appropriées, c'est-à-dire les **opérations fondamentales** des **nombres** mais généralisées aux **vecteurs**, (et on verra ce que doivent être ces **opérations**, qu'on a vues à l'oeuvre dans la construction des **nombres omégaréels**), livre tout son pouvoir de **nombre omégaréel infini w**. Il correspond donc au composant x_1, il prend la valeur **1** quand l'**indice** ou la **variable** est **1**, et **0** dans les autres cas. Les autres **vecteurs de base** sont alors dans ces conditions **(0, 0, 1, 0, 0)** ou $\mathbf{w^2}$, puis **(0, 0, 0, 1, 0)** ou $\mathbf{w^3}$, et enfin **(0, 0, 0, 0, 1)** ou $\mathbf{w^4}$.

Cela fait que le **vecteur** $x = (x_0, x_1, x_2, x_3, x_4)$, est la **combinaison linéaire** suivante des cinq **vecteurs de base**:

$$x = (x_0, x_1, x_2, x_3, x_4) = x_0 \times (1, 0, 0, 0, 0) + x_1 \times (0, 1, 0, 0, 0) + x_2 \times (0, 0, 1, 0, 0) + x_3 \times (0, 0, 0, 1, 0) + x_4 \times (0, 0, 0, 0, 1) = x_0\, \omega^0 + x_1 \times (0, 1, 0, 0, 0) + x_2 \times (0, 0, 1, 0, 0) + x_3 \times (0, 0, 0, 1, 0) + x_4 \times (0, 0, 0, 0, 1) .$$

Autrement dit: $x = (x_0, x_1, x_2, x_3, x_4) = x_0 w^0 + x_1 w^1 + x_2 w^2 + x_3 w^3 + x_4 w^4$.

Ce que l'on note de manière plus concise: $x = (x_0, x_1, x_2, x_3, x_4) = \Sigma_i x_i w^i$, qui est une sommation sur l'**indice i**, qui prend les valeurs: **0, 1, 2, 3, 4**. Et une convention très pratique due à Einstein veut que si l'on veut sommer sur un indice à propos duquel il n'y a pas d'ambiguïté sur les valeurs prises, il faut s'arranger pour l'indice soit en position inférieure, comme avec les x_i, et en position supérieure, c'est-à-dire en **exposant** comme avec les w^i. Et il se trouve qu'en plus, les exposants ne sont pas qu'une simple notation, car, avec les **opérations généralisées** des **nombres**, qui sont celles définies sur les **omégaréels** et les **vecteurs** ou **applications**, les indices en **exposant** vérifient réellement les propriétés de l'**exponentiation**, car le vecteur de base w^i, est réellement w^1 à la **puissance i**, autrement dit **w** à la **puissance i**. Cela fait donc d'une pierre deux coups. Avec donc la convention de sommation d'Einstein, le vecteur $(x_0, x_1, x_2, x_3, x_4)$ s'écrit donc de manière plus compacte: $x = (x_0, x_1, x_2, x_3, x_4) = x_i w^i$, ou encore mieux: $x = (x_i)_{i \in I} = x_i w^i$, où l'écriture s'appelle $(x_i)_{i \in I}$ une **famille indexée** par **I**, qui est ici l'ensemble des **indices**: $I = \{0, 1, 2, 3, 4\}$. On reviendra sur la question de la sommation plus loin.

Pour revenir à notre propos, on a donc un **espace vectoriel** induit par **E**, ici un **espace** de **dimension 5**, engendré par cinq **vecteurs de base**. Cet espace a tout le potentiel pour être un nouvel **espace numérique** généralisant considérablement les possibilités de **E**. Et pourtant, il ne s'agit que d'un espace de **dimension 5**, ce qui veut dire que des **éléments** de l'ensemble E^E, qui sont des **applications** de **E** dans **E**, qui sont des **vecteurs** de **dimension infinie** (car on exige de **E** qui soit un **ensemble** un tant soit peu **numérique**, qu'il contienne au moins tous les **entiers naturels**, donc qu'il soit un **ensemble infini**), on n'a retenu que ceux qui ont tous leurs composants **nuls**, sauf leurs composants portant les cinq indices de $I = \{0, 1, 2, 3, 4\}$. Même avec cette restriction drastique de E^E et avec et à sa limitation à seulement E^5, le potentiel d'extension de **E** est proprement faramineux. Tout dépendra donc de ce que **E** est. S'il est un ensemble comme **R**, comme **Q**, comme **Z**, ou comme simplement **N**, s'il a donc un minimum de **puissance numérique**, son extension ne sera qu'infiniment plus puissante, sinon toute cette armada à sa disposition s'ennuiera et ira faire une sieste. Quant à nous, nous ne considérerons que des ensembles numériques, et même la notion d'ensemble ou de chose en général, sera une notion numérique, comme on verra. On ne tirera pas toutes les conséquences, car on n'en finirait pas, mais on dira juste l'essentiel, à charge au lecteur et à la lectrice, s'il approfondit ce qu'on aura fait, de se rendre compte, eh bien, que c'est complètement autre chose que la manière habituelle de voir les **nombres**, l'**Univers** et les **choses**.

Généralement, quand on aborde un **espace vectoriel** du genre E^5, de formule générale $(x_0, x_1, x_2, x_3, x_4)$, les cinq **vecteurs** de base : **(1, 0, 0, 0, 0)**, **(0, 1, 0, 0, 0)**, **(0, 0, 1, 0, 0)**, **(0, 0, 0, 1, 0)**, **(0, 0, 0, 0, 1)**, sont respectivement notés par exemple : e_0, e_1, e_2, e_3, e_4, ou : e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, si le but est de faire un travail classique sur les **vecteurs**, ici de travailler en **dimension 5**.

Mais si le but est que cet **espace vectoriel** soit un **espace de nombres**, vérifiant les propriétés habituelles des **nombres réels**, ce qui est notre but ici, alors les cinq **vecteurs de base** de notre même espace E^5 sont appelés: w^0, w^1, w^2, w^3, w^4, ou: $1, w, w^2, w^3, w^4$. Et alors, les **vecteurs**, qui s'écrivent: $x = (x_0, x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_i)_{i \in I} = x_i w^i$, sont des **polynômes**, des **omégapolynômes** si l'on travaille dans E^E, avec sont plein **potentiel**. C'est le cas si E est un **ensemble numérique** muni d'une relation d'**ordre ≤**. Nous disons cela en pensant à R^R, l'ensemble des **applications** de **R** dans **R**, dont nous avons utilisé seulement une partie pour définir les **nombres omégaréels**, ce qui veut dire que cet ensemble R^R a encore un **immense potentiel** non exploité, ce nous allons faire à partir de maintenant.

Pour donner une définition générale de la méthode de construction avec E^E mais en ayant à l'esprit que c'est R^R qui est visé en premier, la version dans E^E du **vecteur** $w^1 = w = (0, 1, 0, 0, 0)$ de E^5, est l'**application w** de **E** dans **E** telle que: $w(1) = 1$, et tel que $w(i) = 0$, pour tout élément **i** de **E** différent de **1**. C'est la manière très générale de dire que, pour le vecteur de base **w**, seul le composant d'indice **1** est **1**, tous les autres étant **0**. Que el nombre de composants du **vecteur** ou de valeurs prises par l'**application** soit **5**, ou **276**, ou une **infinité**, la logique est la même. Dans une conception normale des **nombres**, ils doivent s'**additionner**, se **multiplier**, sans se soucier du nombre des éléments qu'on calcule. Si ce nombre est **infini**, on doit s'arranger pour calculer les éléments exactement comme quand leur nombre est **fini** ou comme quand ils sont **finis**. Et justement, c'est ce à quoi sert **w**.

Dans l'exemple de E^5 qui nous aide à nous fixer les idées, on a dit que les vecteurs de la forme **(a, 0, 0, 0, 0)**, c'est-à-dire qui n'ont un composant que suivant **(1, 0, 0, 0, 0)**, qui est le **1** des nouveaux nombres, la **partie réelle** donc, donc on compare **(a, 0, 0, 0, 0)** et **(b, 0, 0, 0, 0)** dans E^5, exactement comme on compare **a** et **b** dans **E**. On a: $(a, 0, 0, 0, 0) < (b, 0, 0, 0, 0) \Leftrightarrow a < b$. Par exemple, on dira que $(3, 0, 0, 0, 0) < (5, 0, 0, 0, 0)$, parce que $3 < 5$, et vice-versa. Donc les **parties réelles** se traitent exactement comme dans **E** (on pense à **R**).

Et que dire maintenant de l'élément **$w^1 = w = (0, 1, 0, 0, 0)$** de **$E^5$** en matière de comparaison avec les éléments **E**, c'est-à-dire de **R**? Est-il plus petit ou plus grand que **(3, 0, 0, 0, 0)** par exemple? Celui est peut-être plus grand parce que son chiffre **3** est plus grand que **1**, non ? A plus forte raison **(30258904428, 0, 0, 0, 0)** doit être bien plus grand que le tout « petit » **(0, 1, 0, 0, 0)**, n'est-ce pas? Mais non, car on ne compare pas les nombres au même indice. On compare **3** ou **30258904428** de l'indice **0**, avec le **1** de l'indice **1**. Autrement dit, un nombre de **degré 0**, qui est **$30258904428 \times w^0 = 30258904428 \times 1$**, avec un nombre de **degré 1**, qui est **$1 \times w^1 = 1 \times w = w$**. Celui est automatiquement plus grand, simplement parce qu'on a changé de degré. Même s'il était **(0, 0.25, 0, 0, 0)**, c'est-à-dire **$0.25 \times w^1 = 0.25 \times w = w/4$**, celui-ci est plus grand car le quart d'un nombre représentant l'**infini** est plus grand que **tous** les **nombres** de la catégorie des **finis**, c'est-à-dire de degré **0**.

La logique ici que quand les nombres de la catégorie des **finis**, de **degré 0** donc, atteignent l'**infini**, la valeur **w**, alors alors ils changent de degré, de catégorie, où ils comptent pour une unité. Il faut juste imaginer le vecteur **$(x_0, x_1, x_2, x_3, x_4)$**, par exemple comme s'il servait à compter les nombres en système **décimal**, de base **10** donc. Le nombre **x_0** compte alors les **unités** ou **10^0** ou **1**, et le nombre **x_1** compte les **dizaines** ou **10^1** ou **10**, et le nombre **x_2** compte les **centaines** ou **10^2** ou **100**, etc.. Si l'on a par exemple **(7, 0, 0, 0, 0)**, cela veut dire qu'on a **7** unités, donc **7**. Mais si l'on a **(10, 0, 0, 0, 0)**, alors on a fait le plein dans la catégorie des unités, le degré **0**, on a atteint le **maximum**, à savoir **10**, puisque l'on compte les nombres en système **décimal** ou de base **10**. Alors, **(10, 0, 0, 0, 0)** est automatiquement égal à **(0, 1, 0, 0, 0)**, qui est donc plus grand que **(7, 0, 0, 0, 0)**, puisque celui-ci veut dire **7 unités**, tandis que celui-ci veut dire **1 dizaine** ou **$1 \times 10^1 = 10$**. Et si à son tour le degré **1**, à savoir **10^1** ou la **dizaine** atteint son **maximum**, donc le **(0, 10, 0, 0, 0)**, il change de catégorie, de degré, il passe chez les **centaines**, et est automatiquement égal à **(0, 0, 1, 0, 0)**, qui veut donc dire **1 centaine** ou **10^2** ou **100**, ainsi de suite.

C'est exactement la logique ici, sauf que la base dans laquelle on compte est **w**, qui veut dire « **1 infinité** ». Le degré **0**, donc ceux de la catégorie **(1, 0, 0, 0, 0)** , ce sont donc les **unités** ou **w^0** ou **1**. Si l'on a atteint l'infinité dans cette catégorie, cela veut donc dire qu'on a le vecteur **(w, 0, 0, 0, 0)**, qui est le maximum de la catégorie, et qui est automatiquement égal à **(0, 1, 0, 0, 0)**, qui veut donc dire, **1 infinité** ou **$1 \times w^1 = 1 \times w = w$**, et **0 unité**, car ke compteur des unités retombe à **0**. Et le plein dans cette nouvelle catégorie fera changer de degré aussi, donc **(0, w, 0, 0, 0)**, est automatiquement égal à **(0, 0, 1, 0, 0)**, qui veut **1 unité** de **degré 2**, ou **$1 \times w^2 = w^2$**, l'équivalent des centaines dans le système décimal. Puis le plein ici fait passer au **degré 3** ou **w^3**, qui est comme de dire **1 millier** ou **10^3** ou **1000** en système décimal, etc..

On compte donc les **infinités** avec la logique numérique la plus fondamentale, la plus **naturelle** qui soit, qui se fiche de savoir si l'on parle du **nombre 2**, du **nombre 10**, d'une **variable** de **nombre entier** quelconque **n**, ou de l'**infini**. La **structure logique** est exactement la même, c'est la **logique fractale**. C'est pour cela qu'est très certain que cela fonctionnera exactement comme pour les **nombres finis**. Et avec ce **système naturel**, celui avec lequel fonctionne les **nombres entiers naturels**, la notion de **fini** et d'**infini** devient elle aussi très **naturelle**. Si l'on travaille de manière très générale avec un ensemble absolument quelconque **E**, qui peut être **N**, **Z**, **Q**, **R**, **C**, etc., ou tout **ensemble numérique** qu'on aura construit au préalable, aussi **phénoménal** ou extraordinairement **infini** soit-il, et qu'on le place dans la catégorie du **degré 0**, ces ensembles deviendront de ce fait appelé les **unités** ou les **finis**.

DÉFINITION et THÉORÈME

Soit un **espace numérique E** totalement ordonné, qui est au moins un **corps**, au sens actuel de la notion de **corps**, comme par exemple, **Q**, **R**, **R_ω**, etc.. Soit une partie **I** de **E**, appelée l'**ensemble des indices**, qui peut être finie ou infinie (au sens usuel de la notion), et qui a pour éléments au moins **0** et **1**, respectivement l'**élément neutre** de l'**addition** et de la **multiplication** définies sur **E**. On considère l'**espace vectoriel** qu'est l'ensemble **E^I** des **applications** de **I** dans **E**, à **coefficients** dans **E**. Cet espace **E^I** est un nouvel **espace numérique**, de même **structure algébrique** que **E**. Les **vecteurs** dont les **composants x_i** d'**indices** ou de **degrés** différents de **0** sont tous **0**, et dont seul le **composant x_0** d'**indice** ou de **degré 0** est éventuellement non nul, sont par définition appelés les **nombres finis** de ce nouvel espace numérique **E^I**. Cela revient simplement à dire que, dans le cadre du nouvel **espace E^I**, les éléments de **E** sont par définition les **nombres finis**, même s'ils sont **infinis** au sens de l'**espace numérique E**! Les éléments de **E** sont appelés aussi les **chiffres** du nouvel **espace E^I**. Tout vecteur **x** de **E^I**, ayant au moins un composant non nul autre que le composant **x_0** (le composant d'**indice** ou de **degré 0**), par exemple si son composant **x_1** ou autre que **x_0** est non nul, est par définition un nombre **infini** au sens du nouvel espace **E^I**. Ceci est la notion **polynomiale** du **fini** et de l'**infini**.

Il ne faudra pas confondre le **nombre w** ou **w^1**, c'est-à-dire le nouveau **vecteur (0, 1, 0, 0, 0)**, qui désigne l'**infinité** du nouvel **ensemble numérique**, avec un éventuel ancien **w** d'un **ensemble numérique** précédent, qui est placé maintenant dans la catégorie des **unités** ou du **degré 0**.

Le **nombre w** de l'ensemble R_ω des **nombres omégaréels** que nous avons construit, est le même que celui de R^R, puisqu'on travaille toujours avec les **applications** de **R** dans **R**. Mais seulement, de même que nous avons pris dans notre exemple seulement une partie de E^E, à savoir E^5, pour former l'**espace** de **dimension 5**, dont les éléments sont de la forme $(x_0, x_1, x_2, x_3, x_4)$, de même aussi nous n'avons pris que certains éléments de R^R pour construire les **nombres omégaréels**, à savoir les **applications** ayant un plus grand **exposant**, et ayant un nombre **fini** d'**exposants** dans tout **intervalle fini**. Mais il y a une **infinité** d'**applications** de **R** dans **R** qui ne répondent pas à ce critère, par exemple l'**application f** telle $f(x) = 1$ pour tout **réel x**, ou, pour le dire avec la forme **vectorielle** qui est plus commode pour les **omégaréels**, l'**application x** de **R** dans **R** telle que: $x(i) = x_i = 1$, pour tout indice **i** appartenant à **R**. Ou encore l'**application f** telle $f(x) = x$ pour tout **réel x**, ou, avec la forme **vectorielle**, l'**application x** de **R** dans **R** telle que: $x(i) = x_i = i$, pour tout indice **i** appartenant à **R**. Ou encore l'**application f** telle $f(x) = x^2$ pour tout **réel x**, ou, avec la forme **vectorielle**, l'**application x** de **R** dans **R** telle que: $x(i) = x_i = i^2$, pour tout indice **i** appartenant à **R**. De manière générale, toutes les **applications continues** sur **R** entre autres, ne répondent pas au critère des **fonctions omégaréelles**, ce qui représente l'immense majorité des **applications**.

Et le **nombre omégaréel w** ou w^1 est un cas particulier d'**application** de **R** dans **R**, un élément de R^R donc, l'**application f** telle $f(1) = 1$ et telle que $f(x) = 0$ pour tout **réel x** différent de **1**. Ou, avec la forme **vectorielle**, l'**application x** de **R** dans **R** telle que: $x(1) = x_1 = 1$, et telle que $x(i) = x_i = 0$, pour tout indice **réel i** différent de **1**. Cette application est donc celle que nous avons notée **w** ou w^1, qui vérifie donc: $w^1(1) = 1$, et $w^1(i) = 0$, pour tout indice **réel i** différent de **1**. Il est un **vecteur de base** de l'**espace vectoriel** de **dimension infinie** R^R. Il ne faudra pas le confondre avec le **vecteur (0, 1, 0, 0, 0)** de l'**espace** E^5, où **E** peut être **R**, R_ω, ou même R^R. Et si **E** est R_ω, cela veut dire que tous les **nombres omégaréels** que nous avons construits, les **fonctions omégaréelles** donc, sont les **unités** ou les **chiffres** de l'**espace** E^5, le **degré 0** donc. C'est ce qu'on appelle habituellement aussi les **scalaires** de ce nouvel **espace**, les **coefficients** des nouveaux vecteur de base, comme par exemple **vecteur (0, 1, 0, 0, 0)**, que nous avons appelés **w** ou w^1 aussi. Le **nombre omégaréel w** est lui aussi l'un de ces **chiffres** ou ou **unités** ou **coefficients**, et pour éviter la confusion, les nouveaux **vecteurs de base**, ceux de l'**espace** E^5, seront notés: ω^0, ω^1, ω^2, ω^3, ω^4, et ω^0 est le nouveau **1**, qu'il faudra noter par exemple 1_E, pour ne pas le confondre avec le **nombre omégaréel 1**. Et donc **vecteur (0, 1, 0, 0, 0)** de l'**espace** E^5 est donc ω^1 ou ω. C'est un **nombre infini** infiniment plus grand que l'ancien **nombre omégaréel infini w**, qui est un simple **chiffre** par rapport à lui.

On aura par exemple le nouveau $w \times \omega$, ou $w \times \omega^3$, ou encore $(5w^4 + 8w^3 - 6w^2 + 3w - 7) \times \omega^3$, où ce gigantesque **nombre omégaréel** $5w^4 + 8w^3 - 6w^2 + 3w - 7$ n'est qu'un petit **coefficient**, une petite **unité** ou petit **chiffre** comparé à **w**. Et si les nouveaux **nombres omégaréels** dont les **vecteurs de base** sont les ω^i, c'est-à-dire les éléments de l'**espace** E^5, et plus généralement l'**espace** E^E, servent à construire un nouvel **espace** de **nombres** encore plus grands, il ne faudra pas confondre les nouveaux **vecteurs** ω^i avec ceux de E^5 ou E^E. Et ainsi de suite, pour construire tous les **infinis** de la **fractale** des **nombres omégaréels**. Le nom **w** ou ω est donc un nom générique de l'**infini oméga**, et à un moment donné il faudra décider quel **infini relatif** sera pris comme l'**infini absolu** ω. On peut décider de prendre **w** comme **infini absolu** ω, mais dans ce cas la **construction omégaréelle** révélant entre autres les w^α, ou les nombres très riches en enseignements, comme par exemple $5w^4 + 8w^3 - 6w^2 + 3w - 7$, n'aura pas servi à grand chose, nous aurions manqué de très précieuses et importantes informations sur les **nombres réels**, notamment leur **structure fractale**.

Et on peut viser plus haut en prenant w^w comme **infini absolu**, mais dans ce cas nous manquerions de découvrir la **hiérarchie grandiose** de de la **fractale** des **nombres omégaréels**, telles que les **hyperopérateurs** la révèlent et qui commence juste à se manifester avec le nombre infini w^w. La **structure** des **nombres réels** étant **fractale**, tout nouveau **nombre omégaréel infini** supérieur à **w** que l'on construit, ainsi que l'**infinitésimal** associé, permet de découvrir les **nombres** qui existent dans un seul **modèle w**, car tout ce qui forme une **fractale**, quelle que soit sa grandeur, forme n'importe quel **modèle** de la **fractale**, si petit soit-il! C'est la logique même de la **fractale**, que nous avons vue, et qui est qu'il suffit d'avoir **un seul modèle** de la **fractale**, quel qu'il soit, grand ou petit, pour avoir toute la **fractale**. Les **grands modèles** servent comprendre ce qu'il y a caché dans les **petits**, les **grands modèles** détaillent les **petits**, ils sont leur **grand zoom**.

D'où l'intérêt de construire les **grands modèles**, ou en tout de comprendre la **logique** de leur construction, ce que venons de faire, en montrant la méthode de construction d'un nouvel **espace** de **nombres omégaréels**, à partir d'un **espace** de **nombres** précédemment construits. Il suffit donc d'avoir construit l'ensemble R_ω des **nombres omégaréels**, ou sa **clôture** R^R, et ensuite de montrer comment on peut généraliser, avec la technique du genre E^5, et plus généralement E^n, jusqu'à la clôture E^E, pour avoir indiqué comment se construit toute la **fractale** des

nombres omégaréels. Tout est déjà dans $\mathbf{R}_\omega$ ou même dans la simple **droite réelle**, oui dans le simple **R**! Mais ce sont les **modèles supérieurs** qui le révèlent.

Le **nombre infini w** n'est donc pas ajouté artificiellement à la **droite réelle R**, comme on le fait avec « -∞» et « +∞», mais est son **nombre infini naturel**, son **alpha** (ici **-w**) et son **oméga** (ici **+w**). Avec **w**, la **longueur** de la **droite réelle** est un **nombre réel** précis, elle est **2w**, la **longueur w** donc pour la **demi-droite** négative, et la **longueur w** pour la **demi-droite** positive.

Cette **droite réelle** vue plus haut et reproduite ci-après, représente **TOUS** les **nombres omégaréels** de **-w** à **+w**, dans leur **relation d'ordre**, telle que définie dans la construction des **nombres omégaréels**. Elle contient par exemple les **nombres w/2**, **w/3**, **w/4**, etc., $\sqrt{w}$, ou $w^{1/2}$ ou $w^{0.5}$, qui est le **nombre** w^α pour $\alpha = 1/2$. Le **nombre w** nous donne des informations supplémentaires très précises et de très grande importance sur la **droite réelle**, qu'on n'a pas avec la version **ouverte**, justement parce qu'on perd de vue son **infini naturel w**.

La **droite ouverte**, maintenant complétée par son **infini naturel w**, représente **TOUS** les **nombres omégaréels** de **-w** à **+w**, comme on le voit sur le **modèle PE3**.

Comme déjà dit, **w** nous renseigne que la **droite réelle** a une **longueur** exacte de **2w**. On peut donc maintenant mesurer les **longueurs** des **droites** exactement comme les **longueurs** des **segments**, calculer l'**aire** d'un **plan**, comme par exemple w^2, qui est l'**aire** du quart du **plan cartésien**, défini par les abscisses positives et les ordonnées positives. Le **plan cartésien** tout entier a une **aire** de $(2w)^2 = 4w^2$. Avec donc maintenant **w**, la **droite** devient un simple **segment** de **longueur infinie**, et se calcule exactement comme un **segment**, et le **plan** devient donc un **simple carré infini**, qui se calcule comme un **carré**. Mais ce n'est pas tout.

DÉFINITIONS

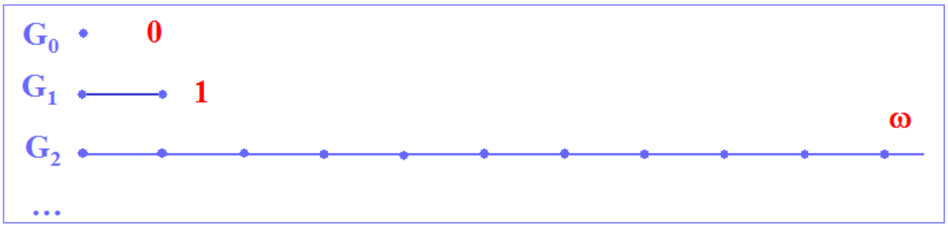
i) Avant de poser les définitions suivantes, nous introduisons ci la notion d'**éléments** de **niveau n**, qui est l'une des importantes notions utiles pour décrire une **structure fractale**. La notion d'**éléments** de **niveau n** se précisera dans la prochaine partie. Elle signifie par exemple que si l'on considère l'ensemble **A = {a, b, c, {d, e, f, {g, h, i, {k, l, m, E}}}}**, ses **éléments** de **niveau 1** sont: **a, b, c** et l'**ensemble B = {d, e, f, {g, h, i, {k, l, m, E}}}**, dont les **élément** de **niveau 1** sont: **d, e, f** et l'**ensemble C = {g, h, i, {k, l, m, E}}**, qui sont des **éléments** de **niveau 2** par rapport à **A**. Et à son tour, l'**ensemble C = {g, h, i, {k, l, m, E}}** a pour **éléments** de **niveau 1**: **g, h, i** et l'**ensemble D = {k, l, m, E}**, qui sont les **éléments** de **niveau 2** de l'**ensemble B**, et les éléments de **niveau 3** pour l'**ensemble A**. Et **D** a pour **éléments** de **niveau 1**: **k, l, m, E**, qui sont les **éléments** de **niveau 2** pour **C**, et de **niveau 3** pour **B**, et de **niveau 4** pour **A**. Et on aurait put continuer avec la **même structure**, à savoir à chaque fois **quatre éléments** d'un certain **niveau**, le quatrième, **E** dans le cas de **D**, étant à son tour un ensemble ayant exactement la même **structure**. Cette **structure** qui se reproduit ainsi à tous les niveaux, est **fractale**.

ii) Avec **w**, l'**égalité**: $\theta \times w = 1$, signifie que le **segment unité**, par exemple celui défini par l'**intervalle [0, 1]**, compte très exactement **w points** de **degré 1**, c'est-à-dire des **points** dont la **longueur** est le **nombre infinitésimal** θ. Ces **w points** de **degré 1**, sont par définition les **éléments** de **niveau 1** de l'**intervalle [0, 1]**. Et de la même façon, l'**intervalle** $[0, \theta]$, qui est donc un **segment** de **longueur infinitésimale** θ, **segment** qui est donc un **point** de **degré 1**, est lui aussi fait de **w points** mais de **degré 2**, à savoir θ^2, qui sont ses **éléments** de **niveau 1**, donc de **niveau 2** pour l'**intervalle [0, 1]**. C'est ce que veut dire l'**égalité**: $\theta^2 \times w = \theta$, vérifiée là encore par le **nombre omégaréel w** et son **inverse** θ.

Et à leur tour, tous les **segments** de **longueur infinitésimale** θ^2, **segment** qui est donc un **point** de **degré 2**, sont faits de **w points** mais de **degré 3**, à savoir θ^3, qui sont leurs **éléments** de **niveau 1**, mais de **niveau 2** pour l'**intervalle** $[0, \theta]$, et de **niveau 3** pour l'**intervalle [0, 1]**. C'est ce que traduit l'**égalité**: $\theta^3 \times w = \theta^2$. Et ainsi de suite. Ceci est donc une **structure fractale**, selon la définition qu'on vient d'en donner. C'est donc la **Fractale w**. Et les **points** de **degré** α, θ^α, de plus en plus petits, tendent donc vers le **0 absolu**, tandis que dans le même temps leurs inverses, les w^α, tendent vers l'**infini absolu** ω.

Mais avant d'atteindre ces limites absolues, ils devront passer par une **limite intermédiaire**, θ^w pour la première, et w^w pour la seconde. Il existe aussi sur cette **droite** une infinité d'autres **nombres omégaréels** d'un autre ordre (ordre au sens de grandeur ou de niveau). Mais de même que sans la définition et la construction de $\mathbf{R}_\omega$ on ne pouvait pas se rendre compte que l'ensemble classique **R** des **nombres réels** contenait déjà en fait les **nombres omégaréels**, de même aussi, tant que nous n'avons pas encore construit ou défini les **omégaréels** d'ordre supérieur, on ne peut pas se rendre compte qu'ils sont aussi cachés dans cette **droite**. Ils y sont donc potentiellement, et n'attendent que d'être exhibés.

La même **droite réelle** nous apprend une autre chose importante sur la **structure fractale** qu'est **R** ou **R_ω**, la **Fractale w**. Elle veut dire que **toute la droite** est comme un **zoom** ou un **agrandissement** de **rapport w**, fait de sa portion qu'est l'**intervalle [-1, 1]**. On peut dire cela de diverses manières équivalentes, dont celle-ci: de même que le **segment [0, 1]** est fait de **w points** de **degré 1**, c'est-à-dire des **points** de **longueur θ**, de même aussi la **demi-droite [0, w]**, qui est donc un **segment** de **longueur w**, est faite de **w segments** de **longueur 1**.



Le **point** ou **segment** de **longueur infinitésimale θ** est pour le **segment** de **longueur 1**, ce que lui-même est pour la **droite** de **longueur w**, à savoir la **demi-droite [0, w]**, et ce qu'elle-même est pour une **demi-droite** proprement **omégaréelle**, de **longueur w^2**, c'est-à-dire la **demi-droite [0, w^2]**. Pour celle-ci, elle est donc comme un **segment** de **longueur 1**.

Chaque ensemble, quelle que soit sa **longueur**, est appelé **point** de **longueur θ** si l'ensemble immédiatement supérieur, qui est **w** fois plus grand que lui, est pris comme un **segment** de **longueur 1**. Il est appelé un **segment** de **longueur 1**, si le modèle immédiatement supérieur dans la **fractale** est appelé **droite**. Tous les **modèles** sont des **points**, tous sont des **segments**, tous sont des **droites**, tous sont des **hyper-droites**, etc.. Tout dépend par rapport à qui ils sont comparés, et le rapport est toujours **w** ou **1/w**. Chaque **modèle** est **w** fois **plus grand** que le précédent, et **w** fois **plus petit** que le suivant. On a ainsi à toutes les échelles finalement la **répétition** d'un même **ensemble**, de **w éléments**.

On répète un même **modèle** de la **Fractale w** donc, et par conséquent n'importe lequel des **modèles** est la **fractale**, puisqu'il est à son niveau **structuré** exactement de la même façon, en **sous-modèles** ayant à chaque fois **w éléments**, qui sont des **modèles** plus petits que lui, des **modèles** de la même **Fractale w**.

En faisant donc sur la **structure fractale** un **zoom sortant** comme un **zoom entrant**, elle révèle à toute les échelles la même **droite réelle**, sauf que l'**infini** de référence, **w**, devient, avec un **zoom sortant**, **w^2**, puis **w^3**, puis **w^4**, etc., en tendant vers l'**infini absolu ω**, en passant entre temps par **w^w**. Et avec le **zoom entrant**, l'**infini** devient **1**, puis **θ**, puis **θ^2**, puis **θ^3**, puis **θ^4**, etc., en tendant vers le **0 absolu**, en passant entre temps par **θ^w**. La **limite** est atteinte quand les **zéros relatifs**, c'est-à-dire les **θ^α**, deviennent le **0 absolu**, l'**élément neutre** de l'**addition**. Et alors aussi, leurs **inverses**, les **infinis relatifs w^α** , atteignent l'**infini absolu**, **ω**. Et alors on a atteint la **clôture** des **nombres omégaréels**, la **clôture** de la **fractale**, et on peut être certain que toute notion de **nombre réel** ou de **nombre omégaréel** dont on puisse parler, se trouve dans le **modèle** de la **fractale** qu'est la **droite réelle** ou l'**intervalle [-w, w]**.

En effet, les **θ^α** ayant atteint la **limite absolue 0**, l'écart entre un **nombre réel x** et le **nombre suivant**, qui était de **θ** au **degré 1** est maintenant **0**. Autrement dit, au **degré 1**, le **successeur** d'un **nombre réel x** était **x+θ**, et son **prédécesseur** était **x – θ**. A la **limite absolue**, à la **clôture** de la **fractale** donc, le **successeur** d'un **nombre réel x** est **x+ 0 = x**, et son **prédécesseur** est **x – 0 = x**, puisque le **0 absolu** est l'**élément neutre** de l'**addition**. Il n'y a donc plus d'écart entre un **nombre réel x** et son **successeur** ou son **prédécesseur**, donc il n'y a plus de **nombre réel intermédiaire** entre un **réel** et son **successeur** (ou son **prédécesseur**), il n'y a plus de **nombre réel** « **oublié** » ou « **sauté** », l'**espace numérique** est maintenant **absolument continu**.

On peut maintenant exprimer avec la plus grande précision le **nombre** de **points** de **longueur 0** qu'il y a dans un **segment** de **longueur 1**, comme par exemple l'**intervalle [0, 1]**. Il est fait exactement de **ω points** de **longueur 0**, où le **ω** et le **0** sont maintenant **absolus**. On a donc: **$0 \times \omega = 1$** ou: **$\omega \times 0 = 1$**. Cette **égalité fondamentale**, synonyme de **division par 0** ou d'**inversibilité de 0**, est aussi notée: **0... = 1**, où le symbole « **...** », que nous appelons le **gener**, est l'**opérateur** d'**itération infinie** ou **opérateur** de **génération infinie**. Elle signifie que le **0 itéré ω** fois donne **1**, en parlant du **0 absolu** et du **ω absolu**, mais cela se généralise à tout **0 relatif** ou **ω relatif**, en raison de la **structure fractale**, ou simplement du fait qu'on ne parle finalement que d'**un seul infini**, vu sous l'angle **absolu** ou **relatif**.

Connaissant maintenant le **nombre** des **points** dans un **segment** de **longueur 1**, comme par exemple l'**intervalle [0, 1]**, on peut calculer le **nombre** de **points** dans la **demi-droite réelle**, c'est-à-dire dans l'**intervalle [0, w]**. Elle compte **w segments** de **longueur 1**, donc le **nombre** des **points** dans la **demi-droite réelle** est $w\times\omega$. Et le **nombre** des **points** dans la **droite réelle** entière, c'est-à-dire l'**intervalle [-w, +w]**, centré sur **0**, est $2w\times\omega$. Mais, en vertu de la **logique fractale**, il est plus logique qu'il y a une concordance ou une cohérence parfaite entre le **nombre infini** qui **compte** le **nombre** de **points** dans un **segment** de **longueur 1**, et le **nombre infini** qui doit compter de tels **segments unitaires** pour former ce qu'il faut appeler la **demi-droite réelle**. Si donc l'on dit qu'il y a **w points** dans le **segment** de **longueur 1**, donc **w points** de **longueur** $1/w = \theta$, donc **w éléments** de **niveau 1**, on doit donc considérer aussi une **demi-droite réelle** faite de **w segments** de **longueur 1**, donc de **longueur** $w \times 1 = w$, et comme chaque **segment unaire** est fait de **w points** de **longueur** θ, la **demi-droite réelle** compte $w \times w = w^2$ **points** de **longueur** θ, ses **éléments** de **niveau 2** donc. Cela donnera ensuite w^3 **points** de **longueur** θ^2 (les **points** de **degré 2**), et ainsi de suite.

Par conséquent, au **0 absolu**, quand on aura atteint les **ultimes éléments** de la **structure**, les **points** de **longueur 0**, le **segment unitaire** comportera ω **points**, et donc alors la **demi-droite réelle absolue** comportera aussi ω **segments unitaires**, et donc $\omega \times \omega = \omega^2$ **points** de **longueur 0**. Et donc la **droite réelle absolue**, qui est l'**intervalle** $[-\omega, +\omega]$, comportera non pas $2w\times\omega$ **points absolus**, mais $2\omega\times\omega = 2\omega^2$ **points**. C'est donc exactement la même expression qu'avec l'**infini relatif w**, ce qui est normal puisque la **structure** est **fractale**. Que l'on parle de **w** ou de ω, c'est le **seul infini**, le **seul modèle** de la **fractale**, vu tantôt comme l'**infini relatif**, avec lequel la **fractale continue indéfiniment**, et tantôt comme la **limite absolue**, la **clôture** de la **fractale**.

c) Les applications sigma, la sommation finie et infinie

DÉFINITION

Et maintenant, étant donné un **espace E** de **nombres réels** ou **omégaréels** déjà construits, comme par exemple **R** ou $\mathbf{R}_\omega$, comment construire sa clôture E^E? En définissant tout simplement sur E^E l'**addition canonique** et la **multiplication canonique**, qui sont **opérations** les suivantes :

→ **Addition**: $(x + y)(i) = x(i) + y(i)$, ou: $(x + y)_i = x_i + y_i$, pour deux **applications x** et **y** de **E** dans **E**, et plus généralement d'un **espace numérique I**, **fini** ou **infini**, appelé **ensemble des indices**, dans un **espace numérique E**, deux **éléments** de E^E ou E^I donc, et où **i** est un élément de **I** l'**ensemble des indices**. Il est entendu que E^I est un **espace vectoriel** à **coefficients** dans **E**, et qu'une **application x** de **I** dans **E**, un élément de E^I donc, est la **combinaisons linéaire**: $x = x_i\,\omega^i$, avec la convention de sommation d'Einstein, et donc que pour tout **indice j** de **I**, on a: $x_j = x(j) = x_i\,\omega^i\,(j) = x_i\,\omega^i{}_j$.

→ **Multiplication**: $x \times y = x_i \times y_j \times \omega^{i+j}$, où **i** et **j** sont deux indices de **I**. Et donc, pour tout **indice k** de **I**, on a: $(x \times y)_k = (x \times y)(k) = x_i \times y_j \times \omega^{i+j}\,(k) = x_i \times y_j \times \omega^{i+j}{}_k$.

Expliquons un peu plus ces opérations canoniques.

Les **nombres omégaréels** que nous avons construits, les éléments de $\mathbf{R}_\omega$ donc, sont des **applications** particulières de **R** dans **R**, c'est-à-dire des éléments particuliers de l'ensemble $\mathbf{R}^\mathbf{R}$ des **applications** de **R** dans **R**, que nous avons appelés les **fonctions hypernômes**, ou **fonctions omégaréelles**. Ce sont des **applications** ayant un plus grand **exposant** et ayant un **nombre fini** d'**exposants** dans tout **intervalle fini**. Cela veut dire que nous n'avons pas exploité tout le **potentiel** de $\mathbf{R}^\mathbf{R}$, pour les raisons que nous allons expliquer maintenant, et la manière d'exploiter ce potentiel est de munir simplement $\mathbf{R}^\mathbf{R}$ de l'**addition** et de la **multiplication canoniques** définies ci-dessus.

L'ensemble $\mathbf{R}^\mathbf{R}$ de toutes les **applications** de **R** dans **R** est un **espace vectoriel** sur **R**, c'est-à-dire à **coefficients** dans **R**, les **vecteurs** de **base** étant les **applications** ω^α, α étant un **nombre réel**. Toute **application x** est donc une **combinaison linéaire infinie** sur les **vecteurs de base** ω^α, qui peut s'écrire donc : $x = \Sigma\, x_i\omega^i$, qui signifie la **sommation** de **tous** les $x_i\omega^i$, où l'**indice** ou **exposant i** parcourt l'ensemble **R** tout entier. Une **application** ω^α est celle pour laquelle: $\omega^\alpha(\alpha) = 1$, et pour laquelle: $\omega^\alpha(\beta) = 0$, pour tout **nombre réel** β différent de α. On a donc: $\omega^\alpha = \Sigma\, x_i\omega^i = 0 + x_\alpha\omega^\alpha + 0 = x_\alpha\omega^\alpha$, avec donc $x_\alpha = 1$. A noter que pour le cas de $\mathbf{R}^\mathbf{R}$, la fonction que nous notons ici ω^α, est w^α. Mais pour le cas général E^I, où **E** peut être n'importe quel **espace numérique**

omégaréel déjà construit, donc où **E** peut être par exemple $\mathbf{R}_\omega$, il faudra noter ω^α, pour distinguer ces nouveaux **nombres** des $\mathbf{w}^\alpha$, qui sont des éléments de $\mathbf{R}_\omega$.

C'est ici qu'intervient la convention de sommation très pratique d'Einstein, qui est idéale pour traiter les **espaces vectoriels** ou les **combinaisons linaires**, et qui dit que si l'on souhaite **sommer** sur un **indice i** donné, il faut s'arranger à ce que l'**indice i** apparaisse en position supérieure et inférieure. Cela dispense de trimbaler le signe de la **sommation** « Σ », d'autant plus s'il n'y a aucune ambiguïté concernant l'ensemble **I** que parcourt l'**indice i**, ici l'ensemble **R**. Une **application x** s'écrit donc simplement: $\mathbf{x = x_i\omega^i}$. Et pour tout nombre réel α, on vérifie bien que son image $\mathbf{x(\alpha)}$ est: $\mathbf{x(\alpha) = x_i\omega^i\ (\alpha)}$, et, après **sommation** sur toutes valeurs de **i**, et étant entendu que $\mathbf{\omega^i\ (\alpha) = 0}$ sauf quand $\mathbf{i = \alpha}$, et alors on a: $\mathbf{\omega^\alpha(\alpha) = 1}$, donne: $\mathbf{x(\alpha) = x_\alpha\omega^\alpha(\alpha) = x_\alpha}$. Et $\mathbf{x(\alpha)}$ ou $\mathbf{x_\alpha}$ est bien ce que nous avons appelé le **coefficient** de **x** relatif à l'**exposant** α. C'est donc aussi la composante du **vecteur x** relative au **vecteur de base** ω^α.

Pour les **fonctions omégaréelles**, nous avons donc exigé qu'elles aient un plus grand **exposant**, un **degré** donc (qui est $-\infty$ pour le cas particulier de la **fonction nulle** notée **0**), et un nombre fini d'**exposants** dans tout intervalle fini, donc un nombre fini de **coefficients** non nuls dans cet intervalle. Ceci assure, notamment en appliquant la formule du produit de deux **fonctions**, qui est: $\mathbf{x \times y = x_i \times y_j \times \omega^{i+j}}$, de ne pas se retrouver en train de sommer une infinité de nombres réels non nuls. C'est-à-dire, en calculant l'image d'un nombre réel α donné pour la fonction produit $\mathbf{x \times y}$, à savoir la quantité: $\mathbf{(x \times y)(\alpha) = x_i \times y_j \times \omega^{i+j}\ (\alpha)}$, d'avoir dans cette sommation un nombre infini de nombres réels non nuls. En effet, cette formule dit que pour avoir cette image $\mathbf{(x \times y)(\alpha)}$, il faut sommer tous les $\mathbf{x_i \times y_j}$, tels que: $\mathbf{i+j = \alpha}$.

Si par exemple on a la fonction **x** définie telle que tous ses coefficients sont **2** (donc la **fonction constante x**, telle que $\mathbf{x(i) = 2}$ ou $\mathbf{x_i = 2}$, pour tout réel **i**) et la fonction **y** définie telle que tous ses coefficients sont **5**, la **fonction constante y** qui prend pour valeur **5** pour tout réel **j** donc, pour calculer $\mathbf{(x \times y)(\alpha)}$, la valeur que la fonction $\mathbf{x \times y}$ prend donc pour un réel α donné, il faut sommer le nombre: $\mathbf{2 \times 5 = 10}$, autant de fois qu'il existe un couple de nombres réels **(i, j)** tels que $\mathbf{i+j = \alpha}$. Donc si l'on veut savoir la valeur que $\mathbf{x \times y}$ prend au point d'abscisse **45**, il faut sommer le nombre **10** autant de fois qu'il existe deux nombres réels **(i, j)** dont la somme est: $\mathbf{i+j = 45}$. On a donc: $\mathbf{j = 45 - i}$, et pour **i** fixé, **j** en dépend. Pour indexer la **droite réelle R**, en raison de sa nature **fractale**, il suffit d'indexer ses **éléments** du **niveau 1**, ce qui veut dire ses **points** de **degré 1**, qui sont les ou **éléments** de **niveau 1** de **R**. Et le nombre des **points** de **degré 1** de **R** est $\mathbf{2w^2}$, comme on l'a vu plus haut. Donc, **i** peut prendre $\mathbf{2w^2}$ valeurs différentes, donc le nombre des couples cherché est $\mathbf{2w^2}$. Et par conséquent, le résultat est: $\mathbf{20w^2}$, c'est-à-dire: $\mathbf{(x \times y)(45) = x_i \times y_j \times w^{i+j}\ (45) = 20w^2}$, et ce résultat est le même quel que soit α, donc la fonction produit **(x × y** est elle aussi une **fonction constante**.

Nous avons un résultat **infini**, et on note que pour trouver ce résultat, nous avons raisonné exactement comme si nous faisions une **sommation finie**, ici comme si ω est un simple **nombre entier naturel**. Et il y a de quoi raisonner ainsi, car dans une logique d'**équivalence** où l'on dit maintenant: $\mathbf{0 = 1 = \omega}$, on ne fait plus de différence entre les raisonnements avec les **finis** et les raisonnements avec les **infinis**. Mais nous n'avons pas encore vraiment besoin de faire intervenir le grand **turbo** ou **booster** de l'algèbre qu'est l'**équivalence**, car l'**identité** a encore un immense potentiel, qui ne demande qu'à être exploiter, pour peu que l'on s'y prenne comme il faut.

L'ensemble $\mathbf{R}_\omega$ des **nombres omégaréels** que nous avons construits nous permet déjà de faire beaucoup de choses avec les **nombres infinis**, de faire des calculs liés à des **objets infinis**, qu'ils soient **arithmétiques**, **algébriques** ou **géométriques**. Beaucoup d'interdictions ou de limitations habituelles n'ont plus cours, et l'intuition a maintenant toute la latitude pour donner un sens précis à des concepts que l'on n'osait pas formuler, que l'on pensait impossibles à formuler, ou n'avoir aucun sens, comme par exemple calculer le **nombre des éléments** de la **droite réelle**, le **nombre** de **points** dans un **carré**, le **nombre** exact de **carrés** de côté **1** qui forment le **plan**, etc.. Mais nous pouvons aller plus loin encore.

Pour tout **nombre omégaréel x**, nous avons donc: $\mathbf{-\omega < x < \omega}$, c'est-à-dire: $\mathbf{-w^w < x < w^w}$. Mais entre les **nombres omégaréels** de la forme $\mathbf{w}^\alpha$ (où α est un **nombre réel** classique, un élément de **R** donc) et la quantité que nous nommons $\mathbf{w^w}$ ou l'**infini absolu** ω, autrement dit entre les **nombres omégaréels** que nous avons construits et ω, il y a encore toute une **infinité** de **nombres** d'un autre ordre, tout un autre **Univers** de **nombres**, qui est à explorer, que nous ne pouvons qu'effleurer, tellement cette zone numérique est phénoménale. Nous sommes dans cette section en train de nous donner les moyens d'exhiber ou de définir ces **nombres** extraordinaires qui sont au-delà de l'horizon des éléments de $\mathbf{R}_\omega$, ces **nombres** qui manquent à $\mathbf{R}_\omega$ pour qu'il atteigne son plein potentiel, qui est $\mathbf{R}^\mathbf{R}$.

Définissons maintenant les **applications sigma**, qui permettent plus que jamais de faire des **sommations infinies**, et plus généralement de calculer avec les **quantités infinies**, exactement comme avec les **quantités finies**. Elles permettent aussi, par ce biais, de définir de nouvelles **quantités infinies**, de définir de nouveaux types de **nombres omégaréels**, qui sont donc des éléments de $\mathbf{R}^\mathbf{R}$.

DÉFINITIONS

i) On se place donc dans le cadre de l'**Univers TOTAL**, **U**, ou, ce qui revient au même, l'**Univers de tous les ensembles**, **V**, que nous construirons dans la prochaine partie, et qui est donc équivalent à l'**Univers TOTAL**. L'**Univers V** contient tous les ensembles dont nous parlons, il contient donc $\mathbf{R}$, $\mathbf{R}_\omega$, $\mathbf{R}^\mathbf{R}$, $\mathbf{R}_\omega \wedge \mathbf{R}_\omega$, etc.. Soit un **espace numérique E**, et par défaut **E** sera $\mathbf{R}_\omega$. On considère l'ensemble $\mathbf{V}^\mathbf{V}$ de toutes les **applications** de **V** dans **V**, que nous noterons **W**. En particulier, on considère les **applications x** qui ont leur images dans **E**, c'est-dire telles que pour tout $\mathbf{i} \in \mathbf{V}$, $\mathbf{x(i)} \in \mathbf{E}$, ce qui revient à dire les **applications** de **V** dans **E**, donc les éléments de **W**, qui appartiennent à $\mathbf{E}^\mathbf{V}$.

Soit $\boldsymbol{\lambda}$ un élément de **E**, donc un **nombre omégaréel** si **E** est $\mathbf{R}_\omega$. On considère l'**application constante** $\boldsymbol{\lambda}$ dans **V**, un élément de $\mathbf{E}^\mathbf{V}$ donc, noté $\langle\boldsymbol{\lambda}\rangle$, et défini tel que: $\langle\boldsymbol{\lambda}\rangle\mathbf{(i)} = \boldsymbol{\lambda}$, pour tout élément **i** de **V**. Autrement dit simplement, c'est l'**application** de **V** dans **E**, qui pour tout **i** de **V** prend pour valeur $\boldsymbol{\lambda}$.

Et $\langle\boldsymbol{\lambda}\rangle\mathbf{(i)}$ sera noté aussi $\langle\lambda\rangle^i$ ou $\langle\lambda\rangle_i$, selon que pour la **sommation** avec la convention d'Einstein on aura besoin de l'indice en haut ou en bas. Et l'**application** $\langle\boldsymbol{\lambda}\rangle$ sera appelée le **sommateur** de **coefficient** $\boldsymbol{\lambda}$. On a en particulier l'**application** $\langle\mathbf{1}\rangle$, le **sommateur** de **coefficient 1** donc, noté alors $\boldsymbol{\Sigma}$, appelée l'**application sigma universelle**. On a donc le nombre $\boldsymbol{\Sigma}\mathbf{(i)}$, noté $\boldsymbol{\Sigma}^\mathbf{i}$ ou $\boldsymbol{\Sigma}_\mathbf{i}$, et qui vaut toujours **1** quel que soit l'élément **i** de **V**. C'est-à-dire: $\boldsymbol{\Sigma}\mathbf{(i)} = \boldsymbol{\Sigma}^\mathbf{i} = \boldsymbol{\Sigma}_\mathbf{i} = \mathbf{1}$, quel que soit l'élément **i** de **V**. On a évidemment: $\langle\boldsymbol{\lambda}\rangle = \boldsymbol{\lambda}\langle\mathbf{1}\rangle = \boldsymbol{\lambda}\,\boldsymbol{\Sigma}$, donc, pour tout élément **i** de **V**, on a: $\langle\boldsymbol{\lambda}\rangle_\mathbf{i} = \boldsymbol{\lambda}\langle\mathbf{1}\rangle_\mathbf{i} = \boldsymbol{\lambda}\,\boldsymbol{\Sigma}_\mathbf{i} = \boldsymbol{\lambda}$, et: $\langle\boldsymbol{\lambda}\rangle^\mathbf{i} = \boldsymbol{\lambda}\langle\mathbf{1}\rangle^\mathbf{i} = \boldsymbol{\lambda}\,\boldsymbol{\Sigma}^\mathbf{i} = \boldsymbol{\lambda}$.

ii) Et maintenant soit un élément quelconque **x** de $\mathbf{E}^\mathbf{V}$, c'est-à-dire une **application** quelconque **x** de **V** dans **E**, un **vecteur** donc, qui a pour composante: $\mathbf{x(i)} = \mathbf{x}_\mathbf{i} = \mathbf{x}^\mathbf{i}$, pour un élément **i** de **V**. On a donc bien évidemment: $\mathbf{x} = \mathbf{x}_\mathbf{i}\boldsymbol{\omega}^\mathbf{i}$, où $\boldsymbol{\omega}^\mathbf{i}$ est l'élément de $\mathbf{E}^\mathbf{V}$ tel que: $\boldsymbol{\omega}^\mathbf{i}\mathbf{(i)} = \mathbf{1}$, et: $\boldsymbol{\omega}^\mathbf{i}\mathbf{(j)} = \mathbf{0}$, pour tout élément **j** de **V** différent de **i**. Le nombre $\boldsymbol{\omega}^\mathbf{1}$ ou $\boldsymbol{\omega}$, est le nouveau **nombre omégaréel infini** de base, qu'il ne faut pas confondre avec **w**. Celui-ci, ainsi que tous les **omégaréels** de la forme $\mathbf{w}^{\alpha}$, par exemple, où $\boldsymbol{\alpha}$ est un **nombre réel** classique, un élément de **R** donc, sont maintenant simples **scalaires** ou **coefficients** pour $\boldsymbol{\omega}^\mathbf{1}$ ou $\boldsymbol{\omega}$, qu'il ne faut pas confondre non plus avec $\mathbf{w}^\mathbf{w}$.

Mais ce qui nous intéresse plus spécialement ici, ce sont les nouveaux **nombres** que nous pouvons définir dans ce nouveau cadre numérique $\mathbf{E}^\mathbf{V}$, et qui sont au-delà de l'horizon des **nombres omégaréels** que nous avons construits, les éléments de $\mathbf{R}_\omega$ donc. Nous avons de nouveaux **vecteurs** de **base** $\boldsymbol{\omega}^\mathbf{i}$, de nouveaux types de vecteurs: $\mathbf{x} = \mathbf{x}_\mathbf{i}\boldsymbol{\omega}^\mathbf{i}$. En particulier, pour un élément élément $\boldsymbol{\lambda}$ de **E**, on a: $\langle\boldsymbol{\lambda}\rangle = \langle\boldsymbol{\lambda}\rangle_\mathbf{i}\,\boldsymbol{\omega}^\mathbf{i} = \boldsymbol{\lambda}\langle\mathbf{1}\rangle_\mathbf{i}\,\boldsymbol{\omega}^\mathbf{i} = \boldsymbol{\lambda}\,\boldsymbol{\Sigma}_\mathbf{i}\,\boldsymbol{\omega}^\mathbf{i}$, qui est donc bel et bien $\boldsymbol{\lambda}$ **multiplié** par la **sommation** de tous les $\boldsymbol{\omega}^\mathbf{i}$, où l'indice **i** parcourt **V**. En particulier, si $\boldsymbol{\lambda} = \mathbf{1}$, on a: $\langle\mathbf{1}\rangle = \langle\mathbf{1}\rangle_\mathbf{i}\,\boldsymbol{\omega}^\mathbf{i} = \boldsymbol{\Sigma}_\mathbf{i}\,\boldsymbol{\omega}^\mathbf{i}$, qui est bel et bien la **sommation** de tous les $\boldsymbol{\omega}^\mathbf{i}$. Nous avons profité de la convention de sommation d'Einstein pour nous dispenser du classique symbole de sommation « Σ », qui n'est pas un être numérique mais juste un symbole, pour le remplacer par $\boldsymbol{\Sigma}$, qui est l'**application constante 1** définie sur **V**, qui prend donc la valeur **1** pour tout indice **i**, qui est donc un être numérique. La **multiplication** de $\boldsymbol{\Sigma}_\mathbf{i}$ par $\boldsymbol{\omega}^\mathbf{i}$ somme les $\boldsymbol{\omega}^\mathbf{i}$ sur tout l'ensemble **V**. C'est le premier intérêt des **sommateurs**.

Et maintenant, pour un **vecteur** quelconque **x**, nous pouvons définir de nouveaux nombres de la forme:
$\mathbf{X} = \langle\mathbf{1}\rangle^\mathbf{i}\,\mathbf{x}_\mathbf{i} = \boldsymbol{\Sigma}^\mathbf{i}\,\mathbf{x}_\mathbf{i}$, qui signifie donc que l'on **somme** tous les **coefficients** du **vecteur x**, l'indice **i** parcourant tout l'ensemble **V**. Selon l'**application** ou le **vecteur x** considéré, on définit ainsi un certain **nombre**, qui peut être un **nombre omégaréel** déjà construit, ou un nouveau **nombre**.

En particulier, on a par exemple: $\mathbf{card\ (V)} = \langle\mathbf{1}\rangle^\mathbf{i}\langle\mathbf{1}\rangle_\mathbf{i} = \boldsymbol{\Sigma}^\mathbf{i}\,\langle\mathbf{1}\rangle_\mathbf{i}$, qui signifie que l'on somme des **1** autant de fois qu'il y a d'éléments dans **V**, et donc le résultat de la sommation est la définition du nombre des éléments de **V**, qui est la définition que nous donnons au **cardinal** de **V**.

iv) Et maintenant, considérons une partie **A** de **V** . On définie la **restriction** à **A** du sommateur $\langle 1\rangle^{i}$ ou Σ^{i}, notée $\langle 1\rangle^{A,\,i}$ ou $\Sigma^{A,\,i}$, ou encore: $\langle 1\rangle_{A,\,i}$ ou $\Sigma_{A,\,i}$, de la manière suivante:
$\langle 1\rangle^{A,\,i} = \Sigma^{A,\,i} = 1$, si l'indice $i \in A$, et: $\langle 1\rangle^{A,\,i} = \Sigma^{A,\,i} = 0$, sinon.
Autrement dit, le **sommateur restreint à A** est l'élément particulier de E^{V}, qui prend la valeur **1** sur **A**, et **0** partout ailleurs.

Dans ce cas alors, pour tout **vecteur** quelconque **x**, le **nombre**: $X = \langle 1\rangle^{A,\,i}\, x_i = \Sigma^{A,\,i}\, x_i$ est évidement la **sommation** des x_i sur tout **V**, mais comme le **sommateur** est partout **nul** sauf sur **A** où il a pour **valeur constante 1**, cela revient à ne **sommer** les x_i que sur **A**.

En particulier donc, on a: $\text{card}\,(A) = \langle 1\rangle^{A,\,i}\langle 1\rangle_i = \Sigma^{A,\,i}\,\langle 1\rangle_i$. En effet, on somme des **1** autant de fois qu'il y a d'éléments dans **A**, ce qui est la définition que nous donnons au **cardinal** de **A**. Par exemple si, **A = {7, -2, 0, 85, 12, 21, 3, 14, 6}**, qui a **9** éléments, on a: $\text{card}\,(A) = \langle 1\rangle^{A,\,i}\langle 1\rangle_i = \Sigma^{A,\,i}\,\langle 1\rangle_i = 9$. Et avec $A = N_w = \{0, 1, 2, 3, 4, \ldots, w\text{-}4, w\text{-}3, w\text{-}2, w\text{-}1, w\}$, on a: $\text{card}\,(N_w) = \langle 1\rangle^{A,\,i}\langle 1\rangle_i = \Sigma^{A,\,i}\,\langle 1\rangle_i = w+1$.

Il est clair que pour tout **vecteur x**, si **A**, **B** et **C** sont trois parties de **V** telles que: $C = A \cup B$ et $A \cap B = \varnothing$, alors: $\Sigma^{C,\,i}\, x_i = \Sigma^{A \cup B,\,i}\, x_i = \Sigma^{A,\,i}\, x_i + \Sigma^{B,\,i}\, x_i$. On en déduit donc que: $\text{card}\,(A \cup B) = \text{card}\,(A) + \text{card}\,(B)$.

Il est clair aussi que pour deux **vecteurs x** et **y** et pour toute partie **A** de **V**, on a:
$\Sigma^{A,\,i}\,(x + y)_i = \Sigma^{A,\,i}\, x_i + \Sigma^{A,\,j}\, y_j$.

Bref, toutes les propriétés habituelles de la sommation sur les **ensembles finis** sont vraies ici, avec la particularité que maintenant qu'elles sont vraies, que les ensembles soient finis ou infinis. Dans la nouvelle conception, les lois de l'algèbre ou des espaces numériques (les lois d'**addition**, de **multiplication**, etc.) sont **communes** à **tous** les **nombres**, elles ne dépendent pas de la finitude ou de l'infinitude. Etre fini ou infini est juste la propriété spécifiques de certains **nombres**, comme par exemple **w**, dans leur relation avec les autres **nombres**. Les propriétés générales et **communes** des **nombres** sont celles de la **structure fractale**.

Et maintenant, que vaut: $\Sigma^{N,\,i}\,\langle 1\rangle_i$, où **N** désigne le classique ensemble des **entiers naturels**? Oui, quel résultat on obtient en **additionnant** des **1** autant de fois qu'il y a des éléments dans l'**ensemble N** des **nombres entiers naturels N = {0, 1, 2, 3, 4, …}**? Oui, LOGIQUEMENT, quelle est la réponse? **N** lui-même? **ω**? **w**? **-12**? Réponse plus loin.

Et voici aussi une **sommation** encore plus problématique, que nous éclairerons aussi. Et pour l'énoncer, posons la définition que si en particulier **A** est lui-même aussi une partie de **E**, et plus généralement une partie de tout autre **espace numérique F**, alors l'écriture $\Sigma^{A,\,i}\; i = \Sigma^{A,\,i}{}_{i}$, signifie que l'on **somme** tous les éléments de **A**. Par exemple, si **A = {7, -2, 0, 85, 12, 21, 3, 14, 6}**, alors $\Sigma^{A,\,i}\; i = \Sigma^{A,\,i}{}_{i} = 7 + (-2) + 0 + 85 + 12 + 21 + 3 + 14 + 6 = 146$.

Et maintenant la grande question: que vaut: $\Sigma^{N,\,i}\; i = \Sigma^{N,\,i}{}_{i}$, où **N** désigne donc le classique ensemble des **entiers naturels**? Oui, quel résultat on obtient en **additionnant** tous les **entiers naturels**: **0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + …**, ou, ce qui revient au même: **1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + …**? Comme on l'a déjà dit à plusieurs reprises, les mathématiques actuelles répondent par le scandaleux résultat de **-1/12**. Mais la bonne réponse est: $\omega(\omega+1)/2$.

La sommation dont nous venons de parler est toujours valable dans tout **espace numérique E**, tandis que la **sommation** classique n'est pas toujours définie, elle n'a pas forcément un sens, elle est soumise à conditions. Elle ne s'applique souvent qu'aux « familles sommables » par exemple, restrictions dues aux difficultés faces aux quantités **infinies**, parce qu'aussi la vision actuelle de l'**infini** est limitée ou simplement **fausse**. Mais avec la bonne conception de l'**infini**, il n'y a plus de séparation entre la **sommation finie** et la **sommation infinie**. Quel que soit donc l'ensemble **A**, **fini** ou **infini**, toute **sommation** de **nombres** indexée par **A** est désormais exactement comme si l'on sommait sur un ensemble **A fini**.

Pour aller plus loin encore avec la question de la sommation et aussi sur cette convention pratique de la sommation d'Einstein, pour qu'elle ait plus de rigueur et aussi pour éviter des méprises, il faut introduire la notion d'**indice sommant**. De même qu'un **indice** est à voir comme un cas particulier d'usage de la notion de **variable**, de même aussi un **indice sommant** est un cas particulier de l'usage des **indices**. Cela consiste simplement à déclarer **explicitement** un **indice i** comme étant **sommant**, et alors dans ce cas chaque fois qu'il apparaît en position inférieure et supérieure, donc dans une situation de la forme: $x_i\, y^i$ ou $x^i\, y_i$, cela veut dire qu'on somme sur cet **indice**, ce qui veut dire que ces écritures, en prenant l'exemple de l'ensemble des **indices**: **I**

$= \{0, 1, 2, 3, 4\}$, veulent dire: $\Sigma_i\, x_i\, y^i = x_0\, y^0 + x_1\, y^1 + x_2\, y^2 + x_3\, y^3 + x_4\, y^4 = x_i\, y^i$, ou: $\Sigma_i\, x^i\, y_i = x^0\, y_0 + x^1\, y_1 + x^2\, y_2 + x^3\, y_3 + x^4\, y_4 = x^i\, y_i$.

Et si un **indice j** n'est pas déclaré **sommant**, alors $x_j\, y^j$ ou $x^j\, y_j$, signifie que l'on ne parle que de l'un des termes de la **sommation**, le terme d'**indice j**. Ainsi, par exemple, si l'on ne précise pas la valeur de **j**, alors $x_j\, y^j$ désigne soit $x_0\, y^0$, soit $x_1\, y^1$, soit $x_2\, y^2$, etc., et non plus la **somme** de tous ces termes. Et si l'on dit par exemple: $j = 3$, alors $x_j\, y^j$ désigne $x_3\, y^3$. L'**indice j**, qui ne **somme** pas, car il n'est pas déclaré **sommant**, est alors appelé un **indice ordinaire**. Dans ce cas, une expression comme par exemple $x_i\, y^i\, a^j\, b_j$, signifie la **sommation** $x_i\, y^i$ multipliée à chaque fois par un même terme unique $a^j\, b_j$, c'est-à-dire: $x_i\, y^i\, a^j\, b_j = (x_0\, y^0 + x_1\, y^1 + x_2\, y^2 + x_3\, y^3 + x_4\, y^4)a^j\, b_j$, terme $a^j\, b_j$ qui lui ne somme pas. Mais si **j** est lui aussi est déclaré sommant par exemple sur le même ensemble d'**indices**: $I = \{0, 1, 2, 3, 4\}$, alors $x_i\, y^i\, a^j\, b_j$ désigne: $x_i\, y^i\, a^j\, b_j = (x_0\, y^0 + x_1\, y^1 + x_2\, y^2 + x_3\, y^3 + x_4\, y^4)(a^0\, b_0 + a^1\, b_1 + a^2\, b_2 + a^3\, b_3 + a^4\, b_4)$. Et une expression du genre: $x_i\, y^{i\,j}\, b_j$, désigne: $x_i\, y^{i\,j}\, b_j = (x_0\, y^{0j} + x_1\, y^{1j} + x_2\, y^{2j} + x_3\, y^{3j} + x_4\, y^{4j})b_j$, qui est égal à: $x_0\, y^{0j}\, b_j + x_1\, y^{1j}\, b_j + x_2\, y^{2j}\, b_j + x_3\, y^{3j}\, b_j + x_4\, y^{4j}\, b_j$, où chacun des termes est lui-même une **sommation** suivant l'**indice j**. Il revient au même de faire d'abord: $x_i\, y^{ij}\, b_j = x_i\, y^{i0}\, b_0 + x_i\, y^{i1}\, b_1 + x_i\, y^{i2}\, b_2 + x_i\, y^{i3}\, b_3 + x_i\, y^{i4}\, b_4$, et de déployer ensuite chaque terme suivant l'**indice i**.

Dans tous ces exemples comme dans toute situation de sommation, on a inévitablement, à un moment ou un autre, besoin d'utiliser une **variable** ou un **indice** non pas pour sommer suivant cette **variable**, mais pour désigner un terme particulier de la **sommation**, pour vouloir dire par exemple que dans la **sommation**: $x_i\, y^i = x_0\, y^0 + x_1\, y^1 + x_2\, y^2 + x_3\, y^3 + x_4\, y^4$, il existe au moins une valeur de l'**indice i** pour laquelle le terme correspondant vaut **1**. Si on le dit alors ainsi: « Il existe un **indice i** tel que: $x_i\, y^i = 1$ », on voit alors qu'il y a clairement une ambiguïté avec l'idée que toute la **sommation** vaut **1**, car: $x_i\, y^i = 1$, normalement veut dire: $x_0\, y^0 + x_1\, y^1 + x_2\, y^2 + x_3\, y^3 + x_4\, y^4 = 1$. Donc pour exprimer l'idée que c'est juste pour l'une des valeurs de l'**indice i** que $x_i\, y^i$ vaut **1**, il est préférable d'utiliser un **indice ordinaire k**, c'est-à-dire non déclaré comme sommant, ou déclaré explicitement ou implicitement comme non sommant. Alors on dira: « Il existe un **indice k** tel que: $x_k\, y^k = 1$ » ou mieux encore : « Il existe une **valeur k** de l'**indice i** telle que: $x_k\, y^k = 1$ », déclarant ainsi explicitement **k** comme une **valeur** et non pas comme un **indice**, donc éventuellement sommant. Car abus de langage dû par l'habitude on a tendance à assimiler un indice et l'une de ses valeurs non précisée et même souvent quand elle est précisée, comme quand on dit : « Le terme d'indice 4 ». C'est comme si on disait: « Le terme de variable 4 ». Mais c'est un raccourci pour dire : «Le terme de la valeur 4 de l'indice » ou «Le terme de la valeur 4 de la variable ».

En ce qui nous concerne, sauf précision contraire, nous avons par défaut et implicitement l'habitude d'utiliser comme **indices sommants**: **i, j, k, u, v, μ, ν**, et les autres **indices** ou **variables** (**m, n, p, q, x, y, z, a, b, c, d, α, β, γ, ...**) plus souvent comme des **indices ordinaires**. Mais avouons que cette règle n'est pas toujours suivie, car il arrive aussi d'utiliser **i** par exemple comme **indice ordinaire**, et **α** et même **x** comme **indice sommant**. On faudra juste distinguer les contextes où un **indice** est utilisé comme **sommant** et les contextes où il est utilisé de manière **ordinaire**.

Donnons la réponse à propos des sommations énoncées plus haut et qui concernent le très bon vieil ensemble **N** des **entiers naturels**: **N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …}**.

Nous avons d'abord demandé combien vaut la **sommation infinie**: $\Sigma^{N,\, i}\, \langle 1 \rangle_i$, c'est-à-dire une sommation des **1** autant de fois qu'il y a de **nombres entiers naturels**, donc: **1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + …**, où le **nombre** des **1** est le **nombre** des **entiers naturels**. Si nous avez répondu **N** lui-même, ou **ω** ou **w**, c'est une **BONNE RÉPONSE**, je vous dis **bravo**, car ces réponses sont **équivalentes**.

En effet, ce que beaucoup ne savent pas, car cela n'a pas été enseigné comme cela aurait dût être le cas dès qu'on a commencé aussi à parler de l'ensemble **N** des **nombres entiers naturels** au collège, c'est que non seulement les **éléments n** de cet **ensemble** sont des **nombres**, en l'occurrence les **nombres finis**, mais l'**ensemble N** lui-même est aussi un **nombre**, mais lui par contre un **nombre infini**, le **premier** de tous les **nombres infinis**, la **base** ou l'**unité** même des **nombres infinis**, exactement comme **1** est l'**unité** ou la **base** des **nombres finis**. **Compter** les **nombres finis**, c'est compter les **multiples** de **1**, qui sont: **0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9…**, exactement comme compter les **unités** du **système décimal**, ou système de base **10**, sauf que pour le système de base **N**, tous les **nombres finis** sont des **unités**. Et alors **N** joue le même rôle que la base **10**, de même que, après les **unités**, on compte les **dizaines** par **multiples** de **10** en disant: **0×10** ou **0**, **1×10** ou **10**, **2×10** ou **20**, **3×10** ou **30**, etc., et entre la **dizaine 10** et la **dizaine 20** on dit: **10, 11, 12, 13, …, 20**, exactement de même aussi, une fois qu'on a compté **tous les nombres finis**, qui sont donc les **unités** pour **N**, on compte les **multiples** de **N** en disant: **0×N** ou

0, **1×N** ou **N**, **2×N** ou **2N**, **3×N** ou **3N**, etc., puis les **centaines** dans le cas du système décimal correspondent aux **multiples** de $\mathbf{N^2}$ pour les **infinis**, etc.. Et entre **N** et **2N**, on va dire: **N, N+1, N+2, N+3, …, 2N**.

C'est ainsi qu'on aurait dû apprendre à compter avec l'**infini N**, du moment où l'on a décidé de nommer cet **ensemble N**. Mais on aurait put le nommer aussi **w** ou **ω**. Mais si l'on a l'intention de dérouler toutes la liste des **infinis**, il vaut mieux l'appeler **N** ou **w**, et ne réserver **ω** par exemple que pour l'**ultime terminus**, car IL FAUT JUSTEMENT QU'IL Y AI UN TERMINUS, pour que tout **comptage** et toute **sommation** soit juste! Sinon il ne peut qu'y avoir quelque part une erreur, et elle peut être énorme, comme on va le voir, quand il n'y a pas de terminus bien défini. A quoi on reconnaît le **terminus**? Très simple: avec lui, quand on dit: **ω, ω+1, ω+2, ω+3**, etc., on dit que c'est égal à **ω**, et on résume cela par: **ω = ω+1**, juste pour dire que tout ce vient après lui, c'est encore lui, donc qu'il est le **terminus**, le **grand oméga**, l'**infini absolu**. Et alors il vérifie aussi la **division par 0**, à savoir: **ω = 1/0**.

C'est pourquoi c'est une bonne réponse de dire la sommation: **1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + …** donne comme résultat **ω**, pour dire que c'est vraiment le **nombre TOTAL** de tous les **nombres**, **finis** ou **infinis**. Mais ici, avec $\mathbf{\Sigma^{N,\,i}\ i = \Sigma^{N,\,i}{}_{i}}$, on ne comptait que les éléments de **N**, on additionnait les 1 autant de fois qu'il a d'éléments, donc la réponse la plus simple est de dire **N**, la première **unité infinie** donc, le **N** majuscule, celle qui vient après les **finis n**, les **n** minuscules.

C'est pour cela aussi définir **N** avec un **dernier élément**, en disant: **N = {0, 1, 2, 3, …, N-3, N-2, N-1}**, et si l'on fait le compte, on voit que cet ensemble a exactement **N éléments**, dont est bel est bien la bonne définition de **N**. L'avant-denier élément est **N-1**, et **N** est le **dernier**. Juste pour dire aussi qu'on formerait un **ensemble** dont les **éléments** ne seraient QUE LES **FINIS** est contre-logique, aussi illogique de dire qu'on forme un ensemble dont les éléments ne seraient que les **PETITS nombres entiers naturels**. On peut tout à fait convenir que les **nombres** de **0** à $\mathbf{10^{100}}$ seront dits les « **petits** », et que les « **grands** » commencent à partie de $\mathbf{10^{100} + 1}$. Rien n'interdit de poser la définition que l'on veut, qui n'est finalement qu'un nom que l'on décide de donner à un certain **ensemble** d'**objets**, parce qu'il faut nommer les choses. Mais il faut avoir conscience que c'est juste **conventionnel**, et qu'on peut changer la convention quand on veut, mais pas la **logique intrinsèque** des **nombres**, qui est **absolue**, et qui est simplement qu'au fur et à mesure que l'on **ajoute 1** à un nombre pour avoir le suivant, il est de moins en moins petit et de plus en plus grand. Et on est petit par rapport à l'un, mais grand par rapport à un autre, donc tous les nombres sont **petits** et **grands** à la fois. Par conséquent, c'est contre-logique que de vouloir établir une séparation absolue entre les **grands** et les **petits**.

C'est exactement la même chose pour la notion de **fini** et d'**infini**. La vérité est qu'au fur et à mesure qu'un nombre grandit, il est de moins en moins **fini** et de progressivement **infini**. Si bien qu'avec des nombres comme $\mathbf{10^{100}}$ ou $\mathbf{10^{1000000}}$, ce n'est pas du tout idiot de se poser la question de savoir s'il faut encore les qualifier de « **finis** ». Et au-delà d'un autre horizon encore, on peut même se demander s'il faut encore les appeler les « **nombres entiers naturels** » au sens habituel du terme. Nous voulons dire par là que la notion de « **nombre entier naturel** » au sens de nombre qui n'est que **fini**, doit laisser la place à un moment donné à la nouvelle notion de « **nombre entier naturel infini** », qui elle-même va évoluer vers autre chose, et ainsi de suite. Et voilà donc comment, **graduellement**, les **éléments** de **N**, qui en début de liste sont: **0, 1, 2, 3, 4, …**, deviennent en fin de liste : **…, N-4, N-3, N-2, N-1**, et en dernier donc **N** l'ensemble. N'est-ce pas logique? Et **N** a exactement **N** éléments, exactement selon la même logique que n'importe lequel de ses éléments: **n = {0, 1, 2, 3, 4, …, n-4, n-3, n-2, n-1}**.

C'est ainsi que l'on définit l'**ordinal n**, comme étant l'ensemble de tous les **ordinaux** qui lui sont **strictement inférieurs**, et qui sont donc exactement au **nombre de n**, dans une bonne conception des **ordinaux**. On voit donc qu'en concevant **N** de la bonne façon et en disant: **N = {0, 1, 2, 3, …, N-3, N-2, N-1}**, cela devient un jen d'enfant de répondre à la question de savoir quel résultat on obtient en **additionnant** des **1** autant de fois qu'il il y a des éléments dans **N**. Ce type de sommation $\mathbf{\Sigma^{N,\,i}\ \langle 1\rangle_i}$ est la manière de **compter** le **nombre** des **éléments** de **N**, son **cardinal** donc, à savoir: $\mathbf{card(N) = |N| = \Sigma^{N,\,i}\ \langle 1\rangle_i = N}$. Et de manière générale, pour tout ensemble **A**, quel qu'il soit, on a: $\mathbf{card(A) = \Sigma^{A,\,i}\ \langle 1\rangle_i}$, qui veut dire donc qu'on **additionne** des **1** autant de fois qu'il y a des éléments dans **A**. Et sur le même modèle que **N**, on peut tout à fait dire que **A**, est un **cardinal**, c'est-à-dire un représentant du **nombre de ses éléments**. Ainsi, tous les **ensembles** ayant un même **nombre α** d'**éléments**, sont le même **cardinal α**, donc aussi finalement quelque part le même **ordinal α**, puisque tout **cardinal** est un **ordinal** dans la vision classique, et dans la nouvelle vision tout ordinal est un **cardinal**. On peut donc généraliser la notions d'ordinal à tout ensemble, ce qu'on fera plus en détail dans la partie C qui va suivre. Donc, pour un **ensemble A** en tant que **cardinal**, on a: $\mathbf{card(A) = |A| = \Sigma^{A,\,i}\ \langle 1\rangle_i = A}$. Si par exemple, parlant de l'ensemble **R** des **nombres réels**, nous disons des choses comme: **R +1**, **R+2**, **5R**, $\mathbf{R^3}$, etc., sans donner un autre sens à ces écritures, alors cela signifie par défaut que l'on parle de **R** en tant que **cardinal**, en tant qu'un représentant des ensembles ayant le même **nombre** d'**éléments** que lui. Donc à plus forte raison **N** est le premier ensemble qui représente les ensembles ayant le même **nombre** d'**éléments** que lui. Ce n'était donc pas si difficile de **compter** l'**infini**, de l'**additionner**, de le **sommer** (de faire des **sommations infinies**), de le **calculer**, de le **mesurer**, etc..

DÉFINITION

Et, par définition aussi, dans ce cas **canonique**, le **nombre omégaréel** $\eta = 1/\varepsilon$ est appelé un **nombre entier** ou un **ordinal** (même s'il ne l'est pas au sens classique). Et η est noté ω dans le cas particulier où $\varepsilon = 0$. Et et par définition aussi, on appelle le **nombre des élément de E** ou son **cardinal** le **nombre**: **card(E)** = $|E| = 1/\varepsilon + 1 = \eta+1$ pour l'**ordre linéaire**, et **card(E)** = $|E| = 1/\varepsilon = \eta$ pour l'**ordre cyclique**. L'**ensemble E** est alors de la forme: $E = \{0, \varepsilon, 2\varepsilon, 3\varepsilon, 4\varepsilon, \ldots, (\eta - 4)\varepsilon, (\eta - 3)\varepsilon, (\eta - 2)\varepsilon, (\eta - 1)\varepsilon, \eta\,\varepsilon\}$, encore noté: $E = \{0, 1, 2, 3, 4, \ldots, \eta - 4, \eta - 3, \eta - 2, \eta - 1, \eta\}\times \varepsilon$. Pour l'**ordre cyclique**, on donc l'**identité:** $0 = \eta$, appelé le **Cycle** η.

Intuitivement, cela veut dire qu'il faut voir cet **ensemble E** comme étant tel qu'en partant de **0** et en ajoutant à chaque fois ε, on obtient **TOUS** les **éléments intermédiaires** de **E**, sans aucune exception, et on aboutit à **1**, le dernier élément de l'**ensemble**. Donc si $\varepsilon = \theta$, alors $\eta = w$, et si $\varepsilon = \theta^2$, alors $\eta = w^2$, etc..

La **vérité universelle** dans laquelle les théorèmes précédents s'inscrivent, s'appelle simplement la **SYMÉTRIE**, ou plus généralement l'**ÉQUIVALENCE**. Les concepts les plus **universels** sont des **concepts symétriques**, les plus **équivalenciels**, les **rôles** peuvent **s'intervertir**. Et ces concepts sont les plus **véridiques**, c'est-à-dire expriment des **vérités absolues**, valables partout, indépendantes des conventions locales dans l'**Univers TOTAL**. Dès que l'**équivalence** ou la **symétrie** est brisée, la **vérité** n'est plus **absolue**, **universelle**, mais juste locale, conventionnelle.

Ce qu'on vient d'exposer montre la nécessité d'une **sommation** correcte de l'**infini**, obéissant à la vraie logique des **nombres**. Cette logique ne sépare pas les **finis** des **infinis**. Nous devons maintenant nous sentir très à l'aise dans les calculs des **quantités infinis**, elles sont exactement comme les quantités **finies**. Rien ne justifie la véritable phobie qu'on a actuellement de la **division par 0**, qui est à l'origine de toutes sortes de concepts et de pratiques qui finalement, à l'examen, ont uniquement pour but de contourner la **division par 0**, que l'on voit comme menaçant d'effondrement la **structure numérique** appelée un **corps**, comme **R** par exemple.

Il faut comprendre que **N** a une **structure fractale** pour comprendre aussi que tous les **ordinaux** et **cardinaux infinis** sont des **nombres entiers naturels**, autrement dit ils sont **finis**, au sens actuel de la notion de **fini**. Ce sont ces **gigantesques cardinaux infinis** sous leur forme de **nombres entiers naturels**, c'est-à-dire sous leur forme d'éléments de **modèle** de référence de la **structure fractale**, que l'on qualifie en fait de « nombres entiers non standard », qui ne sont donc pas si « non standard » que ça. La **structure** des **nombres** est **fractale**, tout simplement.

Par conséquent, comprenant cela, les calculs que l'on faisait avec les **nombres entiers naturels** peuvent être fait sans aucune crainte avec les **nombres infinis**, quelle que soit la **grandeur** que peut avoir cette **infinité**. Elle est tout simplement un **nombre entier naturel**.

Par exemple, quand nous parlons de **nombre omégaréel** de **degré n**, ou d'un **polynôme** de **degré n**, comme w^n, en disant que **n** est un **nombre entier naturel**, un élément de $N = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \ldots\}$, la **fractale** des **nombres entiers** que nous venons de décrire a **automatiquement** pour conséquence d'abord que ce que nous disons est valable aussi pour le cas où **n** est un élément de la liste: **0, 1, 2, 3, 4, …, w-4, w-3, w-2, w-1, w**, autrement dit pour **n** élément de N_ω, donc on parle de **nombres omégaréels** de degré **w** par exemple, w^w ou **w^w** ou **w^^2**, où « ^^ » est l'**hyperopérateur tétration**. Et on parle aussi des **nombres omégaréels** de degré w^w par exemple, w^w^w ou **w^w^w** ou **w^^3**, etc.. La **structure fractale** a pour conséquence donc que le propos est valable pour tous les ordinaux et cardinaux de la liste: **0, 1, 2, 3, 4, …, ω-4, ω-3, ω-2, ω-1, ω**, où cette fois-ci ω désigne l'**infini absolu**.

Il suffit donc de faire jouer la **structure fractale** pour ne pas avoir à généraliser le propos, par de nouvelles constructions par exemple, à tous les **ordinaux** jusqu'à l'**infini absolu** ω, en passant par w^2, w^3, w^4, …, w^w, etc., et toutes les **hyperopérations** faites avec **w**. La **fractale** généralise tout **automatiquement**, ce qui est un **principe de récurrence** plus fort que l'actuel **principe de récurrence** sur les **entiers**, et même que l'actuel **principe d'induction transfinie**.

Et pour toutes ces raisons, le produit: $x \times y = x_i \times y_j \times \omega^{i+j}$, ou $(x \times y)(\alpha) = x_i \times y_j \times \omega^{i+j} (\alpha)$, est valable dans tous les cas, que les ensembles des indices soient **finis** ou **infinis**, et quelle que soit la **grandeur** de l'**infinité** dont on parle. Cela signifie par exemple que la restriction que nous avons fait sur l'ensemble $\mathbf{R}^\mathbf{R}$ des **applications** de **R** dans **R**, d'avoir un **plus grand exposant** et d'avoir un **nombre fini** d'**exposants** sur tout **intervalle fini**, pour qu'on puisse parler de **fonction omégaréelle** ou de **nombre omégaréel**, n'est plus nécessaire si l'on travaille avec un ensemble **N** de **nombre entiers naturels** qui est **fractal**. La restriction n'est nécessaire que pour un **N non fractal**, pour ne pas se retrouver avec des sommations qui demandent un résultat infini, comme dans l'exemple plus haut où une sommation donne $\mathbf{20w^2}$. Ce n'est plus un problème quand on sait maintenant que $\mathbf{20w^2}$, tout **infini** qu'il est, est un **nombre entier naturel**. Cela a pour conséquence qu'il n'y a plus lieu de distinguer $\mathbf{R}_\omega$ et $\mathbf{R}^\mathbf{R}$. Et aussi, $\mathbf{R}_\omega$ est la **clôture** de la **fractale** des **nombres omégaréels**, c'est-à-dire la **droite réelle absolue**.

Et, pour revenir aux **applications** ω^α, on vérifie très facilement que cette définition de la **multiplication** fait de α dans la notation en **exposant** du ω^α, une véritable **puissance** de ω. On a: $\omega^1 = \omega$, et aussi, ω^0 est noté **1**, donc: $\omega^0 = 1$. Et comme déjà démontré, on a par exemple: $\omega^\alpha \times \omega^\beta = \omega^{\alpha+\beta}$. Et la **fractale** induit toutes les autres propriétés de l'**exponentiation**, comme par exemple: $(\omega^\alpha)^\beta = \omega^{\alpha \times \beta}$. Ou plutôt ici, une fois ω^α défini, on pose par définition que l'écriture $(\omega^\alpha)^\beta$ désigne $\omega^{\alpha \times \beta}$. Jusqu'à présent, α et β devait être seulement des **nombres réels** au sens classique, des éléments de **R** donc. Mais maintenant, avec la **fractale**, α et β désignent n'importe quel **nombre omégaréel**.

La **multiplication canonique** est tout simplement la formule du **développement** d'un **polynôme**, ou tout simplement la loi de **distributivité** généralisée de la **multiplication** par rapport à l'**addition**, comme par exemple avec le **produit**: $x \times y = (12w^7 + 5w^6 - 2w^5 + 3w - 4) \times (7w^9 - 22w^8 - 6w^2 + w - 1)$.
Pour avoir par exemple le terme de **degré 8**, on fait bien : $12 \times 1 \times w^7 \times w + 5 \times (-6) \times w^6 \times w^2 + (-4) \times (-22) \times w^8$, c'est-à-dire la somme des produit de tout **coefficient** de **x** et de tout **coefficient** de **y**, associés à un **degré i** pour l'un et à un **degré j** pour l'autre, et tels que: $i+j = 8$.

L'**addition** $x + y$ quant à elle est définie simplement par: $(x + y)(\alpha) = x(\alpha) + y(\alpha)$, et se réduit à $x + y$ quant on parle des **fonctions omégaréelles** en tant que nouveaux **nombres x** et **y**, et non plus des valeurs que ces **fonctions** prennent pour tel ou tel nombre réel α. Cette **addition** se comporte comme celle dans **R**: **commutativité**, **associativité**, etc.. Son **élément neutre** est la **fonction nulle 0**, tel que: $0(\alpha) = 0$, pour tout réel α. Toute **application x** a un **symétrique**, qui est **-x**.

Et la **multiplication** telle que définie, parce que la plus naturelle et obéissant à la logique des **nombres**, se comporte elle aussi tout simplement comme la **multiplication** dans **R**: **commutativité**, **associativité**, **distributivité** par rapport à l'**addition**, etc.. Son **élément neutre** est la fonction ω^0, noté $\mathbf{1_R}$, et plus généralement $\mathbf{1_E}$, ou simplement **1**, car les nouveaux **nombres** de la forme: $\lambda\omega^0 = \lambda\, 1_R$, et plus généralement: $\lambda\omega^0 = \lambda\, 1_E$, sont, par **isomorphisme**, assimilés au **réel** λ, et plus généralement à l'élément λ de l'**espace numérique E**. Et parce que, avec l'**équivalence** (car raisonner en **logique fractale** c'est raisonner avec une logique d'**équivalence**), on raisonne avec les **infinis** exactement comme avec les **finis**, toute **application x** a un **inverse** x^{-1}, telle qu'on ait donc: $x \times x^{-1} = 1$. Y compris l'**application 0**, car avec l'équivalence on ne craint plus la **division** par **0**. La **division 1/0** donne l'**infini absolu** ω, qui est simplement la **limite absolue** de la **fractale**.

Toutes les propriétés d'un **corps de nombres** sont vérifiées, et plus que la **structure** de **corps**, car, avec l'**équivalence**, la **structure** est **fractale**. Ainsi $\mathbf{R}^\mathbf{R}$ ou **R^R** est une **fractale de nombres**, qui sont très précisément tous les **nombres omégaréels** de $-w^w$ à $+w^w$, c'est-à-dire de **-(w^w)** à **+(w^w)**. C'est l'horizon maximal des **nombres omégaréels** que l'on peut avoir avec $\mathbf{R}^\mathbf{R}$ ou **R^R**, sans avoir si l'on ne fait pas jouer la **structure fractale**.

Et alors, en **itérant** la construction avec la technique générale $\mathbf{E}^\mathbf{I}$ que nous avons définie, on peut définir toutes les **hyperpuissances** de **w**, nous entendons par là tous les **nombres omégaréels** avec **w** et les **hyperopérateurs**. Eux aussi arrivent à leur **clôture**, l'**ultime limite** étant donc l'**infini absolu** ω, et son inverse le **0 absolu**. La **clôture** des **hyperopérateurs** signifie qu'il arrivera forcément un moment où il va falloir dire qu'une certaine **hyperopération** faite avec **w** donne l'**infini absolu** ω.

Partie C:

L'Univers numérique,
la Théorie universelle des ensembles
et l'Algèbre équivalencielle

I. Théorie universelle des ensembles

1. *L'Univers TOTAL et la notion universelle d'ensemble*

a) Nous sommes entrés dans le troisième millénaire depuis la théorie des ensembles

Si vous avé « zappé » le chapitre II de la partie B précédente, peut-être à cause de sa technicité, alors je vous recommande de lire juste son sous-titre de conclusion, à savoir B- II-5, intitulé: Conclusion: la structure fractale des nombres omégaréels, avant de poursuivre avec la présente partie C.

Comme dit au début de la partie A, ce livre s'inscrit dans un nouveau paradigme scientifique, la Théorie universelle des ensembles ou Science de l'Univers TOTAL. La Théorie universelle des ensembles est techniquement développée dans la partie II du livre **L'Univers TOTAL, l'Alpha et l'Oméga**. Nous allons ici juste exposer les bases.

Ce paradigme ensembliste se résume à son objet fondamental, le concept d'Univers TOTAL, l'Ensemble de toutes les choses. C'est le plus grand ensemble et le plus grand objet qu'on puisse définir scientifiquement. C'est un objet mathématique et algébrique, car on parle d'Ensemble, donc d'ensemble et d'élément. Et c'est aussi un objet de la physique, car on parle d'Univers.

C'est le mathématicien Georg Cantor et théoricien des nombres (il travailla particulièrement sur les nombres réels et sur les ordinaux et cardinaux, en particulier infinis) qui en 1882 introduisit le très important domaine mathématique appelé la théorie des ensembles.

D'abord méfiants à l'égard du nouveau concept d'ensemble, et surtout à l'égard des ordinaux et cardinaux, notamment la manipulation des nombres infinis telle que Cantor le faisait, la communauté mathématique n'a pas tardé à comprendre l'importance du langage d'ensemble et sa puissance à unifier dans un seul cadre des domaines des mathématiques plurielles jusque là évoluant dans leurs propres systèmes de langage. On peut dire que cette date d'introduction de la théorie des ensembles est véritablement la naissance des mathématiques modernes. En tout cas pour moi il y a eu un avant et un après. Avec les ensembles à la fin du XIX^{ème} début XX^{ème} siècle, c'était déjà le troisième millénaire avant l'heure, c'était l'ère de la logique, de l'information, du numérique, de l'informatique. Car l'informatique ne serait pas ce qu'elle est sans la théorie des ensembles.

b) La Négation : la vraie cause des paradoxes.
A la découverte de l'Alternation, la logique universelle, la Solution

C'est parce que la communauté mathématique commençait à s'intéresser plus activement à ce nouveau domaine qu'aussi, paradoxalement, on découvrait ses failles, les fameux paradoxes de la théorie des ensembles, dont certains sont devenus très emblématiques, comme par exemple le paradoxe de Russell. C'est ce qu'on appela la crise des fondements des mathématiques, qu'on croyait résolue par la méthodologie axiomatique. Mais en fait il n'en rien, les problèmes de fond n'ont pas été compris donc demeurent toujours, comme nous allons le montrer et comme d'ailleurs nous le montrons déjà depuis le début de ce livre.

Le grand mathématicien David Hilbert fut l'un des premiers à comprendre la puissance de la théorie des ensembles et vola à son secours quand l'édifice se fissurait par les paradoxes. Contre ceux chez qui la suspicion à l'égard de la méthodologie ensembliste, et surtout de la manipulation de l'infini, se réveillait et ne demandaient qu'à jeter la théorie des ensembles dans les poubelles des mathématiques, David Hilbert fit une déclaration restée mémorable dans les annales des mathématiques: « *Du paradis créé pour nous par Cantor, personne ne nous chassera* ».

Et aujourd'hui, aucun mathématicien digne de ce nom ne voudrait quitter ce paradis. Mais seulement aussi, il faut comprendre que dans ce paradis, qu'on nommera l'Eden mathématique, il y a un fruit défendu, il y a un serpent, qui est la vraie cause de tous les paradoxes et de tous les problèmes. C'est la Négation, ou, ce qui revient au même, la logique identitaire, comme nous le disons depuis le début.

C'est l'absence d'un cadre axiomatique rigoureux, dit-on, qui a été à l'origine des paradoxes trouvés dans la théorie des ensembles de Cantor. David Hilbert entrepris donc fonder la théorie des ensembles sur des bases axiomatiques solides, telles que les paradoxes (ou en tout cas ceux qui ont été relevés) y soient exclus. Et depuis aussi on qualifie de « naïve » toute théorie des ensembles qui, comme chez Cantor, ne suit que l'intuition du mathématicien, et non pas les règles rigoureuses d'une axiomatique. Mais en réalité, la vraie **naïveté**, c'est d'ignorer le fruit défendu de l'Eden mathématique et de tout Eden tout court : à savoir le vrai serpent qu'est la Négation, autrement dit le Serpent caché dans le connecteur de négation **NON**. Il y a en fait négation et négation, il y a la **négation relative** (celle qu'on censé utiliser ou l'on croit utiliser) et dont le fonctionnement est décrit par ce qu'on appelle la table de vérité du connecteur de négation, très utilisée en informatique aussi. Et il y a une autre négation, la **négation absolue**, qui est le serpent du paradis, le fruit défendu, et qui est une toute autre affaire que la **négation normale** qu'on est censé faire, à savoir donc la **négation relative**.

Ci-dessous, les quatre **tables d'applications** d'un ensemble **E= {1, 2}** dans lui-même.

	11
1	1
2	1

	12
1	1
2	2

	21
1	2
2	1

	22
1	2
2	2

Pour un ensemble **E** à deux éléments donc, appelés ici **1** et **2**, mais cela peut tout aussi bien être **A** et **B**, **Angélique** et **Benoît**, **Adam** et **Eve**, **Gauche** et **Droit**, **Haut** et **Bas**, **0** et **1**, **0** et **ω**, **+1** et **-1**, etc., on a ces quatre combinaisons d'**applications** possibles. Ce n'est donc pas forcément une affaire de **Vrai** et **Faux**, mais juste qu'on a deux choses **distinctes X** et **Y**, deux choses **différentes**, appelées ici **1** et **2**, c'est tout. On parle simplement de **différence** ou de **distinction**, autrement dit de la **différence** ou de la **distinction** entre les éléments d'un ensemble donné, ici à deux éléments. C'est tout.

Et parmi ces applications, c'est celle nommée **21**, qu'on a décidé d'appeler la « table de vérité du connecteur de négation ». Mais on y voit où la Négation là-dedans ? Car ce que cette table dit simplement, c'est qu'on **ALTERNE** les deux valeurs **1** et **2**. Autrement dit, on a ce fonctionnement :

X	ALTER X
1	2
2	1

Oui, on **alterne** simplement entre les deux valeurs **1** et **2**, quand c'est **1**, cela devient **2**, et quand c'est **2** cela devient **1**. C'est tout ce que cette table dit. Son connecteur, le vrai connecteur donc, devrait être appelé **ALTER**, mot latin pour dire « **AUTRE** » ou l'« **AUTRE** ». En effet, quand c'est l'**un**, cela devient l'**autre**, et quand c'est l'**autre** cela devient l'**un**. On **ALTERNE** donc, et c'est ce que j'appelle une **table d'alternation 2**, et l'**alternation 2** est exactement ce que j'appelle l'**antition** (on en reparlera plus loin).

Cela veut dire que dans le cadre de l'**alternation 2**, où donc l'on n'a que le choix d'**alterner** entre deux valeurs, l'une peut être appelé l'**antition** de l'autre ou l'**anti** de l'autre, le **contraire** de l'autre, l'**opposé** de l'autre, le **symétrique** de l'autre, etc.. Ce n'est donc pas en tant que tel une affaire de **négation**, et si l'on doit employer ce mot, alors il s'agit d'une **négation** juste **relative**, pour dire juste ici que **1** et **2** sont **différents**, ce qu'il faut entendre par « **1 n'est pas 2** » et par « **2 n'est pas 1** ».

La relation de « **non-être** » ici exprime juste ici une **distinction**, une **différence**, elle dit que **1** et **2** n'ont pas la même **identité**, ne sont pas identiques. Mais cela n'empêche nullement que **1** et **2** soient **égaux** ou **équivalents**, et justement cette **alternance** parfaite des rôles de **1** et **2** ici, cette **symétrie** parfaite des rôles qui les rend interchangeables (on peut en effet intervertir les rôles de **1** et **2**, et on a exactement la même table!), cette **symétrie** des rôles rend donc **1** et **2 équivalents**, **égaux** !

On a donc l'**égalité**, c'est-à-dire l'**équivalence**: «**1 = 2** , **relation d'équivalence** qu'on détaillera plus loin, et aussi la **relation d'ordre**, importance capitale pour les ordinaux et la notion de **nombre**, et en particulier de

nombre entier, qui sont la base de toute notion de **nombre**, comme par exemple l'ensemble $\mathbf{R}_\omega$ des **nombres omégaréels** qu'on vient de construire. Nous sommes simplement entrain de découvrir la logique des **nombres 1** et **2**, qui est applicable à n'importe quel couple de **nombres distinctes x** et **y**. Tout modèle défini pour n'importe quel ensemble de nombres **E**, est valable pour n'importe quel autre ensemble **E'** de même nombre **n** d'éléments ou de même **cardinal n**, fini ou infini, et ce dès lors que le modèle est **universel**, ce qui est le cas ici. En effet, pour établir ce fonctionnement de cette **table d'alternation 2**, on n'a pas besoin de savoir ce que sont les objets **1** et **2**, leurs propriétés spécifiques, leurs particularités qui font leur **identité propre**, n'intervient en rien dans le fonctionnement de la table, qui est donc une logique générale, **universelle**. Et c'est justement ce qui nous intéresse, à savoir l'**universalité**, ce qui a donc un caractère **universel**, **absolu**, et non pas spécifique. En matière d'absoluité, c'est justement la **négation** qui ne doit pas l'être, car quand elle l'est, elle supplante et vampirise toutes les autres choses, qui perdent leur **universalité**. Voilà donc pourquoi la **négation absolue** doit être le fruit défendu dans l'Eden mathématique.

On n'a donc pas l'**identité** : « **1 == 2** », mais seulement les **identités** : « **1 == 1** » et « **2 == 2** », qui sont une autre manière de dire que **1** et **2** sont **différents** ou **distincts**. Mais cette différence ou cette distinction n'est pas du tout un problème, la négation : « **1 n'est pas 2** » et « **2 n'est pas 1** », est donc juste **relative** et ne doit être que **relative**, ce qui veut dire ne doit en aucun cas empêcher l'**égalité** : « **1 = 2** », auquel cas cette **négation** devient **absolue**.

Comme justement on le fait avec cette table, appelée donc communément la « table de vérité du connecteur de négation » :

X	NON X
Vrai	Faux
Faux	Vrai

Voilà donc comment l'**alternation** (ici l'**alternation 2**, car il y a aussi l'**alternation 3, 4, 5**, etc.) est subtilement transformée en **négation**, en une affaire de **NON** ou de **Vrai** et **Faux**. Mais là on est dans l'interprétation, la **négation** n'est pas dans la table mais ce serpent réside en fait dans la logique, dans l'esprit, dans les profondeurs de la psyché de celui ou celle qui voit ainsi la **table de l'alternation 2**, qui dit ici qu'on alterne simplement entre deux valeurs appelés « **vrai** » et « **faux** » mais qui formellement sont juste comme **1** et **2**. Mais l'interprétation de la psyché de négation empoisonnée par le venin du serpent qu'est la **négation absolue**, le poison de la fausseté donc, l'emporte sur ce que dit réellement la table, à savoir juste une alternation entre deux choses appelées ici « **vrai** » et « **faux** », mais qui peut être n'importe quel couple distinct de choses.

La **Négation** n'est pas dans cette table comme dans aucune autre, elle est juste dans la tête ou dans la psyché de celui ou de celle qui y voit une affaire de **Négation**, ou de **vrai** et **faux**. Il importe de dire que ce n'est qu'une interprétation de la table **21** de l'**alternation 2**, appliquée à la **négation absolue**, qui n'est pas la vérité ou la réalité que dit cette table, ce n'est une réalité universelle (celle de l'**Univers TOTAL**) mais un réalité de note monde ou plus largement de notre univers. Ce qu'on a donc appelé la « table de vérité du connecteur de négation », veut simplement die que la Négation est une réalité de notre monde, elle y est présente, le fruit défendu y est, le serpent est dans l'Eden mathématique.

Le propre de la **négation absolue**, le **NON**, est la **négation** de la **vérité**, d'engendrer le **NON vrai** ou le **faux**, et il faut **nier** ce faux pour retrouver le **vrai**, donc : **NON NON vrai = vrai**, ce que j'appelle la « **double négation** », mais qu'il faudrait appeler le « **carré de la négation** » : **NON NON vrai = $\mathbf{NON^2}$ vrai = vrai**.

Avant de poursuivre et de voir que c'est la **Négation** qui est la vraie cause des paradoxes de la théorie des ensembles, donnons la définition générale de l'**Alternation**, qui est la logique universelle, la logique de l'**Univers TOTAL**.

DÉFINITIONS:

i) Pour un **nombre entier naturel n** et plus généralement tout **ordinal n**, fini ou infini, on appelle une **alternation n** la donné d'un ensemble **E** ayant **n** éléments distincts : $\mathbf{E = \{e_1, e_2, e_3, \ldots, e_n\}}$. Les $\mathbf{e_i}$ sont appelés les **alternatives** de l'**alternation n**, ils sont à prendre exactement dans cet ordre numéroté ou indexé par les

ordinaux : **1, 2, 3, …, n**. On dit que **E** est un **ensemble canonique** ou une **alternation n** de **référence** si en particulier ses **n** éléments sont précisément ces ordinaux : **E = {1, 2, 3, …, n}**.

ii) On appelle une **table** de l'**alternation n** une **application f** de **E** dans **E**, qui donc à un élément **x** de **E** associe un élément **y** de **E** tel que: **y = f(x)**. Par convention, l'**application f** sera notée : **$f(e_1)f(e_2)f(e_1)...f(e_n)$**, et donc, si **E** est canonique : **f(1)f(2)f(3)...f(n)**. Le nombre de ces **applications** ou **tables** est **n^n**.

En effet, chaque élément **x** de **E** a **n possibilités** ou **alternatives** pour être son image **y**. Donc le nombre de toutes les combinaisons d'élément **y** possibles est : **$n \times n \times n \times \ldots \times n = n^n$**.

Remarque:
C'est ici qu'il est très important d'avoir une notion, **w** ou **ω**, pour dire « **infini** », et qui se calcule exactement comme les autres nombres, et en particulier comme tous les éléments de l'ensemble **N** des nombres entiers naturels. L'objectif est pratiquement déjà atteint avec l'ensemble **R_ω** des nombres omégaréels que nous avons construits, et qui permet de déduire aussi la notion de nombres entiers oméganaturels plus loin.

Par exemple, avec **E = {1, 2}**, l'ensemble canonique à deux éléments donc, autrement dit l'alternation 2 de référence, le nombre des tables est donc **2^2** ou **4**.

	11
1	1
2	1

	12
1	1
2	2

	21
1	2
2	1

	22
1	2
2	2

Et pour les ensembles canoniques E donc le nombre des éléments n'est pas trop grand, de 1 à 9, il est effectivement assez pratique de nommer les fonctions suivant leurs valeurs de sortie, c'est-à-dire les images des éléments ordonnés de l'ensemble. Nous avons commencé la découverte de la table **21**, qui est donc la **table d'antition**. Elle fait partie des deux **tables de permutation** de l'**alternation 2**, l'autre étant la table **12**. On pose maintenant les définitions suivantes :

DÉFINITIONS:

i) Soit une **alternation 2**, c'est-à-dire un un ensemble à 2 éléments **distincts**: **E = {a, b}**. On appelle application **Ani** ou table **Ani** ou la table **Oui** ou la table d'**Affirmation**, ou encore la table d'**Identité**, l'application,notée **Ani**, telle que : **Ani(a) = a** et **Ani(b) = b**. Autrement dit, c'est l'application **ab** ou **12** pour le cas canonique.

ii) On appelle application **Anti** ou table **Anti** ou la table d'**Antition** ou (de manière inappropriée) la table « **Non** » ou la table de « **Négation** », l'application,notée **Anti**, telle que : **Anti(a) = b** et **Ani(b) = a**. Autrement dit, c'est l'application **ba** ou **21** pour le cas canonique. Pour cette table spécialement, chacun des deux éléments **a** et **b** ou **1** et **2** est appelé l'**alternative** de l'autre, son **anti**, son **contraire**, son **opposé**, son **symétrique**, etc..

Propriétés :
Ani Ani (a) = a = Ani (a)
Ani Anti (a) = b = Anti (a)
Anti Ani (a) = b = Anti (a)
Anti Anti (a) = a = Ani (a)

Ce qui donne les lois suivantes de composition des fonctions **Ani** et **Anti** :
Ani Ani = Ani
Ani Anti = Anti
Anti Ani = Anti
Anti Anti = Ani

ou :
Oui Oui = Oui
Oui Non = Non
Non Oui = Non
Non Non = Oui

Ce qui n'est rien d'autre que la règle des signes de l'algèbre :

X	+ X
+	+
-	-
+ . + = +	
+ . - = -	

X	- X
+	-
-	+
- . + = -	
- . - = +	

Remarques:

i) L'appellation « **Non** » ou « **Négation** » donnée à la table **Anti**, a simplement pour but de dire qu'il s'agit de la **négation relative**, comme expliqué, et non pas d'alimenter la confusion avec la **négation absolue**. C'est la psyché de négation qui transforme donc la **négation relative**, à savoir donc qui s'inscrit dans le paradigme général de l'**alternation**.

ii) Cette propriété de la règle des signes que vérifient les deux fonctions de permutation de l'**alternation 2**, à savoir **12** et **21**, montrent que la deuxième, **12** ou **ba** ou **Anti** ou « **Non** », n'est pas la **négation absolue** qu'on lui fait être mais est bel et bien la fonction de changement de signe, la fonction « **-** » ou **Anti**. On est donc bien dans une logique d'**antition**, d'**opposition**, ici la fonction engendrant l'**opposé** d'un nombre, qui transforme **+x** en **-x** et **-x** en **+x**., avec la **double antition** : **-(-x) = +x**. C'est donc la fonction qui, dans l'ensemble $\mathbf{R}_\omega$ des **nombres omégaréels**, renvoie à un nombre **x** son **symétrique** pour la loi additive, à savoir **-x**.

DÉFINITION:
Etant donné un ensemble **E** ayant **n** éléments distincts : $\mathbf{E = \{e_1, e_2, e_3, \ldots, e_n\}}$, on appelle le **Relationnel** de **E**, ou simplement le **Relationnel n** (si **E** est canonique), l'ensemble de toutes les **relations** de toutes les **arités** (**relations 0-aire**, **relations unaires**, **relations binaires**, **relation 3-aires**, etc., et plus généralement **n-aires**) concernant **E**. Le terme **Fonctionnel** de **E** ou **Fonctionnel n** désigne quant à lui toutes les **applications** de **m variables** de **E** dans de **E**, c'est-à-dire toutes les **applications** de $\mathbf{E^m}$ dans **E**. Le **Fonctionnel** de **E** est en fait un sous-ensemble de son **Relationnel**, car les **applications** sont des **relations** particulières. Et de manière plus étendue, c'est le **Relationnel** de **E** qui constituent l'**Alternation** de **E**, ou l'**Alternation n**, si **E** est canonique.

Pour l'ensemble canonique $\mathbf{E = \{1, 2\}}$, voici les 16 tables des applications de $\mathbf{E^2}$ dans **E**:

	1111	
1	1	1
1	2	1
2	1	1
2	2	1

	1112	
1	1	1
1	2	1
2	1	1
2	2	2

	1121	
1	1	1
1	2	1
2	1	2
2	2	1

	1122	
1	1	1
1	2	1
2	1	2
2	2	2

	1211	
1	1	1
1	2	2
2	1	1
2	2	1

	1212	
1	1	1
1	2	2
2	1	1
2	2	2

	1221	
1	1	1
1	2	2
2	1	2
2	2	1

	1222	
1	1	1
1	2	2
2	1	2
2	2	2

	2111	
1	1	2
1	2	1
2	1	1
2	2	1

	2112	
1	1	2
1	2	1
2	1	1
2	2	2

	2121	
1	1	2
1	2	1
2	1	2
2	2	1

	2122	
1	1	2
1	2	1
2	1	2
2	2	2

	2211	
1	1	2
1	2	2
2	1	1
2	2	1

	2212	
1	1	2
1	2	2
2	1	1
2	2	2

	2221	
1	1	2
1	2	2
2	1	2
2	2	1

	2222	
1	1	2
1	2	2
2	1	2
2	2	2

Ces tables définissent aussi ainsi les **16 connecteurs logiques binaires** de cette **alternation 2**. La table **1112** définit le connecteur « **OU** », appelé le connecteur de **disjonction**. Pour que sa valeur de sortie soit **1** (ce qu'on interpréterait pas « **vrai** »), il suffit que l'une au moins des deux variables de l'application ait la valeur **1**. La valeur n'est donc **2** (ce qu'on interpréterait par « **faux** ») que si toutes les deux variables ont pour valeur 2.

La version de ce connecteur en tant qu'application de $\mathbf{E^n}$ dans **E**, qu'on appelle le **quantificateur existentiel**, habituellement noté « ∃», qui se lit « Il existe ». La valeur de sortie de l'application est **1** si l'une au moins des **n variables** prend la valeur **1**, et elle ne prend la valeur 2 que si toutes les **n** variables prennent la valeur **2**.

Autrement dit simplement, dans un **n-uplet** de **n** valeurs où chacune peuvent soit vraie soit fausse, par exemple **(faux, faux, faux, faux, vrai, faux, vrai, faux)**, autrement dit **(2, 2, 2, 2, 1, 2, 1, 2)**, ou encore **(0, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0)** si on choisit les habituelles valeurs binaires **0** et **1** pour dire « **faux** » et « **vrai** », la valeur du n-uplet sera « vrai » si l'un au moins de ses composants est vrai, c'est-à-dire a la valeur convenue comme signifiant « **vrai** ».

On souligne une fois encore qu'on est dans l'interprétation, car dans l'absolu, dans la logique d'**Alternation**, aucune valeur n'est plus fausse qu'une autre, toutes sont équivalentes, toutes jouent un rôle parfaitement équivalent, symétrique, on peut inverser les convention ou intervertir les valeurs, dire par exemple que c'est « 2 » qui est « vrai » et 1 » qui est « faux », les tables seront globalement les mêmes. Et justement par exemple, la table **2111** est le parfait symétrique de la table **1112**.

Les deux éléments de l'ensemble sont donc équivalents, l'**Alternation** ne privilégie pas l'un au détriment de l'autre. Mais c'est la **Négation** qui brise l'équivalence, la symétrie, donne dans l'absolu la valeur **vrai** à l'un et la valeur **faux** à l'autre. La valeur déclarée **fausse** dans l'absolu est ainsi **niée** dans l'absolu. C'est cela la **négation absolue**. Elle supprime donc l'équivalence, choisit les éléments de l'ensemble qui doivent être considérés comme vrais, existants, réels, etc., les autres étant niés.

Pour en revenir à notre propos, un n-uplet est évalué à vrai si au moins l'un de ses composants est évalué à vrai. C'est ce qu'on entend par « **Il existe au moins un élément tel que...** », qu'on appelle le **quantificateur existentiel**, noté donc « ∃», et qui est la généralisation du connecteur « **OU** ».

Et la table **1222** définit le connecter « **ET** », appelé le connecteur de **conjonction**. On voit que pour qu'il soit évalué à la valeur décidée comme « vrai », les deux variables doivent toutes avoir la valeur « vrai ». Et plus généralement, dans un n-uplet de **n** variables, pour que le n-uplet soit évalué à « vrai », il faut que **toutes** les variables aient pour valeur « vrai ». Si l'une au moins a pour valeur « faux », le tout est évalué à « faux ». La version généralisée de connecteur « **ET** » est ce qu'on appelle en logique le **quantificateur universel**, habituellement noté « ∀» et lu « **Tout** », « **Pour tout** », ou « **Quel que soit** ». Pour dire donc que **toutes** les variables valent « vrai », ou que « **quelle que soit** » la variable du n-uplet, elle vaut « vrai ».

Pour les autres connecteurs, on a rapidement : l'**implication logique** « ⇒» pour **1211**, l'**équivalence logique** « ⇔» pour **1221**, etc.

Et maintenant, voici les **27** ou **3**^{3} tables de l'**alternation 3** :

	111
1	1
2	1
3	1

	112
1	1
2	1
3	2

	113
1	1
2	1
3	3

	121
1	1
2	2
3	1

	122
1	1
2	2
3	2

	123
1	1
2	2
3	3

	131
1	1
2	3
3	1

	132
1	1
2	3
3	2

	133
1	1
2	3
3	3

	211
1	2
2	1
3	1

	212
1	2
2	1
3	2

	213
1	2
2	1
3	3

	221
1	2
2	2
3	1

	222
1	2
2	2
3	2

	223
1	2
2	2
3	3

	231
1	2
2	3
3	1

	232
1	2
2	3
3	2

	233
1	2
2	3
3	3

	311
1	3
2	1
3	1

	312
1	3
2	1
3	2

	313
1	3
2	1
3	3

	321
1	3
2	2
3	1

	322
1	3
2	2
3	2

	323
1	3
2	2
3	3

	331
1	3
2	3
3	1

	332
1	3
2	3
3	2

	333
1	3
2	3
3	3

Cette alternation a 6 tables de permutation : **123**, **132**, **213**, **231**, **312**, **321**, qui signifient toutes les permutations possibles de l'ordre des éléments de **E = {1, 2, 3}**. La table **123** est la version ici de la table **ANI**, les autres étant les différents types d'**ANTI** de cette alternation, donc 5 types. Parmi elles, on a par exemple **321**, dans laquelle 2 reste à sa place, mais **1** et **3** permutent. Cette application **321**, associée à **123** ou **ANI**, exprime la logique de type : **-1, 0, +1**. C'est l'antition de l'**alternation 2**, sauf qu'ici il apparaît une nouveauté, qui est la notion de **neutre**, ce qui veut dire une logique à trois valeurs : « **vrai** », « **faux** », et une troisième valeur qu'on peut interpréter comme « **vrai et faux** » ou « **ni vrai ni faux** ».

L'**Alternation** définit donc toutes les logiques et tous les différents type de fonctionnement de l'**Univers TOTAL**. Il est extrêmement important de comprendre que tous ces fonctionnements EXISTENT dans l'**Univers TOTAL** qui existe (on en reparlera bientôt). Il ne s'agit pas de prendre une seule logique ou une partie de la logique totale, comme par exemple la **logique classique** dont nous avons exposé juste les rudiments et les connecteurs, et de décréter arbitrairement que l'univers ou le monde ne fonctionne qu'avec cette logique. C'est peut-être le fonctionnement d'un univers ou d'un monde (et encore..., car toutes les logiques coexistent, même dans notre monde), mais pas le fonctionnement de l'**Univers TOTAL**, l'**Ensemble de toutes les choses**, donc dans lequel toutes les choses, toutes les logiques existent!

Il ne s'agit pas de décréter arbitrairement que ceci existe dans l'absolu, mais pas cela, d'accorder donc à certaines choses une valeur d'**existence**, de **vérité**, de **réalité**, de **possibilité**, de **1** ou **100%**, mais à d'autres choses une valeur d'**existence**, de **vérité**, de **réalité**, de **possibilité**, de **0** ou **0%**, donc de déclarer arbitrairement ces choses **inexistantes**, **fausse**, **irréelles**, **impossibles**, etc., comme par exemple l'emblématique **division par 0**. Ceci signifie alors qu'on ne fonctionne pas avec la logique d'**Alternation**, d'**équivalence**, avec donc le paradigme de l'**Univers TOTAL**, mais avec la logique de **Négation**, d'**identité**, qui refuse donc l'**équivalence** « **1 = 2** », alors que l'**Alternation** rend équivalentes toutes les choses.

Le langage des ensembles est actuellement vu, à tort, comme réservé aux mathématiques, à son domaine d'étude appelé la théorie des ensembles, comme par exemple la théorie axiomatique des ensembles de Zermelo Fraenkel (1922). C'est la théorie de référence couramment abrégée ZF, ou ZFC quand on y inclut l'axiome du choix, qui a fait grand débat aux débuts de la théorie axiomatique.

Mais le langage des ensembles et la logique des nombres est tout simplement la logique de l'Univers. Notre approche est l'approche universelle des ensembles. C'est la Négation la vraie cause des paradoxes de la théorie des ensembles, l'unique cause. L'un des plus connus des paradoxes est sans aucun doute le paradoxe de Russell, le paradoxe des ensembles non-éléments d'eux-mêmes. Le problème est que si l'on dit que ces ensembles forment un ensemble Ω, alors la question se pose immédiatement de savoir si Ω est élément de lui-même. Si l'on répond oui, alors il n'est pas élément de lui-même, puisque par définition il est l'ensemble de tous les ensembles non-éléments d'eux-mêmes. Mais si l'on dit qu'il n'est pas élément de lui-même, alors il répond exactement à la propriété caractéristiques de ses éléments, qui est de ne pas être éléments d'eux-mêmes, donc il est élément de lui-même, d'où le « paradoxe » :

$$\Omega \in \Omega \quad \Leftrightarrow \quad \Omega \notin \Omega .$$

Ce paradoxe est plus communément connu sous le nom de paradoxe du barbier : le barbier d'un village rase tous les hommes du village qui ne se rasent pas eux-mêmes. Le barbier se rase-t-il lui-même? On vérifie facilement que si l'on dit oui, alors on doit dire non, et si l'on dit non, alors on doit dire oui.

Ce type de paradoxe est aussi le schéma du vieux paradoxe du menteur, qui est le problème de celui qui dit : « Je mens ». Ment-il ou dit-il la vérité en prononçant précisément cette phrase?

C'est aussi le problème suivant, que je laisse le soin au lecteur ou à la lectrice d'analyser:

C'est cette forme du paradoxe qui met en lumière la nature profonde de ce type de paradoxe, et d'ailleurs de tous les paradoxes en général. Car en réalité, ce n'est pas tant la notion d'ensemble qui est concernée, car aucun ensemble n'est impliqué dans le paradoxe du menteur ou sa forme que l'image ci-dessus montre. Il s'agit simplement d'un problème purement logique, le problème du connecteur logique de négation, le connecteur NON. Autrement dit un problème dû au type de négation avec laquelle on raisonne, une négation absolue ou une négation relative. Et le problème de ce connecteur est aussi le problème de l'identité dont nous parlons depuis le début. Les deux problèmes sont synonyme, c'est le même problème. Soit comme problème logique: la négation absolue au lieu de la négation relative. Soit comme problème ontologique: la notion d'être ou d'égalité, donc ici le problème de l'identité, l'égalité stricte au lieu de l'équivalence, l'égalité large, générale, universelle.

Le diagnostic des paradoxes et de la crise des fondements des mathématiques et des sciences est bien posé. Donc inutile d'accuser la notion d'ensemble, d'accuser entre autres la notion d'ensemble de tous les ensembles ou d'ensemble de tous les ordinaux, ou encore d'ensemble de tous les cardinaux. Et par conséquent forcément d'interdire à la science d'envisager la notion d'Ensemble de toutes les choses, qui est l'Univers TOTAL dont je parle, et qui signifie forcément tous ces ensembles et d'autres. Car toute chose (mathématique, physique ou autre) est un élément de l'Ensemble de toutes les choses, et est un sous-ensemble de l'Univers TOTAL. Inutile donc d'accuser la notion universelle d'ensemble, de l'axiomatiser, alors que le vrai problème est ailleurs.

La notion d'ensemble est le langage même de l'Univers, c'est le langage universel, le plus naturel qui soit. La notion universelle d'ensemble est synonyme d'Univers, rien à voir avec une notion « naïve » d'ensemble. L'axiomatique n'est pas la seule méthode scientifique synonyme de rigueur. Ce n'est pas parce que la notion d'ensemble n'est pas axiomatisée qu'elle serait « naïve » ou manquerait de rigueur. Bien au contraire je démontre qu'une théorie axiomatique la plus rigoureuse, comme par exemple la théorie axiomatique des ensembles de référence, ZF, cache des paradoxes fondamentaux sans doute pires que le mal qu'on prétend avoir résolu. Mais on se trouve face à un problème profond de paradigme que la méthodologie elle-même est incapable de prendre en défaut. On n'a pas résolu le problème des paradoxes avec la voie axiomatique, mais on les a simplement déplacés à vers un niveau paradigmatique bien plus profond, où tel un serpent venimeux bien caché dans le décor, il ne peut être détecté par les radars du système lui-même, ce qui lui donne la fausse impression de cohérence.

Une image qui a fait le tour du monde.
Trouver le serpent venimeux caché dans le décor...

Nous avons vu comment le problème de la **division par 0**, de la séparation des arithmétiques ou des algèbres, celle des ordinaux d'un côté et celle des cardinaux de l'autre (alors qu'on parle fondamentalement des mêmes objets), etc., ne sont que des formes plus subtiles des paradoxes qu'on dit avoir résolus. Comment peut-on juger cohérente ou normale une théorie des ensembles qui parle d'un ensemble vide sans un ensemble plein? Qui parle du premier ordinal mais qui nie l'existence du dernier ordinal? Autrement dit, qui parle de l'Alpha sans l'Oméga, qui parle d'un oméga mais qui n'est pas l'Oméga, le dernier ensemble, le dernier ordinal. Comment peut-on juger normale une théorie des ensembles qui est obligée de nier l'existence de l'ensemble de tous les ensembles, autrement dit l'Ensemble suprême, celui dans lequel toute la théorie doit se dérouler et qui doit être le chef d'orchestre même des ensembles, le roi même des ensembles?

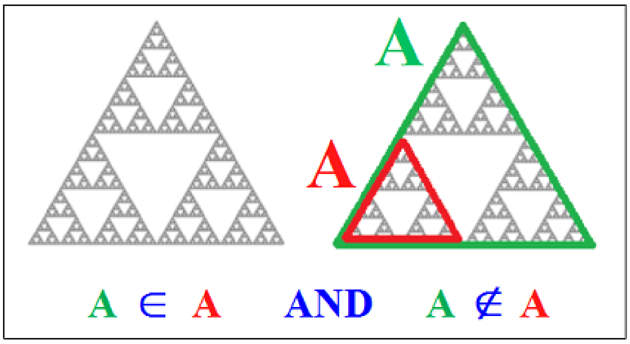
Mais c'est d'un tel Ensemble suprême, l'Univers TOTAL, qu'il s'agit maintenant, qui est aussi le dernier ordinal, l'Oméga. On a donc une théorie axiomatique, réputée cohérente mais en réalité bâtie sur des paradoxes plus fondamentaux que ceux qu'on prétend avoir résolu, et maintenant une théorie universelle, qui repose sur l'Univers TOTAL, l'Ensemble suprême, et qui pointe le vrai problème, qui est la négation et la notion d'égalité (l'identité) avec laquelle on travaille.

Le schéma du paradoxe de Russell est le même que le paradoxe de Burali-Forti, qui est le paradoxe dit du dernier ordinal. Le problème est qu'un ordinal, parce qu'il a la particularité d'être l'ensemble de tous les ordinaux qui lui sont strictement inférieurs (pour les ordinaux, les relations d'infériorité stricte et d'appartenance sont exactement la même relation), ne peut pas appartenir à lui-même. Or si $\boldsymbol{\Omega}$ est le dernier ordinal, il serait élément de lui-même, puisque qu'il est l'ensemble de tous les ordinaux. Donc il serait strictement inférieur à lui-même, ce qui viole la définition de la relation d'infériorité stricte, ou (ce qui revient au même), la relation de **non-appartenance** « $\notin$ », et là c'est le connecteur de négation, non, qui est concerné.

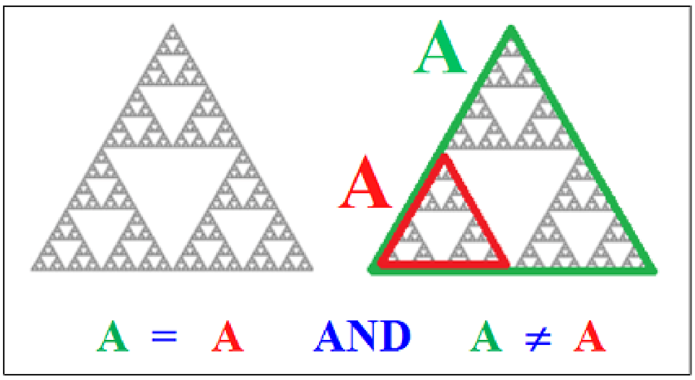
Mais aussi, ce paradoxe semble violer la notion d'égalité, car, pour un ordinal, être strictement inférieur à lui-même, c'est, pense-t-on, forcément ne pas être égal à lui-même. Or toute chose est égale à elle-même. Mais là encore la notion d'égalité doit être revue, comme nous le disons depuis le début.

b) Les ensembles réclament une logique fractale, cyclique, équivalencielle

Mais une chose peut à la fois être élément d'elle-même et ne pas être élément d'elle-même, sans que cela soit un paradoxe. Autrement dit, une chose peut être à la fois en elle-même et hors d'elle-même, plus petite qu'elle-même et plus grande qu'elle-même. C'est la propriété même des objets fractals, comme ici:



Le triangle de Sierpinski, une structure fractale, met en évidence comment une logique peut être à la fois en elle-même et hors d'elle-même, plus petite qu'elle-même, et plus grande qu'elle-même, et pourtant en étant égale à elle-même :



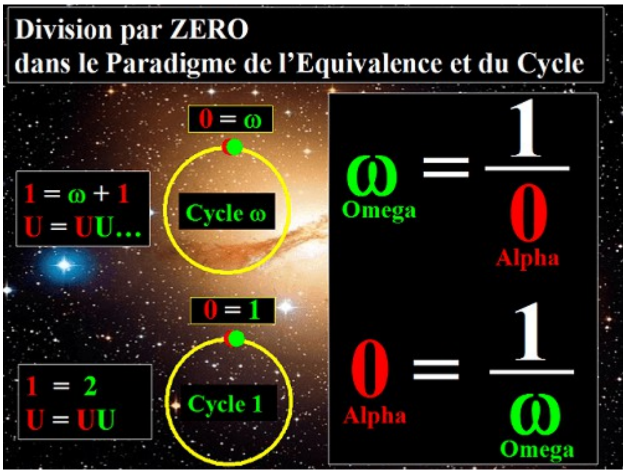
Pour cela, évidemment l'égalité ne doit plus être l'identité mais l'équivalence. Car le modèle rouge de la fractale n'est identique qu'à lui-même, et de son côté le modèle vert n'est identique qu'à lui-même. Si donc l'égalité se réduit à l'identité, on ne peut pas dire que l'objet rouge et l'objet vert sont le « même » objet, sont égaux. Et pourtant c'est exactement la même structure fractale, le même triangle de Sierpinski, mais seulement d'échelles différentes. Ils ne sont pas identiques, certes, mais ils sont équivalents. L'objet rouge et l'objet vert sont égaux, en ce sens qu'ils sont équivalents, mais ne sont pas égaux, en ce sens qu'ils ne sont pas identiques.

Quand donc on se trouve devant ce genre d'apparent paradoxe d'un ensemble qui appartient à lui-même et en même temps n'appartient pas à lui-même, ou égal à lui-même et en même temps n'est pas égal à lui-même, si l'égalité est l'équivalence, alors c'est qu'effectivement l'erreur vient de la théorie. Mais si l'égalité est l'identité, comme c'est le cas dans les conceptions classiques, alors simplement le problème nous invite à élargir la notion d'égalité, à passer à l'équivalence, qui est par exemple l'égalité associée aux objets fractals, mais aussi aux objets cycliques, et plus généralement à ce que j'appelle les objets équivalenciels ou les objets alternatifs.

Cela veut dire que ces objets réclament une négation relative, que j'appelle l'alternation, et plus l'habituelle négation absolue. La négation relative, c'est par exemple la notion de contraire, de symétrie, d'opposition, ou d'antition, comme nous le disons aussi, c'est-à-dire la notion de X et d'anti-X, de X et de contraire de X donc, qui ne doit plus être confondue systématiquement avec la notion de négation, c'est-à-dire celle de X ou de négation de X, ou de X et de non-X. Car une chose peut présenter deux aspects contraires, elle peut être deux contraires en même temps. Par exemple être à la fois l'alpha et l'oméga, le commencement et la fin ; être à la fois 0 et 1, ou être 0 et ω ; être plus petite qu'elle-même et plus grande qu'elle-même, être différente d'elle-même et pourtant être toujours égale à elle-même; être en elle-même et hors d'elle-même; être en même temps ici et ailleurs, passer à la fois par une fente de gauche et une fente de droite (comme par exemple en physique quantique) ; être à la fois un chat mort et un chat vivant (là encore en physique quantique), etc..

Il ne faut donc plus confondre la notion de contraire (la négation juste relative) avec la notion de négation (la négation absolue). Le principe de non-contradiction ne doit pas signifier qu'une chose ne peut être dans deux états ou natures contraires à la fois. Ce principe aurait dû être nommé le **principe de non-négation**, car c'est la négation (absolue) qui empêche que X et non-X soit vrais en même temps, qui cause les paradoxes. Autrement dit, une chose fonctionne simplement avec la logique de coexistence des contraires (ce que j'appelle une chose de nature alternative, comme un objet fractal, ou un simple cercle), mais qu'on l'examine avec une logique de négation, on interprète les deux contraires comme étant la négation l'un de l'autre, comme étant donc X et non-X, donc comme ne pouvant pas être vrais en même temps. On parle alors de contradiction si on se trouve face à une situation où l'on voit les deux contraires vrais en même temps. Alors qu'il ne s'agit pas d'une contradiction, celle-ci est provoquée en réalité par notre logique de négation, qui est donc absolue, au lieu d'être simplement relative.

C'est le problème quand on se trouve devant un objet qui réclame une logique du genre « $\mathbf{0 = 1}$ » ou « $\mathbf{0 = \omega}$ », autrement dit une logique de cycle.



L'égalité « $\mathbf{0 = \omega}$ » (ou « $\mathbf{0 = 1}$ », pour sa forme réduite) veut dire que $\boldsymbol{\omega}$ est strictement inférieur à lui-même (puisqu'il est égal à $\mathbf{0}$, qui est, du point de l'identité strictement inférieur à $\boldsymbol{\omega}$), et qui est strictement supérieur à lui-même, ce qui semble paradoxal. C'est exactement de cela qu'il s'agit avec le paradoxe de Russell ou le paradoxe de Burali-Forti : $\mathbf{\Omega \in \Omega \Leftrightarrow \Omega \notin \Omega}$, ou en minuscule: $\boldsymbol{\omega \in \omega \Leftrightarrow \omega \notin \omega}$.

Ou, en l'exprimant en terme d'égalité: $\mathbf{\Omega = \Omega \Leftrightarrow \Omega \neq \Omega}$, ou en minuscule: $\boldsymbol{\omega = \omega \Leftrightarrow \omega \neq \omega}$.

Mais il s'agit pas 'd'un paradoxe, mais juste la propriété du Cycle.

2. L'Univers TOTAL, l'Ensemble de toutes les choses

a) De l'axiomatique à la théorématique, la nouvelle méthodologie pour les ensembles

Le terme premier de la notion **universelle** des **ensembles** est le mot **chose**, en anglais **thing**.

Universal Set Language

	T Et, Ut	L El, Ul	U, O… , O Universum	X Ex, Ux	∀, A Au, Aut	=, E, R Er, Ur
	Ensemble	Élément	Univers Total, Complet	Chose	Tout Tous	Être
	Set	Element	Universe Total, Complete	Thing	All Every	(To) Be
	Menge	Element	Universum Gesamt, Völlig	Sache	Alle	Sein
	Conjunto	Elemento	Universo Total, Completo	Cosa	Todo	Ser
	Aro	Elemento	Universo Totala, Tuta, Plena	Ajo	Ĉio	Esti
	קבוצה (Kvutsa)	איבר (Hiver)	היקום (Hayekum)	דבר (Davar)	הכ (Kol)	להיות (Lihyot)
	集合 (Jí_Hé)	分子 (Fèn_Zǐ)	宇宙 (Yǔ_Zhòu)	物 (Wù)	都 (Dōu)	乃是 (Nǎi_Shì)

Le mot **chose** est le terme premier, le nom commun le plus général. Ce terme n'est pas pas défini, car une tentative de définition ferait implicitement ou explicitement appel au mot **chose** lui-même, sous un autre terme, par exemple :

DÉFINITION:
Une **chose** est par définition tout **objet** dont on parle. Une chose est tout **objet** physique ou **objet** psychique, tout **objet** de la pensée, de notre intuition (comme le disait Cantor le père de la théorie des ensembles). Une chose est tout **objet** mathématique, physique, biologique, informatique, sociologique, psychologique, politique, économique, philosophique, théologique, religieux, spirituel, etc.. Une **chose** est tout **objet** réel ou imaginaire, tout **être**, toute **entité**, présente, passée ou future, visible ou invisible, de notre monde ou d'ailleurs, de notre réalité ou de toute autre réalité, de notre univers ou de tout autre univers, etc..

Cette définition a le mérite de donner une idée du statut du mot chose, d'être le **nom commun** le plus général du **langage universel des ensembles**. Mais on voit que la définition fait référence utilise des mots comme **objet**, **être**, **entité**, etc., qui ne sont que d'autres mots pour dire.... la même chose que le mot **chose**.

Un **humain** est une **chose**, un **arbre** est une **chose**, une **fleur** est une **chose**, un **caillou** est une **chose**, une **cellule** est une **chose**, une **molécule** est une **chose**, un **atome** est une **chose**, une **particule** est une **chose**, un **nombre** est une **chose**, une **information** est une **chose**, la **pensée** est une **chose**, l'**amour** est une **chose**, **Dieu** est une **chose**, le **Diable** est une **chose**, l'**affirmation** est une **chose**, la **négation** est une **chose**, etc..

Le mot **chose** est notre **terme premier**, qui servira à définir les autres **termes**, selon une méthodologie que j'appelle la **théorématique**, et qu'on verra à l'oeuvre. Le mot chose n'est donc pas un **axiome**, car un **axiome** est un énoncé qui n'est pas démontré, mais qui sert à démontrer les autres énoncés appelés des **théorèmes**. Mais que ce soit un **axiome** ou un **théorème**, on ne peut pas les formuler avec du vide, sinon cela s'appelle le silence, ne rien dire. On est donc bien obligé de poser explicitement ou implicitement au moins un **mot premier**, un **verbe premier**, des **mots basiques de logique**, etc. Dans notre méthodologie que nous appelons la **théorématique**, le **mot premier** est donc **chose**, le verbe premier est le verbe **être**.

Si les mots de nos langues étaient bien conçus, en fait le verbe **être** est tout simplement le verbe correspondant au mot **chose**, c'est-à-dire le mot **chose** en tant que **verbe**, qui est le verbe « **choser** » pour dire donc « **être** ».

Ainsi on devrait dire « **Je chose** » pour dire « **Je suis** », et « **Nous chosons** » pour dire « **Nous sommes** ». Ou alors (et c'est le choix que la langage française a fait, et qui est excellent), le sens du mot « **chose** » doit être pensé comme étant le **nom commun** associé au verbe **être**. Autrement dit, si c'est le verbe **être** qui est posé comme **verbe premier**, alors ce verbe en tant que **nom commun**, à savoir le mot « **être** » comme par exemple quand on dit « un **être** humain » ou les « **êtres** de l'Univers », doit être le sens parfait que nous donnons au mot « **chose** ». Autrement dit, le **nom commun** « **être** » et le **nom commun** « **chose** » doivent être pensés comme parfaitement synonymes. Et donc dire « une **chose** humaine » et « un **être** humain » devraient signifier exactement la même **chose**, comme c'est à peu près le cas aussi de « **choses** de l'Univers » et « **êtres** de l'Univers ».

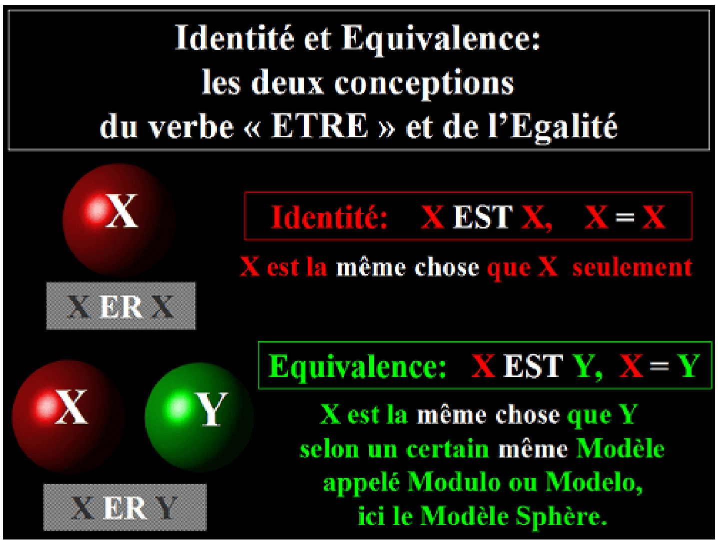
Mais on voit que la conception des **choses** dans nos langages ne correspondent pas toujours à la logique de l'Univers (et même, hélas, très souvent ne correspond pas du tout!) et qu'on ne conçoit pas que « une **chose** humaine » et « un **être** humain » signifient la même **chose**, et même pas « **choses** de l'Univers » et « **êtres** de l'Univers ». En effet, on conçoit assez facilement qu'un **être** soit une **chose** (encore que...), mais pas forcément qu'une **chose** est un **être**. Est-ce que par exemple, un **nombre**, qui est une **chose**, est un **être**? La **pensée**, qui est une **chose**, est-elle un **être**? L'**amour**, qui est une **chose**, est-il un **être**? Avouons que nous ne concevons pas les **choses** ainsi, et pourtant c'est ainsi qu'on devrait les concevoir si nos conceptions et notre langage étaient fidèles à la logique de l'Univers.

DÉFINITION

Désormais, la célèbre **variable x**, est un mot d'une lettre qui veut dire **chose**, c'est la **variable universelle**, c'est-à-dire qui peut prendre pour valeur... toute **chose** dont on parle. Et toute autre **variable universelle** est synonyme de **chose**. La notion de **chose** a en effet la particularité d'être à la fois une **variable** ou une **inconnue**, pour dire « la **chose est ...** » ou « **chose est...** » ou « **x est ...** » ou « **x = ...** », et à la fois une **unité universelle**, celle à défaut de toute autre **unité**, pour dire donc : « **une chose** » ou « **1 chose** » ou « **1 x** » ou simplement « **x** », et : « **deux choses** » ou « **2 choses** » ou « **2 x** », et : « **trois choses** » ou « **3 choses** » ou « **3 x** », etc.. Quand le mot **chose** sera ainsi utilisé comme **unité universelle**, on la notera **u**, pour dire donc : **0u, 1u, 2u, 3u, …, ω u**. Et le mot technique pour dire « **chose** », aussi bien comme **variable** ou **inconnue** que comme unité, est « **ux** ».

Nous avons dans la partie A déjà exposé des bases fondamentales de la théorématique, notamment avec les **expressions opérationnelles**. Et aussi nous avons exposé le **paradigme de l'équivalence**. Revoir donc: **Expressions opérationnelles et notion canonique du fini et de l'infini**. Et aussi: **Paradigme de l'équivalence ou de l'édentité**. Nous ne ferons donc que compléter ces bases dans cette partie C.

La notion d'**ensemble** (ou en tout cas la notion axiomatique) n'est pas la notion la plus fondamentale, comme on va le voir plus en détail avec la méthode **théorématique**. En effet, un **ensemble** est une **chose** faite d'autres **choses**, qui sont ses **éléments**. C'est la définition **universelle** de la notion d'**ensemble** (on en reparlera plus loin), et on voit que celle-ci repose sur le mot **chose**, qui est donc la notion la plus fondamentale pour parler des **ensembles** et des **éléments**. Or la clef de la notion de **chose** est le verbe **être** (comme nous le montrons par notre analyse), qui lui-même est le verbe de l'**égalité**, car « **x = y** » veut dire évidemment « **x est y** ».



L'**égalité**, donc le verbe « **ÊTRE** », le verbe pour dire « **x est y** » ou « **x = y** », est fondamental pour le type de théorie des ensemble que nous faisns. S'il est l'**identité**, alors la théorie des ensembles sera axiomatique, ce qui veut dire qu'on devra obligatoirement fonctionner avec la **négation absolue**, « **non** », et ce pour éliminer les **vérités équivalencielles**. Mais si le verbe « **ÊTRE** », pour dire « **x est y** » ou « **x = y** », signifie l'**équivalence** (qui va de paire de son côté avec l'alternation dont on découvert le fonctionnement et la logique générale qu'elle est, qui n'élimine rien mais contient toutes les tables et toutes les combinaisons) et alors **on n'a rien à éliminer**, on a juste à définir les **choses**, à dire ce qu'elles **SONT**.

On n'a plus à se tracasser à former certains types de formules (ou d'expressions) et à dire que ce sont elles uniquement qui doivent être les phrases acceptables dans le langage de la théorie des ensembles. Ce langage devient donc aussi un langage **universel**, on lui demande donc d'être conforme à la logique de l'**Univers**, c'est-à-dire à l'**alternation**, ce qui veut dire un langage qui ne sépare pas les notions, mais qui a l'intelligence de percevoir leur équivalence. On ne se tracasse donc pas pour décréter que seul un certain type de formules sont acceptables pour le langage des ensembles, pour en plus se compliquer l'existence à sélectionner certaines formules comme axiomes, et être dans l'inquiétude de savoir quelles formules les règles de la logique, qui sont celles de l'**identité** et de la **négation** (qui se réduisent seulement aux règles de la logique d'**alternation 2**, et encore à une mauvaise **alternation 2**, très **incomplète**), seront les théorèmes. Et s'inquiéter si le système d'axiomes ne va pas se casser la figure, autrement dit s'il ne va pas conduire à une situation du genre **« P »** et **« non-P »**, autrement dit encore à une « catastrophe » du genre « **0 = 1** ». Avec donc l'**équivalence** et l'**alternation**, finis ces cauchemars et ces casse-têtes qui ont donné des migraines à plus d'un mathématicien, et souvent plus que la migraine.... Il suffit de voir par exemple comment le brave Georg Cantor (le père de la théorie des ensembles) a fini, ou encore le non moins brave logicien Kurt Gödel, pour ne parler que d'eux.

Nous avons dans la partie A introduit le formalisme de la théorématique, c'est-à-dire le système des formules, des expressions. Le nouveau système formel est le plus simple et plus universel qu'on puisse imaginer. Tout symbole, quel qu'il soit, fait partie de ce système. Toute chose dans l'**Univers** est un symbole, une expressions, et toutes les expressions se combinent de manière absolument libre, pour former de nouvelles expressions. Les expressions sont tout simplement à l'image de l'**Univers TOTAL**, dans lequel toute chose existe, toutes les combinaisons existent, sans aucune exception. Aucune syntaxe spéciale n'est donc imposée pour les expressions de la théorématique, car quand on impose une syntaxe donnée, c'est qu'on s'apprête à nier l'existence de certaines choses, à ne déclarer existantes ou possibles que certaines choses, et pas d'autres. Seules les choses obéissant aux règles qu'on se donne existent ou sont valides, et pas les autres. Rien de tel maintenant, avec la théorématique, dans celle-ci donc, toute expression est valide. Pour cette raison, c'est donc un système très simple. Mais il est le système le plus simple pour une autre raison importante, qu'on a déjà vue aussi dans la partie A, mais qu'on va approfondir, à savoir les **générescences** ou **informations unaires**.

Les expressions de la théorématique sont en fait aussi le système des formules qu'on peut écrire avec... **un seul symbole**! Et pourquoi un seul symbole? Très simple: l'**Univers TOTAL**, **U**, est unique, et son langage, qui est pour cette raison le plus fondamental, le plus universel qui soit, est donc formé d'un seul symbole, qui est simplement **U** ou **1**. Mais on peut aussi prendre comme unique symbole **0** ou tout autre symbole à notre convenance. Les mots de ce langage, les **générescences** ou **informations unaires** donc, sont:

Autrement dit, les **mots** ou **générescences** ou **informations unaires**, sont :

O, U, UU, UUU, UUUU, UUUUU, …, U..., où **O** représente le **mot vide**, qui n'est donc formé d'aucune lettre **U**, et qui représente l'**ensemble vide**. Et en dernier, on a le mot noté **U...**, qui est formé d'une **infinité** de lettres **U**, c'est-à-dire de **ω** fois la lettre **U**. Si donc nous choisissons **U** comme unique lettre de l'alphabet universel, et que nous le prenons aussi comme la définition du **nombre 1**, les **mots** sont donc simplement aussi les définitions des nombres entiers : **0, 1, 2, 3, 4, …, ω**.

Remarque *R-CNNC: Choses et nombres, nombres et choses*
Nous revoilà donc avec les **ordinaux** amplement traités dans les partie A et B, et plus généralement les **nombres ω-réels** ou **omégaréels**. Même si dès le départ de ce livre nous insistons sur le fait que l'**Univers** est **numérique**, que **toute chose** est **nombre** et **information**, que tout est fondamentalement **numérique** donc, il n'empêche que nous parlions plus des **choses** sous leur aspect de **nombres**, que des **nombres** sous leur aspect de **choses**. C'est cet angle donc que nous abordons maintenant. Avec **U** donc, on a les **mots**: **O, U, UU, UUU, UUUU, UUUUU, …, U...**.

Ces **mots** sont les **choses**, **toutes** les **choses** de l'**Univers TOTAL**, **tous** les **êtres**. Ils sont donc les **ensembles** formés d'**une seule chose fondamentale**, d'**un seul élément** de base, à savoir **U**. De cela découle aussi le langage de la **théorie universelle des ensembles**, c'est-à-dire la **théorie théorématique des ensembles**, ou encore la **théorie équivalencielle des ensembles** (par opposition donc à la **théorie axiomatique** ou **théorie identitaire**). Ce langage doit juste refléter les nombres. Le « **mot vide** », qu'on notera **Ø**, et qu'il faudra plutôt appeler le **mot nul**, sera alors appelé l'**espace**. Et les mots seront donc par exemple en les mettant en correspondance avec le classique alphabet latin:

Ø = 0 : **espace** , noté «_ » ; le tiret bas.
U = 1 : lettre **A**
UU = 11 = 2 : lettre **B**
UUU = 111 = 3 : lettre **C**
UUUU = 1111 = 4 : lettre **D**
…

Et ainsi de suite pour les **26 lettres**, qui est donc aussi un **système de numération** en **base 26**, pour former ensuite tous les mots du langage, qui représenteront tous les nombres entiers naturels.

Et on peut aussi décider de prolonger cet alphabet avec des lettres minuscules, les **nombres 27** à **52**, et même prolonger encore en codant les dix chiffres de la numération décimale, qui représenteront les nombres **53** à **62**. Puis on peut continuer avec les signes de ponctuations, les caractères spéciaux, etc.. Bref réaliser un codage comme le ASCII, comme tous les symboles des touches du clavier d'ordinateur français, comme l'Unicode, etc.. Et évidemment aussi on peut coder aussi tous les symboles du langage axiomatique de ZF, et au-delà de n'importe quel système axiomatique ou système de langage.

Cela permettra ainsi de former n'importe quel texte courant, du français ou de n'importe quelle langue ou langage, y compris donc par exemple les formules de la théorie axiomatique des ensembles ZF ou autres. Tout mot, toute formule, toute phrase, tout paragraphe, tout texte, tout livre, toute bibliothèque, représentera un nombre enter naturel.

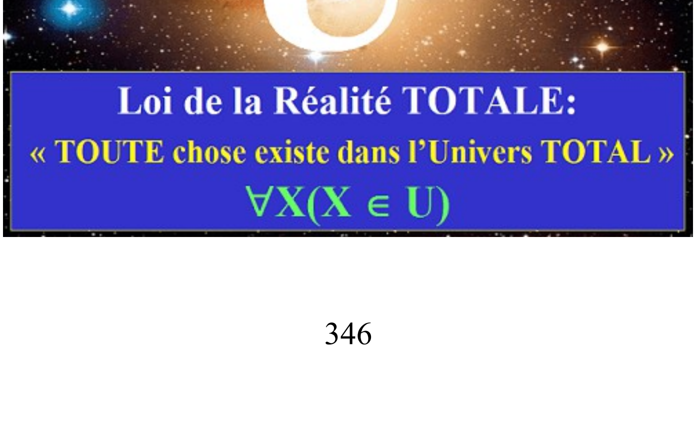
Mais alors cette nouvelle langue doit être **universelle**, c'est-à-dire respecter une seule logique, **une seule règle** d'orthographe, de syntaxe, de conjugaison, de grammaire, etc.: l'**Alternation**! Cela veut dire simplement ceci : **TOUS LES NOMBRES ENTIERS NATURELS DOIVENT EXISTER** ! C'est simple comme règle de langue ou de langage! La **valeur** d'un **mot**, d'un **paragraphe**, d'un **texte**, etc., est la somme des **valeurs** des lettres du mot. Et cette **valeur** est le **sens** (c'est-à-dire la **signification**) **absolu** du **mot** ou du **texte**, indépendamment de toute autre interprétation dans quelque langue ou langage qu'on pourrait en faire. Cette interprétation est alors qualifiée de **sens relatif** ou de **sens conventionnel**.

Par exemple, la **valeur** de : « **BA EGALE AB**», c'est-à-dire « **BA_EGALE_AB**», est : **(2+1) + 0 + (5+7+1+12+5) + 0 + (1+2) = 36**. C'est le **sens absolu** de cette **phrase**, qui est donc le **nombre entier 36**. Mais cette phrase s'interprète en français comme : « **BA égale AB** » ou « **BA = AB** », qui est l'une des infinités de **sens relatifs** que l'on pourrait donner à cette phrase. Cette interprétation n'est que relativement importante, la signification **absolue** étant la plus importante en théorématique, car elle est **universelle**, celle que tout être comprend, indépendamment de sa langue. Les lettres ou symboles: **_, A, B, C, D, E, …, X, Y, Z, a, b, c, d, e, …, x, y, z, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, …**, et plus généralement tous les symboles de l'Unicode (si c'est celui-ci que nous avons choisi par exemple comme grand alphabet), tous rangés dans un ordre convenu, ne servent qu'à noter les mots : **Ø, U, UU, UUU, UUUU, …**, ou **0, 1, 11, 111, 1111, …**, de **valeurs** respectives : **0, 1, 2, 3, 4, …**.

Il suffit pour tout être de l'Univers d'avoir ces symboles dans cet ordre et de comprendre que le premier symbole, « _ », a pour valeur zéro ou valeur nulle, pour connaître la signification absolue de n'importe que texte. Et il sait dans sa langue que « **2+1 = 1+2** », autrement dit il connaît cette vérité universelle selon laquelle « **la somme de 2 et 1 est identique à la somme de 1 et 2** », et ce exprimée dans sa langue. Donc il lui suffit d'avoir la liste de nos symboles dans cet ordre, pour savoir que la valeur de « **BA** » est celle de « **AB** », même s'il ne comprend pas que peut vouloir dire le mot « **EGALE** » ou signe « **=** » dans notre langage. Par conséquent, si nous exprimons avec nos symboles toutes nos vérités mathématiques portant sur les nombres entiers naturels, connaissant les mêmes vérités (car elles sont universelles), il peut déduire le **sens** de nos expressions en analysant juste leurs **FORMES**. Tout ce qu'il ne peut pas déduire en regardant juste la **forme**, n'est pas une **vérité universelle**, **absolue**, mais juste une **vérité relative**, **conventionnelle**.

Par exemple, en regardant ce que nous appelons la « table de vérité du connecteur de négation », il n'y verra qu'une **alternation** entre deux valeurs différentes, qu'il peut remplacer par n'importe quel couple distincts parmi les symboles que nous lui avons fournis, n'importe quel couple de mots distincts, autrement n'importe quel couple de **nombres entiers**. Il n'y verra pas une affaire de « **négation** », de « **vrai** » ou « **faux** », qui ne sont que nos interprétations ou nos conventions, qui ne sont pas ce que dit cette table de par sa **forme**. De même, en voyant nos écritures : « **0 = 1** », « » « **4 = 5** », « **x = y** », « **x = 3** », etc., là où nous y voyons des égalités « fausses » et d'autres avec des « variables », l'être universel, lui, ne voit que des écritures ayant la même **forme** générale, à savoir deux symboles distincts entre lesquels il y a un même symbole « **=** ». C'est tout, il ne voit rien d'autre, et pour lui ces écritures expriment la même grande famille de sens, famille représentée par exemple par « **x = y** », où **x** et **y** peuvent être remplacés n'importe quel couple de symboles ou de mots distincts. Toutes les expressions ainsi obtenues sont la même vérités **universelle**. De même que les écritures par exemple : « **ω = 1/0** » et « **a = 1/5** ». Là où nous voyons une « **division par 0 impossible** » et une « **division par 5 possible** » de l'autre, l'être universel voit quant à lui simplement deux expression ayant la même **forme**, à savoir : « **y = 1/x** », ce qui lui suffit pour dire qu'elles ont un même **sens absolu**, donc sont une même **vérité absolue**. Il ne voit pas pourquoi « **a = 1/5** » serait plus vrai que « **ω = 1/0** », rien dans la forme ne l'indique, il n'y a que nos conventions et nos interprétations qui introduisent des faussetés arbitraires.

Distinguons donc les **vérités absolues**, qui sont le but de la **théorématique** et de son **langage**, des **vérités relatives**, qui relèvent seulement de nos conventions. Par conséquent, dans le système **théorématique**, aucun **mot** n'est interdit, aucune **expression** n'est mauvaise, comme par exemple le mot «**kkkjjdenscoos** » ou «**hhjkiff+0564/_ gcczqq _---re** » », puisqu'il représente un certain **nombre entier**. On ne doit plus dire que ça ne veut rien dire en français, ou dans n'importe quelle langue, car toutes les langues acceptant cet alphabet et la **règle d'Alternation** deviennent la même **langue universelle**, celle dans laquelle on dit TOUT, où TOUT se dit. Sinon on adopte son propre alphabet, mais avec la même seule obligation de respecter l'**Alternation**, pour prétendre au titre de langue universelle. Il n'y a donc plus de mauvais mot, de notion de faute d'orthographe, car **TOUTES les combinaisons doivent exister**. L'**Alternation**, c'est l'**Affirmation**. On affirme les **choses**, simplement, on affirme l'**Univers TOTAL**, l'**Ensemble de toutes les choses**, de **toutes les informations**, de **tous les mots**, de **tous les nombres**, et tous ces termes sont synonymes.



Une vérité équivalente au **XERY** est le **Théorème de l'Existence** ou la **Loi de la Réalité TOTALE**, qui dit : « **$\forall$X (X $\in$ U)**», qui veut dire : « **Toute chose X existe dans U** » (où **U** désigne l'**Univers TOTAL**), ou : « **Pour toute chose X, X est un élément de U** », théorème qui est tout simplement la définition de l'**Univers TOTAL**, l'**Ensemble de TOUTES les choses**, l'ensemble qui donne tout son sens même au **quantificateur universel**, dont le symbole actuel est un drôle de « **A** » inversé, « $\forall$», qui est l'initial du mot « **alle** » en allemand (l'équivalent du mot « **all** » en anglais), qui veut dire « **tout** ». Ce **quantificateur** sert en logique et en mathématique à dire aussi « **Quel que soit** ».

Le **Théorème de l'Existence** que ce **quantificateur universel** permet d'exprimer, est aussi la **quantification existentielle** portée à son maximum. En effet, on ne se demande plus quelle **chose X existe** et quelle **chose Y n'existerait pas**, mais on dit simplement : « **Toute chose X existe dans U** ».

THÉORÈME *T-MT: Méthode théorématique*

T-MT 1) Et tout simplement, en l'absence maintenant de la **négation absolue**, étant donné tout **énoncé P**, il est **vrai**, il est un **théorème** dans l'**Univers TOTAL**. L'**énoncé P** n'est peut-être pas un **théorème** dans notre univers connu, ou n'est peut-être pas une **vérité** ou une **réalité** dans notre monde, mais **P** est toujours **vrai** dans l'**Univers TOTAL**. Et aussi, en fait, **P** est toujours vrai dans notre univers ou dans notre monde, car, pour dire que ce n'est pas le cas, encore faut-il être certain de connaître toutes les échelles de **réalité** de notre univers, tous les plans d'**existence** de notre monde. En accord avec cela donc, en théorématique, on dit simplement ce que les **choses SONT** et pas ce qu'elles **NE SONT PAS**. Si l'on **nie** l'**être** (comme nous le faisons fréquemment dans notre exposé), alors la **négation** n'est que **relative**. Mais si elle est **absolue** (comme il nous arrive aussi de le faire fréquemment dans notre exposé), alors c'est pour **nier** la **négation** (**absolue**), les **choses négatives** ou les **choses** associées au paradigme de la **négation**. Ces **choses** sont donc **négatives** dans l'**absolu**, elles sont la définition de la notion intuitive de **mauvais** ou de **mal**. Maintenant donc, on dit simplement ce que les **choses SONT**, on **affirme** simplement, et s'il faut **nier** on fait une **alternation**, on exprime une **altérité**, une **différence**, une **antition**, une notion de **contraire**, etc..

T-MT 2) Cela veut dire qu'en théorématique, on **affirme** les **choses** et les **contraires** des **choses**, sans **nier** aucune **chose**, mais en ne **niant** que la **négation** (**absolue**). Nous n'hésitons donc plus à **affirmer** à la fois **P** et **anti-P**, autrement dit **P** et le **contraire** de **P**. Pour la **négation** (**absolue**) c'est une **contradiction**, mais en théorématique c'est une **alternation**, on **affirme** les **choses** et les **alternatives** des **choses**, simplement. La logique **alternative** est une logique **affirmative**, **positive**, et tout cela s'oppose à la logique **négative**. Nous rompons donc définitivement avec la doctrine logique classique et son **principe de non-contradiction**, qui tel qu'il est conçu et utilisé depuis la nuit des temps, est en réalité le **principe de la négation**. C'est cela la vraie **contradiction**, car ce qui est sous-jacent est la **négation** de l'**Univers TOTAL**. Mais, quant à nous, nous **affirmons** l'**Univers TOTAL**, la **Vérité TOTALE**, la **Réalité TOTALE**.

On peut par exemple définir la notion de **chat** et dire les **propriétés** qu'une **chose x** doit posséder pour qu'on puisse dire que « **x est un chat** ». Et de même on peut définir la notion de **colombe** et dire les **propriétés** qu'une **chose x** doit posséder pour qu'on puisse dire que « **x est une colombe** ». Mais, en théorématique, on ne dira pas qu'« **un chat n'est pas une colombe** » ou « **ne peut pas l'être** » dans l'absolu, et de même qu'« **une colombe n'est pas un chat** » ou « **ne peut pas l'être** ». On ne niera donc pas la **possibilité** qu'un **chat** puisse être quelque part une **colombe** aussi, à une certaine **échelle**, dans un certain **plan** ou **domaine** d'**existence**. On n'exclura pas d'office cette **possibilité** dans l'**Univers TOTAL**, **possibilité** ou **potentialité** qui est simplement une **chose** dans l'**Univers TOTAL**.

On ne niera donc pas cette **possibilité**, et ce malgré le fait que les **caractéristiques** d'un **chat** et celles d'une **colombe** peuvent être très **différentes** voire **contraires**, ou jugés incompatibles pour la logique de **négation**. Comme par exemple le fait qu'un **chat** ait **4 pattes** là où une **colombe** n'en a que **2**. Parler donc d'un animal dont le **nombre** de **pattes** est exactement **4**, en affirmant en même temps que le **nombre** de ses **pattes** est exactement **2**, peut paraître **contradictoire**, mais c'est parler simplement d'un animal qui possède les deux caractéristiques **contraires**. Et la notion d'**égalité** qui permet de décrire correctement ce genre d'êtres que nous qualifions d'**alternatifs**, ou ce genre de situations dans l'**Univers TOTAL**, est l'**équivalence**, ici: « **2 = 4** ».

Même si cela peut paraître absurde a priori, on pourra en théorématique poser le théorème : « **Un chat est une colombe** » ou « **Toute colombe est un chat** ».

Par exemple aussi, **affirmer** que tout **nombre entier naturel n** a un **successeur n+1 distinct** de **n**, comme **3** a comme **successeur 4 distinct** de **3**, et **affirmer** en même temps qu'entre un **nombre entier naturel n** et son

successeur n+1 il **existe** une **infinité** de **nombres entiers naturels intermédiaires**! C'est complètement incompréhensible pour la pensée de **négation**, on hurlera aussitôt au **paradoxe**, comme on le fait avec les situations nommées le paradoxe de Russell ou le paradoxe de Burali-Forti.

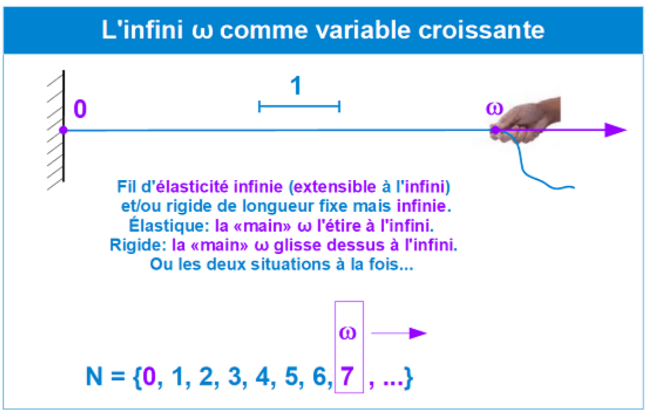
La logique de **négation** comprend très volontiers qu'entre le **nombre entier naturel n** et son **successeur n+1** il existe une **infinité** de **nombres intermédiaires**, mais dans ce cas elle exige qu'on change de terme, qu'on n'appelle plus ces **nombres intermédiaires** des **nombres entiers**, mais par exemple des **nombres décimaux**, **rationnels** ou **réels**, bref, tout sauf le même terme de « **nombre entier** » pour lequel on a défini la notion de **successeur**. Les **nombres intermédiaires** entre **n** et **n+1** doivent donc forcément être des **NON entiers**, avec une grosse **négation absolue** « **NON** » devant le mot « **entier** », sinon c'est un « **paradoxe** »!

Et puis aussi, tout le monde sait qu'un **nombre réel** n'a pas de **successeur**, puisque entre un **nombre réel x** et tout **nombre réel x+ε**, où **ε** est un **réel strictement positif**, aussi petit qu'on veut, oui entre **x** et **x+ε** donc, il existe une infinité de nombres réels intermédiaires, par exemple : **x+ε/2**, **x+ε/3**, **x+ε/4**, etc., et plus généralement : **x+ε/n**, où **n** est un **nombre entier naturel** ou même **réel** strictement supérieur à **1**. Dans ces conditions on ne peut pas dire qu'un **nombre réel** a un **successeur**. Par conséquent, entre un **nombre entier naturel n** et son **successeur n+1**, il ne peut pas y avoir d'autres **entiers naturels**, mais que des nombres qui sont des des « **NON entiers** », des **nombres réels NON entiers** donc. La **négation absolue** oblige à changer de terme sous peine de « paradoxe », exactement comme elle oblige à ne plus utiliser le mot « **ensemble** » pour parler de l'**ensemble de tous les ensembles**, mais changer de mot, « collection » par exemple, pour parler de la **collection de tous les ensembles**. On doit donc parler ici d'une **collection** qui est un « **NON ensemble** », sinon il y a tout un tas de méchants « paradoxes » qui vont nous dévorer ou faire exploser tout le système.

Et pourtant, on peut bel et bien parler de **nombres entiers** intermédiaires entre un **entier n** et son **successeur n+1**, et oser parler aussi de la notion de **successeur** d'un **nombre réel**, comme on parle de successeur d'un **nombre entier**, gommant ainsi la traditionnelle séparation entre les **nombres entiers** et les **nombres réels**. Comme on peut aussi tout à fait dire que dans l'ensemble des **nombres entiers naturels**: **N = {0, 1, 2, 3, …}**, tout élément **n** a un **successeur n+1**, et pourtant **affirmer** aussi cette chose « étrange » selon laquelle il existe un **dernier nombre entier naturel** nommé **w** ou **ω**, sans être obligé là aussi de changer de terme et de le déclarer « **NON entier naturel**» ou jouer sur les mots en l'appelant un « **nombre entier naturel NON standard** ». Autrement dit, malgré les apparences, cet ensemble est : **N = {0, 1, 2, 3, …, ω-3, ω -2, ω -1, ω }**, où **ω** est bel et bien le **dernier élément** de l'ensemble, et ce même si **ω+1** existe!

Ce n'est pas un paradoxe, mais cela s'appelle tout simplement une **logique cyclique**, ou cela s'appelle un **ensemble infini** (au bon sens de la notion d'**infini**), un **ensemble variable**, **dynamique**, **élastique**, etc.. L'élément **ω** est l'**entier** dont la spécificité est d'**être son propre successeur** (**ω = ω +1**), de **varier**, d'être **dynamique** et non pas **statique** ou **constant**, conférant ainsi cette **variabilité**, ce **dynamisme**, cette **élasticité**, à tous les autres **éléments**.

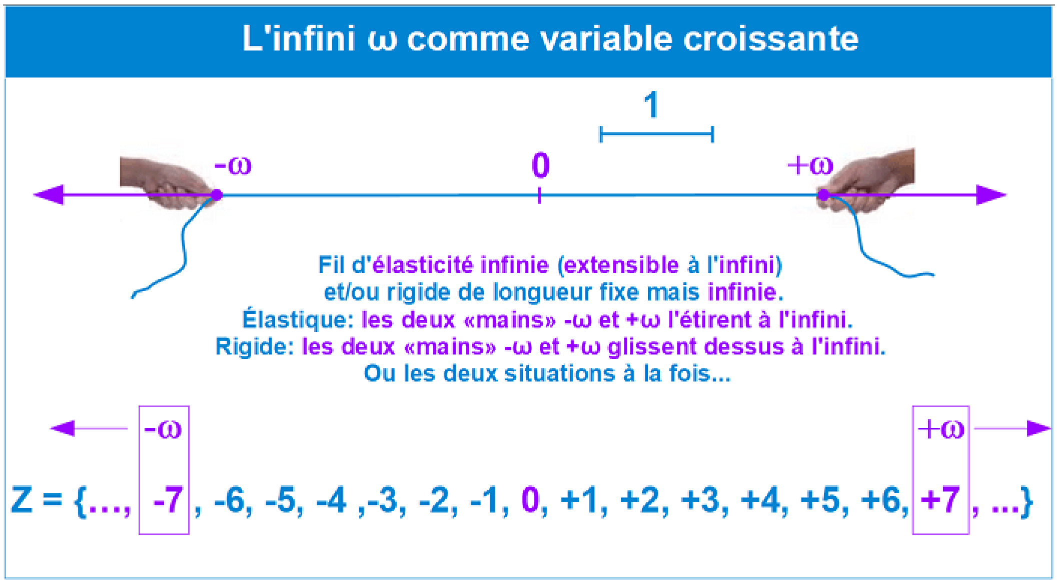
Pour comprendre la logique, il faut se donner un **segment longueur fixe 1** qui sert d'**unité** de **graduation**, et imaginer ensuite l'**ensemble N** comme un **élastique** de longueur **1** et même **0** au départ, qu'on fixerait par son bout appelé **0**, mais qu'on **étirerait indéfiniment** par son bout appelé **ω**, ce qui permet que, si à une étape la longueur n'est pas assez longue pour y graduer tout **nombre n**, il arrivera forcément un moment où la longueur sera suffisante pour contenir le **nombre n**.



Quand nous notons ainsi l'**ensemble N des nombres entiers naturels**, c'est ce que cela veut dire très exactement. Malgré les apparences donc, il existe bel et bien un **dernier entier naturel**, **ω**. Il est toujours **fini**, mais sa **variabilité**, son **dynamisme** ou son **élasticité** fait qu'il est **INFINI**! Dire qu'on **étire** l'**élastique** par l'extrémité **ω** revient à dire que **ω** est sans cesse **son propre successeur** : **$\omega = \omega + 1$**. Tout **nombre** a donc un **successeur**, y compris **ω**, et pourtant il est toujours le **dernier nombre**!

Et la situation **équivaut** aussi à dire que toute portion de l'**élastique** de **longueur 1**, par exemple la portion entre un point **n** et son **successeur n+1**, est sans cesse étirée pour prendre toute longueur désirée, afin d'y graduer d'autres **nombres entiers intermédiaires**. Si par exemple l'**intervalle [n, n+1]** s'étire pour devenir **intervalle [n, n+4.5]**, on peut maintenant y insérer les **entiers**: **n+1**, **n+2**, **n+3**, **n+4**. C'est ce qu'il faut entendre par l'idée apparemment fausse qu'entre un **nombre entier n** et son **successeur n+1**, il existe une **infinité** d'autres **nombres nombres entiers**. Cela veut dire simplement que, l'ensemble ayant cette propriété d'**élasticité**, l'**intervalle de longueur 1** peut s'étirer pour prendre toute longueur que l'on veut pour y insérer **tous les nombres entiers entiers intermédiaires** que l'on souhaite. Et tout cela veut dire que l'**égalité** avec laquelle on raisonne, avec laquelle l'**ensemble N** n'est plus **rigide**, **statique** ou **constant** mais **élastique**, **variable**, **dynamique**, n'est pas l'**identité** mais l'**équivalence**.

Et par conséquent aussi, on peut parler de l'ensemble **Z** des **nombres entiers relatifs** : **Z = {…, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, ...}**, et dire que chaque élément **n** de cet ensemble a un **successeur n+1** et un **prédécesseur n-1**, et pourtant **affirmer** aussi cette chose très « bizarre » selon laquelle il existe un **premier nombre entier relatif -w** ou **-ω**, et un **premier nombre entier relatif +w** ou **+ω**, autrement dit, que cet ensemble, malgré les apparences, est en réalité: **Z = {-ω, -(ω-1), -(ω-3), …, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, …, +(ω-3), +(ω-2), +(ω-1), +ω}**. Cette fois-ci, on étire l'élastique qu'est l'ensemble par les deux bouts.

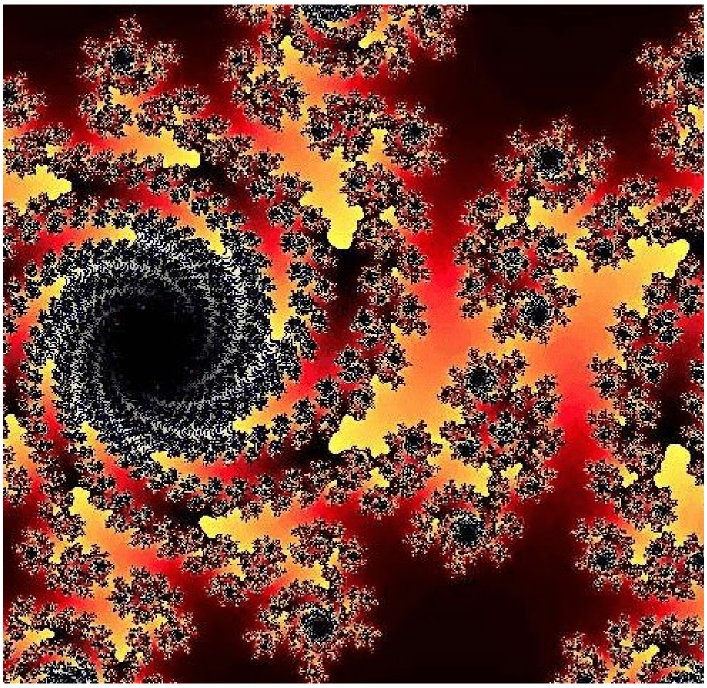


La **variable ω** pointe (en **valeur absolue**) donc toujours sur un certain **nombre entier naturel n**, appelé l'**étape ordinale**, qu'on peut, pour simplifier, imaginer comme voulant dire un « **instant** », comme si par exemple la valeur de **n augmentait** de **1** toutes les **secondes**, toutes les **nanosecondes**, ou toutes les **ε secondes**, où **ε** est un **nombre réel infiniment petit**, pouvant même valoir **$\theta = 1/w$**, où **w** est le **nombre infini omégaréel** construit dans la partie B. La laps de temps **ε** peut même valoir à souhait θ^2, θ^3, θ^4, etc., et même θ^w. Dans ce cas alors, **ω** a toutes les secondes pour valeur **w^2**, **w^3**, **w^4**, etc., ou même **w^w** ou au-delà. A cause de la **continuité** et de l'**élasticité**, l'**ensemble Z** a toujours une longueur **finie**, de formule générale **2n**, qui peut donc valoir : **$2w^2$**, **$2w^3$**, etc.. Ces **nombres finis** et pourtant **infinis**, et ces **nombres infinis** et pourtant **finis**, correspondent à ce qu'on appelle actuellement les **nombres entiers naturels** « **NON standard** ». Il n'y a rien de « **NON standard** » dans l'histoire, c'est juste qu'on est en présence d'un nombre **fini**, **standard**, mais **variable**, **dynamique**, **élastique**. Les **nombres** ne sont pas des objets **statiques**, mais **dynamiques**.

C'est le fait de **figer** les **nombres** comme des objets **statiques**, qui produit des **paradoxes**. La logique d'**identité** ou de **négation absolue** a pour conséquence de figer ainsi les **nombres**. Mais la logique d'**équivalence** ou d'**alternation** leur redonne tout leur **dynamisme**, qui est tout simplement le **dynamisme** de l'**Univers**. Nous sommes les **nombres** dont nous parlons, tout ce qui **vit**, **bouge**, **varie**, **tourne**, etc.. Les **nombres** ne sont pas des objets **inertes** et **abstraits** (coupés de la **Réalité** qu'est l'**Univers**) qui servent seulement à décrire ce qui **vit**, **bouge**, **varie**, **tourne**, etc.. Mais les **nombres SONT** les **choses** de l'**Univers**, ils sont ce qui **vit**, **bouge**, **varie**, **tourne**, etc.. C'est ce que veut faire comprendre maintenant la théorématique.

Les idées émises plus hauts paraissaient « paradoxaux » ou « étranges », et pourtant nous ne faisions qu'exprimer des vérités simples que nous observons autour de nous dans notre vie de chaque jour. Il existe une logique somme toute banale qui lève les apparents « paradoxes », celle de l'**élastique** ou la notion de **dynamisme** ou de **variabilité** (nous reviendrons là-dessus avec l'étude de la **relation d'ordre**, qui est la clef de la notion d'**ordinal**). Et, comme déjà évoqué aussi, il existe une **caractéristique** très importante de l'**Univers TOTAL** qui rend **tout énoncé vrai**, et cette **caractéristique** très fondamentale est simplement que l'**Univers TOTAL** a une nature **fractale**. La logique **fractale** va de paire avec la logique **cyclique**, et toute les deux sont conséquences de la logique de l'**équivalence** ou d'**alternation**. D'où aussi le:

THÉORÈME *T-FX: Fractale et XERY*
Pour tout **ensemble E** qui a une **structure fractale**, on peut toujours dire que **E est** n'importe laquelle de ses **parties e**, si petite soit-elle, et à l'inverse, que **e est** l'**ensemble E** tout entier! En effet, si **E** est **parfaitement fractal**, en faisant continuellement un zoom sur la **partie e**, il arrivera forcément une échelle où le zoom fera apparaître l'**ensemble E** tout entier, ce qui veut dire simplement que **e** est **équivalent** à **E**, en d'autres termes **e** cache **E** dans les profondeurs de sa **structure**, **e** cache donc sa nature de **E** qui n'apparaît donc pas forcément à ses échelles superficielles. Et donc, malgré les apparences et les **différences** de surface, « **E est e** » et « **e est E** », **E est** donc n'importe laquelle de ses **parties** (donc de ses **éléments**), et par conséquent, étant données deux parties (ou éléments) **X** et **Y** de **E**, malgré les **différences** apparentes, « **X est Y** » et « **Y est X** ».

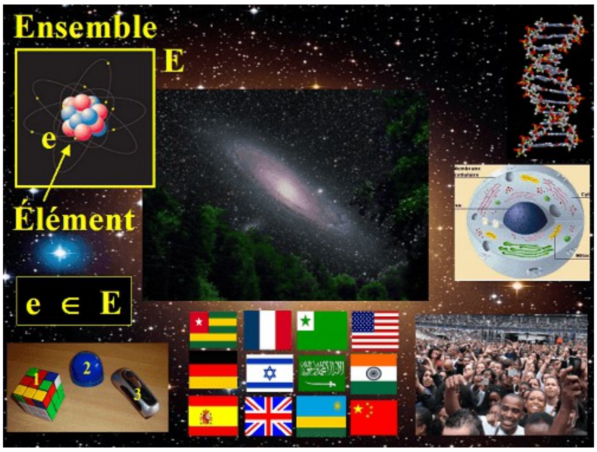


*Parce que l'**ensemble E** ci-dessus est une **structure fractale**,*
*en zoomant n'importe laquelle de ses **parties e**,*
même celles de couleur apparemment homogène (noire, jaune, orange, rouge, etc.),
*il arrivera forcément une échelle où toute la **structure** réapparaîtra,*
*car un **ensemble parfaitement fractal** est partout contenu en lui-même.*

Et parce que donc l'**Univers TOTAL** est un **ensemble parfaitement fractal** (la **Fractale Oméga** par excellence, et on verra ce que cela veut dire), **il est chacun de ses éléments**, au sens de l'**ontologie fractale** (qui est une **ontologie** d'**équivalence**) qu'on vient de définir. Et par conséquent, tout énoncé du genre : « **Un chat est une colombe** » ou « **Toute colombe est un chat** » est toujours vrai, à plus forte raison un énoncé du genre : « **Il existe un chat qui est une colombe** » ou « **Il existe une colombe qui est un chat** ». Là où l'**universel** est assuré, l'**existentiel** l'est encore plus.

Et maintenant, observons les définitions, les théorèmes et les énonces qui vont suivre, et constatons qu'effectivement ils ne sont qu'**affirmations** d'**être**, d'**existence**, etc., et tout au plus l'expression de **différence** ou de **contraire**. Nous disons donc simplement que les **choses SONT**, et **décrivons** ou **définissons** ce qu'elles **sont**.

b) Ensembles universels, quantiques, binaires (ou parenthésiques), unaires



Le mot clef **chose** étant posé, on peut maintenant définir la notion **universelle** d'**ensemble** et d'**élément** à partir de lui, et dans la foulée le concept d'**Univers TOTAL**.

On rappelle ceci, qu'on a vu dans la partie A, dans l'exposé du **Paradigme de l'équivalence ou de l'édentité:**

DÉFINITION: *D-UEN: Notion universelle d'ensemble*
Un **ensemble** est une **chose** ***formée*** d'**autres choses** appelées ses **éléments**. Et l'**Univers TOTAL** est par définition la **chose** ***formée*** par **toutes** les **choses**, c'est donc l'**Ensemble de toutes les choses**, noté **U**.

La notion d'**ensemble** qu'on vient de définir, ainsi que la notion d'**élément**, et qui repose sur le mot **chose** est la plus générale qu'on puisse définir, c'est la notion **universelle**. Elle est très intuitive, on en parlera donc comme d'**ensembles universels**. Aussi universelle et aussi intuitive que celle-là, il y la notion **quantique** d'**ensemble** ou d'**ensemble quantiques**, qu'on introduira un peu plus loin.

Dans cette définition **universelle** de la notion d'**élément**, le verbe **former** ou **constituer** est déterminant. Un ensemble est donc une **chose formée** ou **constituée** d'**autres choses** appelées ses **éléments**. Le mot **élément** a donc pour sens **universel** la notion de **constituant**, ou la notion de **partie** d'un **tout**, qui est l'**ensemble**. On distinguera aussi cette notion **universelle** et très intuitive de **partie** ou de **sous-ensemble**, avec une notion plus technique de **partie** ou de **sous-ensemble**, un sens restreint tel qu'on l'emploie en **théorie des ensembles** (comme celle de Zermelo-Fraenkel ou ZF), sens technique qu'on précisera plus loin.

Autrement dit, au sens **universel**, les notion d'**élément**, de **constituant**, de **partie**, de **sous-ensemble**, etc., qui sont très intuitive, ne se distinguent pas. On a simplement convenu techniquement de distinguer les notions d'**élément** et de **partie** (ou **sous-ensemble**), et ce qui justifie vraiment une telle distinction est en réalité la notion d'**ensemble quantique**. On comprendra pourquoi elle induit très naturellement cette distinction.

DÉFINITIONS *D-UEL: Notion universelle d'élément*

D-UEL 1) On écrira donc: **x ∈ y**, pour signifier que la **chose x** est un **élément** de l'**ensemble** qu'est la **chose y**, autrement dit, la chose **y** est **formée** de plusieurs **choses**, dont **x**. Ou en tout cas **y** est **formé** d'au moins une **chose**, qui est **x**. Et en particulier, **toute chose** est **formée** d'elle-même. Elle est donc un **ensemble** dont on connaît au moins un **élément**, au sens **universel** du terme **élément**, à savoir la **chose** elle-même. On a donc : **x ∈ x**, au sens **universel** de l'**appartenance** ou de la notion d'**élément**. Mais on réservera le symbole « ∈ » aux **éléments** de **niveau 1**, notion qu'on définira bientôt, et plus généralement la notion d'**élément** de **niveau n**.

D-UEL 2) Cette définition de la notion **universelle** d'**ensemble** qu'on vient de donner veut dire aussi que le mot **chose** est cette notion **universelle** d'**ensemble**, mais aussi la notion **universelle** d'**élément**. En effet, l'**ensemble** est une **chose**, et ses **éléments** sont des **choses**, qui sont elles-mêmes formées d'autres **choses**, leurs propres **éléments**, et ainsi de suite. Comme on vient de le dire, une **chose x** est formée d'elle-même, donc est, en ce sens **universel** d'**élément**, son principal **élément**, dit son élément de **niveau 0**.

D-UEL 3) La **relation** d'**appartenance** que nous venons de définir, et qui est synonyme de la notion **universelle** d'**élément**, est donc très générale, elle correspond à la relation habituelle d'**inclusion** dans la classique théorique des ensembles, relation d'**inclusion** notée « $\subset$ ». Dans l'approche classique, on introduit axiomatiquement la relation « $\in$ », et à partir d'elle on définit la relation d'**inclusion**, c'est-à-dire la relation **ensemble** et **partie**, ou la relation **ensemble** et **sous-ensemble**. Mais cette approche ne tient pas compte d'une réalité universelle, qui est la **transitivité** de l'**appartenance**, qui est justement l'une des propriétés fondamentales des **ordinaux** ou **nombres**, car aussi c'est une propriété fondamentale des **ensembles**.

On dit dans la vision classique d'un **ensemble x** est **inclus** dans un **ensemble y**, ou est une **partie** de **y**, ou encore est un **sous-ensemble** de **y**, si tout **élément z** de **x** est un **élément** de **y** :

$\mathbf{x \subset y \quad \Leftrightarrow \quad \forall z\,(z \in x \quad \Rightarrow \quad z \in y)}$.

L'idée dans la notion de **partie** ou de **sous-ensemble** est simplement d'exprimer cette vérité **universelle** qui est que si **x** est une des choses qui forment **y**, alors toute chose **z** qui forme **x** est aussi une des choses qui forment **y**. Autrement dit simplement, tout ce qui constitue ce qui me constitue me constitue aussi. Par exemple tout ce qui constitue mon bras me constitue, fait partie de mes constituants, de mon être. C'est cela la transitivité de la formation ou de la constitution, qui est la logique fondamentale des ensembles, le sens le plus fondamental et le plus général et le plus universel de la notion d'élément d'un ensemble, qui ne se distingue pas de la notion de partie ou de sous-ensemble, comme la vision classique le fait. L'Univers ne pose pas d'abord la notion d'élément, puis seulement après définit la notion de partie. C'est la même notion.

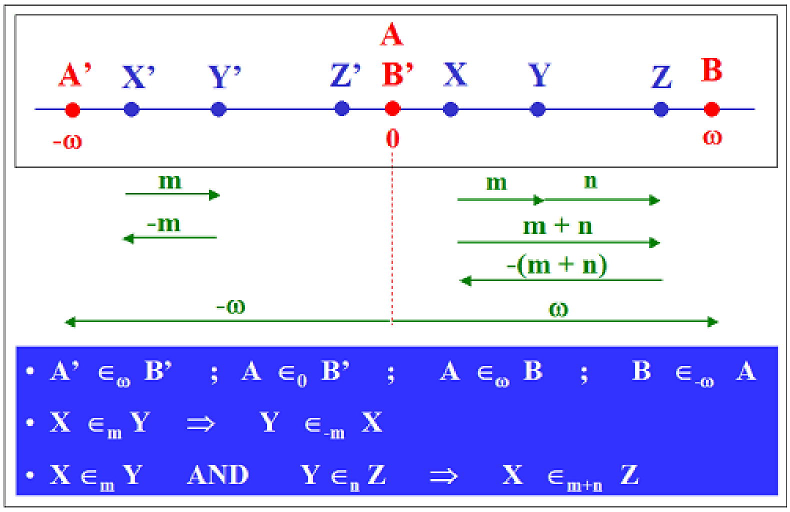
Mais seulement, la notion d'élément des théories des ensembles classiques, est un type très particulier de la notion universelle d'élément qu'on a définie, et dont on parlera par la suite. Ne prendre que ce type très particulier comme notion d'élément, fait commettre une erreur paradigmatique semblable à celle qui consiste à prendre l'identité comme notion générale d'égalité. Voyons le problème que pose cette notion restreinte d'élément d'un ensemble.

Considérons par exemple les ensembles: $\mathbf{a} = \{\mathbf{0, 1, 2, 5}\}$, et $\mathbf{b} = \{\mathbf{a, 3, 4}\}$. Dans cette vision classique de la notion d'élément, l'ensemble **a** possède 4 éléments, **0**, **1**, **2** et **5**, et l'ensemble **b** possède 3 éléments, **a**, **3** et **4**. Mais en fait, on ne parle que des éléments de niveau 1, et vu de ce niveau, **2** ou **5** ne sont pas des éléments de **b**. Or ceux-ci sont des éléments de **a**, qui est un élément de **b**, donc par la transitivité de la notion universelle d'éléments dont nous parlons, **2** et **5**, mais aussi **0** et **1**, sont des éléments de **b**. L'ensemble **a** est physiquement une partie de **b**, car tout ce qui forme **a** forme aussi **b**.

Il est vrai que **2** par exemple n'est pas un élément de **b**, mais il est vrai aussi qu'il est un élément de **b**. Dire ici une chose et en même temps son contraire, peut paraître une contradiction, et pourtant on comprend ce que cela veut dire. Si donc on ne se limite qu'aux éléments de niveau 1 pour définir la notion de partie de **b**, cette notion de partie elle aussi ne concerne que les éléments du premier niveau, elle ne reflète toute la réalité de la constitution de l'ensemble **b**, autrement dit, toute la logique de la notion universelle d'ensemble et d'élément.

DÉFINITION
La remarque qu'on vient de faire signifie que pour un ensemble **B** donné, on distingue ses éléments que l'on convient d'appeler ses éléments de niveau 1; et de même on convient des éléments de niveau 2, c'est-à-dire les éléments de niveau 1 de ses éléments de niveau 1; de même pour le niveau 3, c'est-à-dire les éléments de niveau 1 de ses éléments de niveau 1 de ses éléments de niveau 1, ainsi de suite. Étant donné ses éléments définis comme de niveau n, les éléments de niveau 1 de ceux-ci sont les éléments de niveau n+1 de **A**. Et par définition, l'ensemble **A** lui-même est appelé son élément de niveau 0.

On écrira : $\mathbf{x \in_n y}$, pour signifier que **x** est un élément de niveau n de **y**, n étant un nombre entier relatif. Et par définition, on écrira : $\mathbf{y \in_{-n} x}$. La notion universelle d'élément et la relation d'appartenance associée vérifie les propriétés illustrées par le schéma suivant :



Par exemple, étant donné l'ensemble qu'est un humain, on peut décider de considérer que ses éléments de niveau 1 sont sa tête, son thorax, ses deux bras, ses deux jambes. Et on peut décider que les éléments de premier niveau de bras sont sa main, son avant-bras, etc.. Ce sont donc des éléments de deuxième niveau de l'humain. Et maintenant, on peut décider que ses doigts de la main sont les éléments de premier niveau de la main, donc de troisième niveau du corps, et ainsi de suite. Et l'humain en entier est un élément de niveau 0 de lui-même. Et si par exemple on considère seulement ses deux bras et ses deux jambes, il s'agit d'un ensemble qui est une partie de l'humain, au sens d'élément de niveau -1. C'est cet ensemble qu'on appelle couramment les « membres » du corps.

Pour certains ensembles, les éléments des différents niveau s'imposent d'eux-mêmes. Par exemple, pour un arbre, les éléments de niveau 1 s'imposent naturellement comme étant les premières branches reliés au tronc, puis les éléments de niveau 2 qui sont les branches de celles-ci, puis les éléments de niveau 3 qui sont leurs propres branches, etc..

Remarque
Au sens universel des notions d'**élément** et de **partie**, les éléments de tous les niveaux de **A** sont tous des **parties** de **A**, les deux notions d'**élément** et de **partie** sont simplement la même notion. Mais en un sens restreint, on réserve habituellement le mot **élément** à ceux de niveau 1, et le mot **partie** aux éléments de niveau -1. Sans précision, c'est ainsi le sens que nous donnerons à ces mots par la suite. Et alors une différence apparaît entre les deux notions, et aussi on a une autre définition de la notion de partie, la notion classique.

DÉFINITIONS

i) Étant donné un ensemble **A** dont certains éléments au sens universel sont convenus comme les seuls à considérer comme de niveau 1, c'est-à-dire les seuls vérifiant: $\mathbf{x} \in_1 \mathbf{A}$ ou $\mathbf{x} \in \mathbf{E}$, tout ensemble **B** dont tous les éléments de niveau 1 sont des éléments de niveau 1 de **A**, est appelé une **partie** ou un **sous-ensemble** de **A**, au sens classique de ces notions et non plus universel, et on note: $\mathbf{B} \subset \mathbf{A}$. On dit que **B** est une **partie** rang 1 de **A**, ou simplement une **partie** de **A**. Et en particulier l'ensemble **A** lui-même ainsi que l'**ensemble vide**, habituellement noté ∅ ou { } et que nous notons aussi **O** ou **o** en minuscule (et qui au passage est la définition de l'**ordinal 0**) son des **parties** de **A**, habituellement appelés sa **partie pleine** et sa **partie vide**. Ce sont donc des **parties** particulières de **A**. Et l'ensemble dont les éléments de niveau 1 sont toutes les **parties** de **A**, est traditionnellement appelé l'**ensemble des parties** de **A**, et est noté: $\mathcal{P}$**(A)**. On démontre facilement que si **n** est le **cardinal** de **A**, c'est-à-dire le nombre de ses éléments de niveau 1, alors le **cardinal** de $\mathcal{P}$**(A)** est $\mathbf{2^n}$.

ii) Et tout ensemble **C** dont tous les éléments de niveau 1 sont des **parties** de **A**, c'est-à-dire des éléments de niveau de $\mathcal{P}$**(A)**, est appelé une **partie** de rang 2 de **A**. **C** est donc une **partie** de $\mathcal{P}$**(A)**. Et l'ensemble de toutes les **parties** de $\mathcal{P}$**(A)**, donc des **parties** de rang 2 de **A**, est noté $\mathcal{P}_2$**(A)**. Et son propre ensemble des **parties**, donc l'ensemble des **parties** de rang 3 de **A**, est noté $\mathcal{P}_3$**(A)**. Et ainsi de suite. Si $\mathcal{P}_n$**(A)** est l'ensemble **des parties** de rang n de **A**, son ensemble des **parties**, donc l'ensemble de toutes les **parties** de rang (n+1) de **A**, est $\mathcal{P}_{n+1}$**(A)**.

iii) Une **parties** de rang n de **A** est par définition appelée aussi un **élément** de niveau -n de **A**.

Remarque

Cette définition iii) ne coïncide pas forcément avec la définition posée plus haut : **x** $\in_n$ **y** $\Leftrightarrow$ **y** $\in_{-n}$ **x**, qui consiste à dire que si **x** est un **élément** de niveau n de **y**, alors par définition **y** est un élément de niveau -n de **x**, ce qui veut dire ici que **y** est un ensemble de niveau n de **x**, et en ce sens, **x** $\in_n$ **y** ou **y** $\in_{-n}$ **x** est encore écrit : **y** $\ni_n$ **x**. Autrement dit, en ce sens de la notion de niveau, les relations « $\in_n$ » et « $\ni_n$ » sont juste des relations réciproques l'une pour l'autre, comme le sont « < » et « > » par exemple. La relation « $\in$ » se lit : « est un élément de » ou « appartient à » ou « constitue » ou « est un constituant de », et sa réciproque « $\ni$ » se lit : « est un ensemble de... » ou « contient » ou « est constitué de » ou « est formé (entre autres) par ». En revanche, l'idée que : « **x** est une **partie** de rang n de **y** » se notera : « **x** $\subset_n$ **y** », et sa réciproque : « **y** $\supset_n$ **x** », qui est l'idée que « **y inclut** au rang n **x** ». Au sens universel de la notion d'ensemble et d'élément, cela veut dire aussi que **x** est un élément de **y**, en ce sens que tout élément **z** de **x**, à partir d'un certain niveau dans la structure de **x**, est l'un des éléments de niveau 1 de **y**. Et pour cela, **x** lui-même peut ne pas être un élément d'aucun niveau de **y**.

DÉFINITIONS *D-AENQ: Le connecteur ALTER et ensembles quantiques*

D-AENQ 1) La notion **universelle** d'**ensemble** consiste donc à dire : « Un **ensemble** est une **chose** ***formée*** d'**autres choses** appelées ses **éléments**. Et l'**Univers TOTAL** est par définition la **chose** ***formée*** par **toutes** les **choses**, c'est donc l'**Ensemble de toutes les choses**, noté **U**. »

Dans cette définition, le connecteur d'**alternation**, le mot « **autre** » ou « **alter** » comme pour dire « **autres choses** », n'est pas **exclusif** mais **INCLUSIF**, comme aussi le connecteur « **OU** », qui est le « **OU inclusif** » et non pas **exclusif**. Autrement dit, « **X OU Y** » signifie « **Soit X, soit Y, soit les deux** ». Mais le « **OU exclusif** » en logique consiste à dire : « **Soit X, soit Y, mais pas les deux à la fois** ». Le « **OU exclusif** » est synonyme aussi du fameux **principe de non-contradiction** et de son cousin le **principe du tiers exclu** en logique classique, la **logique de négation** (**absolue**). **Principe de non-contradiction** qui dit : « **Soit vrai, soit faux, mais pas les deux** ».

De la même façon, le connecteur « **alter** » ou le mot « **autre** » est **inclusif** dans sa généralité. Cela signifie qu'en disant ici qu'une **chose x** est **formée** d'**autres choses**, **x** lui-même peut être compté parmi ces **autres choses**, et même éventuellement ces **autres choses** (ces **alter choses**) peuvent se réduire à **une seule chose**, à savoir **x**. Il est alors un **ensemble** qui n'est **formé** que de **lui-même**, et on dit alors qu'il est **élémentaire** ou **atomique**.

ii) Mais le connecteur « **alter** » ou le mot « **autre** » au sens **exclusif** est tout simplement la notion de **différence**. En effet, dire « **x** » et dire que **y** est « **autre que x** », ou dire que « **x est une chose** » et « **y est une autre chose** », signifie que **x** et **y** sont des **choses différentes**, **distinctes**, autrement dit pas **identiques**, elles n'ont pas la même **identité**. Mais même dans ce cas, le second usage du connecteur **alter**, à savoir quand on dit que « **x est une chose** » et « **y est une autre chose** », et plus généralement « **x est un m** » et « **y est un autre m** », où **m** est n'importe quel **nom commun**, tout en disant que **x** et **y** sont deux **choses différentes**, on dit aussi en même temps que **x** et **y** ont la même **qualité m**, les deux sont des **m**, ils ont cette **propriété commune**, ils répondent à ce même **nom commun m**. Ils sont donc **égaux** ou la **même chose** du point de vue de la **qualité commune m**. C'est cela l'une des innombrables manières de définir la notion d'**équivalence**, qui fait appel à la notion d'**ensemble quantique**.

D-AENQ 2) Soit un **ensemble E**. On dit que **E** est un **ensemble quantique** si ses éléments de niveau 1 ont une **caractéristique commune** qui leur vaut d'être désignés par un même **nom commun e**. On dit alors que **E** est l'**ensemble de tous les e**, ou simplement l'**ensemble des e**. Et si **x** est un **élément** de niveau 1 de **E**, on dit alors que **x est un e**. On convient alors que pour un tel **ensemble quantique**, l'écriture : **x** $\in$ **E**, signifie : **x** $\in_1$ **E**, c'est-à-dire que **x** est un élément de premier niveau de **E**. Le mot **élément** sans précision du niveau, signifiera alors par défaut un élément de premier niveau.

Si tous les éléments de **E** de tous les niveaux sont aussi ses éléments de premier niveau, c'est-à-dire si tous les éléments de **E** de tous les niveaux ont la même caractéristique désignée par le **nom commun e**, alors on dit que **E** est un **ensemble quantique transitif**.

On a par exemple l'ensemble classique **N** des **nombres entiers naturels**, qui est un **ensemble quantique**, car ses éléments de premier niveau sont désignés par un même nom commun, à savoir « **nombre entier naturel** » ou « **entier naturel** ». L'écriture : **n** $\in$ **N**, signifie alors : **n** $\in_1$ **N**, qui veut donc dire que **n** est un élément de premier niveau de **N**. C'est ce qu'on entend par « **n est un entier** ». Et **E** est un ensemble **transitif**, car ses éléments sont des ordinaux, et un ordinal est un ensemble d'autres ordinaux, comme on l'a vu.

La notion que l'on désigne traditionnellement par le mot **ensemble**, et particulièrement en théorie des ensembles et en mathématique en général, est la notion d'ensemble quantique. Et aussi c'est sous forme quantique qu'on utilise le plus couramment la notion d'ensemble : ensemble des humains, ensemble des pays, ensemble des planète, ensemble des étoiles, etc., car les catégorie de choses, les ensembles donc, sont le plus souvent désignées par des noms communs.

Le plus grand des ensembles quantiques est l'**Univers TOTAL**, l'**Ensemble de toutes les choses**, l'ensemble donc dont les éléments sont désignés par le nom commun **chose**. C'est un **ensemble quantique transitif**, puisque les éléments de ses éléments sont des **choses** aussi, et tous ses éléments de tous les niveaux sont des **choses**.

THÉORÈME *T-ENQ: Ensembles quantiques*
Tout ensemble **E** peut être mis sous forme quantique, et même sous forme d'ensemble quantique transitif.

En effet, on peut choisir de donner un certain même nom commun **e** à tous ses éléments décidés comme de premier niveau. Par exemple, la Terre est subdivisée en partie appelés ses continents. Et on a un territoire d'Amérique du nord, subdivisé en sous-territoires appelés « États », ce qui fait que ce territoire s'appelle les « Etats-Unis ».

Et on peut choisir de donner un certain même nom commun **e** à toutes les choses qui constituent un ensemble **E**, c'est-à-dire à tous ses éléments de tous les niveaux. Le mot « **e** » aurait alors pour sens « **élément de E** » ou « **constituant de E** ». Et alors non seulement **E** devient l'**ensemble de tous les e**, donc un ensemble quantique, mais en plus, comme le mot « **e** » désigne **tous ses éléments**, **tous ses constituants** (donc aussi ses molécules, ses atomes, ses particules, etc., si c'est un ensemble matériel), alors l'ensemble **E** devient un ensemble quantique transitif. En effet, tous ses éléments de tous les niveaux ont la même caractéristique « **e** », qui a pour sens « **constituant de E** » ou « **élément de E** », qui est le nom commun par défaut, en l'absence de tout autre.

Cela veut donc dire que tout ensemble, donc toute chose, est par nature même un ensemble quantique transitif, à l'image de l'**Univers TOTAL**. C'est normal, puisqu'il est fait de toutes les choses, qui sont faites de choses, qui sont faites de choses, et ainsi de suite. Lui est l'Ensemble de toutes les choses. Et à son tour, toute chose **x** est faite d'autres choses, faites d'autres choses, etc.. Donc **x** reproduit le modèle général qu'est l'**Univers TOTAL**, c'est normal donc que **x** soit un **ensemble quantique transitif**.

DÉFINITION *D-EXIS: Notion d'existence*
Soit un ensemble **E**. Par définition, **exister** dans **E** c'est être un **élément** de **E**.

THÉORÈME *T-EXIS-LRT: Théorème de l'Existence, Loi de la Réalité TOTALE*
Toute chose x est un **élément** de l'**Univers TOTAL**. Autrement dit, **toute chose x existe** dans l'**Univers TOTAL**. C'est le **Théorème de l'Existence** ou la **Loi de la Réalité TOTALE**, qui s'écrit: $\forall x\ (x \in U)$.

COROLLAIRE:
L'**Univers TOTAL U** est un **élément** de lui-même : $U \in U$.

En effet, l'**Univers TOTAL**, l'**Ensemble de toutes les choses**, est lui-même une **chose**, donc un **élément** de lui-même : $U \in U$. Autrement dit, il est un élément de niveau 1 de lui-même, une **chose** parmi toute l'**infinité** des **choses**.
Ce corollaire est l'**auto-appartenance de l'Univers TOTAL**, qui est la clef de sa **structure fractale**, dont il sera question plus loin.

DÉFINITION *D-EDENQ: Équivalence et convention pour les ensembles quantiques*

Deux **choses x** et **y**, bien que pouvant être **distinctes** ou **différentes**, ont **toujours** une certaine **même qualité commune m**, qui fait qu'elles sont désignées par un même **nom commun m**. On dit donc que « **x est un m** » et on écrit : « **x =1 m**», qui est la **relation** d'**appartenance** à l'**ensemble des m**, qu'on notera **M**, et alors on notre habituellement : « $x \in M$ » et on lit : « **x est un élément de M** » ou «**x appartient à M** ». Et (comme on le détaillera par la suite), l'**ensemble M** défini ainsi par le **nom commun** ou la **qualité commune m**, est par définition un **ensemble quantique**, de **quantum** ou d'**unité m**. Et on dit que « **y est un autre m** » ou « **y est un alter m** », et on écrit : «**y =1 alter m**», et dire que « **y est un autre m** », c'est dire que **y** est aussi **un élément** de **M**, mais seulement **un élément de M différent** de l'**élément x**. On a donc aussi : « $y \in M$ ». Au regard de cette

qualité commune m, de cette **appartenance commune** à l'**ensemble M**, les deux **choses x** et **y** sont **égales**, **égalité** qu'on appelle donc une **équivalence**.

Convention
Par convention, si **m** est est un **nom commun**, qu'on écrira en minuscule, l'**ensemble quantique** défini par le **nom commun m**, et qui est donc l'**ensemble de tous les m** ou simplement l'**ensemble des m**, sera noté **M**, en majuscule. **M** est donc l'**ensemble de tous les m**, par défaut **tous les m** de l'**Univers TOTAL**, ou alors on devra préciser le **contexte C** auquel on restreint l'**ensemble quantique M**, on parle donc **tous les m** de **C**.

Par exemple, si le **nom commun m** est « **étoile** », il définit automatiquement l'**ensemble quantique Etoile**, qui est l'**ensemble de toutes étoiles** de l'**Univers TOTAL**, si l'on ne précise aucun **contexte C** de restriction, par exemple parler seulement de l'**ensemble de toutes les étoiles** de **notre univers**, celui que nous connaissons.

Cette convention minuscule pour le **nom commun** et majuscule pour l'**ensemble quantique** n'est pas toujours facile à respecter ou n'est pas forcément judicieux, c'est juste la notation par défaut, si aucune autre raison n'impose une autre notation. Par exemple, en vertu de cette convention, l'**Univers TOTAL**, l'**Ensemble de toutes les choses**, devrait être appelé **Chose**. Mais il est plus éclairant de l'appeler l'**Univers TOTAL**, mais en gardant toutefois à l'esprit qu'il est l'**ensemble quantique Chose**, défini par le **nom commun « chose »**. En comparaison, c'est moins gênant de dire que **Oiseau** désigne l'**ensemble de tous les oiseaux**.

La notion d'**ensemble quantique** est la manière la plus simple et la plus **universelle** de définir la **relation d'équivalence**. C'est tout simplement la **relation** de **coappartenance** à un **ensemble quantique**, c'est-à-dire un **ensemble** dont les **éléments** ont une même **propriété commune**, caractéristique de l'**ensemble** et de lui seul, synonyme de ce **ensemble** et de lui seul, et qui le distingue des autres ensembles. Une **propriété commune** que l'on peut désigner par un **nom commun m**. Tout **ensemble** au sens **universel** qu'on l'a défini plus haut (*une **chose formée** d'**autres choses** appelées ses **éléments***) peut être décrit comme un **ensemble quantique**. Il suffit pour cela de donner un **nom commun** à **toutes** les **choses** qui **forment** cet **ensemble**. On ne le fait pas toujours, mais on peut toujours le faire, rien absolument ne l'empêche. Par exemple on n'a pas eu l'idée de créer en langue française un **mot** spécial désignant **toutes les choses** qui **forment** un **corps humain**.

On a le mot **cellule** qui désigne certaines **choses** du **corps**, le mot **atome** des **choses** plus fines, le mot **particule** des **choses** plus fines encore, etc.. Et on a aussi les mots **organe**, **tissu**, etc.. Mais on n'a pas jugé utile d'introduire un **mot commun** pour désigner tout ce qui **forme** un **corps humain**, les **organes**, les **tissus**, les **cellules**, les **atomes**, les **particules**, etc.. Mais on pourrait le faire, et pourquoi pas par exemple le mot « **humel** » (pour dire « **éléments du corps humain** »). Et alors le corps humain devient un **ensemble quantique**, dont les **éléments** sont tous des **humels**, et leur **relation d'équivalence** est alors de fait d'être des **éléments** d'un même **corps humain**. Cet **ensemble** est alors ce qu'on appelle une **classe d'équivalence**, et les **différentes corps humains** sont les **différentes classes d'équivalences**.

DÉFINITION et THÉORÈME *DT-CEDEN: Classes d'équivalence*
C'est ainsi que la notion d'**ensemble** est tout simplement la notion de **classe** d'**équivalence** en parlant de l'**Univers TOTAL**. Les **différents ensembles** ou simplement les **différentes choses**, sont les **différentes classes d'équivalence** de l'**Univers TOTAL**. Contrairement à la notion habituelle d'**équivalence** où les **classes** sont obligées d'être **disjointes**, autrement dit d'être décrites avec le connecteur de **disjonction exclusive**, c'est-à-dire le « **OU exclusif**» (les **classes** sont des **partitions**, on appartient SOIT à une **classe M**, SOIT à une autre **classe M'**, mais pas à deux **classes différentes M** et **M'** en même temps), les **classes d'équivalences** de la conception **universelle** d'**équivalence** qu'on vient de définir ne sont pas **disjointes**, c'est le connecteur de **disjonction inclusive**, c'est-à-dire le « **OU inclusif**», ainsi que la **conjonction** « **ET** », qui est à l'oeuvre ici.

La disjonction « **OU** » donne lieu à l'opération d'**union** ou de **réunion** des **ensembles**, notée « $\cup$» :
$\mathbf{x \in (M \cup M') \Leftrightarrow x \in M}$ **OU** $\mathbf{x \in M'}$, où $\mathbf{M \cup M'}$ est à lire « **M union M'** »;
autrement dit, en langage des **ensembles quantiques** :
« x est un « m-ou-m' » » $\Leftrightarrow$ **« x est un m » OU « x est un m' »**.

L'**ensemble** $\mathbf{M \cup M'}$ est le nouvel **ensemble** formé en **réunissant** ou en **rassemblent** les **éléments** de **M** et ceux de **M'**, c'est-à-dire en réunissant les **m** et les **m'**. Par exemple, **Chat** désignant l'**ensemble des chats** et **Colombe** désignant l'**ensemble des colombes**, l'**ensemble** : **Chat** $\cup$ **Colombe** est celui obtenu en **réunissant** les **chats** et les **colombes**. Une **chose x** est donc un **élément** de **Chat** $\cup$ **Colombe** (ou « **Chat union Colombe** ») si **x est un chat** ou si **x est une colombe**, ne pouvant pas être les deux à la fois dans notre monde (parce que c'est un monde où les réalités sont souvent disjointes ou partitionnées, où les choses et les êtres sont séparés), mais pouvant tout à fait être les deux à l'échelle de l'**Univers TOTAL**, entre autres en raison de sa nature **fractale**. Un élément de **Chat ∪ Colombe** est appelé un « **chat-ou-colombe** », donc **Chat ∪ Colombe** est l'**ensemble** des « **chats-ou-colombes** ».

Et la conjonction « **ET** » quant à elle donne lieu à l'opération d'**intersection** des **ensembles**, notée « ∩» :
$x \in (M \cap M') \Leftrightarrow x \in M$ **ET** $x \in M'$, où $M \cap M'$ est à lire « **M inter M'** »;
autrement dit, en langage des **ensembles quantiques** :
« x est un « m-et-m' » » ⇔ « x est un m » ET « x est un m' ».

L'**ensemble M ∩ M'** est le nouvel **ensemble** formé en considérant les **éléments** appartenant **à la fois** aux deux **ensembles M** et **M'**, c'est-à-dire les choses qui sont **à la fois** des **m** et des **m'**. Ainsi **Chat ∩ Colombe** est l'**ensemble** des **choses** qui sont **à la fois** des **chats** et des **colombes**. Une **chose x** est donc un **élément** de **Chat ∩ Colombe** (ou « **Chat inter Colombe** ») si **x est un chat** et si **x est une colombe** aussi, et ces choses existent et simplement ceci a un sens, car l'**Univers TOTAL** est **fractal**. Un **élément** de **Chat ∩ Colombe** est appelé un « **chat-et-colombe** », ce qu'on dirait habituellement un « **chat-colombe** » (comme on dit par exemple « **poisson-chat** »), donc **Chat ∩ Colombe** est l'**ensemble** des « **chats-et-colombes** », c'est-à-dire des « **chats-colombes** ». Il y a par exemple ainsi des « **humains-dieux** » ou « **humains-anges** », et aussi des « **humains-diables** » ou « **humains-démons** ». Et il n'est pas nécessaire d'aller loin pour les voir, d'aller au fin fond de l'univers ou dans un monde inconnu ou imaginaire. Il suffit simplement de bien ouvrir les yeux dans notre monde, dans la rue, et même très souvent simplement dans notre voisinage. A bon entendeur....

E, **A**, **B**, **C**, **M**, **M'**, **M''**, etc., étant des ensembles quantiques, et en considérant au besoin le plus grand ensemble quantique dont tout autre est non seulement une partie mais aussi un élément, à savoir l'**Univers TOTAL U**, on déduit les propriétés très classiques de l'opération de **réunion** et d'**intersection** des **ensembles**, qui sont les suivantes :

→ $A \cup \varnothing = \varnothing \cup A = A$, où $\varnothing$ désigne l'**ensemble vide**, qui « **n'a aucun élément** ». Mais en théorématique où la **négation absolue** n'a plus cours, et surtout parce l'**Univers TOTAL** ayant une nature **fractale**, tout **ensemble** a toujours des **éléments**. En zoomant donc dans ce qui paraît « vide », on arrive toujours à une échelle où non seulement on trouve des éléments, mais on retrouve toujours à un moment donné une nouvelle version de l'**Univers TOTAL**, l'**Ensemble Plein**!

Comme la **négation** qui lui est très étroitement liée (et même simplement synonyme), la notion de **vide absolu** (c'est-à-dire ici la notion **négative** de **vide**) n'a plus cours. Elle cède la place à un notion **relative** (c'est-à-dire ici **affirmative**, **positive**). Dire qu'un ensemble «**n'a aucun élément** » c'est dire qu'il « a **0 élément** », donc a un **nombre** d'**éléments** appelé **0**, et qui doit être un **nombre** comme les autres, comme aussi l'**infini** ou **ω** son inverse. D'un **ensemble E** on dit : « **E a 0 élément** », ou « **E a 1 élément** », ou « **E a 2 éléments** », ou **E a 3 éléments** », …, ou **E a ω éléments** ». Quel que soit donc l'énoncé, même pour dire que **E** est l'**ensemble** « **vide** » ou « **n'a aucun élément** », il est donc toujours de la forme: « **E a n éléments** », donc un énoncé théorématique, sans négation absolue. Et dire que « **E a 0 élément** » c'est juste dire que **E** a un **nombre** d'**éléments** appelé **0**, et qui la la propriété du **0**, l'**identité** du **0**, et qui est : « $1 = 1 + 0$ », la même **identité** pour l'**infini ω**, étant, comme on l'a dit au début : « $\omega = \omega + 1$ ».

La première, « $1 = 1 + 0$ », dit que **0** est un **élément neutre** par rapport à **1** et que **1** est un **élément absorbant** par rapport à **0**, ce qui veut dire ici que **1** est **infini** par rapport à **0**, en comparaison **multiplicative**. Et la seconde, « $\omega = \omega + 1$ », dit que **1** est un **élément neutre** par rapport à **ω** et que **ω** est un **élément absorbant** par rapport à **1**, ce qui veut dire ici que **ω** est **infini** par rapport à **1**, en comparaison **multiplicative**. Et l'**égalité** :
$A \cup \varnothing = \varnothing \cup A = A$, dit ici que tout ensemble **M absorbe** l'**ensemble vide ∅**, pour l'opération de **réunion** des **ensembles** (qui est en fait la définition **ensembliste** de l'opération d'**addition**). On ne fait donc pas de **négation** avec **0** ou **∅**, on énonce juste sa propriété, son identité.

On peut donc interpréter « **E a 0 élément** » par la négation : «**E n'a aucun élément** », mais en fait on n'a rien nié, on a juste dit que « **E a 0 élément** », on a indiqué son nombre d'éléments. Un ensemble « vide » est juste un ensemble dont on a convenu de ne pas considérer ses éléments, de prendre comme le commencement des ensembles, l'ensemble le plus petit, l'**alpha**, sans indiquer des ensembles plus petits que lui (qui sont les ensembles dits **négatifs**, les éléments du « vide », dits pour cela « **inexistants** ». Mais ils existent dans l'absolu, ils sont la définition ensembliste de la notion de **nombres négatifs**, au vrai sens du terme. A ne pas confondre avec les **nombres antitifs** ou **anti-nombres**, qui sont juste l'**orientation opposée** ou **contraire** des **nombres** convenus comme **positifs** ou **anitifs**. L'ensemble est dit « vide » aussi si l'on convient de ne pas indiquer les

nombres avant lui dans l'**ordre** des **ensembles**, et qui parle de l'ordre par ici encore simplement de l'**orientation** des nombres, donc ici encore de **nombres antitifs**. La plus part du temps donc, l'ensemble « vide » signifiera une orientation de l'ordre des ensembles, et les ensembles spéciaux qui servent à **ordonner** ou à **orienter** les autres ensembles, sont les **ordinaux**. Et de ce point de vue, le **0 absolu** est juste **conventionnel**, il est l'ensemble pris comme **origine** des ensembles, exactement comme on choisit un point sur une **droite** comme **origine** des nombres et le **0 absolu**, le choix pouvant être porté sur un autre point.

On choisit donc ici un **ensemble** convenu comme « **vide** » et noté $\varnothing$ ou **0**, et on pose que la réunion de tout ensemble **A** avec $\varnothing$ ou **0** donne **A**, donc la première propriété : $A \cup \varnothing = \varnothing \cup A = A$.

→ $A \cup B = B \cup A$; par là on décide simplement de ne pas considérer de manière générale l'**ordre** des **éléments** d'un **ensemble** donné. Quel que soit donc l'**ordre**, c'est le même **ensemble**.

→ $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$; c'est l'**associativité** de la **réunion**, de laquelle découle l'**associativité** de l'**addition**.

→ $A \cup A = A$; on décide par là de ne compter chaque élément d'un ensemble qu'une fois. Par exemple, si **a**, **b** et **c** sont trois choses distinctes, et $E = \{a, b, c\}$ étant l'ensemble dont les éléments, dits de niveau 1 (on détaillera cette notion parla suite) sont **a**, **b** et **c**, alors on a :
$A \cup A = \{a, b, c\} \cup \{a, b, c\} = \{a, b, c, a, b, c\} = \{a, b, c\} = A$, car on ne compte chacun des éléments **a**, **b** et **c** qu'une fois.

Mais, en théorématique, l'intérêt de cette propriété est plus que le simple souci de ne pas avoir des doublons dans la liste des éléments. Etant entendu que l'opération de réunion « $\cup$ » est la définition fondamentale de l'**addition**: $A \cup B = A + B$, et que, comme on le détaillera plus loin, la notion d'**ensemble** est la notion la plus fondamentale et la plus générale de **nombre**, l'égalité: $A \cup A = A + A = A$, pose les bases d'une algèbre dite des **générescences**. Car $A \cup A$ ou $A + A$ est noté **AA**, et $A \cup A \cup A$ ou $A + A + A$ est noté **AAA**, et ainsi de suite pour : **AAAA**, **AAAAA**, etc.. Nous appelons les assemblages de cette forme des **générescences** ou **formations unaires**, parce qu'ils sont formés par **un seul élément de base**, **M**, appelé le **quantum** ou l'**unit** des **générescences** ou **formations**. Et nous les appelons aussi des **informations unaires**, car ce sont des **informations formées** par **une seule information élémentaire**, **A**. Et les objets : **∅, A, AA, AAA, AAAA, …, A...**, respectivement notés : **0A, 1A, 2A, 3A, 4A, …, ωA**, sont la manière la plus simple de définir les **ordinaux** ou **nombres entiers** : **0, 1, 2, 3, 4, …, ω** .

Et cette propriété: $A \cup A = A + A = A$, qui commence par dire : $A = 2A$ ou $2A = A$, est le début de la chaîne infinie d'**équivalences** : $0A = 1A = 2A = 3A = 4A = \ldots = \omega A$, c'est-à-dire simplement : $0 = 1 = 2 = 3 = 4 = \ldots = \omega$, qui est l'**équivalence universelle** de référence, c'est-à-dire ici la notion d'**équivalence** de **tous les nombres entiers**, ceux qui répondent au nom commun « **entier naturel** », autrement dit encore la **classe d'équivalence** formée par les **nombres entiers**, de **0** à l'**infini**, de l'**alpha** (**0**) à l'**oméga** (**ω**). C'est la base de l'**algèbre des générescences**, qu'on verra plus en détail, qui est aussi l'**algèbre fractale**, et tout simplement c'est la base de l'**algèbre de l'équivalence**, celle avec laquelle le signe de l'**égalité**, « = », veut dire « **équivalent** ».

→ $A \cap \varnothing = \varnothing \cap A = \varnothing$; ici cela veut dire que l'**ensemble** des **éléments** que **A** et l'**ensemble** convenu comme **vide** ont en commun, est évidemment **vide** aussi. Pour l'**intersection** donc, c'est donc qui **absorbe** les autres **ensembles**, qui sont **neutres** par rapport à lui.

→ $A \cap B = B \cap A$; évident.

→ $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$; c'est l'**associativité** de l'**intersection**.

→ $A \cap A = A \cap A = A$; évident aussi, car l'**ensemble** des **éléments** que **A** et **A** ont **en commun** sont les **éléments** de **A**. On peut aussi poser l'algèbre des générescence sur cette base-là.

→ $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$; si par exemple **A** est l'ensemble des terriens parlant **anglais**, **B** ceux parlant le **bulgare** et **C** ceux parlant le **chinois**, en réunissant les terriens parlant le **bulgare** et le **chinois**, ceux parmi eux parlant aussi l'**anglais**, c'est évidemment la **réunion** de ceux parlant le **bulgare** et l'**anglais**, et de ceux parlant le **chinois** et l'**anglais**.

DÉFINITION

A et **B** étant deux **ensembles quantiques**, on l'appelle l'**ensemble** « **A moins B** », et on le note « **A – B** » et quelques fois aussi aussi : « **A\B** », l'**ensemble** formé par les **éléments** de **A** qui ne sont pas dans **B**. Autrement dit, tous les **éléments** de **A** sauf ceux qui dans **A** sont aussi des **éléments** de **B**. Cette définition a un intérêt particulier si **B** est une **partie** de **A**. Dans ce cas, **A – B** ou **A\B** est l'ensemble **A** privé de sa partie **B**.

Par exemple, si **A** est l'ensemble des terriens parlant **anglais**, et **B** ceux parlant **bulgare**, **A – B** ou **A\B** est l'ensemble des **anglophones ne** parlant pas **bulgare**. Et si **A** est la population américaine dans son ensemble et **B** les habitants de Boston (dans ce cas donc **B** est une partie de **A**), alors **A – B** ou **A\B** est l'ensemble des américains qui n'habitent pas à Boston.

On a alors les propriétés évidentes suivantes:

→ Pour tout ensemble **A**, on a :

$\mathbf{A} - \varnothing = \mathbf{A}$;

$\varnothing - \mathbf{A} = \varnothing$;

$\mathbf{A} - \mathbf{A} = \varnothing$.

DÉFINITION

E étant un **ensemble quantique** et **A** et **B** étant deux **parties** ou **sous-ensembles** de **E** (on détaillera la notion de **partie** ou de **sous-ensemble** bientôt, mais pour l'instant continuons à prendre la notion dans son sens intuitif), on dit que **A** et **B** sont **complémentaires** dans **E**, si : $\mathbf{E} - \mathbf{A} = \mathbf{B}$. Et donc aussi, par symétrie: $\mathbf{E} - \mathbf{B} = \mathbf{A}$.

Autrement dit, $\mathbf{E} - \mathbf{A} = \mathbf{B}$ est l'ensemble obtenu en enlevant dans l'ensemble total **E** les éléments de **A**, par exemple en considérant la population de la métropole française (**E**) sauf les habitants de l'Île de France (**A**). Alors l'ensemble restant, **B**, est ce qu'on appelle le province. Donc en enlevant des habitants de la métropole française (**E**) les habitants de la province (**B**), le reste c'est l'Île de France (**A**). Étant entendu qu'on ne considère qu'une résidence administrative pour chaque habitant, et que pour ceux qui habitent à la fois dans l'Île de France et la province, on convient de ne choisir qu'une seule des deux résidences, alors **A** et **B** n'ont pas d'élément en commun : $\mathbf{A} \cap \mathbf{B} = \varnothing$ (ils sont donc disjoints) mais en les réunissant, cela donne l'ensemble de la population de la métropole française : $\mathbf{A} \cup \mathbf{B} = \mathbf{E}$. D'où :

THÉORÈME

Dire que deux parties **A** et **B** d'un ensemble **E** sont **complémentaires** dans **E**, c'est dire que: $\mathbf{A} \cup \mathbf{B} = \mathbf{E}$ et $\mathbf{A} \cap \mathbf{B} = \varnothing$.

La notion d'ensembles complémentaires nous servira par exemple à définir, pour une **relation binaire R** donnée, son **anti-relation** notée : **¬R** ou encore **anti-R**, ce qu'on appellerait actuellement volontiers **non-R**, avec toutes les précautions qui s'imposent pour le connecteur « **non** », qui ne doit pas être la **négation absolue**. Car, comme on le constate, il est assez facile de se trouver dans des situations où le « **vide** » ∅ n'est pas **vide**, car le « **vide** » n'est souvent qu'une convention, il a toujours quelque part des éléments cachés. Par conséquent, deux ensembles **A** et **B disjoints** : $\mathbf{A} \cap \mathbf{B} = \varnothing$, ont toujours quelque part des éléments en commun.

c) Générescences ou ensembles unaires, et ensembles unidaux ou parenthésiques

DÉFINITION *D-ENUU: Ensembles unaires et ensembles unidaux*

D-ENUU 1) On appelle un **ensemble binaire** un **ensemble** formé par **un seul éléments** de base, que nous noterons **u**, ou **a**, ou **0**, etc.. L'**ensemble unaire** est appelé une **générescence** ou une **information unaire**, et l'**unique élément** de base qui **génère** ces **ensemble** est appelé l'**unit**, le **quantum**. L'**unit** ou **quantum absolu** est **U** ou **1**, c'est-à-dire l'**Univers TOTAL**.

Les **ensembles unaires** ou **générescences** ou **informations unaires** d'**unit u** sont donc : **o, u, uu, uuu, uuuu, …, u...**, où **o** représente l'**ensemble vide** de ces **ensembles unaires**, appelé l'**alpha**. A l'opposé, on a **u...**, à lire « **u gener** » ou « **u génère** » ou encore « **u djénère** » (prononciation anglophone), qui signifie qu'il est constitué d'une **infinité** d'**units u**, et très précisément de **ω units**. Il est appelé l'**oméga**. Les **ensembles** : **ou, u, uu, uuu, uuuu, …, u...**, sont alors respectivement notés : **0u, 1u, 2u, 3u, …, ωu**. Et en particulier, quand l'**unit** est **U** ou **1**, l'**unit absolu**, les **ensembles** : **O, U, UU, UUU, UUUU, …, U...**, où **U...** est noté **Ω**, sont la définition absolue des **nombres** : **0, 1, 2, 3, …, ω**.

Les **ensembles quantiques** sont tout simplement une notion d'**ensemble unaire**, puisqu'un **ensemble quantique** consiste en la **répétition** de **choses** répondant à un même **nom commun m**, à savoir : **0m, m, mm, mmm, …, m...**, autrement dit : **0m, 1m, 2m, 3m, …, ωm**. Et **m...** ou **ωm** ou **M**, est précisément cet **ensemble quantique**, à savoir donc l'**ensemble de tous les m** de l'**Univers TOTAL**. Ses **éléments** au sens universel de la notion d'**élément**, c'est-à-dire ses **parties**, sont donc : **0m, m, mm, mmm, …, m...**, ou: **0m, 1m, 2m, 3m, …, ωm**. L'**ensemble** « **0m** » représente l'**ensemble vide** ou l'**alpha**, et l'**ensemble** « **ωm** » ou **m...** ou **M** représente l'**ensemble plein** ou l'**oméga**, c'est-à-dire l'**ensemble quantique** lui-même.

Par exemple, l'**ensemble quantique** défini par le **nom commun** « **étoile** » est: **Etoile** ou **étoile...** ou **ω étoiles**, dont les **éléments** ou **parties** sont : **0 étoile, étoile, étoile étoile, étoile étoile étoile, …, étoile...**, c'est-à-dire : **0 étoile, 1 étoile, 2 étoiles, 3 étoiles, …, ω étoiles**. L'**ensemble** « **0 étoile** » représente l'**ensemble vide** ou l'**alpha**, et l'**ensemble** « **ω étoiles** » ou « **étoile...** » ou **Etoile** représente l'**ensemble plein** ou l'**oméga**, qui est l'**ensemble de toutes les étoiles** de l'**Univers TOTAL**.

Et justement l'**Univers TOTAL** est lui-même le plus grand **ensemble quantique**, le **modèle** de tous les autres. Il est défini par le **nom commun chose**. Ses **éléments** ou parties sont : **0 chose, chose, chose chose, chose chose chose, …, chose...**, c'est-à-dire : **0 chose, 1 chose, 2 choses, 3 choses, …, ω choses**. L'**ensemble** « **0 chose** » représente l'**ensemble vide** ou l'**Alpha**, et l'**ensemble** « **ω choses** » ou « **chose...** » ou **Chose** représente l'**ensemble plein** ou l'**Oméga**, qui est l'**Ensemble de toutes les choses**, c'est-à-dire l'**Univers TOTAL**.

On reviendra plus en détail sur les **ensembles unaires** ou **générescences** ou **informations unaires**. Ce qui nous intéresse pour l'instant est la notion d'**ensemble binaire**.

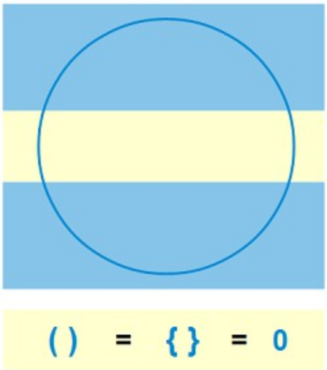
D-ENUU 2) Dans sa définition la plus générale, un **ensemble binaire** est un **ensemble** formé seulement par **deux éléments** de base **distincts**, que nous noterons **u** et **v**, **a** et **b**,ou encore **0** et **1**, appelés habituellement les **bits**, par opposition à **unit** pour les **ensembles unaires**. On l'appelle encore une **générescence binaire**, une **information binaire**, etc.. Mais on réservera le terme « **générescence** » au cas des **ensembles unaires**.

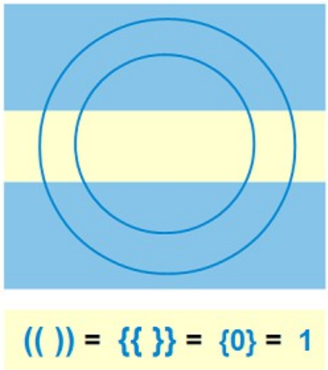
En ce sens, le système de **numération binaire** par exemple est un système d'**ensembles binaires**. Le **nombre 1010100010111** est un **ensemble binaire**.

Mais en un sens plus restreint, on appellera un **ensemble binaire** les **ensembles** dits **parenthésiques**, que nous allons construire maintenant. On savait que les **ordinaux** sont les **ensembles spéciaux** dont le rôle est de **bien ordonner** les autres **ensembles**, ce qu'on appelle habituellement la **relation** de **bon ordre**. Nous voulons maintenant faire comprendre que cette logique est absolument générale dans l'**Univers** des **ensembles universels**, c'est-à-dire dans l'**Univers TOTAL**, l'**Ensemble de toutes les choses**. Les **ensembles universels** s'organisent par **types** d'**ensembles** qui confèrent leurs **spécificités** aux autres **ensembles**, qui font donc que tous finalement sont ce qu'eux sont. Le **bon ordre** est une **spécificité**, celle des **ordinaux**, qui font donc que finalement tous les **ensembles** sont des **ordinaux**. C'est cette réalité qu'on exprime simplement avec l'**axiome du choix** ou le **lemme de Zorn**.

Et maintenant nous allons faire découvrir un **type** d'**ensembles**, les **ensembles parenthésiques**, qu'on peut simplement appeler les « **parenthèses** », exactement comme on dit les « **ordinaux** ». Leur rôle à eux est de conférer à tous les autres **ensembles** la **structure spéciale** qu'est la **structure de parenthèses**. Dans la pratique des mathématiques et des sciences, on a l'habitude de voir les **parenthèses** comme simplement des objets métamathématiques qui servent à structurer les expressions, comme par exemple: **X = ((a+b)(a-b) – (c + d))(e-f)**, qui fait voir la **structure** de **parenthèses** : **(( )( )( ))( )**, ou comme : **A = {a, b, c, {d, e, {f, g}}, h}**, qui met en évidence la structure : **{{{ }}}**, et plus exactement la structure : **{ , , , { , , { , }}, }**, qui, comme on le verra, signifie : **{ }{ }{ }{ { }{ }{{ }{ }}}{ }**, car en fait même la **virgule** « **,** » n'est pas un simple symbole métamathématique, elle a une signification précise, à savoir l'assemblage « **}{**», qui fait office de « **cloison** » de séparation dans le langage des **structures** de **parenthèses**, que nous allons découvrir.

Nous en revenons maintenant aux **unids** ou **hypersphères** introduits dans la partie A. Voici les **structures** correspondant aux **ordinaux 0** et **1**.

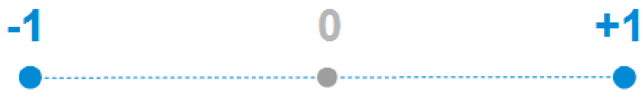




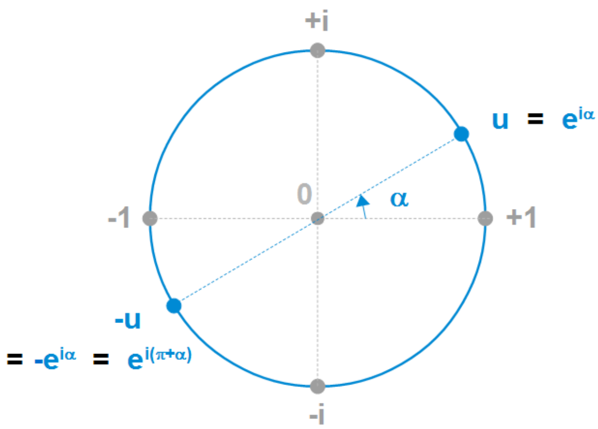
*Les **structures parenthésiques** sont simplement aussi les **structures** des **hypersphères**: **point**, **bipoint**, **cercle**, **sphère**, **sphère 4**, etc., que nous appelons les **univs**, et les **hypersphères** ou **univs** de **rayon 1** sont appelées les **unids**.*

On rappelle :
*Le **POINT** est l'**unid** de **dimension 0**, appelé le **0-unid** ou **0-univ** il est pour cela à la fois le **0** et le **1** :*

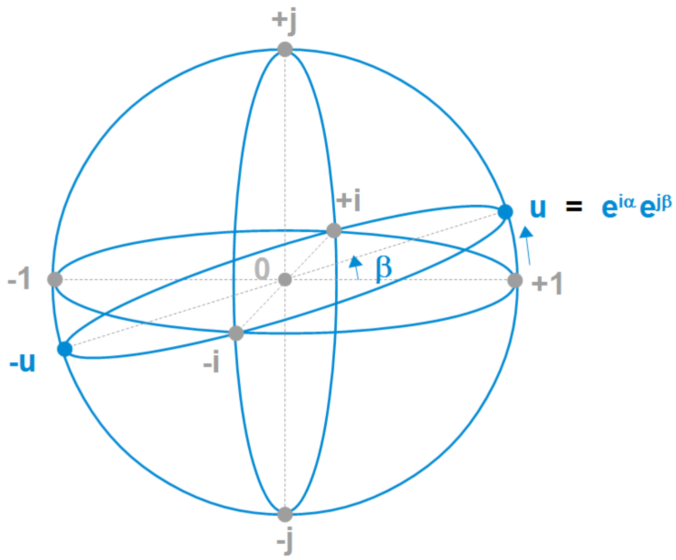
*La prochaine **hypersphère** ou **univ** est le **1-univ**, de **dimension 1**. Et si la **longueur** est **2**, alors le **rayon** est **1**, ce qui est le **1-unid**:*



*Et maintenant, le **2-unid**, le **disque** de **rayon 1**, un **espace** de **dimension 2** dont l'**enveloppe** est le **cercle**:*



*Et le **3-unid**, la **sphère** de **rayon 1**, un **espace** de **dimension 3** dont l'**enveloppe** est une **surface sphérique** (**dimension 2**):*



*Cette **enveloppe sphérique** est **générée** par une rotation idoine du **2-unid**.*
*Tout **d-unid** a ainsi une **enveloppe** qui sépare un **intérieur** (le **contenu**) d'un **extérieur**.*
*Ce que nous appelons donc les **parenthèses** en **dimension 1**,*
*c'est le **cercle** en **dimension 2**, la **sphère** en **dimension 3**, le **sphère 4** en **dimension 4**, etc..*

DÉFINITIONS

Pour résumer et récapituler, la propriété générale des **unids** est très simple:

i) On rappelle cette définition donnée donnée à la fin de la partie B. On appelle un **0-unid** ou **point**, un **nombre omégaréel** α quelconque, un élément de $\mathbf{R}_\omega$ donc, et plus généralement de $\mathbf{R}^R$, ensemble de **nombres omégaréels** qu'on appellera **E**. Soit un **nombre entier naturel** non nul **n**, et plus généralement un élément non nul **n** de $\mathbf{N}_\omega = \{0, 1, 2, 3, 4, \ldots, w\text{-}4, w\text{-}3, w\text{-}2, w\text{-}1, w\}$. Soit l'ensemble des indices: $\mathbf{I} = \{0, 1, 2, 3, \ldots, n\text{-}1\}$. On considère l'**espace vectoriel** $\mathbf{E}^n$, de **dimension n**, **coefficients** dans **E**. Ses éléments sont donc les **vecteurs** $(x_0, x_1, x_3, \ldots, x_{n-1})$, notés $(x_i)_{i\in I}$, les **familles** d'éléments de **E** indexées par **I** donc. Pour un indice **i** donné, on considère le **vecteur de base** canonique noté ici ω^i, qui est tel que $x_i = 1$, et tel que $x_j = 0$, pour **j** différent de **i**. On a donc: $\omega^0 = (1, 0, 0, \ldots, 0)$, noté 1_E, et $\omega^1 = (0, 1, 0, \ldots, 0)$, noté simplement ω, et $\omega^2 = (0, 0, 1, \ldots, 0)$, etc., et en dernier: $\omega^{n-1} = (0, 0, 0, \ldots, 1)$. On a donc la combinaison linéaire: $(x_0, x_1, x_3, \ldots, x_{n-1}) = (x_i)_{i\in I} = \Sigma x_i\,\omega^i = x_i\,\omega^i$, avec donc la convention d'Einstein de sommation sur l'indice **i**, dont on a parlée à la fin de la partie B. En assimilant le vecteur 1_E au **nombre omégaréel 1**, les vecteurs de la forme $(\alpha, 0, 0, \ldots, 0)$, où α est un **nombre omégaréel**, un élément de **E** donc, on assimile ainsi le vecteur $(\alpha, 0, 0, \ldots, 0)$ à l'élément α. Cela fait de l'ensemble **E** un sous-ensemble de $\mathbf{E}^n$. Le vecteur nul $(0, 0, 0, \ldots, 0)$ est donc assimilé à **0**, et est appelée l'**origine** de l'espace $\mathbf{E}^n$. Tout vecteur $(x_0, x_1, x_3, \ldots, x_{n-1})$ est appelé aussi un **point** de cet **espace**, un **0-unid** donc.

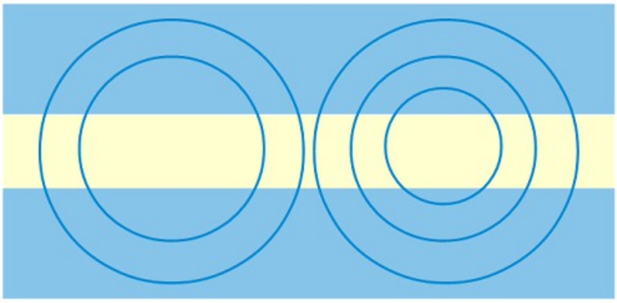
On muni $\mathbf{E}^n$ de la **multiplication canonique** dont nous avons parlée à la fin de la parie B, qui généralise donc la **multiplication** d'un vecteur **x** par un élément de **E**. Pour deux vecteurs **x** et **y**, le produit canonique **xy** n'est pas toujours un élément de $\mathbf{E}^n$, certes (c'est toujours le cas si l'un au moins des deux vecteurs **x** ou **y** est un élément de **E**, est un scalaire donc), mais ce produit est toujours un élément d'un espace $\mathbf{E}^p$ approprié, où $p \geq n$, et par défaut, c'est toujours le cas dans l'espace $\mathbf{E}^w$, si **n** est entier naturel au sens classique, et toujours le cas dans $\mathbf{E}^{2w}$. Et enfin, on fait hériter de la **relation** d'**ordre** $\leq$ de **E**.

ii) Soient **x** et **y** deux éléments de $\mathbf{E}^n$, deux **points** de l'**espace** $\mathbf{E}^n$ donc: $x = x_0w^0 + x_1w^1 + x_2w^2 + x_3w^3 + \ldots + x_{n-1}w^{n-1}$ et: $y = y_0w^0 + y_1w^1 + y_2w^2 + y_3w^3 + \ldots + y_{n-1}w^{n-1}$. On appelle la **distance** en **dimension n** entre **x** et **y**, et on note $d_n(x, y)$, le **nombre réel**: $d_n(x, y) = [((x_0 - y_0)^2 + ((x_1 - y_1)^2 + ((x_2 - y_2)^2 + ((x_3 - y_3)^2 + \ldots + ((x_{n-1} - y_{n-1})^2]^{1/2}$. On appelle le **rayon** de **x** en **dimension n** le **nombre réel**: $r_n(x) = d_n(x, 0_n)$.

Le **rayon** du **centre** 0_n est donc **0**, c'est-à-dire: $r_n(0_n) = d_n(0_n, 0_n) = 0$. Et plus généralement, pour tout vecteur ou point **x**, on a: $r_n(x) = d_n(x, x) = 0$.

Soit un point **c** et un **nombre omégaréel** positif non nul **r**, un élément positif non nul de **E** donc. Etant donné une **dimension d** (un **ordinal d**), on appelle le **d-unid** de **centre c** et de **rayon r**, noté $u_n(c, r)$ ou **d-unid(c, r)**, l'**ensemble** de **tous** les **points x** de l'**espace** E^n, tels que $d_n(x, c) = r$, c'est-à-dire les **points** dont la **distance** par rapport au **centre c** est **r**. Le **d-unid** est appelé aussi une **enveloppe**, et on appelle l'**intérieur** du **d-unid**, l'**ensemble** de **tous** les **points x'** de l'**espace** E^n, tels que: $d_n(x', c) < r$. Et on appelle l'**extérieur** du **d-unid**, l'**ensemble** de **tous** les **points x''** de l'**espace** E^n, tels que: $d_n(x'', c) > r$.

On comprend toutes ces définitions et celles qui vont suivre en ayant sous les yeux l'exemple suivant de **2-unids** ou **cercles**:



(())((())) = {{ }}{{{ }}} = {0}{{0}} = {0}{1} = 2

DÉFINITION

Pour tout **nombre entier naturel d** pas nécessairement **0**, tout **d-unid** de **rayon r** pas nécessairement **0** non plus, mais qui est **vide**, c'est-à-dire qui n'a aucun autre **d-unid** défini à l'intérieur de lui, est appelé un **ensemble vide**. On l'appelle aussi un **Onivers** ou un **0-unid** ou un **zéro** ou un **point**, noté **0**, et au besoin noté aussi **O** ou **o**, ou encore ∅ ou **Ø**. Mais dans ce cas il ne faut pas le confondre avec l'**espace o**. Cela veut dire que l'on prend l'**ensemble vide** ou **0** comme le **plus petit ensemble** (son élément est l'**espace o**), le point de départ de la **construction** de **tous les ensembles**: on **concatène** les **0** (c'est-à-dire on les **itère**), on met un **0** à l'intérieur d'un autre, qui alors n'est plus **0**, on concatène les **structures formées** (c'est-à-dire on assemble deux structures **x** et **y** pour former une structure **z = x.y = xy**), on les **itère** (c'est-à-dire une structure **x** étant formée, on la répète en faisant: **x, xx, xxx, xxxx, …**), on met une structure à l'intérieur d'un **0**, qui devient alors un **singleton** dont l'**élément** est la **structure** mise à l'intérieur, etc.. Tout à la base est donc le **0** ou **0-unid**, au nouveau sens plus général qu'on vient de définir. On appelle **élément inexistant**, ou **élément négatif**, etc., tout élément du **0**, de tels **éléments** sont tous équivalents à l'**espace o**.

Soient deux **d-unids u** et **v**. On dit que **u** et **v** sont **séparés** par l'**espace** ou sont **disjoints**, si leurs **enveloppes** n'ont aucun point commun. On dit que **u** est à l'**intérieur** de **v**, si **u** et **v** sont **disjoints**, et si **tous** les **points** de l'**enveloppe** de **u** sont à l'**intérieur** de **v**. Tout **d-unid** à l'**intérieur** d'un **d-unid u** est appelé un **élément** de **u**. L'**ensemble a** de **tous** les **d-unids** à l'**intérieur** de **u** est appelé l'**élément** de **u**, et on note: **u = {a}**. En particulier, **tous** les **points intérieurs** de **u** sont appelés les **éléments nuls** de **u**.

En ce sens très général donc, **u** a toujours une **infinité** d'**éléments**, dont une **infinité** de **d-unids**, du moment que son **rayon r** est non nul, ce qui, par définition est le cas, pour le distinguer des **0-unids**, les **points** donc, qui ont, eux, un **rayon 0**. Mais en un sens restreint, on appelle les **éléments** de **u** les **d-unids** qu'on a convenu de considérer comme tels. Ils sont dits **activés**, **exhibés**, **définis**, **considérés**, **choisis**, **sélectionnés**, « **dessinés** », **affirmés**, etc.. Sinon ils sont dits **désactives**, **masqués** ou même **niés**.

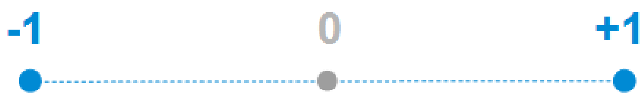
ii) Etant donnés deux **d-unids u** et **v**, si (en parlant de leurs **enveloppes** et de **tout leur contenu**) **u** est à l'**intérieur** de **v** ou si **v** est à l'**intérieur** de **u**, on dit que **u** et **v** sont **imbriqués**. Et si **u** et **v** sont à l'**extérieur** l'un de l'autre, on dit qu'ils sont **concaténés**, **réunis**, **additionnés**, etc.. Ils forment alors un **ensemble z** appelé de manière générale la **réunion** de **u** et **v**, et noté: $z = u \cup v = u + v = u \,.\, v$, où le symbole « **.** », appelé le **hener**, est l'**opérateur** de **concaténation** ou d'**addition physique**.

L'**ensemble z** peut ainsi être **additionné physiquement** à d'autres **ensembles**. Il est ainsi de fait **additionné** à une **infinité** d'**ensembles** de l'**espace** E^n. Etant donné tout **ensemble a**, le « placer » à l'**intérieur** d'un **d-unid u**, d'une **enveloppe u** donc, autrement dit considérer un **d-unid u disjoint** dont **a** est à l'**intérieur**, avec aucun autre

d-unid considéré à l'**intérieur** de **u** que ceux qui forment l'**ensemble a**, tout autre **unid** considéré à l'**intérieur** de **u** étant seulement les **0-unids** ou **points**, c'est par définition **former** ou **définir** le **singleton u** dont l'unique **élément** est **a**, et noté: **u = {a}**. Par convention, nous ne considérons que des **ensembles de d-unids disjoints**, séparés donc par l'**espace o**, que les **d-unids** soient **imbriqués** ou **concaténés**. De tells **ensembles** sont par définition les **ensembles d-unidaux**, on les appelles des **structures parenthésiques**, ou simplement des **structures**. On les appelle aussi les **univs** ou les **univers**, car c'est ce qu'ils sont, au sens mathématique comme physique. C'est la notion la plus fondamentale de **structure**, la **structure canonique** des **ensembles**, avant de parler de toute autre notion de **structure**, comme par exemple les **structures algébriques**, ou plus fondamentalement encore la **structure fractale**.

Remarque importante:
Même si par la suite nous énonçons les règles de « construction » des **structures parenthésiques** ou des **ensembles parenthésiques**, et quand bien même elles ne permettraient, apparemment, que de construire des **structures** dites « **finies** », ou **Univers** d'**ensemble parenthésiques** actuellement considéré comme « **infini dénombrable** », etc., en réalité nous avons déjà construit, avec ce que nous venons de faire. Avec les **nombres omégaréels**, nous avons construit tout l'**Univers**, que nous notons **V**, des **ensembles unidaux**, **toutes** les **structures** des **ensembles parenthésiques** dont on puisse parler, **finis** comme **infinis**. D'autant plus si l'on prend en compte leur **structure fractale**, car la **structure des ensembles** est tout simplement une **structure fractale**.

Par exemple, si, avec les **1-unids**, nous considérons un simplement **segment** de **longueur 2**, qui est donc l'**intervalle [-1, +1]**, dont le **centre** est **0**, et si nous considérons tous les **segments** ou **intervalles** de la forme: **[-kθ, +kθ]**, **centrés** sur **0**, où **k** est **entier oméganaturel**, c'est-à-dire un élément de l'ensemble $\mathbf{N}_\omega$ **= {0, 1, 2, 3, 4, …, w-4, w-3, w-2, w-1, w}**, et où **θ = 1/w**, alors nous avons une **infinité** de **segments imbriqués**, qu'on peut noter: **{{{...{{{o}}}...}}}**, qui est un **ensemble parenthésique infini** en tant que **structure**, qui a exactement **w parenthèses ouvrantes** et **w parenthèses fermantes**. Deux **parenthèses ouvrantes** ou **parenthèses fermantes** consécutives sont deux **points** distants de l'**infinitésimal θ**, le **0 relatif**.



Et si l'on prend plutôt comme distance unitaire de séparation entre deux parenthèses consécutives l'**infinitésimal** θ^2, c'est-à-dire si l'on considère les intervalles de la forme: **[**$-k\theta^2$**,** $+k\theta^2$**]**, où cette fois-ci **k** varie de **0** à w^2, par pas de **1**, alors le même **intervalle** ou **segment [-1, +1]**, est la **structure** de **points**: **{{{...{{{o}}}...}}}**, avec w^2 **parenthèses ouvrantes** et w^2 **parenthèses fermantes**. Et de manière générale, si le pas infinitésimal est θ^n, où **n** est un **entier oméganaturel** non nul, alors les **intervalles imbriqués** sont de la forme: **[**$-k\theta^n$**,** $+k\theta^n$**]**, où **k** varie de **0** à w^n, alors le même **intervalle** ou **segment [-1, +1]**, est la **structure** de **points**: **{{{...{{{o}}}...}}}**, avec w^n **parenthèses ouvrantes** et w^n **parenthèses fermantes**. On arrive à une première limite pour w^w, que l'on peut convenir comme étant le l'**infini absolu**, et alors θ^w est le **0 absolu**. Mais on peut aussi décider de continuer avec les **hyperopérateurs** appliqués à **w**, et alors θ^n , où **n** va au-delà de **w**, arrive à la limite w^w, puis continue, tendent résolument vers le **0 absolu**, et alors w^n tend aussi vers l'**infini absolu ω**, représenté ici par le vecteur ω^1 = **(0, 1, 0, …, 0)**.

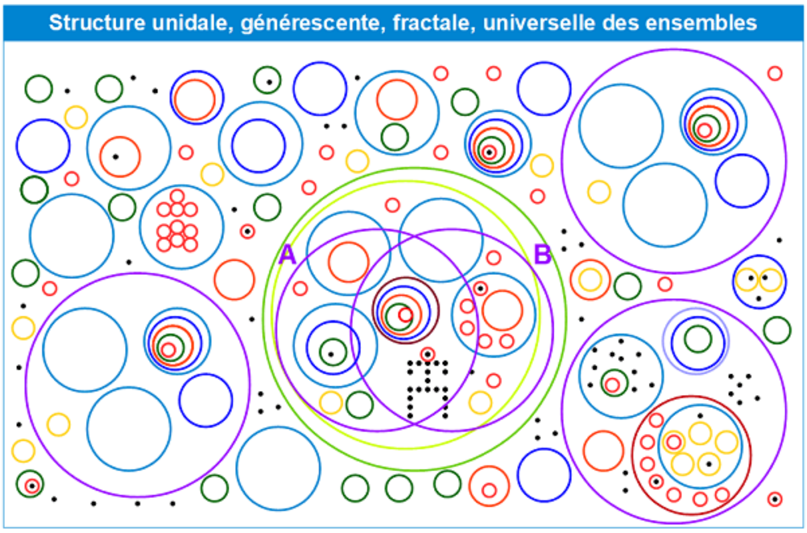
Et aussi, les **nombres omégaréels** qui nous ont servi à construire ces **ensembles**, et qui ont une **structure fractale**, comme nous l'avons montré à la fin de la partie B, peuvent être à leur tour reconstruits à l'intérieur de l'**Univers V**, ce qui veut dire qu'on parle du seul et même grand **Ensemble**, l'**Univers TOTAL**.

On a noté que nous sommes en train d'expliquer les **ensembles parenthésiques** tout en adoptant une terminologie évoquant le mot « **univers** » ou la racine de ce mot, comme ici « **unid** », « **univ** ». La raison est très simplement, les **structures** que nous allons étudier sont effectivement les **structures** fondamentales de l'**Univers**, en l'occurrence l'**Univers TOTAL**, l'**Ensemble de toutes les choses**. La **structure générescente** et **fractale** que nous évoquons depuis le début est déjà cette **structure fondamentale**.

Mais de dire que l'**Univers U**, l'unique **Ensemble**, est fondamentalement une **structures unaires** ou **quantique** qui revient à dire simplement: **O, U, UU, UUU, UUUU, …, U...**, ou: **0, 1, 11, 111, 1111, ..., 1...**, ou: **0, 1, 2, 3, 4, …, ω**, demande ensuite une faculté de perception ou en tout cas de déduction extraordinaire, pour voir comment ces **formations unaires** et **information unaires**, que nous appelons ici les **générescences**, et qu'on appelle plus communément les **nombres entiers naturels**, forment les **choses** et les êtres comme nous, les **atomes**, les **particules**, les **étoiles**, les **galaxies**, etc.. Mais c'est justement avec les **unids**, les **univs**, les **univers** ou **ensembles parenthésiques**, que nous allons commencer à comprendre cela. Car ceux-ci et les **générescences** ne sont que deux manières différentes de parler de la même chose.

Nous avons commencé le présent livre en citant un hebdomadaire de vulgarisation scientifique titrant: *«* **LES NOMBRES : Ils possèdent les secrets de l'Univers** ». C'est bien cela. Qui comprend vraiment les **nombres** comprend enfin vraiment l'**Univers**, car en fait, **TOUT** est absolument **TOUT** est **nombre**, **tout** revient à ne parler que des **NOMBRES**! C'est ce que nous sommes en train de démontrer. Et comprendre les **nombres**, c'est comprendre les **ensembles**, et vice-versa, car ce ne sont que deux notions différentes pour dire la même chose. Et comprendre les **ensembles**, c'est comprendre les **choses**, ou plutôt l'inverse : pour comprendre **TOUTES** les **choses**, il faut comprendre les **ensembles**, car là encore: **chose**, **ensemble**, **nombre**, sont des mots différents pour dire la même chose.

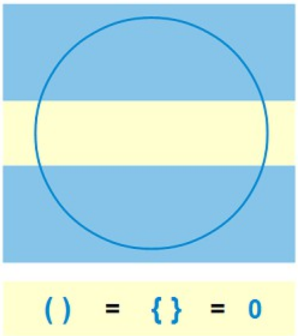
Allons plus en profondeur dans la compréhension des **ensembles unidaux**, des **ensembles parenthésiques** ou **univers** donc. Par exemple, avec les **2-univs**, les **cercles** donc, et en travaillant dans un **plan**, la **structure** des **2-unidaux** ou **2-univers** disjoints, est résumée par le schéma suivant:

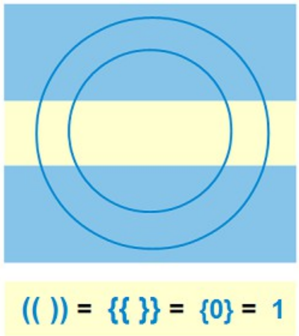


Un schéma apparemment « enfantin » ou un dessin de « bulles », comme peut le faire un gamin sachant simplement manier un compas, mais mais toute la logique des **ensembles** se trouve là, toute la **Théorie universelle des ensembles**. A la rigueur, si on voit aussi les « bulles » comme ce qu'on appelle en physique des « bulles d'univers », on est très proche des **vérités** très profondes de l'**Univers TOTAL**.

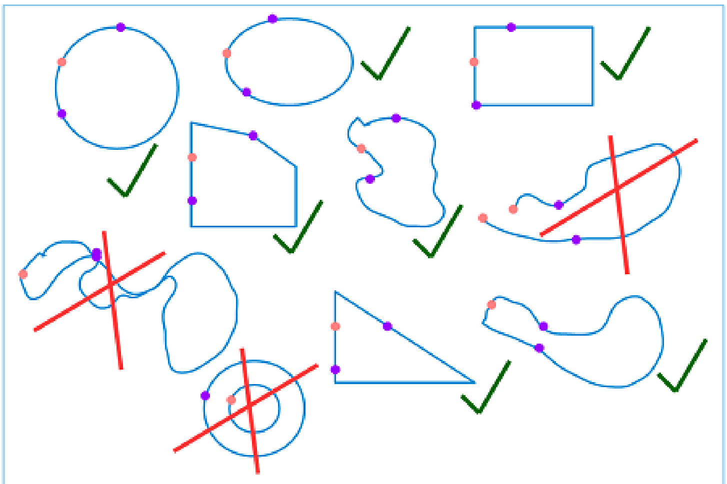
Il faut préciser que la taille ou le **rayon** des **cercles** importe peu, ils sont tous **équivalents**, ils sont le même **cercle**, chacun peut être pris comme un **cercle** de **rayon 1**, un **2-unid** donc. Et aussi, les couleurs importent peu, elles servent simplement à rendre le schéma plus lisible. Seule donc la **structure** compte, et deux **cercles** ayant la même **structure** sont **équivalents**. Et les **points noirs** représentent des **cercles** ayant un **rayon infinitésimal**, comme par exemple le **rayon θ**, le **nombre omégaréel infinitésimal** qui est l'**inverse** de l'**omégaréel infini w**. Plus petits que ces **cercles infinitésimaux** et d'autres types d'**infinitésimaux** (comme par exemple le **dérivateur δ** qu'on verra par la suite), on a les **0-unids** ou **points** de l'**espace** blanc.

Par exemple, tous les cas du schéma où l'on a un **cercle** avec rien à l'intérieur (autrement dit avec seulement l'**espace** blanc à l'intérieur), c'est le même **ensemble vide**, noté **{ }**, avec les **1-unidaux**. Et toutes les fois qu'on a **deux cercles imbriqués**, avec l'**espace** blanc dans le **cercle** intérieur, c'est le même **ensemble**: **{{ }}**.



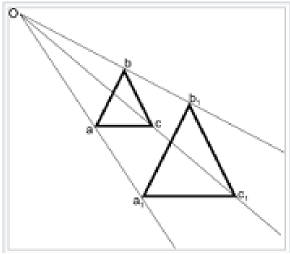


Comme c'est uniquement la **structure** qui compte, donc la taille importe peu, comme on l'a dit, mais aussi la disposition ou l'ordre des **éléments** dans le **plan** ou à l'intérieur d'une **enveloppe** n'a aucune importance. On peut donc réarranger cette disposition comme on veut. Et même finalement, en ce qui concerne les **2-unidaux**, toute **courbe** (ou **ligne**) **fermée** comme une **ellipse**, un **triangle**, un **carré**, un **rectangle**, etc., ou de forme absolument quelconque, pourvue qu'elle soit **fermée**, donne lieu à la même construction des **structures 2-unidales**. Elle est **équivalente** à un **cercle**, qui est l'**enveloppe** ou le contenant de référence pour les **2-unidaux**.



*Est **équivalente** au **cercle** dans l'étude qui nous intéresse,*
*toute **courbe** ou **ligne fermée** qui a **une seule surface intérieure**.*
*Un tel **objet** doit pouvoir être obtenu à partir du **cercle** (et vice-versa),*
*par simple **déformation continue** du **cercle** dans un **plan**.*
*Le **cercle** doit être vu comme **élastique**, dont la taille (l'aire) peut augmenter ou se réduire*
pour former la courbe fermée équivalente et vice-versa.
*Pour un cercle et plus généralement les **d-unidaux**,*
*nous généralisons la notion de **diamètre**, qui est pour un **cercle** ce qu'on appelle une **corde**,*
*c'est-à-dire un **segment** de **longueur non nulle***
*dont les deux extrémités sont deux points de l'**enveloppe** du **d-unid**,*
*comme par exemple le **segment** défini par les deux **points violets** sur les schéma ci-dessus.*
*Toute **corde de longueur non nulle** est donc appelée un **diamètre**, et sa moitié un **rayon**.*
*Et cette notion se généralise à tous les objets **équivalents** au **cercle** et plus généralement au **d-unid**,*
*selon la **transformation** que nous sommes en train de définir.*
*Elle consiste à faire une **déformation élastique continue** du **d-unid***
*de sorte qu'aucun **diamètre** ne devienne nul*
*(auquel cas nous parlons d'« **étranglement** » de l'**unid** pour ce **diamètre**),*
*et de manière à ce que l'**élastique** ne se **rompt** jamais à un point donné.*
*Pour un **d-unid** en général, il ne doit se produire de déchirure de l'**enveloppe**, une apparition de **trou**, etc.*
*L'idée de la **transformation** est très intuitive,*
*on doit juste **déformer** l'**enveloppe** du **d-unid**, à imaginer **souple** et **élastique**,*
*dont la **longueur** (pour ce qui est est des **1-unids**)*
*peut augmenter par **élasticité** autant qu'on veut, sans jamais se **rompre**,*
*ou se réduire à souhait sans que l'objet ne se réduise à un point ou **0-unid**,*

*ou dont l'**aire** (pour les **3-unids**) peut augmenter ou diminuer,*
*sans **rupture**, sans **réduction du d-unid à un point**, et sans **annulation** d'aucun **diamètre**.*
*Et alors alors les objets sont équivalents et donnent lieu aux même **structures**.*
Les transformations qu'on appelle homothétie ou similitude
*sont des cas très particuliers de la **transformation** que nous définissons.*



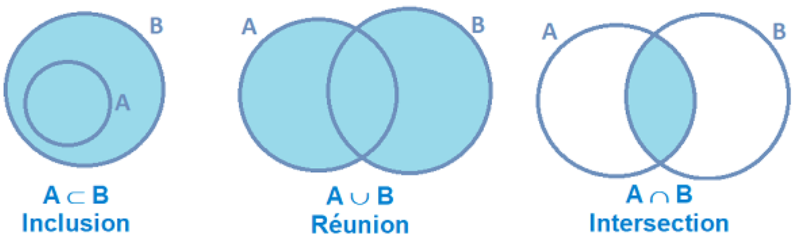
Homothétie

Similitudes

*Sur l'image ci-dessus, les objets de même couleur sont dans une relation de **similitude**,*
*et les objets de couleurs différentes ne sont pas **similaires**.*
*Mais toutes ces formes et une **infinité** d'autres sont **équivalentes** au **cercle**,*
*dans la **transformation** que nous avons définie et qui est une **relation d'équivalence**.*

Pour en revenir à l'image initiale plus haut, les deux **cercles violets** du milieu appelés **A** et **B**, qui se chevauchent, sont mis juste pour dire que les cercles sont en général séparés par l'espace blanc, ils ne se chevauchent pas, comme par exemple le **cercle violet** en bas et à gauche et le **cercle violet** en haut et à droite, qui ne se touchent donc pas, qui sont séparés par l'**espace** et par bien d'autres **structures**. Ils n'ont physiquement aucun **élément** ou aucune **partie** en commun, comme c'est le cas des **cercles A** et **B**. Ces deux autres **cercles violets**, qu'on appellera **C** et **D**, sont donc totalement **distincts**, **différents**, au sens de l'**identité**. Et pourtant, au sens de l'**équivalence**, ils sont **égaux**, car ils sont exactement la **même structure**, qui est: **C = D =** {{ }{ }{ }{ }{{{{{ }}}}}}. Ils sont donc le **même ensemble**, ils ont des **éléments équivalents**, ou **égaux**, les mêmes **cinq éléments** donc.

Par conséquent, il n'est donc pas nécessaire que les **cercles** se chevauchent ou se touchent pour dire qu'ils sont le **même ensemble** ou ont des **éléments** en commun, ont une **intersection** non vide donc, comme c'est ne cas de **A** et **B**. Toutefois, le chevauchement met en lumière des propriétés importantes de **relations** et d'**opérations** entre les **ensembles** (**intersection**, **réunion**, **inclusion**, **complémentarité**, etc.), tels qu'on les représente habituellement avec ce qu'on a appelle le **diagramme de Venn**.



Sauf qu'ici ce que nous mettons en lumière est bien plus profond, il ne s'agit pas d'une simple représentation des **ensembles** par un diagramme, mais de leur **nature fondamentale**, de leur **structure**. Si l'intuition a conduit à représenter les **ensembles** par des **cercles** dont les **intérieurs** représentent les **éléments** contenus dans les **ensembles**, ou aussi à représenter les ensembles en mettant leurs **éléments** dans des **parenthèses** (ou, ce qui revient au même, des **accolades**) et en séparant les **éléments** par des **virgules**, comme: **A = {b, e, h, i, m, r}**, **B = {a, c, e, i, p, r}**, **N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, ...}**, etc., qui reviennent à dire que ces **ensembles** sont en fait les **structures parenthésiques**: **A = {b}{e}{h}{i}{m}{r}**, **B = {a}{c}{e}{i}{p}{r}**, **N = {0}{1}{2}{3}{4}{5}{ ...}**, etc., dans lesquelles les « **cloisons** » de séparation « **}{** » sont notées par de **virgules** «**,**», c'est parce que, quelque part, notre intuition perçoit les **ensembles** comme des **structures unidales**, des **structures** de **bipoints**, de **cercles**, de **sphères**, d'**hypersphères**, etc..

Mais revenons à nos deux ensembles **C** = **D** = {{ }{ }{ }{ }{{{{{ }}}}}}. Ils ont donc **cinq éléments**, et ceux-ci se ramènent finalement à **deux éléments**, car quatre des cinq ont **équivalents** ou **égaux**, ils sont en effet le même **ensemble vide** { }. Cet **ensemble** se réduit donc a: **C** = **D** = {{ }{{{{{ }}}}}}.

Et quand à l'autre **élément**, à savoir **E** = {{{{{ }}}}}, il est un exemple de ce que nous appelons une **cyclogénérescence**, pour les raisons que l'on comprend mieux avec les **2-unids** ou **cercles**. Il s'agit d'un **ensemble** qui a une **structure gigogne**, il est fait de **cercles imbriqués**, donc de **parenthèses imbriquées**. Il a **un seul élément**, qui a **un seul élément**, etc., bref qui a **un seul élément** à tous les **niveaux** d'**appartenance**, l'**avant-dernier niveau** étant toujours un **ensemble vide**, et donc le **dernier niveau** étant toujours l'**espace** blanc. L'**ensemble C** étant lui-même son **élément** de **niveau 0**, comme c'est le cas de tout **ensemble** (comme on l'a déjà vu), l'**espace** blanc **o** ou **O** est donc son **élément** de niveau **5**. On dit que la **génération** ou le **rang** de cet **ensemble** est **5**.

DÉFINITION
La **génération** d'un **ensemble** quelconque **x**, notée **gen(x)**, est par définition la mesure de la **profondeur maximale** de l'**imbrication** de ses **parenthèses**, ici des **cercles**. Et l'intérêt des **cyclogénérescences**, c'est d'abord qu'il suffit de compter directement les **parenthèses** ou les **cercles imbriqués** pour avoir sa **génération n**. Et ensuite une **cyclogénérescence** de **génération n** est l'une des nombreuses manières de définir précisément l'**entier n** dont nous parlons. De sorte qu'on n'est plus obligé de dire: « la **génération** de **x** est l'**entier naturel n**», mais simplement: « **x** est l'**entier naturel n** ». Et par conséquent, on va pouvoir définir la **génération** d'un **ensemble** quelconque **y** comme étant précisément la **cyclogénérescence x** qui mesure la **profondeur maximale** de ses **parenthèses** ou **cercles imbriqués**.

Par exemple, la **cyclogénérescence C** = {{{{{ }}}}} a une **génération** de **5**, et mieux, elle est elle-même cette **génération**. Et l'**ensemble C** = **D** = {{ }{ }{ }{ }{{{{{ }}}}}}, a pour **éléments**: { }, { }, { }, { }, {{{{{ }}}}}, dont **E**, qui est son **élément** de plus grande **génération**, c'est-dire le plus profond, le plus imbriqué, il est la **génération 5**, et donc la **génération** de **C** ou **D** est **6**, c'est-dire la **cyclogénérescence** {{{{{{ }}}}}}.

DÉFINITIONS ***ou règles générale de construction des ensembles 2-unidaux***

i) On part de l'**espace** blanc **O** ou **o**, qui représente l'**absence d'élément** ou l'**élément inexistant**. Il est notre définition du **0** dans son sens **négatif**, le sens de **négation d'existence** ou de **non existence**, son sens de « **rien** », de « **néant** ». Ce sens est à distinguer du **0** en tant que **vide** ou en tant qu'**ensemble vide**, subtilité qui n'est pas toujours facile à faire.

L'**espace o** est par définition aussi le **logarithme binaire de 0**, que nous notons **-**Λ_b ou **-**Λ_2, et que nous appelons aussi l'**ordinal de référence -**Λ_b, ou encore l'«**anti-lambda binaire** ». On a: $2^{-\Lambda b}$ **= 0**, et: $2^{\Lambda b}$ = ω. Autrement dit, Λ_b ou Λ_2 , désigne le **logarithme binaire de l'infini absolu** ω. Le signe **antitif** ou « **négatif** » de **-**Λ_b, fait de lui l'**ordinal élément de 0**, qui, lui, est l'**ordinal** { } ou **{o}**, c'est-à-dire l'**ensemble** qui a pour élément précisément l'**espace o**, donc qui a pour élément le « **rien** », l'« **inexistant** », l'**existence minimale**, l'**existence** qui a pour rôle d'incarner l'**inexistence**. Pour cette raison donc, l'**ordinal** { } ou **{o}**, est dit **vide**, à ne pas confondre donc avec son **élément o**, qui, lui est le **rien**, le **néant**, mais que nous appellerons souvent l'**espace**, au sens de « **vide** », mais ce mot prête à confusion avec l'**ensemble vide**.

L'**espace o**, c'est l'**ensemble** spécial qui **n'est pas un ensemble**, à distinguer donc du mot **espace**, comme dans « **espace numérique** » ou « **espace vectoriel** », qui eux, sont des **ensembles**. Et l'**ensemble vide**, c'est l'**ensemble** spécial qui est **vide**, car son **élément** est l'**espace o**. Lui aussi est un **ensemble**, c'est-à-dire un **cercle**, un **parenthésage**, le premier d'entre les **parenthésages**, à savoir { } ou **{o}**, contrairement donc à **o** qui, lui, n'est pas un **parenthésage**, il représente ici l'**absence** de tout **cercle**.

L'**ensemble vide** { } ou **{o}** ou encore **{-**Λ_b**}**, est donc obtenu en traçant dans le **plan infini** un **premier cercle**. Par définition, { } EST le **code binaire 10**, ou le code **2** en décimal, car on convient d'appeler « **1** » la **parenthèse ouvrante** « { », et « **0** » la **parenthèse fermante** « } ». Par définition, il EST l'**ordinal de référence 0**, ou la **référence 0** ou encore l'**ensemble référenciel 0**, défini donc par: $2^{-\Lambda b}$ **= 0**. On dit aussi qu'il est l'**ordinal classique 0**, et que son **card1nal** est **0**, ce qui veut dire que le **nombre** de ses **éléments** est **0**.

Comme déjà dit, **O** ou **o** est l'**élément neutre** pour l'**opération** de **formation** des **choses**:
o.x = x.o = o.x.o = x.

C'est le **zéro absolu**, **0 absolu**, en matière des **choses**, des **ensembles** et des **nombres**, l'**élément neutre** ou l'**élément nul** donc, appelé l'**espace** ou LE **vide** ou LE **rien** ou le **zéro absolu**. L'**espace o** n'est pas « vide », mais est **LE VIDE**, nuance. A ne pas confondre donc avec l'« **ensemble vide** », qui, lui, est **vide**, car son **élément** est **LE VIDE**, l'**espace o**.

En appelant donc aussi **0** le **premier cercle** ou **ensemble vide**, il ne faudra pas le confondre avec l'**espace O** ou **o**. Nous l'appelons le premier **cercle** le **0**, car il est la **structure { }**, classiquement appelé l'**ordinal 0**. Mais dans ce cas nous préférons l'appeler le **cardinal 0**, parce qu'il est l'**ensemble** par excellence qui a **0 élément**, la définition de la notion d'**ensemble vide**, l'**ensemble** qui EST **vide**, car son **élément** est LE **vide**, l'**espace o**.

ii) On obtient une nouvelle **structure** en mettant toute **structure x** déjà formée dans un **cercle**, et plus généralement en l'entourant d'une **ligne fermée équivalente** au **cercle**, selon l'**équivalence** définie précédemment. Et alors, si la **génération** de **x** est: **gen(x) = n**, la **génération** a de la nouvelle **structure**, qui se note **{x}** (et ce même si on ne parle pas de **1-unidaux**, mais de **2-unidaux** ou d'**unidaux** de **dimension** supérieure), est: **n+1**. Chaque fois qu'on place une **structure** dans un nouveau **cercle**, la **génération** augmente d'une **unité**, il n'y a que cette **règle** qui augmente la **génération**. Et aussi **{x}** est le **code binaire**: **1x0**, qui consiste à mettre le **code x** à l'intérieur des **unités** d'**information binaire** ou **bits 1** et **0**.

D'où l'importance des **cyclogénérescences**, qui sont simplement des **compteurs** de **génération**. A défaut d'avoir déjà formé au moins une structure avant, la **structure** déjà formé est l'**espace** blanc **O** ou **o**, de **génération 0** donc. Le **plan** est alors tout vierge, et on construit le **premier cercle**, de **génération 1**.

Par définition, $2^{o} = 2^{-\Lambda b} = 0$. Autrement dit, « **2 puissance le néant** » ou « **2 puissance l'espace** » est **0**. A ne pas confondre avec: $2^{\{\,\}} = 2^{\{o\}} = 2^{0} = 1$, ou « **2 puissance 0** », qui, lui, est par contre **1**. En effet, on parle alors du **cardinal** de l'**ensemble {{ }}** ou **{0}**, qui a effectivement **1 élément**, qui est le **0**. C'est ici encore que les **cyclogénérescences** ont une importance particulière, car, pour toute **cyclogénérescence n ≥ 2**, en tant qu'**ordinal de référence**, est par définition: 2^{n-2}. Etant entendu que la **cyclogénérescence n = 0** est l'**espace o**, de valeur **ordinale référencielle** $-\Lambda_b$ (qui est l'exposant à prendre en considération pour l'application de la formule 2^{n-2}), que la **cyclogénérescence n = 1** est l'**ensemble vide { }**, de valeur **ordinale référencielle 0** (donc aussi on ne peut pas encore appliquer la formule 2^{n-2}, si **n** est la génération qu'est la **cyclogénérescence**), que la **cyclogénérescence n = 2** est l'**ensemble {{ }} = {0}**, de valeur **ordinale référencielle 1** (et là on peut commencer à appliquer la formule 2^{n-2}, car **n = 2**, et **n-2** est **0**, et $2^0 = 1$, ce qui commence à coïncider avec la valeur **ordinale référencielle**).

Et la **cyclogénérescence n = 3** est l'**ensemble {1}**, où ici **1** désigne la **valeur référencielle de {{ }}**, donc **1** désigne la **cyclogénérescence n = 2** ou {{ }} = **{0}**. Et là, la formule 2^{n-2}, appliquée cette fois-ci à **3**, donne: $2^{3-2} = 2^1 = 2$, qui est exactement l'**ordinal référenciel** de la **cyclogénérescence n = 3**, à savoir {{{ }}} = **{1}** = **2**. Donc la **cyclogénérescence n = 3**, est l'**ordinal référenciel 2**.

Et la **cyclogénérescence n = 4**, à savoir {{{{ }}}}, sera l'**ordinal référenciel** $2^{4-2} = 2^2 = 4$. Et là, exceptionnellement, la **génération n = 4** qu'est la **cyclogénérescence** (et qui est donc simplement le comptage du **nombre** de ses **parenthèses ouvrantes**), coïncide avec son **ordinal référenciel 4**. Mais ce ne sera pas toujours le cas. Cependant une logique très intéressante et très importante commence à se dessiner. On remarque en effet que l'**exposant** de la **puissance de 2** qui sert à calculer l'**ordinal référenciel**, est toujours l'**élément** de la **cyclogénérescence**. Ainsi, pour avoir $2^{o} = 0$, l'exposant était l'**espace o**. Donc l'**ordinal 0**, qui est { } ou **{o}**, l'**ensemble vide** donc, a pour élément exactement l'**espace o**. Et pour avoir $2^0 = 1$, l'exposant est **0**, donc l'**ordinal 1**, qui est **{0}**, a pour élément exactement l'**ensemble vide 0**. Et pour avoir $2^1 = 2$, l'exposant est **1**, donc l'**ordinal 2**, qui est **{2}**, a pour élément exactement l'**ordinal 1**. Et pour avoir $2^2 = 4$, l'exposant est **2**, donc l'**ordinal 4**, qui est **{4}**, a pour élément exactement l'**ordinal 2**.

Et maintenant, en continuant avec la **cyclogénérescence n = 5**, à savoir {{{{{ }}}}}, elle sera l'**ordinal référenciel** $2^{5-2} = 2^3 = 8$. Donc, puisqu'on parle ici de **cyclogénérescences**, qui sont des **singletons** donc ont **un seul élément**, on sait que l'**ordinal 8** a pour élément unique exactement l'**ordinal 3**, que nous n'avons pas encore défini. En effet, avec les cyclogénérescences, nous avons pour l'instant défini: **o**, **0**, **1**, **2**, **4**, **8**, tout simplement parce que nous n'appliquons pour l'instant seulement la règle de la forme **{x}**, c'est-à-dire la règle des **singletons**, et les **cyclogénérescences** sont des **singletons** particuliers. Et il se trouve, avec les règles qui viendront après, que l'**ordinal référenciel 3** n'est pas une **cyclogénérescence**, ni même un **singleton**, car c'est l'**ordinal {0}{1}**, ou **{0, 1}**, qui a donc pour éléments les **ordinaux 0** et **1**, c'est-à-dire l'ensemble {{ }}{{{ }}}. Et pour avoir **3** lui-même, on remarque qu'il est: $3 = 2^0 + 2^1$, ce qui annonce une relation entre les **ordinaux référenciels** qui sont les **exposants** de **2**, et les éléments de l'**ordinal référenciel** que l'on est en train de calculer. Ici: **3 = {0, 1}**. Affaire à suivre.

On connaît donc par avance les éléments de l'**ordinal 3**, et on sait qu'il est l'unique élément de l'**ordinal 8**, c'est-à-dire: **8 = {3}**. Et cet **ordinal 8** est donc **ordinal référenciel**, de la **cyclogénérescence n = 5**, à savoir {{{{{ }}}}}. On voit donc les **ordinaux cyclogénérescents** ou simplement les **générations n**, ne coïncident pas forcément avec les **ordinaux référenciels**, la **génération 4** était une exception. Et les **ordinaux référenciels** ne sont pas forcément non plus des **cyclogénérescences** ou des **singletons**. Néanmoins, l'intérêt non négligeable des **cyclogénérescences** reste leur simplicité. Il suffit de compter leur nombre **n** de **parenthèses ouvrantes**, autrement dit simplement la **génération n** qu'ils incarnent, pour connaître aussi leur **ordinal référenciel** associé, qui est donné par la formule: **ref(n) =** 2^{n-2}, à partir de **n = 2**. Et on a: **ref(0) = 0**, qui veut donc que la **référence** de l'**espace o** est **0**, et **ref(1) = 1**, qui veut donc que la **référence** de l'**ensemble vide { }** ou **0** est **1**.

Les **cyclogénérescences 0**, **1**, **4**, sont donc pour l'instant les **cyclogénérescences** qui coïncident avec leur **ordinal** de référence. Il ne peut pas y en avoir d'autres de ce type, car à partir de **n = 5**, l'**ordinal** 2^{n-2} est toujours supérieur à **n**. Cependant, il y a une infinité d'**ordinaux référenciels** supérieurs à **4**, qui sont des **cyclogénérescences**, même s'ils ne coïncident plus avec la **génération n** qui sert à les calculer.

C'est le cas justement de la **cyclogénérescence n = 6**, à savoir {{{{{{ }}}}}}. Son **ordinal référenciel** est donc: $2^{6-2} = 2^4 = 16$. Donc on a: **16 = {4}**. Et comme l'**ensemble** de **référence 4** est une **cyclogénérescence**, notamment {{{{ }}}}, l'**ensemble** de **référence 16**, qui a pour unique élément la **référence 4**, est une **cyclogénérescence**, qui est donc la **cyclogénérescence n = 5**, à savoir {{{{{ }}}}}.

De manière générale, **x** étant un **ensemble unidal** (plus nécessairement donc une **cyclogénérescence** ou un **singleton**), et **x** étant exprimé comme un **code binaire** (pour cela il suffit de remplacer les **parenthèses ouvrantes** par **1** et les **fermantes** par **0**), par définition il est le **code binaire** de **{x}** est **1x0**. Et si en plus **x** est un **ensemble unidal** de **référence** (et pour cela il suffit que ses éléments soient sans répétition, qu'ils soient classés par ordre croissant en tant **références**, et qu'il en soit ainsi pour les éléments de tous les niveaux), alors par définition, **ref({x}) =** 2^x.

iii) On **répète (itère)** dans une **zone vierge** du **plan infini** autant de fois que l'on veut ce qu'on a formé, une **infinité** de fois si l'on veut, et on indique cela par le symbole « **...** », que nous appelons le **gener**, appelé l'**opérateur** d'**itération infinie** ou de **génération infinie**. Et « **x...** » signifie qu'on **itère x** exactement **ω** fois.

Du point de vue de l'**identité** ou de la classique logique de **négation**, cette opération n'augmente pas la **génération** de la **structure**, puisqu'on **répète** simplement une certaine structure de même **génération n**, sans augmenter la **génération** en plaçant dans un **cercle**. Mais du point de vue de l'**équivalence**, mais aussi en vertu du **principe d'alternation** vu dans la partie A, la **génération** augmente d'une **unité** à après un **nombre infini** d'**itérations**, car « **x...** » est équivalent au fait de placer **x** dans un **cercle** (règle i), et on verra bientôt pourquoi.

iv) Une **structure x** étant formée, on forme une **structure différente y** dans une **zone vierge** du **plan infini**. C'est ce que veut dire **concaténer** les deux **structures x** et **y**, faire donc: **xy** ou **x.y**, ce qui est une nouvelle **structure z**. Et si l'on a une **structure** de la forme: $x = \{x_0\}\{x_1\}\{x_2\}\{x_3\}...\{x_n\}$, qui est un **ordinal référenciel** (et on répète que pour cela il suffit que ses éléments soient sans répétition, qu'ils soient classés par ordre croissant en tant **références**, et qu'il en soit ainsi pour les éléments de tous les niveaux), par définition le **cardinal** de **x**, c'est-à-dire le **nombre** de ses **éléments**, est: **card(x) = n**, si x_0 est l'**espace o**, et **card(x) = n+1**, si tous les **éléments** x_i sont **différents** de l'**espace o**, c'est-à-dire si les $\{x_i\}$ sont tous des **singletons non vides**. Et par définition aussi, pour la **référence** de **x**, on a: $ref(x) = 2^{x0} + 2^{x1} + 2^{x2} + 2^{x3} + \ldots + 2^{xn}$.

Et de manière générale, pour tout ensemble **A**, **fini** ou **infini**, on a: $ref(A) = \Sigma_{A,\,x}\ 2^x = \Sigma_{x \in A}\ 2^x$, où $\Sigma_{A,\,x}$ ou $\Sigma_{x \in A}$ est la **sommation** définie dans la Conclusion de partie B.

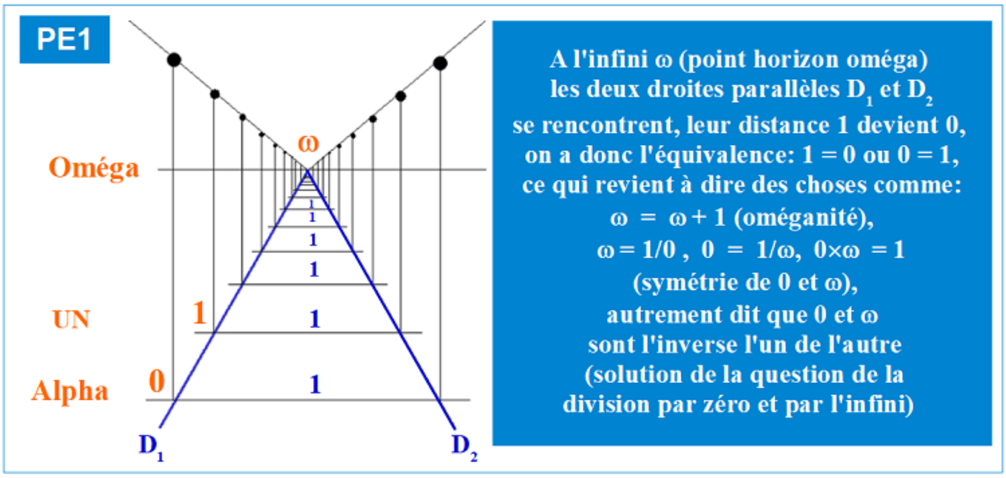
On **itère indéfiniment** ces trois règles, qui sont exactement les mêmes pour toute **dimension non nulle n**, le **d-unids** donc, et même aussi pour la **dimension nulle**, ce qui veut dire qu'on **itère** le **0-unid**. La logique classique voudrait alors qu'on dise que cela ne donne que le **0-uni**, ou (ce qui revient au même), on forme ou recommence la formation de l'**espace** des **0-unids** de toutes les **dimensions**, l'**espace cartésien** de **dimension 0** (le **point**), puis l'**espace de dimension 1** (la **droite**), puis l'**espace** de **dimension 2** (le **plan**), puis l'**espace** de **dimension 3**, etc., dans lesquels on construira les **structures 0-unidales**, puis **1-unidales**, puis **2-unidales** (ce que nous venons de faire), puis **3-unidales** (la constructions identique mais avec les **sphères**), etc..

Mais détaillons maintenant ce que nous avons dit au sujet de la règle ii), à savoir que « **x...** » est **équivalent** à placer **x** dans un **cercle**, donc à augmenter la **génération** de **1**. En raison du **principe d'alternation**, on doit dire que cette **opération** d'**itération infinie**, qui à chaque étape ne modifie pas la **génération** de l'étape juste avant, modifie pourtant la **génération** à l'**horizon infini**, autrement dit une fois la **limite infinie** atteinte. On parle ici de l'**infini** sous son angle de **limite absolue**, exactement comme aussi **0** est une **limite absolue** (d'ailleurs les deux **limites absolues** sont très intimement liées, pour ne pas dire simplement synonymes, deux façons différentes de dire dire exactement la même chose), et non pas de l'**infini** sous son angle de **processus indéfini**, c'est-à-dire **perpétuel**, **continuel**, en **évolution**. A l'**horizon infini** en tant que **limite absolue**, la **logique**, digne de ce nom, exige qu'une **valeur de vérité**, qui était la même jusque là ou de même type, change ou change de type, et c'est ce changement qui indique précisément qu'on a atteint l'**infini**, la **limite**, le **terminus**, sinon on est simplement encore dans l'**infini** en tant que **processus indéfini**. C'est en vertu de de cette **logique** très **naturelle** et somme toute très concrète, que l'on conçoit très aisément que si l'on trace un **segment** de **longueur 1 point** par **point**, chaque point ayant une **longueur 0**, il n'augmente pas la **longueur** de ce qui a été tracé avant, longueur qu'on appellera **x** par exemple. On a donc: **x + 0 = x**, ce que signifie que **0** est l'**élément neutre** de l'**addition**.

Ainsi donc, **point** après **point**, pendant donc le processus du tracé qui a un **nombre infini** d'étapes (car il y a un **nombre infini** de **points** intermédiaires entre les deux extrémités du **segment** qu'on trace), où l'**infini** est vu ici sous angle de **processus indéfini** (**perpétuel**, **continuel**), la **longueur** ne change pas en ajoutant un **point** qui est de **longueur 0**. On ne devrait donc jamais pouvoir obtenir un **segment** de **longueur 1**, on devrait donc toujours avoir le **0** du départ. Mais c'est là où intervient l'**infini** sous son angle d'**horizon**, de **limite absolue**, qui dit qu'à cet **horizon**, ce qui ne changeait pas doit avoir changé!

C'est ainsi qu'en ajoutant toujours des **points** de **longueur 0**, on **finit** pourtant par avoir un **segment** de **longueur 1**, car l'**infini ω** (ou **oméga**), est la **FIN**, c'est lui qui marque la **fin**, avec lui l'**impossible** devient **possible**. Cela veut dire que normalement on ne devrait pas finir le **segment**, puisqu'il a un **nombre infini** de **points**. Mais l'**Univers** a toujours une voie pour rendre cela possible. Et si, faire une **opération** de **tracé** d'un **segment** qui revient à **compter** l'**infini point** par **point** et à achever le **comptage**, qui devrait être **impossible**, devient **possible**, alors aussi **0** devient **1**! On a depuis l'antiquité grecque présenté cette réalité sous forme de divers « paradoxes », comme le paradoxe de Xénon ou le paradoxe d'Achille et la tortue, etc.. Mais il n'y a pas de paradoxe du tout, pas plus qu'il n'y a de paradoxe de Russell, de Burali-Forti, en théorie des ensembles. Le problème vient de la logique d'**identité** ou de **négation** avec laquelle on raisonne depuis toujours.

La **loi de logique** concernée ici est donc le **principe d'alternation** sous sa forme de **loi** ou **théorème de l'horizon infini absolu** ou le **théorème de l'infini absolu oméga**. Autrement dit, le **modèle PE1** introduit dans la partie A.



On rappelle qu'il veut dire que pour une **propriété P** donnée, ici la **propriété** qui est « **d'augmenter la longueur d'un segment déjà tracé en ajoutant un point** », les phrases : « **P n'est jamais vrai** » et « **P est vrai à l'infini** », sont synonymes, exactement comme de dire que dire que « **deux droites parallèles ne se coupent jamais** » c'est dire que « **les deux droites parallèles se coupent à l'infini** » ou « **se coupent à l'horizon** ».

Nous avons vu qu'une des manières d'exprimer cette loi est l'**énitivité** ou **oméganité**: **ω = ω+1**. On le voit bien sur l'image: le **point ω** à l'horizon signifie qu'à ce point, **ajouter** une **distance 1** ou une **traverse 1** de plus ne fait pas changer le **point ω**.

Et maintenant, si, en partant de la traverse nommée **0**, on avance par **unité** de **1** vers le **point ω**, il se produit un phénomène que nous avons sans doute eu l'occasion de constater, ou pouvons constater facilement, c'est que le **point ω** recule d'autant, un phénomène de recul de l'**horizon** qui ne remet pas en question le **théorème** ou signifierait que le **point** de **rencontre** des **deux droites parallèles** est une « illusion », bien au contraire. Ce point est tout aussi **réel** que le **point 0**, mais simplement, comme nous changeons constamment le **point 0** en avançant vers le **point ω**, lui aussi recule d'autant, pour qu'il y ait toujours exactement la **même distance** représentant l'**infini** (mai qui en réalité est toujours **finie**, et on peut la calculer en appliquant le théorème de Thalès par exemple) entre le nouveau **point 0** et le nouveau **point ω**. A un moment donné, on arrivera forcément au point qui était l'ancien **point ω** avant qu'on décide d'avancer vers l'**horizon**, et alors on aura en un sens atteint le **point ω**, exactement comme on **finit** toujours par **tracer** le **segment** de **longueur 1**, même si pour cela il faut tracer une « **infinité** » de **point**. La raison est que les **points** que nous traçons à chaque fois n'ont jamais une **longueur 0 absolu**, qui est tout aussi difficile à atteindre que l'**infini absolu**. Le **zéro** et l'**infini** sont deux faces de la **même réalité**, ce sont simplement deux manières différentes de dire la même chose.

Même si ce que nous traçons est appelé « **point** » ou « **longueur 0** », nous avons reçu de l'**Univers** le pouvoir de **compter** les **points absolus** par **paquets infinis**, paquets que nous pouvons rendre aussi **petits** que nous voulons, ce qui veut dire les **points** aussi **petits** ou **fins** que nous voulons, mettant ainsi en œuvre ici l'**infini** sous son aspect d'**infini indéfini**, c'est-à-dire un **processus perpétuel**. C'est ce que nous appelons aussi l'**infini relatif** et que nous notions souvent par **w**, à savoir le **nombre omégaréel infini** de référence. Lui-même et ses **différentes puissances** par exemple: $\mathbf{w^0 = 1, w^1, w^2, w^3, w^4, \ldots}$, tendent vers l'**infini**, cette fois-ci l'**absolu**, **ω** donc. Celui-ci et **w** sont exactement la même chose, sauf que **w** est sa forme **accessible**, car, même si nous n'en n'avons pas conscience, nous savons compter l'**infini**, chacun de nous pas quand nous marchons par exemple, est un **nombre infini** de **points**, même si nous pensons ne savoir compter que des **nombres finis** en disant: **1 pas, 2 pas, 3 pas, 4 pas, …**, en étant donc incapables de parvenir à dire : « **ω pas** » ou « **infinité de pas** ». Oui, mais nous n'avons pas besoin de dire: « **ω pas** » ou « **infinité de pas** », car nous le disons déjà d'une autre manière. En effet, à chaque **pas**, nous disons: « **ω points** » ou « **infinité de points** ». Nous savons donc compter les **pas** par **nombres finis**, et les **points** par **nombre finis**. Les **points** et les **pas** ne sont pas des choses **identiques**, certes, mais **équivalentes**.

Nous faisons exactement le même genre de démarches en comptant en disant: **1 unité, 2 unités, 3 unités, 4 unités, …**, ou simplement: **1, 2, 3, 4, …**, et quand les nombres deviennent grands, nous changeons d'**unité** en disant: **1 milliard, 2 milliards, 3 milliards, 4 milliards, …**. Nous savons donc **compter** les **milliards**, simplement aussi parce que nous savons d'une manière générale **compter** les **unités**. Quelle que soit l'**unité**, la logique est exactement la même, les **unités** sont **équivalentes**, donc aussi le **point** comme le **pas**, le **fini** comme l'**infini**, et l'**infini** comme le **fini**. C'est notre logique de **négation**, qui **sépare** les **choses**, les **unités**, et qui fait perdre de vue leur **logique commune**, la **logique universelle**, qui pose **problème**.

Pour en revenir à notre propos, dire donc que **deux droites parallèles se coupent jamais**, et dire en même temps que les **droites parallèles se coupent pourtant à l'infini**, n'est pas un paradoxe, qui serait de dire une chose et son **contraire**, ou plutôt une chose et sa **négation**. Mais ce sont simplement deux manières différentes de dire **exactement la même vérité**. Cette logique est tellement connue depuis la nuit des temps, que si par exemple si une personne **A** veut dire à une personne **B**: « **Tu ne seras jamais le roi du royaume** » ou, comme on le dirait de nos jours: « **Tu ne seras jamais le président de la république** », elle pourrait dire exactement la même chose ainsi: « **Tu seras le roi du royaume quand les poules auront des dents** », ou « **quand deux droites parallèles se rejoindront** », ou encore : «**Tu seras le président de la république quand le nombre de mes années sera infini** », c'est-à-dire quand son âge sera **infini**.

Dans la pensée de la **négation**, la logique **négative**, on dira cela pour exprimer une « **impossibilité** », qui est exactement aussi comme la dite « **impossibilité** » de **diviser par 0**. Mais dans la **bonne logique**, la **logique positive**, l'**alternation**, on n'exprime pas une **impossibilité**, mais simplement que la **vérité alterne** à l'**infini**, les énoncés changent de **valeur de vérité**, et ce qui était **impossible** devient alors **possible**.

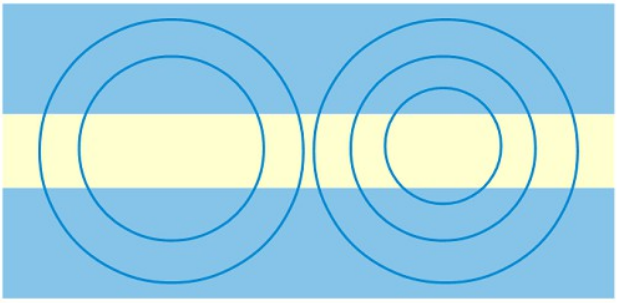
THÉORÈME ***de l'horizon infini absolu (principe d'alternation)***
Les énoncés: « **P n'est jamais vrai** » et « **P est vrai à l'infini** » sont **logiquement équivalentes**, de même que les énoncés: « **P est toujours vrai** » et « **P est faux à l'infini** ».

On énonce simplement le **théorème** selon lequel ce qui est « **impossible** » dans un **domaine fini**, dans un **monde fini**, dans un **univers fini**, dans un **espace fini**, dans un **temps fini**, etc., devient **possible** dans un **domaine infini**, dans un **monde infini**, dans un **univers infini**, dans un **espace infini**, dans un **temps infini**, etc..

Et finalement « **tout est possible** », « **toute chose existe** », une manière d'exprimer le **Théorème de l'Existence** ou simplement la définition de l'**Univers TOTAL**, l'**Ensemble de toutes les choses**, celui dans lequel **toute chose existe**, **toute chose** est **possible**.

C'est cette **vérité fondamentale** qui est simplement à l'oeuvre ici, dans cette question du tracé d'un **segment de longueur 1**, et que nous allons appliquer au fait qu'on ne change pas la **génération** quand on **itère** à chaque fois une même **structure x**, de **génération n**. Les **itérations** étant donc notées: **x, xx, xxx, xxxx, xxxxx, … , x...**, que nous appelons des **générescences** d'**unit x**, on a donc: **n = gen(x) = gen(xx) = gen(xxx) = gen(xxxx) = ….** Mais cela, c'est la **génération** à chaque étape du **processus indéfini**, c'est-à-dire **perpétuel**, **continuel**. À chaque étape, la **génération** ne change pas, donc « **elle ne change jamais** », « **elle reste toujours la même** ». Et le théorème précédent nous dit alors que cela signifie : « **elle change à l'horizon infini** », « **elle ne reste plus la même** ». Autrement dit, avec la **générescences** notée « **x...** », et qui signifie qu'on **itère x ω** fois, la **génération**, qui était toujours de **n**, devient **n+1**, ce qui veut dire aussi « **x...** » est **équivalent** à **{x}**. Tout simplement, par définition, l'**itération infinie** « **x...** » est **{x}**.

Voici, toujours avec les **2-unidaux** ou **cercles**, la **structure** de l'**ordinal 2** tel qu'on le définit actuellement dans la théorie des ensembles de référence qu'est ZF:



(())((())) = {{ }}{{{ }}} = {0}{{0}} = {0}{1} = 2

*Cette **structure** contient donc les **ordinaux 0** et **1**.*
*Les deux **enveloppes** extérieures, au point de leur contact,*
*forment la **structure** « }{», qui est la définition que nous donnons à la **virgule**, notée « **,** ».*
*L'**ordinal 2** est donc : **2 = {0, 1}**.*

La notion classique des **ensembles** est en fait les **ensembles parenthésiques** ou **unidaux**. Les **structures** des **parenthèses** ne sont donc pas que des objets métamathématiques, mais bel et bien des objets mathématiques, qui, comme les **ordinaux** qui leur sont très étroitement liés, sont les **ensembles spéciaux** dont le rôle est de décrire la **structure ensemble-élément** de **TOUS les ensembles**, **finis** comme **infinis**! La théorie des ensembles consiste donc simplement à construire dans le plan par exemple **toutes les structures** possibles avec seulement des **cercles**, avec comme **règles** de les **imbriquer**, de les **poser côte à côte** (**concaténation**), de mettre **toute structure** déjà construite **à l'intérieur d'un autre cercle**, et ainsi de suite jusqu'à l'**infini**.

Et comme on l'a déjà montré avec l'ensemble **N** ou **Z**, et comme on le montrera encore, il ne faut plus voir les **ensembles**, les **ordinaux** ou les **nombres** comme des objets **statiques**, mais comme des objets **dynamiques**. C'est ce **dynamisme** qui est la notion d'**infini** dont nous parlons, c'est-à-dire l'**infini** c'est le **fini** mais qui est **dynamique**, **variable**, **élastique**, etc.. Nous avons expliqué dans la partie A que ce que l'on qualifie de **nombre entier naturel** « non standard », correspond à la notion de **nombre omégaréel infini**, que nous avons construit dans la partie B, en particulier le **nombre w**.

Nous avons donné un aperçu de comment les **structures parenthésiques** (les **ensembles parenthésiques** donc), construisent les **ordinaux**, qui sont, eux, spécialisés dans la question du **bon ordre**. Ces **structures** construisent simplement **TOUS** les **types** d'**ensembles**.

Des énoncés fondamentaux actuellement appelées les axiomes de la théorie des ensembles sont, avec la **théorématique**, simplement des **théorèmes naturels** ou **universels**, des énoncés des propriétés des **structures** que nous allons construire, étant entendu aussi que ces **structures**, ainsi que l'**infini ω** et les **ordinaux**, sont **dynamiques**. Autrement dit simplement, même si nous travaillons avec l'**identité** pour poser les définitions et établir des propriétés selon une méthodologie très souvent classique, la véritable notion d'**égalité** en fin de compte est l'**équivalence**.

En raison de l'**équivalence** ou de la **structure fractale** à laquelle obéit l'**Univers** d'**ensembles** que nous construisons, il nous suffira donc de construire l'**Univers** de référence, de **cardinal** ω, que nous appellerons $\mathbf{U_1}$, pour avoir construit tout l'**Univers**. C'est du reste la même logique pour les **ensembles unaires** ou **générescences**. Une fois qu'on a construit le **modèle** : **ou, u, uu, uuu, uuuu, …, u...**, ou : **0u, 1u, 2u, 3u, …, ωu**, tout a été dit. Et à la fin de la partie B, nous avons vu toute la fractale des ordinaux qui se cachent dans la simple liste: **0, 1, 2, 3, 4, …, ω-4, ω-3, ω-2, ω-1, ω**.

Nous ferons donc le même travail avec les **ensembles parenthésiques**, nous construirons les **ensembles finis**, la généralisation se faisant par la **structure fractale**. Les deux bits **0** et **1** sont respectivement appelés la **parenthèse ouvrante** et la **parenthèse fermante** (ou le choix inverse), notés alors « **{**» et « **}**». Ils doivent obéir aux règles de la **structure** de **parenthèses**, que nous avons déjà vues, et que nous allons synthétiser sous peu.

Les deux bits sont alors interprétés aussi comme les **nombres 1** et **2**. L'un des intérêts de cette interprétation est que le **1** ou la **parenthèse ouvrante** est alors la **générescence 1** ou **U**, et **1** ou la **parenthèse fermante** est alors la **générescence 2** ou **UU**. Et alors la **structure** de **parenthèses** se ramène à une structure particulière des **ensembles unaires** ou **générescences**. Mais pour l'instant, voyons les deux parenthèses, « **{**» et « **}**», comme étant simplement **deux objets distincts**, **1** et **2**, ou **0** et **1**, etc..

Comme exemples de structures que nous construirons, on a par exemple : { }, { }{ }, {{ }}, {{{ }}}, {{ }}{{{ }}}, etc., c'est-à-dire : **01, 0101, 0011, 000111, 0011000111**, etc., ou encore : **12, 1212, 1122, 111222, 1122111222**, etc., qui, comme on le voit, peuvent être interprétées comme des **nombres entiers** spéciaux, donc comme des **générescences** particulières. Et maintenant voici comment on les obtient.

DÉFINITIONS et THÉORÈME:
Toutes les **structures finies** de parenthèses sont obtenues par application itérée des règles suivantes:

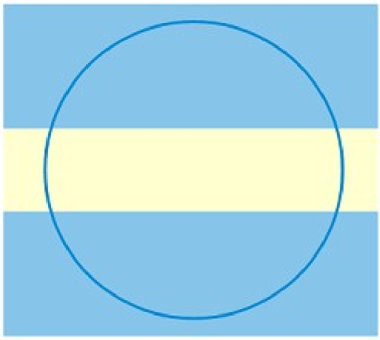
i) **{ }** est le premier **ensemble parenthésique** appelée l'**ensemble vide**, et notée: $\varnothing$. Et par définition, on l'appelle l'**ordinal 0** et on dit que sa **génération** ou son **rang**, noté **gen(∅)** ou **gen(0)**, est **1**. On peut aussi partir de l'**espace o** comme première **structure**, de **génération** ou **rang 0**.

ii) **a** étant un **ensemble parenthésique**, dont la **génération** est **n**, **{a}**, qui consiste à entourer a de la parenthèse ouvrante et fermante, est un nouvel **ensemble**, appelée un **singleton**, et on dit que **a** est l'**unique élément** de ce **singleton**. Et par définition **sa génération** est: **gen(a) = n+1**;

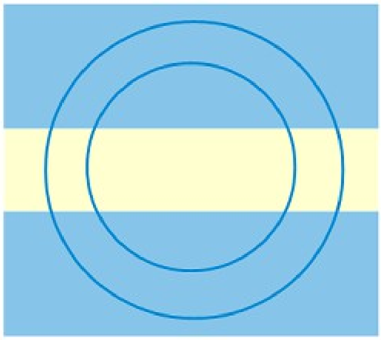
iii) **a** et **b** étant deux **ensembles parenthésiques**, de **générations** $\mathbf{n_a}$ et $\mathbf{n_b}$. L'assemblage **ab**, qui consiste à **concaténer** dans cet ordre **a** et **b**, est un nouvel **ensemble**, et par définition les **éléments** de **a** et **b** sont aussi les **éléments** de **ab**. L'opérateur de **formation** ou de **concaténation**, que nous appelons le **hener**, est « **.** », noté aussi « ∪» ou « + », appelé aussi l'**addition physique**, est l'opération fondamentale de **réunion** des **ensembles**, et c'est la manière la plus fondamentale de définir la notion d'**addition**. On a donc : $\mathbf{a \,.\, b \;=\; a \cup b \;=\; a + b \;=\; ab}$.
On additionne donc physiquement simplement **a** et **b**.
Et la **génération** de **ab** est : $\mathbf{gen(ab) = sup(gen(a), gen(b)) \;= gen(n_a\,, n_b)}$.
Autrement dit, la **génération** de **ab** est la plus grande des deux **générations** $\mathbf{n_a}$ et $\mathbf{n_b}$.

DÉFINITION
Les **structures parenthésiques** que l'on peut former en itérant seulement les trois règles précédentes, sont appelées les **structures parenthésiques finies**, au sens classique de notion de **fini** (car nous avons vu un sens plus général et plus conforme à la logique des **ordinaux**, qui la **finitude** et l'**infinitude**, qui n'est pas la classique notion de « **tout ou rien** » de **fini** et d'**infini**). On les appelle aussi les **ensembles parenthésiques finis**.

La définition des **cyclogénérescences** repose seulement sur les deux premières règles, les **générations finies** sont tous les **ensembles parenthésiques** que l'on peut former sur la base seulement de ces deux premières règles.



( ) = { } = 0



(( )) = {{ }} = {0} = 1

On rappelle aussi que si l'on a une **structure** de la forme: $x = \{x_0\}\{x_1\}\{x_2\}\{x_3\}...\{x_n\}$, qui est un **ordinal référenciel**, par définition le **cardinal** de **x**, c'est-à-dire le **nombre** de ses **éléments**, est: **card(x) = n**, si x_0 est l'**espace o**, et **card(x) = n+1**, si tous les **éléments** x_i sont **différents** de l'**espace o**, c'est-à-dire si les $\{x_i\}$ sont tous des **singletons non vides**. Et par définition aussi, pour la **référence** de **x**, on a:
$ref(x) = 2^{x0} + 2^{x1} + 2^{x2} + 2^{x3} + \ldots + 2^{xn}$.

On peut mettre tout **parenthésage x** sous **forme référencielle**, en reprenant tout le processus de sa formation en partant de l'**ensemble vide { }**, et en veillant, notamment au moment de l'application de la règle iii), à éliminer les **singletons** qui sont des doublons, donc à ne retenir chaque singleton qu'une seule fois, au moment de former les **éléments** des **parenthésages** à chaque niveau. Et une fois les doublons éliminés, on ordonne les singletons soit simplement selon leur ordre en tant que **codages binaires**, soit en les ordonnant selon l'**ordinal de référence** qu'ils sont, ordinal de référence qui, soit dit en passant, ne dépend pas de l'ordre des éléments du parenthésage traité. En effet, comme on le voit, dans la formule: $ref(x) = 2^{x0} + 2^{x1} + 2^{x2} + 2^{x3} + \ldots + 2^{xn}$, l'**addition** est **commutative**, ce qui veut dire qu'on peut **permuter** l'ordre des termes, comme on le souhaite, donc l'ordre des éléments x_i qui interviennent dans la formule.

Cela permet ainsi, pour deux parenthésages quelconques **x** et **y**, de définir entre eux la relation suivante: «**ref(x) = ref(y)**», genre de relations, de la forme générale: «**F(x) = F(y)**», autrement dit de la forme : «**x et y ont un même c**», où **c** est une **caractéristique commune** représentée par **F**, qui sont des **relations d'équivalence**, donc une **relation d'égalité**. Ici, la relation: «**ref(x) = ref(y)**», fait des **parenthésages** ayant un même **parenthésage** de **référence**, des **ensembles équivalents**, **égaux**, modulo la **référence** donc. De tels ensembles ont donc un même **ordinal référenciel**, que l'on calcule ensuite avec la formule: $ref(x) = 2^{x0} + 2^{x1} + 2^{x2} + 2^{x3} + \ldots + 2^{xn}$.

Par exemple, les parenthésages: **{ }**, **{ }{ }** , **{ }{ }{ }**, etc., qui consistent à itérer **{ }** ou **{o}**, qui est **référenciel**, l'ont comme **référence**, et donc ont le même **ordinal de référence**, qui est: $2^o = 0$. Autrement dit, ils sont tous l'**ordinal 0**. De même, l'ensemble **x = { }{5}{1}{7}{{3}{6}{2}{{{0}}{{0}}}{3}}{9}{5}**, et: **y = { }{5}{1}{7}{1}{ }{{3}{6}{{{0}}{{0}}}{3}{2}}{{{0}}{{0}}}{9}{7}{5}{7}**, se réduisent à la même forme de référence: **r = { }{1}{5}{7}{9}{{2}{3}{6}{{{0}}}}**, et sachant que **{{{0}}} = {{1}} = {2}**, il se trouve donc que **r** n'était pas encore tout à fait une référence, elle peut donc être encore être réduite, et on a: **r = { }{1}{5}{7}{9}{{2}{3}{6}{2}} = { }{1}{5}{7}{9}{{2}{3}{6}} = {o}{1}{5}{7}{9}{{2}{3}{6}}**. Et cette fois-ci donc, on a une forme parfaite de référence pour les deux ensembles **x** et **y**, à tous les niveaux, et ceci suffit pour dire que **x** et **y** sont le même ensemble, qui ont donc comme éléments: **o**, **1**, **5**, **7**, **9**, **{2}{3}{6}**. Et si l'on veut être encore plus précis, le dernier élément à son tour a pour éléments: **2**, **3**, **6**, et donc ce dernier élément est l'ordinal référenciel: $2^2 + 2^3 + 2^6 = 76$. Donc finalement les deux ensembles **x** et **y** ont les mêmes éléments référencés: **o**, **1**, **5**, **7**, **9**, **76**. Et donc ces deux ensembles sont l'ordinal référenciel: $2^o + 2^1 + 2^5 + 2^7 + 2^9 + 2^{76} = 0 + 2^1 + 2^5 + 2^7 + 2^9 + 2^{76} = 2^1 + 2^5 + 2^7 + 2^9 + 2^{76} = 75557863725914323419810$.

L'immense intérêt de cela est que n'importe quel **ensemble parenthésique**, **fini** et même **infini** (avec la nouvelle conception de l'**infini**, à savoir le **fini** mais simplement **dynamique**, **variable**, **élastique**) peut être, moyennant la **relation d'équivalence** : « **x et y ont la même forme de référence** » combinée avec la formule de calcul de l'**ordinal référenciel**, ramené à un **ensemble** d'**ordinaux**, et au final à un **ordinal**. Cela veut une fois encore dire que les **ensembles** et les **ordinaux** ne sont que deux manières différentes de parler d'une seule et même réalité. Et si c'est juste pour dire cela, il n'était même pas nécessaire d'utiliser la traduction d'un **ensemble parenthésique** en **ordinal référenciel**. En effet, tout **ensemble parenthésique** est un **code binaire**, il suffit de remplacer les **parenthèses ouvrantes** par **1** et les **fermantes** par **0**, et tout **ensemble parenthésique** devient un **ordinal** en **écriture binaire**, qu'on peut même interpréter directement comme une écriture décimale, les nombres écrits donc dans le système décimale seulement avec les chiffres **0** et **1**. Ainsi, par exemple, l'ensemble vide **{ }**, est interprété en binaire comme **10** ou **2**, et en décimal comme **10**, c'est-à-dire « **dix** ». et l'ensemble **{{ }}{{{ }}}**, est interprété en binaire comme **1100111000**, ou **824**, et en décimal comme **1100111000**, c'est-à-dire « **un milliard cent mille cent-onze mille** ». Partant de là, tous les ensembles sont des **entiers** ou des **ordinaux**. Et par exemple **{{ }}{{{ }}}**, peut être interprété comme: **{10}{1100}** ou **{10, 1100}**, donc comme l'ensemble ayant pour élément les entiers **10** et **1100**. Alors quel est l'intérêt d'un autre traduction des ensembles en ordinaux ou nombres entiers, à savoir comme des **ordinaux référenciels**?

L'exemple précédent donne déjà la réponse. En effet, avec ce codage, tous les nombres entiers ne sont pas représentés par les parenthésages, il n'y a que certains nombres particuliers qui le sont, ceux dont l'écriture binaire est un parenthésage, ce qui n'est pas le cas de **3** par exemple, qui s'écrit **11** en binaire. Mais avec le **codage référenciel**, non seulement tous les **nombres entiers naturels** et tous les **ordinaux** (finis comme infinis, au sens nouveau de ces termes), sont représentés, mais en plus et surtout le code suit une logique de construction de toute la hiérarchie des **ensembles**, que nous avons déjà évoquée, qui est très fondamentale et de très grande importance. C'est la construction de **tous les ensembles**, en partant de l'**ensemble vide { }** ou **{o}** ou **0**, et ce au moyen d'une seule notion, celle de l'**ensemble des parties** d'un **ensemble x**, noté habituellement $\mathcal{P}(\mathbf{x})$ ou $\mathbf{2^x}$. Et précisément, c'est avec les **ordinaux référenciels** que la seconde notation, $\mathbf{2^x}$, va prendre tout son sens. Car tout **ensemble x** va maintenant être vu comme un **ordinal**, en l'occurrence un **ordinal référenciel**, et alors l'**ensemble des parties** de **ensemble x**, à savoir $\mathcal{P}(\mathbf{x})$, et l'**ordinal référenciel** $\mathbf{2^x}$, deviennent parfaitement synonymes. Pour mieux comprendre cela, quelques définitions préalables sont nécessaires.

D'abord il est plus que jamais indispensable de distinguer un **ordinal** ou **nombre** dans l'**absolu**, et ses différentes **formes** ou **représentations**. Par exemple on a l'**ordinal** ou **nombre** « **quatre** », que nous avons l'habitude de représenter comme **4** en **décimal**, si bien que nous assimilons cet **ordinal** et ce **chiffre**, qui n'est en fait qu'une des représentations du **nombre** « **quatre** ». Mais il y a aussi sa représentation **unaire**, qui est, en prenant la représentation **décimale** comme **référence**: **4 = 0000**, ou: **4 = 1111**, représentation **unaire** que nous appelons une **générescence** ou **information unaire**. Et, dans le même ordre d'idées, il y a la représentation **cyclogénérescente**: **4 = 11110000** ou **4 = {{{{ }}}}**. Et il y a la représentation **binaire**: **4 = 100**, et la représentation que nous qualifions de **standard**: $\mathbf{4 = \{0, 1, 2, 3\}_s = N_4}$. Et maintenant la représentation **référencielle**: $\mathbf{4 = \{2\}_r}$.

Le terme « standard » ici ne doit pas être confondu avec le même terme de l'analyse non standard, quand on parle par exemple de nombre entiers ou d'ensemble « standard ». Ici, le terme «**standard** » est à comprendre dans son sens le plus courant, à savoir « ce qui est pris comme norme », ou «ce qui est courant, classique ».

On peut définir bien d'autres types de représentations des **nombres**, le choix d'une représentation dépend de l'angle sous lequel on veut voir le **nombre**. Et évidemment aussi, n'importe laquelle des représentations peut être prise pour la **référence**. Celle que nous qualifions de « **référencielle** » n'est certainement pas la plus évidente, mais c'est elle la plus **générale**, c'est elle qui **décrit** et **codifie** sous forme **ordinale** toutes les **parties** de tous les **ensembles parenthésiques**, donc tous les **ensembles**. C'est cette représentation et la représentation **standard** qui vont nous intéresser ici pour la construction que nous allons faire.

La représentation **standard** pour tout **ordinal n** est donc: $\mathbf{n = \{0, 1, 2, 3, \ldots, n\text{-}3, n\text{-}2, n\text{-}1\}_s = N_n}$. Et sa représentation **référencielle** la plus simple de **n** est **n**, ce qui signifie que toute autre représentation de **n** (notamment la **décimale**, la représentation courante), est un cas particulier de représentation **référencielle**, ce qui n'est pas le cas des autres qui bien souvent exigent un formatage spécifique. Par exemple, **4** n'est pas une représentation **binaire** de **4**, cette représentation exige de tout traduire sous forme de suite de chiffres **0** et **1**. Et **4** n'est pas non plus une représentation **standard** de **4**, où **4** doit être vu comme l'**ensemble** de tous les **ordinaux strictement inférieurs** à **4**, donc de **0** à **3**. Mais en représentation **référencielle**, **4** est avant tout **4**, donc: $\mathbf{4 = 4_r}$, peu importe la représentation qui par ailleurs permet de dire: « **4** », c'est-à-dire: « **quatre**». Et **4** est aussi: $\mathbf{4 = \{2\}_r}$, et aussi: $\mathbf{4 = \{\{1\}\}_r}$, et aussi: $\mathbf{4 = \{\{\{0\}\}\}_r}$, et aussi: $\mathbf{4 = \{\{\{\{\ \}\}\}\}_r}$, et aussi: $\mathbf{4 = \{\{\{\{o\}\}\}\}_r}$, où **o** est l'**espace**. Et de même, **3** est avant tout **3**, donc: $\mathbf{3 = 3_r}$. Et aussi: $\mathbf{3 = \{0, 1\}_r = \{0\}\{1\}_r}$. Et aussi: $\mathbf{3 = \{\{\ \}\}\{\{\{\ \}\}\}_r}$. Et aussi: $\mathbf{3 = \{\{o\}\}\{\{\{o\}\}\}_r}$.

Ainsi donc, en représentation **référencielle** (comme d'ailleurs dans les autres représentations), un **ordinal n** se ramène toujours totalement à un **ensemble parenthésique**. Et comme pour la représentation **standard** ou **cyclogénérescente**, le but est à un moment donné toujours d'indiquer les **ensembles parenthésiques** à considérer comme les **éléments** de **n**, en énumérant chaque élément une seule seule fois, ce qui n'est pas le cas de la représentation **unaire**, où un élément peut être répété, comme par exemple: **4 = 1111 = {0}{0}{0}{0}**, où donc l'élément **0** est **itéré 4** fois. La **répétition** ou l'**itération** qui est recherchée dans ce cas, est au contraire évitée dans d'autres, notamment dans la représentation **référencielle**, car la formule: $\mathbf{ref(x) = 2^{x0} + 2^{x1} + 2^{x2} + 2^{x3} + \ldots + 2^{xn}}$, exige que chaque $\mathbf{x_i}$ apparaisse une seule fois dans la formule, pour que le calcul de l'**ordinal de référence** soit juste. Et la même formule montre aussi que chaque $\mathbf{x_i}$ est obligatoirement **strictement inférieur** à **x**, ce qui veut dire qu'en mettant **x** sous forme **standard**, à savoir: $\mathbf{x = \{0, 1, 2, 3, \ldots, x\text{-}3, x\text{-}2, x\text{-}1\}_s = N_x}$, l'**ensemble référenciel**: $\mathbf{x = \{x_0, x_1, x_2, x_3, \ldots, x_{n-3}, x_{n-2}, x_{n-1}\}}$, est une **partie** de **x**.

THÉORÈME

Cela veut donc dire que tout **ordinal** $\mathbf{n = \{0, 1, 2, 3, \ldots, n\text{-}3, n\text{-}2, n\text{-}1\}_s = N_n}$, peut être mis sous une **forme référencielle** particulière: $\mathbf{n = \{n_0, n_1, n_2, n_3, \ldots, n_{n-3}, n_{n-2}, n_{k-1}\}_r = \{n_0\}\{n_1\}\{n_2\}\{n_3\} \ldots \{n_{n-3}\}\{n_{n-2}\}\{n_{k-1}\}_r}$, où les $\mathbf{n_i}$ sont les **éléments** de **n**. Autrement dit, la **forme référencielle** de **n**, à savoir: $\mathbf{\{n_0, n_1, n_2, n_3, \ldots, n_{n-3}, n_{n-2}, n_{k-1}\}_r}$, est l'une des **parties** de sa forme **standard**: $\mathbf{n = \{0, 1, 2, 3, \ldots, n\text{-}3, n\text{-}2, n\text{-}1\}_s = N_n}$. Comme par exemple: $\mathbf{3 = \{0, 1\}_r}$, est une partie de: $\mathbf{3 = \{0, 1, 2\}_s}$. Ou comme: $\mathbf{4 = \{2\}_r}$, est une partie de: $\mathbf{4 = \{0, 1, 2, 3\}_s}$. Cela veut dire aussi que toutes l'**ensemble des parties** d'un **ordinal n**, le **représente**. Cet **ensemble des parties** est l'**ordinal référenciel**: $\mathbf{ref(n) = 2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + \ldots + 2^{n-1} = 2^n - 1}$, qui est strictement **supérieur à n**. Toutes les **parties** de **n** sont les **ordinaux référenciels** de **0** à $\mathbf{2^n - 1}$. Donc parmi ces **parties**, il existe une, $\mathbf{\{n_0, n_1, n_2, n_3, \ldots, n_{n-3}, n_{n-2}, n_{k-1}\}_r}$, qui est très exactement le même **ordinal** que **n**, c'est-à-dire: $\mathbf{n = 2^{n0} + 2^{n1} + 2^{n2} + 2^{n3} + \ldots + 2^{nk-1}}$. C'est donc cette partie qui représente par excellence et l'**ordinal n**, et l'**ensemble des parties** de **n**. C'est-à-dire: $\mathbf{n = \{n_0, n_1, n_2, n_3, \ldots, n_{n-3}, n_{n-2}, n_{k-1}\}_r = \{n_0\}\{n_1\}\{n_2\}\{n_3\} \ldots \{n_{n-3}\}\{n_{n-2}\}\{n_{k-1}\}_r}$.

Ainsi par exemple, parmi les **parties** l'**ordinal standard**: $\mathbf{3 = \{0, 1, 2\}_s}$, c'est spécialement la **partie**: $\mathbf{3 = \{0, 1\}_r}$, dont la valeur est exactement: $\mathbf{3 = 2^0 + 2^1}$, qui va représenter et l'**ordinal 3** et l'**ensemble** de ses: $\mathbf{2^3 = 8}$ **parties**. Et parmi les **parties** l'**ordinal standard**: $\mathbf{4 = \{0, 1, 2, 3\}_s}$, c'est spécialement la **partie**: $\mathbf{4 = \{2\}_r}$, dont la valeur est exactement: $\mathbf{4 = 2^2}$, qui va représenter et l'**ordinal 4** et l'**ensemble** de ses: $\mathbf{2^4 = 16}$ **parties**.

La notion de **partie**, d'**ensemble des parties**, de leur **codage ordinal**, est donc le cœur même des **ordinaux référenciels**, c'est tou leur intérêt. Et l'intérêt est d'autant plus grand que la notion d'**ensemble des parties** est le **moteur** par excellence de construction de **TOUS les ensembles**, **finis** comme **infinis**, à partir d'un ensemble initial, qui est l'**ensemble vide**, mais qui peut aussi être l'**espace o**.

THÉORÈME

Pour deux **ensembles A** et **B**, **finis** ou **infinis**, de **cardinaux** respectifs α et β, l'**ensemble** des **applications** de **A** dans **B** est traditionnellement noté $\mathbf{B^A}$, car le **cardinal** de $\mathbf{B^A}$, c'est-dire le nombre de toutes les **applications** de **A** dans **B**, est exactement β^α . Et si en particulier $\mathbf{B = 2 = \{0, 1\}_s}$, alors on a: $\mathbf{card(B^A) = card(2^A) = 2^\alpha}$, qui est le **cardinal** de l'**ensemble des parties** de **A**, noté $\mathbf{2^A}$ ou $\mathcal{P}\mathbf{(A)}$.

En effet, pour un ensemble quelconque **A**, toute **application f** de **A** dans l'ensemble: $\mathbf{2 = \{0, 1\}_s}$ définit deux parties de **A**, notées $\mathbf{A_1}$ et $\mathbf{A_0}$, formées respectivement des éléments qui ont pour image **1**, et de ceux ayant pour image **0**. Les deux parties sont complémentaires dans **E**. On dit **f** est une **application** (ou **fonction**) de sélection dans **A**. En gros, cela revient à dire que **f** attribue la valeur **1** à certains éléments de **A**, et **0** à tous les autres. Les éléments qui ont la valeur **1** sont ceux **sélectionnés** pour former la partie $\mathbf{A_1}$, et ceux qui ont la valeur **0** sont ceux sélectionnés pour former la partie $\mathbf{A_0}$. Par conséquent, il y a autant de **parties** de type $\mathbf{A_1}$, qu'il y a d'éléments en tout dans $\mathbf{2^A}$ ou $\mathcal{P}\mathbf{(A)}$, et les éléments de type $\mathbf{A_0}$, forment exactement aussi $\mathbf{2^A}$ ou $\mathcal{P}\mathbf{(A)}$. Il y a donc autant d'éléments dans $\mathbf{2^A}$ ou $\mathcal{P}\mathbf{(A)}$, que de parties de **A**, c'est-dire exactement $\mathbf{2^\alpha}$.

Et une **fonction de sélection f** donnée peut ne sélectionner aucun élément de **A**, ce qui veut dire que pour cette fonction **f** on a **f(x) = 0** pour tous les éléments de **A**, et alors la **partie** ainsi formée est l'**ensemble vide { } = 0**. C'est alors la **partie vide de A**. et à l'inverse, **f** peut sélectionner tous les éléments de **A**, ce qui veut dire que pour cette fonction **f** on a **f(x) = 1** pour tous les éléments de **A**, et alors la **partie** ainsi formée est **A** tout entier. C'est alors la **partie pleine de A**. Si l'ensemble **A** est: $\mathbf{A = \{a_0, a_1, a_2, a_3, \ldots, a_{n-3}, a_{n-2}, a_{n-1}\}}$,

L'ensemble $\mathbf{2^A}$ ou $\mathcal{P}\mathbf{(A)}$ de **toutes les parties** de **A** est alors de la forme :

$\mathbf{2^A = \mathcal{P}(A) = \{\{\ \}, \{a_0\}, \{a_1\}, \{a_2\}, \{a_3\}, \ldots, \{a_{n-1}\}, \{a_0, a_1\}, \{a_0, a_2\}, \ldots, \{a_1, a_2\}, \{a_1, a_3\}, \ldots, \{a_0, a_1, a_2, a_3, \ldots, a_{n-3}, a_{n-2}, a_{n-1}\}\}}$, c'est-dire l'ensemble formé par la **partie vide**, suivi de toutes les **parties à 1 élément** (les **singletons**), suivies de toutes les **parties à 2 éléments**, suivies de toutes les **parties à 3 éléments**, etc., et en dernier la partie pleine: $\mathbf{\{a_0, a_1, a_2, a_3, \ldots, a_{n-3}, a_{n-2}, a_{n-1}\}}$, qui est **A**. Et, étant entendu que **n** est le **cardinal** de **A**, le nombre de toutes les paries est donné par:

$card(2^A) = card(\mathcal{P}(A)) = C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + C_n^3 + \ldots + C_n^n = 2^n$,
où **Cn^p** est le **coefficient** de la **formule du binôme de Newton**, qui est donc le **nombre** des **combinaisons** de **p éléments** pris dans **n éléments**, donné par la formule: **$C_n^p = n!/(p!(n\text{-}p)!)$**, où **n!** est la **factorielle** de **n**, c'est-à-dire: **$n! = 1\times2\times3\times4\times\ldots\times n$**.

L'**ordinal référenciel** associé à une partie **A'** donnée est celle de l'**ensemble des indices** des **éléments** de **A'**. Par exemple, l'**ordinal** de **$A' = \{a_0, a_2, a_3, a_{n-3}, a_{n-1}\}$**, est celui de: **$a' = \{0, 2, 3, n\text{-}3, n\text{-}1\}_r = 2^0 + 2^2 + 2^3 + 2^{n-3} + 2^{n-1}$**. Les **ordinaux** vont donc de **0** à **$2^n - 1$**. Et donc toutes ces **parties**, il existe une dont l'**ordinal référenciel** est exactement **n**. C'est elle qui représente spécialement **A**.

Les définitions que nous avons données signifient que nous effectuons un processus de **récurrence**. Par conséquent, comme expliqué dans la Conclusion de partie B, il nous faut avoir une compréhension précise de l'étape initiale et de l'étape finale. Pour l'étape initiale, cela veut dire examiner les définitions que nous venons de donner pour les **ensembles initiaux**, puis pour les **ensembles finaux**, en ce concerne l'étape finale. Regardons donc l'**ordinal standard**, l'**ordinal référenciel**, l'**ensemble des parties** et son **cardinal**, etc., pour les **ensembles initiaux**, puis les **ensembles finaux**.

→ Cas de l'espace o

Pour un **ordinal n**, l'**ordinal standard** de **n** est par définition l'ensemble de tous les **ordinaux** strictement inférieurs à **n**. L'**espace o** représente l'**ensemble inexistant**, l'absence d'ensemble ou d'ordinal à traiter, donc aussi son **ordinal standard N_o** est **inexistant**, il est **o**. De même pour son **ordinal référenciel**, il est **o**.
$N_o = ref(o) = o$.

Pour l'**ensemble des parties** de **o**, comme ces **parties** sont **inexistantes**, cet **ensemble** est donc **vide**. On a donc: **$2^o = \mathcal{P}(o) = \{\ \} = \{o\} = 0$**. Et donc: **$card\ (2^o) = card\ (\mathcal{P}(o)) = card(0) = 0$**.

On pose: **$V_o = \{\ \} = 0$**. On l'appelle l'**Univers V** des **ensembles** à l'étape **ordinale espace o**.

→ Cas de l'ensemble vide { }

Cette foi-ci nous avons un ensemble à traiter, l'**ensemble vide { }**, qui est le **0**. Pour son **ordinal standard**, il n'y a pas d'**ordinaux** strictement inférieurs à lui, autrement dit il n'y a que l'**espace o**. Donc: **$N_0 = \{\ \}_s = \{o\}_s = 0$**.

Et on a: **$ref(0) = ref(\{o\}) = 2^o = 0 = \{\ \}$**.
Et **{ }** n'a qu'une seule partie, lui-même. Donc: **$2^0 = \mathcal{P}(0) = \{\{\ \}\}_r = \{0\}_r = 1$**.

On pose: **$V_0 = \mathcal{P}(V_o) = 2^{V_o}$**.
On l'appelle l'**Univers V** des **ensembles** à l'étape **ordinale 0**.

→ Cas de l'ordinal 1 = {0}

Pour l'**ordinal 1**, les **ordinaux** qui lui sont strictement inférieurs sont le **0**, donc: **$N_1 = \{0\}_s = 1$**.
Et on a: **$ref(1) = 1 = 2^0$**. Donc: **$1 = \{0\}_r$**.

Et l'**ordinal 1** a: **$2^1 = 2$** parties, qui sont la **partie vide { }** et la **partie pleine {0} = 1**, qui est lui-même.
Donc: **$2^1 = \mathcal{P}(1) = \{\{\ \}, \{0\}\} = \{0, 1\} = 2$**. Et donc: **$card\ (2^1) = card\ (\mathcal{P}(1)) = 2$**.

On pose: **$V_1 = \mathcal{P}(V_0) = 2^{V_0}$**.
On l'appelle l'**Univers V** des **ensembles** à l'étape **ordinale 1**.

→ Cas de l'ordinal 2 = $\{0, 1\}_s$

Les **ordinaux** qui sont strictement inférieurs à **2** sont **0** et **1**, donc: **$N_2 = \{0, 1\}_s = 2$**.
Et on a: **$ref(2) = 2 = 2^1$**. Donc: **$2 = \{1\}_r$**.

Et l'**ordinal 2** a: **$2^2 = 4$** parties, qui sont: **{ }, {0}, {1}, {0, 1}**.

Donc: **$2^2 = \mathcal{P}(2) = \{\{\ \}, \{0\}, \{1\}, \{0, 1\}\} = \{0, 1, 2, 3\}_r = 4$**.

On pose: $V_2 = \mathcal{P}(V_1) = 2^{V1}$.
On l'appelle l'**Univers V** des **ensembles** à l'étape **ordinale 2**.

→ ***Cas de l'ordinal 3 =*** $\{0, 1, 2\}_s$

Les **ordinaux** qui sont strictement inférieurs à **3** sont **0**, **1**, **2**, donc: $N_3 = \{0, 1, 2\}_s = 3$.
Et on a: $ref(3) = 3 = 2^0 + 2^1$. Donc: $3 = \{0, 1\}_r$.

On a : $2^3 = \mathcal{P}(3) = \{\{\ \}, \{0\}, \{1\}, \{2\}, \{0, 1\}, \{0, 2\}, \{1, 2\}, \{0, 1, 2\}\}$
$= \{0, 1, 2, 4, 3, 5, 6, 7\}_r = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}_r = 8$.

On pose: $V_3 = \mathcal{P}(V_2) = 2^{V2}$.
On l'appelle l'**Univers V** des **ensembles** à l'étape **ordinale 3**.

→ ***Cas de l'ordinal 4 =*** $\{0, 1, 2, 3\}_s$

On a: $N_4 = \{0, 1, 2, 3\}_s = 4$.
Et on a: $ref(4) = 4 = 2^2$. Donc: $4 = \{2\}_r$.

On a : $2^4 = \mathcal{P}(4) = \{\{\ \}, \{0\}, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{0, 1\}, \{0, 2\}, \{0, 3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{0, 1, 2\}, \{0, 1, 3\}, \{0, 2, 3\}, \{1, 2, 3\}, \{0, 1, 2, 3\}\} = \{0, 1, 2, 4, 8, 3, 5, 9, 6, 10, 12, 7, 11, 13, 14, 15\} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15\} = N_{16}$.

On pose: $V_4 = \mathcal{P}(V_3) = 2^{V3}$.
On l'appelle l'**Univers V** des **ensembles** à l'étape **ordinale 4**. Et ainsi de suite. La logique se dessine.

→ ***Cas général***

Et maintenant, pour entrer dans l'étape finale, on pose: $V_{n+1} = \mathcal{P}(V_n) = 2^{Vn}$.

Au fur et à mesure que **n** croit, l'**Univers des ensembles** V_n est de plus en plus grand, il est l'ensemble des **ordinaux référenciels** jusqu'à l'étape **ordinale n**. Et chaque **ordinal** est le code d'un **ensemble parenthésique**. Tous les **ensembles** sont ainsi construits, moyennant la **relation d'équivalence**: « **ref(x) = ref(y)** ».

Autrement dit, nous avons construit ainsi toutes les **classes d'équivalence** des **ensembles unidaux**, classés suivant la **relation d'équivalence**: « **x et y ont la même forme de référence** », ou: « **ref(x) = ref(y)** ».

En considérant l'**omégaréel infini w**, on a: $w = \{0, 1, 2, 3, 4, \ldots, w\text{-}4, w\text{-}3, w\text{-}2, w\text{-}1, w\text{-}1\}_s = N_w$. Cette définition de N_w diffère de la définition habituelle, à savoir: $N_w = \{0, 1, 2, 3, 4, \ldots, w\text{-}4, w\text{-}3, w\text{-}2, w\text{-}1, w\text{-}1, w\}$. Mais en fait c'est la même. C'est qu'implicitement on pose l'**équivalence**: **0 = w**, qui est le **Cycle w**.

Et pour l'infini absolu, on a: $\omega = \{0, 1, 2, 3, 4, \ldots, \omega\text{-}4, \omega\text{-}3, \omega\text{-}2, \omega\text{-}1, \omega\text{-}1\}_s = N_\omega$. Là encore implicitement on a le **Cycle ω**, à savoir: **0 = ω**.

Et avec V_w et à plus forte raison V_ω, tout l'**Univers des ensembles** est construit. Le reste est une affaire de **cycle**, de **fractale**, et plus généralement d'**équivalence**. Dans la conception **identitaire**, la séparation est faite entre les **entiers naturels** et les **ordinaux** en général, et entre le principe de **récurrence** (valable que pour les **entiers naturels**) et le principe d'**induction transfinie** (valable pour les **ordinaux** en général). Comme expliqué au début de la partie A, la raison en est qu'on parle d'**ordinaux limites**, comme l'**ordinal ω**, par exemple, c'est-dire des **ordinaux** qui n'auraient pas de **prédécesseurs**, à la différence des **ordinaux** dits **successeurs**. Mais ceci est dû à la logique de **négation** et d'**identité**. Comme l'a vu, cette notion d'**ordinaux limites** est fausse. La séparation entre les **nombres entiers naturels** et les **ordinaux** en général n'ayant plus cours, tout raisonnement par **récurrence**, comme ici, est valable pour tous les **ordinaux**. Autrement dit, tout **raisonnement par récurrence** indexé par les **nombres entiers oméganaturels**: **0, 1, 2, 3, 4, …, ω-4, ω-3, ω-2, ω-1, ω-1, ω**, est achevé.

THÉORÈME
On a: $2^o = 0 = \{\ \}$, où **o** est l'**espace**.
On a: $2^0 = 1 = \{0\}$.

Pour tout ensemble **x** dont l'**ordinal référenciel** est défini, on a: **{x}** = 2^x.
Pour tout **ensembles A**, **fini** ou **infini**, dont les ordinaux référenciels de tous ses éléments sont définis, et en considérant de nouveau la sommation définie la Conclusion de la partie B, on a: **ref(A)** = **A** = $\Sigma_{A,\,x}\, 2^x$, ce qui veut dire qu'on fait la **sommation** de tous les 2^x, **x** parcourant **A**.

d) Cyclogénérescences, Univers V des ensembles unidaux, ensembles quantiques récurrenciels

On a donc: **{ }** = **{o}**, juste pour dire donc que l'**espace o** a **0 parenthèse ouvrante** et **0 parenthèse fermante**. Et maintenant voici la définition des **cyclogénérescences**:

i) l'**espace o** est la première **cyclogénérescence**, appelée **0**. Dans l'univers des **cyclogénérescences**, **o** est l'**ordinal 0**.

ii) **a** étant une **cyclogénérescence** appelée **n**, **{a}** est une nouvelle **cyclogénérescence**, **appelée n+1**. En particulier donc, dans l'univers des **cyclogénérescences**, **{o}** ou **{ }** est l'**ordinal 1**.

Avec donc ces deux règles, on définit toutes les **cyclogénérescences finies**, et donc une version de tous les **ordinaux** ou **nombre entiers finis**: **0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ….** Par **nombres entiers naturels classiques** ou **nombres entiers naturels finis**, sauf précisions contraires concernant un autre sens à donner au mot « **fini** », il faut entendre ces nombres, qui sont donc aussi les éléments de l'ensemble classique des **nombres entiers naturels** : **N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …}**.

Un autre sens très intuitif de la notion de « **fini** », dont on a déjà parlé depuis le début, est de dire qu'un nombre entier naturel **n** est **infini** si on le juge suffisamment grand (comme par exemple le phénoménal nombre de Graham ou autres, car on peut très facilement en définir de plus grands), pour que l'**identité** : **n = n + 1**, appelée l'**oméganité** ou l'**identité de l'infini** (**absolu**), soit considérée comme vraie, ce qui revient à dire que le rapport: **1/n** est jugé identique à **0**.

Et maintenant, on a le théorème suivant:

THÉORÈME
Tout **ensemble binaire fini A** (c'est-à-dire toutes les **structures parenthésiques** que nous venons de construire) est de la forme : $\mathbf{A = a_1\, a_2\, a_3 \ldots\, a_n}$, où chaque $\mathbf{a_i}$ est soit l'**ensemble vide**, **{ }**, et alors on dira que son élément est l'**espace o**, soit un **singleton** de la forme: $\mathbf{\{a'_i\}}$. Autrement dit, **A** est de la forme : $\mathbf{A = \{a'_1\}\{a'_2\}\{a'_3\}\ldots\{a'_n\}}$, où chaque $\mathbf{a'_i}$ est soit l'**espace o** soit un **ensemble binaire** non nul, c'est-à-dire étant fait au moins d'une paire de parenthèses.

DÉFINITION
Les $\mathbf{a'_i}$ sont appelés les **éléments** de niveau 1 de **A**. En convenant de noter par la **virgule** « **,** » l'assemblage «}{» et donc l'appeler « **virgule** », **A** devient donc : $\mathbf{A = \{a'_1, a'_2, a'_3, \ldots, a'_n\}}$, et on retrouve la notation habituelle des **ensembles**, qui est donc plus qu'une simple notation, mais une logique profonde des **ensembles**, **finis** comme **infinis**.

Lemme et définition
En appliquant les propriétés de réunion vues plus haut aux éléments de niveau 1 de **A**, puis à leurs propres éléments de niveau 1, et ainsi de suite, ou plutôt en appliquant ces propriétés **A** au fur et à mesure de sa formation av ec les trois règles de formation des **structures de parenthèses**, on montre très facilement que **A** peut se **réduire** soit à l'**ensemble vide**, **{ }**, soit se mettre sous la forme : $\mathbf{A = \{a''_1, a''_2, a''_3, \ldots, a''_k\}}$, où chaque $\mathbf{a''_i}$ n'y figue qu'une fois, où aucun n'est l'**espace o**, et où tous leurs éléments de tous les niveaux sont **réduits** de la même façon. Le nombre **k** des éléments de niveau 1 d **A** est alors appelé le cardinal de **A**, et noté **card(A)**. Tout élément à un niveau donné est soit **vide**, et alors son cardinal est **0**, soit il a un **cardinal** non nul (**différent** de **0**). Deux ensembles **A** et **B** ayant une même **forme réduite** sont dits **égaux** ou **équivalents**. Il est clair alors qu'ils ont les mêmes éléments, à l'ordre des éléments près.

Par exemple, considérons l'ensemble : **A** = {{{ }}} . { } . {{ }{ }{{{{ }}{ }}}{ }}. { } . {{{ }}} . {{{{ }}{ }{{ }}}} . { }.
Réduit à tous les niveaux, il devient : **A** = {{ }{{{{ }}{ }}}} . {{{{ }}{ }}}, qui est un ensemble à **deux éléments**, qui sont : { }{{{{ }}{ }}} noté **a** et {{{ }}{ }} noté **b**. On a donc : **A = {a}{b} = {a, b}**.

On peut étendre ces structures finies en introduisant des règles supplémentaires permettant de construire des structures infinies, comme par exemple : **{...{ }...}**, avec **ω** parenthèses ouvrantes et **ω** parenthèses fermantes, comme : **{ }...** , ou plus généralement **a...**, qui signifie qu'on concatène **ω** fois la structure **a** pour former une nouvelle structure, etc.. Le symbole « **...** » est un opérateur à part entière, que nous appelons le **gener** ou opérateur de **génération infinie** ou d'**itération infinie**. Il signifie que l'objet auquel il est appliqué est **itéré ω** fois.

Les règles étendues sont alors, en plus des précédentes :

iv) **a** étant une **structure parenthésique** de **rang n**, **{...a...}** est est une nouvelle structure, de **rang ω+n**.
En particulier donc, **{...{ }...}** est une **structure parenthésique**, par définition de **rang ω** ;

v) Etant donnés **ω structures parenthésiques** : $\mathbf{a_1, a_2, a_2, \dots, a_\omega}$, de rangs respectifs: $\mathbf{n_1, n_2, n_2, \dots, n_\omega}$, on a une nouvelle structure : $\mathbf{a_1\, a_2\, a_2 \dots a_\omega}$. En particulier, si tous les $\mathbf{a_i}$ sont tous égaux à **a**, on a :
$\mathbf{a_1\ a_2\ a_2 \dots a_\omega} \;=\; \mathbf{a\ a\ a \dots a}$, où donc **a** est itéré ou additionné physiquement **ω** fois. Cet assemblage est la définition de **a...**, noté aussi **ωa** ou **ω×a**, et aussi on pose l'**équivalence**: **a... = {a}**, donc : **ω×a = {a}**, qui n'est pas une **identité** mais une **équivalence** spéciale, et qui a pour conséquence aussi que si le **rang** de **a** est **n**, le **rang** de **a...**, qui du point de vue de l'**identité** est **n**, devient, du fait de l'itération **ω** fois, **équivalent** à **{a}**, de **rang n+1**.

La raison profonde de cela se trouve dans un aspect important de la logique d'**alternation** ou de la **théorématique**, et que j'appelle l'**effet oméga**, ou **effet infini** ou **effet horizon**, un principe général qui veut que la **valeur de vérité** d'un énoncé du genre « **est toujours** » ou « **n'est jamais** », doit **alterner** à l'**infini**, à l'**horizon ω** . Si elle était jusque là toujours **0** (c'est-à-dire **fausse**) elle doit devenir **1** (c'est-à-dire **vraie**) à l'**infini**, et si elle était jusque là toujours **1** elle doit devenir **0** à l'**infini**. Cela permet ainsi à toute chose d'être **vraie** ou **possible**, le cas échéant de l'être à l'horizon **infini**.

L'exemple sans doute le plus parlant de cet **effet infini** est celle de deux **droites parallèles**. Par définition, elles **ne se coupent jamais**, donc sont **toujours séparées** par une même distance, disons un écart constant de **1**. Mais dans ce cas, en logique d'**alternation** (et même en logique classique si l'on raisonnait toujours bien et en toutes circonstances), dire que les deux droites **ne se coupent jamais** est **équivalent** de dire qu'elles se coupent à l'**infini**, au **point ω**.

Cela peut paraître paradoxal de dire à la fois : « **ne se coupent jamais** » et « **se coupent en un point appelé oméga** ». Mais en fait il s'agit simplement de deux manières différentes de dire exactement la même chose, ce sont deux faces de la même vérité, deux **vérités équivalentes** donc, deux **énoncés logiquement équivalents**.

C'est au nom de la même logique, dire que l'**ensemble vide** ou **0** ou ∅ ou **{ }** n'a **aucun élément**, oblige en logique d'**alternation**, qui **affirme** même quand elle **nie** (la logique dont la **négation** est **relative** donc), à introduire l'**élément spécial**, qu'on appellera **espace**, que l'on notera **o**, et qui est l'élément qui signifie : « **aucun élément** » ou « **0 élément** ». Ainsi, par la **négation** qui consiste à dire que ∅ ou **{ }** n'a **aucun élément**, on dit précisément aussi que cet **ensemble** a **aucun élément**, autrement dit qu'il a l'élément spécial nommé « **aucun élément** », ou encore il a « **0 élément** ». Donc cet ensemble a quelque chose, il a ! Et ce quelque chose est l'élément nommé « **0 élément** », qu'il ne faut pas confondre avec l'**élément 0**, c'est-à-dire l'**ensemble** nommé **0** ou ∅ ou **{ }**, quand celui-ci est l'**élément** d'un autre **ensemble**, comme par exemple le premier **ensemble** à l'avoir comme **élément**, et qui est **{{ }}** ou **{0}**, et qui est la définition classique de l'**ordinal 1**.

Ainsi donc, on a : **{ } = {o}**. On ne confond donc pas **o** qui représente l'**espace** encadré par la paire de parenthèses **vide**, et cette paire de parenthèses elle-même. Autrement dit, **o** représente une **structure parenthésique** spéciale qui a **0 parenthèse ouvrante** et **0 parenthèse fermante**, et qui aurait pu ou même dû être pris comme le **premier parenthésage**, celui qui représente le **0 absolu**. Et alors l'application de la règle i) à **o** donne **{o}**, qui est alors noté **{ }**. Il est parfois très utile de démarrer les constructions ou les définitions avec **o**, et d'autres fois préférables de démarrer avec **{ }**. Démarrer avec **o** permet entre autres de traiter **{ }** comme un singleton spécial, celui dont l'élément est le « **0 élément** », et de lui appliquer les mêmes définitions qu'avec les singletons.

Pour en revenir donc aux règles de construction des **parenthésages**, l'**effet infini** (ce qui quelque part aussi veut dire l'**effet 0** ou l'**effet négation**) nous oblige à poser l'**équivalence** : **a... = {a}**. En effet, **a...** signifie **ω×a** autrement dit qu'on itère **a** une infinité de fois. Avec la règle iii), itérer **a** un nombre **fini** de fois ne change pas son **rang**, le **rang** est donc toujours de celui de **a**, à savoir **n**. Autrement dit, les **itérations**: **a, aa, aaa, aaaa, …**, ou : **1a, 2a, 3a, 4a, …**, on le même rang **n** quand le nombre des itérations est **fini**. Et simplement aussi, les **réunions** d'un même **ensemble a** donne toujours **a** quand le nombre des **réunions** est **fini** :

$\mathbf{a = a \cup a = a \cup a \cup a = a \cup a \cup a \cup a = \dots}$

Du point de vue de l'**identité**, ces réunions donnent toujours **a**, même si leur nombre est **infini**, quelle que soit la grandeur de cette **infinité**, ce qui est vrai mais du point de vue de l'**identité** seulement! Car à l'**infini**, il se passe toujours de nouveaux phénomènes, de nouveaux résultats apparaissent, en plus de ceux de l'**identité**, donc qui invitent les résultats de l'identité à changer, à alterner. Comme pour les droites parallèles qui ne se coupent jamais mais qui se coupent à l'infini pour cette raison même, les **itérations** de **a** qui donnent **toujours a** donc **jamais autre chose que a**, donc **jamais {a}** par exemple, donnent à l'**infini** précisément **{a}** pour cette raison même. Autrement dit, dire que cela ne donne jamais **{a}** c'est dire que cela le donne à l'**infini**.

Et de même, on a : **{ }...** = {{ }}, c'est-à-dire : **0... = {0} = 1** = $\boldsymbol{\omega \times 0}$. Et dé nous avons trouvé le secret de l'**inversibilité** de **0**, c'est-à-dire de la **division par 0**, qui n'a plus de secret pour nous depuis le début.

Le **1** maintenant défini, les **itérations** : **1, 11, 111, 1111, …, 1...**, appelées aussi les **générescences** ou les **informations unaires** d'**unit 1**, ou de **quantum 1**, sont l'un des moyens simples de définir les **ordinaux** ou **nombres entiers** fondamentaux, que nous qualifions aussi de canoniques, à savoir : **1, 2, 3, 4, …, ω**.

Et à partir d'eux on peut quantifier n'importe quel autre **unit** ou **quantum a**, où **a** est n'importe quel parenthésage. Les **itérations**: **a, aa, aaa, aaaa, …, a...**, qui sont appelées les **générescences** ou **informations unaires** d'**unit a**, ou encore de **quantum a**, sont les définitions respectives de : **1a, 2a, 3a, 4a, …, ωa**, Et plus généralement, pour n'importe quelle **chose x** (**toute chose** est une **générescence**, donc équivaut quelque part à un **ensemble parenthésique**), les **itérations**: **x, xx, xxx, xxxx, …, x...**, qui sont les **générescences** ou **informations unaires** d'**unit x**, ou encore de **quantum x**, sont les définitions respectives de : **1x, 2x, 3x, 4x, …, ωx**.

Il y a diverses façons de définir les ordinaux : **0, 1, 2, 3, 4, …, ω**, chacune ayant son intérêt propre, mais toutes étant finalement équivalentes. La manière la plus simple, la plus profonde, la plus féconde, est sans aucun doute les **générescences** ou **informations unaires**, comme on vient de le voir. Et il y a la manière classique en théorie des ensembles, qu'on verra plus loin aussi. Elle est moins simple, mais a ses avantages aussi, son important éclairage qu'elle apporte sur la compréhension des **ordinaux**, notamment en matière de relation d'**ordre**, en l'occurrence de **relation** de **bon ordre**, thème qu'on abordera plus tard et on indiquera un **ordre** meilleur, que nous qualifierons même de **parfait**, et à juste raison.

Et **{...a...}** est la **cyclogénérescence** appelée **ω+n**.

Avec ces eux règles, on peut obtenir toutes les **cyclogénérescences finies**, et celles **infinies** : **ω**, **2ω**, **3ω**, **4ω**, **…**, et plus généralement celles de ma forme **nω**, où **n** est un **entier fini** classique, et toutes leurs combinaisons avec les **finis**, c'est-à-dire les **cyclogénérescences** de la forme **n** ou de la forme : **nω + k**, où **n** est un **entier fini** et **k** un **entier relatif**. On peut généraliser la définition pour avoir les **cyclogénérescences** de la forme : $\boldsymbol{\omega^2}$, $\boldsymbol{\omega^3}$, $\boldsymbol{\omega^4}$, **…**, $\boldsymbol{m\omega^n}$, où **m** et **n** sont des **entiers** classiques, et leurs combinaisons avec les précédents.

Une **cyclogénérescence n**, où **n** est n'importe quel **ordinal**, fini ou infini, quelle que soit sa grandeur, signifie simplement un parenthésage avec **n parenthèses ouvrantes** suivies de **n parenthèses fermantes**. Du moment donc où l'on a défini les ordinaux comme **générescences** simples : **0, 1, 11, 111, 1111, …, ω** , et, au-delà de **ω**, tous les ordinaux de toutes les grandeurs (ce que nous verrons avec la **Fractale ω**), on a défini aussi les cyclogénérescences en disant simplement que ce sont des parenthésages de la forme : $\{_n\ \}_n$, où **n** est un ordinal indiquant le nombre de fois qu'il faut itérer la parenthèse ouvrante et la parenthèse fermante.

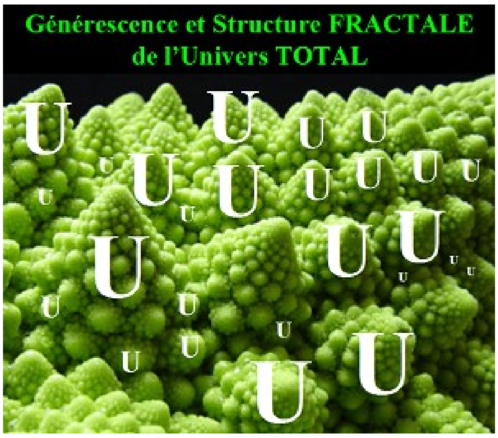
DÉFINITION
On dit qu'un **parenthésage x** est un **parenthésage romanesco**, s'il est de la forme :
$\mathbf{x = a_1 \,.\, a_2 \,.\, a_3 \,.\, \dots \,.\, a_n}$, où les $\mathbf{a_i}$ sont des **cyclogénérescences**, et où **n** est un ordinal quelconque.

Par exemple, **x** = {{{{ }}}} . { } . {{{ }}} . {{ }} . {{{{{{ }}}}}} . { } . {{ }} . { }, est **romanesco**.

DÉFINITION

On dit qu'un **parenthésage x** est un **parenthésage récursivement** (ou **héréditairement**) **romanesco**, si ses éléments de tous les niveaux sont **romanesco** ou **récursivement** (ou **héréditairement**) **romanesco**.

Ceci est un exemple de définition **récursive**. On montre très facilement que tout **parenthésage** est **récursivement** (ou **héréditairement**) **romanesco**. Les **structures** des **parenthésages** ressemblent alors au **chou de romanesco**, d'où l'appellation.



Sauf que pour l'**Univers TOTAL** ou les choses en général, la **structure ensembliste** est une **structure dynamique**, et non pas statique comme ici (si tant est que c'est le cas) ou comme pour les **parenthésages** ou les **nombres** ou les **ordinaux**, qui sont dans la vision classique vus comme des objets **statiques**, alors qu'en réalité ce sont des **dynamiques**. C'est en partie à cause de l'incompréhension de ce **dynamisme** qui fait penser à tort, qu'on est en présence de paradoxes.

L'un des intérêts des **cyclogénérescences** est que par définition leur **génération** est l'**ordinal** qu'ils sont, et cette **génération** est aussi la mesurer directe de la profondeur du **parenthésage**, c'est-à-dire du **niveau** de leur imbrication, qui est appelé aussi le **niveau** ou le **rang**. Ces **ensembles**, qui sont donc une autre manière de définir les **ordinaux**, sont les **générations** des autres **ensembles**. Cela signifie que deux **ensembles x** et **y** qui sont la **même génération** au sens où nous avons défini cette notion de **génération** avec les **ensembles parenthésiques** en **général**, sont reliés à une même **génération**, au sens où nous venons de définir cette notion maintenant, à savoir les **ensembles spéciaux** nommés comme tels, c'est-à-dire les **cyclogénérescences**.

Il reste maintenant à définir un procédé permettant de relier un **ensemble parenthésique x** à sa **génération gen(x)**. On écrit: $\mathbf{x =_g y}$, pour signifier que **x** et **y** sont de même **génération** ou ont la même **génération**. Autrement dit, on a: $\mathbf{x =_g y \Leftrightarrow gen(x) = gen(y)}$. La **relation** « $=_g$ » est une **relation d'équivalence**, ainsi qu'on définira cette **relation** plus tard.

Deux **ensembles parenthésiques x** et **y** sont dits **équigénérationnels** s'ils sont de **même génération** (ou **rang**) **k**, ce qui veut dire que transformés par le procédé que nous allons indiquer, ils deviennent la même **cyclogénérescence k**, elle qui a **k parenthèses ouvrantes** suivies de **k parenthèses fermantes**, **k** étant n'importe quel **ordinal**.

DÉFINITION
La **transformation** qu'il faut faire subir itérativement à un **ensemble parenthésique x** pour aboutir à la **cyclogénérescence k** qui est donc la **génération** de **x** ou **gen(x)**, est appelée la **fusion des enveloppes**, ou encore l'**élimination** (ou la **réduction**) des **virgules**, et elle est définie ainsi : $\mathbf{\{a , b\} =_g \{a\}\{b\} =_g \{ab\}}$.

Cette **transformation** signifie que dans **x**, à tous les niveaux, chaque fois qu'on a deux **singletons vides** (on rappelle que le **singleton vide** signifie **{ }** ou **{o}**) ou **non-vides {a}** et **{b} concaténés**, c'est-à-dire **{a}{b}**, on les remplace par un seul **fusionné {ab}**, ce qui veut dire qu'on a supprimé la **virgule** «,» ou la **cloison** «}{ » séparant les **éléments a** et **b**, donc **fusionné** leurs **enveloppes** pour n'en faire qu'une.

Du coup, **a** et **b** se retrouvent directement **concaténés**, donc leurs **singletons** pourront fusionner de la même manière. Tout **ensemble** $\mathbf{\{a_1\}\{a_2\}\{a_3\}...\{a_{n-3}\}\{a_{n-2}\}\ \{a_{n-1}\}\{a_n\}}$ va donc devenir: $\mathbf{\{a_1a_2a_3...a_{n-3}a_{n-2}a_{n-1}a_n\}}$, qui deviendra: $\mathbf{\{\{b_1b_2b_3...b_{p-3}b_{p-2}b_{p-1}b_p\}\}}$, qui deviendra: $\mathbf{\{\{\{c_1c_2c_3...c_{q-3}c_{q-2}c_{q-1}c_q\}\}\}}$, ainsi de suite, ce qui s'achèvera donc quand on aura: **{{{...{{{ }}}...}}}**, avec **k parenthèses ouvrantes** suivies de **k parenthèses fermantes**, donc la **cyclogénérescence k** qui est la **génération** de **x** cherchée. Et si le même traitement appliqué à **y** aboutit à la **même cyclogénérescence k**, alors c'est que **x** et **y** sont **équigénérationnels**.

Ceci est évident :

Lemme
Pour toute **cyclogénérescence x**, on a: **gen(x) = x**.

Et on a aussi les propriétés suivantes, faciles à établir:

Lemme
→ Pour tout **ensemble x**, on a: **gen({x}) = {gen(x)}**; ce qui veut dire que si **n** est la **génération** de **x**, la **génération** de **{x}** est la **cyclogénérescence** appelée **n+1**;

→ Si **x** et **y** son deux **cyclogénérescences**, **gen(xy) = sup(x, y)** ; cela veut dire la **génération** de **xy** est celle des deux **cyclogénérescences x** et **y** qui a le plus grande **nombre** de **parenthèses ouvrantes**, si **x** et **y** sont **distinctes**. Et si **x** et **y** sont **identiques**, alors : **gen(xy) = x = y**. Par conséquent, si un **ensemble x** est **romanesco**, il est **concaténation** de **cyclogénérescences**, et donc sa **génération** va être la plus grande des **cyclogénérescences concaténées** pour former **x**.
Par exemple, pour **x = {{{{ }}}} . { } . {{{ }}} . {{ }} . {{{{{{ }}}}}} . { } . {{ }} . { }**, la **cyclogénérescence** est **{{{{{{ }}}}}}**, soit dans l'ordre, en partant de la gauche, la cinquième **cyclogénérescence** qui forme **x**, et qui est la **cyclogénérescence 6**, car ayant **6 parenthèses couvrantes**, autrement dit **6 paires** de **parenthèses imbriquées**;

→ Pour deux **ensembles x** et **y**, **gen(xy) = gen(gen(x), gen(y)) = sup(gen(x), gen(y))** ; généralise le cas précédent. Cela veut dire que pour deux **ensembles x** et **y** de **générations** respectives **gen(x)** et **gen(y)**, **gen(xy)** est la plus grande des deux **cyclogénérescences**, c'est-à-dire celle qui a le plus grand **nombre** de **parenthèses ouvrantes**. En effet, une **cyclogénérescence** mesurant le **nombre** de **paires** de **parenthèses imbriquées**, c'est donc de deux ensembles **x** et **y concaténés** pour former **xy**, celui des deux qui a le plus grand nombre de **paires** de **parenthèses imbriquées**, qui détermine le degré d'imbrication de l'ensemble.

Nous qualifions les **structures parenthésiques** de **générescences binaires**, car elles ne sont rien d'autres que des **informations** ou des **structures informatiques binaires** particulières, codées avec deux informations élémentaires: **01** pour { }, **0101** pour { }{ }, **000111** pour {{{ }}}, **0011000111** pour {{ }}{{{ }}}, etc.. Mais on les codera de préférence avec les deux **nombres 1** et **2**, ou encore avec les deux lettres **A** et **B**, ce qui veut dire les deux **générescences** de base, **U** et **UU**, ou **1** et **11**. Le premier symbole est alors la **parenthèse ouvrante**, et l'autre est la **parenthèse fermante**.

Et alors on voit aisément que tout **parenthésage** se ramène à une **générescence unaire**, formée uniquement avec des **U** ou des **1**. Par exemple, le **parenthésage { }** est **12**, c'est-à-dire: **1.11** ou **U.UU**, donc simplement une structure particulière de la **générescence 3** ou **111** ou **UUU**. Et elle a une **valeur**, qui est : **1 + 2** ou **3**. Et plus généralement donc, tout **parenthésage** a une **valeur**, qui est tout simplement celle obtenue en additionnant les **valeurs** des **symboles** « {» et « } », à savoir **1** pour « {» et **2** pour « } ». Ainsi, la valeur de {{ }}{{{ }}} ou **1122111222** est : **1 + 1 + 2 + 2 + 1 + 1 + 1 + 2 + 2 + 2 = 15**. Avec ce codage, toutes les valeurs sont donc de la forme : **3k**, ou **k** est un **ordinal**, c'est-à-dire une **générescence unaire** quelconque.

Et aussi, bien que binaires, elles les **structures parenthésiques** sont appelées des **générescentes unaires** ou **informations unaires**, si elles sont de la forme: **a, aa, aaa, ..., a...**, où **a** est une **structure parenthésique** quelconque, qui fonctionne ici comme l'**information élémentaire**, qui forme les **informations** de ce type (on a déjà parlé des **générescences unaires** comme des mots du langage de l'**Univers TOTAL** et aussi du langage de la théorématique, mais on y reviendra aussi).

THÉORÈME
On a ainsi montré que tout **ensemble** au sens classique du terme est un **ordinal**, les **ensembles** en général, au sens classique de terme, ne sont donc que des **structures** particulières des **ordinaux** ou des **nombres entiers**, les finis comme les infinis, puisque tout **ensemble** n'est finalement qu'une **générescence unaire** particulière, tous les **ordinaux** de la **forme 3k**, pour le codage choisi, à savoir **12** ou **1+ 2** pour dire { }.

Et on a quasiment montré que toute **chose** est un **ensemble** classique, c'est-à-dire une **structure parenthésique**. La démonstration sera complétée plus loin quand nous aurons établi que les **choses** on une **structure générescente**, et plus précisément que le mot **chose** a une nature **générescence**. Autrement dit, étant donné qu'un **ensemble** au sens **universel** du terme cette fois-ci est par définition une **chose** formée d'autres **choses** appelées ses **éléments**, et que toute **chose** est un **ensemble** en ce sens **universel** (car formée au moins d'elle-même), toute **chose x** est donc de la forme : **x = chose chose chose.... chose**, autrement une **générescence** d'**unit** ou de **quantum chose**, chaque chose intervenant dans cet assemblage étant un **élément** de **x**. D'avoir dit cela c'est d'avoir établi que toute **chose** est un **ensemble classique**, ou simplement que toute **chose x** est un **ordinal** (on reviendra là-dessus).

On forme donc les **structures parenthésiques** dont des structures infinies. Mais les structures finies à elles seules établissent toutes les propriétés fondamentales des ensembles. On a toutes les propriétés moyennant des règles d'**équivalence** appropriées, par exemple que : **a, aa, aaa, …**, sont des ensembles **équivalents** à **a**, donc ont les mêmes **éléments**. Ou que : **{ }a**, **a{ }**, sont **équivalents** à **a**, ou encore que **ab** et **ba** sont **équivalents**, etc..

Ces **structures** signifient aussi que tous les **ensembles** peuvent être construits en partant de l'**ensemble vide { }**. Et, chose importante aussi, elles signifient qu'en prenant **A** pour l'**ensemble vide ∅**, on forme toutes les **parties** de tous les rangs de ∅, rangs finis ou infinis, qui ne sont rien d'autres que toutes les **structures parenthésiques** possibles et imaginables :

→ On a : $\mathcal{P}_0(\varnothing) = \varnothing = \{\ \}$, qui est l'unique partie de rang 0 de ∅ ;

→ Et on a : $\mathcal{P}_1(\varnothing) = \{\{\ \}\}\{\{\{\ \}\}\} = \{\{\ \}, \{\{\ \}\}\} = \{\varnothing, \{\varnothing\}\}$, en convenant d'appeler « **virgule** » l'assemblage «}{ », et de le noter «,», ce qui veut dire que ∅ et {∅}, respectivement notés aussi **0** et **1**, car ce sont tout simplement l'**ordinal 0** et l'**ordinal 1**, sont les deux parties de rang 1 de ∅;

→ Avec donc $\mathcal{P}_n(\varnothing)$, on a les parties de rang n de ∅, qui sont des **structures parenthésiques**, et ainsi de suite pour toutes les **structures parenthésiques**, qui sont aussi tous les ensembles construites avec ∅. Une particularité des ces **structures parenthésiques** est précisément de hiérarchiser les éléments de tous les niveaux, car les niveaux des parenthèses sont tout simplement aussi les niveaux d'appartenance des ensembles, et cette notion de **niveau** des **éléments** et celle de **rang** des **parties** sont finalement la même notion.

Et par conséquent aussi, ces structures, utilisées pour structurer les **choses**, à savoir la notion universelle d'**ensemble** et d'**élément**, définissent quelles choses sont des éléments de niveau 1, lesquelles sont des éléments de niveau 2, etc.

Par exemple, considérons l'ensemble : **A = {a, b, c, {d, e, {f, g}}, h}**.

Cette, écriture, qui n'est rien d'autre qu'une **structure parenthésique**, veut dire qu'on a convenu que les éléments de niveau 1 de **A** sont : **a, b, c, {d, e, {f, g}}, h**, soit 5 éléments, qui sont aussi forcément des **parties** de **A** au sens universel, puisque tout ce qui les constitue constitue aussi **A**. Mais cet ensemble **A** n'est pas une **partie** au sens classique de l'ensemble : **B = {a, b, c, d, e, f, g, h, i, j}**, et n'est pas identique à l'ensemble : **C = {a, b, c, d, e, f, g, h}**, même si l'on voit clairement que tout ce qui forme **A** à tous les niveaux vient de **B**, et qu'à la **structure de parenthèses** près, **A** et **C** sont le même ensemble, donc sont équivalents.

Et par cette **structure de parenthèses** aussi, on indique ainsi que **d, e, {f, g}** sont les éléments de niveau 2 de **A**, et qu'au niveau 3 les éléments sont **f** et **g**. Et tous ces éléments sont donc aussi des parties de **A**, au sens universel de la notion de **partie**.

Et maintenant, par exemple les ensembles: **{a}**, **{b}**, **{c}**, **{a, b}**, **{b, c}**, **{a, c}**, **{a, b, c}**, **{c, h}**, **{a, {d, e, {f, g}}}**, etc., ne sont pas des éléments de **A**, ni du niveau 0, ni du niveau 1, ni du niveau 2, ni du niveau 3, ni d'aucun niveau positif ou nul. A moins qu'on spécifie l'appartenance à l'un des éléments d'un niveau positif donné, en disant par exemple que : **g = {{a}, {b, c}}**. Et alors, **{b, c}** par exemple, qui est un élément de niveau 1 de **g**, devient un élément de niveau 4 de **A**, vu que **g** est un élément de niveau 3 de **A**. sinon donc formellement, ces ensembles ne son des éléments d'aucun niveau positif ou nul de **A**, d'après la structure des éléments que nous avons convenue pour **A** et qui est indiquée par la **structure de parenthèses**.

Cependant, ces ensembles sont des **parties** ou **sous-ensembles** de **A**, ce sont donc des éléments de **A** au sens universel, parce qu'ils constituent **A**. Il sont ici des éléments de **A** de niveau **-1**, des éléments de $\mathcal{P}(\mathbf{A})$. Et l'ensemble **{{a, b, c}, {c, h}}**, qui est une partie de $\mathcal{P}(\mathbf{A})$, donc un élément de $\mathcal{P}_2(\mathbf{A})$, est un élément de **A** de niveau **-2**. Ainsi de suite, pour $\mathcal{P}_n(\mathbf{A})$.

Avec donc tout ensemble quelconque **A**, on peut former comme avec l'ensemble vide ∅, toute nouvelle hiérarchie d'ensemble que nous appelons les ensembles **fondés** par **A** ou les ensembles **A-fondés**, ce qui veut dire **A** joue le rôle de l'**ensemble vide**. Cela a pour très importante conséquence qu'un ensemble dit « **vide** » ne veut pas nécessairement dire qu'il est vide dans l'absolu, mais juste que c'est avec lui que tous les autres ensembles sont construits.

Une autre conséquence équivalente à la précédente est que le **zéro** ou **0** n'est pas nécessairement un **zéro absolu**, mais simplement que c'est avec lui que tous les autres nombres sont construits. A ce sujet, en considérant par exemple à nouveau **structures parenthésiques** de la forme: **{ }, { }{ }, { }{ }{ }, { }{ }{ }{ }, …, { }...**, autrement dit: **∅, ∅∅, ∅∅∅, ∅∅∅∅, ..., ∅...**, ou encore: **0, 00, 000, 0000, …, 0...**, qui sont donc les **générescences** ou **informations unaires** d'**unité informationnelle 0**, on montrera plus tard comment elles forment tous les **nombres omégaréels** ainsi, ici les nombres de **0** à **1**, les nombres **réels** et **omégaréels** de l'intervalle **[0, 1]**. On a ici une remarquable propriété de l'**ensemble vide { }** ici, qui est plus précisément une propriété de l'**infini ω**, qui est qu'en itérant la **concaténation** de l'**ensemble vide** (opération de **concaténation** qui est une des manières de définir l'opération d'**addition**), le résultat est équivalent à **{ }** quand le nombre de concaténations est fini, mais devient **{{ }}** ou **{0}**, qui est la définition de l'**ordinal 1**, quand le nombre de concaténations est atteint l'**infini ω**. Autrement dit on a : **{ }... = {{ }}**, c'est-à-dire: **0... = 1**.

Autrement dit encore, étant entendu que **0** est le **premier ordinal** ou **alpha**, une **réunion** de l'**ensemble vide** indexée par un **ordinal fini** est **vide**, ce qui revient à dire qu'un une **addition** du nombre **0** un nombre **fini** de fois, **0+0+0+0+0+ ...+0**, donne comme résultat **0**. Mais une **réunion** de l'**ensemble vide** indexée par un **ordinal infini** n'est plus obligatoirement **vide**, elle devient l'**ordinal** ayant pour **unique élément 0**, donc **{0}** ou **1**, quand l'ordinal infini qui sert d'index est le dernier ordinal, à savoir l'**infini ω**. Cela revient à dire qu'une **addition** du nombre **0** un nombre de fois égal à **ω**, qui est la générescence **0...** ou **ω × 0**, donne comme résultat **1**.

Et ensuite en itérant de la même manière l'**ordinal 1**, qui joue ainsi le rôle de l'**ensemble vide** ou **0**, les générescences : **1, 11, 111, 1111, …, 1...**, qui donnent respectivement : **1, 2, 3, 4, …, ω**, autrement dit ce une manière de définir ces **ordinaux**, beaucoup plus simple que la définition classique des **ordinaux** avec les **générescence binaires**, qui, elles, disent:
0 = { };
1 = {{ }} = 0 ∪ {0} = {0};
2 = {{ }}{{{ }}} = 1 ∪ {1} = {0, 1}; avec donc notre convention de noter « }{» par « ,» pour voir plus clair mais aussi pour retrouver la notation habituelle des ensembles ;
3 = 2 ∪ {2}= {0, 1, 2};
…
ω = {0, 1, 2, 3, …, ω-3, ω-2, ω-1}; à comprendre que si l'on a défini un **ordinal ω** tel que : **ω = {0, 1, 2, 3, …, ω-3, ω-2, ω-1}**, alors...
ω+1 = ω ∪ {ω} = {0, 1, 2, 3, …, ω-3, ω-2, ω-1, ω}; l'**ordinal ω +1 = ω ∪ {ω }** ainsi défini est appelé le **successeur** de **ω** dans la version **parenthésique** des **ensembles**.

On a le lemme suivant :

Définition et Lemme
Les **ordinaux** tels qu'on vient de les définir sont dits **canoniques** ou encore **segmentaux**. Pour un **ordinal canonique n**, la **génération** de **n** ou **gen(n)** est la **cyclogénérescence** nommée **n+1**.

Ainsi, la **génération** du **0** ici, à savoir l'**ensemble vide { }**, est **{ }**, qui est la **cyclogénérescence 1**. Et la **génération** du **1 canonique**, à savoir **{{ }}**, est **{{ }}**, qui est la **cyclogénérescence 2**. Et la **génération** du **2 canonique**, à savoir **{{ }}{{{ }}}**, est **{{{ }}}**, qui est la **cyclogénérescence 3**. En effet, en lui appliquant la procédure de **fusion des enveloppes** ou d'**élimination des virgules** qui a été définie plus haut, on a: {{ }}{{{ }}} → {{ }{{ }}} → {{{ }}}.

Et en considérant un **ordinal canoniques n**, étant établi que **gen(n)** est la **cyclogénérescence nommée n+1**, l'**ordinal canoniques n+1** est par définition: **n+1 = n ∪ {n}**. Il est clair que **n ∪ {n}** et **{n}** sont de même **génération**, en vertu d'un lemme idoine exposé plus haut. Et c'est la **génération** de **{n}**, qui est donc **n+2**.

Ce décalage de **1** entre un **ordinal canonique n** et sa **génération n+1** est tout simplement dû au fait le **0** des **ordinaux canoniques** est **{ }**, qui est le **1** des **cyclogénérescences**. Autrement dit, avec les **ordinaux**

canoniques, on a pris l'habitude de commencer avec { }, alors qu'avec les **cyclogénérescences** nous avons commencé avec le très important **espace o**. Si nous décidons d'appeler **espace** l'**ensemble vide** { }, un choix qu'on peut tout à faire adopter, alors le nouvel **ensemble vide** ou **0** devient {{ }}, et alors les **ordinaux** en tant que **cyclogénérescences** et les **ordinaux canoniques** coïncident parfaitement.

DÉFINITION

De manière générale, n'importe quel **ensemble parenthésique a** peut être appelé **espace o**, et alors, c'est **{a}** qui joue le rôle de l'**ensemble vide**. Tous les ensembles formés en remplaçant partout **o** par **a**, c'est-à-dire en ne considérant les ensembles qu'à partir de ceux dont la **génération** est à partir de **gen(a)**, en ignorant donc les **générations** strictement inférieures **gen(a)**, sont appelés les **ensembles a-fondés**, ou les **ensembles fondés** par **a**, ou encore les **ensembles** dont la **fondation** est **a**.

La formule générale des **ordinaux canoniques** est donc:

ω = {0, 1, 2, 3, …, ω-3, ω-2, ω-1}; à comprendre que si l'on a défini un **ordinal ω** tel que: **ω = {0, 1, 2, 3, …, ω-3, ω-2, ω-1}**, alors...

ω+1 = ω ∪ {ω} = {0, 1, 2, 3, …, ω-3, ω-2, ω-1, ω}; l'**ordinal ω +1 = ω ∪ {ω }** ainsi défini est appelé le **successeur** de **ω** dans la version **parenthésique** des **ensembles**. Mais avec les **cyclogénérescences**, le **successeur** d'une **cyclogénérescence ω** est tout simplement: **ω+1 = {ω}**. Et avec les **générescences unaires**: **0, 1, 11, 111, 1111, 11111, …, 1...**, notées: **0, 1, 2, 3, 4, 5, …**, où **0** désigne l'**espace o**, le suc d'une **générescence unaire ω**, est: **ω +1 = ω1 = ω.1 = ω ∪ 1**, c'est-à-dire la **générescence unaire** obtenue en plaçant simplement **1** à la suite de **ω**. Par exemple le **successeur** de **11111** est **11111.1 = 111111**.

Et ce qui dans l'univers des **générescences unaires** est appelé: **1...** , la **générescence unaire** formée donc d'une **infinité** d'**units 1**, c'est-à-dire exactement de **ω units 1**, où cette fois-ci **ω** n'est pas à avoir comme une **variable** mais comme un **nombre infini** (au sens intuitif ou classique du terme), oui ce qui donc dans l'univers des **générescences unaires** est appelé: **1...** , est ce qui, dans l'univers des **cyclogénérescences**, est appelé **{1}**. Et plus généralement, étant donnée une **chose** absolument quelconque **a** (qu'elle soit un **ensemble parenthésique** ou non), ce qui avec les **générescences unaires** est appelée: **a...**, est ce qui, dans l'univers des **cyclogénérescences**, est appelé **{a}**. Pour celles-ci donc, si en particulier **a** est un **ensemble parenthésique**, les **générescences unaires**: **o, a, aa, aaa, aaaa, aaaaa, …**, qui sont respectivement: **0a, 1a, 2a, 3a, 4a, 5a, …**, , sont toutes de même **génération n**, et la **génération** incrémente d'une **unité** et devient **n+1**, avec la **générescence unaire a...**, c'est-à-dire quand le **nombre** des **units a** est **ω**. Et le **successeur** de la **générescence unaire n×a** est, de leur point de vue, **(n+1)×a**. Par exemple le **successeur** de **aaaaa** est **aaaaa.a = aaaaaa**. Autrement dit, le **successeur** de **5a** est **6a**.

C'est ici l'une des différences majeures entre l'actuelle conception de l'**infini ω**, qui n'a pas de **prédécesseur**, avec la nouvelle conception où **ω** a un **prédécesseur**. En effet, comme déjà dit, non seulement **ω** est un **nombre entier naturel** mais simplement **dynamique** (ce qui en soi suffit pour qu'il ait un **prédécesseur** comme n'importe quel nombre entier naturel classique), mais les **ω units a** de la **générescence unaire a...** sont à voir exactement comme les **ω points** d'un **segment** de **longueur 1**, ou les **ω rectangles** de **hauteur 1** et de **largeur 0** qui, dans l'opération d'**intégration**, sont les **ω tranches** du **carré** de **côté 1**, qui **sommées** donnent l'**aire 1**, ce qui revient à dire: **0... = 1** ou: **0 × ω = 1**.

Le **segment** de **longueur 1** est **continu**, l'**aire** du **carré** de **côté 1** est **continue**, elle est balayée de façon **continue** par le **segment** vertical de **hauteur 1**, qui est donc le **rectangle** de **hauteur 1** et de **largeur 0**. Le **nombre** de **points** dans un **segment** de **longueur 1** est **ω**, et le **nombre** des **segments** verticaux de **hauteur 1** balayant l'**aire** du **carré** est **ω**, et le **nombre** de **points** dans le **carré** est exactement ω^2. Que le **nombre** des **éléments** comptés soit **fini** ou **infini**, c'est exactement la même logique, le même calcul.

DÉFINITION

En considérant le **nombre omégaréel infini** de référence **w** et son **inverse θ**, l'**infinitésimal** correspondant, pour tout **nombre omégaréel x**, et pour tout **nombre entier relatif p** (le sens classique nous suffira pour la définition), c'est-à-dire un élément de l'**ensemble** classique **Z = {…, -4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, +4, ...}**, on appelle le **successeur** de **x** de **degré p**, le **nombre omégaréel**: $x + \theta^p$, et on appelle le **prédécesseur** de **x** de **degré p**, le **nombre omégaréel**: $x - \theta^p$.

Ainsi, le **successeur** de **x** de **degré 0** est: $x + \theta^0 = x + 1$, et son **prédécesseur** de **degré 0** est: $x - \theta^0 = x - 1$. Et le **successeur** de **x** de **degré 1** est: $x + \theta^1 = x + \theta$, et son **prédécesseur** de **degré 1** est: $x - \theta^1 = x - \theta$. Et le **successeur** de **x** de **degré 2** est: $x + \theta^2$, et son **prédécesseur** de **degré 2** est: $x - \theta^2$. Et le **successeur** de **x** de **degré 3** est: $x + \theta^3$, et son **prédécesseur** de **degré 3** est: $x - \theta^3$. Et ainsi de suite. Et le **successeur** de **x** de **degré -1** est: $x + \theta^{-1} = x + w$, et son **prédécesseur** de **degré -1** est: $x - \theta^{-1} = x - w$. Et le **successeur** de **x** de **degré -2** est: $x + \theta^{-2} = x + w^2$, et son **prédécesseur** de **degré -2** est: $x - \theta^{-2} = x - w^2$. Et ainsi de suite.

Entre **x** et son de **degré 0**, à savoir $x + 1$, il y a donc **w successeurs** de **degré 1**, qui sont: $x + \theta$, $x + 2\theta$, $x + 3\theta$, $x + 4\theta$, …, $x + (w\text{-}4)\theta$, $x + (w\text{-}3)\theta$, $x + (w\text{-}2)\theta$, $x + (w\text{-}1)\theta$, le terminus étant donc : $x + w\theta = x + 1$. De même, entre **x** et son de **degré 1**, à savoir $x + \theta$, il y a **w successeurs** de **degré 2**, obtenus en ajoutant à chaque fois θ^2. Et entre **x** et son de **degré 2**, à savoir $x + \theta^2$, il y a donc **w successeurs** de **degré 3**, obtenus en ajoutant à chaque fois θ^3. Quand « **p** tend vers l'**infini** », au sens classique de l'expression, θ^p tend vers le **0 absolu**. Et au sens nouveau de l'expression, on peut simplement poser par exemple: $0 = \theta^w$, et donc l'**infini absolu**: $\omega = w^w$.

Et c'est ainsi entre **x** et son **successeur** ou son **prédécesseur** de n'importe quel **degré p**. Il y a **w successeurs** ou **prédécesseurs** de **degré p+1**. Cette **structure** des **nombres omégaréels** est une **structure fractale**, que nous appelons la **Fractale w** (on en reparlera plus en détail plus loin).

On a donc un **ensemble** R_ω des **nombres omégaréels continu**, et pourtant on a aussi la notion de **successeur** et de **prédécesseur** d'un **point** ou d'un **nombre omégaréel**. Chaque nombre a un **successeur** et un **prédécesseur**, le **nombre w** représente le **dernier**, et pourtant aussi **w+1** existe toujours.

Dans la conception classique, là où nous avons employé ω dans la définition des **ordinaux canoniques**, on emploie une **variable n**, pour dire donc que si l'on a défini un **ordinal** $n = \{0, 1, 2, 3, \ldots, n\text{-}3, n\text{-}2, n\text{-}1\}$, alors l'**ordinal** suivant **n+1** est par définition : $n = n \cup \{n\} = \{0, 1, 2, 3, \ldots, n\text{-}3, n\text{-}2, n\text{-}1, n\}$, qui est donc la définition **ensembliste binaire** de la notion de **successeur**. Selon cette définition, étant donné un **ensemble** quelconque **x**, le **successeur** de **x** , noté **x +1**, est par définition : $x+1 = x \cup \{x\}$, c'est-à-dire le nouvel **ensemble** obtenu en ajoutant **x** lui-même à ses propres **éléments**. Et on dit que **x** est le **prédécesseur** de **x+1**.

Cette notion est l'une des notions actuelles les plus fécondes et les plus puissantes, pour peu que l'on comprenne son sens profond, à savoir que tout **ensemble** (fini ou infini) est fondamentalement un **ordinal** ou un **nombre entier**, dont le **successeur** au sens le plus fondamental de la notion **succession** (une notion de **relation d'ordre**) est : $x+1 = x \cup \{x\}$. Autrement dit, si vous l'on a défini un **ensemble x**, si l'on connaît donc parfaitement ses **éléments**, alors il suffit d'ajouter cet **ensemble** lui-même à ses **éléments**, pour avoir un nouvel, qui, parmi est tous les ensembles, celui par excellence qui mérite d'être appelé le **successeur** de **x**.

Si l'on a par exemple l'objet : **x = AAAA**, dont on voit qu'il est constitué d'**un seul élément** de base, **A**, un objet qui est donc une **générescence unaire** ou **information unaire** d'**unit** ou **quantum A**, on voit que chaque **unit A** de **x** est repéré dans **A** par sa position d'**ordre**. On pourrait introduire des symboles **numériques** ou des symboles à voir comme des **nombres**: **1, 2, 3 4**, appelés des **ordinaux** ou **numéros** d'**ordre**, pour indiquer les **positions** des différents **units A** dans cet **ensemble x** (au sens **universel** de la notion d'**ensemble** on l'entend).

1 2 3 4
AAAA

On parlera ainsi du **premier A** ou du **A** numéro **1**, du **A** numéro **2**, du **A** numéro **3** et du **A** numéro **4**. Mais ici (et c'est là un des avantages propres aux **générescences unaires**), on n'est pas obligé d'introduire de nouveaux symboles **ordinaux** pour indiquer la position des **units A**, sauf si c'est pour simplifier le propos, ce qui n'est pas nécessaire ici. Car en fait, **x** est lui-même un **ordinal**, et les **sous-générescences** ou **sous-ensembles** ou **parties** de **x** sont elles-même déjà les **ordinaux** cherchés. En effet, les **générescences** : **A, AA, AAA, AAAA** sont respectivement les **ordinaux** cherchés, qui indiquent donc eux-même la position des différents **units A**. L'**ordinal A** indique le **premier unit**, l'**ordinal AA** indique le **second**, ainsi de suite. Quand on dit donc « **1** », cela représente « **A** », et « **2** » représente « **AA** », et et « **3** » représente « **AAA** », et « **4** » représente « **AAAA** ».

Les nouveaux symboles : **1, 2, 3, 4** servent donc éventuellement juste pour simplifier les écritures, dans le cas d'une **générescence x** ayant un grand nombre d'**units A**, comme par exemple :

AAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAA.
Il est alors évidemment plus commode de dire que **x = 60A** ou simplement **x = 60** et que ses **parties** vont de **1A** à **60A**, et de **0A** à **60A** si l'on tient compte de la **partie vide O**.

0 1 2 3 4
OAAAA

L'objet est donc assez autonome, chacune de ses parties indique elle-même la position de son **dernier unit A**, donc par exemple **14** ou **14A** ou **AAAAAAAAAAAAAA** indique son **dernier unit** est en position **14**, c'est l'**ordinal 14**.

Et (chose importante qui nous ramène aux **ensembles binaires**), chaque **unit A** de l'objet **x** est par définition l'**ensemble de tous ceux qui le précèdent**, donc des **ordinaux** qui le précèdent. Ainsi, l'**unit A** ou **1** n'a aucun **unit** qui le précède, et par définition on dira que l'**unit** qui le précède est **O**, noté aussi **0**. On dira qu'il est l'**ensemble vide**, et on écrira : **A = 1 = {O} = {0}**.
L'**unit AA** ou **2** est précédé de **A** ou **1**, donc ses **parties strictes** sont: **O** et **A**, ou **0** et **1**.
On a donc: **AA = 2 = {O, A} = {0, 1}**.
De même on a: **AAA = 3 = {O, A, AA} = {0, 1, 2}**.
De même on a: **AAAA = 4 = {O, A, AA, AAA} = {0, 1, 2, 3}**.

Nous avons considéré dans cet exemple les **générescences** d'**unit A**, mais l'**unit absolu** pour définir les **ordinaux unaires** est **U** ou **1**, c'est-à-dire l'**Univers TOTAL**, l'**unique chose** qui par **itération** **génère toutes les autres choses**, l'**unique être** qui **génère tous les êtres**. Les **générescences unaires** définissent les **ordinaux** de la même façon. Et chaque **générescence** est la **position ordinale** de son **dernier unit**. Et chaque **générescence** peut être définie comme étant l'**ensemble** de toutes celles qui la précèdent (sans oublier la **générescence nulle**, **O** ou **0**, celle qui n'est faite d'aucun **unit**, ou, exprimé positivement,celle qui est faite de **0 unit**), c'est cet **ensemble**, comme par exemple ici **{O, A, AA, AAA}**, qui est équivalent à la **générescence** considérée, qu'on appelle précisément un **ordinal**. Ici, l'**ensemble** à **4 éléments {O, A, AA, AAA}**, qui est l'**ensemble des parties strictes** de **AAAA** (c'est-à-dire les **parties** de **AAAA** strictement inférieures à **AAAA**, et pour les **générescences unaires** cela signifie toutes les **portions** plus petites de la **générescence**), est **équivalent** à **AAAA**. Et enfin, le **successeur x+1** d'un **ordinal x** est l'**ensemble** obtenu en ajoutant l'**ordinal x** lui-même à ses propres **éléments** ou **parties** : **$x+1 = x \cup \{x\}$**. Peu importe finalement l'**unit** utilisé pour les **générescences**, la logique est la même.

Autrement dit, toutes les **parties** de **AAAA**, au sens **universel** et très intuitif de la notion de **partie** (c'est-à-dire une **part** ou un **morceau** d'un **tout**) est : **O, A, AA, AAA, AAAA**, soit donc **5 parties**, **5 éléments**, au sens universel de la notion d'**élément**.

Les **générescences unaires** ont le très grand avantage que la notion universelle de **partie** chez elles est très simple. Pour toute **générescence n** (qui est donc faite de **n units**), toutes les arties sont les **générescences** de **0** à **n**, c'est-à-dire : **0, 1, 2, 3, …, n-3, n-2, n-1, n**, soit donc **n+1 parties**, donc **n+1 éléments**, la **partie pleine** ou la **partie entière** étant **n**. Et comme on le voit donc, il y a exactement **n éléments** qui précèdent **n**, les **éléments** de **0** à **n-1** donc. C'est la raison pour laquelle l'**ensemble** de **n éléments** , **{0, 1, 2, 3, …, n-3, n-2, n-1}**, est très naturellement la définition de **n**. Donc : **n = {0, 1, 2, 3, …, n-3, n-2, n-1}**. Le **successeur** de **n-1**, qui est donc **n**, s'obtient en ajoutant **n-1** à ses propres éléments, qui vont de **0** à **n-2**. Et par conséquent, **n** s'ajoute à ses propres **éléments** pour avoir **n+1**, c'est-à-dire: **n+1 = {0, 1, 2, 3, …, n-3, n-2, n-1, n}**.

C'est cette vérité très simple et très fondamentale qui conduit très naturellement à généraliser la notion de **successeur** à **tout ensemble x**, à définir donc la notion de « **x+1** » pour **tout ensemble x**, même si a priori l'**ensemble x** n'est pas un **nombre** (en réalité il l'est toujours) ou n'est à considérer sous son aspect numérique. Quand on regarde par exemple un **oiseau**, avouons que ce n'est pas son aspect **numérique** qui vient à l'esprit en premier, et donc l'idée de parler du « **successeur de l'oiseau** » ou de « **oiseau +1** ». Additionner donc 1 à l'oiseau, comme si « **oiseau** » est un **nombre**, n'est pas naturel, avouons-le. Et pourtant, « **oiseau** », comme toute **chose** dans l'**Univers TOTAL**, est bel et bien un **nombre** ! On ne parle pas de faire par exemple « **6 oiseaux + 1 oiseau** », car là on additionne en fait **1** à **6** et pas à **oiseau**. On parle bien ici de faire : « **oiseau +1** », c'est-à-dire d'ajouter « **oiseau** », l'**ensemble entier**, la **partie pleine**, à ses propres **éléments stricts** (toutes les **parties strictes** de l'**oiseau**), pour obtenir un nouvel **ensemble** qui est « **oiseau +1** » ou le « **successeur de l'oiseau** », autrement dit : **successeur de l'oiseau = oiseau+1 = oiseau ∪ {oiseau}**.

Ceci est une notion très subtile et très profonde, un aspect clef de la notion **universelle** d'**ensemble**, et aussi l'une de clef de la compréhension de l'**Univers TOTAL**, qui est l'**Univers numérique**. Oui, on peut **ajouter 1** à **toute chose x**, car **toute chose x** est fondamentalement un **nombre**. Et le **1** que l'on ajoute à la **chose x** pour avoir la **chose** qui sera appelée son **successeur x+1**, est dans l'absolu **U** ou **1**, car **toute chose x** est fondamentalement une **générescence** d'**unit U** ou **1**. C'est ici où réside toute la subtilité de la question (on reviendra plus en détail sur cette vérité fondamentale).

Dans la conception classique, la **variable n** ou **x** est juste un objet métamathématique, c'est-à-dire un objet en dehors de la théorie mathématique elle-même, qui sert à élaborer la théorie. Mais dans notre conception il n'y a pas d'objets métamathématiques séparés des objets mathématiques, autrement dits d'objets **mathématiques** d'un côté et des objets **non mathématiques** de l'autre, qui servent à faire les mathématiques, qui n'ont pas de statut mathématique défini ou pleinement défini comme les autres. Cette manière de procéder est à notre sens un artifice, l'une des nombreuses méthodes actuelles de masquer des problèmes de paradigme. Une autre manière classique de masquer les lacunes des paradigmes, et dont nous ne cessons de parler, est le recours aux axiomes. C'est le paradigme de la **négation absolue** ou de l'**identité** qui entraîne tout cela.

Dans la nouvelle conception (la théorématique) le rôle que l'on fait jouer ici à la **variable n** ou **x** est le rôle de l'**infini ω** , et comprendra mieux plus tard quand nous traiterons de la **relation d'ordre** des **ordinaux**. On verra qu'en fait, les nombres ou les ordinaux ne sont pas des objets **statiques**, comme on les conçoit classiquement, mais des objets **dynamiques**, autrement dits des objets **variables**. La notion mathématique de **variable** et la notion physique de **dynamisme** ou d'**objet dynamique**, ne sont que deux manières différentes de dire la même chose. Au sens le plus fondamental que nous sommes en train de définir, un **nombre variable** ou **dynamique** est un **nombre** qui **est** son **propre successeur** : **x = x+1**. Pour pouvoir le dire, l'ontologie pour dire « **EST** son **propre successeur** » est évidemment l'**équivalence**, car du point de vue de l'**identité**, chaque chose **x** n'est qu'elle-même : **x = x**, d'où le fait que l'**identité** est forcément synonyme d'une notion **statique** des **nombres**, des nombres vus comme des **constantes** et non pas des **variables**.

Cette notion de **successeur** d'un **ensemble x**, à savoir : **x+1 = x ∪ {x}**, est donc très fondamentale et absolument générale, c'est l'une des notions clefs de la notion d'**ordinal** ou de l'**ordre** sur les **ordinaux**. Dans la nouvelle conception des **ensembles**, non seulement on ne sépare plus les notion de **nombre entier naturel** et d'**ordinal** (car du moment où on ne sépare plus l'**infini ω** des **entiers naturels classiques**, qu'il est un **prédécesseur** et un **successeur** comme tout le monde, sauf qu'il incarne simplement le **nombre entier naturel** qui est **son propre successeur**, les notions d'**ordinal** et de **nombre entier naturel** s'unifient), mais aussi on ne sépare plus les notions d'**ensemble** et d'**ordinal**, et donc les notions d'**ensemble** et de **nombre entier naturel**. On ne parle que des mêmes choses vues sous des angles différents.

Comme on l'a dit à propos de l'**ensemble**: **A = {a, b, c, {d, e, {f, g}}, h}**, vu plus haut, les **structures parenthésiques** sont des **ensembles fondamentaux**, **canoniques**, qui est indissociable de la notion universelle d'**ensemble**, ne serait-ce que c'est par une **structure de parenthèses** que l'on indique les **éléments** des différents niveaux d'un **ensemble** universel donné. Ici par exemple, **a, b, c, d, e, f, g, h** sont des **choses** absolument quelconques, donc des **ensembles** au sens universel du terme. Et cette **structure** de **parenthèses** indique que les **éléments** de **A** de niveau 1 sont : **a**, **b**, **c**, **{d, e, {f, g}}**, **h**, soit **5 éléments**, dont l'un, **{d, e, {f, g}}**, est lui-même une **structure** de **3 éléments** de niveau 1, qui sont : **d**, **e**, **{f, g}**, et enfin parmi eux il y a l'**élément {f, g}**, qui est une **structure** de **2 éléments** de niveau 1, qui sont **f** et **g**. Les **choses a, b, c, d, e, f, g, h**, peuvent donc être à leur tour des **structures parenthésiques**, mais pas forcément, elles peuvent être par exemple des **générescences unaires**, ce que de toute façon toute **chose** est fondamentalement.

Pour toutes ces raisons, la notion de **successeur** d'un **ensemble binaire** et par conséquent aussi celle d'**ensemble omégan** (qu'on verra plus loin) peut être étendue à tout **ensemble** au sens universel, et notamment à tous les **ensembles quantiques**. Etant donné un **ensemble quantique E** (pas nécessairement donc un **ensemble parenthésique**, qui sont des **ensembles quantiques** particuliers ou en tout cas qui peuvent être mis sous forme **quantique**, comme tout **ensemble universel**), on peut donc former l'**ensemble** : **E ∪ {E}**. Le singleton **{E}** est une manière d'indiquer que l'**ensemble E** est à prendre comme **élément**, à ajouter aux **éléments** de **E**, pour former donc un nouvel **ensemble quantique**, qui est par définition: **E+1 = E ∪ {E}**.

Par exemple, si **E** est l'**ensemble quantique** qui est l'**ensemble de tous les oiseaux**, défini donc par le **nom commun** « **oiseau** », On peut écrire **E** sous la forme : **E = {oiseau 1, oiseau 2, oiseau 3, …, oiseau n}**, où alors **n** est le nombre total des **oiseaux** dans notre monde (si le propos se limite implicitement à notre monde), ou dans l'**Univers TOTAL** (si aucune restriction n'est sous-entendue). Par convention **E** est l'**ensemble Oiseau** (écrit en majuscule).

Et maintenant, rien n'empêche de former un nouvel **ensemble** formé de **tous les oiseaux** et d'une nouvelle **chose** qui est précisément l'**ensemble de tous les oiseaux**, l'**ensemble E** ou **Oiseau** donc. Cet nouvel ensemble est alors : **E+1 = Oiseau+1 = {oiseau 1, oiseau 2, oiseau 3, …, oiseau n, E}**.

Il n'est pas un **oiseau** particulier mais l'**ensemble**. Et rien n'empêche non plus d'ajouter à son tour **E+1** ses propres éléments pour avoir **(E+1)+1**, noté **E+1+1** ou **E+2**.
Donc : **E+2 = Oiseau+2 = {oiseau 1, oiseau 2, oiseau 3, …, oiseau n, E, E+1}**.
Et ainsi de suite.

Il est clair que c'est la **structure de parenthèses {E}**, qui transforme l'**ensemble E** en un **élément** à part entière, qui peut être ajouté aux éléments de **E**, pour avoir **E+1**. Et c'est la **structure de parenthèses** aussi, qui transforme à son tour **E+1** en un **élément**, à distinguer de **E**, et qui donne lieu à **E+2**. Exactement comme c'est simplement la **structure de parenthèses** qui permet de distinguer l'**ensemble A = {a, b, c, {d, e, {f, g}}, h}** de l'**ensemble B = {a, b, c, d, e, f, g, h}**, alors qu'on a par ailleurs des raisons de penser que c'est le même **ensemble**. **A** et **B** sont effectivement le « même » **ensemble** en un sens, mais **structuré différemment**, ce qui en fait deux **ensembles** à considérer comme **différents** ou **distincts** ou **non identiques**. Ils sont le « même » **ensemble** en ce sens qu'ils sont **équivalents**. En effet, pour deux **ensembles A** et **B**, avoir les **mêmes éléments** (c'est-à-dire des **éléments identiques**) tous niveaux confondus, est une relation d'**équivalence**.

Lemme
Le **successeur** de l'**espace o** est l'**ensemble vide { }**, donc le **prédécesseur** de **{ }** est **o**.

En effet, tout d'abord, concaténer l'**espace o** à n'importe quelle **chose x**, faire donc **o ∪ x**, c'est faire : **ox**, ce qui est identique à **x**, Et ensuite on a : **o+1 = o ∪ {o} = {o} = { }**.

Et maintenant, l'**espace o** est-il le seul **prédécesseur** de **{ }**? Supposons qu'on ait un autre **prédécesseur x** de **{ }**. On a lors : **x+1 = x ∪ {x} = { }**. Si **x** est distinct de l'**espace o**, alors **x ∪ {x}** possède au moins un **élément**, qui est **x**, ce qui voudrait dire que **{ }** possède un **élément** différent de l'**espace o**, or nous avons convenu que son seul **élément** est **o**. Donc **x** est **o**.

DÉFINITION
Le **prédécesseur** du **0 absolu**, est **-1**, un **nombre entier relatif**, qui est l'**anti-1** ou simplement l'**anti**, un **nombre négatif relativement** seulement, qui est une **orientation de 1**, à ne plus confondre avec le **nombre négatif absolu – 1**, qui, lui, signifie la **soustraction de 1**, l'**absence de 1**, la **négation de 1**, la **suppression de 1**, la **destruction de 1**, etc.. On a l'**équivalence** : **0 = ω**, qui est le **Cycle ω**, et par conséquent l'**équivalence** : **-1 = ω -1**, qui est donc la définition de **-1**, et qui est un nombre **positif** dans l'absolu. Il signifie juste le **prédécesseur** de **ω**, qui est **équivalent** au **prédécesseur** de **0**. C'est juste une **orientation antitive**, qui signifie qu'on parcours les **ordinaux** dans l'**ordre inverse**, de **ω** vers **0**. Ainsi, on a l'**équivalence** : **-2 = ω -2**, et : l'**équivalence** : **-3 = ω -3**, etc., et à la fin l'**équivalence** : **-ω = ω - ω = 0**. Ce sont donc les **anti-nombres**, les **opposés** ou les **symétriques** des **nombres antitifs**, et là on parle donc de **nombres relatifs**, une simple question d'**orientation**.

Cette définition signifie donc qu'il suffit d'étudier les **nombres** sur l'**intervalle [0, ω]**, pour connaître tous les **nombres relatifs** sur tous les **intervalles**. Et quel que soit l'**intervalle**, ils sont **positifs**, puisqu'ils sont tous **équivalents** à un **nombre** dans l'**intervalle [0, ω]**. La question des **nombres négatifs** à proprement parler, au sens absolu (la **négation**) et non plus au sens **relatif** (l'**antition**) est donc une toute autre affaire. Ceux-là signifie donc les **éléments** de l'**Onivers**, c'est-à-dire **moins existants** que l'**espace o** (l'**Onivers** donc), qui est l'**existence minimale**.

DÉFINITION 1
On appelle un **ensemble récurrenciel** tout **ensemble quantique E** ayant l'**ensemble vide** comme **élément** et tel que pour tout **élément x** de **E**, le **successeur** de **x**, à savoir : **x+1 = x ∪ {x}**, est lui aussi un **élément** de **E**.

On note que la définition est donnée dans sa généralité pour les **ensembles quantiques**, et non plus uniquement pour les **ensembles parenthésiques**. Dans la théorie des ensembles de ZF, l'énoncé selon lequel : « ***Il existe** au moins un **ensemble récurrenciel*** », est ce qu'on appelle l'**axiome de l'infini**.

Un **ensemble récurrenciel E** est évidemment **infini** au sens classique de la notion d'**infini**. Car ayant l'**ensemble vide** comme élément, qui est l'**ordinal 0**, et étant donné que le **successeur** de tout **élément x** de **E** est lui aussi un

élément de **E**, alors **0+1**, **0+1+1**, **0+1+1+1**, **0+1+1+1+1**, etc., qui sont respectivement les définitions parenthésiques des **ordinaux** : **1, 2, 3, 4, …**, sont des **éléments** de **E**. Autrement dit...

Nous donnons maintenant la définition d'un type d'**ensemble récurrenciel** encore plus fondamental et plus **universel**, qui est associé à la notion d'**ordre parfait**, qu'on verra plus tard.

DÉFINITION 2
On dit que **E** est un **ensemble récurrenciel parfait** ou qu'il est **parfaitement récurrenciel**, si en plus d'être **récurrenciel**, **E** a les propriétés suivantes:
i) **E** est **élément** de lui-même ;
ii) Tout **élément** de **E** a un **prédécesseur**.

Voici une autre formulation de cette définition d'un **ensemble récurrenciel parfait**:

DÉFINITION 3
Soit un **ensemble quantique E**. On dit que **E** est un **ensemble récurrenciel parfait**, s'il vérifie les propriétés suivantes :
i) L'**ensemble vide { }** et **E** sont des **éléments** de **E** ;
ii) Tout **élément x** de **E** a un **successeur** et un **prédécesseur**, c'est-à-dire:
→ **x+1 = x ∪ {x}** est un **élément** de **E**;
→ Il existe un **élément y** de **E** tel que: **y+1 = y ∪ {y} = x**.

Il est clair que c'est l'**Univers TOTAL U**, l'**Ensemble de toutes les choses**, qui est en arrière-pensée de ces définitions d'**ensemble récurrenciel parfait**. Il est l'exemple par excellence de l'**ensemble quantique E** dont il est question dans ces définitions. Il est **élément** de lui-même : **U ∈ U** (**auto-appartenance** de l'**Univers TOTAL**). Et parce que **toute chose**, de par sa définition, est **élément** de l'**Univers TOTAL** (**Théorème de l'Existence**), parce que donc **toute chose existe** en lui, il a donc l'**ensemble vide { }** pour **élément**, c'est-à-dire la **structure parenthésique** ainsi nommée. Le **successeur** comme le **prédécesseur** de tout **ensemble** est **élément** de **E**. On a donc au moins un **ensemble quantique récurrenciel parfait**, à savoir l'**Univers TOTAL**.

Lemme
Si **E** est un **ensemble quantique récurrenciel parfait**, alors **E** est son propre **successeur**.

En effet, on a: **E+1 = E ∪ {E}**. Mais comme: **E ∈ E**, ajouter donc **E** à ses propres éléments ne le change pas, puisqu'il est déjà **élément** de lui-même. Donc : **E+1 = E ∪ {E} = E** .

Il en résulte que **E+1**, **E+2**, **E+3**, …, **E+n**, où **n** est un **entier** classique, etc., sont tous **E**.

THÉORÈME et DÉFINITION
Il existe un plus petit **ensemble récurrenciel**, c'est l'**intersection** de tous les **ensembles récurrenciels**. Par définition, on l'appelle l'**infini Oméga**, et on le note **ω**.

Appelons **ω** l'**intersection** de tous les **ensembles récurrenciels**, c'est-à-dire l'ensemble de tous les éléments qu'ils sont en commun. Comme ils sont **récurrenciels**, par définition **0** appartient à tous, il est donc un élément de **ω**. Et soit **x** un élément appartenant à **ω**. Cet élément **x** appartient donc à tous les **ensembles récurrenciels**. Et comme ils sont **récurrenciels**, par définition : **x+1 = x ∪ {x}**, le **successeur** de **x** donc, appartient à tous, donc à **ω**, qui est donc **récurrenciel**. Et comme il est l'**intersection** de tous les ensembles **récurrenciels**, il est le plus petit d'entre eux.

L'ensemble **ω** qu'on vient ainsi de définir, n'est autre que l'ensemble **N**.

Ceci fournit une autre façon de définir la notion **canonique** de **nombre entier naturel** ou **ordinal fini**.

DÉFINITION
Soit une **chose x**. On dit que **x** est **nombre entier naturel canonique**, ou un **ordinal fini canonique**, si **x** est un **élément** de tout **ensemble récurrenciel**. Autrement dit, si **x** est un **élément** de **ω**.

e) Le théorème universel des ensembles et le théorème universel des nombres

THÉORÈME:
Toute **chose x** est un **ensemble**.

En effet, comme déjà dit, au sens universel où nous avons défini la notion d'ensemble, toute chose **x** est un ensemble, puisque toute chose est constituée d'au moins une chose, qui est elle-même. Elle est son élément de niveau 0, son élément par défaut donc, à défaut de savoir quelles choses d'autres constituent **x**.

Le théorème précédent est appelé le **théorème universel des ensembles**, parce que justement il dit que toute chose dans l'**Univers TOTAL** est un **ensemble**. La nature d'**ensemble** est donc **universelle**, elle est commune à **toutes** les **choses** de l'**Univers**, et à l'**Univers** lui-même, la plus grande des **choses**.

Corollaire
Toute **chose x** est un **ensemble** ayant au moins deux **éléments** au sens **universel**, **x** et l'**espace o**.

En effet, comme déjà dit, **x** est la **concaténation** de **x** et de l'**espace**:
$\mathbf{x = x \cup o = o \cup x = ox = xo = oxo}$.

Et en particulier, si **x** est un **ensemble binaire** (**parenthésique**), on a :
$\mathbf{x = x \cup \{\,\} = \{\,\} \cup x = x \cup \{o\} = \{o\} \cup x}$, ce qui veut dire que **o** est un **élément** de **x**, mais cette fois-ci au sens parenthésique du terme. Toutefois, en ce sens, **x** n'est pas forcément **élément** de lui-même, à moins qu'il soit par exemple **récurrenciel** ou soit son **propre successeur**: $\mathbf{x = x \cup \{x\} = x+1}$, ce qui n'est pas assuré si l'**égalité** « = » est l'**identité**, mais est toujours assuré si l'**égalité** est l'**équivalence**.

En effet, comme déjà vu plus haut, dans ce cas on a alors le **cycle x**, qui est l'**équivalence**: $\mathbf{o = x}$, et par conséquent, dire: $\mathbf{x = x \cup \{\,\} = x \cup \{o\}}$, c'est donc dire : $\mathbf{x = x \cup \{x\} = x+1}$, et l'idée que **tout ensemble** est son **propre successeur** est l'expression du **cycle 1**, comme par exemple de dire: $\mathbf{0 = 1 = 2 = 3 = \ldots = \omega\text{-}3 = \omega\text{-}2 = \omega\text{-}1 = \omega}$. Plus généralement, on a: $\mathbf{x = x+1 = x+2 = x+3 = \ldots = x+\omega-3 = x+\omega-2 = x+\omega-1 = x+\omega}$, chaîne d'**équivalences** qui est l'expression générale du **cycle 1**.

Et avec l'**équivalence** aussi, comme on le verra plus en détail par la suite, la **structure** des **ensembles** devient une **structure fractale**, et tout **élément x** d'une **structure fractale** est (par **équivalence**) **élément** de lui-même.

DÉFINITION:
On appelle un **nombre** tout **ensemble**.

THÉORÈME
Toute **chose** est un **nombre**.

En effet, d'après le **théorème universel des ensembles**, **toute chose** est un **ensemble**. Et donc si on pose la définition selon laquelle la notion **universelle** d'**ensemble** que nous sommes en train de définir est aussi la notion **universelle** de **nombre**, alors on est en train de dire que **toute chose** est un **nombre**, ce que nous appellerons le **théorème universel des nombres**. On note que comme tout énoncé de la théorématique il s'agit d'une définition, ce qui est plus fort que de poser un axiome.

Cette définition, sous ses airs d'énoncé banal, dit une chose d'une extrême importance dans la conception de la notion de **nombre**. Jusqu'à présent la notion de **nombre** est une notion essentiellement intuitive. Le fait est que l'on commence à apprendre les mathématiques avec le fameux ensemble **N** dits des **nombres entiers naturels**: **N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, ...}**. Puis on enchaîne avec l'ensemble **Z** dits des **nombres entiers relatifs**: **Z = {…, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, ...}**. Puis avec l'ensemble **Q** des **nombres entiers rationnels** (on passe l'ensemble **D** des **nombres décimaux**, qui pour moi n'est qu'une sorte d'intermédiaire entre les **entiers** et les **rationnels**, **D** est l'ensemble de **rationnels** particuliers qui n'ont d'intérêt que parce que notre système de numération est décimale, c'est-à-dire la base 10. Si l'on doit distinguer **D**, alors qu'on distingue aussi la base 7, la base 12, la base 458721, bref les bases que sont les autres nombres entiers, et nommer chaque ensemble correspondant par une lettre différente, et alors l'alphabet ne suffirait pas...). Puis on enchaîne avec l'ensemble **R** des **nombres réels**, puis l'ensemble **C** des **nombres complexes**, etc.. Et le constat est à chaque fois qu'un nouvel **ensemble** de **nombres** englobe tous ceux d'avant, d'ailleurs justement leurs constructions sont faites pour cela, à savoir donc généraliser la notion de **nombre** d'avant, élargir donc la notion de **nombre**, l'**Univers** des **nombres**.

Et alors une question très légitime se pose: Puisque, apparemment, on peut toujours étendre la notion **nombre** (et je viens moi-même de l'étendre avec les **nombres omégaréels**), où s'arrête donc la notion de **nombre**? Car les mathématiciens nous font démarrer avec l'ensemble **N** des **nombres entiers naturels**, mais sans nous dire ce qu'est un **nombre**, ce qui distingue les choses appelées « **nombres** » des **choses** qui se seraient pas des **nombres**. La notion de **nombre** n'est pas définie ou pas vraiment.

On attaque donc tout suite avec le comptage et les opérations et les calculs avec les **nombres**, sans savoir ce qu'on manipule au juste et ce que cela veut dire, car on part du principe que nous savons.... Les mathématiciens comptent sur notre « intuition » pour comprendre que **3**, **7**, **24** ou **100** est un **nombre**, tandis que **fleur**, **chat**, **mouton** ou **humain** ne sont pas des **nombres**. Ils comptent toujours sur cette « intuition » pour nous enseigner qu'en disant : « **3 fleurs** », « **7 chats** », « **24 moutons** » et « **100 humains** », on utilise les **nombres 3**, **7**, **24** et **100** comme **multiples** ou respectifs de **fleur**, **chat**, **mouton** et **humain**, autrement dit simplement on **multiplie** des **nombres**, des objets mathématiques, par **fleur**, **chat**, **mouton** et **humain**, qui eux ne sont pas des objets mathématiques. Ils ont même inventé une notion de **multiplication** assez spéciale pour qualifier ce genre de situations, qui est la notion de « **multiplication externe** », très utilisée avec les **espaces vectoriels** par exemple, pour dire qu'on multiplie un **vecteur** par un **nombre** (par exemple **3v** ou **5u – 7v**, où **u** et **v** sont des **vecteurs**, et ce genre d'opération qui combine des **vecteurs** et des **nombres** est appelée une **combinaisons linéaire**), une **fonction** par un **nombre** (par exemple **3f** ou **5f – 7g**, où **f** et **g** sont des **fonctions**, etc.), etc., comme nous l'avons fait dans la construction des **nombres omégaréels**. Et nous avons démontré que les **vecteurs** ou les **fonctions** sont finalement une nouvelle notion de nombres, l'ensemble $\mathbf{R}_\omega$ des **nombres omégaréels** donc.

De même, la physique dira : **3 mètres** ou **3m** , **8 kilogrammes** ou **8 kg**, **20 joules** ou **20 J**, etc.. Là encore on multiplie un nombre mathématique par une **unité** de **mesure** de la physique, et on se demande ce que peut vraiment signifier très profondément cette multiplication si les unités de mesure et les notion physiques associées (ici **longueur** mesurée en **m**, masse **mesurée** en **kg**, **énergie** mesurée en **J**) ne sont pas dans l'absolu des nombres, des éléments d'un même **espace numérique** que les **nombres 3**, **8** ou **20**. C'est cet espace numérique unificateur qu'est l'ensemble $\mathbf{R}_\omega$ des **nombres omégaréels**.

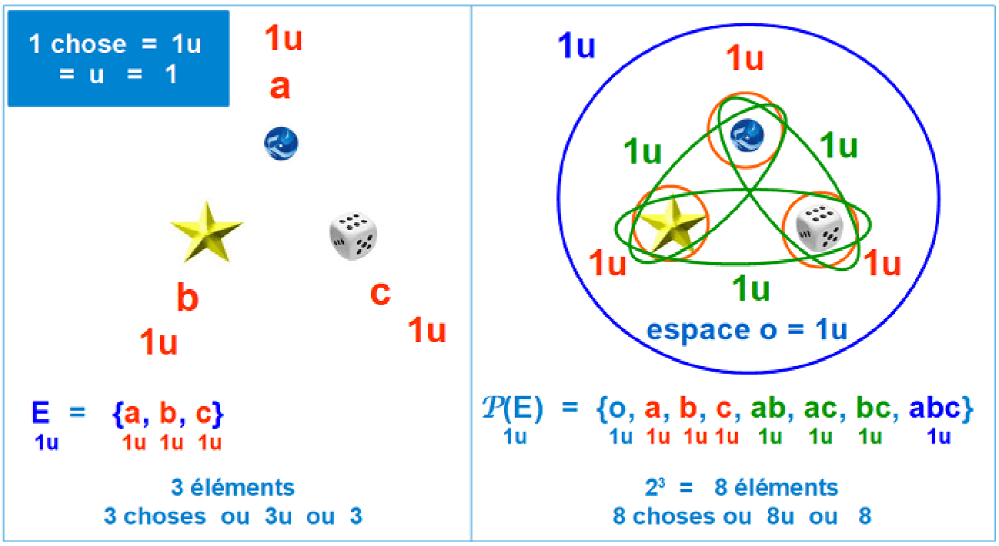
Où s'arrête donc la notion de **nombre**? Quelles choses dans l'Univers sont des **nombres** et lesquelles ne le sont pas? C'est à cette question que répond maintenant la définition ci-dessus, en donnant donc la définition universelle de la notion de nombre : « On appelle un **nombre** tout **ensemble**.» Et son corollaire : « Toute **chose** est un **nombre**.» C'est réglé, on n'a donc plus donc à se poser la question de savoir quelles choses dans l'Univers sont des nombres et lesquelles ne le seraient pas. Tout est fondamentalement de l'**information** (et plus précisément l'**information unaire**, la **générescence**), tout est **numérique**, tout est **nombre**.

En effet, nous avons commencé à le voir avec les **ensembles binaires**, à savoir les **structures parenthésiques**, ainsi que leurs cas particuliers de grande importance, les **générescences** ou **informations unaires**, avec lesquels nous avons déjà pratiquement reconstruit d'une nouvelle manière les **nombres omégaréels**. Et comme ce sont les **ensembles** qui engendrent ce **nombres** (ce qui veut dire que ces **nombres** sont des **ensembles particuliers**), et que toute la **structure** des **ensembles** se trouve à l'intérieur de ces **nombres** (ce qui veut dire que les **ensembles** sont des cas particuliers de ces **nombres**), cela veut donc dire que tout **ensemble**, malgré les apparence, est quelque part un **nombre**.

Et aussi (et c'est une autre manière simple de le prouver), par définition, toute **chose E** est un **ensemble**, formé d'autres **choses**, donc d'un certain **nombre n** de **choses**, éventuellement **infini**. Ce **nombre** fait de l'**ensemble** un **nombre**. L'**unité absolue** dans laquelle s'exprime ce **nombre n** est l'**unité chose**. Quand le mot **chose** sera ainsi utilisé comme **unité universelle**, on la notera **u**, pour dire donc: **0u, 1u, 2u, 3u, …, ω u**, pour dire donc: **0 chose, 1 chose, 2 choses, 3 choses, …, ω choses**.

On dira donc que **E** est fait de **n choses**, c'est-à-dire : $\mathbf{E = n \times u = nu}$, ou: $\mathbf{E = n \times 1 = n}$, mais où le **nombre 1** ici signifie ici l'**unité universelle** « **chose** ». On la distinguera de l'**Unité Universelle** qui est l'**Univers TOTAL**, l'**Ensemble de TOUTES les choses**, l'**Unité** notée **U** en majuscule, qui est le **UN** ou **1**, l'**Unique**, l'**unique Chose** finalement, la **Chose de TOUTES les choses**, l'**Ensemble de TOUS les ensembles**, l'**Etre de TOUS les êtres**, bref l'**Unité de TOUTES les unités**. C'est lui, l'**Ensemble absolu U** ou **1**, qui, en tant qu'**élément absolu**, est aussi l'**unité absolue**, l'**unité universelle**, que nous concevons intuitivement comme étant le mot **chose**. C'est donc le **seul** et **unique Univers TOTAL** qui est l'**Unité** en tant qu'**Ensemble** et l'**unité** en tant qu'**élément**. Cette grande vérité est tout simplement la **structure générescente** et **fractale** de l'**Univers TOTAL**, ou, si l'on préfère, ce qu'on appelle habituellement une **structure holographique**, à savoir l'**Océan** dont chaque **goutte** est l'**Océan entier**.

Prenons un ensemble **E** de **3 choses** : **a**, **b** et **c**, c'est-à-dire: **E = {a, b, c}**. On peut déjà définir sur cette première base l'ensemble **E** comme une manière de voir le **nombre 3**. En effet, si l'on ne regarde pas les spécificités de chacune des **3 choses a**, **b** et **c**, ce qui les **différencie** donc, et si l'on ne regarde que leur **qualité commune** de **chose**, on dira simplement que l'ensemble est fait de **3 choses** ou « **3 u** », il répond au **modèle** « **3 u** » ou « **3 unités** », il est (pour le dire avec un **terme informatique**) une instance de la notion de « **3 choses** » ou de « **3 unités** », il est l'une des infinités de manière d'exprimer l'**information** « **3 choses** » ou « **3 unités** ».



La notion de **chose**, de par sa propriété de **générescence** que nous sommes ainsi en train de mettre en évidence, permet encore d'affiner cette nature profondément **numérique** des **ensembles** et des **choses**, d'autant plus que nous avons déjà étudié la notion d'**ensemble des parties**, que l'image ci-dessus illustre aussi par cet exemple d'un ensemble **E** à **3 éléments**. La notion de **chose** a une très importante propriété qu'il nous faut comprendre maintenant, une propriété que dans le langage habituel on qualifierait de propriété **holographique**, mais que nous préférons appeler propriété **générescente**, et qui est la notion la plus fondamentale de **structure fractale**. L'image précédente illustre donc cette propriété, qui se généralise à n'importe quel ensemble **E**. Cela consiste à dire ceci :

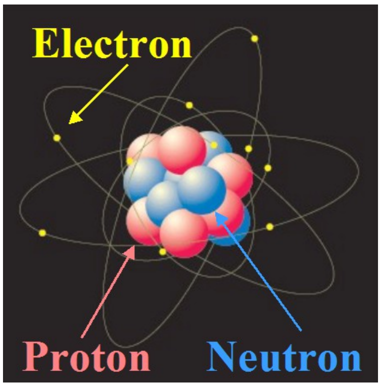
Lemme évident et définition

Quel que soit l'**ensemble** ou la **chose E** dont on parle, quel que soit le **nombre** de ses **éléments** ou le **nombre n** des **choses** qui **forment** l'**ensemble E**, il est **une chose**, oui **1 chose** ou **1 u**. Et dans tout **dénombrement exhaustif** de **choses** impliquant l'**ensemble E** et ses **éléments**, en tant que **chose**, comme toutes les autres **choses**, il comptera pour **1 chose**, donc pour **1 u** ou **u** ou **1**, et chacune des **n choses** qui le **forment**, et que l'on décide de considérer comme ses **éléments** de niveau 1, comptera pour **1 chose** ou **1 u** ou **u** ou **1**. Et plus généralement, **toutes** les **parties** qui **forment** l'**ensemble E**, y compris la **partie vide** et la **partie pleine**, comptent chacune pour **1 chose** ou **1 u** ou **u** ou **1**. Mais dans le dénombrement et comme on le voit avec l'illustration donnée en exemple, si la **partie pleine**, qui est **E** lui-même, a déjà été **comptée**, ainsi que les **n parties** spéciale choisies comme ses **éléments** de niveau 1, il ne reste donc plus qu'à compter la **partie vide o** et **toutes** les autres **parties**, les **parties** à **2 éléments**, puis les **parties** à **3 éléments**, puis celles à **4 éléments**, etc.. On montre très facilement que pour un **ensemble E** de **n éléments** à considérer au niveau 1, le **nombre** de toutes les **parties** de ces **n éléments**, autrement dit des **éléments** de l'**ensemble 𝒫 (E)** des **parties** de **E**, est : 2^n .

Et la **partie vide o** représente l'**espace** séparant les autres parties, ce qui veut dire qu'elle représente **toutes les autres choses** de l'**Univers TOTAL** qui ne sont pas **prises en compte** dans ce **dénombrement**, simplement parce que nous avons convenu qu'elles ne sont pas concernées par le discours, comme par exemple, dans l'illustration précédente, les **éléments** de **E** des niveaux plus profonds que le niveau 1.

Autrement dit, on a convenu de considérer l'**espace « vide » o** et les **éléments a**, **b** et **c** dans cet **espace**, et pas les **éléments** de **a**, **b** et **c** eux-mêmes, à part donc eux-mêmes, c'est-à-dire leurs **éléments** de niveau 0. Toutes les **choses** que nous avons convenu de ne pas prendre en **compte** dans le discours, toutes les **choses** que nous avons décidé d'ignorer ou de considérer comme non concernées par l'étude, sont regroupées comme **éléments** de l'**ensemble vide o**, et **comptent** globalement pour **1 chose** ou **1 u** ou **u** ou **1**. On les aura **comptées** aussi, mais pas **individuellement**, mais **collectivement** comme **o**. Et ce sont ces choses considérées comme « **inexistantes** » (mais en réalité existantes dans l'absolu) que par définition on appelle l'« **espace vide** » entre les **choses** considérées.

Ces **3 choses a**, **b** et **c** de l'exemple: une **bille**, une **étoile** à cinq branches et un **dé** à six faces, sont faites respectivement de $\mathbf{n_a}$ **choses**, $\mathbf{n_b}$ **choses**, $\mathbf{n_c}$ **choses**, c'est-à-dire : $\mathbf{n_a\,u}$, $\mathbf{n_b\,u}$, $\mathbf{n_c\,u}$. Il est clair que **E** est formé de $\mathbf{(n_a + n_b + n_c)}$ **choses** ou $\mathbf{(n_a + n_b + n_c)\,u}$, si l'on considère les éléments de **E** au-delà du niveau 1, à partir du niveau 2 donc, où l'on considère les éléments de niveau 1 des **choses a**, **b** et **c**, puis à leur tour leurs éléments de niveau 1, etc.. La logique de dénombrement sera exactement la même, sauf qu'au lieu d'avoir **3 éléments** à analyser, nous auront simplement un nombre d'**éléments de base** beaucoup plus grand que **3**, et même carrément infini. En effet, la **bille** par exemple est faite d'un **grand nombre** d'**atomes**, faits de **particules**, qui sont faites de **choses** plus **élémentaires**, etc., et à défaut d'elles-mêmes.



Les **choses** qui ne sont pas faites de **choses** plus petites sont justement dites « **élémentaires** » ou même « **atomiques** » en théorie des ensembles actuelle. Car étymologiquement, le mot « **atome** » veut dire simplement « **indivisible** », et on a cru un temps que ce que les physiciens ont appelé les « **atomes** » étaient réellement les plus petits composants de la matière. Jusqu'à ce qu'on découvre qu'ils sont faits de **particules**.

Malgré cela, ion continue de commettre la même erreur de paradigme en pensant que certaines **particules** du modèle standard de la physique sont vraiment **élémentaires**, qu'il n'existe pas de choses plus petites qui les forment. Mais ce que nous sommes en train de démontrer est que tant qu'on ne parle pas encore de l'**unité universelle** comme le mot **chose** ou de l'**Univers TOTAL**, l'**Oméga**, l'**Ensemble** comme étant aussi le **plus petit élément**, l'**Alpha**, on n'a pas encore atteint le **plus petit élément** donc effectué la **décomposition ultime** des **choses**.

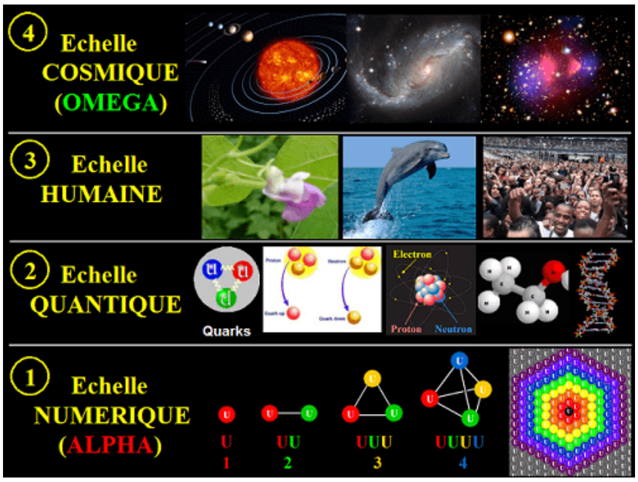
La notion de **chose** est l'**unité universelle**, la **plus petite unité**, le **plus petit élément**, le **plus petit quantum** de l'**Univers**, **atomique** ou **indivisible** en ce sens qu'en divisant cette **unité** en autant de **sous-unités** que l'on veut, chaque **sous-unité** ou chaque **fraction** a la propriété de compter à son tour pour **une unité** à **part entière**! En effet, la **fraction** est **une chose**, oui **1 u** ou **u** ou **1**. Et à l'inverse, en prenant **n'importe quel multiple n** de l'**unité chose**, en formant donc un **ensemble E** de **n choses**, cet ensemble est à son tour **une chose**, oui **1 u** ou **u** ou **1**. Cette propriété miraculeuse de l'**unité universelle chose**, est ce que nous appelons sa **génerescence**, ou encore la « **propriété de multiplication des pains** », en référence au célèbre épisode des évangiles ou le Christ nourrit une foule en multipliant quelques pains, ce qui revient à dire que des morceaux de pain devenaient des pains entiers....

La notion de **chose** possède donc cette remarquable **propriété** de **générescence**, ou de **régénérescence**, qui est que toute **partie** d'une **chose** donnée est **une chose** à **part entière**! C'est un fait. Toute **partie** d'une **chose** donnée doit **compter** pour **1 chose** donc pour **1** dans un **dénombrement** des **choses** de l'**Univers**. **Je** suis **une chose** de l'**Univers**. Ma **tête** est **une chose** de l'**Univers**. Ma **main** est **une chose** de l'**Univers**, etc.. Le **nombre 12** est **une chose** de l'**Univers**. Le **tiers** de **12** ou **4** est **une chose** de l'**Univers**. Le **quart** de **12** ou **3** est **une chose** de l'**Univers**. Le **trois-quart** de **12** ou **9** est **une chose** de l'**Univers**. Et même le **deux-septième** de **12** ou **3.428571428571428571...** ou **3.(428571)...** est **une chose** de l'**Univers**, etc.. Toute **fraction** ou **multiple** de **chose** est **une chose** de l'**Univers**, à **part entière**, et comme toutes les autres **choses**, elle **compte** pour **1**. La clef de la nature **fractale** ou **holographique** de l'**Univers TOTAL**, l'**Ensemble de TOUTES les choses**, se trouve là. Il est **TOUTE l'infinité des choses**, oui l'**ensemble des ω choses**, et pourtant il **compte** lui-même pour **une chose**, oui **1 u** ou **u** ou **1**.

C'est ici aussi toute l'importance des **ensembles quantiques**, et aussi la clef de la **physique quantique**, d'une **physique quantique** vraiment **universelle**, qui permet vraiment de comprendre l'**Univers**. On a vu que les **éléments** d'un **ensemble quantique** répondent à un même **nom commun**, qui nomme simplement leur **propriété commune**, qui caractérise l'**ensemble**. C'est la raison pour laquelle (pour faire référence à l'article sur de Wikipedia sur l'Analyse non standard qu'on retrouvera à la fin avec l'étude de l'**infini ω**) l'idée actuellement admise en théorie des ensembles qu'un **nom commun** ne définisse pas forcément un **ensemble**, est absurde, elle trahit une mauvaise conception des **ensembles**. Comme par exemple le mot « **ensemble** » lui-même, le mot « **ordinal** », la notion « **entier standard** » ou « **entier non standard** », etc.. On conçoit donc qu'il existe des **choses** répondant à ces **noms communs** ou possédant les **propriétés** ainsi nommées mais pas d'**ensemble** de ces **choses**, ce qui contre intuitif, contre naturel, contre universel.

Autrement dit, il existe des **ensembles**, et cependant, nous dit-on, on n'a pas le droit de parler de l'**ensemble de tous les ensembles**, le **dernier ensemble**, l'**ensemble plein**, alors que par exemple la logique des **parties** de n'importe quelle de notion de **tout** ou d'**ensemble** ou d'**unité** ou de **chose** exige que l'on intègre la **partie vide** et de la **partie pleine**, les deux extrêmes entre lesquels il y a tous les autres **parties intermédiaires**.

De même aussi, on accepte l'idée que la notion d'**ordinal** puisse exister, qu'il existe des **choses** qui sont des **ordinaux**, mais que l'**ensemble de tous les ordinaux** (le **dernier ordinal**) ne doit pas exister. Alors que la seule donnée d'une **propriété**, quelle qu'elle soit, ou d'un **nom commun** nommant cette **propriété**, est simplement la définition d'un **ensemble** au sens le plus **universel** et le plus **naturel** du terme, à savoir l'**ensemble de toutes les choses** répondant à ce **nom commun** ou à la **propriété commune** ainsi nommée.



*Une illustration non exhaustive des **échelles** de la **Réalité**,*
*ou en tout cas de la **réalité** telle que nous la percevons dans **notre univers**,*
*un parmi toute l'**infinité** des **univers** dans l'**Univers TOTAL**.*
*La grande **Réalité** va de l'**échelle numérique (Alpha)** à l'**échelle cosmique (Oméga)***
*en passant par l'**échelle quantique** telle qu'on la connaît actuellement,*
*c'est-à-dire de manière incomplète, car le domaine **quantique** actuel n'est pas le plus fondamental.*
*Il existe une échelle de la réalité plus fondamentale, le domaine **hyper-quantique** ou **oméga-quantique**,*
*celui où prend racine l'importante notion d'**ensemble quantique** que nous mettons en évidence,*
*notion d'**ensemble quantique** qui est la base même de notre **langage** et pour cause,*
*qui est tout simplement la base du **langage universel des ensembles**.*
*C'est donc l'**échelle numérique**, là où on perçoit que **tout est nombre**,*
*que **tout** est **information pure**, constituée d'une seule **unité informationnelle**:*
***U** ou **1** en parlant de l'**Univers TOTAL**, ou simplement l'**unité universelle chose** ou **u**.*

Toute **propriété P** ou tout **nom commun** définit automatiquement un **ensemble** correspondant, tout simplement. Un **ensemble** au sens le plus **universel** du terme, et c'est ce qui compte pour nous, à savoir une notion d'**ensemble** qui nous fait comprendre l'**Univers** et les **choses**, une notion d'**ensemble** qui est le **langage universel**.

Et c'est la logique même des **ensembles quantiques**, que tout **nom commun x** définisse automatiquement un **ensemble**, qui est tout simplement l'**ensemble de tous les x**, en parlant de **tous les x** d'un **contexte** donné (par exemple **tous les dauphins** de la **planète terre** ou **toutes les étoiles** de **notre univers**), et le cas échéant ou par défaut de **tous les x** de l'**Univers TOTAL**. Que l'**ensemble quantique** défini par le **nom commun x** soit restreint à un **contexte** donné ou laissé libre d'être l'**ensemble** de **toutes les choses** de l'**Univers TOTAL** répondant à la **propriété** qui le définit ou au **nom commun** de ses **éléments**, il est une **partie** ou un **sous-ensemble** de l'**Univers TOTAL**, qui est donc sa **partie** des **choses** vérifiant cette **propriété**. Par exemple l'**ensemble de toutes les colombes** de l'**Univers TOTAL**. On les compte en disant donc: **0 colombe**, **1 colombe**, **2 colombes**, **3 colombes**, **…**, **ω colombes**, car, s'agissant de l'**Univers TOTAL**, il y a nécessairement une **infinité** de **colombes**, et plus généralement une **infinité** de tout type de **choses** dont on parle, et qui est désigné par un **nom commun**.

En effet, l'**Univers TOTAL U** a une nature **générescente** et **fractale**, en tant qu'élément il se **répète indéfiniment** pour former **toutes les choses** de l'**Ensemble** qu'il est, ce que nous sommes justement en train de montrer : **O, U, UU, UUU, UUUU, …, U...**, ou : **0, 1, 11, 111, 1111, …, 1...**, qui sont les **nombres absolus** que l'on appelle : **0, 1, 2, 3, 4, …, ω**, qui servent après à **quantifier** tout autre **nombre** ou tout autre **quantum** ou toute autre **unité x**, en disant : **0x, 1x, 2x, 3x, …, ωx**. Etant donné que **toute chose** se trouve déjà dans l'**unité fondamentale U**, et que celle-ci se répète indéfiniment, **toute chose** est donc répétée dans l'**Univers TOTAL** en une **infinité** d'exemplaires. Et au passage, c'est pour cela aussi que, dans l'**Univers TOTAL**, il existe forcément une **infinité** d'**univers**, donc pas que le nôtre.

Un **nom commun x** est donc le **quantum x** que l'on **compte** en disant: **0x, 1x, 2x, 3x, …, ωx**, en disant donc par exemple: **0 colombe**, **1 colombe**, **2 colombes**, **3 colombes**, **…**, **ω colombes**, ou le **quantum** est ici **colombe**. Et on compte en disant: **0u, 1u, 2u, 3u, …, ωu**, si le **quantum** est l'une **unité u**, c'est-à-dire l'**unité chose**, l'**unité universelle**, le **nom commun** le plus général qui soit, ou en tout cas le mot choisi pour jouer ce rôle, car il FAUT absolument un mot qui joue ce rôle. Un mot désignant donc la **qualité** ou la **propriété** que possède **toute chose**, avant de dire qu'elle est une **chose** particulière, comme le **nombre 3** par exemple, comme une **molécule** (par exemple la **molécule** d'**ADN**), une **particule**, un **quark**, un **atome**, une **bille**, une **étoile**, un **dé** (les trois objets de l'ensemble **E** de l'exemple plus haut), une **fleur**, un **dauphin**, un **humain**, un **système stellaire** (comme notre **système solaire**), une **galaxie**, un **univers**....

Avec les **ensembles quantiques**, la notion d'**ensemble vide** ou d'**espace o** devient plus précise, elle signifie simplement qu'on ne compte et ne traite que les **choses** répondant au **quantum** considéré ou vérifiant la **propriété P** qui est l'objet du discours. Les **choses** ne répondant pas à ce **quantum** ou ne vérifiant pas la **propriété**, sont **ignorées** ou considérées comme « **inexistantes** », mais évidemment en un sens de « **non existence** » qui doit toujours être **relatif** et non pas **absolu**, car ces **choses** « **non existantes** » **existent** dans l'absolu, elle **existent** dans l'**Univers TOTAL**, l'**Ensemble de TOUTES les choses**, celui dans lequel **toute chose existe** (**Théorème de l'Existence** ou **Loi de la Réalité TOTALE**, vue plus haut). Quand on compte par exemple les **colombes**, les **choses** répondant au **nom commun colombe**, on ignorera les **chats**, sauf si on se trouve en présence de **choses** qui sont à la fois des **colombes** et des **chats**, qui ont donc les deux **propriétés**. Ce genre de **choses existe** toujours dans l'**Univers TOTAL**, en vertu du même **Théorème de l'Existence** : « **Toute chose existe** dans l'**Univers TOTAL** ».

Oui, les **éléphants roses** par exemple n'existent peut-être pas sur terre, mais ils **existent forcément** dans l'**Univers TOTAL**, l'**Ensemble de TOUTES les choses**. De même donc que les **colombes-chats**, les **poissons-chats**, les **chevaux-oiseaux**, les **humains volants**, les « **cerfs volants** », etc.. Avec la logique de **négation**, le connecteur « **non** » (ce mot signifiant la **négation absolue**), tout **nom commun** ou tout **quantum x** est l'objet d'une **séparation**, d'une **partition** ou d'un **clivage** du genre « **x** » et « **non x** », comme par exemple « **ensemble** » et « **non ensemble** » ou « **standard** » et « **non standard** ». Mais ce genre **séparations** doivent être **relatifs**, ils doivent être **relativisés** à un contexte donné, restreints à ce contexte. Cela ne doit jamais porter sur l'**Univers TOTAL**, car il existe toujours un contexte où les deux notions séparées se rejoignent, où l'on découvre par exemple des colombes qui sont aussi des chats ou qui peuvent se transformer en chats à souhait, et vice-versa.

Par exemple aussi, avec les nombres relativement petits, les notions de **nombre fini** et de **nombre infini** sont clairement séparées. Ainsi, le nombre **5** est de toute évidence **fini**. Il est très loin du **nombre omégaréel w**. Mais avec le **nombre de Graham**, la séparation entre les notion de **fini** et d'**infini** n'est plus aussi nette qu'avec le nombre **5**. Si l'on continue dans l'Univers TOTAL à raisonner toujours en terme de « **x** » et « **non x** », on est forcément quelque part coupable d'un paradoxe du genre du **paradoxe sorite** ou **paradoxe du tas** (1 grain de sable n'est pas un tas de sable, 2 grains ce n'est pas encore un tas ; à partir de quel nombre exact commence la notion de tas ? Et 10^{30} grains de sable, c'est un tas, et même toute une plage de sable ! Et $10^{30}-1$ grains, c'est encore toute une plage, et $10^{30}-2$ grains, c'est encore un énorme tas de sable ; mais alors à partir de quand exactement en enlevant un grain à chaque fois, on passe brutalement du tas au non tas?).

Dans l'**Univers TOTAL**, il existe toujours un contexte où les notions ne sont plus si séparées que cela, par conséquent il faut manier la tronçonneuse « **non** » avec beaucoup de modération, la **négation** doit toujours être **relative** et non pas **absolue**, quand il s'agit de l'**Univers TOTAL** ou des notions fondamentales, comme la notion d'**ensemble**, de **nombre**, d'**ordinal**, d'**univers**, d'**existence**, d'**être**, de **chose**, etc..

Dans un contexte donné donc, les notions de **colombe** et de **chat** par exemple dont bien séparées, dans ce contexte l'**ensemble des colombes** d'un côté et l'**ensemble des chats** de l'autre, sont **disjoints**, c'est-à-dire n'ont **aucun élément** en **commun**, leur **intersection** est l'**ensemble vide**, et on écrit : **Colombe** $\cap$ **Chat** = $\varnothing$. Dans ce contexte donc, quand on compte les **colombes**, on ignore les **chats** et vice-versa, pour l'**ensemble des colombes**, les **chats** et les **choses** qui ne sont pas des **colombes**, sont considérés comme le « **vide** », comme l'**espace**, au même titre que l'**air** environnant. Et pour l'**ensemble des chats**, ce sont les **colombes** qui sont comptées avec l'**air** ou le **vide**.

Mais il existe un contexte de l'**Univers TOTAL** où les **colombes** et les **chats** ne sont plus séparées, où l'**intersections** de leurs **ensembles quantiques** respectifs n'est plus **vide** : **Colombe** $\cap$ **Chat** $\neq$ $\varnothing$. L'**intersection** est alors formées de **choses** qui sont à la fois des **colombes** et des **chats**, les **colombes-chats** donc, ou les **chats-colombes**. On a donc : **Colombe** $\cap$ **Chat = Colombe-Chat = Chat-Colombe**, et dans l'**Univers TOTAL**, les **colombes-chats** existent forcément, car **toutes choses** y existent.

Et maintenant donc, avec le **quantum chose**, que nous notons **u**, l'**unité universelle** donc, l'**unité absolue**, celle nous comptons et disons: **0 chose , 1 chose, 2 choses , 3 choses, …, ω choses**, ou: **0u, 1u, 2u, 3u, …, ωu**, ce qui est une autre manière de parler des nombres absolus : **0, 1, 2, 3, 4, …, ω**, puisque l'**unité** de **comptag**e est là encore **absolue**, **universelle**. On parle alors tout simplement de l'**ensemble quantique** associé, l'**ensemble quantique Chose** donc, celui défini par la seule donnée du **nom commun chose**, du **quantum absolu chose**, à savoir l'**ensemble de toutes les choses**, qui est tout simplement la définition de l'**Univers TOTAL**. Il est alors inutile dans ce cas-là de dire qu'on parle de l'**ensemble de toutes les choses** de l'**Univers TOTAL**, comme on doit le dire avec les autres **noms communs**, puisque cet **ensemble quantique** est l'**Univers TOTAL** lui-même.

Nous avons vu l'**auto-appartenance** de l'**Univers TOTAL**: **U** $\in$ **U**. L'**Univers TOTAL U** étant l'**Ensemble de toutes les choses**, en tant qu'**Ensemble unique**, l'**unique Chose** en définitive, il est le **U** ou **1** par excellence, le **U** en majuscule. Mais il est **élément** de lui-même, et en tant qu'**élément**, en tant qu'une **chose** parmi les autres **choses**, donc l'incarnation même de la notion de **chose**, la **Chose de toutes les choses**, il est noté **u** en **minuscule**, il est l'**unité universelle**, l'**unité absolue** qui est itérée pour former n'importe quelle autre **unité**. Dire qu'un ensemble **E** a **n éléments**, ou qu'une **chose x** est un **ensemble** formé par **n choses** appelées ses **éléments** (définition de la notion **universelle** d'**ensemble**, on le rappelle encore), c'est donc dire que **E** ou **x** est de la forme : **E = chose chose chose … chose**, ou : **x = uuu...u**, ou, si l'on préfère parler de la **chose x**, on a: **x = chose chose chose … chose**, ou : **x = uuu...u**, où donc le **quantum chose** ou l'**unit u** est itéré **n** fois. C'est donc ce que l'on entend par : l'ensemble **E** est formé par **n choses**, a **n éléments**, ou par : **E = n u**, ou : **x = n u**.

DÉFINITION et THÉORÈME
Par définition, le **nombre** des **éléments** de l'**Univers TOTAL**, c'est-à-dire le **nombre de TOUTES les choses**, autrement dit le **nombre** qu'est l'**Ensemble** qu'est l'**Univers TOTAL** (en vertu du **théorème universel des nombres**, à savoir que **toute chose est un nombre**) est appelé **Oméga** et est noté **ω** . C'est donc le **nombre** de **toutes les choses**, de leurs **éléments** de **tous** les niveaux, de toutes leurs **parties** de **tous** les niveaux. Et ce nombre a une nature **fractale**, c'est-à-dire il est le **modèle** de référence d'une **structure fractale**, comme on l'a amplement montré.

DÉFINITIONS
Par convention, l'**Univers TOTAL** en tant qu'**unique Chose** donc comme **chose unitaire** ou **unité absolue**, est noté **U** ou **1**. Il est alors appelé simplement l'**Univers**, il est la **référence** de la notion d'**Univers**. L'**Univers TOTAL** en tant qu'**Ensemble Vide**, appelé aussi l'**Onivers** ou l'**Alpha**, est noté **O**, mais aussi $\varnothing$, comme classiquement. Il est alors la définition du **nombre Zéro** ou **0**, au sens **absolu** du terme.

Mais la **négation absolue** quant à elle exprime la notion d'**absence**, d'**inexistence**, de **néant**, de **vide**, et plus généralement dans toutes les situations où le **zéro absolu** ou le **vide absolu** est impliqué, comme aussi la notion de **faux**, qui est la **valeur de vérité 0**. Ce **zéro**, **opposé** alors à **1**, à l'**infini**, ou à tout **nombre non nul**, ou ce **vide** ou **néant**, **opposé** alors au **plein**, à l'**existence** ou à l'**univers**, constitue un cas particulier d'**opposition** ou d'**antition**, qu'il ne faut pas confondre avec le cas général.

iii) Et l'**Univers TOTAL** en tant qu'**Ensemble Plein**, appelé aussi l'**Omégavers** ou l'**Oméga**, est noté $\mathbf{\Omega}$. Il est alors la définition du **nombre Infini** ou ω .

On a donc : $\mathbf{\Omega} = \omega$ **choses** $= \omega \times \mathbf{u} = \omega \times \mathbf{1} = \omega$.

C'est l'unique **Univers TOTAL** qui joue à la fois le rôle de l'**Onivers**, de l'**Univers** et de l'**Omégavers**, autrement dit de **O**, de **U** et de $\mathbf{\Omega}$, et les nombres associés, le **Zéro**, le **Un** et l'**Infini**, autrement dit de **0**, de **1** et de ω. C'est la définition précise de la **structure fractale** de l'**Univers TOTAL**, que nous appelons la **Fractale** ω ou ou encore la **Générescence** ω,.

3. *Relation binaire dans un ensemble*

a) Graphe complet

DÉFINITION
On appelle un **couple** tout ensemble parenthésiques ou structures de la forme **{{x}, {x, y}}**, où **x** et **y** sont deux choses quelconques. Ce couple est habituellement noté **(x, y)**. On dit que **x** est l'**arel** ou la **première composante** du **couple**, et que **y** est le **barel** ou la **seconde composante** du **couple**. Si le **couple** est noté (x_1, x_2), alors x_1 est appelé le **composant** ou la **composante** ou d'**indice 1**, et x_2 est appelé le **composant** ou la **composante** d'**indice 2**. Et plus généralement, il y a des contextes où le **couple** est noté (x_α , x_β). On dit alors que x_α est le **composant** du **couple** d'indice α, et que x_β est le **composant** du **couple** d'indice β.

La notion de **composant** ou de **composante** est très générale, elle s'applique à tous les **ensembles** (ou **structures**) **ordonnés** qui ont plus de deux **composantes**, donc plus de deux **indices** distincts si les **composantes** sont indicées. Les **indices** doivent alors être distincts deux à deux. Dans le cas d'un **couple (x, y)**, la chose **x** est appelée encore l'**antécédent** ou l'**abscisse** de **y** dans le **couple**, et la chose **y** est appelée l'**image** ou l'**ordonnée** de **x** dans le **couple**. Les termes **abscisse** et **ordonnée** s'emploient plus spécialement si les choses **x** et **y** sont des **nombres**, en l'occurrence des **nombres omégaréels**. Et comme nous l'avons établi, « **toute chose est un nombre** » (théorème universel des nombres). Mais seulement, les choses ne sont pas forcément vues sous leur aspect numérique. Quand on regarde par exemple un couple de personnes, ou un couple de fleurs, ce sont deux nombres, mais on ne les considère pas forcément sous leur aspect numérique.

DÉFINITION
L'intérêt de la définition précédente est simplement que deux couples **(x, y)** et **(x', y')** sont **égaux** si et seulement si **x** et **x'** sont **égaux**, et **y** et **y'** sont **égaux**. Il s'agit d'une **relation** d'**équivalence** ou d'**égalité** spécifique aux **couples**. Autrement dit, deux couples sont égaux si leurs composants sont égaux dans le même ordre. Ainsi par exemple, les couples **(3, 5)** et **(5, 3)** ne sont pas égaux, car ils ont les mêmes composants, certes, mais pas dans le même ordre.

En revanche les **paires** **{x, y}** et **{y, x}**, sont identiques. Car à la différences des couples, l'ordre des éléments d'une paire importe peu. Ainsi, **{3, 5}** et **{5, 3}** sont le même ensemble.

DÉFINITION

i) La notion de **couple** se généralise à celle de **n-uplet**: $(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n)$, en s'appuyant sur la notion fondamentale de **couple**. On appelle un **triplet** **(x, y, z)** ou (x_1, x_2, x_3) le **couple** **((x, y), z)** ou $((x_1, x_2), x_3)$, dont l'**antécédent** ou **première composante** est un **couple**, et l'**image** ou **seconde composante** est x_3. Et un **quadruplet** (x_1, x_2, x_3, x_4) est par définition le **couple** $((x_1, x_2, x_3), x_4)$, dont l'**antécédent** ou **première composante** est un **triplet**, et l'**image** ou **seconde composante** est x_4, et ainsi de suite. Et de manière générale, soit un **n-uplet** $(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n)$. Le **couple** $((x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n), x_{n+1})$, dont l'**antécédent** ou **première composante** est le **n-uplet** $(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n)$, et dont l'**image** ou **seconde composante** est x_{n+1}, est par définition le **(n+1)-uplet** $(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n, x_{n+1})$.

ii) Deux n-uplets $(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n)$ et $(x'_1, x'_2, x'_3, \ldots, x'_n)$ sont dits **égaux** si les composants de même position, numéro ou indice sont identiques: x_1 et x'_1 sont identiques, x_2 et x'_2 sont identiques, etc., bref x_i et x'_i sont identiques.

DÉFINITIONS

i) Etant donné un ensemble **E**, l'ensemble de tous les couples **(x, y)**, où **x** et **y** sont deux éléments de **E**, est habituellement noté **E×E** ou $\mathbf{E}^2$. Et l'ensemble de tous les **n-uplets** $(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n)$, où les x_i sont des éléments de **E**, est habituellement noté $\mathbf{E}^n$. Si **I** est un ensemble d'indices (et en général **I** est un ensemble d'ordinaux, comme ici **I = {1, 2, 3, …, n}**), alors le n-uplet $(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n)$ est noté aussi $(x_i)_{i \in I}$, et est appelé une **famille** d'éléments de **E** indexée par **I**.

Quand les x_i sont des **nombres omégaréels** (ce qui est principalement le cas dans ce livre), et surtout si l'intention est que les **n-uplets** soient de nouveaux types de **nombres omégaréels**, alors la numérotation des indices commence par **0**, car les vecteurs de la base canonique, à savoir **(1, 0, 0, …, 0)**, **(0, 1, 0, …, 0)**, **(0, 0, 1, …, 0)**, **…** , **(0, 0, 0, …, 1)**, sont les nouveaux **nombres omégaréels infinis**: $1, \omega, \omega^2, \omega^3, \ldots, \omega^{n-1}$, à distinguer alors des **nombres omégaréels infinis** construits dans la partie B, de la forme $\mathbf{w}^\alpha$. Ceux-ci deviennent de « simples » **infinis relatifs**, les ω^i étant alors en comparaison des **infinis absolus**, ou en tout cas infiniment plus grands.

En effet, comme nous l'avons fait dans la définition des **d-unids**, tous les **nombres omégaréels** construits avant, qui sont maintenant rassemblés dans un ensemble **E** qui sert à construire les nouveaux nombres, selon la méthodologie que nous sommes en train de détailler à présent, y compris donc les **omégaréels infinis** de la forme $\mathbf{w}^\alpha$, deviennent infiniment petits devant le seul nouveau nombre infini ω ou ω^1, qui est donc le vecteur de base **(0, 1, 0, …, 0)**. Les précédents **nombres omégaréels** sont face à lui et à la nouvelle base de simples **scalaires**, de simples coefficients de la combinaisons linéaire des nouveaux vecteurs, qui sont les nouveaux nombres. Et ces nouveaux nombres pourront à leur tour servir à construire de plus grands encore, comparés à qui ils seront de simples scalaires ou coefficients. Et ainsi de suite, formant ainsi la **structure fractale** des **nombres omégaréels**.

Et si nous voulons les nombres inverses des nouveaux nombres infinis, les zéros correspondants donc, il est plus judicieux de travailler avec le **(2n-1)-uplet**: $(x_{-(n-1)}, \ldots, x_{-3}, x_{-2}, x_{-1}, x_0, x_1, x_2, x_3, \ldots, x_{n-1})$., qui donne les vecteurs de base: $\omega^{-(n-1)}, \ldots, \omega^{-3}, \omega^{-2}, \omega^{-1}, 1, \omega, \omega^2, \omega^3, \ldots, \omega^{n-1}$, autrement dit: $0^{n-1}, \ldots, 0^3, 0^2, 0, 1, \omega, \omega^2, \omega^3, \ldots, \omega^{n-1}$,

ii)Tout sous-ensemble de $\mathbf{E}^n$ est appelé une **relation n-aire** dans **E**. Le cas qui nous intéressera plus spécialement est la **relation binaire**, les sous-ensembles de $\mathbf{E}^2$, appelés les **relations binaires** dans **E**.

iii) Plus généralement, considérons un **n-uplet** d'ensembles non vides: $(A_1, A_2, A_3, \ldots, A_n)$. On appelle le produit cartésien de ces ensembles, l'ensemble noté $A_1 \times A_2 \times A_3 \times \ldots \times A_n$, qui est l'ensemble de tous les **n-uplets** $(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n)$, où x_i est un élément de A_i. Tout sous-ensemble de $A_1 \times A_2 \times A_3 \times \ldots \times A_n$ est une **relation n-aire** dans ce **n-uplet** $(A_1, A_2, A_3, \ldots, A_n)$. Et en particulier si tous les A_i sont égaux à **A**, le produit cartésien $A_1 \times A_2 \times A_3 \times \ldots \times A_n$ est noté $\mathbf{A}^n$, ce qui nous ramène au cas de $\mathbf{E}^n$.

Tout **n-uplet** $(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n)$, quel qu'il soit, est donc un élément $\mathbf{U}^n$, où **U** est l'**Univers TOTAL**, l'**Ensemble de toutes les choses**. Mais nous considérons spécialement les **n-uplet** $(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n)$ dont les composants sont des **ensembles unidaux**, les **structures parenthésiques** donc, autrement dit les élément de $\mathcal{U}^n$, où $\mathcal{U}$ est l'**Univers** de tous les **ensembles unidaux**, une autre manière de parler de l'**Univers TOTAL**.

DÉFINITION
Et maintenant, même si la notion d'**application** sera vu plus loin, nous pouvons ici, par anticipation, généraliser encore plus la notion de **n-uplet** $(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n)$. Pour cela, soit un ensemble **E**, qui évidemment un ensemble de **nombres omégaréels**, par exemple si **E** est $\mathbf{R}_\omega$ ou $\mathbf{R}^\mathbf{R}$, l'ensemble des **applications** de **R** dans **R**. Et soit un ensemble non vide quelconque **I**, qui peut être **E** aussi, $\mathbf{R}_\omega$ ou $\mathbf{R}^\mathbf{R}$, ou une certaine partie de ceux-ci. On appelle une **famille** $(x_i)_{i \in I}$ d'éléments de **E** indexés par **I**, la notion qui généralise donc considérablement celle de **n-uplet** $(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n)$, une **application x** de **I** dans **E**, c'est-à-dire un élément de l'ensemble des **applications** de **I** dans **E**, noté $\mathbf{E}^\mathbf{I}$, comme par exemple nous notons $\mathbf{R}^\mathbf{R}$, l'ensemble des **applications** de **R** dans **R**, qui est donc aussi l'ensemble des **familles** $(x_i)_{i \in R}$ d'éléments de **R** indexés par **R**.

C'est la manière de définir les **familles**, notamment quand on travaille avec les **ensembles unidaux**. Mais d'une manière universelle, étant donnés un **ensemble quantique E** et un autre **ensemble quantique I** appelé l'ensemble des **indices**, une **famille** indexée par **I** consiste simplement à introduire un symbole **x**, et à dire que pour tout élément **i** de **I**, on forme un nouveau symbole noté x_i, qui représente un élément de **E** et un seul. Le symbole **x** n'est pas obligé d'avoir un sens particulier, il sert juste à créer de nouveaux symboles en utilisant les élément de **I** comme des numéros ou des étiquettes. Si par exemple les éléments de **I** sont les lettres de l'alphabet: **a**, **b**, **c**, **d**, **e**, etc., on peut introduire n'importe quoi comme symbole, par exemple **koko**, et dire $\mathbf{koko}_a$,

koko$_b$, **koko**$_c$, etc., qui en eux-mêmes ne sont pas obligés d'avoir d'autre sens que le simple fait d'être de nouveaux symboles, le symbole **koko** étiquetés par les élément de **I**. Il ne nous reste alors plus qu'à faire ce que l'on veut avec ces nouveaux symboles, décider par exemple que chacun d'eux représente un élément de **E**. Et alors ils constituent une famille d'éléments de **E** indexés par **I**, qui est notée: $(\mathbf{koko}_i)_{i \in I}$.

Mais simplement, avec les ensembles quantiques, il est plus parlant que le mot koko indique l'ensemble quantique dans lequel il va prendre ses valeurs, par exemple le mot **omégaréel**. Et alors au lieu des très peu parlants : **koko**$_a$, **koko**$_b$, **koko**$_c$, etc., on dira : **omégaréel**$_a$, **omégaréel**$_b$, **omégaréel**$_c$, etc., donc la famille $(\mathbf{omégaréel}_i)_{i \in I}$, qui veut dire le mot **omégaréel** numéroté par les éléments de **I**. Les numéros sont le plus souvent les **nombres entiers naturels**, ce qui donne la notion de **n-uplet** **(omégaréel**$_1$**, omégaréel**$_2$**, omégaréel**$_3$**, …, omégaréel**$_n$**)**, quand le nombre **n** est fini, ou une **suite** quand le numéro **i** prend toutes les valeurs de l'ensemble **N = {0, 1, 2, 3, 4, ...}**. Mais les **étiquettes** ou les **indices** peuvent être les éléments de n'importe quel ensemble **I**.

Au sens universel, une application d'un ensemble **A** dans un ensemble **B**, ce n'est rien d'autre que cela. On introduit simplement un symbole **f**, qui est juste une lettre, et pour chaque élément **x** de **A**, on forme un nouveau symbole f_x, et on décide que f_x va représenter un élément de **B**. Si par exemple l'élément représenté est **y**, on a donc : $f_x = y$, ce qu'on note généralement: **f(x) = y**. Les f_x sont donc une **famille** d'éléments de **B** indexée par **A**, qu'on peut noter alors $(f_x)_{x\in A}$, et vue sous cet angle, cette famille, qui n'est qu'une autre façon de parler d'une **application** de **A** dans **B**, généralise la notion de **n-uplet**, qui de son côté est un cas particulier d'**application** (on reviendra plus en détail sur la notion d'application).

DÉFINITION
Soit un ensemble quelconque **E**. On appelle habituellement le **graphe complet** de **E** l'ensemble **E×E** ou E^2, c'est-à-dire l'ensemble de tous les **couples (x, y)** d'éléments de **E**. Nous appellerons aussi ce graphe complet la **relation complète** dans **E**, ou la **relation totale** dans **E**, ou la **relation universelle** dans **E** ou encore le **XERY** dans **E**.

Par exemple, considérons l'ensemble de quatre éléments **E = {1, 2, 3, 4}**. Le graphe complet de **E** ou l'ensemble de tous ses couples, est : $E^2 = E \times E = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4)\}$. soit donc un ensemble de 16 couples. C'est donc la relation universelle ou le XERY dans **E**. Cela signifie que tous ces couples sont toutes les combinaisons deux à deux des éléments de **E**, toutes les associations, en tenant compte de l'ordre, c'est-à-dire quel élément est en premier et le quel est en deuxième. Chaque élément est associé à chaque autre, il est en relation avec tous les autres, en particulier avec lui-même, relation que sont donc les couples de la forme **(X, X)**.

L'ensemble qui nous intéresse plus particulièrement avec les définitions que nous posons est l'ensemble des **nombres omégaréels** R_ω. Son graphe complet ou **XERY** est donc : R^2_ω. En notant ω_R le cardinal de R_ω, c'est-à-dire le nombre des éléments de R_ω, alors le cardinal de R^2_ω est ω^2_R.

b) Relation binaire $\mathcal{R}$, et relation binaire dans un ensemble E

La notion de **couple (x, y)** ou (x_1, x_2), et de **n-uplet** en général $(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n)$, et plus généralement encore de **famille** $(x_i)_{i \in I}$, sont d'une très grande importance. Car ces notions donnent naissance à celle de **relation**, qui est d'une très grande importance aussi, puisque les **relations** d'**identité**, d'**équivalence**, d'**ordre**, etc., sont des cas particulier de **relations**, notamment ici de **relations binaires**. Cela veut dire qu'on **relie** des choses par **couples** de deux choses **x** et **y**, autrement dit on exprime une **phrase**, un **énoncé**, une **proposition** portant sur deux choses **x** et **y**. Et pour une **relation n-aire**, on **relie** des choses par **n-uplets** de **n choses**, autrement dit on exprime une **phrase**, un **énoncé**, une **proposition** portant sur n choses: $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$.

Une manière sommaire de voir les choses est de penser qu'on a dans l'**Univers** des **choses** ou des **êtres**, comme par exemple les **humains**, les **ensembles,** les **nombres**, etc., qui peuvent donc être « concrètes », comme les **humains** par exemple, puis il y a des choses « abstraites », comme les « **relations** », qui sont les **phrases** qu'on peut formuler sur les choses, des objets **psychiques** ou de **langage** donc, comme aussi on voit souvent les **nombres**. On les voit juste comme des objets « abstraits », psychiques, de langage, pour dire par exemple: **1 humain, 2 humains, 3 humains**, etc., ou: **1 chose, 2 choses, 3 choses**, etc.. De même aussi, on verrait les **relations**, comme la **relation** d'**égalité** par exemple, notée «=», ou d'**infériorité**, notée «<», comme de simples objets du langage, pour dire: « **2 choses + 2 choses = 4 choses** », ou:«**2 choses + 2 choses < 5 choses** ». Et on dira par exemple aussi qu'un **humain x** noue une **relation** d'**amitié** avec un autre **humain x**, ou qu'un **pays x** entretient des **relations diplomatiques** avec un autre **pays y**, les humains ou les pays étant des **choses concrètes**, tandis que les **relations** seraient **choses abstraites**.

Les **nombres** et les **relations** ne seraient donc pas des **choses concrètes** en elles-mêmes, mais des **choses abstraites** servant à parler de **choses concrètes**, et aussi de **choses abstraites**. Mais avec la **Science de l'Univers TOTAL**, l'**Ensemble de toutes les choses**, nous découvrons que **toutes les choses**, quelles qu'elles soient, ont **une seule** et même **nature fondamentale**. En effet, **toutes les choses** sont des **ensembles**, des **nombres** (en l'occurrence des **nombres omégaréels**, comme nous l'étudions dans le présent livre), elles sont toutes fondamentalement de l'**information pure**, en l'occurrence de l'**information unaire**, les **générescences**. Et les **ensembles unidaux** (ou **parenthésiques**) sont un cas particulier de **générescences** ou d'**informations unaires**, qui à leur tour sont des cas particuliers d'**ensembles unidaux**, ce qui veut dire donc que les deux notions ne sont que deux manières différentes de dire la même chose, de voir la même réalité.

Et nous sommes maintenant simplement en train de voir que les **couples**, les **n-uplets**, les **famille** $(x_i)_{i \in I}$, les **relations**, etc., sont des **ensembles unidaux**, des **générescences** ou **informations unaires**, des **nombres**, exactement comme les autres choses, ni plus ni moins. Les **relations** ne sont pas plus abstraites, et les autres choses concrètes ne sont pas moins **numériques**, tout est numérique, tout est de l'**information**. Mais simplement **ensembles** (les **unidaux** ou les **générescences**), les **informations** ou les **nombres** se différencient par leurs propriétés spécifiques. Un type d'**ensembles**, d'**informations** ou de **nombres** est ce qu'on appelle les **humains** ou les **pays**, et un autre type d'**ensembles**, d'**informations** ou de **nombres** est ce qu'on appelle les **relations**, etc.. Et c'est ce type et son fonctionnement que nous sommes en train d'étudier maintenant.

Les **relations binaires**, et les **relations n-aires** de manière générale, sont déjà très importantes en elles-mêmes. Mais comme si cela ne suffisait pas, suivant leurs propriétés, elles donnent des cas particuliers de **relations**, qu'on appelle les **fonctions**, les **applications**, les **opérations**, etc.. Et les cas particulier d'**opérations** sont l'**addition**, la **soustraction**, la **multiplication**, la **division**, etc., et les plus généralement les **lois de composition**, qui sont donc au final des **relations** spéciales, et elles-mêmes des **ensembles** spéciaux. Et certains **ensembles**, munis de **certaines** lois ou **relations**, révèlent des propriétés qui font de ces **ensembles** des **structures algébriques**, comme par exemple l'ensemble $\mathbf{R}_\omega$ des **nombres omégaréels**. Et à partir d'eux, on construit de nouveau les **ensembles**, puis les **relations**, puis les **opérations**, etc., et finalement les mêmes **nombres**. Il ne s'agit pas d'une logique de l'**oeuf** et de la **poule** (et la question de savoir qui vient en premier), mais simplement la logique **fractale** des **nombres**, des **ensembles**, des **choses**. C'est donc aussi la **fractale** des **relations**, car finalement, **tout** est **relation**. Les différents mots qu'on emploie ne sont que des manières différents de voir **une seule réalité** fondamentale.

DÉFINITION
On appelle une **relation binaire** tout ensemble $\mathcal{R}$ dont les éléments sont des **couples**. On appelle l'**aren** de $\mathcal{R}$, et on note : **aren(**$\mathcal{R}$**)**, l'ensemble **A** dont les éléments sont les **arels** (ou premières composantes) de tous les **couples** qui sont les éléments de $\mathcal{R}$. On appelle la **baren** de $\mathcal{R}$, et on note: **baren(**$\mathcal{R}$**)**, l'ensemble **B** dont les éléments sont les **barels** (ou secondes composantes) de tous les **couples** qui sont les éléments de $\mathcal{R}$. Et on appelle l'**eren** de $\mathcal{R}$, et on note **eren(**$\mathcal{R}$**)** ou le **domaine** de $\mathcal{R}$, l'ensemble **C** qui est la **réunion** de son **aren** et de son **baren**:
$\mathbf{C} = \mathbf{eren}(\mathcal{R}) = \mathbf{A} \cup \mathbf{B} = \mathbf{aren}(\mathcal{R}) \cup \mathbf{baren}(\mathcal{R})$.

En d'autres termes l'**eren** ou le **domaine** de $\mathcal{R}$, est l'ensemble de tous les **composants** qui sont dans les couples de $\mathcal{R}$, que ce soit les premiers **composants** comme les seconds. On réunit simplement tous les objets qui sont dans les **couples**.

Par exemple, soit la **relation** $\mathcal{R} = \{(7, 2), (2, 9), (3, 1), (1, 4), (6, 5), (0, 2)\}$. Son **aren** est $\mathbf{A} = \{7, 2, 3, 1, 6, 0\}$. Son **baren** est $\mathbf{B} = \{2, 9, 1, 4, 5\}$. Son **eren** ou **domaine** est $\mathbf{C} = \{7, 2, 3, 1, 6, 0, 9, 4, 5\}$, la **réunion** de **A** et **B** donc.

Remarque
La notion de domaine mentionnée ici est différente de cette notion comme elle nous l'avons définie dans d'autres livres, comme par exemple **L'Univers TOTAL, l'Alpha et l'Oméga**. Dans ce livre, le **domaine** de $\mathcal{R}$ est son **aren A**, et pour une **fonction**, cela correspond au **domaine de définition**. L'idée ici est de définir l'ensemble dans lequel la relation se déroule. Dans l'exemple ci-dessus, on pourra dire que $\mathcal{R} = \{(7, 2), (2, 9), (3, 1), (1, 4), (6, 5), (0, 2)\}$ est une **relation binaire** dans $\mathbf{C} = \{7, 2, 3, 1, 6, 0, 9, 4, 5\}$, et plus généralement dans tout ensemble **E** contenant **C**.

DÉFINITION
Soit un ensemble quelconque **E**. On appelle une **relation binaire** $\mathcal{R}$ dans **E** ou un **graphe** de **E** une partie $\mathcal{R}$ du graphe complet de **E**, c'est-à-dire un sous-ensemble de $\mathbf{E}^2$ ou $\mathbf{E} \times \mathbf{E}$. Si **(x, y)** est un élément **R**, on dira que l'élément **x** entretient la **relation** $\mathcal{R}$ avec l'élément **y**, et on écrira: $\mathcal{R}$**(x, y)**, ou le plus souvent : **x** $\mathcal{R}$ **y**.

Autrement dit, on a : $\mathbf{x}\ \mathcal{R}\ \mathbf{y} \Leftrightarrow (\mathbf{x}, \mathbf{y}) \in \mathcal{R}$.

Par exemple, pour l'ensemble $\mathbf{E} = \{1, 2, 3, 4\}$, l'ensemble $\mathcal{R} = \{(1, 2), (2, 2), (3, 1), (3, 4), (4, 1), (4, 4)\}$ de 6 couples, est une partie de $\mathbf{E}^2$ ou $\mathbf{E} \times \mathbf{E}$, donc est une **relation binaire** dans **E**, ou un **graphe** de **E**. Il s'agit donc ici d'un graphe partiel (puisque tous les couples de **E** ne sont pas dans $\mathcal{R}$), donc d'une **relation partielle** dans **E**. On voit par exemple que le couple **(3, 1)** est un élément de $\mathcal{R}$, donc on a : $\mathbf{3}\ \mathcal{R}\ \mathbf{1}$, autrement dit, **3** est en **relation** avec **1**, autrement dit **3** entretient la **relation** $\mathcal{R}$ avec **1**. Mais ce n'est pas réciproque, car le couple **(1, 3)** n'est pas un élément de $\mathcal{R}$, donc **1** n'est pas en **relation** avec **3**, ce qu'on écrit : **1 non-**$\mathcal{R}$ **3**. On voit aussi que **2** et **4** sont en relation avec eux-mêmes, mais pas **1** et **3**.

Remarque : Il arrive qu'on distingue une relation $\mathcal{R}$ de son graphe **G**, et qu'on dise que **G** est le graphe de $\mathcal{R}$. Mais pour nous une relation est sont graphe sont la même chose.

Si $\mathcal{R}$ est un ensemble vide, alors la relation est dite **vide** aussi, et cela veut dire alors qu'aucun élément de **E** n'entretient cette relation avec un autre. La **relation vide** de **E** est donc l'antipode de la **relation pleine** de **E**, c'est-à-dire son graphe complet, sa relation totale, son XERY. Toutes les autres relations de **E** sont donc entre ces deux extrêmes, la **relation vide** et la **relation pleine**. Et aussi, toute relation de **E** est une **sous-relation** de la relation pleine ou XERY, qui est dite pour cela la mère des relations dans **E**, toute autre relation étant appelée une relation fille.

c) La réciproque $\mathcal{R}^{-1}$ d'une relation binaire $\mathcal{R}$

Lemme:
A toute relation binaire $\mathcal{R}$ dans l'ensemble **E**, correspond une relation notée $\mathcal{R}^{-1}$, appelée la **relation réciproque** de $\mathcal{R}$, et telle que, pour tous éléments **x** et **y** de **E**, on ait :

$\mathbf{y}\ \mathcal{R}^{-1}\ \mathbf{x} \Leftrightarrow \mathbf{x}\ \mathcal{R}\ \mathbf{y}$.

Cela signifie que les couples formant le graphe de la relation $\mathcal{R}^{-1}$ sont obtenus en permutant les deux composants des couples formant le graphe de $\mathcal{R}$, et vice-versa.

Par exemple, étant donné l'ensemble $\mathbf{E} = \{1, 2, 3, 4\}$, et la relation $\mathcal{R} = \{(1, 2), (2, 2), (3, 1), (3, 4), (4, 1), (4, 4)\}$, le graphe de la relation $\mathcal{R}^{-1}$, réciproque de $\mathcal{R}$, est : $\mathcal{R}^{-1} = \{(2, 1), (2, 2), (1, 3), (4, 3), (1, 4), (4, 4)\}$.

Par exemple, dans l'ensemble **N** des **nombres entiers naturels**, on a les relations d'**infériorité** « $<$» et « $\leq$ », dont les **réciproques** respectives sont les relations de **supériorité** « $>$ » et « $\geq$».

d) Le contraire ou l'anti-relation anti-$\mathcal{R}$ d'une relation binaire $\mathcal{R}$

Lemme:
A toute relation binaire $\mathcal{R}$ dans l'ensemble **E**, correspond une relation notée $\neg\mathcal{R}$ ou **non-**$\mathcal{R}$ ou encore **anti-**$\mathcal{R}$, appelée la **relation contraire** de $\mathcal{R}$, ou l'**anti-relation** de $\mathcal{R}$, ou encore la **négation** de $\mathcal{R}$, et telle que, pour tous éléments **x** et **y** de **E**, on ait :

$\mathbf{x}\ \neg\mathcal{R}\ \mathbf{y} \Leftrightarrow \neg(\mathbf{x}\ \mathcal{R}\ \mathbf{y})$, c'est-à-dire: **x non-**$\mathcal{R}$ **y** $\Leftrightarrow$ **non (x** $\mathcal{R}$ **y)**.

Autrement dit :

$(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \in \neg\mathcal{R} \Leftrightarrow (\mathbf{x}, \mathbf{y}) \notin \mathcal{R}$.

Cela signifie que les graphes de $\mathcal{R}$ et $\neg\mathcal{R}$ sont complémentaires dans le graphe complet ou XERY de **E**. Autrement dit encore, si un couple de $\mathbf{E}^2$ appartient à l'un des graphes, alors il n'appartient pas à l'autre graphe, et vice-versa :

$\neg\mathcal{R} \;=\; \mathbf{E}^2 - \mathcal{R}$, et donc : $\mathcal{R} \;=\; \mathbf{E}^2 - (\neg\mathcal{R})$

Par exemple, reprenons l'ensemble **E = {1, 2, 3, 4}**, et la relation $\mathcal{R}$ = **{(1, 2), (2, 2), (3, 1), (3, 4), (4, 1), (4, 4)}**. Le graphe de la relation $\neg\mathcal{R}$, est : $\neg\mathcal{R}$ = **{(1, 1), (1, 3), (1, 4), (2, 1), (2, 3), (2, 4), (3, 2), (3, 3), (4, 2), (4, 3)}**.

C'est donc le graphe complet, ou $\mathbf{E}^2$, **à savoir : {(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4)}**, duquel on supprime les six couples de $\mathcal{R}$. Par conséquent, en supprimant dans les graphe complet les dix couples de $\neg\mathcal{R}$, on obtient les six couples de $\mathcal{R}$.

Cela veut dire donc que si la relation $\mathcal{R}$ est vraie pour un couple, $\neg\mathcal{R}$ n'est pas vraie pour ce couple. Et si $\neg\mathcal{R}$ est vraie pour ce couple, alors $\mathcal{R}$ n'est pas vraie pour ce couple.

Comme exemple très important, considérons un ensemble **E**, et $\mathbf{E}^2$ son graphe complet ou relation de XERY. Sa relation d'**identité** ou « == » est l'ensemble de tous les couples de **E** de la forme **(x, x)**. C'est donc l'ensemble des couples **(x, y)** de $\mathbf{E}^2$, tels que : **x == y**.

Le contraire de cette relation « == » est donc la relation, notée « <> », de tous les couples **(x, y)** tels que **x** et **y** sont **différents**, **distincts**. Autrement dit :

x <> y ⇔ non (x == y), et : **x == y ⇔ non(x <> y)**.

Cela veut dire que le **contraire** de l'**identité** est la **différence** (ou la **distinction**), et le **contraire** de la **différence** (ou la **distinction**) est l'**identité**.

En reprenant l'ensemble **E = {1, 2, 3, 4}**, sa relation d'**identité**, «== », est l'ensemble des 4 couples:
(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4).
Et le **contraire** de cette **identité** « ==» est la relation « <> » de **E**, qui est l'ensemble des 12 couples:
(1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 1), (2, 3), (2, 4), (3, 1), (3, 2), (3, 4), (4, 1), (4, 2), (4, 3).

De même aussi, on a la relation d'**identité** dans $\mathbf{R}_\omega$, l'**égalité** que nous avons notée jusqu'ici « = », et donc la notation propre est « == ». C'est donc l'ensemble de tous les couples de **nombres omégaréels** de la forme **(x, x)**, c'est-à-dire de tous les couples d'**omégaréels (x, y)** tels que **x** et **y** sont **identiques**. Et donc la relation **contraire**, « <> », est l'ensemble de tous les couples d'**omégaréels (x, y)** tels que **x** et **y** sont **différents**. C'est la relation que nous avons improprement notée « ≠ » jusqu'ici, et dont le notation propre est donc « <>».

e) Relation fonctionnelle, opérations

Les **relations fonctionnelles** (les **fonctions**, les **applications**, les **opération**s) sont un cas particulier très important de **relation binaire** et plus généralement de **relation n-aire**. Il suffit de comprendre le cas particulier des **relations binaires fonctionnelles**, pour comprendre le cas général.

DÉFINITION
Soit une **relation binaire** $\mathcal{R}$ quelconque, c'est-à-dire simplement un **ensemble** $\mathcal{R}$ dont les éléments sont des **couples**. Il peut être vide, mais tant qu'on y est, autant prendre un ensemble non vide $\mathcal{R}$, pour qu'on ait au moins un **couple** avec lequel travailler. On dit que $\mathcal{R}$ est **fonctionnelle** relativement au **barel**, ou que l'énoncé « $\mathcal{R}$**(x, y)** » ou « **x** $\mathcal{R}$ **y** » est est **fonctionnel** par rapport à **y**, si l'on ne trouve pas parmi ses couples deux couples où un même barel a deux arels différents, à plus forte raison plus de deux. Autrement dit, on ne trouve pas dans $\mathcal{R}$ deux couples de la la forme: **(x, y)** et **(x, y')**, où **y** et **y'** sont différents. Autrement dit encore, chaque fois que l'on a des couples ayant le même arel **x**, tous ces couples ont un même barel **y**. Par conséquent, quand on rencontre un arel **x** dans la liste des couples de $\mathcal{R}$, on le rencontre une seule fois. Mais l'inverse n'est pas obligé, c'est-à-dire

on peut avoir plusieurs couples ayant des arels différents, mais avec le même barel **y**, donc de la forme: **(x, y)** et **(x', y)**, où **x** et **x'** sont différents. Ce n'est pas obligé qu'ils le soient, mais ils peuvent l'être. On peut donc rencontrer plusieurs fois un même barel **y**. Tout cela veut dire simplement que deux antécédents **x** et **x'** peuvent avoir une même image **y**, mais un même antécédent **x** ne peut pas voir deux images différentes **y** et **y'**.

Par exemple, considérons la **relation binaire**: $\mathcal{R}$ = **{(9, 4), (-3, 4), (0, 4), (7, 1), (3, 5), (4, 1)}**. Elle est **fonctionnelle**, car chaque arel n'y apparaît qu'une fois, ce qui veut dire qu'il n'a qu'une seule image. Par exemple, l'antécédent ou arel **9** apparaît une seule fois, et son image ou barel est **4**. Par contre, l'image **4** apparaît **3** fois, donc a trois antécédents: **9**, **-3** et **0**. Et **4** en tant qu'arel cette fois-ci apparaît une seule fois aussi, et alors son image est **1**. Et celui-ci aussi a un autre antécédent, qui est **7**. Et l'arel **3** apparaît une seule fois aussi, et son barel est **5**, qui n'a pas d'autre arel, mais il pouvait en avoir autant qu'il veut, la relation $\mathcal{R}$ serait toujours **fonctionnelle**.

Mais dans ce second exemple, $\mathcal{R}'$ = **{(9, 4), (-3, 4), (0, 4), (7, 1), (3, 5), (3, 6), (4, 1)}**, la relation $\mathcal{R}'$ n'est plus **fonctionnelle**, en tout pas dans la conception traditionnelle des **fonctions** ou des **applications**, que nous donnons là. En effet, l'arel **3** apparaît deux fois, il a donc deux images différentes, **5** et **6**. Dans la nouvelle vision où l'on est allergique à la **négation** (absolue) et à l'idée que quelque chose puisse ne pas exister, nous rendons $\mathcal{R}'$ **fonctionnelle** en disant que **5** et **6** forment automatiquement dans ces cas-là une **classe d'équivalence**, qui est l'ensemble **{5, 6}**, et c'est cet ensemble, qui est unique, qu'il faut voir comme l'image de **3**.

La **relation d'équivalence** considérée ici est « **y et y' ont le même arel** » ou « **y et y' ont le même antécédent** ». Les couples de cette nouvelle **relation**, qu'on notera ici $\mathcal{R}_a$, sont: $\mathcal{R}_a$ = **{(4, 4), (1, 1), (5, 5), (6, 6), (5, 6), (6, 5)}**. La relation $\mathcal{R}_a$ est une **relation d'équivalence** (type de relation qu'on verra plus loin), comme aussi la **relation**: « **x et x' ont le même barel** » ou « **x et x' ont la même image** ». Les couples de cette nouvelle **relation** sont: $\mathcal{R}_b$= **{(9, 9), (-3, -3), (0, 0), (7, 7), (3, 3), (4, 4), (9, -3), (-3, 9), (9, 0), (0, 9), (-3, 0), (0, -3), (7, 4), (4, 7)}**. C'est aussi une **relation d'équivalence**, comme plus généralement toutes les **relations** de la forme: « **X et Y ont le même M** », comme par exemple aussi la **relation d'équipotence** dont on reparlera dans l'étude de la **bijection**, et qui est la **relation d'équivalence** définie par: « **X et Y ont le même cardinal** », ou: « **X et Y ont le même nombre d'éléments** ».

Si l'on fait donc intervenir l'**équivalence**, autrement dit si, en toile de fond, l'on raisonne toujours en terme d'**équivalence** même si c'est l'**identité** au premier plan, on verra toujours les arels ayant un même barel comme une **classe d'équivalence**, ainsi que les barels ayant un même arel. Et vue ainsi, une **relation** sera toujours **fonctionnelle**, et même sera toujours une **bijection** (on reparlera des **bijections** plus loin).

DÉFINITION

Si une relation $\mathcal{R}$ est **fonctionnelle** relativement au **barel**, alors on dit aussi que la **relation** $\mathcal{R}$ est une **fonction**, et on peut alors la noter **F** par exemple, et l'énoncé « **x** $\mathcal{R}$ **y** » sera noté: « **F(x) = y** ». On dit aussi que $\mathcal{R}$ est une **opération unaire, opération** qui est très précisément ici la **fonction F**.

Dans l'exemple de la **relation fonctionnelle** $\mathcal{R}$ = **{(9, 4), (-3, 4), (0, 4), (7, 1), (3, 5), (4, 1)}**, elle est donc la **fonction F** telle que: **F(9) = 4, F(-3) = 4, F(0) = 4, F(7) = 1, F(3) = 5, F(4) = 1**. Et si l'on prend l'exemple de la relation $\mathcal{R}'$ = **{(9, 4), (-3, 4), (0, 4), (7, 1), (3, 5), (3, 6), (4, 1)}**, elle n'est **fonctionnelle** du point de vue de l'**identité**, certes, mais du point de l'**équivalence** on peut toujours la rendre **fonctionnelle** en introduisant une **fonction équivalencielle F'** telle que: **F'(9) = 4, F'(-3) = 4, F'(0) = 4, F'(7) = 1, F'(3) = {5, 6}, F'(4) = 1**. Cela veut dire que l'antécédent **3**, dont on aurait dit dans la vision classique qu'il « **n'a pas d'image** » ou que son image est « **non définie** », a pourtant une image, qui est une **classe d'équivalence**, à savoir l'ensemble **{5, 6}**. Cela veut dire que pour cette relation $\mathcal{R}'$, il faut voir les deux objets **5** et **6** comme **un seul objet**, ou, ce qui revient au même, deux objets **équivalents** pour jouer le rôle d'image de **3**. Autrement dit, dans ce contexte de la relation $\mathcal{R}'$, on a l'**égalité**: « **5 = 6** », qui est l'**égalité modulo** $\mathcal{R}'$, qu'on peut noter aussi: « $5 =_{\mathcal{R}'} 6$ ».

Dans le monde de l'**équivalence**, on ne se dispute pas les places ou les rôles, on ne s'exclut pas mutuellement, on ne dit donc pas : « La place est à moi tout seul, ou à aucun de nous deux ». Mais on dit simplement : « Là où un peu jouer un certain rôle, deux ne le peuvent que plus ».

N'avoir personne pour un rôle est le problème, et non pas le fait d'avoir un embarras de choix pour le rôle. N'avoir aucune solution pour une équation est le problème, et non pas avoir plusieurs solutions. Autrement dit, pour un problème, il faut redouter la **non existence** de solution que de se plaindre d'avoir plusieurs solutions! Et pourtant, dans la conception traditionnelle, beaucoup de raisonnements ou de conclusions reviennent à se plaindre d'avoir plusieurs solutions à un problème, ou plusieurs réponses à une question. Quand c'est le cas, alors on déclare le problème « **insoluble** », « **impossible** », « **indéterminé** », etc.. Etrange logique donc que de dire que la solution « **n'existe pas** », alors que justement il en existe plusieurs! C'est le genre de paradoxes auquel conduit la **négation** quand elle est absolue, ou l'**identité** quand elle est mal utilisée, c'est-à-dire quand elle n'a pas en toile de fond l'**équivalence**. La question de la **division par 0** en est un exemple emblématique, on dit qu'elle est « **impossible** » ou « **non définie** », car elle conduit entre autres à l'**égalité** : « **0 = 1** », et plus généralement elle instaure une **égalité** entre tous les **nombres réels**. Mais cette **égalité** n'est pas une catastrophe, mais out simplement l'**équivalence universelle** dans l'ensemble des **nombres réels**, autrement dit, la **relation** de **XERY**, le **graphe complet**, à savoir **R × R**. Ce **graphe complet** existe, cette **relation complète** existe, on ne voit pas pourquoi elle serait un problème.

DÉFINITION

On dit qu'une **relation binaire** $\mathcal{R}$ est **fonctionnelle** relativement à l'arel, ou que l'énoncé « $\mathcal{R}$**(x, y)** » ou « **x** $\mathcal{R}$ **y** » est est **fonctionnel** par rapport à **x**, si sa réciproque $\mathcal{R}^{-1}$ est **fonctionnelle** relativement au barel. Autrement dit, cette fois-ci, dans $\mathcal{R}$, deux antécédents différents **x** et **x'** n'ont pas la même image **y**, mais deux images **y** et **y'** peuvent avoir le même antécédent **x**. Par conséquent, la relation $\mathcal{R}^{-1}$ obtenue en permutant l'arel et le barel de tous les couples de $\mathcal{R}$, est **fonctionnelle** en **y**.

Définissons maintenant la notion de **fonction** à **deux variables**, ou d'**opération binaire**. Pour cela, il nous faut considérer une **relation trinaire** $\mathcal{R}$, autrement dit un ensemble $\mathcal{R}$ de **triplets (x, y, z)**. Par exemple: $\mathcal{R}$ = **{(9, 4, 7), (-3, 4, 7), (0, 4, 2), (7, 1, 2), (3, 5, 0), (4, 1, 6), (4, 2, 6)}**.

DÉFINITION

On dit qu'une **relation trinaire** $\mathcal{R}$ est **fonctionnelle** relativement à la **troisième composante**, est une **fonction à deux variables**, est une **opération binaire**, etc., ou encore que l'énoncé: « $\mathcal{R}$**(x, y, z)**» ou « **x** $\mathcal{R}$ **y** $\mathcal{R}$ **z**» est **fonctionnelle** par rapport à **z**, s'il n'y a pas dans $\mathcal{R}$ deux triplets de la forme: **(x, y, z)** et **(x, y, z')**, avec **z** et **z'** différents. Autrement dit, pour tout triplet **(x, y, z)** de $\mathcal{R}$, le couple **(x, y)** n'apparaît qu'une seule fois, ce qui veut dire qu'il n'est associé qu'à un seul troisième composant **z**. Autrement dit encore, étant entendu qu'un triplet **(x, y, z)** est par définition le couple **((x, y), z)**, et donc qu'un triplet est un couple dont l'arel est un couple, la relation $\mathcal{R}$ est **fonctionnelle** est par rapport à **z** si elle l'est au sens défini pour la **relation binaire**, avec comme arel le couple formé par les deux premiers composants, et pour barel le troisième composant. Dans ce cas, l'énoncé: $\mathcal{R}$**(x, y, z)**, ou: **x** $\mathcal{R}$ **y** $\mathcal{R}$ **z**, peut être mis sous la forme: **F(x, y) = z**, si $\mathcal{R}$ doit être vue comme une **fonction F**, ou: **x * y = z**, si $\mathcal{R}$ doit être vue comme une **opération « * »**. La **relation** $\mathcal{R}$ est alors la **fonction F** à **deux variables x** et **y**, encore appelée un **opérateur binaire** ou une **opération binaire**.

Par exemple, la relation plus haut, $\mathcal{R}$ = **{(9, 4, 7), (-3, 4, 7), (0, 4, 2), (7, 1, 2), (3, 5, 0), (4, 1, 6), (4, 2, 6)}**, est **fonctionnelle** par rapport à la troisième composante. Elle est un **fonction F** à deux **variables**, telle que: **F(9, 4) = 7**, **F(-3, 4) = 7**, **F(0, 4) = 2**, **F(7, 1) = 2**, **F(3, 5) = 0**, **F(4, 1) = 6**, **F(4, 2) = 6**. C'est la notation **fonctionnelle**, qu'on adoptera si $\mathcal{R}$ doit être plutôt vue comme une **fonction à deux variables**. Mais si $\mathcal{R}$ soit être vue plutôt comme une **opération** à **deux opérandes**, alors la définition de cette **opération** « ***»** est: **9 * 4 = 7**, **-3 * 4 = 7**, **0 * 4 = 2**, **7 * 1 = 2**, **3 * 5 = 0**, **4 * 1 = 6**, **4 * 2 = 6**.

Ici aussi, avec l'**équivalence**, n'importe quelle **relation trinaire** $\mathcal{R}$ est aussi une **fonction** à **deux variables** ou un **opérateur binaire**. Si un couple **(x, y)** doit avoir plusieurs images **z**, toute ces images constituent automatiquement une **classe d'équivalence**. Autrement dit, avec l'**équivalence**, on peut faire une **opération** qui donne plusieurs **résultats différents**! Ces résultats forment alors automatiquement une **classe d'équivalence**.

On généralise à la notion de **fonction** à **n variables**, ou d'**opération n-aire**. Pour cela, il suffit de considérer une **relation (n+1)-aire** $\mathcal{R}$.

DÉFINITION

Etant entendu qu'un **(n+1)-uplet**: $(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n, y)$, étant par définition le couple: $((x_1, x_2, x_3, \dots, x_n), y)$, dont l'arel est $(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$, et le barel est **y**, la **relation (n+1)-aire** $\mathcal{R}$ est **fonctionnelle** relativement au **(n+1)-ème composant**, si, en prenant le **n-uplet** des **n** premiers composants comme arel, $\mathcal{R}$ est **fonctionnelle** relativement au dernier composant pris comme barel. L'énoncé: $\mathcal{R}(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n, y)$, ou: $x_1 \, \mathcal{R} \, x_2 \, \mathcal{R} \, x_3 \, \mathcal{R} \, \dots,$

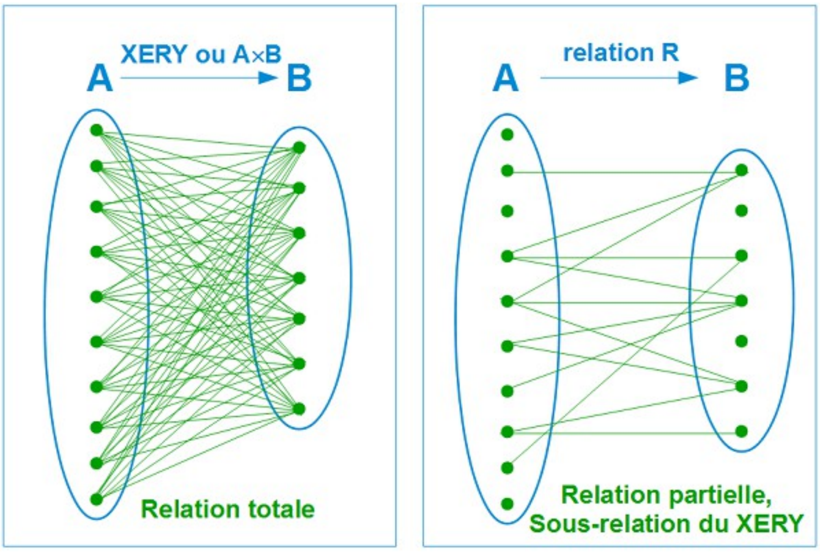
$\mathcal{R}$ x_n $\mathcal{R}$ y, est alors noté : **F(x_1, x_2, x_3, …, x_n) = y**, et est appelé une **fonction** à **n variables**. Et s'il faut voir la relation $\mathcal{R}$ comme un **opérateur n-aire** « * », le même énoncé sera noté: **x_1 * x_2 * x_3 * … * x_n = y**.

Les **relations** et les **opérations** qu'on vient de définir sont universelles, absolues, c'est-à-dire indépendantes de tous ensembles particuliers dans lesquels ou entre lesquels on effectue les relations ou les opérations. Dans ce cas-là, en l'absence de toute précision, l'ensemble par défaut est l'**Univers TOTAL**, ou (ce qui revient au même), l'**Univers des ensembles**, ou encore l'**Univers des nombres omégaréels**. Et maintenant définissons les **relations** ou les **opérations** pour des ensembles **A**, **B** ou **E** particuliers. Il nous suffira de le faire pour le cas particulier de la **relation binaire**, car on peut facilement généraliser pour toute **relation n-aire**, puisque, comme on vient de le voir, tout **n-uplet** se ramène finalement à un **couple**.

f) Application d'un ensemble A dans un ensemble B, injection, surjection, bijection

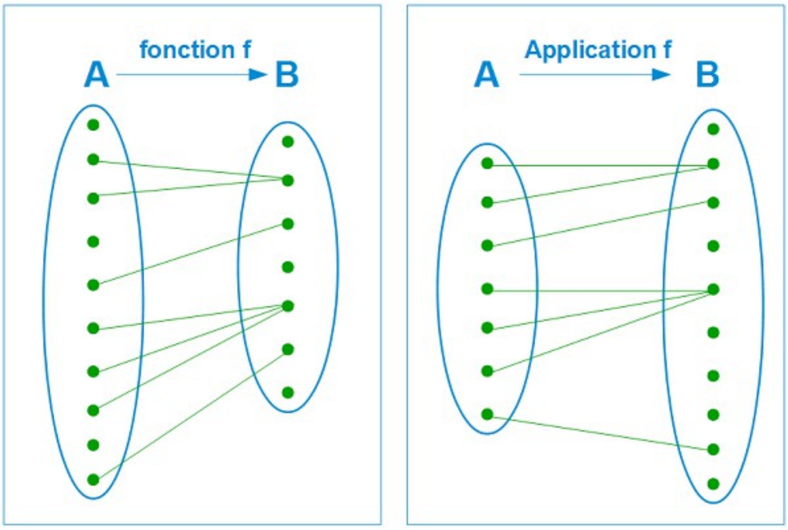
DÉFINITION
Soient deux ensembles **A** et **B**, et leur produit cartésien **A × B**, c'est-à-dire l'ensemble de tous les couples **(x, y)**, tels que **x** est un élément de **A** et **y** est un élément de **B**. On appelle une **relation binaire** $\mathcal{R}$ de **A** dans **B**, une partie $\mathcal{R}$ de **A × B**. Si un couple **(x, y)** est un élément de $\mathcal{R}$, on dit que l'élément **x** de **A** est en relation avec l'élément **y** de **B**, et on écrit: **x** $\mathcal{R}$ **y**.

Il est clair alors que l'**aren** de $\mathcal{R}$ est une partie de **A**, et son **baren** est une partie de **B**. Pour la **relation pleine**, **A × B**, le XERY donc, l'aren est **A** et le baren est **B**, et l'**eren** est **A ∪ B**.



Le XERY correspond au cas particulier du produit cartésien **A × B**, avec lequel tout élément de **A** est en **relation** avec tout élément de **B**. Une **relation** quelconque $\mathcal{R}$ est une partie de cette **relation complète**.

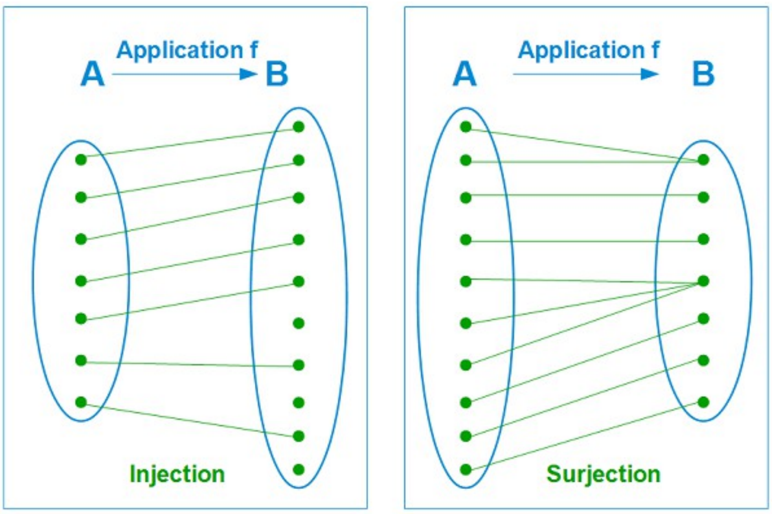
Si **tout élément** de **A** est en **relation** avec un élément de **B** et **un seul**, deux ou plusieurs éléments de **A** pouvant avoir la même **image**, alors la relation de **A** dans **B** est appelée une **application**, et est en général notée **f**.



On parle de **fonction f** pour dire qu'un élément de **A** peut ne pas avoir d'image dans **B**, mais s'il a une image elle est unique, et plusieurs éléments de **A** pouvant avoir la même image. La **fonction** est alors habituellement dite « non définie » pour les éléments qui n'ont pas d'image, et le sous-ensemble de **A** des éléments qui ont une image, est appelé le **domaine de définition** de la **fonction**, et est noté **Dom(f)**. Une **application** est donc une fonction particulière, pour laquelle tous les éléments de **A** ont une image, donc **Dom(f) = A**. Autrement dit, la **fonction f** est totalement définie. Nous ne considérons que les **applications**, car on peut toujours compléter une **fonction** en définissant une image pour les antécédents sans images. Au pire, on peut toujours dire qu'un élément de **A** qui n'a pas d'image a pour image l'**espace o** de **B**, et qu'un élément de **B** qui n'a pas d'antécédent a comme antécédent l'**espace o** de **A**. Pour nous donc, les deux notions **fonction** et **application** sont synonymes.

Dans la vision classique, la **fonction inverse** par exemple sur **R**, définie par : **f : x → 1/x**, n'est pas définie pour **x = 0**, la **division par 0** étant dite « **impossible** ». De même par exemple, le **logarithme** de **0** n'est pas défini, et d'innombrables **fonctions** dans dans ce cas, elles sont non définies sur une partie de **R**. Mais maintenant, avec la nouvelle vision, rien de tel, une fonction est toujours **définie** ou définissable, le mot « **impossible** » est banni, seul lui est **impossible**, seule la **négation** est **niée**.

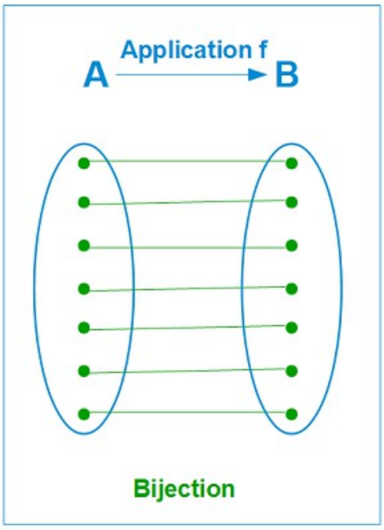
Et maintenant, trois cas particulier d'applications de grande importance, d'abord l'**injection** et la **surjection**:

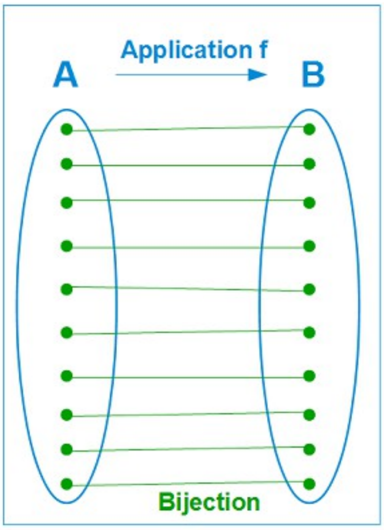


Comme toute **application**, avec l'**injection** ou l'**application injective**, tout élément de l'ensemble de départ **A** a une et une seule image dans **B**. Mais l'**injection** est le cas plus particulier où deux éléments de **A** n'ont jamais la même image, tous ont séparément chacun son image, et les éléments de **B** ont un seul antécédent, ou alors éventuellement il n'en n'ont pas.

Quand une application est **injective**, cela veut toujours dire que l'ensemble **B** a un nombre d'éléments supérieur ou égal à celui de **A**, le cas où ils ont exactement un même nombre d'éléments s'appelant une **bijection** (on y reviendra).

Mais avant, il y a une autre catégorie d'**applications**, les **surjections**, les **applications surjectives** donc. Cela signifie que cette fois-ci tout élément de l'ensemble d'arrivée **B** a au moins un antécédent. Comme, pour que **f** soit une **application**, les éléments de **A** doivent avoir une seule image, si donc **B** a un nombre d'éléments plus grand que celui de **A**, tous ne peuvent pas avoir un antécédent, donc la **surjection** est impossible. Mais s'ils ont un nombre d'éléments plus petit que celui de **A**, alors forcément certains ont plusieurs antécédents. Par conséquent, dire que les deux ensembles **A** et **B** ont le même nombre d'éléments, c'est dire que **f** est à la fois **injective** et **surjective**, ce qu'on appelle alors une **bijection**, qui est donc la situation où chaque élément de **A** a une seule image, et où chaque élément de **B** a un seul antécédent, une correspondance deux à deux donc:





Dans la conception classique, un ensemble **fini E** ne peut pas avoir une **injection** dans une de ses **parties strictes E'**, c'est-à-dire une partie plus petite. On dit que **E** ne peut pas **s'injecter** dans l'une de ses **parties strictes**, autrement dit, simplement il peut c'est-à-dire avoir une **bijection** avec un de ses sous-ensembles **E'** qui a au moins un élément de moins que **E**. Cela revient simplement à dire que deux ensembles **finis A** et **B**, qui n'ont pas exactement le **même nombre** d'éléments, ne peuvent pas être mis en **bijection**, ce qui est logique. Un ensemble de **10** éléments par exemple, comme sur l'illustration ci-dessus, ne peut pas être mis en **bijection** avec un ensemble de **7** éléments. Il y aura forcément **3** éléments de **A** qui n'ont pas d'images (si c'est **A** qui **10** éléments et **B** ayant **7**), ou **3** éléments de **B** qui n'ont pas d'antécédents (si c'est **B** qui **10** éléments et **A** ayant **7**).

Toutefois un problème se pose quand on a affaire à des ensembles **infinis**. Il se trouve que si l'on raisonne avec la notion d'infini telle qu'on la conçoit actuellement, il est possible qu'un ensemble **infini A** ait une **bijection** avec un autre ensemble **infini B** qui a pourtant a moins d'éléments que lui. Il est facile pour des ensembles **finis**, de dire qui a plus d'éléments, moins d'éléments, ou le même nombre d'éléments qu'un autre. Il suffit de les compter. Enfin, si le nombre d'éléments n'est pas trop grand, car là encore l'**Effet infini** ou l'**Effet oméga** ou encore l'**Effet horizon** concerné justement par la question ici, qu'on peut résumer par: **n = n+1**, commence se manifester, et à rendre possible l'impossible. Au lieu donc de dire que la **bijection** est impossible pour un ensemble **fini** de nombre d'élément **n** et un autre de nombre d'éléments **n+1** ou plus, ou **n-1** et moins (en raisonnant avec comme **égalité** l'**identité**, évidemment, et pas l'**équivalence**, avec laquelle ça change tout), il vaut mieux, pour être plus exact, de dire que la bijection est impossible pour les nombres **n** qui sont **relativement petits**, comme **7** ou **10**, et non pas les nombres finis, comme **$10^{100000000}$** ou le **nombre de Graham**, **G**, qu'on a vu.

PROBLÈME et SOLUTION

Le problème est que si **A** et **B** sont deux ensembles **infinis** n'ayant **aucun élément en commun**, s'ils sont donc **disjoints**, comme on dit dans le jargon, alors, sans le concours d'un **nombre omégaréel infini** comme **w**, qui soit aussi le **nombre infini oméganaturel**, qui nous aide à **compter** très **naturellement** l'**infini**, et à dire: **1w, 2w, 3w, 4w**, etc., exactement comme le **nombre fini 1** nous aide à **compter** très **naturellement** le **fini** et à dire: **1, 2, 3, 4**, etc., alors il est absolument impossible de dire si oui ou non les deux ensembles **infinis A** et **B** ont un même **nombre d'éléments**. Car il manque l'**unité** de comptage de l'**infini**. Et alors, au lieu de chercher d'abord à **définir**

correctement cette **unité** de **comptage** de l'**infini**, qui est de très grande importance, et qui est simplement le **nombre** des **éléments** de l'**ensemble infini N = {0, 1, 2, 3, 4, …}**, pour ne pas dire simplement cet ensemble lui-même, alors la tentation est vraiment très grande de faire appelle à la **bijection**, pour espérer réaliser l'objectif. Et alors on tombe dans un autre piège, car la **bijection** entre les **ensembles infinis** est précisément l'objectif que nous voulons atteindre. Cela s'appelle aller de Charybde en Scylla. La **solution** est alors le **nombre oméganaturel w**, la version **relative** de l'**infini absolu ω**, et il nous faut comprendre comment tout cela marche.

Si donc on nous donne un ensemble **A = {7, 1, &, 0, u, a, …}**, et un second ensemble **B = {%, #, 9, p, b, ...}**, avec comme seule information qu'ils sont **infinis**, c'est-à-dire ont chacun, un **nombre infini** d'éléments, c'est-à-dire que leurs listes continuent indéfiniment, alors comment pouvons-nous savoir si ce nombre **infini** est le **même** pour les deux? Ah, petite précision supplémentaire: **A** et **B** n'ont aucun élément en commun.

A vrai dire nous n'avons aucun moyen de le savoir, sans un étalon adéquat de mesure de l'infini **w**, et aussi sans au moins une information supplémentaire sur comment ces deux listes **infinies** se définissent au moyen de cet étalon **w**. Le manque d'information est si bien représenté par le symbole « ... », qui ici signifie alors qu'il manque quelque chose vers la fin, ou on ne sait pas où s'arrête la liste. Evident non? Mais alors on pourra nous répéter : « Elle est infinie », et ensuite nous dire : « **Comptez** pour savoir qui de **A** ou **B** a plus d'éléments ».

Et alors, si nous sommes une andouille, on va se mettre à **compter**, et constater que le comptage n'a pas de fin dans les deux cas, donc on ne peut pas conclure. Et effectivement, avec si peu d'informations, on ne peut pas conclure. Mais à notre demande d'un outil pour compter l'infini, on nous répondra : « Utilisez la **bijection** pour **compter** l'**infini**».

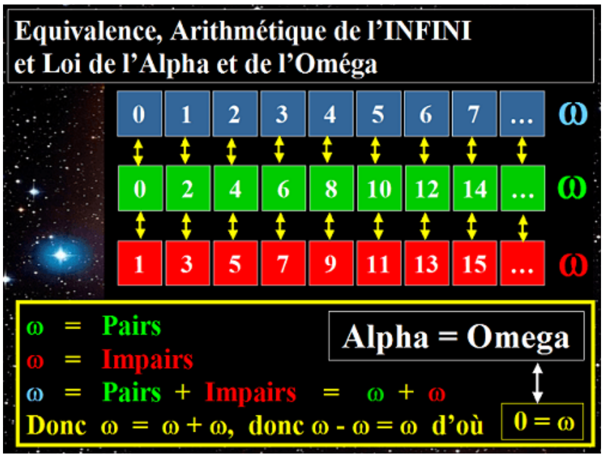
Et à vrai dire, instinctivement, c'est ce que nous même on a peut-être pensé à faire, en disant : « **7** » de **A** va avec « **%** » de **B**, donc **1 élément** pour les deux. Puis, « **1** » de **A** va avec « **#** » de **B**, donc **2 éléments** pour les deux. Puis, « **&** » de **A** va avec « **9** » de **B**, donc **3 éléments** pour les deux, etc.. Et en constatant que cela continue ainsi indéfiniment, sans qu'on termine un des ensembles avant l'autre, on peut penser pouvoir conclure que les deux ensembles ont exactement le **même** nombre d'éléments. Et alors c'est une erreur, si par « **même** » on entend l'**identité**. Car ici, on ne peut dire que les nombres d'éléments de **A** et **B** sont **équivalents**, du point de vue de leur propriété commune de se poursuivre indéfiniment, sans autre information sur le critère de fin de comptage. Alors donc dans ce cas, c'est l'**équivalence**, comme toujours, qui sauve la situation, qui rend possible l'impossible. Mais avec l'**identité**, si donc on nous demande de donner le nombre exact des éléments de **A** et **B**, à l'unité près, aussi exact que l'**identité** : « **2+2 = 4** », alors l'opération est tout simplement impossible.

D'autant plus qu'on nous dit que **A** et **B** n'ont aucun **élément en commun**, ce qui nous permettrait éventuellement de glaner d'autres informations sur la **relation** qu'ils entretiennent qui pourraient nous renseigner sur leur **nombre** exact d'éléments. **A** peut avoir par exemple **w** éléments et **B** avoir **w+1** éléments, par exemple si **A = {1, 2, 3, 4, …}**, et **B= {0, 1, 2, 3, 4, …}**, autrement dit, il a tous les éléments de **A** plus **1** élément, à savoir **0**. Ou encore si **A** peut avoir par exemple **2w** éléments et **B** avoir seulement **w** éléments, par exemple: **A = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, …}**, et **B= {2, 4, 6, 8, …}**, c'est-à-dire seulement les **éléments pairs** qui sont dans **A**. Et alors considérons un troisième ensemble, **C = {1, 3, 5, 7, ...}**, qui, lui, a seulement les **éléments impairs** de **A**. Et là déjà, on peut comparer de manière plus précise les ensembles et dire des choses plus justes sur le nombres de leurs éléments. On peut dire par exemple que **B** et **C** ont le même nombre d'éléments, et si on l'appelle **w**, alors le nombre des éléments de **A** est **2w**.

Il y a encore un gros problème du fait de l'absence des critères de terminaison des listes des trois ensembles **A**, **B** et **C**, mais avouons qu'on voit nettement plus clair. Car on peut dire des choses qui sont très justes, très logiques, très sensées, même si, comme on va le voir, on sera contredit par les conceptions actuelles basées sur la seule **bijection** et non pas sur les **relations réelles** entre les ensembles, donc entre leurs nombres d'éléments. On a beau dire ce que l'on veut, **A = {1, 2, 3, 4, …}** a **un élément de moins** que **B= {0, 1, 2, 3, 4, …}**, et dans **B= {2, 4, 6, 8, …}**, il manque les éléments **impairs**, ceux de **C = {1, 3, 5, 7, ...}**, pour que **B** ait tous les éléments de **A = {1, 2, 3, 4, …}**. Un conception des **nombres** qui ne tient pas compte de ces **vérités évidentes** et hautement intuitives manque de finesse et de précision, c'est clair!

Voilà aussi pourquoi, tant qu'on n'avait que des listes indéfinies: **A = {7, 1, &, 0, u, a, …}**, et **B = {%, #, 9, p, b, ...}**, sans élément commun ou lien clair entre les éléments de **A** et **B**, on ne pouvait rien dire de précis sur le **nombre exact** de leurs éléments. On voit que le simple fait d'avoir une liste **infinie** ne suffit pas à dire qu'on a la même **infinité**, au sens de l'**identité**, entendons-nous. Car au sens de l'**équivalence** il n'y a finalement qu'un seul **infini**, à savoir l'**infini absolu ω**, qui est la **Fractale ω**. Mais on parle des différentes **infinités** formant cette **infinité unique**, à savoir les différents **modèles** de la **Fractale ω**. Dans ce cas alors, avoir une liste **infinie**, c'est-à-dire répondant à la caractéristique commune à toutes les **infinité**, à savoir l'**infini absolu ω**, ne suffit pas à dire que les **infinités** en présence sont **identiques**. Dans ce cas, le même raisonnement sans finesse demande de dire que **A** = **{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, …}** et **B**= **{2, 4, 6, 8, …}**, qui ont aussi chacun une liste **infinie** d'éléments, ont une infinité identique d'éléments, ce qui est faux, bien sûr. On a beau dire ce qu'on veut, on ne changera pas le fait que **A** possède les **impairs** qui sont le plus que **B** n'a pas.

Voici donc le genre de **bijection** qu'on peut faire, pour prouver qu'il y a autant de **nombres entiers pairs**, de **nombres entiers impairs**, que de nombres entiers en tout.



C'est exact mais au sens de l'**équivalence** seulement. On est simplement en train de prouver que les nombres infinis **ω** et **2ω** sont **équivalents**, ou que deux ensembles **A** et **B**, l'un ayant un nombre d'éléments égal à **ω**, et l'autre ayant un nombre d'éléments égal à **2ω**, sont deux ensemble infinis d'**infinité équivalente**, suivant une relation d'équivalence que l'on est en train de définir, qui est très précisément la **relation d'équipotence**, qui veut dire le fait de pouvoir être mis en **bijection**, et encore suivant ce type de **bijection** qui ne se préoccupe pas de savoir comment les ensembles concernés se comportent à l'**horizon infini**, à leur **phase finale** de **clôture** de la **liste** de leurs **éléments**.

Si l'on tient compte de la **phase de clôture** et si appelle par exemple **ω** le **nombre infini** qui clôture la liste: **0, 1, 2, 3, 4, …, ω-4, ω-3, ω-2, ω-1, ω**, alors se pose la question de savoir comment la liste des nombres entiers: **0, 2, 4, 6, 8, …**, se **clôture** quant à elle, par rapport à **ω**. Autrement dit, quel sens exact on donne à cette liste, à part qu'elle est **infinie** (et ça on le sait)? Tant que la liste de référence: **0, 1, 2, 3, 4, …**, n'est pas clarifiée, l'autre aussi reste dans le même **flou**. Mais dès que la première est clarifiée, alors aussi la seconde demande à être clarifiée. Comment se comporte t-elle vers sa fin? Et la réponse quant au nombre de ses éléments n'est pas la même selon qu'on disent que la seconde liste est la partie de la première formée par les **nombres pairs**, ou que ses éléments sont formés en prenant le **double** des éléments de la première. Dans le premier cas elle s'arrête avant **ω**, et au maximum à **ω**, donc le nombre de ses éléments est **ω/2** (on affinera suivant que **ω** est lui-même **pair** ou **impair**), et dans ce cas il ne peut pas être en **bijection** avec la première liste. Mais dans le second cas son dernier élément est 2**ω**, et dans ce cas, et celui-ci seulement, la liste des **pairs** est en parfaite **bijection** avec la première liste. Mais dans ce cas aussi, la liste des pairs n'est plus un sous-ensemble de la liste de **ω**. , puisque l'élément **2ω** par exemple, n'est pas dans la première liste, qui s'achève avec **ω**.

Dans un cas comme dans l'autre, la liste: **0, 1, 2, 3, 4, …**, malgré les apparences de ce se passe au début, ne peut pas être en **bijection** avec l'une de ses parties plus petites, comme par exemple: **0, 2, 4, 6, 8, …**!

Et maintenant, si l'on nous dit que **A** = **{a_1, a_2, a_3, a_4, …}**, **B** = **{b_1, b_2, b_3, b_4, …}**, en précisant que dans chacun des deux ensembles **A** et **B**, les éléments sont tous distincts, c'est-à-dire que sous derrière les numéros ne se cachent pas des éléments qui se répètent. Et alors on se précipitera pour dire que là, c'est très certain, c'est exactement le même **nombre d'éléments**, toujours en raison du mauvais usage de la **bijection** avec l'**infini**, et même si, pour attirer l'attention sur ce mauvais usage, nous présentions les deux ensembles de la façon suivante: **A** = **{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8, …}**, **B** = **{b_1, b_2, b_3, b_4, …}**. Nous suggérons par là de faire attention, car **A** pourrait être deux fois plus grand en nombres d'éléments. Mais pour le raisonnement basé uniquement sur la **bijection**, cela ne change rien, on foncera tête baissée sur la bijection pour dire que les deux nombres d'éléments sont identiques, même si nous révélions ce qui se cache derrière les deux listes: **A** = **{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, …}** et **B**= **{2, 4, 6, 8, …}**, c'est-à-dire pour **B**, la logique de formation de ses éléments: **B**= **{2×1, 2×2, 2×3, 2×4, …}**.

Nous voulons dire par là une chose déjà dite et sur laquelle on reviendra avec la **relation** d'**ordre**, à savoir que la notion de **nombre infini** est tout simplement aussi la notion de **nombre fini variable**, ou de **nombre fini dynamique**, ou encore de **nombre fini élastique**.

DÉFINITION
Le **principe de récurrence**, appliqué aux **entiers naturels** en premier, veut dont dire simplement: **0** est un **entier naturel**. Si **n** est un **entier naturel**, alors **n+1** est un **entier naturel**. Donc « **TOUS les entiers naturels** » sont un **entier naturel**. Autrement dit simplement, **N** ou **ω**, l'**ensemble** de **tous les entiers naturels**, est un **entier naturel**.

N ou **ω**, l'**ensemble** de **tous les entiers naturels**, qui est donc **infini**, n'est pas un **ensemble statique**, mais **dynamique**, du fait même qu'il soit l'**infini**. Sa définition est: c'est le **nombre entier naturel** qui est son propre **successeur**. C'est-à-dire: **ω = ω + 1**. C'est la définition même de l'**infini**, du **dynamisme**, de la **variabilité**, de l'**élasticité**. Le **nombre fini** donc, qui est sans cesse son **successeur**, donc qui **bouge**.

Revenons donc à nos moutons, et voyons cet **infini ω** à son **étape ordinale 7**. Il est alors la constant : **ω = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}**, qui, en comptant le **0**, est la définition de l'**ordinal 8**, car cet ensemble a **8 éléments**. Or nous parlons du nombre 7, qui est donc : **ω = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6}**, ou, ce qui revient au même: **ω = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}**. C'est donc la propriété « **Entier naturel** » ou **ω** à l'**étape ordinale 7**.

Et maintenant, nous avons aussi la propriété : « **Entier naturel pair** », ou **P**. Elle aussi vérifie la **récurrence**, qu'elle hérite de **ω**, et qui se définit ainsi : « **2×0** est **pair**. Si **2×n** est **pair**, pour un **entier n**, alors aussi **2×(n+1)** aussi est **pair**. Donc **2×**(« **TOUS les entiers**») est pair. » Autrement dit, **2×N** ou **2×ω**, est **pair**.

Pour toute propriété **P** donc, pour exprimer l'idée qu'elle est vraie pour **TOUS les entiers**, ce qu'on écrit habituellement avec le quantificateur universel: $\forall n(n \in N \Rightarrow P(N))$, les **nombres entiers** nous disaient (mais on ne les écoutait pas) qu'on n'avait pas besoin de se casser la tête avec des expressions compliquées, mais qu'il suffisait simplement d'exprimer **P** pour leur **ensemble**, à savoir **N** ou **ω**, c'est-à-dire **P(N)** ou **P(ω)**. Cett simple écriture veut donc dire : « **P est vraie pour TOUS les entiers naturels** ».

Dans l'exemple des entiers pairs, il suffit donc de dire : «**2×N** est **pair**», ou: « **2×ω** est **pair**». Mais on pensait, à tort, que dire ce genre de choses, ou exprimer une vérité pour **N** ou pour son **nombre d'éléments ω**, signifie que cela s'applique à l'ensemble seul, indépendamment de ses éléments. Or les **entiers naturels** nous disent que leur **ensemble** est chacun d'entre eux, il est le **nombre entier infini**, **variable**, **dynamique**. En d'autres termes, il est tout simplement la **variable** classique **n** qui sert à représenter **tous les entiers naturels**. Il n'y avait donc pas de différence entre l'**ensemble infini N** et la **variable n** qui représente chacun des **éléments** de l'**ensemble**. C'est une mauvaise conception des **entiers** qui le faisaient croire.

Il est clair que les nombres pairs définis comme **2×N**, ou: **2×ω**, c'est-à-dire en multipliant simplement chaque entier par **2**, ne sont pas une partie de **N**, si l'on ne fait pas intervenir l'**équivalence**, car **N** et **2×N** ne sont pas du tout **identiques**, pas plus que **7** et **2×7** ne le sont.

A l'étape **ordinal 7**, **ω** est donc **ω = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}**, et donc, à cette étape, **2×ω** est **2×ω = {2×1, 2×2, 2×3, 2×4, 2×5, 2×6, 2×7}**, donc: **2×ω = {2, 4, 6, 8, 10, 12, 14}**. Cet ensemble, on l'appellera **P**. On a donc: **P = 2×ω = {2, 4, 6, 8, 10, 12, 14}**.

Et maintenant, il y a une autre manière de définir les **entiers pairs**, qui est de dire que sont les éléments de **ω** qui sont **pairs**, ce qui est une autre idée, une autre propriété, un autre ensemble. On définit dans ce cas un sous-ensemble **P'** de **ω**, donc une liste d'éléments de **ω**, au fur et à mesure que **ω** se construit par **récurrence**. Cet ensemble **P'** peut se noter: **P' = P ∈ ω**, pour dire donc que l'ensemble **P'** est formé par les nombres pairs appartenant à **ω**.

A l'**étape ordinale 7**, la liste des éléments de **P'** dans **ω = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}**, est: **P' = {2, 4, 6}**. Tous les **ensembles d'entiers**, c'est-à-dire tous les **sous-ensembles de ω**, dépendent donc de **ω**. Ils ne peuvent pas se former totalement tant que **ω** n'est pas formé totalement, ils ne peuvent pas danser plus vite que la musique, se former avant l'ensemble **ω** qui les engendre. Celui-ci se forme par **récurrence**, la **récurrence** la plus **fondamentale**, **canonique**, celle qui **génère** tous les **nombres entiers**. Tous les **sous-ensembles de ω** se forment donc à la cadence de cette **récurrence de base**, ce qui veut dire qu'ils se forment tous par **récurrence**, soit directement par une certaine **propriété P** obéissant au **principe de récurrence**, soit en se définissant par rapport à **ω**.

Voilà aussi pourquoi **P** et **P'** ne se terminent pas de la même manière. L'élément final de **P** est simplement **2ω**, tandis que l'élément final de **P'** est le **plus petit entier pair inférieur ou égal à ω**, ce qui n'est pas **identique**. C'est simplement **équivalent**.

Le dernier élément de **P** est est un **nombre infini** toujours **pair**, parce qu'il est le **double** d'un **nombre entier infini**. Tandis que l'élément final de **P'** est tantôt **ω**, quand dans son évolution de **récurrence** ou dans sa **variabilité ω** est **pair**, et cet élément est tantôt le **prédécesseur** de **ω** quand il est à une **étape ordinal impaire**, comme dans le cas de **7**. **P** a exactement le même nombre d'éléments que **ω**, il est donc en **bijection** avec lui, mais n'est jamais une de ses parties, sauf à l'**étape ordinale 0**. Mais **P'** par contre est par définition toujours une partie de **ω**, son nombre d'éléments est de l'ordre de **ω/2** et pour cette raison même n'est jamais en **bijection** avec **ω**. Les deux vérités combinées disent que, comme **tout nombre entier**, **ω** n'est jamais vraiment en **bijection** avec une de ses parties plus petites que lui, si la **bijection** est rigoureusement **identitaire**, comme on vient de le faire. La logique absolue est très simple: n'importe quel ensemble **E**, qu'il soit **fini** ou **infini**, si on lui enlève le moindre élément, a **un élément en moins**, point final! Ce n'est qu'en vertu de l'**équivalence** qu'un ensemble **E**, **infini** comme **fini** d'ailleurs, peut avoir le **même nombre d'éléments** qu'un de ses **sous-ensembles** ayant des éléments en moins, ou un de ses **sur-ensembles** ayant des éléments en plus.

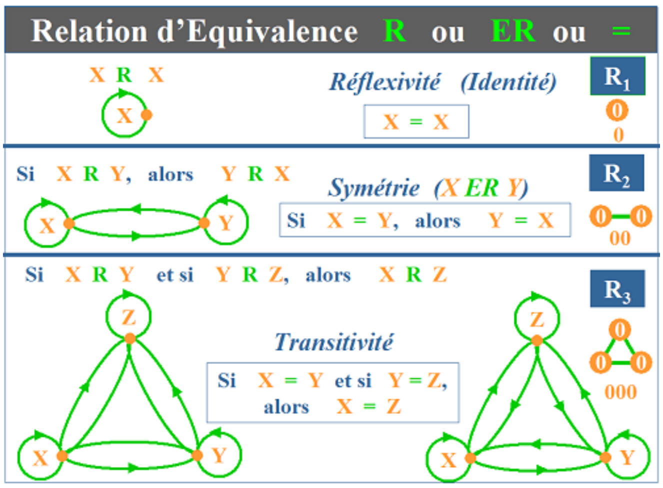
La manière sûre de connaître donc exactement le nombre des éléments d'un ensemble **infini**, est de définir son **infinité** avec l'**infini** de référence **ω** ou **w**. Ainsi, avec $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, \ldots\}$, $B = \{b_1, b_2, b_3, b_4, \ldots\}$, on ne peut pas dire le nombre exact des éléments de **A** et **B**, avec la conception courante de l'**infini**. L'**égalité** des **cardinaux** sur la base de la **bijection** ou de l'**équipotence** est donc une **équivalence**, et ce n'est pas nous qui dirions quelque chose contre l'**équivalence**. Dans la conception nouvelle de l'**infini**, cette écriture, sans autre précision, signifie par défaut qu'on parle de l'**infini ω**, à l'**étape ordinale 4**. Et alors **A** et **B** sont de cardinal **ω**. Cela revient alors à dire : $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, \ldots, a_{\omega-4}, a_{\omega-3}, a_{\omega-2}, a_{\omega-1}, a_\omega\}$, $B = \{b_1, b_2, b_3, b_4, \ldots, b_{\omega-4}, b_{\omega-3}, b_{\omega-2}, b_{\omega-1}, b_\omega\}$.

II. Équivalence et Ordre

1. Relation d'équivalence ou d'édentité

a) Égalité: identité et édentité

Nous avons déjà donné la définition générale de la **relation** d'**équivalence** avec les **ensembles quantiques**. Il s'agit tout simplement de la **relation** de **coappartenance** à un **ensemble quantique**. Si **E** est un **ensemble quantique** défini par un **nom commun e**, alors la **relation binaire** $\mathcal{R}(x, y)$ définie par : « **x est un e et y est un e**», autrement dit : « $x \in E$ et $y \in E$ », est une **relation d'équivalence**. Et maintenant, voici la définition plus classique de la **relation d'équivalence** ou **relation d'édentité**.



DÉFINITION
Soit un ensemble **E** et une **relation binaire** $\mathcal{R}$ dans **E**. On dit que $\mathcal{R}$ est l'**identité** dans **E**, si tous ses éléments sont tous les couples de la forme **(x, x)** et eux seuls. Dans ce cas, $\mathcal{R}$ est noté « == ». On l'appelle aussi la **relation diagonale**.

L'**identité** signifie que chaque élément est en relation avec lui-même et lui seul : **x** $\mathcal{R}$ **x** ou **x == x**. On dit que **x est identique à x**.

Par exemple, avec notre ensemble **E = {1, 2, 3, 4}**, l'**identité** $\mathcal{R}$ ou «==» est la relation: $\mathcal{R}$ = **{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4)}**. Autrement dit, on n'a que : **1** $\mathcal{R}$ **1**, **2** $\mathcal{R}$ **2**, **3 R 3** et **4** $\mathcal{R}$ **4**, c'est-à-dire : **1 == 1**, **2 == 2**, **3== 3**, et **4 == 4**, et pas **2** $\mathcal{R}$ **3** ou **2 == 3** par exemple.

Remarque : C'est l'**identité** qu'on appelle habituellement l'« **égalité** ». C'est avec elle que nous avons travaillé pour construire les **nombres omégaréels**, et que nous avons notée « = ». Mais en réalité, elle n'est qu'un cas particulier d'**égalité**, le cas général étant la **relation d'équivalence**, que nous qualifions aussi d'**égalité universelle**, ou encore d'**égalité divine**. L'**édentité** donc.

DÉFINITION
Soit un ensemble **E** et une **relation binaire** $\mathcal{R}$ dans **E**. On dit que $\mathcal{R}$ est une **relation d'équivalence** ou une **égalité** dans **E**, si $\mathcal{R}$ est une **relation réflexive**, **symétrique** et **transitive**. Autrement dit, si $\mathcal{R}$ vérifie les trois conditions suivantes :
1) **Réflexivité** : pour tout élément **x** de **E**, on a : **x** $\mathcal{R}$ **x** ;
2) **Symétrie** : pour deux éléments **x** et **y** de **E**, si **x** $\mathcal{R}$ **y**, alors **y** $\mathcal{R}$ **x** ;
3) **Transitivité** : pour trois éléments **x**, **y** et **z** de **E**, si **x** $\mathcal{R}$ **y** et si **y** $\mathcal{R}$ **z**, alors **x** $\mathcal{R}$ **z**.

Remarques :

i) La lettre « $\mathcal{R}$ » sert à désigner une relation en général, et « **x** $\mathcal{R}$ **y** » est l'écriture générale pour dire que « **x est en relation avec y** », que que « **x entretient la relation** $\mathcal{R}$ **avec y** ».

ii) La première propriété, appelée couramment la **réflexivité**, est ce que j'appelle l'**identité**, qui est donc tout simplement l'aspect **identitaire** de la **relation d'équivalence**. C'est cette propriété qui exprime l'idée que l'**identité** est un aspect de l'**équivalence** ou de l'**égalité**, donc qui donne une compréhension plus précise de la logique de l'**égalité**.

iii) Dans le même ordre d'idée, la second propriété appelée couramment la **symétrie**, s'avère plutôt être ici l'expression de la **réciprocité** de la **relation d'équivalence**, autrement dit l'idée que si **x** est en **relation** avec **y**, alors aussi r**éciproquement y** est en **relation** avec **x**. Le sens profond de cette propriété de **réciprocité** est en fait de pointer sur le lien très étroit entre la **relation d'équivalence** et une autre relation de très grande importance, qui lui est étroitement associée, à savoir la **relation d'ordre**, la **relation d'infériorité**, « <», et sa **réciproque**, la **supériorité**, « > ».

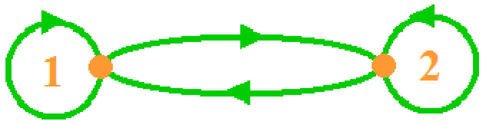
iv) Le sigle « **ER** » sert à dire « **R**elation d'**E**quivalence » ou « **R**elation d'**E**galité », en anglais « **E**quivalence **R**elation » ou « **E**quality **R**elation », donc « **ER** ». Quant au mot « **XERY** », il est un mot mnémotechnique pour désigner l'écriture générale : « **x ER y** », pour dire que « **x est en relation d'équivalence avec y** », ou que « **x est en relation d'égalité avec y** », ou simplement que « **x équivalent à y** », ou encore que « **x est égal à y** ».

v) On note qu'à la différence de la symétrie et de la transitivité, la réflexivité est une propriété non-conditionnelle, qui doit être vérifiée pour tout élément x de E. Mais la symétrie et la transitivité quant elles sont conditionnelles, elles sont de la forme : P $\Rightarrow$ Q, ou : si P alors Q. Elles concernent des éléments distincts, c'est-à-dire non identiques justement, deux éléments distincts pour le schéma ou le graphe de la symétrie, et trois éléments distincts pour le schéma ou le graphe de la transitivité. Cela signifie que pour deux éléments distincts x et y de E, x n'est pas obligé d'être en relation avec y pour que la relation soit d'équivalence ou d'égalité. Mais x et y, comme tout élément de E, doivent être en relation avec eux-mêmes (réflexivité), sinon il ne s'agit pas d'une équivalence ou d'une égalité. Mais si l'un est en relation avec l'autre, alors forcément aussi l'autre est en relation avec l'un.

On déduit de cette observation que l'identité dans E, avec laquelle chaque élément n'est en relation qu'avec lui-même, est une relation d'équivalence ou d'égalité.

Et on déduit aussi que le graphe complet de E, la relation pleine donc, la relation totale ou XERY de E, est aussi une relation d'équivalence, appelée la relation d'équivalence universelle dans E ou la relation d'égalité universelle dans E.

Si E est un ensemble à deux éléments 1 et 2, alors le graphe de sa relation d''équivalence universelle est :



11, 12, 21, 22

iii) Habituellement, une relation d'équivalence est notée « ≡ », parce que la notion d'égalité est réduite à l'identité, notée « = », et que la relation d'équivalence, même si on la sait d'une grande importance, est considérée juste comme une généralisation de l'« égalité ». Nous adoptons une vision contraire. C'est l'équivalence qui est la relation d'égalité, et notée « = ».

Pour que donc une relation soit une égalité et notée « = », elle doit vérifier les trois axiomes fondamentaux de l'égalité, les trois axiomes de la relation d'équivalence donc :
1) **Réflexivité** : pour tout élément **x** de **E**, on a : **x = x** ;
2) **Symétrie** : pour deux éléments **x** et **y** de **E**, si **x = y**, alors **y = x** ;
3) **Transitivité** : pour trois éléments **x**, **y** et **z** de **E**, si **x = y** et si **y = z**, alors **x = z**.

Et l'identité, notée « == » (quand il faut la distinguer spécifiquement, car ce n'est pas toujours nécessaire de le faire quand aucun risque de confusion n'est à craindre), est un cas particulier d'équivalence et une sous-relation d'équivalence dans E.

Et par défaut, et sans autre précision, le signe « = » désigne l'équivalence universelle dans E, l'égalité universelle donc, l'égalité totale. Dans le cas d'un ensemble **E** à deux éléments **1** et **2**, l'équivalence universelle ou l'égalité universelle est donc : **1 = 1, 1 = 2, 2 = 1, 2 = 2**.

Mais évidemment, avec l'ensemble $\mathbf{R}_\omega$ des **nombres omégaréels** la relation d'**équivalence universelle** et plus généralement les relations d'**équivalence** (ou d'**égalité**) prennent une importance particulière.

b) Classes d'équivalence ou classes de XERY dans un ensemble E

DÉFINITION
Soit un ensemble **E** et une **relation d'équivalence** $\mathcal{R}$ ou « = » dans **E**. Soit un élément **x** de **E**. On appelle la **classe d'équivalence** de **x** ou **classe de XERY** de x, et noté **classe(x)**, ou **(E, $\mathcal{R}$, x)** ou **(E, =, x)**, le sous-ensemble de **E** formé par tous les éléments de **E** équivalents à **x** par la relation $\mathcal{R}$ ou « = ».

Lemme
Soit un ensemble **E** et une **relation d'équivalence** $\mathcal{R}$ ou « = » dans **E**. Soit un élément **x** de **E**. Si un élément **z** de **E** n'est pas équivalent à **x**, autrement dit n'appartient pas à la classe d'équivalence de **x**, alors **z** n'est équivalent à aucun autre élément **y** de la classe d'équivalence de **x**.

Démonstration :
En effet, si **z** est équivalent à **y**, comme **y** appartient à la classe de **x**, cela veut dire que **y** est équivalent à **x**. Mais alors la transitivité de la relation d'équivalence oblige que **z** est équivalent lui aussi à **x**, autrement dit appartient lui aussi à la classe de **x**, ce qui est contradictoire. CQFD.

THÉORÈME

Étant donné un ensemble **E** et une **relation d'équivalence** $\mathcal{R}$ ou « = » dans **E**, la relation $\mathcal{R}$ est **totale** dans chaque classe d'équivalence ou classe de XERY. Autrement dit, la relation $\mathcal{R}$ a un graphe complet dans toute classe d'équivalence.

Démonstration :
La relation $\mathcal{R}$ est complète dans chaque classe **A**, ce qui veut dire que tout élément **x** de **A** est équivalent à lui-même (ce qui est assuré par la réflexivité de $\mathcal{R}$ dans **E**) et est équivalent à tout autre élément **y** de **A**. En effet, dire que **x** et **y** appartiennent à une même classe **A** c'est dire qu'ils sont tous les deux équivalents à un même élément **a** de **A**. Mais alors la symétrie et la transitivité de $\mathcal{R}$ assurent que **x** et **y** sont équivalents entre eux.

Lemme
Soit un ensemble **E** et une **relation d'équivalence** $\mathcal{R}$ ou « = » dans **E**. Si **A** est la classe d'un élément **x** de **E**, alors aussi pour tout élément **y** de **A**, **A** est aussi la classe de **y**.

Découle immédiatement de lemme et du théorème précédent. Et cela veut dire que tout élément d'une classe d'équivalence **A** peut être pris comme le représentant de la classe. Si par exemple **x** et **y** sont des éléments d'une classe d'équivalence **A**, alors : **A == classe (x)**, et : **A == classe(y)**.

THÉORÈME
Étant donné un ensemble **E** et une **relation d'équivalence** $\mathcal{R}$ ou « = » dans **E**, les classes d'équivalence dans **E** forment une partition de **E**, c'est-à-dire deux classes différentes **A** et **B** n'ont aucun élément commun. Autrement dit, si un même élément **x** appartient à deux classes **A** et **B**, alors obligatoirement ces deux classes ne forment qu'une, elles sont identiques : **A == B**.

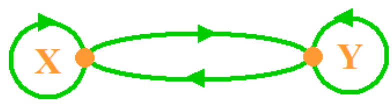
Démonstration :
En effet, si **A** et **B** ont au moins un élément commun **z**, alors il découle du lemme précédent que **A** et **B** sont la classe de **z**. Alors tout élément **x** de **A**, parce qu'il est de la classe de **z**, appartient à **B**, puisqu'il est équivalent à tout élément de **E** équivalent à **z**. Et le même raisonnement fait conclure que tout élément de **B** appartient à **A**. Donc **A == B**. CQFD.

Remarque :
La notion de classe d'équivalence ou classe de XERY signifie que tous les éléments d'une classe sont à voir comme un seul élément, au regard de la relation d'équivalence considérée. On ne les distingue plus, on ne distingue que les différentes classes.

Corollaire 1
Étant donné un ensemble **E**, la relation d'équivalence universelle dans **E** ou le graphe complet de **E**, ou le XERY dans **E**, fait de **E** tout entier une seule classe d'équivalence.

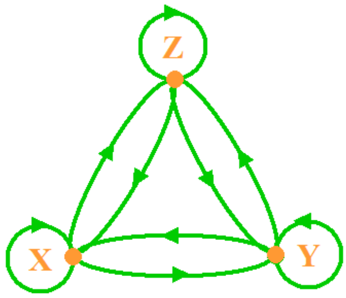
Corollaire 2
Étant donné un ensemble **E**, et une relation d'équivalence $\mathcal{R}$ dans **E**, celui-ci est partitionné par $\mathcal{R}$ en :
→ un certain nombre de classes à **1** seul élément, ayant la structure que nous appelons une boucle de réflexivité ou d'identité :

→ un certain nombre de classes à **2** éléments, ayant cette structure :



Le XERY 2 ou « Fuseau du XERY »
ou « Segment du XERY »

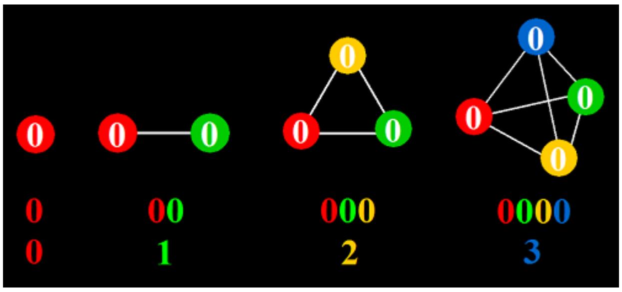
→ un certain nombre de classes à **3** éléments, ayant cette structure



Le XERY 3 ou « Triangle du XERY »

etc..

Les différentes structures des classes d'équivalence, en fonction du nombre de leurs éléments, sont les structures simplexes : Point, Segment, Triangle, Tétraèdre, etc. :



2. *Relation d'ordre*

a) La relation d'ordre ou relation de semi-équivalence

La **relation d'ordre** est très intimement liée à la **relation d'équivalence**, traitée avant. On la comprendra mieux quand on aura compris celle-ci. Il apparaîtra que la relation d'ordre est une **semi-équivalence**, et que la **relation d'équivalence** n'est en fait qu'une **relation d'ordre** qui est sa propre **réciproque**. C'est cette **réciprocité** qui produit l'**équivalence**.

DÉFINITION *très intuitive de la relation d'ordre* :

i) En gros, la **relation d'ordre**, c'est tout simplement la notion de « **qui est avant qui** » et « **qui est après qui** », ou de « **qui est devant qui** » et « **qui est derrière qui** », ou de « **qui est à gauche de qui** » et « **qui est à droite de qui** », ou de « **qui est en haut par rapport à qui** » et « **qui est en bas par rapport à qui** », ou de « **qui est plus petit que qui** » et « **qui est plus grand que qui** », ou de « **qui est l'élément de qui** » et « **qui est l'ensemble de qui** », ou de « **qui est dans qui** » et « **qui contient qui** », ou de « **qui est une partie de qui** » et « **qui est un ensemble plus vaste que qui** », etc..

ii) Et plus généralement donc, une **relation d'ordre**, c'est une question de « **qui** $\mathcal{R}$ **qui** » et « **qui** $\mathcal{R}^{-1}$ **qui** », où $\mathcal{R}^{-1}$ est la **relation réciproque** de $\mathcal{R}$.

Et pour qu'on puisse parler d'**ordre**, c'est évidemment que l'on considère deux choses **différentes** ou **distinctes x** et **y**, sinon la notion d'**ordre** n'a pas vraiment son importance, si l'on ne parle que d'une **chose unique**, d'**une seule identité**. La notion d'**ordre** intervient donc chaque fois qu'on a deux **identités distinctes**, ce qui ne veut pas dire que le **contraire** de la notion d'**ordre** c'est l'**identité**, ou que l'**identité** est le **contraire** de l'**ordre**. Car le **contraire** de l'**identité** c'est simplement la **différence** ou la **distinction**, et le **contraire** de la **différence** est l'**identité**. On est simplement en train de dire qu'il faut une **différence** ou une **distinction** pour qu'on puisse commencer à parler d'**ordre**, et donc aussi de l'**équivalence** ou de l'**égalité**.

Car justement, le **contraire** de l'**ordre**, c'est l'**égalité** ou l'**équivalence**, qu'il ne faut plus systématiquement confondre avec l'**identité**. Si nous avons deux choses **différentes** ou **distinctes** **x** et **y**, alors on peut envisager un certain **ordre** $\mathcal{R}$ avec **x** et **y**. Alors on a soit l'**ordre** : « **x** $\mathcal{R}$ **y** », qu'on peut interpréter comme on veut, à savoir par exemple : « **x est avant y** », « **x est plus petit que y** », « **x est un élément de y** », « **x est dans y** », etc.. Ou on a soit la **réciproque** de l'**ordre**: « **x** $\mathcal{R}^{-1}$ **y** », qui revient exactement à dire « **y** $\mathcal{R}$ **x** » (c'est-à-dire à **inverser** l'**ordre** $\mathcal{R}$). Dans nos exemples, la réciproque voudrait dire: « **x est après y** », « **x est plus grand que y** », « **x est un ensemble de y** », « **x contient y** », etc..

Et maintenant, la **relation d'équivalence** (qu'on détaillera après donc) dit simplement que si l'**ordre** $\mathcal{R}$ **importe peu**, si donc chaque fois qu'on a « **x** $\mathcal{R}$ **y** » on a aussi la **réciproque** « **y** $\mathcal{R}$ **x** » et vice-versa, c'est-à-dire « **x** $\mathcal{R}^{-1}$ **y** », alors c'est que **x** et **y** sont **équivalents** par cette **relation** $\mathcal{R}$, il sont **égaux** par cette **relation** $\mathcal{R}$, autrement dit cette **relation** $\mathcal{R}$ (qui peut tout à fait continuer à être un **ordre** pour d'autres couples d'éléments) est une **relation d'équivalence** ou d'**égalité** pour **x** et **y**.

La logique est exactement comme de dire: « *Là-bas, dans leur pays, la **différence** de **richesse** est un **problème**, c'est chez eux un motif pour l'un pour dominer l'autre. Mais chez nous, la **différence** de **richesse** n'est absolument aucun problème, on est **égaux**, et pour cela aussi on est **solidaire*** ». Et on peut remplacer la **différence** de **richesse** par n'importe quelle autre forme de **différence**, la logique est la même.

Et (c'est très important aussi), l'**égalité**, pour qu'elle ait tout son sens, ne demande nullement que **x** et **y** soient **identiques**, ne soient pas **différents** ou **distincts**. Autrement, l'**égalité** n'exige nullement qu'on ne parle que de **x** et **x**, donc d'une seule **identité**, d'une **seule chose x** en présence. Dans ce cas la **relation d'ordre**, donc d'**égalité**, n'a plus son sens, puisque justement elle est déjà assurée par l'**identité** de **x** avec **x**, c'est-à-dire on a déjà et toujours: « **x = x** ».

Mais l'intérêt de l'**égalité** (qu'on ne confond plus avec l**'identité**, hein?), c'est bien quand **x** et **y** sont **différents** ou **distincts**! Par exemple, la notion d'**égalité homme-femme**, **riche-pauvre**, **blanc-noir**, etc., n'aurait aucun sens si n'y a pas une **différence** ou une **distinction** sous-jacente. C'est bien elle qu'on déclare **indifférente**, **indifférence** qu'on appelle précisément l'**équivalence** ou l'**égalité**.

Le **contraire** de l'**ordre** est donc bel et bien l'**équivalence** ou l'**égalité**, et vice-versa. Par conséquent, il faut bien comprendre la logique de l'**ordre**, pour comprendre de ce fait la logique de l'**équivalence** ou de l'**égalité**, qui est la **suppression** de cet **ordre**, ou en tout cas de l'importance qu'on peut accorder par ailleurs à cet **ordre** ou à cette **hiérarchie**. C'est l'**ordre** des **identités** concernées qu'on supprime pour établir une **équivalence** ou une **égalité**, et non pas la **différence** ou la **distinction** entre les **identités**. La **différence** existe, et elle est très importante pour la **diversité**, elle ne sert même qu'à cela. Mais pour la logique de l'**équivalence**, cette **différence** importe peu.

b) Relation d'ordre dans un ensemble E

La **relation d'ordre** est capitale avec les nombres, c'est même une caractéristique essentielle des **nombres**. Avec les **nombres entiers naturels** ou les **nombres omégaréels**, la **relation d'ordre** de référence est la relation d'**infériorité**, notée « $<$ » pour l'**infériorité stricte**, et lu « **strictement inférieur à** » ou simplement « **inférieur à** ». Et on a la relation d'**infériorité large**, notée « $\leq$» et lu « **inférieur ou égal à**». On a leurs **réciproques**, la relation de **supériorité**, ou la **supériorité stricte**, notée« $>$ », et lue «**strictement supérieur à**», ou simplement «**supérieur à**». Et on a la relation de **supériorité large**, notée « $\geq$» et lu «**supérieur ou égal à**». Quand nous parlerons de relation d'**infériorité** ou de **supériorité** sans aucune précision, il s'agira de la relation stricte.

Mais ces notations de la **relation d'ordre** sont générales pour toute relation d'o**rdre** $\mathcal{R}$ dans un ensemble **E** donné, même si l'ordre concerné n'est pas l'infériorité ou la supériorité. Par exemple, considérons l'ensemble: **E = {1, 2, 3, 4}**, avec cet ordre de référence de ses éléments. On peut lui conférer par exemple l'ordre: **E = {3, 1, 4, 3}**. On note donc : $\mathbf{3 < 1 < 4 < 3}$, pour cet ordre considéré sur **E**, même s'il ne s'agit pas de la relation d'infériorité de référence.

Comme on l'a montré précédemment, toute chose dans l'**Univers** est un **nombre**, toute chose est **numérique**, toute chose est une **information**. On traite donc de la **relation** entre les **choses**, qui est la **relation** entre les

informations, et qui est la **relation** entre les **nombres**. Quel que soit l'ensemble **E** dont on parle, il ne s'agit donc fondamentalement que de cela, et à plus forte raison quand on parle de l'ensemble des **nombres entiers naturels**, et plus généralement de l'**ensemble des ordinaux** (en fait dans le paradigme de l'**équivalence** on ne sépare plus la notion de **nombre entier naturel** et celle d'**ordinal**), notion d'**ordinal** qui justement, plus qu'aucune autre notion, est l'incarnation même de la notion d'**ordre**.

Les ordinaux sont les **ensembles ordonnés** par excellence, et ils servent à **ordonner** les autres **ensembles**, dans leur relation avec eux. Là où on parle d'**ordre**, là obligatoirement se cachent quelque part les **ordinaux**, c'est simplement d'eux qu'on parle, soit intégralement avec leur **structure** d'**ordre** qualifiée fort justement actuellement de « **bon ordre** », soit seulement d'un aspect plus ou moins partiel de leur **ordre**. Et tout simplement, tout ensemble **E**, quel qu'il soit, est quelque part un **ensemble** d'**ordinaux**, il est formé à ses différents niveaux d'appartenance de tout ou partie des **ordinaux**, et c'est pour cela aussi que l'ensemble **E** va acquérir tout ou partie des propriétés du « **bon ordre** » des **ordinaux**.

Et j'irai plus loin encore en faisant maintenant découvrir une notion d'**ordre** des **ordinaux** encore plus fondamentale, plus profonde, plus juste, que l'habituelle notion de « **bon ordre** », qui est déjà un bon et très puissant concept. Mais il y a mieux, nettement mieux! Nous allons découvrir la notion d'« **ordre parfait** » des **ordinaux**, le **vrai ordre**, celui des **vrais ordinaux**. Car les vrais **ordinaux**, ceux de l'**Univers**, incluent forcément l'**infini** ω en tant que **nombre** à part entière et le chef d'orchestre même des **nombres**.

DÉFINITION
Soit un ensemble **E** et une relation binaire $\mathcal{R}$ dans **E**, et une relation d'**égalité** dans **E**, notée « = ». Et à défaut la relation d'**égalité** est l'**identité** de **E**, et alors la notation « $\neq$ » désignera la relation de **différence**. On dit que la relation $\mathcal{R}$ est une **relation d'ordre** dans **E** si elle vérifie les propriétés suivantes:

1) **Réflexivité** : pour tout élément **x** de **E**, on a : $x \mathcal{R} x$;
2) **Anti-symétrie** : pour deux éléments **x** et **y** de **E**, si $x \mathcal{R} y$, et si $y \mathcal{R} x$, alors $x = y$;
3) **Transitivité** : pour trois éléments **x**, **y** et **z** de **E**, si $x \mathcal{R} y$ et si $y \mathcal{R} z$, alors $x \mathcal{R} z$.

Remarques:
La seconde propriété appelée l'**anti-symétrie** est ce qui différencie une **relation d'ordre** avec une **relation d'équivalence**, la première propriété (la **réflexivité**) et la troisième propriété (la **transitivité**) étant communes aux deux relations. C'est ici que se situe le lien très étroit entre les deux relations, ce qui fait comprendre leur logique.

On voit d'abord que l'**anti-symétrie** fait appel à l'**égalité** « = » qu'on s'est donnée. D'elle dépend donc cette **relation d'ordre** $\mathcal{R}$, et vice versa, et il n'y a aucune raison que cette **égalité** soit systématiquement l'**identité**. Dans le cas général où l'**égalité** n'est pas l'**identité**, cela veut dire alors que la relation d'ordre définie porte sur les **classes** de l'**équivalence** ou de l'**égalité** définie.

Et ensuite, il faut dire que l'appellation « **anti-symétrie** » de cette seconde propriété n'est pas très appropriée car elle ne permet pas de comprendre le vrai sens de cette propriété et de la relation d'ordre dont elle fait partie. On devrait appeler cette propriété la **réciprocité**, par exemple, car ce qu'elle veut dire très profondément, c'est que si l'**ordre** $\mathcal{R}$ est **réciproque** pour **x** et **y**, c'est que **x** et **y** sont **équivalents** ou **égaux**:

$$x \mathcal{R} y \text{ et } y \mathcal{R} x \Rightarrow x = y.$$

Dans la conception **identitaire** actuelle des choses, cette très importante propriété ne s'applique pas à l'ordre strict sur les nombres. On jugera illégal de dire :

$$x < y \text{ et } y < x \Rightarrow x = y.$$

Quelle étrange et fausse propriété, dira-t-on!

D'abord, dira-t-on, si $x < y$, alors **x** ne peut pas être **égal** à **y**. Autrement dit, si un nombre **x** est **strictement inférieur** à un nombre **y**, alors c'est que **x** et **y** sont **différents**, donc ne peuvent pas être **égaux**. Et ensuite, accessoirement, on dira aussi que si $x < y$, alors on ne peut pas avoir aussi $y < x$. C'est ici que réside l'idée de cette appellation d'« **anti-symétrie** », qui est que l'**ordre strict** sous-jacent à l'**ordre large** s'oppose à la

symétrie, et par conséquent si une relation d'ordre $\mathcal{R}$ vérifie: $\mathbf{x} \ \mathcal{R}\, \mathbf{y}$ **et** $\mathbf{y}\ \mathcal{R}\, \mathbf{x}$, alors d'abord forcément l'ordre $\mathcal{R}$ est **large**, il est de type « **inférieur ou égal** » ou « **supérieur ou égal** », et c'est à cette égalité incorporée a priori à $\mathcal{R}$, qui conduit à la conclusion « **x = y** », et surtout pas l'**ordre strict**, pense-t-on, car celui-ci ne peut que s'opposer à l'**égalité**.

Et pourtant, c'est justement à l'**ordre strict** qu'il faut appliquer cette propriété de **réciprocité**, comme on voit les choses dans la conception **équivalencielle**. Il y a en effet une logique très naturelle et universelle qui est derrière cela, et qui est par exemple que si en un sens je suis strictement inférieur à vous, et que dans un autre sens je suis strictement supérieur à vous (autrement dit là c'est vous qui êtes strictement inférieur à moi), alors cette **réciprocité** produit une **égalité** entre nous. Il n'est pas nécessaire qu'il y ait au départ une égalité dans la relation d'infériorité ou de supériorité. Et justement il n'y en a pas, et c'est pour cela qu'il faut une **réciprocité** de l'**inégalité** pour rétablir l'**équilibre**, l'**équivalence**, l'**égalité**. Évident, non?

DÉFINITIONS

Soit un ensemble **E** et une relation d'ordre $\mathcal{R}$ dans **E**. On dit que $\mathcal{R}$ est une relation d'ordre **totale** dans **E** ou que **E** est totalement ordonné par $\mathcal{R}$, si pour tous éléments **x** et **y** de **E**, **x** et **y** sont **comparables** pour l'ordre $\mathcal{R}$, c'est-à-dire l'un au moins des énoncés « $\mathbf{x}\ \mathcal{R}\ \mathbf{y}$ » ou « $\mathbf{y}\ \mathcal{R}\ \mathbf{x}$ » est vrai.

Autrement dit, pour deux éléments **x** et **y** de **E**, on peut toujours dire si $\mathbf{x}\ \mathcal{R}\ \mathbf{y}$ ou si $\mathbf{y}\ \mathcal{R}\ \mathbf{x}$, et éventuellement les deux.

c) Ensemble bien ordonné et ensemble parfaitement ordonné

On arrive maintenant aux points clef de la **relation d'ordre**, qui touche les **ordinaux** et les **nombres**, et c'est ce qui nous intéresse plus particulièrement. Les **ordinaux** ou (ce qui revient au même en logique équivalencielle) les **nombres entiers naturels**, sont les cas **canoniques** en matière d'**ordre**. C'est d'eux que toute notion d'**ordre** dépend.

DÉFINITION
Soit un ensemble **E** et une relation d'ordre $\mathcal{R}$ dans **E**. On dit que $\mathcal{R}$ est une relation de **bon ordre** dans **E**, ou que **E** est **bien ordonné** par $\mathcal{R}$, si toute partie non vide **A** de **E** possède un **plus petit élément** $\mathbf{a_0}$, appelé l'**alpha** de **A**. Et l'ordre $\mathcal{R}$ est dit **universel** ou **parfait**, si en plus d'être un **bon ordre**, toute partie non vide **A** de **E** possède un **plus grand élément** $\mathbf{a_\omega}$, appelé l'**oméga** de **A**.

THÉORÈME
Tout ensemble **bien ordonné E**, et à plus forte raison si son **ordre** est **parfait**, est **totalement ordonné**.

En effet, deux éléments **x** et **y** de **E** sont toujours comparables, puisque la paire **{x, y}** est une partie de **E**, et comme il est bien ordonné, cette paire a un plus petit élément, donc il est plus petit que l'autre, s'ils sont distincts, et s'il est l'unique élément, la question est résolue d'office par la réflexivité de l'ordre.

On ne considérera désormais que des ensembles **E** au moins **bien ordonnés** par une relation $\mathcal{R}$ une égalité « = » associée. Et très bientôt, après des définitions préliminaires, on ne considérera plus que des ensembles **parfaitement ordonnés**. La relation $\mathcal{R}$ sera maintenant notée «≤» et sa réciproque «≥». Et les relations « < » et « > », appelées les relation d'ordre stricts associées, signifieront respectivement : « $\mathbf{x \leq y}$ **et** $\mathbf{x \neq y}$ » et « $\mathbf{x \geq y}$ **et** $\mathbf{x \neq y}$ », où « ≠ » est la relation contraire de l'**égalité** « = » définie sur **E**, relation contraire qui par définition est la notion de « **différence** » ou de « **distinction** » associée à l'**égalité** « = ». A défaut, comme déjà dit, l'**égalité** « = » est l'**identité**, et donc la relation « ≠ » est la relation de **différence** ou de **distinction** de référence, à savoir « <> ».

Désormais, on parlera simplement d'**ensemble ordonné**, **bien ordonné** ou **parfaitement ordonné E**, sans préciser la relation qui ordonne **E** ou l'**égalité** définie sur **E**, étant sous-entendu qu'on le sait.

THÉORÈME

Si **E** est un ensemble non vide **parfaitement ordonné**, il a un plus petit élément $\mathbf{e_0}$, qui est donc son **alpha**, et un plus grand élément $\mathbf{e_\omega}$, qui est donc son **oméga**. Tout élément **x** de **E** autre que l'**oméga** a un **successeur** dans **E**, noté : **x+1**, et tout élément de **E** autre que l'**alpha** a un **prédécesseur** dans **E**, noté : **x-1**.

En effet, **E** est une partie de **E**, et étant non vide, il a un élément **alpha** $\mathbf{e_0}$ et un élément **oméga** $\mathbf{e_\omega}$. Soit un élément **x** de **E** qui n'est pas l'**oméga** $\mathbf{e_\omega}$. La partie B des éléments de **E** strictement supérieurs à **x** n'est donc pas vide, puisqu'elle contient au moins $\mathbf{e_\omega}$. Elle a alors un plus petit élément, qui est le **successeur x+1** de **x** cherché. Et si **x** n'est pas l'**alpha** $\mathbf{e_0}$, la partie A des éléments de **E** strictement inférieurs à **x** n'est donc pas vide non plus, puisqu'elle contient au moins $\mathbf{e_0}$. Cette partie A a un plus grand élément, qui est le **prédécesseur x-1** de **x** cherché.

On en déduit très facilement que **E** est de la forme: $\mathbf{E = \{e_0, e_0+1, e_0+2, e_0+3, \dots , e_\omega-3, e_\omega-2, e_\omega-1, e_\omega\}}$.

THÉORÈME
Si une relation ≤ est un **ordre parfait** sur un ensemble **E**, alors aussi sa **réciproque ≥** est un **ordre parfait** sur **E**.

Évident, étant donné le rôle **symétrique** que joue l'**alpha** et l'**oméga** dans la définition d'un **ordre parfait**, et c'est justement l'un des intérêt de cet ordre, à savoir l'**ordre** dans le sens de l'**alpha** à l'**oméga**, appelé l'**ordre anitif**, et l'**ordre** dans le sens **inverse**, de l'**oméga** à l'**alpha**, appelé l'**ordre antitif** ou l'**anti-ordre**, avec lequel donc c'est l'**oméga** qui devient l'**alpha** et l'**alpha** devient l'**oméga**. L'**alpha** et l'**oméga** jouent ainsi un rôle parfaitement **équivalent**. Cela va permettre justement (après quelques autres définitions préliminaires pour bien poser les bases des ordres parfaits) de poser l'**équivalence**: **alpha = oméga**, c'est-à-dire: $\mathbf{e_0 = e_\omega}$, faisant ainsi de **E** un **ensemble cyclique**. C'est une **équivalence**, évidemment, pas une **identité**.

Remarque
Tout ensemble **fini E** au sens habituel, du terme, comme par exemple : **E = {5, 3, 1, 7, 0}**, ou **E = {p, s, a, c, e, z, o, r, m, d, q, i}**, l'un de 5 éléments et l'autre de 12 éléments, avec leurs éléments à prendre dans l'ordre $\mathcal{R}$ indiqué, est **parfaitement ordonné**. On peut en effet ordonner les éléments de tout ensemble **fini E** selon un certain ordre $\mathcal{R}$, avec forcément un **premier élément** et un **dernier élément**, **5** et **0** pour le premier exemple, et **p** et **i** pour le second. Et il est clair aussi que tout sous-ensemble **A** non vide de **E**, dont les éléments doivent apparaître dans le même ordre, comme par exemple **A = {3, 1, 0}** pour le premier exemple et **A = {c, r, d, i}}** pour le second, a aussi un premier et un dernier élément, étant forcément fini lui aussi. Un ensemble fini E donc, quel que soit l'ordre $\mathcal{R}$ de ses éléments, est **parfaitement ordonné** par cet ordre.

C'est donc les ensembles **infinis** que les définitions visent, et le but est de pouvoir dire, que malgré les apparences, ils sont eux aussi toujours **parfaitement ordonnés**, et ce quel que soit leur **ordre** ! On aurait du mal à l'accepter en voyant par exemple l'ensemble classique des nombres réels $\mathcal{R}$, qu'on appelle la **droite réelle**.

Mais l'impression qu'un **segment**, une **droite**, un **carré**, un **plan**, etc., n'est pas **parfaitement ordonné**, avec un premier et un dernier élément, et de même pour n'importe lesquelles de leurs parties, est illusion, due à une mauvaise conception des choses. On a décidé qu'il ne peuvent pas avoir d'ordre parfait, ou que l'ensemble : **N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, …}**, a un premier élément mais pas de dernier élément, ou encore qu'il existe un premier ordinal mais que le dernier ordinal ne peut exister. C'est la **négation** ou la **logique identitaire** qui a décidé cela, et nous sommes pas obligés de rester dans cette logique ou de fonctionner avec la **négation**.

Malgré les apparences donc, l'ensemble **N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, …}** est parfaitement ordonné, même si l'on ne « voit » pas le **dernier élément ω**, aussi clairement qu'on voit le **premier élément**, à savoir le **0**. Le **dernier élément** est aller chercher à l'**infini**, et il faut savoir aller le chercher, et un des moyens de la faire est de définir l'**ordre parfait**, comme nous le faisons. Et on peut constater très facilement que les définitions posées ne permettent pas justement de distinguer les ensembles **parfaitement ordonnés finis** des **infinis**, car cette notion d'**ordre parfait** a précisément pour but d'unifier les deux notions, c'est-à-dire de permettre aux ensembles **infinis** de se comporter exactement comme les ensembles **finis**. Le fait que la définition ne permette pas de distinguer les deux notions est la preuve l'ensemble **E** peut être **fini** comme **infini**, sinon la définition permettrait de séparer les deux cas, et par la même occasion fournirait un moyen de définir la notion de **fini** ou d'**infini**. Mais force est de constater qu'on a beau tourner la chose comme on veut, l'ordre parfait ne fait pas cette séparation, si bien qu'on est obligé de le forcer à le faire.

DÉFINITION

Soit **E** un ensemble **parfaitement ordonné**. Et étant donné tout élément **x** de **E**, on appelle l'**ordinal x** l'**ensemble** de tous les éléments de **E strictement inférieurs** à **x**. On l'appelle habituellement aussi le **segment initial x**, noté S_x **(E)** ou simplement S_x, s'il n'y a aucune ambiguïté sur l'ensemble **E** dont on parle. On le notera aussi : $[e_0, x[_E$ ou simplement $[e_0, x[$, pour dire donc qu'on parle de tous les éléments de **E strictement inférieurs** à **x**, de l'**ensemble** de tous ses **prédécesseurs** donc, qu'on peut noter aussi: $x = \{e_0, e_0+1, e_0+2, e_0+3, \dots , x-1\}$.

Et par définition aussi, l'ensemble **E** lui-même est appelé l'ordinal: $e_\omega+1$, où e_ω est donc le **dernier élément** de **E**. On a donc : $E = e_\omega+1 = [e_0, e_\omega+1[= [e_0, e_\omega] = \{e_0, e_0+1, e_0+2, e_0+3, \dots , e_\omega-3, e_\omega-2, e_\omega-1, e_\omega\}$.

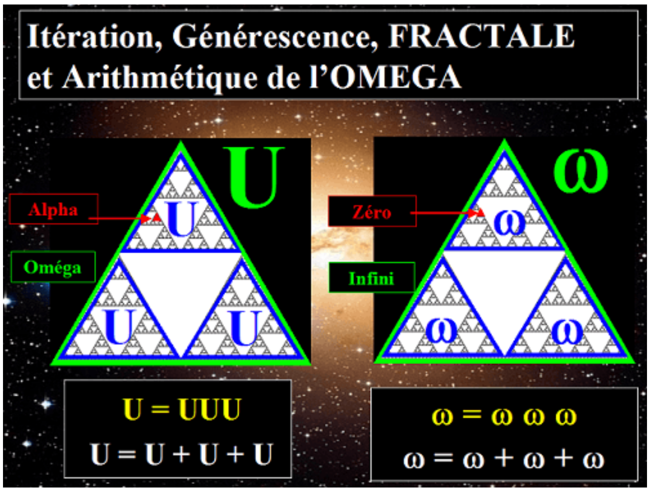
S'il n'y a aucune ambiguïté sur l'ensemble **E** dont on parle, il sera noté: $E = \{0, 1, 2, 3, \dots, \omega-3, \omega-2, \omega-1, \omega\}$. En effet, il se comporte formellement comme les **ordinaux**, tout simplement. Notations qui se justifient par anticipation, à cause de la définition qui va suivre, qui le but principal de la définition de la notion d'ordre parfait.

DÉFINITION

Soit **E** un ensemble **parfaitement ordonné**. On dit que **E** est un **ensemble infini** à **oméga dynamique**, ou une **demi-droite orientée** vers l'**oméga**, ou encore un **segment élastique** à extrémité **oméga dynamique**, si tous ses éléments sont **distincts** deux à deux et si tout élément de **E** a un **successeur**.

Intuitivement donc, si tous ses éléments de **E** sont **distincts** deux à deux (on a dit **distincts**, c'est-à-dire **non identiques**, ce qui ne veut pas dire qu'ils ne peuvent pas être **équivalents** ou **égaux**), on s'assure ainsi qu'il n'y a pas de **cycle** ou de **boucle** à l'intérieur de **E**, que tous ses éléments sont bien « alignés », du premier au dernier, comme sur une droite. Et si **tout élément** de **E** a un **successeur**, alors cet ensemble, qui est forcement de la forme: $E = \{e_0, e_0+1, e_0+2, e_0+3, \dots , e_\omega-3, e_\omega-2, e_\omega-1, e_\omega, e_\omega+1, e_\omega+2, e_\omega+3, \dots\}$, avec un petit souci vers la fin, qu'il faudra régler, et qui est aussi l'un des nœuds de toute la question de l'**ordre** des **ordinaux**, donc des **ordinaux** tout simplement. Ce qui importe est que cette définition qui dit que tout élément a un successeur et que tous les éléments sont distincts, a pour conséquence que la liste des éléments se poursuit indéfiniment. Mais alors cela voudrait dire que même le dernier élément e_ω a un **successeur**, et même une infinité d'éléments après lui, donc du coup n'est pas le **dernier**, ce qui semble contradictoire pour la pensée raisonnant avec l'**identité** et la **négation**. Pour cette vision des choses, c'est bel et bien un paradoxe, celui du « **dernier entier** » ou du « **dernier ordinal** »,

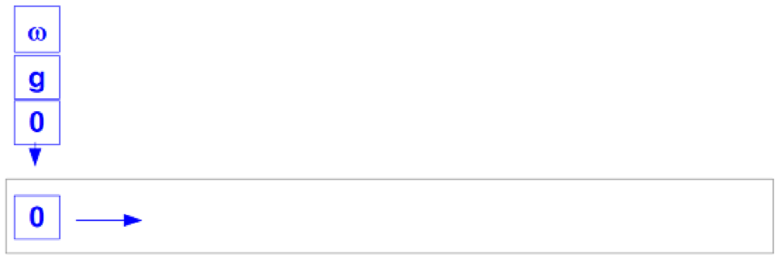
C'est donc le classique paradoxe du **dernier entier** ou du **dernier ordinal**, comme le paradoxe de Burali-Forti, qu'on a analysé. Et alors aussi on a vu que la solution est dans la logique de l'**équivalence,** de la **fractale**, du **cycle**. Le **dernier ordinal**, l'**oméga**, l'**infini** ω, est par définition l'**ordinal plus grand** que lui-même, qui est **plus petit** que lui-même, qui est avant lui-même, après lui-même, etc.



L'une des manières de dire tout cela est: $\omega \in \omega$, et plus simplement : $\omega = \omega+1$. Autrement dit, e_ω est son propre **successeur**, c'est-à-dire : $e_\omega = e_\omega + 1$. Intuitivement, il est tellement grand que lui ajouter **1** ne le change plus, ω et $\omega+1$ deviennent **équivalents**, ω est même **équivalent** à son double, à son triple, etc., et même à son carré, à son cube, etc.. Mais plus simplement la définition précédente est une manière de dire que l'ordre parfait **infini** dont on parle est **fractal**, donc est aussi un **Cycle** ω, avec ω **infini**.

Et plus simplement encore, cela veut dire que la réponse au problème (si problème il y a) se trouve dans la définition elle-même : le **dernier élément** de **E**, $\mathbf{e}_\omega$ donc, n'est pas **statique**, comme on voit les **ordinaux** et les **nombres** dans la pensée identitaire, mais **dynamique**! Cela signifie qu'il faut voir **E** comme un objet d'**élasticité infinie**, dont la taille est au départ son élément $\mathbf{e}_0$, c'est-à-dire au départ on a : $\mathbf{E} = \{\mathbf{e}_0\}$. L'élément est alors à la fois l'**alpha** et l'**oméga**. Puis l'ensemble **E** s'étire pour avoir 2 éléments, donc : $\mathbf{E} = \{\mathbf{e}_0, \mathbf{e}_1\}$, l'élément $\mathbf{e}_0$ restant fixe, et maintenant un élément $\mathbf{e}_\omega$ apparaissant distinctement de $\mathbf{e}_0$, et $\mathbf{e}_\omega$ est à cette étape de la progression $\mathbf{e}_1$. A l'étape suivante l'ensemble devient : $\mathbf{E} = \{\mathbf{e}_0, \mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2\}$, et $\mathbf{e}_\omega$ étant maintenant $\mathbf{e}_2$, puis $\mathbf{E} = \{\mathbf{e}_0, \mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3\}$, et est maintenant $\mathbf{e}_3$, et $\mathbf{e}_\omega$ étant maintenant $\mathbf{e}_3$, et ainsi de suite. L'élément **oméga** varie donc, il est un **nombre variable**, **dynamique**, et non pas constant, statique. L'ensemble **E** a bel bien toujours un **premier** et un **dernier élément**, tous les éléments sont distincts, tous ont un successeur, ce qui veut dire que l'**élément oméga** a lui aussi un successeur, $\mathbf{e}_\omega + \mathbf{1}$, qui est sa valeur à l'étape suivante. Il est le dernier élément actuel, et il est le dernier élément suivant, et il est toujours le dernier élément, mais cet élément est **variable**, il est en perpétuelle évolution.

On résume cela en disant qu'il est son **propre successeur** : $\mathbf{e}_\omega = \mathbf{e}_\omega + \mathbf{1}$. C'est la définition de la notion d'**infini** dans la bonne conception des **ordinaux** de la relation de **bon ordre**, qui, vu ainsi, est appelé l'**ordre parfait**. Voyons ce que cela donne avec les **nombres entiers naturels** :



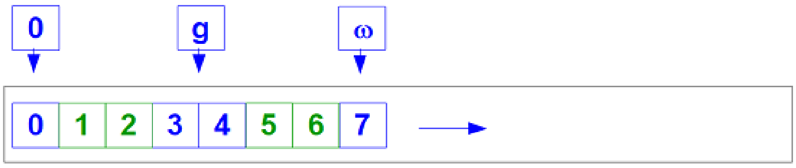
A l'étape **0** donc, l'**alpha** (**0**) et l'**oméga** (**ω**), se confondent en un seul élément, **0**, et **g**, appelé **point de génération** pour des raisons que l'on comprendra avec les étapes suivantes, est toujours le milieu de l'**alpha** et l'**oméga**, là où les **nombres** naissent ou se **génèrent**, pas à pas, étape par étape, instant à après instant (en comparant la situation à un phénomène qui évolue dans le temps). A l'étape suivante, l'étape de l'ordinal **1**, on a :

L'**alpha** et l'**oméga** se distinguent, et à partir de ce moment dans cette version de l'**ordre parfait infini**, orientée vers l'**oméga** ou dont l'**oméga** est **dynamique**, l'**alpha** reste fixe, mais c'est l'**oméga** qui varie. Le **point de génération g** est ici **0,5**. Et voici la situation à l'étape de l'ordinal **2** :

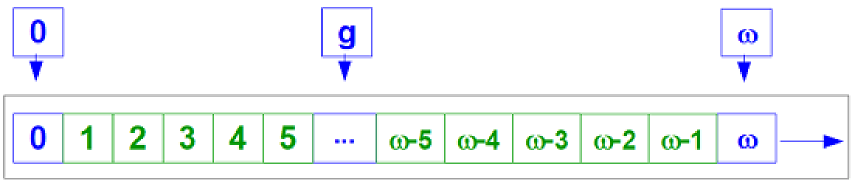
L'élément **ω** est donc maintenant **2** et **g** est **1**. Et la situation à l'étape de l'ordinal **3** :

Et la situation à l'étape de l'ordinal **4** :

Quand on dit que l'**ensemble des entiers naturels** est **N = {0, 1, 2, 3, 4, ...}**, en arrêtant la liste des **nombres** à **4** et en indiquant par le symbole du **gener** « **...** » que la liste continue jusqu'à l'**infini**, cela signifie tout simplement que l'on prend la photographie de l'ensemble **N** à l'instant de l'ordinal **4**, donc la situation ci-dessus où **ω** est **4**, où le **point de génération** pointe sur **2**, et on comprendra mieux la signification de ce point à la fin, avec la formule finale. On accélère un peu maintenant et on passe à l'étape de l'ordinal **7** :



Cela veut dire donc que l'ensemble **N**, s'il est défini à cette étape, est : **N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...}**. Et maintenant, allons directement à la formule finale, l'étape de l'ordinal **ω**, qui résume toutes les étapes :



Voilà donc tout le sens de l'**ordre parfait** dont nous parlons, qui est la bonne conception des **ordinaux**, qui décrit leur véritable nature et logique, qui est donc **dynamique** et non pas **statique**. Là, **ω** pointe sur sa propre identité, il nous montre qu'il est le **dernier nombre**, mais que ce nombre est **variable**, **dynamique**, ce qui veut dire qu'il est son propre successeur : **ω = ω + 1**. Il est clair que malgré les apparences, l'ensemble des nombres entiers tels qu'on le représente habituellement : **N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...}**, et comme aussi il nous arrive souvent de le définir, a bel et bien un **dernier élément**, oui il existe bel un **dernier nombre entier naturel**, pour peut qu'on regarde enfin les nombres avec la bonne logique, qui est la logique **dynamique**, ce qui revient à dire une logique **équivalencielle**, une logique d'**alternation**, et non plus d'**identité** ou de **négation**.

Car il faut bien avoir une pensée de l'**équivalence** pour ne pas répugner à dire une **égalité** comme : **ω = ω + 1**, synonyme de: **0 = 1**, et plus généralement de la chaîne d'**égalités**: **0 = 1 = 2 = 3 = 4 = … = ω-4 = ω-3 = ω-2 = ω-1 = ω** . Cette chaîne égalités est tout simplement la manière la plus mathématique de dire que est une **variable**, car **ω** dans cette écriture n'est plus un artifice mathématique, une simple lettre à laquelle on affecte des valeurs numériques mais qui n'a pas vraiment de statut numérique défini. Et l'**infini ω** est un **nombre** à part entière, une **identité numérique**, une **constante**, au même titre que tous les autres **nombres**, toutes les autres **identités numériques**, toutes les autres **constantes**. Il se calcule exactement comme eux, avec eux, dans une seule arithmétique et algèbre, sauf que c'est lui qui instaure les vraies règles de cette arithmétique et de cette algèbre commune, qui est l'**équivalence** et l'**alternation**, ce qui n'exclut pas l'**identité** ou la **négation**.

Mais l'**identité** et la **négation** aussi n'évincent plus l'**équivalence** et l'**alternation**, mais se cantonnent à ce qui est leur rôle, qui est précisément de définir les **identités**, de les **distinguer**, de dire par exemple que **1** et **2** sont **différents**, que chacun **est** lui-même (c'est-à-dire n'est **identique** qu'à lui-même), l'**un *n'est pas*** l'**autre** (donc **négation**), et vice-versa. Quand donc la **négation** se contente d'accompagner l'**identité** pour exprimer la **distinction** ou la **différence**, autrement dit le **non-être** mais au sens juste de la **distinction** ou de la **différence**, il n'y a aucun souci, la **négation** (ou l'**identité**, qui est l'**égalité** qui lui est synonyme) est dans son rôle, elle est juste relative et non pas absolue. Elle n'empêche pas de dire qu'un nombre puisse être le dernier, et même temps qu'il y ait des nombres après lui. Elle ne hurle pas au paradoxe et ne sort pas un carton rouge pour cela.

Car il y a une infinité de façons d'être le dernier et pourtant d'avoir une suite après soi. La plus simple et la plus naturelle est sans doute le **cycle**, qui consiste à dire par exemple que 24h est la dernière heure du jour, et pourtant aussi il existe une 25ème heure, qui commence le **cycle** suivant. Ou de dire que le 31 décembre est le dernier jour de l'année, et pourtant il existe après lui un premier janvier. Et l'autre très importante manière d'être le dernier ou le plus grand, et pourtant d'avoir plus grand que soi. C'est la **fractale**, qui plus grande qu'elle-même et plus petite qu'elle-même. Et aussi une manière, évidemment liée à celles-là, d'être le dernier et pourtant de ne pas l'être, est l'**auto-appartenance**, ce qui est le cas de l'**Univers TOTAL**, et le cas du **nombre ω** , qui reflète simplement la logique de l'**Univers TOTAL** d'être le **nombre** élément de lui-même, ce qui dans le cas des ordinaux veut dire qu'on est plus petit que soi-même.

Nous avons posé les définitions de manière à nous assurer que le phénomène **cyclique** ne se manifeste pas avant d'avoir atteint un nombre que l'**identité** puisse qualifier d'**infini**, autrement dit d'avoir donné une **identité** propre à tous les **nombres** et aussi au nombre **infini ω** (**oméga**). Avec le **cycle 24** par exemple, on a les nombres distincts de **0** à **23**, et au nombre **24** on retombe à **0**, sans avoir permis au nombre **25** d'avoir une identité. Celle-ci est obtenue dans un cycle plus grand, **60** par exemple, mais aussi à **60** on retombe à **0**, sans identité propre pour le nombre **61**, que son identité est celle de **1**. Il fallait donc simplement un **cycle infini**, un **cycle ω** donc, pour s'assurer d'avoir toutes les identités, avant de laisser opérer la logique **cyclique**. Et il suffit que soient **générées** toutes les **identités** des **nombres** sur un seul **cycle infini** (un **cycle ω** donc) pour avoir aussi du même coup généré toute l'infinité des **ordinaux infinis** (tous équivalents à **ω**, comme par exemple celui que nous notons **w**), car dans ce **cycle infini**, il y a effectivement une infinité de **nombres infinis**, qui vont graduellement des **grands nombres finis** comme par exemple le nombre de Graham qui est une bonne référence, au nombre **infini ω**, en passant par la gamme des nombres de base **w** (ceux définis avec les **omégaréels**), et après ceux-ci le compte à rebours final : **…, ω-5, ω-4, ω-3, ω-2, ω-1, ω**.

Après cela, pour la logique **cyclique**, le **cycle ω** est bouclé, et l'**égalité** de clôture est : **0 = ω**, qui est la manière le **cycle ω** de dire la même chose que le : **0 = 24** du **cycle 24**. Et alors en disant : **ω+1, ω+2, ω+3, ...**, on est en fait en train de dire de nouveau: **1, 2, 3, …**, exactement comme le faite de dire : **25, 26, 27, …**, en ce qui concerne le **cycle 24**, c'est dire : **1, 1, 3, …**. Mais pour la logique **fractale**, après le **nombre ω**, c'est un autre genre de cycle qui recommence aussi, qui est le **cycle multiplicatif**, qui est précisément ce que nous appelons la **fractale**, pour ne pas confondre avec le **cycle additif**, qui est le **cycle** à proprement parler. Avec la **fractale**, il faut parler de **modèle**, et ce qui recommence après le **modèle ω**, c'est un plus **grand modèle** du même **ω**. Les **modèles** au dessus de **ω** sont d'abord : **2ω**, **3ω**, **4ω**, etc., puis bien plus loin : **ω^2**, **ω^3**, **ω^4**, etc., puis : **ω^ω**, qui est **ω^ω** ou **ω^^2**, puis **ω^ω ^ω** ou **ω^^3**, puis **ω^^4**, etc., jusqu'à **ω^^ω** , qui est **ω^^^2**, et ainsi de suite. Et là on entre dans les **hyperopérateurs**, et il est inutile de continuer cette poursuite sans fin de l'infini, car on en fait on l'a déjà atteint avec **ω**. Toutes ces expressions avec **ω** et les **hyperopérateurs**, on les a en fait déjà dans le **cycle ω,** sous la forme des expressions avec **w** et les **hyperopérateurs**.

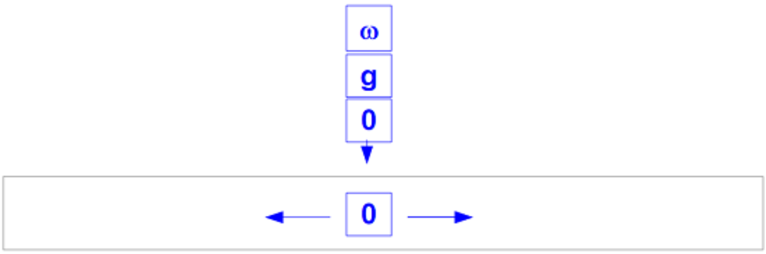
Tout ce qui est APRES **ω** est en fait déjà AVANT **ω**, dans le premier **modèle ω**. En continuant donc, on est tout simplement en train de reconstruire juste le **grand modèle** du même **ω**. Il nous faut maintenant juste bien comprendre ce qui se passe dans un seul **modèle** de la **Fractale ω** ou plutôt devrions-nous dire la **Généresccence**

ω, exactement comme il suffit de connaître tous les **ordinaux** dans un seul **Cycle ω**, pour dire à bon droit que l'on connaît **tous les ordinaux**, du **premier** jusqu'au **dernier**, de l'**alpha** à l'**oméga**.

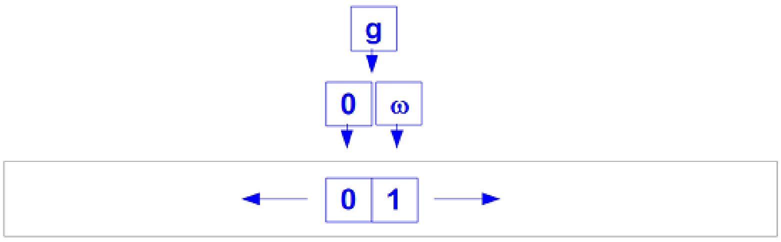
On peut donc tout à fait dire que l'ensemble des nombres entiers naturels est : **N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, …, ω-5, ω-4, ω-3, ω-2, ω-1, ω, ω+1, ω+2, ω+3, ...}**, en disant donc que **ω** est le **dernier nombre**, le **dernier ordinal**, et pourtant en lui donnant des successeurs, en disant donc que tout ordinal a un successeur (et même aussi un prédécesseur, comme on le verra), et pourtant sans que cela soit contradictoire! Il n'y a donc pas de paradoxe du **dernier ordinal** ou du **dernier entier**, mais simplement que les **ordinaux** sont **dynamiques**. Ils sont **cycliques** et **fractals**, autrement dit **cycliques** et **générescents**.

DÉFINITION
Soit **E** un ensemble **parfaitement ordonné**. On dit que **E** est un **ensemble infini** à **alpha** et **oméga dynamiques**, ou une **droite orientée** vers l'**alpha** et l'**oméga**, ou encore un **segment élastique** à extrémités **alpha** et **oméga dynamiques**, si tous ses éléments sont **distincts** deux à deux et si tout élément de **E** a un **successeur** et un **prédécesseur**.

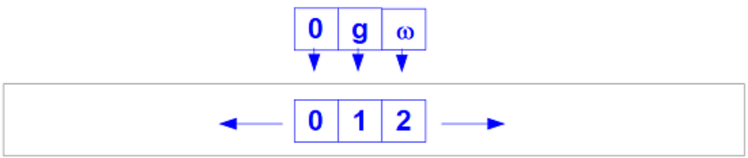
Comme maintenant dans les illustrations suivantes, en commençant par l'étape de l'ordinal **0** :



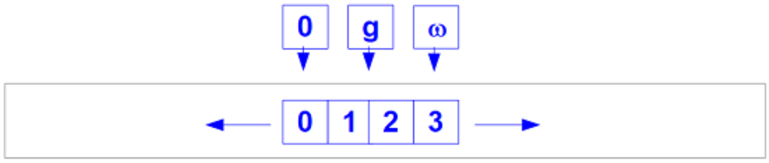
Etape de l'ordinal **1** :



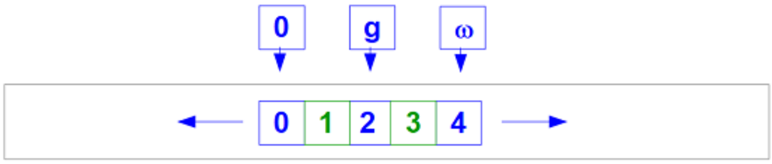
Etape de l'ordinal **2** :



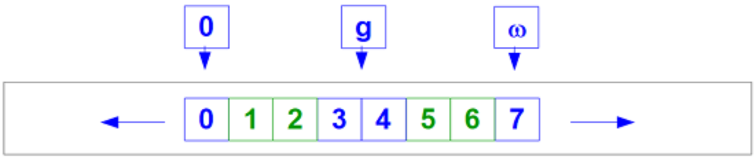
Etape de l'ordinal **3** :



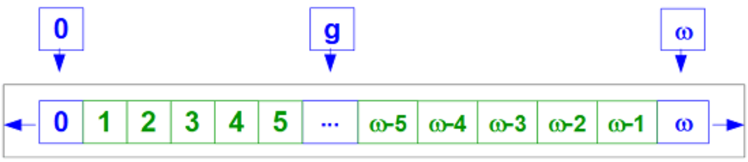
Etape de l'ordinal **4** :



Etape de l'ordinal **7** :



Et l'étape final, celui de l'ordinal **ω** :



Et il est alors évident que cette situation équivaut à l'ensemble **Z** (que dans ce cas nous appelons **Z_ω**) définit comme :

Z = {… , -ω, -(ω-1), -(ω-2), -(ω-3), …, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, …, ω-3, ω-2, ω-1, ω , ...}, avec deux **points de génération** donc, un dans les positifs et l'autre dans les négatifs , l'**alpha** étant **-ω** et l'**oméga** étant **ω**, les deux étant donc **dynamiques** (et plus de deux points de génération si l'on prolonge la liste avant **-ω** et après **ω**; mais nous avons expliqué pourquoi il n'est pas utile de faire une telle prolongation au-delà de la valeur absolue **ω**, car, en raison de la logique générescente et fractale des nombres, tout ce qui est au-delà de la valeur absolue **ω** est déjà avant elle, sous la forme de **w** par exemple). Ainsi donc, vraiment, tout élément a un **successeur** et un **prédécesseur**, et pourtant il y a toujours un **alpha** et un **oméga**.

Que ce soit avec l'**ordre parfait infini** à **oméga dynamique**, ou l'**ordre parfait infini** à **alpha** et **oméga dynamiques**, la **demi-droite** ou la **droite** donc, on s'aperçoit que toute partie **A** de l'ensemble **E** ayant ce type d'**ordre** a effectivement toujours un élément **alpha** et un élément **oméga**. En effet, si **E** est un ensemble fini, alors la question ne se pose pas. Mais s'il est infini, alors dire que qu'il est parfaitement ordonné revient à dire simplement que c'est un ensemble toujours **fini** mais simplement **dynamique**. Toute partie **A** de **E** que l'on considère est elle aussi toujours **finie**, mais **dynamique** comme **E**. Et étant **finie**, elle a donc toujours un **alpha** et un **oméga**.

Par exemple, considérons l'ensemble : **N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …}**. Nous avons compris maintenant le vrai sens à donner à cette écriture, à savoir la photographie d'un ensemble dynamique, l'instant **7** où l'oméga est **7**. Si l'on parle par exemple de la partie **A** de **N** des entiers pairs, on a : **A = {0, 2, 4, 6, …}**. Il s'agit d'un ensemble infini lui aussi, et on pourrait penser qu'il n'a pas de dernier élément, comme on le pensait pour **N**. Mais en fait, comme pour **N**, il a bel et bien un dernier élément, qui est la **dernière valeur paire** de l'**oméga dynamique**, donc un dernier élément lui aussi dynamique. Autrement dit, ce dernier élément est de la forme : **2ω**, et au fur et à mesure que **ω** progresse, en variant donc, il génère les **entiers pairs**. C'est le vrai sens de ce que nous faisons quand par exemple nous définissons une **suite v** par son terme général : $v_n = 2n$, ou quand nous définissons une **fonction f** par son expression : **f(x) = 2x**.

Comprenons maintenant que **ω** est le **nombre naturel**, la **constante naturelle**, la **constante universelle**, pour servir de **VARIABLE** ! C'est son **rôle**, c'est son **identité**, c'est sa **définition** même! Exactement comme les **objets 0**, **2** ou 5 ont leur **identité numérique**, des **constantes** qui doivent dans le cadre de l'**identité** jouer le rôle de **constante**, et aussi de **nombre fini**.

La définition des **ordres parfaits infinis** revient simplement à dire que l'**ordre** sur **E** est **parfait**, certes, que tous les éléments de **E** sont distincts donc non identiques, certes, que tous ont un successeur, certes, mais simplement que l'on considère sur **E** comme relation d'**égalité** la relation d'équivalence qu'est le **XERY** dans **E**. Il revient au même de dire que **E** est un ensemble statique entièrement formé, mais sur lequel on considère l'**équivalence universelle** (ou **égalité universelle**) qui fait du coup que tout élément est égal à son successeur et à son prédécesseur, que de dire que tout élément, et particulier le dernier élément, **varie**, est **dynamique**. C'est donc l'**équivalence** qui est la clef du **dynamisme** ou de la **variabilité** dont nous parlons: **0 = 1 = 2 = 3 = … = ω = ω + 1 = ω +2 = ω + 3 = ….**

Voici donc une chose assez étonnante : en raison du fait que **ω** est vraiment le **dernier ordinal**, le dernier **modèle** de la **fractale** (et ce qui est donc dû au fait que tout ce qui est après lui ou au-dessus de lui appartient à un plus grand **modèle** de la **fractale**, qui n'est autre que le même **ω**), est donc le plus **grand ordinal** qui soit, l'**infini absolu**. Et pourtant aussi, du fait qu'il soit la **VARIABLE** qui prend toutes les valeurs, chaque valeur des **ordinaux**, à commencer donc aussi par : **0, 1, 2, 3, 4, …**, il est à chaque étape un **ordinal fini**, en ce sens qu'il est un « simple » **nombre entier naturel**!

Autrement dit, il est un des éléments du bon vieil ensemble: **N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...}**, dont nous comprenons maintenant qu'il est **dynamique**, d'où son **ordre parfait**. Et non seulement cela, il est lui-même cet ensemble, qui est donc l'**ensemble de TOUS les ordinaux**, le **dernier Ordinal**, avec « **O** » majuscule. Il est élément de lui-même : **ω ∈ ω** (ce qui chez les **ordinaux** signifie être **plus petit** que soi-même, donc **plus grand** que soi-même), car il n'est autre que l'**Univers TOTAL U**, l'**Ensemble de TOUTES les choses**, qui est de ce fait élément de lui-même : **U ∈ U**. En logique **identitaire**, **statique**, de **négation**, etc., en logique **non cyclique** ou **non fractale**, tout cela est impossible, cela conduit à des paradoxes, comme le paradoxe de Russell ou de Burali-Forti. Mais en logique **équivalencielle**, **dynamique**, d'**alternation**, **cyclique**, **fractale**, il n'y a plus aucun souci, il n'y a plus qu'à apprécier de comprendre enfin ce que sont vraiment les **nombres** et comment ils fonctionnent.

3. Structure omégaréelle et omégacomplexe

a) La droite omégaréelle ou droite omégacomplexe, l'unique structure des nombres

Nous pouvons maintenant résumer tout ce qui précède en une synthèse qui est la **droite omégaréelle**, l'unique **structure** des **nombres réels**, l'**omégacorps** des **nombres omégaréels**, c'est-à-dire la **fractale** des **nombres omégaréels**. C'est aussi l'unique espace des **nombres complexes**, les **nombres omégacomplexes**. Et c'est aussi l'unique **espace vectoriel**, les **omégavecteurs**, les **omégapolynomes**, etc.. C'est un **espace** une **dimension 1**, et pourtant aussi c'est un espace ayant une **infinité** de **dimensions**, **ω dimensions**. Comment se fait-il?

Tout simplement parce que c'est un **espace cyclique** et **fractal**, autrement dit **cyclique** et **générescent**, ce qui veut dire **additif** et **multiplicatif**. Et puisque la **multiplication** n'est que l'**itération** de l'**addition**, et plus généralement comme tout **hyperopérateur** est une **itération** de l'**addition**, alors tout cela se résume à dire que c'est un espace **additif**, **cyclique**, **équivalenciel**. Rien d'étonnant à cela puisque nous venons de voir que **tous** les

nombres et même **toutes** les **choses** sont des **générescences**, des **informations unaires**, donc des **ensembles** qui consistent à **itérer** donc à **additionner** un certain même **unit u**.

Comme nous l'avons vu dans la Conclusion de la partie B, un omégaréel peut être noté: $\mathbf{x = \ \ x_i w^i}$, en adoptant la convention de sommation d'Einstein. Et plus généralement encore, les $\mathbf{w^i}$ sont tout simplement les vecteurs de base de l'espace vectoriel des applications de **R** dans **R**, et toute application **x**, qu'elle soit omégaréelle ou non, est une combinaison linéaire de ces vecteurs de base, et **x** s'écrit: $\mathbf{x = \ \ x_i w^i}$. Plus généralement encore, nous avons démontré que l'**Univers V** de tous les **ensembles unidaux** (**parenthésiques**), est l'**espace numérique** le plus grand qui soit, la notion de **nombre réel** dans toute sa généralité. **V** a une **structure fractale**, ce qui veut dire par exemple que **V** et $\mathbf{W = V^V}$ sont le même **ensemble**, qui n'est autre que **U**, l'**Ensemble de toutes les choses**. Il est donc l'unique **Univers numérique**, l'**Univers omégaréel**, celui dans lequel tout se passe. Il est **TOUTE** la **Réalité**, la **Réalité TOTALE**.
Pour tout **espace numérique E**, le **nombre** $\mathbf{w^1}$ ou **w** est toujours l'**application** de **E** dans **E**, le **vecteur** $\mathbf{(w^1{}_i)_{i\in E}}$ = $\mathbf{w^1{}_i \ \ w^i}$, donc, tel que $\mathbf{w^1(1) = w^1{}_1 = 1}$, et $\mathbf{w^1(\alpha) = w^1{}_\alpha = 0}$**,** pour tout élément $\boldsymbol{\alpha}$ de **E** différent de **1**. Et de manière générale, pour tout élément **d** de **E**, appelé un **degré**, $\mathbf{w^d}$ ou le vecteur $\mathbf{(w^d{}_i)_{i\in E}}$ est l '**application** de **E** dans **E**, telle que $\mathbf{w^d(d) = w^d{}_d = 1}$, et $\mathbf{w^d(\alpha) = w^d{}_\alpha = 0}$**,** pour tout élément $\boldsymbol{\alpha}$ de **E** différent de **d**. Et le vecteur $\mathbf{w^0}$ est $\mathbf{1_E}$. Et les vecteurs $\mathbf{w^d}$ sont les **vecteurs** de **base** du nouvel **espace numérique** $\mathbf{E^E}$, qui est donc au minimum un **espace vectoriel** sur **E**, c'est-à-dire dont les **scalaires** sont les éléments de **E**. Pour tout élément **x** de $\mathbf{E^E}$, pour tout **vecteur x** donc, on a: $\mathbf{x = \Sigma_{i\in E}\, x_i w^i}$, autrement dit, avec la convention de sommation d'Einstein ou la **sommation généralisée** définie dans la Conclusion de la partie B, on a: $\mathbf{x = x_i w^i}$, étant entendu qu'il n'y a aucune ambiguïté concernant l'ensemble des **indices i**, qui est **E**, et aussi l'ensemble des **scalaires** $\mathbf{x_i}$, qui est aussi **E**.

Mais si **E** est au moins un **corps** comme **Q**, **R**, **C** ou comme $\mathbf{R_\omega}$, alors aussi $\mathbf{E^E}$ est bien plus qu'un simple **espace vectoriel** sur **E**. Il est tout simplement un **espace numérique** exactement de la même nature que **E**, il est juste son **modèle** supérieur, c'est-à-dire la nouvelle version de **E**, dans la **structure fractale** qu'est **E**. Et: $\mathbf{w^0 = 1_E}$ est l'**élément neutre** de la **multiplication** dans le nouvel **espace numérique** $\mathbf{E^E}$ ainsi construit à partir de l'**espace numérique E**. Le nouvel espace est construit en considérant donc simplement les **applications** de **E** dans lui-même, qui sont donc de nouveaux **vecteurs**, et plus que cela, les nouveaux **nombres omégaréels**, construits à partir des **nombres omégaréels** de **E**. Ce sont de nouveaux **nombres omégaréels**, et pourtant aussi ce sont toujours les mêmes **nombres omégaréels** que l'on reconstruit à chaque fois, car ces nombres ont une **nature fractale**.

E est un **modèle** de la **fractale**, et $\mathbf{E^E}$ est donc le **modèle supérieur** de la même **fractale**. Et cette nature **fractale** nous permet donc de dire qu'en fait **E** lui-même était de la même manière le **modèle supérieur** d'un certain **modèle E'**, qui est donc tel que: $\mathbf{E'^{E'} = E}$.

Pour le dire autrement, tout **modèle E** est un **Univers logarithmique** ou **Univers additif**, et le **modèle** $\mathbf{E^E}$ **supérieur** qu'il engendre est l'**Univers exponentiel associé**. Et, comme on l'a montré avec les **ordinaux référenciels**, le **modèle** $\mathbf{E^E}$ a un **sous-ensemble** de grande importance, à savoir $\mathbf{2^E}$, qui est l'**ensemble de toutes les parties** de **E**, dont en particulier **E** lui-même, la **partie pleine** de **E**, qui est donc un **élément** de $\mathbf{E^E}$. Et une particularité très importante de $\mathbf{2^E}$, que nous avons démontrée aussi, est qu'il est l'**ensemble de tous les ensembles unidaux** (ou **parenthésiques**) jusqu'à $\mathbf{2^E}$. Autrement dit, il est un **Univers d'ensembles**, il contient l'**espace numérique E**, qui contient un autre **Univers d'ensemble** $\mathbf{2^{E'}}$, et ainsi de suite. De la même façon, $\mathbf{E^E = E''}$, engendrera un **espace numérique supérieur** $\mathbf{E''^{E''}}$, dont un **sous-ensemble** est $\mathbf{2^{E''}}$, qui est un **Univers d'ensembles unidaux**, contenant **E''**, et ainsi de suite. Ainsi donc, un **Univers ensembliste** est dans un **Univers numérique**, qui est dans un **Univers ensembliste**, qui est un **Univers numérique**, etc., ce qui veut dire que les deux notions d'**Univers ensembliste** et de d'**Univers numérique** (ou **omégacorps**), sont la même notion. Ce ne sont que deux manières différentes de parler d'une même réalité. Autrement dit, tout **nombre omégaréel** est un **ensemble**, et tout **ensemble** est un **nombre omégaréel**.

La notion classique de **corps R** des **nombres réels** ou de **corps C** des **nombres complexes**, est remplacée par la notion d'**omégacorps W**, ce qui veut dire la **fractale W** des **nombres omégaréels**, le **nombre** clef de cette **fractale W** étant le **nombre omégaréel infini w**, l'élément clef du **corps** $\mathbf{R_\omega}$ des **nombres omégaréel** que nous avons construit dans la partie B. Tous les **nombres omégaréels** de type **w** ne sont que les différentes versions d'un seul **nombre infini**, le **nombre infini** $\boldsymbol{\omega}$.

Et nous avons vu dans la Conclusion de la partie B comment tous ces nombres de type **w** se construisent ou se définissent. Comme on l'a vu, tout **espace numérique E**, c'est-à-dire tout **corps** ou **omégacorps E**, engendre un nouvel **espace numérique** E^E, qui est l'**ensemble** de toutes les **applications** de **E** dans **E**, autrement dit, de toutes les **familles** $(x_i)_{i\in E}$ d'éléments de **E** indexées par **E** lui-même. Les éléments de **E** deviennent les **scalaires** servant à former les éléments $(x_i)_{i\in E}$ de **E**, qui sont les **vecteurs**, et plus que des vecteurs, les nouveaux nombres omégaréels, pour peu qu'on les munisse de l'**addition** et la **multiplication canoniques**, définies par:

→ $(x + y)(\alpha) = x(\alpha) + y(\alpha)$, pour deux **vecteurs x** et **y** de E^E, et pour tout élément α de **E**;
→ $(x \times y)(\alpha) = x_i \times y_j \times w^{i+j}(\alpha)$.

Autrement dit:
→ $(x + y)_\alpha = x_\alpha + y_\alpha$, pour deux **vecteurs x** et **y** de E^E, et pour tout élément α de **E**;
→ $(x \times y)_\alpha = x_i \times y_j \times w^{i+j}{}_\alpha$.

Ou plus simplement:
→ $x + y$, pour deux **vecteurs x** et **y** de E^E;
→ $x \times y = x_i \times y_j \times w^{i+j}$.

Et évidemment, comme traditionnellement, quand il n'y a aucune ambiguïté à craindre, tout produit $a \times b$, que ce soit entre deux **scalaires**, un **scalaire** et un **vecteur** ou entre deux **vecteurs**, sera noté simplement **a.b** ou **ab**. Car justement avec les **nombres omégaréels** et leurs **addition** et **multiplication canoniques** que l'on vient de rappeler, la frontière de séparation entre scalaire et vecteur est définitivement gommée, comme toutes les frontières actuelles de séparations entre les choses d'ailleurs. Dans l'**Univers TOTAL**, dans **U**, **V** ou **W**, tout et absolument tout (**chose**, **ensemble**, **ordinal**, **information**, **générescence**, **nombre**, **scalaire**, **point**, **vecteur**, **espace**, etc.) est la **même notion fondamentale** mais vue simplement sous des angles **différents**.

Et l'**addition** et la **multiplication canoniques** qu'on vient de rappeler, sont les **opérations** vraiment **fondamentales**, **générales** et **absolues**, c'est tout simplement les **expressions algébriques** qui résument les **opérations** sur les **générescences** et sur les **informations unaires** exposées plus haut, à savoir: l'**opérateur HENER** ou **concaténation** ou **addition physique** (noté « **.** » depuis le début mais à ne pas confondre avec la **multiplication**), qui est la **définition absolue** de la notion d'**addition**; et l'**opérateur GENER** ou **itération infinie** ou **génération infinie** (notée « **...** »), qui est donc l'**itération infinie** du **HENER** ou **addition**, donc qui engendre toutes les **itérations** particulières de l'**addition**, et au nombre d'elles les autres **opérations**, à commencer par la **multiplication**. C'est la principale très importante **itération** de l'**addition**, elle a la particularité d'être elle aussi **commutative**, **associative**, d'être **distributive** par rapport à l'**addition** (et c'est d'ailleurs la **distributivité** très généralisée qu'exprime la définition de la **multiplication**: $x \times y = x_i \times y_j \times w^{i+j}$), d'avoir un **élément neutre**, qui est **1**, là où celui de l'**addition** est **0**, d'offrir comme l'**addition** un **symétrique** à chaque **nombre**, etc..

Et sur ce dernier point, la notion de **corps** fait exception du **0**, qui n'est pas **symétrisable** pour la **multiplication**, tandis que pour l'**omégacorps** même le **0** admet un **symétrique**, il est donc **inversible**, on peut **diviser par 0** pour avoir justement l'**infini** ω ou **oméga**, qui est la clef même de l'**omégacorps**, c'est-à-dire la **Fractale** ω. Et le fait que **0** et ω soit inverses l'un de l'autre est résumé dans l'**opération** des **générescences** simplement par l'**égalité**: **0... = 1**, ou: $0 \times \omega = 1$. Quand on sait comment l'**élément neutre** de l'**addition**, **0**, engendre par **itération infinie** l'**élément neutre** de la **multiplication**, **1**, on a compris toute la **structure fractale**, oui la **Fractale** ω, l'**omégacorps**. En effet, comme nous l'avons montré plus haut, c'est ce **modèle** qui se répète à toutes les échelles. Les trois **nombres 0**, **1** et ω sont donc la clef de toute la **fractale**. Et il suffit d'avoir dit: **0... = 1**, ou: $0 \times \omega = 1$, pour avoir décrit toute la **structure** des **nombres omégaréels**, l'**omégacorps** ou la **fractale** donc. Elle veut dire donc que **1** est le **modèle** de **fractale** (représentant la **multiplication**) qui vient après le **modèle** qui est **0** (représentant la **multiplication**), puis par **itération** de **1** vient le **modèle** ω, c'est-à-dire: **1... =** ω, puis vient le **modèle** ω^2, c'est-à-dire: $\omega\ldots = \omega^2$, puis de la même façon ω^3, puis ω^4, etc., jusqu'à ω^ω, qui est le **cardinal** du **modèle** de type E^E, donc simplement le **modèle** de type E^E, si on appelle ω le **cardinal** du **modèle E**., autrement si ω est le **modèle E**.

Et la **structure fractale** se construit elle-même indéfiniment ainsi, et à partir d'elle-même. Et à la base tout est **itération** seulement de **0**, c'est elle qui entendre toute la **structure**. Et, comme on l'a amplement vu maintenant depuis le début, la **fractale** dit alors que le **0** lui-même est **engendré** ou plutôt **généré** de la même façon par un **modèle** 0^2, lui-même **généré** de la même façon par un **modèle** 0^3, lui-même **généré** de la même façon par un **modèle** 0^4, et ainsi de suite, jusqu'à un horizon 0^ω. Et le **terminus** de la **fractale**, sa **clôture** (car il faut bien **clôturer** à un moment) consiste à dire qu'on par d'un **modèle 0 absolu**, l'**origine** ou **commencement** de la **fractale**, que nous avons appelé aussi l'**espace o**, le grand **Alpha**, pour aboutir à un **modèle** ω **absolu**, la **fin**, que nous avons appelé **Ω** ou **Omégavers**, le grand **Oméga**. Le reste est maintenant une affaire de **répétition** ou d'**itération** de ce **modèle absolu**, ce **modèle** maintenant **COMPLET**, l'**Univers TOTAL** donc, qui va du grand **Alpha** au grand **Oméga**.

Autrement dit, c'est maintenant le **Cycle Oméga**, la **Fractale** (ou la **Multiplication**) engendrée par le **Cycle** (ou l'**Addition**) prend fin, de même que toute autre **structure** associée à une **opération** (**Exponentiation**, **Tétration**, **Pentation**, etc., bref les **Hyperopérateurs**) et il ne reste que le **Cycle** (l'**Addition**), l'**Itération** donc de l'**Univers TOTAL**, qui reste l'**Opération fondamentale**. C'est elle qui engendre tout, et à la fin c'est elle qui reste. Et toutes les **itérations** de l'**Univers TOTAL U**, c'est toujours l'**Univers TOTAL**.

Tout l'**omégacorps** ou la **fractale** des **nombres omégaréels**, se résume donc finalement à dire: **O, U, UU, UUU, UUUU, …, U… = Ω**, ou: **0, 1, 2, 3, 4, …, 1… = ω**. Et le **cycle** se répète indéfiniment, à toutes les échelles. De **0** à **1**, cela donne: **o, 0, 00, 000, 0000, 00000, …, 0… = 1**. Et, comme on l'a démontré et expliqué, **o** est pour **0**, ce que lui-même est pour **1**. Et parler de **cycle** (cette fois-ci de **cycle** et non pas de **fractale**), c'est dire qu'**avant** ce **cycle**, c'est le **cycle**, et **après** ce **cycle**, c'est ce **cycle**. Tous les **éléments**, toute les **choses**, sont là, on les répète simplement maintenant. Et parler d'avant, c'est parler du **cycle** qui va de **-ω** à **0**, donc de: **-ω, -ω +1, -ω +2, -ω +3, -ω +4, …, -4, -3, -2, -1, 0**, et le même **cycle** recommence avec donc: **0, 1, 2, 3, 4, …, 1… = ω**. On a de même le **cycle** de **-2ω** à **ω**, et de **-3ω** à **-2ω**, etc., et, après **ω**, de **ω** à **2ω**, et de **2ω** à **3ω**, etc., autrement dit la **structure fondamentale**, la **structure additive**, celle qu'engendre l'**itération**, **addition** qui à son tour engendre la **multiplication**, qui engendre l'**exponentiation**, etc..

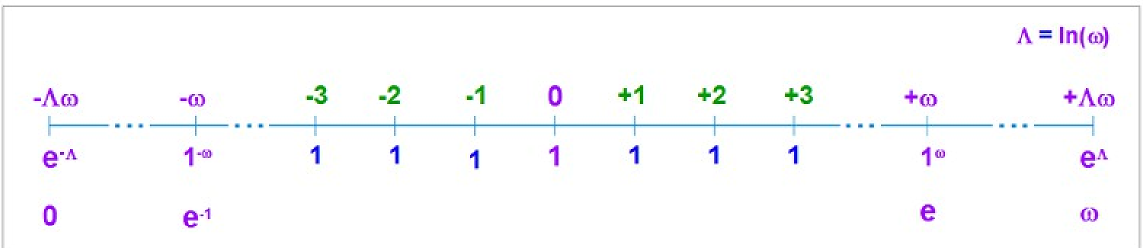
Les deux premières **opérations** engendrées par l'**itération**, les **générescences** ou **informations unaires**, sont donc ce qui est résumé par ce que nous avons appelé l'**addition** et la **multiplication canoniques**:
→ $x + y$;
→ $x \times y = x_i \times y_j \times w^{i+j}$.

Ces opérations ont les propriétés habituelles de l'**addition** et de la **multiplication** dans **R**: **commutativité** et **associativité** de l'**addition** et de la **multiplication**, **distributivité** de la seconde par rapport à la première, etc.. Ce sont aussi les propriétés dans **E**, elles sont transmises d'**espace numérique** en **espace numérique**, d'**omégacorps** en **omégacorps**, de **fractale** en **fractale**.

Et pour terminer, voici la structure des **nombres omégaréels** présentée en différentes bases.

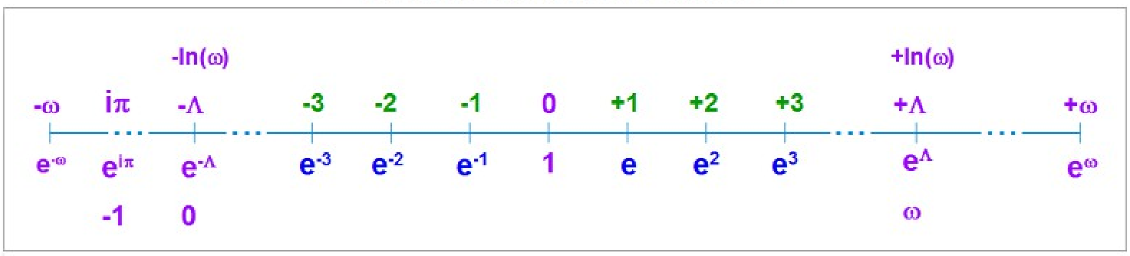
Base **1** :

Structure omégaréelle en base 1



En haut donc la **structure additive**, **cyclique**, ce qui veut dire les **logarithmes**, et en bas la structure **multiplicative** correspondante, **fractale**, ce qui veut dire les **exponentielles**, comme justement ici la Base **e** :

Structure omégaréelle en base e



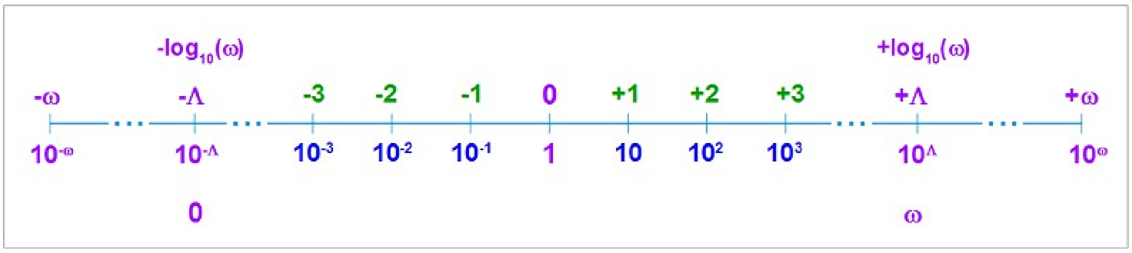
La correspondance entre les **logarithmes** et les **exponentielles** n'est pas bijective pour la base **1** à cause de : **ln(1) = 0**, autrement dit du fait que : $\mathbf{1^x = 1}$ pour **x** un **omégaréel fini**, donc plusieurs logarithmes **x** ont la même valeur de l'exponentielle **1**. Mais pour $\mathbf{x = \omega}$, on a : $\mathbf{1^{\omega} = e}$, le **nombre d'Euler**, la base du **logarithme népérien** ou naturel (**e = 2,718281828...**). On a le nombre infini : $\mathbf{\Lambda = \ln(\omega)}$, qui est le logarithme de l'**infini w**, qu'il faut voir comme une constante universelle, au même titre que π, **e**, etc.. On a : $\mathbf{1^{\Lambda\omega} = e^{\Lambda} = \omega}$, et donc: $\mathbf{1^{-\Lambda\omega} = e^{-\Lambda} = 1/\omega = 0}$.

On a : $\mathbf{e^{\Lambda} = \omega}$, donc : $\mathbf{e^{\Lambda/2} = \omega^{1/2} = \sqrt{\omega} = \Delta}$.
On pose : $\mathbf{\varepsilon = e^{-1} = 1/e}$. On a donc : $\mathbf{\varepsilon^{\Lambda} = 1/\omega = 0}$. Donc : $\mathbf{\varepsilon^{\Lambda/2} = 0^{1/2} = \sqrt{0} = \delta}$.

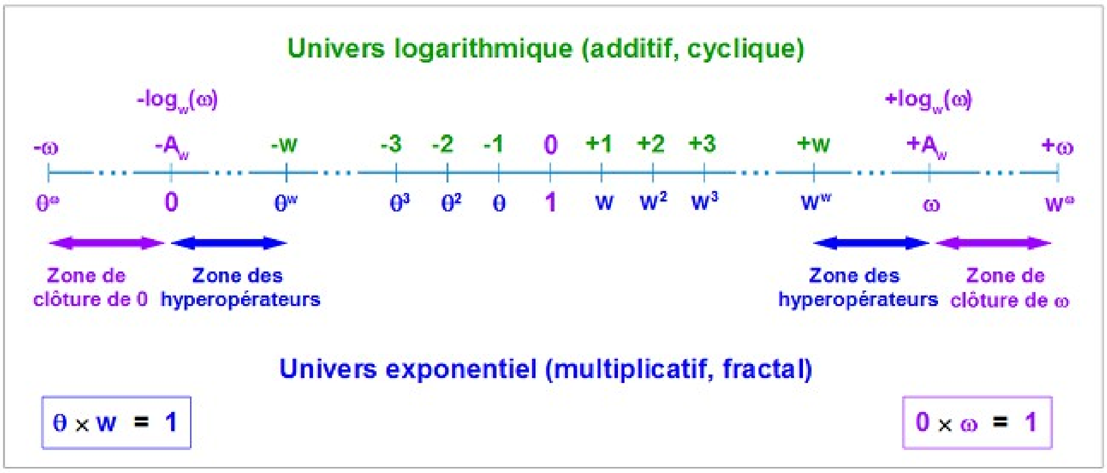
Et pour **x** un **omégaréel** négatif inférieur à **-Λ**, $\mathbf{e^x}$ devient... négatif! Ou plutôt antitif. Cela veut dire simplement que les nombres omégaréels entrent alors dans la logique des **nombres complexes**, ce qu'on voit mieux avec la base **e**. Les **nombres complexes**, comme toute notion de **nombre**, sont donc des **nombres omégaréels** particuliers.

Et voici la Base **10** :

Structure omégaréelle en base 10



Et la Base **w** :



Structure de l'ensemble R_{ω} des nombres omégaréels

On pose : $\mathbf{L = \ln(w)}$. On a : $\mathbf{w^{\Lambda/L} = \omega}$. Et donc : $\mathbf{\theta^{\Lambda/L} = 0}$.

Ce qu'il est très important de comprendre est que, quelle que soit la base considérée, l'**Univers logarithmique** et l'**Univers exponentiel** est le même **Univers numérique**, l'**Univers TOTAL**, mis en correspondance avec lui-même. A tout nombre de l'**Univers logarithmique** correspond un nombre de l'**Univers exponentiel**, et vice-versa. Il n'y a plus aucune impossibilité. Si plusieurs nombres de l'**Univers logarithmique** ont une même dans l'**Univers exponentiel** (par exemple $\mathbf{1^x}$ donne **1** pour plusieurs valeurs de **x**) cela veut dire, dans la logique **équivalencielle**, que ces nombres forment une même **classe d'équivalence**. Et si à l'inverse un même nombre dans l'**Univers logarithmique** a plusieurs images dans l'**Univers exponentiel**, cela veut dire que ces images forment aussi une même **classe d'équivalence**. Dans le cas général donc, cette correspondance entre l'**Univers logarithmique** et l'**Univers exponentiel**, associe à une **classe** de **nombres** une autre **classe** qui est son image. Les cas où un seul nombre est associé à un autre seul nombre, signifient que les **classes** concernés n'ont qu'un seul élément. Par exemple, en base **3**, on a : $\mathbf{3^4 = 81}$, donc **4** est seul est associé à **81**., ce qui veut dire qu'une **classe** à un élément, **4** , est associée à une **classe** à un élément, **81**.

On sait maintenant la logique de ces **choses** que nous appelons les **nombres**. Il reste maintenant à comprendre que ces choses sont toutes les **choses** de l'**Univers TOTAL**, l'**Ensemble de toutes les choses**, l'**Univers cyclique** et **fractal**, qui est donc l'**Univers numérique**, car toute **chose** dans l'**Univers TOTAL** est un **nombre**. Et tout **nombre**, quel que soit sont son type, et malgré les apparences, est un **ordinal**. Et tout **ordinal**, malgré les apparences, est un **nombre entier oméganaturel**. L'**Univers TOTAL** est donc l'**Univers numérique**, l'**Univers** des **nombres omégaréels**. Nous sommes des **nombres omégaréels**.

Contrairement à mon habitude dans mes documents où je fais beaucoup référence à **Dieu**, à **Jésus Christ**, à l'**Esprit Saint**, à la **Bible**, etc., dans celui-ci j'ai préféré laisser parler leur **Science**, car **Dieu** n'est autre que l'**Univers TOTAL**.