Générescences,
Nombres entiers variables,
Corps omégacyclique
et Division omégacyclique par Zéro

Hubert ABLI-BOUYO
Science de l'Univers TOTAL
hubertelie.com

Blogs:

Nouvelle Genèse (Abby Eve)
https://nouvellegenese.wordpress.com/

Pour notre Monde d'Alternation (Rosine Lassage)
https://mondealternation.wordpress.com/

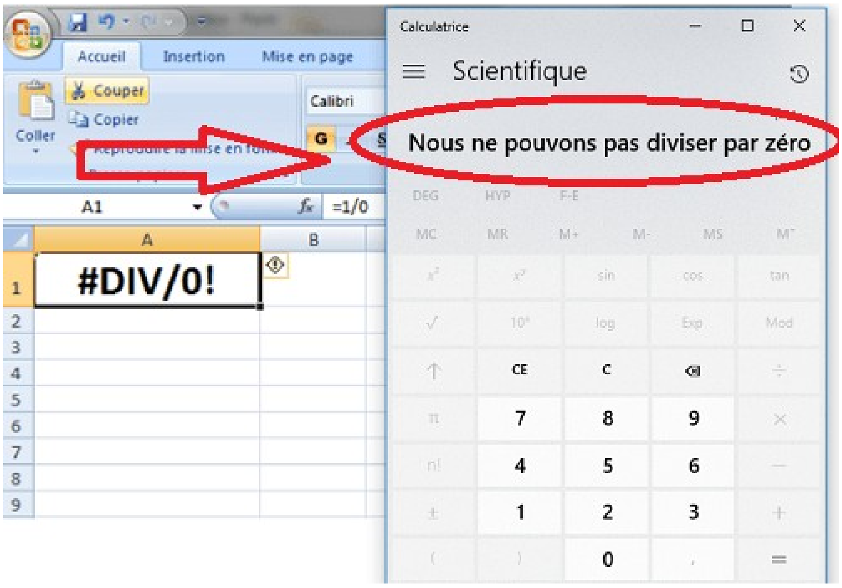
Amour de la Vérité (Nickie Vérité)
https://alternation106244114.wordpress.com/

(Version du 01 janvier 2023 révision b)

Sommaire :

O - Introduction

*Vous êtes peut-être « tombé(e)» sur ce livre parce que votre attention a été attirée sur un de nos écrits ailleurs sur la problématique de la **division par 0**.*



*Si c'est le cas, alors vous êtes au bon endroit. Mais si tel n'est pas le cas vous êtes au bon endroit aussi, pour comprendre enfin la vérité sur les **nombres**.*

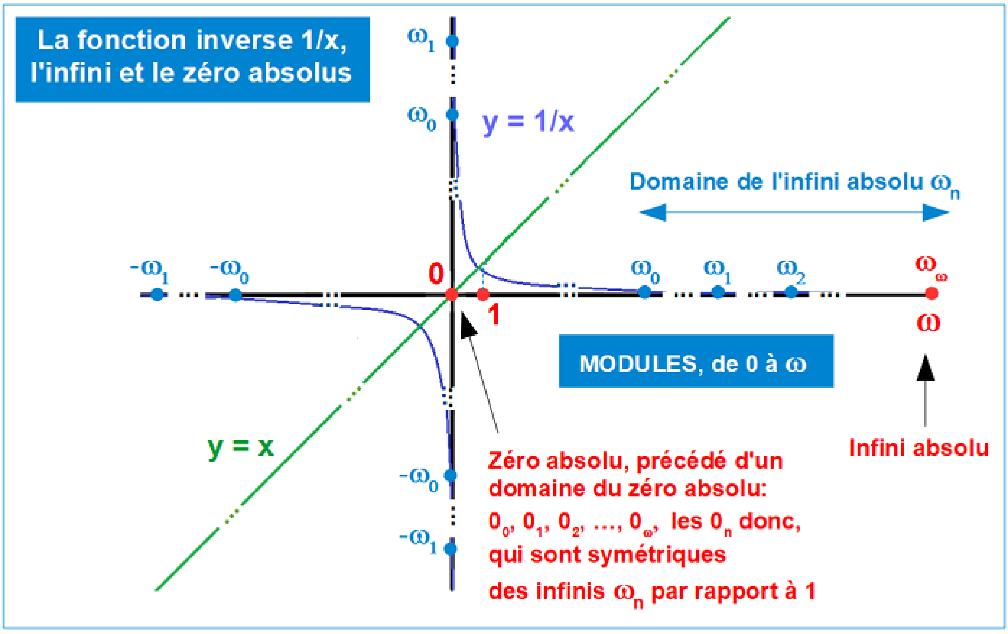
*Et comprendre les nombres c'est comprendre l'Univers, et plus que cela c'est comprendre l'**Univers TOTAL**. La définition scientifique que nous lui donnons est l'**Ensemble de TOUTES les choses et de TOUS les êtres**, la **Réalité TOTALE**, l'**Etre TOTAL**, l'**Etre SUPRÊME**. C'est ce que nous entendons scientifiquement par le mot **DIEU**.*

*Nous reviendrons amplement sur cette définition, nous l'expliquerons et donnerons à comprendre comment ce concept change complètement la vision des choses et la compréhension du monde, à commencer par la manière de faire la science, car c'est tout un **Nouveau Paradigme**.*

*Un **paradigme** est une représentation du monde, une vision, une conception. Et avec le concept d'**Univers TOTAL**, c'est vraiment une **nouvelle vision** de l'**Univers et des choses**, une **nouvelle vision** de la **Réalité**, une vision d'une **Nouvelle Réalité**.*

*L'**Univers TOTAL** est le **Grand TOUT**, le **Zéro** et l'**Infini**, le **Vide** et le **Plein**, le **Rien** et le **Tout**, le **Néant** et l'**Existence**, etc., et nous résumons tout cela en disant simplement qu'il est l'**Alpha** et l'**Oméga**. Il est **TOUT**, d'une extrême (qu'on l'appelle le Zéro, le Vide, le Rien, le Néant, etc., ou autre) à l'extrême complètement opposé (qu'on l'appelle l'Infini, le Plein, le Tout, l'Existence, etc., ou autre).*

*Ce que l'image précédente montre, au sujet de la prétendue « impossibilité » de **diviser par zéro**, comme par exemple faire la simple **division de 1 par 0**, donc **1/0**, c'est tout bonnement la question de l'**infini**, car le résultat de cette opération c'est l'**INFINI**, c'est la définition arithmétique de la notion d'**infini**. Pour vous en convaincre, prenez votre calculatrice, et **divisez** à chaque fois **1** par* *des **nombres positifs de plus en plus petits**, donc **tendant vers 0**, comme par exemple: **0.5, 0.2, 0.1, 0.01, 0.001, 0.0001, 0.000001, etc**. Autrement dit, faites **1/x**, avec **x tendant vers 0**. Vous aurez des **résultats de plus en plus grands**, autrement dit qui **tendent vers l'infini**, comme on dit. Ici, respectivement: **2, 5, 10, 100, 1000, 10000, 1000000, etc**. Autrement dit, si **x tend vers 0**, alors **1/x tend vers l'infini**. Si **x est négatif**, alors **1/x tendra vers moins l'infini**, et si **x est positif**, alors **1/x tendra vers plus l'infini**. Et de même, si **x tend vers l'infini**, alors **1/x tend vers zéro**. Si **x est négatif**, alors **1/x tendra vers -0**, et si **x est positif**, alors **1/x tendra vers +0**.*



*Dans le Nouveau Paradigme, pour désigner l'**infini**, nous utilisons la lettre grecque **oméga**, **ω** en minuscule et **Ω** en majuscule, comme un **symbole numérique** à part entière, exactement comme **0** ou **1** ou **2** ou 3, etc., sont des **symboles numériques** à part entière. D'ailleurs c'est ainsi que l'on note le **nombre infini** de base en théorie des ensembles (on en reparlera).*

*Ce qui déjà n'est pas du tout normal, c'est que, dans un domaine des mathématiques (théorie des ensembles, théorie des ordinaux et des cardinaux, etc.), on utilise un **symbole numérique** à part entière, à savoir **ω**, pour désigner une notion d'**infini**, mais que dans un autre domaine (notamment en analyse par exemple, ou en topologie et autres), on utilise l'habituel fallacieux symbole «∞ » (appelé une **lemniscate** mais en réalité c'est l'occulte symbole **Ouroboros** qui est noté ainsi, comme on en reparlera), qui ne représente pas un **nombre** à part entière mais un **pseudo-nombre**. Sinon sa définition serait tout bonnement l'**égalité**: ∞ = **1/0**, qui est interdite dans les mathématiques actuelles. En effet, cette écriture voudrait techniquement dire que ∞ **est l'inverse de 0**, et aussi que **0 est l'inverse de** ∞, autrement dit **1 divisé par l'un donne l'autre et vice-versa**.*

*Mais bien au contraire, le symbole «∞ » sert souvent à représenter l'idée d'un **nombre non défini**, notamment l'idée que la **fonction inverse**, c'est-à-dire **1/x**, est **non-définie en 0**, car justement elle y prend une **valeur infinie**! Une **valeur infinie** donc, positive comme négative, comme le montre l'image précédente. En effet, la courbe monte vers « +∞ » à droite et descend vers « -∞ » à gauche. Dans les paradigmes classiques, il suffit de l'une ou de l'autre des valeurs « +∞ » ou «-∞» (et à plus forte raison les deux, comme pour la **fonction inverse 1/x**), pour que l'on dise que la fonction n'est pas définie au point où la **valeur infinie** est prise.*

Le moins qu'on puisse dire, c'est que l'on déteste les ***valeurs infinies*** *dans ces paradigmes, or ces valeurs ne sont rien d'autre que les* ***inverses*** *des* ***valeurs zéros****. Pourquoi donc on accepterait les* ***zéros*** *et pas les* ***infinis****? Autrement dit, pourquoi accepterait les* ***alphas*** *et pas les* ***omégas****, qui ne sont juste que leurs* ***inverses****? Ce n'est pas du tout logique!*

*D'autant plus que par ailleurs, en théorie des ensembles ou des ordinaux et des cardinaux, on parle bel et bien d'une notion d'****infini****, comme par exemple l'****infini « aleph zéro »*** *noté* $\aleph_0$*, et plus souvent noté* ω*, l'****infini oméga*** *donc. La preuve dans cet article de Wikipedia sur les ordinaux:*


WIKIPÉDIA
L'encyclopédie libre
Créer un compte
Article Discussion Lire Modifier Modifier le code Voir l'historique
Nombre ordinal
39 langues
« Ordinal » redirige ici. Pour les autres significations, voir Ordinal (homonymie).

En mathématiques, on appelle **nombre ordinal** un objet permettant de caractériser le type d'ordre d'un ensemble bien ordonné quelconque, tout comme en linguistique, les mots *premier, deuxième, troisième, quatrième*, etc. s'appellent des adjectifs numéraux *ordinaux*, et servent à préciser le rang d'un objet dans une collection, ou l'ordre d'un évènement dans une succession.

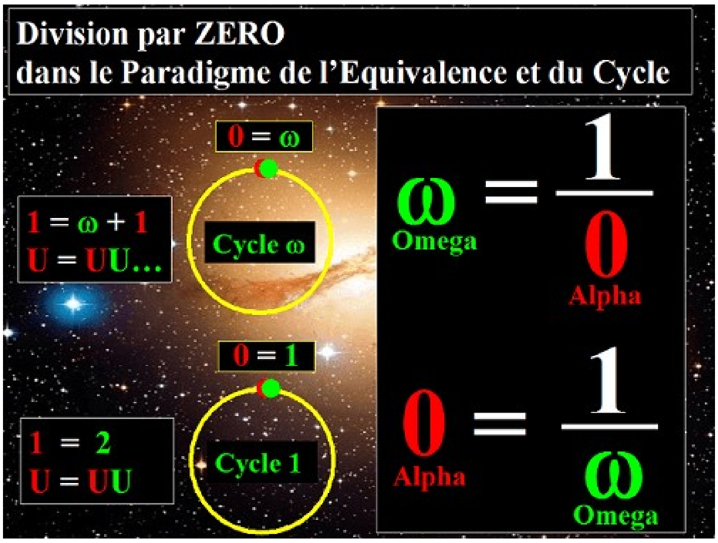
Georg Cantor a été amené (lors de ses travaux sur les séries trigonométriques) à nommer de même le concept qu'il avait introduit à cette occasion pour caractériser le type d'ordre des ensembles qu'il rencontrait, de façon plus précise qu'en les mesurant par leur cardinalité (leur « nombre d'éléments »). Les ordinaux finis peuvent en fait être identifiés aux entiers naturels qui s'identifient eux-mêmes aux cardinaux finis, mais, dans le cas des ensembles infinis, ce n'est plus vrai : tous les cardinaux

Spirale représentant les nombres ordinaux inférieurs à ω^ω.

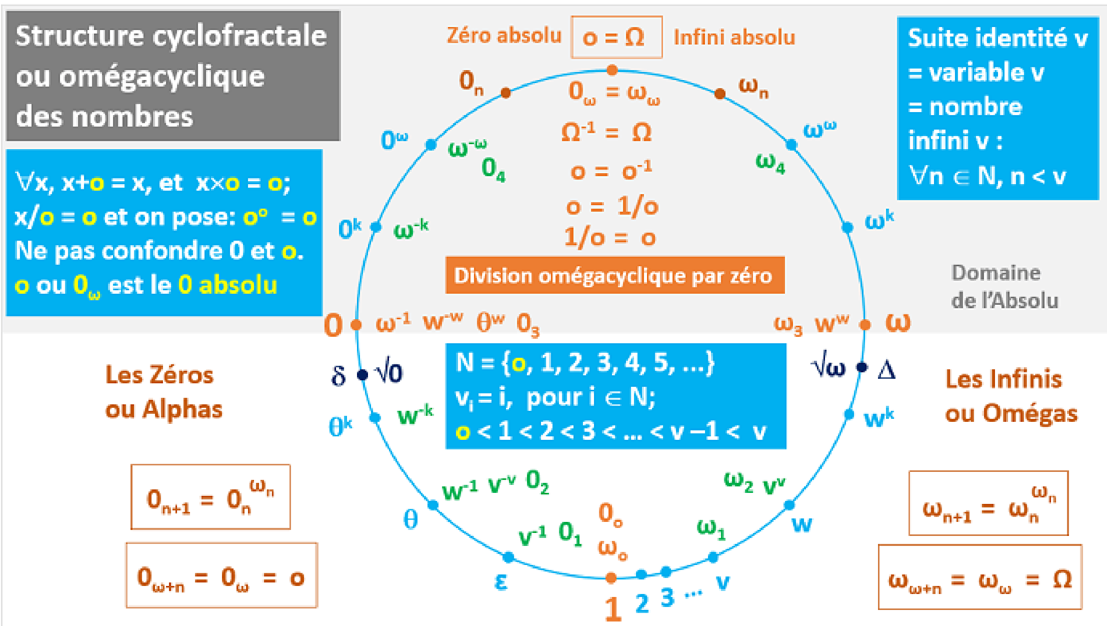
[Nombre ordinal](#) *(Wikipedia)*

On a donc bel et bien un ***ordinal*** *(c'est-à-dire simplement un* ***nombre entier*** *au sens le plus général du terme, à savoir* ***nombre entier fini ou infini****), oui un* ***ordinal infini****, noté* ω *dans la* ***théorie des ordinaux*** *(ou théorie générale des* ***nombres entiers****), mais qui, très étrangement, n'est pas rattaché à une opération arithmétique ou algébrique élémentaire de* ***division par zéro****! On continue de raconter jusqu'à aujourd'hui, au moment même où nous insérons ces lignes en janvier 2023, que la* ***division par 0*** *est « impossible », alors que la définition arithmétique, algébrique et analytique même d'un* ***nombre infini****, c'est d'être l'****inverse d'un nombre zéro*** *et vice-versa. Autrement dit «* ***1 divisé par un nombre zéro donne un nombre infini, et 1 divisé par un nombre infini donne un nombre zéro****».*

Ce qui, dans une science plus divine, une science qui repose sur ***Dieu l'Alpha et l'Oméga****, s'illustre ainsi, en toute simplicité biblique, à savoir donc : «* ***1 divisé par un nombre Alpha donne un nombre Oméga, et 1 divisé par un nombre Oméga donne un nombre Alpha****».*

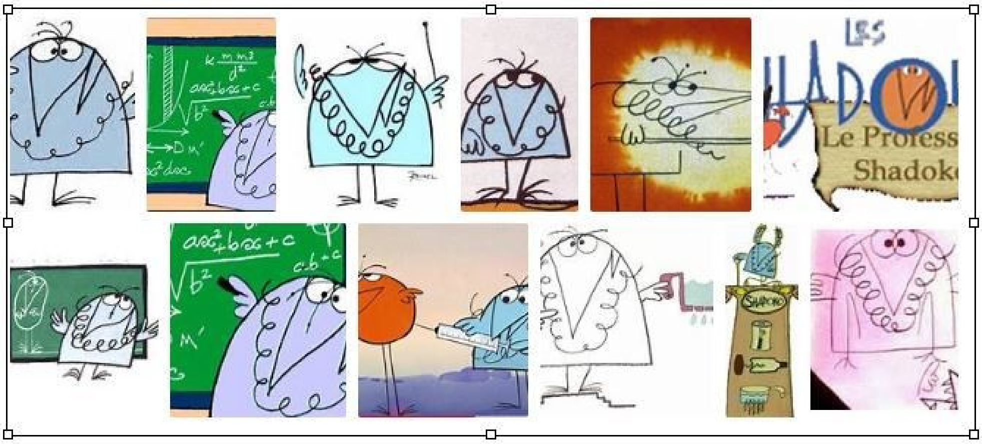


On retrouvera souvent cette image. Voici une version plus détaillée et plus technique de ce qu'elle veut dire, et que ce livre explique techniquement, en long et en large, sous tous les angles:



*Si en 2023 les mathématiques et les sciences n'ont toujours pas compris cela ou non pas encore trouvé le moyen de **diviser par zéro**, c'est qu'il y a forcément un BUG quelque part dans les paradigmes classiques, quelque chose est FAUX. Nous allons bien comprendre le problème de paradigme dans ce livre.*

Et comprendre aussi qu'un système de savants pris individuellement (dont certains très savants et très intelligents comme par exemple Euler, Einstein, etc.) n'est pas collectivement nécessairement savant, mais peut bien être un système de moutons de Panurge. Un système de professeurs Shadoko (de la célèbre animation Les Shadoks, connue en France) :

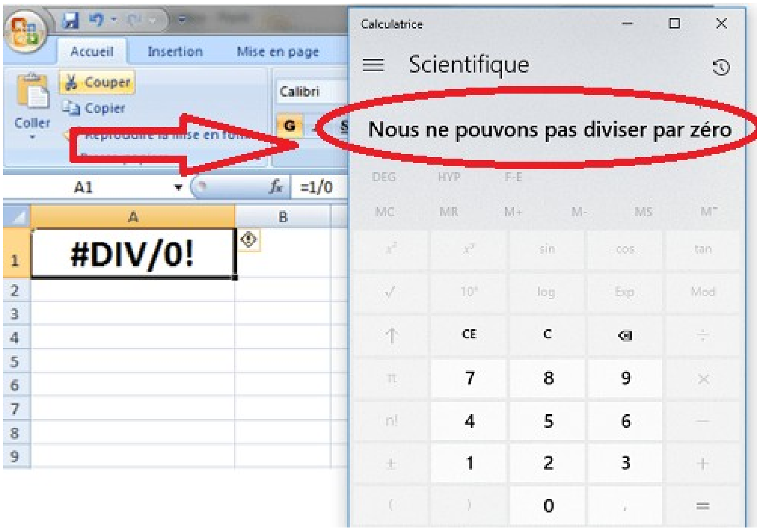


La raison est que tous suivent les mêmes paradigmes erronés qu'aucun d'entre eux ne remet en question, souvent par peur de perdre leur prestige et leur chaire de Professeur respectable. Par exemple, même si beaucoup sont très sincères, comme exemple Einstein dont on ne doutera pas de la sincérité, ou même sont très croyants (en Dieu) comme en fait l'étaient et le sont encore beaucoup de grands scientifiques de nos jours (les génies comme Euler, Cantor, Gödel, et j'en passe étaient des croyants), vu que ce n'est pas esprit divin qui gouvernent les sciences, et c'est le moins qu'on puisse dire, ils mettent Dieu et suivent des paradigmes qui passent pour des paradigmes de laïcité, mais qui en réalité sont des paradigmes lucifériens, anti-Dieu! Ces paradigmes ont été volontairement posés de telle sorte que les questions de Dieu ou du Diable soient exclus des sciences. Or on n'a pas à exclure aucune question d'office du champ des sciences, mais laisser simplement la science être ce qu'elle doit être! A savoir une Connaissance Exacte, une Connaissance Véridique, bref la Vérité! Mais ce n'est clairement pas le cas, à la lumière de ce que nous démontrons aujourd'hui.

Ce serait donc un moindre mal si ce n'était qu'un problème de système de professeurs Shadoko, où chacun pris individuellement peut être beaucoup plus inintelligent que la collectivité. Un système où la somme des plus grands savants peut n'avoir que l'intelligence d'un mouton, et pardon pour le mouton. Le pire est que dans le tas il y a de vrais génies du mensonge et du mal, qui ont bâti non seulement les sciences mais tout le système à leur image :

Les autres, qui peuvent être très géniaux aussi, très sincères, se soumettent à ces paradigmes orwelliens, sans souvent oser trop s'en écarter de peur de faire taper sur les doigts, ostraciser, tuer socialement. On le voit plus jamais à l'heure du Covidisme, où la nature cachée de ce système se voit plus que jamais.

On pourrait penser que ceci n'est possible que dans les domaines comme la médecine, la santé, etc., mais que la physique et à plus forte raison les mathématiques, échappent à cette falsification de la Vérité. Mais hélas, non, car c'est justement dans les sciences dites « dures » que cette falsification était la plus cachée et la plus sournoise, la plus difficile à détecter en raison de la plus grande confiance qu'ont ces sciences dites « exactes ». Alors qu'en fait les preuves de leur inexactitude étaient juste sous nos yeux, comme un éléphant dans un couloir ou caché dans un terrain tout plat :



Eh oui, la simple ***division 1/0*** *fait partie des nombreuses preuves que mêmes les mathématiques étaient frelatées dans leurs paradigmes mêmes! Nous nous devons de dire cette vérité aujourd'hui, ne serait-ce que pour rendre hommages aux mathématiciens, logiciens, physiciens ou scientifiques de tous les temps, qui étaient très sincères, mais qui ignoraient travailler dans des paradigmes mensongers, imposés par des* ***esprits de Négation****. Et que* ***nient*** *exactement ces esprits? Très simple et nous commençons à le voir et le verront encore:* ***l'Univers TOTAL, l'Alpha et l'Oméga, le Zéro et l'Infini****. La définition scientifique donc de la notion de* ***DIEU****, oui le* ***Dieu INFINI****, le DIEU que le seul mot «* ***INFINI*** *» évoque! C'est donc la question cachée dans la question de* ***division par zéro****, et les initiés qui ont tenu et tiennent toujours que cette division reste interdite en mathématiques et sciences, savent la vraie raison, qui n'est pas la raison technique ou logique qu'ils ont toujours mise en avant.*

Car techniquement, la logique nécessaire pour diviser est d'une simplicité biblique, la simple ***Logique du Cycle*** *suffit, oui la bonne vieille* ***Logique du Cercle****! A plus force raison si l'on y associe la* ***Logique Fractale****. Toutes sont des aspects d'une logique plus générale, la Logique de l'Equivalence (dont on reparlera amplement) et que nous nommons aussi la* ***Logique d'Alternation*** *ou* ***Logique d'Affirmation****, par opposition donc aux habituelles* ***logiques de Négation*** *(de* ***négation de l'Univers TOTAL*** *donc), avec lesquelles ont a choisi de faire la science depuis l'antiquité grecque (voir la série d'audios: Science de l'Univers TOTAL: la rencontre entre la science hébraique (biblique) et la science gréco-romaine).*

Avoir enfin la Lumière scientifique sur la question de Dieu, c'est commencer aussi à avoir la lumière sur la question du Diable, qui est la Négation de Dieu. C'est comprendre enfin l'Univers et les choses, la vie, le monde, le bien, le mal, bref tout ce que les sciences de ce monde ne vous ont jamais expliqué, car ce sont justement les sciences de Négation, autrement dit du Diable.

Le présent livre fait partie des livres traitant de la ***Science de l'Univers TOTAL****, ou* ***Théorie universelle des ensembles****, un nouveau paradigme scientifique, comme déjà dit. Le* ***Nouveau Paradigme*** *est donc le concept d'****Univers TOTAL****, et la* ***Science de l'Univers TOTAL*** *est publiée au site* ***hubertelie.com****, mais aussi aux blogs de mes proches associés, comme les blogs* ***Nouvelle Genèse****, et* ***Pour notre Monde d'Alternation****, et* ***Amour de la Vérité****.*

Ce livre est la continuité des trois livres précédents :

→ ***L'Univers TOTAL l'Alpha et l'Oméga****;*
→ ***L'Univers TOTAL et les nombres omégaréels****;*
→ ***Conception générative des entiers, structure réalie****.*

A cela il faut ajouter le livre :
→ ***La Théorie des Univers, l'ancêtre de la Théorie universelle des ensembles****.*

Celui-ci présente une ***théorie axiomatique des ensembles****, la* ***Théorie des Univers****, faite avec les paradigmes classiques, et notamment les courantes logiques de* ***Négation****. Les livres précédemment mentionnés expliquent amplement le problème de la* ***Négation****, qui est un problème de paradigme. Nous en reparlerons souvent aussi dans le présent livre et on aura ainsi une assez bonne idée de la question, ce qui ne dispense pas de consulter les livres d'avant pour plus de détails.*

La ***Théorie des Univers****, faite donc pourtant dans les classiques paradigmes de* ***Négation****, et dont un aperçu sera donné aussi dans le présent livre, est bien plus forte que la classique* ***théorie axiomatique des ensembles*** *de Zermelo-Fraenkel (ZF). C'est la* ***Théorie des Univers*** *qui a évolué vers la* ***Théorie universelle des ensembles****, faite avec la nouvelle logique d'****Alternation****, qui a été elle aussi amplement développée dans les livres précédents (notamment dans* ***L'Univers TOTAL l'Alpha et l'Oméga****), en même temps que l'examen du problème de la* ***Négation****. Nous n'en reparlerons que sommairement dans ce livre. Tous ces livres et documents PDF sont disponibles au site* ***hubertelie.com****.*

Le mot-clef de la ***Théorie universelle des ensembles*** *ou* ***Science de l'Univers TOTAL*** *est* ***chose****, en anglais* ***thing*** *(comme dans les mots anglais* ***something*** *ou «* ***quelque chose*** *»,* ***anything*** *ou «* ***n'importe quelle chose*** *»,* ***everything*** *ou «* ***toute chose****» ou «* ***toutes les choses*** *», etc.).*

Une ***chose*** *est tout ce que l'on conçoit, tout ce dont on parle, bref c'est le mot clef le plus fondamental, celui choisi pour la nouvelle* ***Science****. Nous aurions pu choisir aussi le mot* ***objet*** *comme mot premier, ou les mots* ***être****,* ***entité****, etc.*

Une ***chose*** *est une* ***chose****, un* ***objet*** *est une* ***chose****, un* ***ensemble*** *est une* ***chose****, un* ***être*** *est une* ***chose****, une* ***entité*** *est une* ***chose****, un* ***truc*** *est une* ***chose****, un* ***machin*** *est une* ***chose****, un* ***bidule*** *est une* ***chose****, etc. Un* ***ordinal*** *est une* ***chose****, une* ***information*** *est une* ***chose****, un* ***nombre*** *(qu'il soit* ***entier****, «* ***non entier****»,* ***rationnel*** *ou «* ***irrationnel*** *»,* ***réel*** *ou «* ***imaginaire*** *», «* ***complexe*** *» ou* ***simple****, etc.) est* *une **chose**, et c'est là où nous voulons en venir dans ce livre, oui la notion de **nombre** ! Ou plutôt y revenir avec plus de profondeur encore, car la notion a déjà été traitée amplement dans les livres précédents, et nous avons montré et démontré que **toute chose est un ensemble**, que **toute chose est un nombre** ! Mais ici nous découvrons avec plus de profondeur cette très importante notion de **nombre**, de **numérique**, et tout simplement d'**information**, étant donné que nous vivons justement à l'ère de l'**information** et du **numérique**.*

*Il ne s'agit pas ici de l'**intelligence artificielle** (ou **IA**) ou **abstraite** des **nombres** ou des **choses**, comme dans les **sciences**, les **mathématiques**, l'**informatique** et la **technologie** actuelles. Il s'agit maintenant de l'**intelligence réelle** (ou **IR**) ou **concrète** des **nombres** ou des **choses**, d'une **intelligence divine** (ou **ID**). Il s'agit tout simplement d'une nouvelle **Science**, de la nouvelle manière de faire la **Science**, oui de l'**Univers TOTAL** le **Nouveau Paradigme**.*

*A la découverte donc des **nombres entiers naturels variables**, ou **nombres entiers naturels variables**, **dynamiques**, **élastiques**, que nous appelons aussi les **variens**, par opposition aux classiques **entiers naturels constants**, **fixes**, **statiques**, que nous appelons les **constens**.*

*Et maintenant le deuxième mot clef, le mot **ensemble** au sens **universel** du terme et la notion associée, celle d'**élément**, au sens **universel** aussi.*

*Un **ensemble** est une **chose** formée d'autres **choses** appelées ses **éléments**. Et au regard de cette définition toute **chose** est un **ensemble**, puisqu'elle est au moins formée de la **chose** qu'elle est elle-même. Et la **chose** formée de **TOUTES les choses** est donc l'**Ensemble de TOUTES les choses**, et c'est cet **Ensemble Suprême** que par définition nous appelons l'**Univers TOTAL**.*

*L'**Univers TOTAL** est donc l'**Ensemble de toutes les choses, de tous les objets, de tous les êtres, de toutes les entités, de tous les trucs, de tous les machins, de tous les bidules, etc.**, bref il est par définition le **Grand TOUT** ! Mais il n'est pas n'importe quoi, justement. Car il est le **Grand Ensemble**, l'**Ensemble PLEIN**, le plus grand qu'on puisse définir scientifiquement.*

*L'**Univers TOTAL** est **INFINI**, bien évidemment, au sens intuitif courant du mot « **infini** », mais aussi au sens où nous allons largement découvrir cette notion dans ce livre sur les **générescences**, les **nombres entiers variables**, la structure de **corps omégacyclique**. En effet, puisqu'il est l'**Ensemble de toutes les choses**, il contient donc l'**Ensemble de tous les nombres**, et il est tout simplement cet **Ensemble**! Il contient donc au moins les fameux **nombres entiers naturels : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …**, qui sont en **nombre infini**, ce qui suffit à dire que l'**Univers TOTAL** contient une **infinité** de **choses**, puisqu'il contient au moins toute l'**infinité** des **informations** que sont les **nombres entiers naturels : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …**. C'est cela qui nous intéresse ici, à savoir donc les **nombres**.*

*L'**Univers TOTAL** est la **Réalité TOTALE**, puisque toute chose, tout ce que l'on conçoit et aussi qu'on ne peut pas concevoir, est élément de cet **Ensemble**. Toute **réalité** est une **sous-réalité** de l'**Univers TOTAL**, l'**Ensemble de toutes les choses** et de **tous les êtres**. Il est l'**Etre TOTAL**, la définition que nous donnons au mot « **Dieu** » en langage des ensembles.*

Hubertelie

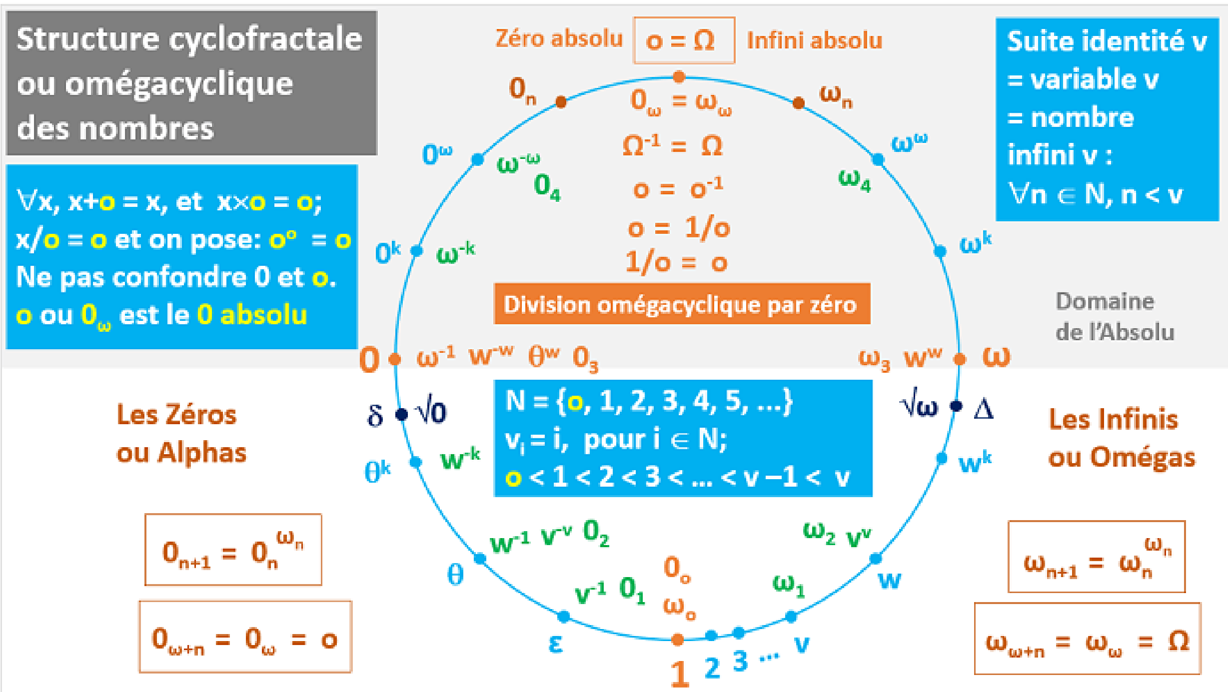
I - Structure cyclofractale ou omégacyclique des nombres

En attendant de développer et d'expliquer, voici la division omégacyclique par zéro

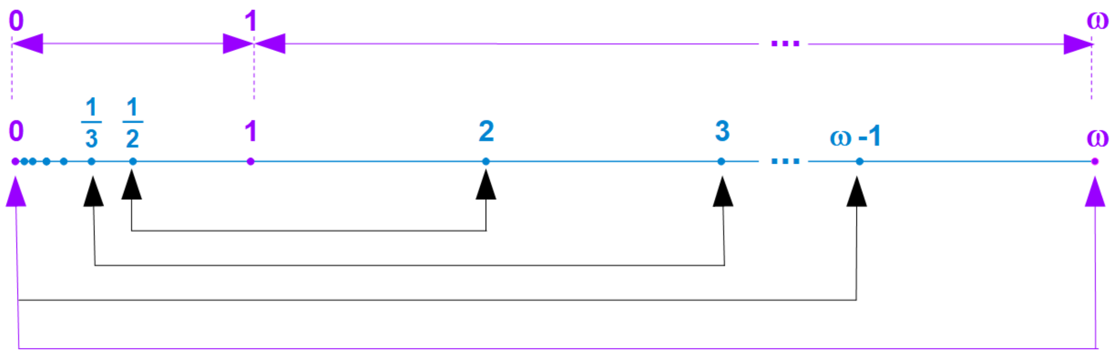
L'**Univers TOTAL** est donc par définition l'**Ensemble de TOUTES les choses**. De par sa définition même, **toutes choses existent dans l'Univers TOTAL**, c'est un théorème découlant directement de la définition de l'**Univers TOTAL**, que nous appelons le **Théorème de l'Existence** ou **Loi de la Réalité TOTALE.** On reviendra sur cette définition et toute la profondeur de ses conséquences, notamment la compréhension des **nombres**, leur vraie **nature**, leur vraie **structure**, leur **logique** et leur **fonctionnement**.

Car **toute chose est numérique**, à commencer par l'**Univers TOTAL**, et les **trois nombres fondamentaux** qui le caractérisent: **Alpha, Un, Oméga**, ou: **Zéro, Un, Infini**. Nous les appelons le **Trio divin** dans les précédents livres. Les **nombres** à comprendre pour comprendre **tous les nombres**, **tous les ensembles**, **toutes les choses**, oui l'**Univers TOTAL**.

Vous allez donc dans ce livre comprendre tout ce qui est résumé dans l'image ci-dessous, l'image clef de ce livre.



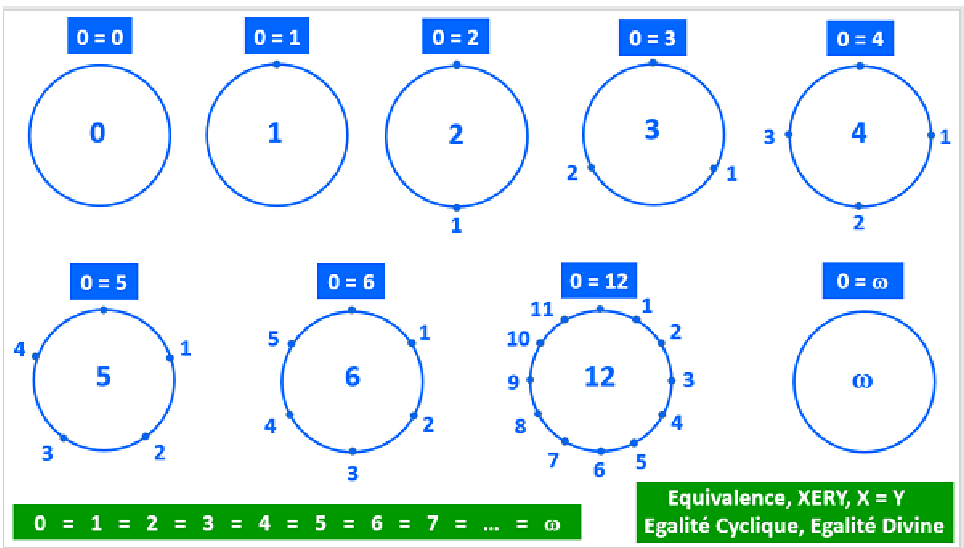
A partir de maintenant, voici trois mots clefs à retenir, et qui associés indiquent qu'on parle de l'**Univers TOTAL**, et non pas seulement de notre petit **univers**, qui n'est qu'un parmi toute l'**infinité des univers** dans l'**Univers TOTAL**. Ces trois mots sont: **Onivers (O), Univers (U), Énivers (E)**, respectivement appelés aussi : **Alpha**, **UN**, **Oméga**, qui sont aussi **trois nombres** (car **tout est nombre**, **tout est numérique**, **tout est information**, on y reviendra), que nous appelons: **Zéro, Un, Infini**, que nous notons: **O, U, Ω**, en majuscule, et: **0**, **1**, **ω**, en minuscule. Ou: **o**, **1**, **Ω**, où **o** désigne le **zéro absolu**, et où **Ω** désigne l'**infini absolu** associé. Dans tous les cas, le **zéro** et l'**Infini** sont **inverses** l'un de l'autre, autrement dit sont **symétriques** dans la **symétrie des inverses**, c'est-à-dire du point de vue de la **multiplication** et de la **division**.



Cette très précieuse **symétrie des inverses**, niée dans les paradigmes classiques en raison de leur **Logique de Négation**, a été amplement étudiée dans le livre précédent, à savoir: **La conception générative de l'Univers, la structure réalie**. C'est cette **structure**, qui est simplement la **structure fractale** de **base ω** (dont on reparlera ici), qui, combinée à la **logique cyclique** (dont on parlera aussi), qui constitue la **structure cyclofractale** des **nombres**, qu'illustre l'image précédente.

La **logique de cycle** dit simplement que l'on part du **zéro absolu**, **o**, on fait un tour d'un **cycle** ou **cercle**, de **longueur r**, où **r** est un **réali**, c'est-à-dire un **nombre réel** ou **omégaréel positif ou zéro absolu** (les notions de **nombre réel** et **omégaréel** ont été définies dans les livres précédents, et notamment le précédent sur la **conception générative de l'Univers, la structure réalie**, et on en reparlera un peu dans ce livre), et on revient au **zéro absolu**, **o**. On parle alors du **cycle r**, qui s'exprime par l'égalité: **o = r**.

Voici quelques **cycles**, où le symbole « **0** » désigne en fait le **zéro absolu**, **o**:



Avec le **cycle o**, dont l'expression est « **o = o** », la **longueur du cercle**, **r**, vaut le **zéro absolu, o**.
Avec le **cycle o.5**, dont l'expression est « **o = o.5** », la **longueur du cercle**, **r**, vaut **o.5**.
Avec le **cycle 1**, dont l'expression est « **o = 1** », on a **r = 1**.
Et pour le **cycle 2**, dont l'expression est « **o = 2** », on a **r = 2**.
Avec le **cycle 12**, dont l'expression est « **o = 12** », on a **r = 12**.
Et ainsi de suite, jusqu'au **cycle infini absolu Ω**, dont l'expression est « **o = Ω** », ce qui signifie que l'on a un **cercle de longueur Ω**, qui est le plus grand **cercle** qui soit.

Mais très intéressants sont aussi les **longueur de cercle ω**, qui sont **infinis**, certes, mais **relatifs**, c'est-à-dire des **réalis r infiniment grands**. Les **cycles** associés ont donc pour expressions: **o = ω**, ce qui représente donc des **cercles infiniment grands**. Les **inverses** des **réalis infiniment grands** ou **infinis relatifs**, sont les **réalis infiniment petits** ou **zéros relatifs**. Ce sont eux que nous notons à proprement parler par le symbole habituel « **0** ». On a par définition: **0= 1/ω**, et: **ω = 1/0**, mais aussi: **0×ω = 1**. Ce sont les relations entre les **trois nombres fondamentaux**: **0, 1, ω**, ou: **Zéro, Un, Infini**, ou: **Alpha, Un, Oméga**, nombres clefs que nous appelons donc le **Trio Divin**, ou encore la **Trinité Divine**.

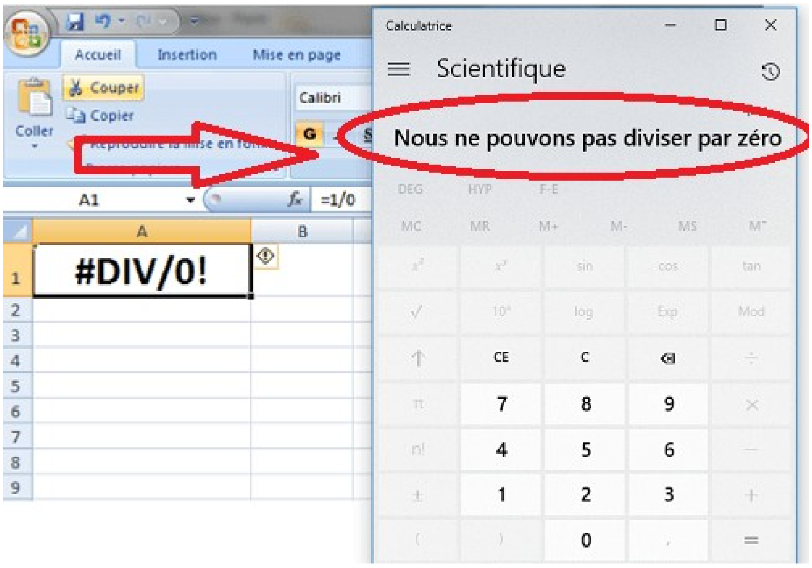
La **trinité**: **o, 1, Ω**, en est un cas particulier, quand **0** et **ω** deviennent **absolus**, **0** atteignant donc sa **limite ultime o**, et **ω** atteignant sa **limite ultime Ω**. Dans ce cas, le **cycle Ω** devient forcé, à savoir l'**égalité**: **o = Ω**. Alors que pour les autre **cycles r**, à savoir donc l'**égalité**: **o = r**, quand **o** et **r** sont des **nombres distincts**, le **cycle** n'est pas forcé. L'**égalité**: **o = r** signifie alors simplement que **nous décidons** qu'après un parcours d'une **longueur r**, on revient au point de départ. Si l'on est parti du point **o**, on revient donc à **o**. Et plus généralement, le **cycle r** veut dire que si l'on est parti d'un point quelconque **x**, on aboutit au point **x+r** après un parcourt d'une **longueur r**, que **nous décidons** de considérer comme un nouveau point **x**, ce qui s'exprime par l'**égalité**: **x = x+r**. C'est la manière générale d'exprimer le **cycle r**, tandis que l'**égalité**: **o = r**, est la manière **canonique** d'exprimer ce même **cycle**.

A noter que ces nous qui décidons ce **cyclage** ou **bouclage**, après chaque parcours d'une **longueur de r**. Nous ne sommes pas obligés de **boucler** le **tour** quand nous avons parcouru une **longueur de r**, nous pouvons tout à fait continuer par **r+1, r+2, r+3**, etc., ou de faire **2r, 3r, 4r**, etc. Autrement dit, nous pouvons tout à fait couper par exemple des ficelles de **longueur r**, ou d'une **longueur** quelconque **r'**, plus petite que **r**, ou plus grande que **r**, en laissant à chaque fois **libres** les deux extrémités de la ficelle appelés **Alpha** pour l'une et **Oméga**, pour signifier qu'il ne s'agit pas d'un **cycle**. Dans ce cas donc l'**Alpha** et l'**Oméga** sont distincts, si nous avons envie de les distinguer. Tout comme nous pouvons nouer les deux extrémités **Alpha** et **Oméga**, pour dire que l'on forme une **boucle** ou un **cycle**. Si la **longueur** de la ficelle est **r**, alors c'est le **cycle r**, qui se dit: **o = r**. Et si la **longueur** de la ficelle est **r'**, peu importe si **r'** est **inférieur**, **égal** ou **supérieur** à **r**, alors c'est le **cycle r'**, qui se dit: **o = r'**.

Nous avons le choix du **cycle** ou **pas cycle**, pour toute **longueur r**, qui n'est ni le **zéro absolu o**, ni l'**infini absolu Ω**. Mais si **r** est le **zéro absolu o**, alors on n'a pas d'autre choix que de **boucler** d'office, de dire donc: **o = o**, qui est le **cycle o**. Cela signifie aussi simplement que pour toute **longueur r**, on a toujours d'office l'**identité**: **r = r**, que l'on **boucle** ou non. Et cette **identité**: **r = r** n'est qu'une autre manière de parler du **cycle o**. Mais si **r** vaut **Ω**, donc si **r = Ω**, alors on a atteint le **terminus** des **longueurs**, et là on n'a pas d'autre choix que de **boucler**, c'est-à-dire de nouer les deux extrémités de la ficelle, pour dire donc qu'à **Ω** on revient à **o**, donc **o = Ω**, ou **Ω = o**. Cela revient à dire que ce **cycle** spécial, **o = Ω**, équivaut à n'importe quel **cycle o**, à savoir **r = r**.

Ω est le seul **cycle r**, où **r** n'est pas le **zéro absolu**, à avoir cette propriété spéciale d'être équivalent au **cycle o**, **cycle** synonyme d'**identité: r = r**. Cela signifie que le **Cycle Ω** est le seul qui permet la **division par le zéro absolu o**, dans le paradigme de l'**identité**, sans tomber dans ce que ce paradigme appelle un « **paradoxe** », à savoir une **égalité** de la forme: **o = r**, où **r** est distinct de **o**. Par exemple, le paradigme de l'**identité** appelle « **paradoxe** » ou « **impossibilité** » une **égalité** comme: **o = 1**, ou comme: **2+2 = 5**, **égalités** qui sont le **cycle 1**. Voilà pourquoi on ne peut pas **diviser par le zéro absolu**, **o** donc, dans le paradigme de l'**identité**.

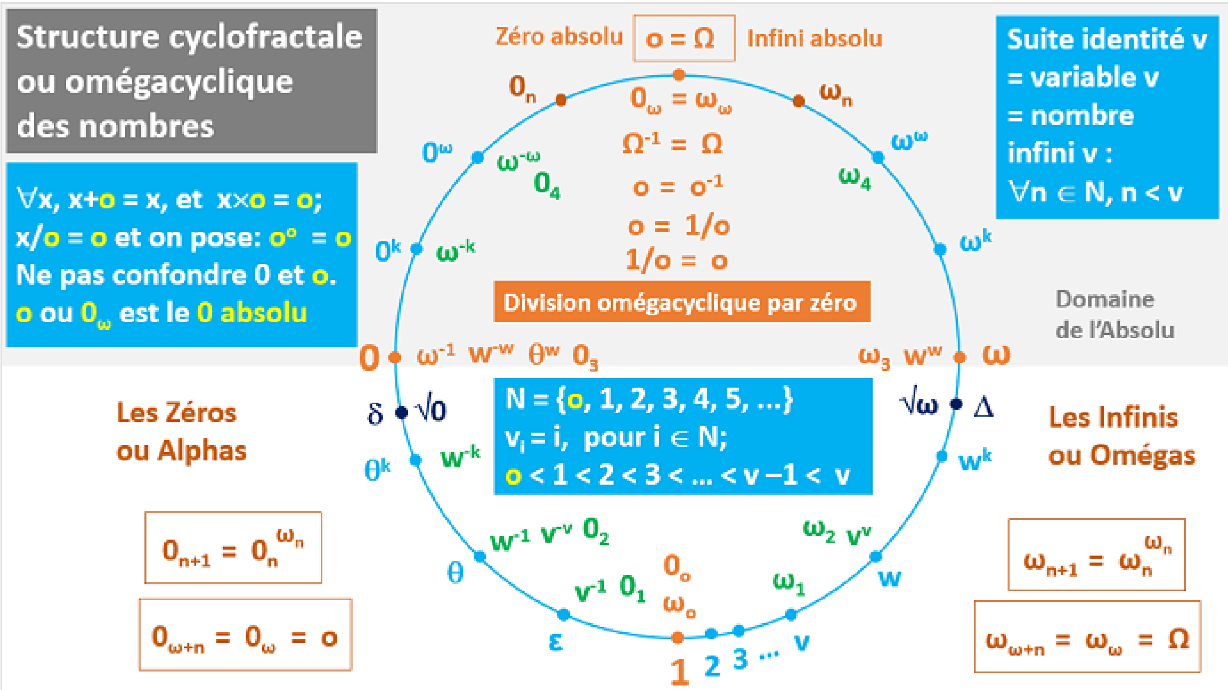
Car cette **division** enclenche tous les **cycles** interdits par ce paradigme, comme par exemple le **cycle 1**, le **cycle 2**, le **cycle 3**, etc., et de manière générale tout **cycle r**, **o = r** donc, avec **r** distinct de **o**. C'est ce qu'on appelle « **impossibilité** ». La seule façon, dans le paradigme de l'**identité**, qui n'autorise donc que les **égalités** du genre: **r = r**, de pouvoir **diviser par o**, est de travailler dans le **Cycle Ω**! C'est le seul **cycle** interdit normalement par le paradigme de l'**identité**, et qui pourtant est compatible avec l'**identité** (c'est-à-dire le **cycle o**) et qui par bonheur aussi a la vertu de permettre la **division par le zéro absolu, o**. Refuser donc le **Cycle Ω**, c'est se condamner à être incapable de **diviser par o**. Un tel paradigme ne peut donc qu'être **incomplet**, au sens de l'**incomplétude de Gödel**. On ne s'en rendait pas compte, mais c'est cette incomplétude qui se manifeste sous cette forme:



Avec maintenant le **Cycle Ω** ou le grand **Cycle Oméga** ou l'**Omégacycle**, la **division par zéro** est totalement réglée, que l'on parle de **0**, ce que nous appelons le **zéro relatif** ou **zéro fractal** (que nous appelons aussi un **zéro génératif**, ce que l'on qualifie habituellement de « **nombre infiniment petit** » ou « **infinitésimal** ») ou que l'on parle de **o**, ce que nous appelons le **zéro absolu**, que nous appelons donc aussi le **zéro cyclique**, ou le **zéro-origine**, ou l'**omicron**, etc.

C'est ce **zéro**-là qui est l'**élément neutre** de l'**addition**, l'**élément neutre absolu**, par opposition à un **zéro relatif** ou **génératif**, qui est un **élément neutre juste relatif**. Si le **zéro absolu o** tout comme l'**infini absolu Ω** est unique, il existe par contre une **infinité** de **zéros relatifs** ou **génératifs**, chacun ayant son **infini relatif** ou **génératif** associé, qui est son **inverse** et vice-versa. Les **zéros relatifs** sont notés par le **symbole générique 0**, et leurs **infinis relatifs** associés sont notés par le **symbole générique ω**.

Sur l'image ci-dessus, on définit une **suite v** appelée **varid**, et qui est une **application de N dans N**, où **N** est la classique ensemble des **entiers naturels**: **N = {o, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...}**, le premier élément de l'ensemble, **o**, étant donc le **zéro absolu**. Et cette **application** ou **suite v** est simplement définie par: **v(n) = n**. **Suite** qui sera notée: **v = (o, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...)**. Elle est, à l'écriture près, une autre manière de parler tout simplement de l'ensemble **N** lui-même. C'est un exemple de **nombre entier naturel variable**, et qui en plus est un **nombre variable infini**, en un nouveau sens de la notion d'**infini**, qui se précisera par la suite, et qui est précisément la notion de **nombre infiniment grand**.



En effet, les termes de la **suite v**, ou, ce qui revient au même, les éléments de l'ensemble **N**, **croissent indéfiniment**, ou **tendent vers l'infini**, comme on dit, au sens intuitif cette fois du mot « **infini** ». Le **nombre v(n) = n** est à chaque fois un **nombre entier fini n**, mais qui **croit indéfiniment**, contrairement au **nombre entier naturel 5** par exemple, qui reste **constant** quant à lui. La notion de **nombre entier constant** est la nouvelle notion de **nombre entier fini**, tandis que par **nombre entier infini** on entend un **nombre entier variable**, autrement dit simplement une **application de N dans N**, une **suite x d'entiers constants** donc, qui finit par dépasser n'importe quel **nombre constant** donné, si grand soit-il.

Par exemple, la **suite** notée **[124] = (124, 124, 124, 124, 124, …)**, c'est-à-dire telle que: **[124](n) = 124**, pour tout **entier naturel n**, autrement dit dont tous les termes sont **égaux** à **124**, est une nouvelle façon de parler de l'**entier constant 124**. On pose donc: **[124] = 124**. Autrement dit, le **nombre entier variable [124]**, dont tous les termes sont **égaux** au **nombre entier constant 124**, est la nouvelle définition du **nombre entier constant 124**, dans l'ensemble **N^N** de tous les **nombres entiers naturels variables**, autrement dit de toutes les **suites d'entiers naturels**. Et plus généralement, pour tout **entier naturel constant k**, la suite constante notée **[k] = (k, k, k, k, k, ...)**, dont tous les termes sont **égaux** à **k**, et plus généralement toute suite dont tous les termes sont égaux à **k** à partir d'un certain rang donné, par exemple la **suite x = (8, o, 2, 7, 1, k, k, k, k, …)**, dont tous les termes sont **k** à partir du rang **5**, est assimilée au **nombre entier constant k**.

Intuitivement, cela signifie que, parce que cette **suite x tend vers k** quand son rang **n** tend vers l'infini au sens intuitif du mot « infini », cette **suite x** est **équivalente** à l'**entier constant k**. En effet, on a **x(0) = 8**, **x(1) = 0**, **x(2) = 2**, **x(3) = 7**, **x(4) = 1**, **x(5) = k**, **x(6) = k**, **x(7) = k**, etc. A partir du rang **5** donc, on ne distingue plus la **suite x** avec avec la **suite [k] = (k, k, k, k, k, ...)**. Les deux deviennent **équivalentes**, selon une **relation d'équivalence**, et on écrit: **x = [k]**, où le signe « = » ici exprime la **relation d'équivalence**: « **les suites x et y ont les termes égaux à partir d'un certain rang** ». Il s'agit d'une **relation d'équivalence** (on reparlera des **relations d'équivalence** plus tard), qui est une définition d'une nouvelle **égalité** sur l'ensemble $\mathbf{N}^{\mathbf{N}}$ des **suites de nombres entiers**, ou **nombres entiers variables**.

La **suite x = (4, 2, 4, 2, 4, 2, 4, 2, …)**, qui est donc un **nombre entier variable**, ici un **nombre** qui oscille indéfiniment entre **4** et **2**, n'est ni **constante** ni **infinie**, car il existe au moins un certain **entier constant M**, par exemple **7**, et un certain rang, ici **o**, tel que tous les termes de **x** sont **strictement inférieurs** à **M**. Autrement dit, **x ne tend par vers l'infini** au sens intuitif. Donc x n'est pas **infini** au nouveau sens du terme.

Et maintenant, considérons la **suite x = (7, 55, o, 12, 4, 5, 6, 7, 8, …)**. On constate qu'à partir d'un certain rang, ici le rang **4**, cette **suite** ou **nombre entier variable tend vers l'infini**, c'est-à-dire pour tout **nombre entier constant M**, cette **suite x** finira par être **strictement supérieure à M**. De plus, on note qu'à partir du rang **4**, ses termes sont **égaux** à ceux de **v**, donc on a: **x = v**, au sens de la nouvelle **égalité** mentionnée plus haut.

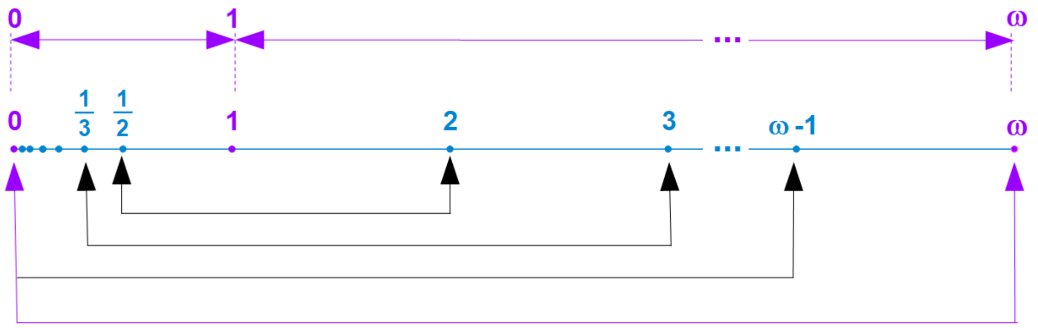
Et si au lieu de cette **suite**, on avait par exemple : **x = (7, 55, o, 12, 3, 4, 5, 6, 7, 8, …)**, on a cette fois-ci: **x = v-1**, car, à partir du rang **4**, on a: **x(n) = (v-1)(n) = v(n) -1**. On reviendra amplement sur tout cela. Donc ici **x** est lui aussi un **entier variable infini**, à savoir **v-1**.

On pose: $\boldsymbol{\omega_o = [1] = 1}$.
Et cette **suite v**, qui est un **nombre entier infini** de **base**, est notée $\boldsymbol{\omega_1}$. Autrement dit: $\boldsymbol{\omega_1 = v}$.
Et en admettant ici qu'on a défini les **opérations** sur les **nombres entiers variables** (ce qu'on fera par la suite), pour tout **entier k**, **fini** ou **infini** (au sens nouveau du mot « **infini** »), et tel que $\mathbf{k \geq 1}$, on pose: $\boldsymbol{\omega_{k+1} = \omega_k \wedge \omega_k = \omega_k^{\omega k}}$.
On définit ainsi toute une hiérarchie de **nombres entiers infinis**, ou **nombres entiers infiniment grands**, dite **énitienne** de **base** $\boldsymbol{\omega_1}$ ou **v** (on y reviendra).

Pour tout **nombre entier variable x**, c'est-à-dire pour toute **suite d'entiers naturels x**, et plus généralement pour toute **suite de nombres x**, que ces **nombres** soient **entiers** ou non, tous positifs ou non, étant entendu aussi que pour le **zéro absolu**, **o**, on a: **1/o = o**, par **1/x** on entend par définition la **suite** telle que: **(1/x)(n) = 1/x(n)**. On a ainsi défini l'**inverse de x**, à savoir **1/x**, et si **x** est un **nombre infini**, **1/x** est par définition un **nombre zéro**.

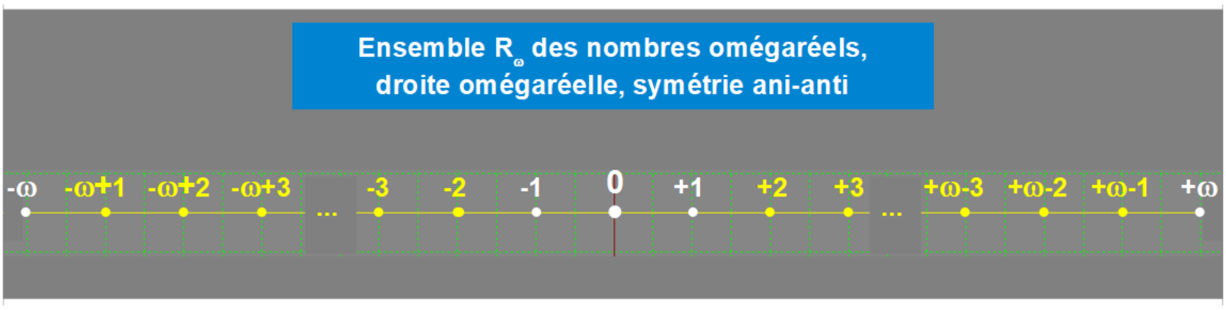
Et donc si **x** est un **nombre zéro**, on vérifie aisément que **1/x** est un **nombre infini**. On a ainsi défini tous les **nombres infinis relatifs**, et **nombres zéros relatifs**. Le **zéro** associé à **v** ou $\boldsymbol{\omega_1}$, est noté $\boldsymbol{\varepsilon}$ ou $\mathbf{0_1}$, et on a donc: $\boldsymbol{\varepsilon = 1/v}$, ou: $\boldsymbol{0_1 = 1/\omega_1}$. Et à l'inverse on a donc: $\boldsymbol{v = 1/\varepsilon}$, ou: $\boldsymbol{\omega_1 = 1/0_1}$. Et de manière générale on a: $\boldsymbol{0_k = 1/\omega_k}$. Et à l'inverse on a: $\boldsymbol{\omega_k = 1/0_k}$, où **k** désigne n'importe quel **nombre entier**, **fini** ou **infini**.

Chaque **zéro relatif 0** et son **inverse** l'**infini relatif** $\boldsymbol{\omega}$, les deux vérifiant donc: $\boldsymbol{1/0 = \omega}$, et: $\boldsymbol{1/\omega = 0}$, et aussi: $\boldsymbol{0 \times \omega = 1}$, sont deux **nombres** distincts, **symétriques** par rapport au **nombre 1**, qui est le **centre** de la **symétrie des inverses**. C'est ce qu'illustre l'image juste ci-dessous, celle de la **symétrie des inverses**, la **symétrie des réalis**:



Dans cette **symétrie**, **1** est son propre **inverse**, et **2** et **1/2** sont symétriques par rapport à **1**, et et **3** et **1/3** sont symétriques par rapport à **1**, et ainsi de suite, et de manière générale **r** et **1/r** sont **symétriques**, où **r** désigne un **réali**, c'est-à-dire un **nombre réel positif** (ou **r** > **o**), **fini** ou **infini relatif**. En particulier on a le cas où **r** est un **nombre entier** ou **ordinal n strictement positif** (ou **n** > **o**), c'est-à-dire les **ordinaux**: **1, 2, 3, 4, 5, …, ω-5, ω-4, ω-3, ω-2, ω-1, ω, ω+1, ω+2, ω+3, ω+4, ω+5, …, 2ω-5, 2ω-4, 2ω-3, 2ω-2, 2ω-1, 2ω, 2ω+1, 2ω+2, 2ω+3, 2ω+4, 2ω+5, …, ω^2, …, ω^3, …, ω^4, …, ω^ω, …**.

Et, contrairement à la conception des **ordinaux** dans les **paradigmes de Négation**, qui conçoivent par exemple que l'**ordinal infini ω** n'a pas de **prédécesseur ω-1**, chaque **nombre entier** ou **ordinal n**, **fini** ou **infini relatif**, a un **prédécesseur n-1** et un **successeur n+1**. La seule exception est quand **n** = **o**, c'est-à-dire quand **n** vaut le **zéro absolu o**. Il n'a pas de **prédécesseur n-1** en ce sens que ce **prédécesseur** est **-1**, qui n'est plus un **nombre entier positif**. Mais ce **prédécesseur** existe dans l'**absolu**, et **-1** a à son tour un **prédécesseur -2**, qui a pour **prédécesseur -3**, et ainsi de suite. Tout **ordinal positif n**, **fini** ou **infini relatif**, a son **opposé -n**, qui est tout simplement son **symétrique** dans la **symétrie des opposés**, autrement dit son **symétrique** dans la **logique additive** (contrairement à la **symétrie des inverses** ou la logique est **multiplicative**):



Sur l'image ci-dessus, le « **0** » désigne le **zéro absolu**, **o**, à savoir le **zéro-origine**, qui est celui concerné dans la **logique cyclique** ou **additive**, tandis que le **zéro** concerné dans la **logique fractale** ou **multiplicative**, est le **zéro relatif** ou **génératif**. Une manière simple de se représenter ce type de **zéro** est de concevoir que c'est un **nombre** qui n'est pas le **zéro absolu** ou **zéro-origine o**, mais qui s'en approche indéfiniment, raison pour laquelle ce type de **zéro** est qualifié d'**infiniment petit** ou **infinitésimal**.

C'est ce type de **zéro** qui est impliqué dans les notions de **dérivée** de **fonctions réelles** par exemple, dans le **calcul différentiel** et **intégral**, etc., et que l'on note généralement **dx**, **dy**, **dz**, etc. Si par exemple **y** est une **fonction** de la **variable x**, **continue**, **dérivable**, la notation **dy/dx**, qui est la

dérivée de la **fonction y**, est le **rapport** ou la **division** entre deux **grandeurs infinitésimales dy** et **dx**, qui ne sont rien d'autre que des **zéros relatifs**.

Dans les paradigmes traditionnels, on exige que la quantité **dx** ne soit pas le **zéro absolu o**, toujours à cause de la question de la **division par zéro**. Mais dans le Nouveau Paradigme, il n'y a pas de problème, même si **dx** est le **zéro absolu o**, car toute **multiplication** ou toute **division** par le **zéro absolu o**, donne le **zéro absolu o**, tout bonnement. On dit techniquement qu'il est l'**élément absorbant** pour la **multiplication** et la **division**, ou l'**élément neutralisant**, comme nous le disons aussi (à ne pas confondre avec **élément neutre**). Les choses se simplifient considérablement, quand la **division par zéro** est **réglée**, que ce soit par UN **zéro relatif 0** ou par LE **zéro absolu o**.

Sur l'image ci-dessus aussi, la **symétrie des opposés** s'arrête à **-ω** et **+ω**, mais en réalité, tant qu'un **ordinal n** est **fini** ou **infini relatif**, **-n** et **+n** existent, et sont distincts, sauf si n est le **zéro absolu o**. Dans ce cas, **-n** et **+n**, c'est-à-dire **-o** et **+o**, sont tous les deux **o**. Autrement dit, **o** est son propre **symétrique** dans la **symétrie des opposés**. Mais pour un **zéro relatif** ou **infiniment petit** ou **infinitésimal 0**, qui n'est pas le **zéro absolu o**, **-0** et **+0** sont bel et bien distincts. **Diviser 1 par -0** donne **-ω**, ce que l'on note par le vague « -∞ » dans les paradigmes classiques, et **diviser 1 par +0** donne **+ω**, ce que l'on note par «+∞ ». Mais au lieu de ce vague et **non-défini** symbole « ∞ », on peut être beaucoup plus précis en indiquant de quel infini relatif on parle exactement, comme par exemple **5ω** ou **ω^2**. Dans le premier cas, on a: **$1/(5\omega) = 0/5$**, et : **$1/(\omega^2) = 0^2$**.

On ne doit pas alors se précipiter pour dire que: **$0/5 = 0$**, ou que: **$0^2 = 0$**, car ces **égalités** ne sont pas des **identités** mais des **équivalences** (on parlera plus en détail de la **relation d'identité** et de la **relation d'équivalence**, les deux facettes de la **relation d'égalité**). Il n'y a qu'avec le **zéro absolu o** que l'on a les **identités**: **$o/5 = o$**, et: **$o^2 = o$**, en raison du fait que ce **zéro** est l'**élément absorbant** pour la **multiplication** et la **division**. Mais pour les autres **zéros**, les **relatifs** donc, ou les **infiniment petits** ou **infinitésimaux**, on ne peut écrire ce genre de choses que si l'intention est d'exprimer des **équivalences**.

Tout **nombre x**, qu'il soit **entier** ou non (c'est-à-dire qu'il soit un **ordinal** ou non), **fini** ou **infini**, **zéro** ou non, et si **zéro** ou **infini**, qu'il soit **relatif** ou **absolu**, a un **symétrique -x** dans la **symétrie des opposés**, et un **symétrique 1/x** dans la **symétrie des inverses**. Sauf qu'il y a une vérité supplémentaire dans le cas particulier où il s'agit du **zéro absolu o** et de l'**infini absolu Ω**. Dans ce cas, le **zéro absolu o** et l'**infini absolu Ω** se rejoignent pour être **un seul et même nombre**, ce qui s'exprime par l'**égalité**: **o = Ω**, qui est l'expression du grand **Cycle Oméga**, ou **Cycle Ω**, l'**Omégacycle** donc. On a par définition: **1/o = Ω**, et: **1/Ω = o**, et aussi: **o×Ω = 1**, qui est l'idée que **o** et **Ω** sont **symétriques** dans la **symétrie des inverses**. Mais parce qu'aussi on a: **o = Ω**, il en résulte que: **1/o = o**, et: **1/Ω = Ω**, des **égalités** qui peuvent surprendre, mais qui ne sont que d'autres manières d'exprimer le **Cycle Ω**, c'est-à-dire: **o = Ω**.

A la lumière de ce qui précède, voyons plus en profondeur comment aborder la **structure numérique fondamentale** qu'on appelle un **corps** en algèbre, pour que la **division par 0** ne soit aucunement un problème, à plus forte raison de dire qu'elle est « impossible ».

Il faut se placer dans le cadre de la **théorie des ensembles**, paradigme introduit par Georg Cantor en 1882. L'actuelle **théorie axiomatique des ensembles de Zermelo-Fraenkel**, fera largement l'affaire pour une première approche plus que satisfaisante de la résolution de la **division par zéro**.

On se donne un **ensemble K**, ayant au moins deux éléments distincts que nous allons noter **o** et **u**. Ça marche aussi si ces deux éléments **o** et **u** sont le même élément, sauf que la structure obtenue se réduit à un seul élément, une structure triviale qui a tout son intérêt aussi, c'est une **structure unaire** au lieu d'être **binaire**, avec deux éléments **o** et **u** distincts. Et la **structure unaire** est aussi ce que nous appelons la **structure des générescences**, dont nous parlerons aussi.

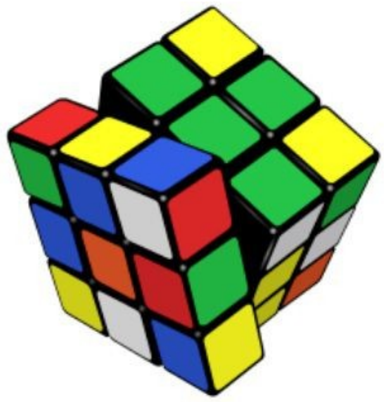
Mais pour la **structure de corps** afin de traiter la **division par zéro**, il faut donc que cet ensemble **K** possède au moins deux éléments différents **o** et **u**, l'élément **o** étant celui qu'on va appeler le **zéro absolu** ou **zéro ultime**, par opposition aux **zéros relatifs**, que nous qualifions aussi de **génératifs**, et plus exactement les **zéros générateurs**. On en reparlera plus tard. Il y en a toute une **infinité**, tandis que le **zéro absolu** ou **zéro ultime** est **unique**! Et non seulement cela, il est en même temps aussi l'**infini absolu** ou **infini ultime**, noté **Ω**, la lettre grecque **oméga** majuscule.

Diviser par les **zéros relatifs** ou **génératifs** est encore plus facile, cela donne les **infinis relatifs** ou **génératifs** ou **générateurs** correspondants, et à l'inverse **diviser** par ceux-ci donne les **zéros relatifs** ou **génératifs** ou encore **fractals**. Il n'y a aucun souci avec ces **zéros** et ces **infinis**-là, car l'**opération de division** se fait avec eux exactement comme pour n'importe quel autre **nombre non nul**. Et par **non nul** il faut justement entendre qui ne sont pas le **zéro absolu**, qui est donc aussi l'**infini absolu**, comme l'illustre l'image précédente. Il n'y a donc que ce cas des **nombres absolus** ou **ultimes** à régler, et l'affaire est dans le sac, comme on dit, l'affaire donc de la **division par zéro**.

On se donne donc un ensemble **K** ayant deux éléments distincts **o** et **u**, le but de **o** étant de représenter le **zéro absolu**, et **u** représente quant à lui **1**, et donc on va dès à présent le noter simplement **1**, comme d'habitude. Il importe de préciser que ce sont des notations, car nous ne disons pas que **0** et **1** sont des éléments de **K**, mais que **K** possède deux éléments distincts quelconque notés **o** et **u**, ou **o** et **1**, qui, en fonction des **propriétés structurelles** de **K**, vont par définition être appelés **zéro absolu** pour le premier élément, et **un** pour le second.

Ce sont les propriétés d'une **structure K** et de ses éléments, qui vont dire ce que sont ces éléments, par exemple qu'ils sont **zéro** et **un** pour les éléments, l'**addition** ou la **multiplication**, pour les applications, etc., et pas l'inverse. Avant donc de connaître la **structure K** et ses **propriétés**, les mots « **zéro** », « **un** », « **addition** », « **multiplication** », « **opposition** » ou « **antition** », « **inversion** », etc., ne sont que des mots. Nous donnons juste ces noms par anticipation, mais aussi pour préparer les esprits sur où on veut en venir.

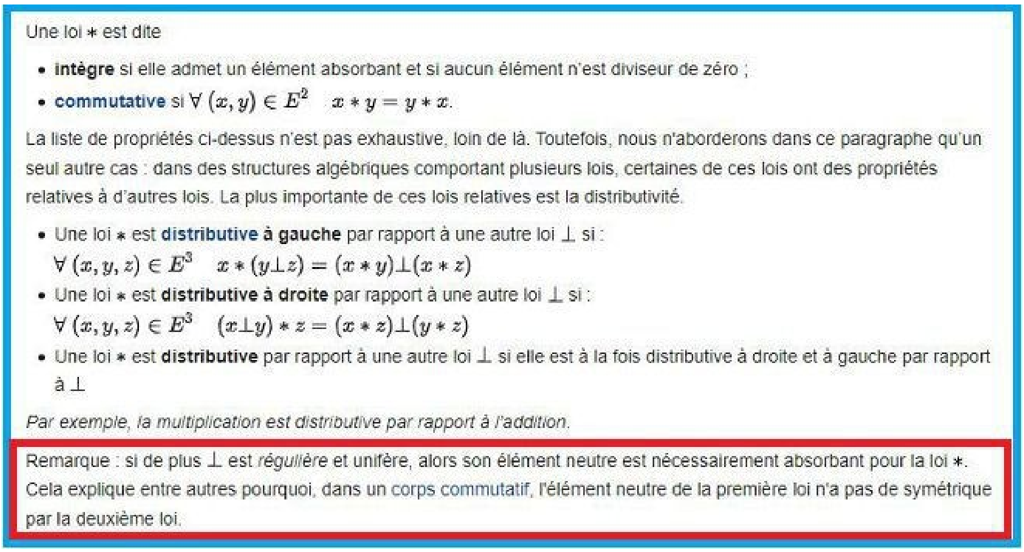
L'avènement de l'**algèbre structurelle** au 19^{ième} siècle avec entre autre Niels Henrick Abel, et la notion de **lois de composition interne** et leurs propriétés, les structures de **groupe**, puis d'**anneau**, de **corps**, etc., a profondément contribué à la compréhension des **nombres**, certes. Mais l'erreur a été de voir les **nombres** comme des objets parmi tant d'autres auxquels on applique les **lois générales** de ces **structures**, qui de surcroît ont été définies avec une seule notion d'**égalité**, à savoir l'**identité**. Après avoir défini par exemple la **structure** de **groupe**, on va pouvoir dire que les configurations du Rubik's cube munies de l'opération de manipulation de ces configurations est un groupe:



Et comme second exemple, on dit que l'ensemble **Z** des **entiers relatifs** muni de l'addition est un groupe. Et comme troisième exemple, que les symétries d'un carré munies de la composition forment un groupe, etc. Ceci est très enrichissant de pouvoir comparer divers ensembles munis d'opérations appropriées, et dire qu'ils ont une certaine même **structure algébrique**.

Mais cette approche recèle une grande erreur de paradigme que nous allons montrer à présent, et qui est de voir les **nombres** comme des objets parmi tant d'autres, que l'on étudie dans le cadre du paradigme des **structures algébriques**. Or les **nombres** ne sont pas des objets parmi tant d'autres, mais ils sont les objets les plus fondamentaux qui engendrent tous les autres, les **ensembles**, les **structures**, les **espaces**, etc.

Une fois définis par exemple les **nombres réels**, au sens classique, il suffit par exemple de considérer tous les **quintuplets** de **nombres réels** **(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)**, pour définir un **espace vectoriel** de **dimension 5**. Or à la base, tout cela n'est que des **nombres réels**, qui à la base ne sont que des **nombres entiers** aussi. **TOUT** est donc construit à partir d'eux, pour peu que la notion d'**INFINI** soit correctement conçue, comme nous allons le faire. C'est la **structure fondamentale** à comprendre, et dans le cadre de laquelle toutes les **structures** comme celles dont l'approche parle, sont construites, définies. Et pas l'inverse, comme on le voit ci-après dans Wikipedia:



Une loi $*$ est dite

- **intègre** si elle admet un élément absorbant et si aucun élément n'est diviseur de zéro ;
- **commutative** si $\forall (x,y) \in E^2 \quad x*y = y*x$.

La liste de propriétés ci-dessus n'est pas exhaustive, loin de là. Toutefois, nous n'aborderons dans ce paragraphe qu'un seul autre cas : dans des structures algébriques comportant plusieurs lois, certaines de ces lois ont des propriétés relatives à d'autres lois. La plus importante de ces lois relatives est la distributivité.

- Une loi $*$ est **distributive à gauche** par rapport à une autre loi $\perp$ si : $\forall (x,y,z) \in E^3 \quad x*(y \perp z) = (x*y) \perp (x*z)$
- Une loi $*$ est **distributive à droite** par rapport à une autre loi $\perp$ si : $\forall (x,y,z) \in E^3 \quad (x \perp y)*z = (x*z) \perp (y*z)$
- Une loi $*$ est **distributive** par rapport à une autre loi $\perp$ si elle est à la fois distributive à droite et à gauche par rapport à $\perp$

Par exemple, la multiplication est distributive par rapport à l'addition.

Remarque : si de plus $\perp$ est *régulière* et unifère, alors son élément neutre est nécessairement absorbant pour la loi $*$. Cela explique entre autres pourquoi, dans un corps commutatif, l'élément neutre de la première loi n'a pas de symétrique par la deuxième loi.

Ce que je veux mettre en évidence se trouve dans ces deux phrases :
« *Remarque : si de plus ⊥ est régulière et unifère, alors son élément neutre est nécessairement absorbant pour la loi ∗. Cela explique entre autres pourquoi, dans un corps commutatif, l'élément neutre de la première loi n'a pas de symétrique par la deuxième loi.*»

Laissons provisoirement notre ensemble **K** pour comprendre ce dont il s'agit avec l'ensemble **E** dont cette capture parle. C'est donc la « démonstration » **structurelle** (donc très générale) de l'« impossibilité » de **diviser par zéro**. Si par exemple on appelle **e** l'**élément neutre** de la loi ⊥, et **u** l'**élément neutre** de la loi ∗, si donc la loi ∗ est **distributive** par rapport à la loi ⊥, et si la loi ⊥ est **régulière** et **unifère**, alors **e** est l'**élément absorbant** pour la loi ∗, c'est-à-dire on a :
x ∗ e = e ∗ x = e, pour tout élément de l'ensemble **E**.

En effet, dire que ⊥ est **unifère** (ou **unitaire**) signifie qu'il admet un **élément neutre**, ici **e**.
On a donc pour tout élément **y** de **E** : **y ⊥ e = e ⊥ y = y**.
Mais la loi ∗ étant **distributive** par rapport à ⊥, on a pour tout élément **x** de **E**:
x ∗ (y ⊥ e) = x ∗ y, donc : **x ∗ y ⊥ x ∗ e = x ∗ y**.
Et **e** étant l'**élément neutre** pour ⊥, on a aussi:
x ∗ y ⊥ x ∗ e = x ∗ y ⊥ e.
Et enfin, dire que la loi est **régulière** signifie que pour trois éléments **a**, **b** et **c** de **E**,
si : **a ⊥ c = b ⊥ c**, alors : **a = b** ;
ou si : **c ⊥ a = c ⊥ b**, alors : **a = b** ;
autrement dit, pour ⊥, tout élément **c** est simplifiable à droite et à gauche.
Et donc, dans l'expression : **x ∗ y ⊥ x ∗ e = x ∗ y ⊥ e**, on peut simplifier à gauche par **x ∗ y**, et l'égalité devient alors : **x ∗ e = e**. Un raisonnement analogue donc : **e ∗ x = e**.
Donc pour tout élément **x** de **E**, on a : **x ∗ e = e ∗ x = e**,
ce qui veut dire que **e** est l'**élément absorbant** pour la loi ∗, et nous disons aussi qu'il est l'**élément neutralisant** pour la loi ∗. CQFD.

Par conséquent, il ne peut pas exister d'élément **x'** de **E** tel que :
x' ∗ e = e ∗ x' = u, autrement dit **e** ne peut pas avoir un **symétrique** pour la loi ∗. Sinon on aurait : **e = u**. Cette égalité est la manière générale de dire : **o = 1** ou **0 = 1**. Ce n'est « faux » que si l'on exige que **e** et **u** soient **distincts**, ou que **o** et **1** soient **distincts**. Mais il ne s'agit pas non plus d'une « impossibilité » absolue, et même pas obligatoirement d'une fausseté comme on le prétend couramment, et on va voir pourquoi.

Ce théorème général de l'**algèbre structurelle**, de la « fausseté » toute relative donc de l'existence du **symétrique** de **o** pour la loi ∗, appliqué à une **structure numérique** comme par exemple un **corps commutatif** classique, entraîne immédiatement que l'**élément neutre** de l'**addition**, **o**, « ne peut pas » avoir un **symétrique** pour la **multiplication**. Autrement dit, il ne peut exister un nombre **Ω** tel que : **o × Ω = Ω × o = 1**. Et donc pas de nombre **Ω** tel que: **Ω = 1/o**, et : **o = 1/ Ω**.
On aurait ainsi démontré de manière « irréfutable » que la **division par zéro** est « impossible ».

Sauf que, en réalité, plusieurs **axiomes implicites** de grande importance paradigmatique sont cachés dans cette « démonstration », telle qu'on la fait classiquement et que je viens de présenter. Ces **axiomes cachés** ou qu'on passe sous silence font partie des dogmes scientifiques et des croyances quasi-religieuses tenaces au sujet des **nombres**, des **ensembles**, des **structures**, etc.

Voyons cette religion à l'oeuvre, car j'ai vu des vidéos Youtube où certaines des « stars » des maths disent que « **La division par 0 est interdite en mathématiques**», ce qui est une autre idée que de soutenir qu'elle est « i**mpossible** » dans l'absolu.

Quand les gens faisaient aveuglément confiance aux mathématiciens et aux scientifiques, ils disaient simplement que la **division par 0** est « **impossible** », donc c'est « **impossible** ». Et si les gens (notamment s'ils ont une certaine connaissance technique) cherchent à en savoir plus et tombent par exemple sur l'article de Wikipedia qui dit ce qui suit, alors la messe est dite !

Algèbre [modifier | modifier le code]

En algèbre, l'impossibilité de diviser tout nombre par zéro se démontre dans le cadre plus général de la théorie des anneaux.

En effet, on démontre en règle générale que l'élément neutre de la première loi de l'anneau (l'addition pour les nombres réels) est un élément absorbant pour la seconde loi (la multiplication).

- Démonstration : $\forall x, y \in A, x \times y = (x+0) \times y$ (parce que $x = (x+0)$) et $(x+0) \times y = x \times y + 0 \times y$ (par distributivité à droite), d'où $x \times y = x \times y + 0 \times y$, d'où $0 = 0 \times y$. De même pour l'autre côté si l'anneau n'est pas commutatif.

Donc pour tout nombre a, $a \times 0 = 0$. Or, la division s'entend comme l'opération réciproque de la multiplication. Donc diviser par zéro reviendrait à multiplier par l'inverse de zéro. Or, zéro n'a pas d'inverse.

C'est pourquoi la division par zéro n'a non seulement pas de sens dans les ensembles de nombres usuels (entiers, réels ou complexes), mais plus généralement dans tout ensemble de nombres vérifiant les propriétés algébriques usuelles vis-à-vis de l'addition et de la multiplication (ce qu'on appelle un anneau). Il n'y a donc pas d'espoir de construire un nouvel ensemble de nombres qui donnerait un sens à l'inverse de zéro (comme celui des nombres complexes donne un sens à la racine carrée de −1), sauf si l'on accepte de perdre des propriétés essentielles du calcul algébrique usuel (notamment la distributivité de la multiplication sur l'addition).

Je reproduis cela en mode texte ci-après :

« En algèbre, ***l'impossibilité de diviser tout nombre par zéro*** *se démontre dans le cadre plus général de la théorie des anneaux.*

En effet, on démontre en règle générale que l'élément neutre de la première loi de l'anneau (l'addition pour les nombres réels) est un élément absorbant pour la seconde loi (la multiplication).

Démonstration : **∀x,y ∊ A, x×y = (x+0) × y** *(parce que* **x = (x+0)***) et* **(x+0) × y = x×y + 0×y** *(par distributivité à droite), d'où* **x×y = x×y + 0×y***, d'où* **0 = 0×y***. De même pour l'autre côté si l'anneau n'est pas commutatif.*

Donc pour tout nombre **a, a × 0 = 0***. Or, la division s'entend comme l'opération réciproque de la multiplication. Donc* ***diviser par zéro*** *reviendrait à* ***multiplier*** *par l'****inverse de zéro****. Or,* ***zéro n'a pas d'inverse****.*
C'est pourquoi ***la division par zéro n'a non seulement pas de sens dans les ensembles de nombres usuels (entiers, réels ou complexes)****, mais plus généralement* ***dans tout ensemble de nombres vérifiant les propriétés algébriques usuelles vis-à-vis de l'addition et de la multiplication (ce qu'on appelle un anneau)****. Il n'y a donc* ***pas d'espoir de construire un nouvel ensemble de nombres qui donnerait un sens à l'inverse de zéro (comme celui des nombres complexes donne un sens à la racine carrée de –1)****, sauf si l'on accepte de perdre des propriétés essentielles du calcul algébrique usuel (notamment la distributivité de la multiplication sur l'addition). »*

Quand une personne qui a des connaissances minimales en mathématiques lit cela, alors elle s'incline et dit « amen », car la messe des mathématiques de Lucifer est dite ! Circulez, il n'y a plus rien à voir dans cette affaire de **division par 0**, car les matheux ont parlé !

J'ai longtemps pensé que les faussetés que je déplore dans les sciences actuelles étaient juste des erreurs de paradigme, ou de l'ignorance, et l'erreur ou l'ignorance est pardonnable, bien entendu. Mais il est devenu de plus en plus évident que si certains sont effectivement dans l'erreur et récitent le credo qu'eux-mêmes ont appris, reproduisent les formatages ou lavages de cerveaux qu'eux-mêmes ont subis, d'autres par contre **savent très bien ce qu'ils font** et pour quelles raisons! C'est en lisant récemment des textes comme le précédent que j'ai vraiment pris conscience du fait que ce qu'on a appelé « science » est véritablement une **religion**, qui est le **scientisme**. Elle a ses dogmes, ses rituels, et sa liturgie est bien huilée. Elle a ses prêtres, qui officient littéralement dans des **temples de la Négation**, et ce qu'ils font est un véritable rituel de Kabbale, de maçonnerie, d'ésotérisme, d'occultisme, de vaudou, etc., dans un tout autre style qui ne donne pas le sentiment que c'est de cela qu'il s'agit. Le but est de **nier très savamment** tout ce qui en sciences pourrait conduire à Dieu. Ici, à travers la question de la **division par 0**, c'est la notion d'**INFINI**, la vraie notion d'**INFINI**, l'**Alpha** et l'**Oméga**, qui est clairement niée, car avec cet **INFINI** apparaît forcément le visage de Dieu. Et du même coup aussi du Diable qui le nie depuis toujours, et notamment en mathématiques et sciences…

Je ne réalisais pas comment une démonstration pourtant en bonne et due forme des mathématiques actuelles, peut être un art même du mensonge, oui un mensonge très savant! Car ici, cette « démonstration » (et ce que je vais dire n'est nullement un reproche à la personne ou aux personnes qui ont rédigé cet article de Wikipédia sur la division par 0, qui reflète simplement la doctrine scientifique ou plutôt scientiste actuelle), oui cette dite « démonstration » est bourrée d'**axiomes de Négation**, de présupposés qui sont **faux**, que l'on fait admettre souvent implicitement, subrepticement, ni vu ni connu. Le poison de la Négation ou le venin du Serpent est injecté dans l'esprit, sans qu'il soit capable de détecter ce qui cloche.

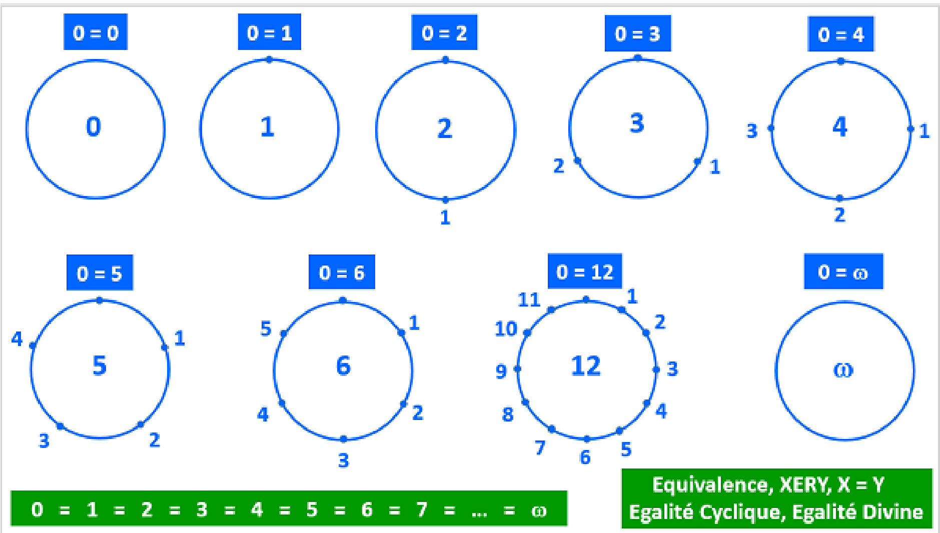
On note cette phrase assommante de ce texte : *« **Il n'y a donc pas d'espoir de construire un nouvel ensemble de nombres qui donnerait un sens à l'inverse de zéro (comme celui des nombres complexes donne un sens à la racine carrée de –1)** »*.

Et pourtant c'est ce que nous allons faire, oui construire un nouvel **ensemble de nombres** qui non seulement donne un sens à l'**inverse de 0**, mais fait vraiment comprendre ce que sont ces choses qu'on appelle les **nombres**. On fonctionne avec d'innombrables présupposés et axiomes implicites **faux**, comme par exemple celui de penser que les courantes **structures** d'**anneau** et de **corps** constituent l'expression absolue de la notion de **nombre**. Comme s'il ne pouvait exister une **structure numérique** supérieure qui définit encore mieux les **nombres** et leurs lois que les **structures** connues.

Ces allégations sont **fausse**s, d'abord parce que les **nombres**, qui sont donc les **informations**, c'est-à-dire les **objets numériques** au sens absolu (puisqu'on parle justement des **NOMBRES**), ne sont pas des objets parmi tant d'autres auxquels on applique la logique ou les définitions de l'**algèbre structurelle**. Car en fait, **TOUT EST INFORMATION**, donc **LES NOMBRES SONT TOUT**, et **TOUT et absolument TOUT dans l'Univers TOTAL (y compris lui-même!) est fondamentalement un nombre**! Partant de là, **la structure la plus fondamentale est la structure des nombres**, tout autre **structure** n'étant que des aspects de la **structure des nombres**, les propriétés secondaires des **nombres**! Donc c'est la **structure des nombres** qu'il faut étudier et comprendre en premier, et donc **régler aussi la question de la division par zéro**. Et ceci étant fait, **on déduit de cette structure fondamentale tout le reste**. Mais c'est le contraire donc que l'on fait avec l'approche **structurelle**, on met la charrue devant les bœufs!

Et ensuite, et pour revenir au premier extrait, avec un ensemble **E** muni de deux lois de composition ⊥ et ∗, et **e** étant l'**élément neutre** de la loi ⊥, il peut tout à fait avoir un **symétrique ω** pour ∗, vérifiant donc : **ω ∗ e = e ∗ ω = u**. Mais il se produit en même temps un second phénomène, qui est : **u = e** ou : **e =u**. Et donc on a en fin de compte: **ω ∗ e = e ∗ ω = e**. Ceci est la manière générale de dire que le **zéro absolu absorbe** ou **neutralise** son **inverse**, l'**infini absolu**. Comment donc peut-on à la fois avoir : **ω ∗ e = e ∗ ω = u**, et : **ω ∗ e = e ∗ ω = e**, donc : **u = e** ou : **e =u**, sans qu'il y ait la moindre contradiction dans tout cela ? Autrement dit, quelles sont les raisons pour lesquelles les dites « faussetés » ou « impossibilités » martelées dans les esprits depuis longtemps n'en sont pas en réalité?

Comme déjà dit, **u = e** ou: **e = u** est la manière générale d'exprimer le **cycle 1**, ou : **o = 1**, ou : **1 = o** qui déclenche tous les autres **cycles**. Car il suffit de **multiplier** tout nombre **x** par les deux membres de l'**égalité**: **o = 1**, pour avoir : **x×o = x×1**, donc: **o = x**, qui est l'expression générale du **cycle x**:



Le **cycle 0** et le **cycle ω**, autrement dit le **cycle zéro** et le **cycle infini**, si l'on parle du **zéro absolu o** (c'est-à-dire justement de l'**élément neutre** de l'**addition**) et de l'**infini absolu Ω**, sont le même **cycle**. C'est le **Cycle Oméga** ou l'**Omégacycle**, et avec lui on parle de **corps omégacyclique**, on fait les calculs dans la **logique omégacyclique**, que nous sommes justement en train de découvrir.

On comprend mieux la logique des **cycles** avec les autres **cycles**. Le **zéro absolu**, à savoir **o**, est l'**Alpha** de tous les **cycles**, quels qu'ils soient, c'est-à-dire leur **commencement**. Et on a un **nombre**, comme par exemple **1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, …, 24, …, 1000, …,** 10^{256}**, …,** qui n'est pas **identique** au **zéro absolu**, et qui est l'**Oméga** d'un **cycle** donné, sa **fin**. Chaque **cycle** va se **différencier** des autres par son **Oméga**. Pour le **cycle 1** par exemple, appelé aussi le **cycle unité**, le **cycle de référence** ou **cycle étalon** ou **cycle canonique**, etc., l'**Alpha** est **o** comme pour tout **cycle**, mais l'**Oméga** est **1**. Pour ce **cycle**, qui est de **longueur** ou de **circonférence 1**, le point **1** rejoint **o**, ce que l'on écrit donc: **o = 1** ou **1 = o**.

Cette écriture ne veut évidemment pas dire que **o** et **1** sont **identiques**, on n’a pas l’**identité**, qui s’écrirait alors avec un signe de l’**identité**, comme par exemple « **==** » ou « $=_2$ », ou « **===** » ou « $=_3$ » pour une **identité** plus **stricte**, ou « **====** » ou « $=_3$ » pour une **identité** plus **stricte** encore, ainsi de suite. Une **égalité** moins **stricte** que l’**égalité** courante « **=** » ou « $=_1$ », c’est-à-dire qui est une **relation d’équivalence** par rapport à « **=** » ou « $=_1$ », sera notée : « $=_0$ »; et une **équivalence** par rapport à « $=_0$ », sera notée : « $=_{-1}$ » ou « $\equiv_1$» ou « **≡**» ; et une **équivalence** par rapport à « $=_{-1}$ », sera notée : « $=_{-2}$ » ou « $\equiv_2$» ou « **≣**»; et ainsi de suite.

Et pour tout **entier relatif p**, il est appelé la **striction** de l’**égalité** : « $=_p$ » (la notion de **striction** recevra une définition plus précise plus tard, avec l’étude générale de la **relation d’équivalence**). Et pour deux **entiers relatifs p** et **q** tels que **p ≤ q**, « $=_p$ » est une **équivalence** par rapport à « $=_q$ », et « $=_q$ » est une **identité** par rapport à « $=_p$ ».

Et pour deux éléments **x** et **y**, on a : $x =_q y \Rightarrow x =_p y$.

Autrement dit, si une certaine **égalité** est **vraie**, alors toutes les **égalités** moins **strictes** qu’elle et qui sont donc des **équivalences** par rapport à elle, tandis qu’elle est une **identité** par rapport à elles, sont **vraies** aussi. Mais la réciproque est fausse évidemment, car si une **égalité** est **vraie**, celles plus **strictes** qu’elle ne sont pas forcément **vraies**. Autrement dit, une **identité** implique toujours une **équivalence**, mais une **équivalence** n’implique pas forcément une **identité**. Ainsi par exemple, si pour l’**identité** « **==** » prise comme la nouvelle **égalité**, on a : **o == 1**, alors on a forcément aussi l’**égalité**: **o = 1**. Mais si l’on dit : **o = 1**, pour l’**égalité** « **=** », l’**égalité** plus **stricte**: **o == 1**, n’est pas forcément vraie, car à son niveau **o** et **1** peuvent être **distingués**, ce qu’on écrit alors: **o /== 1**, pour dire donc que l’**égalité** « **==** » **distingue o** et **1**. Une **égalité** qui voit comme **égales** deux choses **x** et **y** qu’une autre **égalité distingue**, s’appelle une **équivalence** ou une **relation d’équivalence** (on en reparlera).

La question de savoir si deux choses **x** et **y** sont **égales** ou **différentes** n’est donc pas une **logique du tout ou rien**, comme avec les logiques classiques, celles avec laquelle on définit entre autres les **structures algébriques** actuelles. Deux choses comparées d’un certain point de vue sont **égales**, comme quand on parle par exemple de l’**égalité en droit** (ce qui est une illusion dans ce monde de **Négation**, soit dit en passant…). Mais comparées d’un autre point de vue les choses **x** et **y** sont **inégales** (nous vivons dans un monde plus d’**inégalités** que d’**égalités**!). Toute **égalité** est une **identité**, et est aussi une **équivalence**. Tout dépend de sa **striction** et à quelle **égalité** on la compare. Nous reviendrons donc en détail sur la **relation d’équivalence** et ses différentes **strictions**.

Notons ici l’**identité** par «**==** ». On n’a donc pas : **o == 1** ou **1 == o**, ce que l’on écrit : **o /== 1** ou **1 /== o**. Pour dire donc que pour cette **égalité** « **==** », plus **stricte** que l’**égalité courante** « **=** », on ne confond pas **o** et **1**, mais on les **distingue**, on les voit comme deux objets **distincts**, **différents**. Ce qui n’empêche que pour une certaine autre **égalité**, on les voit comme le **même objet**, on parle alors de leur **équivalence**.

Voir les nombres et les choses au travers d’une seule notion d’**égalité** est une grave erreur paradigmatique! Car on peut tout à fait avoir : **e = u** ou : **o = 1**, au regard de l’**égalité courante**, « **=** », autrement dit celle qui peut **égaliser** les **éléments neutres** de l’**addition** et de la **multiplication**, sans que cela ne signifie en rien que l’on confond ces deux éléments, ou que l’ensemble **E** sur lequel on travaille se réduit au seul élément **e**. Sur le **cycle 1** de l’image plus haut, le fait que **o** et **1** soient le **même nombre** pour ce **cycle** n’empêche en rien que **o** et **o.5** soient

distincts, ou que **o.3** et **o.7** soient **distincts**. Et pour ce **cycle 1**, les éléments **o.7** et **1.7** sont le **même nombre**, mais dans le cadre du **cycle 2** par exemple, ce sont deux **nombres distincts**.

Travailler dans ce cadre du **cycle 1**, qui s'écrit : **o = 1** ou **1 = o**, signifie que chaque fois que l'on a une **unité 1** on peut la remplacer par **o**. Donc : **1.7 = o.7**, et **2 = 1+1 = o+o = o**, donc **2 = o**, et de même **3= o**, etc. On appelle couramment cela un calcul de **congruence modulo 1**. Le calcul de **congruence modulo n** est donc le **cycle n**, tout bonnement, et il s'écrit : **o = n**. Et le **cycle Ω**, le **cycle infini absolu**, qui s'écrit donc: **o = Ω**, signifie que chaque unité **Ω** est remplacée par **o**. Donc **Ω+1** vaut **1**, et **Ω+2** vaut **2**, **Ω+3** vaut **3**, etc., et **Ω-1** vaut **-1**, et **Ω-2** vaut **-2**, etc. Derrière donc l'idée habituelle que **0** ou **o** ou **e** est l'« unique » **élément neutre** de l'**addition**, peut se cacher une infinité d'éléments qui sont juste **équivalents**, forment une **classe d'équivalence**. L'addition a donc au moins un deuxième **élément neutre absolu**, qui est donc **Ω**.

Et plus généralement, partout où l'on parle d'une « unicité » d'une certaine chose donnée, se cache toujours une certaine **classe d'équivalence**, c'est-à-dire un ensemble d'objets à voir comme un seul objet. L'ontologie de l'**équivalence** change complètement la vision du monde, de l'**Univers** et des **choses**.

Donc, dans l'absolu, au sens de l'**identité** donc, **o** est **inversible** : **o × Ω == Ω × o == 1**, autrement dit il admet bel et bien un **symétrique** pour la **multiplication**. Et on a bel et bien : **Ω == 1/o** et : **o == 1/Ω**, comme pour n'importe quel nombre **x**. Sauf que dans un second temps se déclenche le phénomène du **cycle**, ici : **o = 1** ou **1 = o**, ou : **o = Ω**, ou **Ω = o**, qui fait que **le 1 s'annule**, et **Ω s'annule**, et donc le **cycle** est transparent, c'est-à-dire tout se passe comme s'il n'existait pas, et donc on n'a finalement que : **o × Ω = Ω × o = o**, qui se confond donc avec : **o × o = o**. Il n'y a nullement une contradiction donc aucune impossibilité, puisqu'on a au moins deux **égalités** en présence, l'une exprimant l'**identité** de chaque **nombre**, sa définition donc, comme de dire par exemple : **Ω == 1/o** et : **o == 1/Ω**, et l'autre exprimant l'**équivalence** et le **cycle**, le **cycle 1** ou le **cycle Ω**, ou tout **cycle** nécessaire.

Concrètement, pour tout nombre **x non nul**, c'est-à-dire qui n'est pas **o**, son **inverse**, qui existe et qui est **1/x**, est **non nul** aussi, et le **produit** de **x** et de son **inverse** est égal à **1**. On dit alors que **x** est **uni-inversible**. Mais si **x** est **o**, son **inverse 1/o** existe bel et bien aussi, mais dans son cas c'est **o**, et le **produit** de **o** et de son **inverse** donne **o**. On dit que **o** est **oni-inversible**. Cela donne l'impression que **o** n'est pas **uni-inversible**, alors qu'il l'est, mais seulement la définition du **symétrique** de **o** pour la **multiplication** : **Ω × o = o × Ω = 1**, c'est-à-dire le résultat du calcul d'**uni-inversibilité**, qui est donc **1**, se transforme aussitôt en **o** du fait du phénomène du **cycle**, ce qui est l'**oni-inversibilité**: **Ω × o = o × Ω = o**.

Plus simplement encore, pour tout nombre **x**, **nul** ou **non nul**, son **inverse 1/x** existe au sens de l'**identité** « == », et le **produit** de **x** et de son **inverse** est égal à **1**, toujours au sens de l'**identité** « == ». La **division par zéro** ne pose donc aucun problème, et **1/o == Ω**, et **1/ Ω == o**. Rien n'empêche ensuite de passer à l'**équivalence** qu'est le **cycle Ω**, qui est: **o = Ω**, ou **Ω = o**, qui consiste à remplacer toute quantité **Ω** par **o**.

Donc la **division par zéro** (le **zéro absolu** donc, c'est-à-dire l'**élément neutre** de l'**addition**) est bel et bien possible, sauf que cela donne tout le temps **zéro**, exactement comme la **multiplication par zéro** est possible, et donne tout le temps **zéro**. Le **zéro** est donc l'**élément absorbant** (ou **neutralisant**) pour la **multiplication** et la **division**. La courante notion de **corps** est incomplète, la notion complète étant le **corps omégacyclique**, dont nous venons de donner la **logique structurelle**, qui consiste simplement à compléter le **corps commutatif** habituel par le grand **cycle Oméga** ou **Ω**.

Un des multiples **sous-entendus** ou **axiomes implicites** ou **dogmes** ou choix **paradigmatiques** dans l'approche **structurelle** classique est donc que le signe « **=** » dans les définitions des propriétés des **structures** est uniquement l'**identité**. Mais celle-ci ne peut pas à la fois **distinguer** les deux **éléments neutres e** et **u**, ou **o** et **1**, et à la fois les **égaliser** pour le besoin d'un minimum de logique de **cycle** et de l'**équivalence** que réclame la **structure de corps commutatif**. Le paradoxe ou l'« impossibilité » vient de là, il s'agit donc d'un problème de paradigme et non pas d'une impossibilité absolue. Nous y reviendrons tout au long de ce livre, et mettrons cela en perspective avec bien d'autres conséquences des mauvais paradigmes, que nous nommons les **paradigmes de la Négation**, par opposition au Nouveau Paradigme, qui est l'**Alternation** ou l'**Affirmation**. Autrement dit simplement, le **Paradigme de l'Univers TOTAL**.

Les nombres ne sont donc pas des objets parmi tant d'autres, mais **les nombres sont TOUT**, ils sont **LA STRUCTURE**, qui donne naissance à toute autre **structure**. Pour notre part donc, c'est la **structure** des **nombres** que nous étudions en premier, et non seulement cela, avec le **Paradigme de l'Univers TOTAL**, nous découvrons la nature fondamentale des **nombres**, à savoir les **générescences** ou **informations unaires**. De cela découle très naturellement les propriétés fondamentales des **nombres**, à commencer par celles des **nombres entiers naturels**, ou des **nombres entiers relatifs**, les **nombres constants** et les **nombres variables**.

Mais revenons à notre ensemble **K**, qui est la lettre traditionnellement utilisée pour désigner un **corps** en algèbre, et cela vient de l'allemand « **körper** » qui veut dire « **corps** ». Donc l'ensemble **K** a deux éléments appelés **o** et **1**, on le munit de deux applications de **K×K** dans **K**, appelées habituellement « **lois de composition interne** » (ce qui veut dire simplement, un moyen, pour deux éléments **x** et **y** de **K**, de leur faire correspondre un troisième élément **z** de **K**), que l'on note « **+** » pour la première application, appelée « **addition** », et « **×** » pour la seconde application, appelée « **multiplication** ».

Et enfin, on munit **K** de deux applications de **K** dans **K**, c'est-à-dire deux moyens, pour tout élément de **x** de **K**, de lui faire correspondre un autre élément **y** de **K**. La première application, nous l'appelons l'**antition** et la notons **anti**, et la seconde, nous l'appelons l'**inversion** ou **application inverse** et la notons **versi**. C'est précisément cette seconde application qui détient toute la clef de la **division par zéro**! Ce qui va nous intéresser très spécialement, c'est ce que cette application **versi** fait de l'élément appelé **o**. A cet élément **o** elle fait correspondre un élément de **K**, qui est donc **versi(o)** (lire « **versi de o** » ou « **inverse de o** »), noté **Ω**. Autrement dit on pose par définition: **Ω = versi(o)**, et même: **Ω == versi(o)**, puisqu'il s'agit d'une **définition** ou d'une **identité**. L'**inverse de zéro**, réputé « impossible » est réputé aussi « non défini ». Mais le voilà, le moyen très simple de le **définir**! Par cette application **versi** donc.

Et pour mieux nous rendre compte de là où on veut en venir (en fait l'essentiel a déjà été dit précédemment, nous sommes à présent dans un épisode du célèbre film policier Columbo, où la fin est connue dès le début), nous adoptons les notations suivantes: pour tout élément **x** de **K**, **anti(x)** sera aussi noté **-x**. Et **versi(x)** sera aussi noté **1/x**. Et pour deux éléments **x** et **y** de **K**, l'opération : **x + anti(y)** sera notée : **x – y**, et appelée la **soustraction** de **x** et **y**, et l'opération : **x × versi(y)** sera notée : **x/y**, et appelée la **division** de **x** par **y**.

Ainsi donc, la **division** est **définie** pour tous les couples **x** et **y** de nombres de **K**, y compris donc si **y** est **o**, l'élément de **K** qui représente le **zéro absolu**. Le reste est une simple affaire de savoir quel est le résultat des opérations ainsi définies, mais ce sont les propriétés de **K** qui vont le dire.

Les ingrédients de cette **structure** sont résumés par : **(K, {+, ×}, {anti, versi}, {o, 1})**. Il ne reste plus qu'à définir les propriétés de tout ça, comment ça marche.

On dit que **(K, {+, ×}, {anti, versi}, {o, 1})** est un **corps omégacyclique ultime**, si :

C1) les lois **+** et **×** sont **commutatives** et **associatives**;
C2) **o** est l'**élément neutre** de **+** et **1** est l'**élément neutre** de **×**;
C3) **×** est **distributive** par rapport à **+** ;
C4) pour tout élément **x** de **K**, on a: **x + anti(x) = o**.
C5) **versi(o) = Ω = o** ;
C6) pour tout élément **x** de **K** différent de **o**, on a: **x × versi(x) = 1**.

Plus en détail :

C1A) + et × sont commutatives dans **K**:
Pour deux éléments **x** et **y** de **K**, on a :
x + y = y + x,
x × y = y × x.

C1B) + et × sont associatives dans **K**:
Pour trois éléments **x**, **y** et **z** de **K**, on a :
(x + y) + z = x + (y + z),
(x × y) × z = x × (y × z).

C2) **o** est l'élément neutre pour **+**, et **1** est l'élément neutre pour **×** :
Pour tout élément **x** de **K**, on a :
x + o = o + x = x,
x × 1 = 1 × x = x.

C3) **×** est distributive par rapport à **+**:
Pour trois éléments **x**, **y** et **z** de **K**, on a :
x × (y + z) = x × y + x × z,
(x + y) × z = x × z + y × z.

C4) Pour tout élément **x** de **K**,
x + anti(x) = o.

C5) **versi(o) = Ω = o**.

C6) Pour tout élément **x** de **K** différent de **o**,
x × versi(x) = 1.

La **division omégacyclique par zéro** se trouve dans la propriété C5, c'est-à-dire la **division par le zéro absolu**. Elle dit simplement que : **1/o = o**, et cela a pour conséquence de manière générale, que pour tout **nombre x**, on a: **x/o = o**, autrement dit: **x/0 = 0**, si le **0** dont on parle est **absolu**, l'**ultime**, l'**élément neutre** de l'**addition**.

Cette propriété C5 dit donc simplement que l'on calcule avec **o** comme avec n'importe quel nombre non nul, on **multiplie** et **divise** donc par **o**. Et si l'on se trouve devant une **division** du genre **x/x**, si **x** n'est pas **o**, alors on peut **simplifier par x** et cela donne **1/1** ou **1**. Mais si **x** est **o**, si donc on a: **o/o**, ou **0/0** si le **0** est **absolu**, alors il faut se garder de **simplifier par 0** ou **o** pour avoir **1/1** ou **1**, mais dire que le résultat est **0** ou **o**.

Du fait que **o/o** est défini, du coup aussi $\mathbf{o^o}$ est défini aussi, et le résultat est encore **o**. En effet, on a:
$\mathbf{o^o = o^{1-1} = o^1 \times o^{-1} = o \times o^{-1} = o \times (1/o) = o/o = o}$.
Et à partir de: $\mathbf{o \times o^{-1}}$ on peut dire aussi : $\mathbf{o \times o^{-1} = o \times \Omega = o}$.

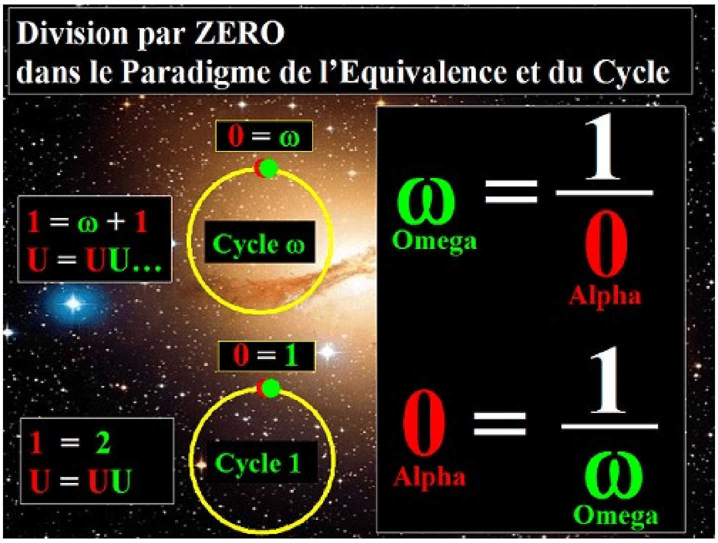
La propriété: **1/o = o** ou : **o = 1/o**, n'exprime rien d'autre que le **Cycle Infini Absolu**:
o = Ω et: **Ω = o**, qui dit que l'**Infini Absolu** ou **Oméga**, rejoint le **Zéro Absolu** ou **Alpha,** et alors on a bouclé le **Grand Cycle** des **nombres**, le **Cycle Oméga** ou l'**Omégacycle**.

Et pour un **zéro relatif** noté **0**, on a : $\mathbf{0^o = 1}$, où **o** est le **zéro absolu**.
En effet, $\mathbf{0^o = 0^{1-1} = 0^1 \times 0^{-1} = 0 \times 0^{-1} = 0 \times (1/0) = 0/0 = 1}$.

A noter toutefois que l'on n'a pas: $\mathbf{0^0 = 1}$, si **0** est **relatif**, mais : $\mathbf{0^0 = 1+\tau}$, où **τ** est un certain **zéro relatif**.

C'est ici qu'il faut distinguer le **0 absolu** des **zéros relatifs**, qui expriment l'idée d'**infiniment petits**. Quand on **divise** par eux, cela donne les **infiniment grands**, c'est-à-dire les **infinis relatifs**.

« Comment une chose si simple a pu échapper si longtemps aux plus grands génies ? »



La division par zéro n'était donc pas difficile, et encore moins « impossible ». Mais c'est simplement un choix de paradigme. Au lieu des actuels paradigmes de la Négation, ce qui veut dire aussi de l’Identité, il faut le Paradigme de l’Equivalence et du Cycle, ce qui veut dire le Paradigme de l’Univers TOTAL ou de l’Alternation ou de l’Affirmation, comme on le reverra.

Le Cycle Oméga Absolu dit seulement que l’**Infini Absolu** (l’**Oméga**) rejoint le **Zéro Absolu** (l’**Alpha**). Nous n’avons employé que cette logique minimum de cycle pour régler la question de la division par le zéro absolu. Sinon, pour l’essentiel du raisonnement avec les ensembles, les applications, etc., l’actuelle **théorie axiomatique des ensembles de Zermelo-Fraenkel** (habituellement abrégée **ZF**), suffisait largement.

Bien que, comme la théorie de Cantor, cette théorie axiomatique repose sur les paradigmes de la Négation, ou sur la logique classique qui nous vient d’Aristote il y a 2300 ans, elle permet vraiment de faire des merveilles, car le paradigme des **ensembles** est surpuissant! Ce sont les mauvais paradigmes ou logiques insuffisantes, qui brident sa puissance, et qui sont la cause des paradoxes et entre autres du problème de la **division par 0**, qui n’en est pas un en fait.

Cette question est définitivement résolue avec une simplicité biblique. Vous assistez à un miracle divin et divin miracle scientifique, vous voyez une prétendue « impossibilité » devenir une possibilité, avec une simplicité déroutante.

Et alors vous allez vous demander peut-être : « **Comment une chose si simple a pu échapper si longtemps aux plus grands génies que cette terre ait jamais portés ?** ». Et Dieu sait que cette Terre a porté des génies scientifiques depuis la nuit des temps. Depuis les Euclide ou les Pythagore de l’antiquité grecque (qui étaient sincères...) aux Bill Gates, Yuval Noah Harari et grands pontes des GAFAM, MAAMA et autres Meta (qui eux par contre ne sont pas… bon, on en reparlera et vous comprendrez le problème), en passant par les Leonhard Euler, les Georg Cantor, les Kurt Gödel, les Albert Einstein (sincères eux aussi), Dieu sait que cette Terre a porté des génies, des cerveaux !

Ce sont les esprits de Négation et de mensonges derrière les rideaux de ce monde et entre autres de ses sciences, qui ont posé et imposé au monde leurs paradigmes de Négation. Et les scientifiques sincères faisaient confiance aux paradigmes des sciences dans lesquels ils travaillaient, sans savoir qu’ils pratiquaient une religion, le SCIENTISME, déguisée en sciences.

Donc la question de la **division par zéro** et d’autres importantes questions scientifiques, n’étaient pas une question d’intelligence ou de QI cher aux transhumanistes comme les Yuval Noah Harari, les Jacques Attali, les Klaus Schwab, les Laurent Alexandre etc. Mais c’est une question d’être de nature divine ou au contraire de nature diabolique, démoniaque, d’être un esprit de la vérité, de l’INFORMATION, ou un esprit du mensonge, de la DÉSINFORMATION.

Ils ne veulent pas que leur monde de diables devienne un monde d’anges qu’il n’aurait jamais dû cesser d’être

Ce qui a donné naissance au présent livre était au départ un document de travail, des notes sur le nouveau concept de **corps omégacyclique** illustré sur l’image ci-dessus. Et cela en relation très étroite avec la nouvelle notion de **nombres entiers variables**, qui est une nouvelle vision des **ordinaux** ou **nombres entiers**, et aussi des **nombres infinis**. Différentes versions et approches du même concept de **corps omégacyclique** étaient consignées, sans au départ une intention de développer chaque version ou chaque approche pour l’expliquer au public, ce qui est le cas présentement. Donc que le lecteur ou la lectrice ne soit pas étonné(e) de trouver dans ce livre différents exposés des mêmes thématiques de **corps omégacycliques**, d'**ordinaux** ou de **nombres entiers variables**. C'est tout à fait normal et c'est au contraire l'occasion de revoir à chaque fois ces thématiques sous différents angles. On ne peut que mieux saisir tous les aspects de ces notions, leur sens profond, oui la compréhension qu'ils donnent de l'**Univers**, du **monde**, des **choses**, ce qui est précisément le but de la **Science de l'Univers TOTAL**.

Les notes étaient des définitions, des résultats et théorèmes sans démonstration pour qu'une idée donnée n'occupe pas trop mon temps alors que d'autres attendent d'être notées elles aussi. J'indiquais juste des pistes de démonstration des résultats intermédiaires par une phrase du genre : « Il est assez facile de prouver que...», ou par exemple : « La relation ≡ ainsi définie est bel et bien une relation d'équivalence, donc est une relation d'égalité sur l'ensemble... ». Cela évite de faire de longs développements pour montrer que la relation en question est réflexive, symétrique et transitive.

Il suffit de le faire de temps en temps pour certaines relations pour montrer la démarche à suivre pour le faire pour les autres. Je laisse ce soin au lecteur ou la lectrice de ce livre s'il ou si elle le veut, sachant aussi que ce livre ainsi que tous les précédents ne sont ni des livres de thèses académiques classiques ni des livres d'exercices de maths ou de physiques ou d'informatiques, pour passer un examen comme le bac, la licence ou autres.

C'est la manière de faire la science des paradigmes traditionnels, que je qualifie de paradigmes de Négation. On aura souvent aussi l'occasion, entre deux développements techniques, de comprendre cette question de la Négation tout au long du livre. Nous travaillons donc dans un nouveau paradigme scientifique, celui de l'Univers TOTAL, une nouvelle vision de l'Univers et des choses. Ce qui signifie aussi une autre logique scientifique et manière de faire la science et de raisonner, que je nomme l'Alternation, et qui s'oppose à l'actuelle philosophie de Négation qui gouverne le monde entier et ses sciences.

Pour le dire clairement et peut-être abruptement dès le départ pour que le lecteur ou la lectrice comprenne de quoi il retourne, les sciences actuelles sont les sciences de Négation, ce qui veut dire les sciences de Lucifer, du Diable. Cela vous étonne de lire cela ? Alors répondez à cette question : ces sciences vous parlent-elles de Dieu ? Eh bien non. Que dalle ! Eh bien voilà. Et que vous disent-elles ? Que la question de Dieu n'est pas formulable scientifiquement ? Ou que Dieu n'a rien à voir avec la science ? Eh bien sachez que c'est faux ! Ce sont précisément les paradigmes de la Négation, les paradigmes du Diable donc, qui font dire cela. On comprend mieux quand on comprend enfin ce qu'il faut entendre par « Dieu », quelle est sa définition scientifique, et alors aussi on comprend du même coup ce qu'il faut entendre par le « Diable », quelle est sa définition scientifique.

Et Dieu, c'est justement l'Univers TOTAL, la Réalité TOTALE, l'Ensemble de toutes les choses et de tous les êtres, l'Etre TOTAL, l'Alpha et l'Oméga. Et le Diable, eh bien, c'est la Négation de tout ça. Les sciences du Diable ne parlent ni de Dieu ni du Diable, et c'est d'ailleurs l'un des signes caractéristiques de ces sciences. Elles ne parlent donc pas du Bien et du Mal, de la Vie (la vraie), de l'Amour, etc.. Elles sont froides comme un Serpent, elles sont à l'image des êtres qui les font.

Seule donc la Science de Dieu peut enfin dévoiler la vérité sur Dieu et sur le Diable, sur les anges et les démons, que ce soit les anges des autres mondes et univers, que je nomme les mondes ou univers d'Alternation, ou que ce soit les anges nés humains, qui font le travail de Dieu mais qui sont confrontés aux démons nés humains, qui luttent pour perpétuer leur règne dans ce monde de Négation qu'ils ne veulent pas voir devenir un monde d'Alternation.

Pour le dire en langage biblique, ils ne veulent pas que leur monde de diables redevienne le monde d'anges qu'il n'aurait jamais dû cesser d'être.

Voici illustré ce qui se cache derrière les trois premiers chapitres du livre biblique de la Genèse (Genèse 3 : 1-24), mais dont le « Serpent » a voilé le sens dans son monde de Négation. D'abord que le monde tel que nous le connaissons n'est pas le monde originel, qui était un monde d'Alternation, un monde divin, ce qui a été appelé « Eden » dans la Genèse.

Derrière ce mot ou derrière l'idée du «paradis », se cache en fait un monde d'un autre type, un monde où les humains, créés divins, étaient en relation directe avec Dieu, et avec les autres êtres divins ou anges, de tous les autres mondes divins. La notion de « création » du monde dont il est question en Genèse 1 : 1-5 en ces termes :

« Au commencement, Dieu créa les cieux et la terre. La terre était informe et vide: il y avait des ténèbres à la surface de l'abîme, et l'esprit de Dieu se mouvait au-dessus des eaux.

Dieu dit: Que la lumière soit! Et la lumière fut. Dieu vit que la lumière était bonne; et Dieu sépara la lumière d'avec les ténèbres. Dieu appela la lumière jour, et il appela les ténèbres nuit. Ainsi, il y eut un soir, et il y eut un matin: ce fut le premier jour»,

oui, ce qui se cache derrière ces paroles peut actuellement, avec nos connaissances scientifiques, s'illustrer ici de la manière suivante :

Dans l'Univers TOTAL, dans DIEU donc, dans **U**, il y a des mondes et des êtres d'Alternation, c'est-à-dire connectés au Divin, à l'Universel, qui sont les vrais mondes ou **univers**, et des mondes et êtres de Négation, déconnectés du Divin, de l'Universel, que je nomme les **onivers** ou **univers de Négation**, collectivement appelés l'**Onivers**, noté **O**. C'est ce qu'on appelle couramment l'**Enfer**, et il suffit juste de regarder l'image ci-dessus, qui est l'image classique de l'évolution de notre univers (ou plutôt notre **onivers**), pour comprendre rapidement pourquoi.

L'évolution globale est le passage progressivement d'un état initial infernal à un état paradisiaque ou édénique, un retour progressif à la vraie existence, à la vraie vie, qui ne peut qu'être divine. C'est déjà cette vérité qui est cachée. Cacher donc la vraie Réalité, pour faire passer la fausse comme étant la vraie, l'unique. La réalité de Négation, comme c'est le cas présentement pour ce monde-ci, et plus pour longtemps.

Ce que montre cette image est ce dont parle la Genèse en langage biblique, compréhensible pour les peuples anciens, comme les hébreux. Car il ne faut pas oublier que le peuple biblique était un peuple d'agriculteurs et de bergers, qui n'avaient pas nécessairement les moyens et les connaissances scientifiques que nous avons présentement pour comprendre le monde, l'Univers et les choses…

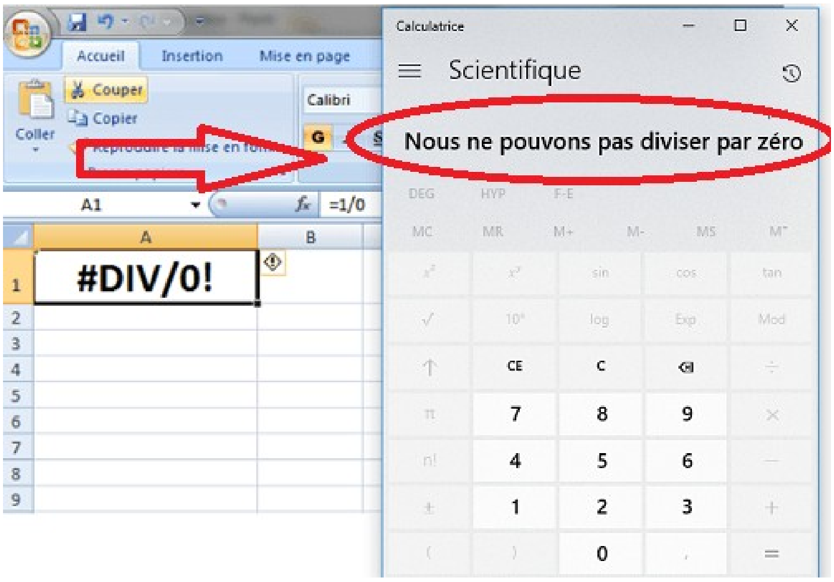
Mais bon, une fois qu'on a dit cela, il ne faut pas oublier non plus que des peuples anciens avaient d'autres moyens et d'autres facultés, notamment celles de la connexion au Divin, qui leur permettait d'avoir accès à des connaissances et à des réalités inconnues. Facultés qui ont été perdues en raison de la déconnexion du Divin et de l'évolution vers une vision très matérialiste de l'Univers et des choses. Vision matérialiste qui atteint son comble de nos jours, d'où la nécessité de redonner les clefs de la connaissance divine, mais en plus avec une vision scientifique des choses. Nous faisons d'une pierre deux coups donc...

Le mensonge commence donc par le fait de faire oublier nos vraies origines, divines, au profit de théories de nos origines qui sont des théories même de Diable, comme par exemple la classique théorie de l'évolution. Il n'y est pas question de Dieu, ou de nous dire quelle nature originelle nous avons perdue pour nous retrouver dans un univers ou monde de Négation. Ce genre d'occultation est la signature même du Diable, le Serpent d'Eden, c'est ce qui permet de reconnaître à coup sûr ce qui est son œuvre, ses paradigmes. Oui, les paradigmes de Négation.

On commence aussi à comprendre de quel genre de « Serpent » d'Eden il s'agit, un Serpent donc qui a toutes les apparences humaines et qui marche sur deux pattes, comme toute sa progéniture de par le monde. En révélant à présent la Science de Dieu (oui Révélation et Science peuvent être tout à fait la même chose, contrairement à ce que le Serpent a toujours fait croire), nous dévoilons du même coup tous les mensonges du Diable, et les mensonges de ses sciences, et même de ses mathématiques, réputées pourtant pour être une science exacte ! Et pourtant (et vous n'êtes pas au bout de vos surprises, si vous découvrez la Science de Dieu par ce livre), nous allons voir l'un des plus grands mensonges des mathématiques, l'un des plus grossiers, qui est…

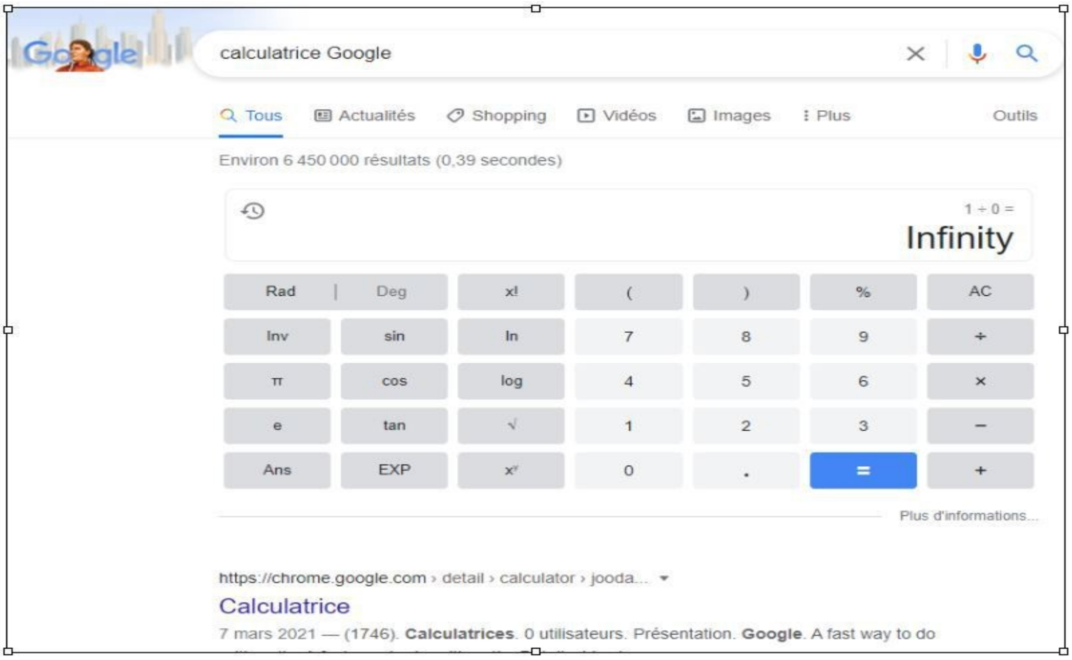
Et si nous le montrions en image ?

Cette image qui suit illustre l'un des chefs d'oeuvre même des mensonges des mathématiques, des sciences et des technologies de Négation. On a cette phrase pathétique : « **Nous ne pouvons pas diviser par zéro**» d'une calculatrice scientifique d'un système d'exploitation mondialement connu.

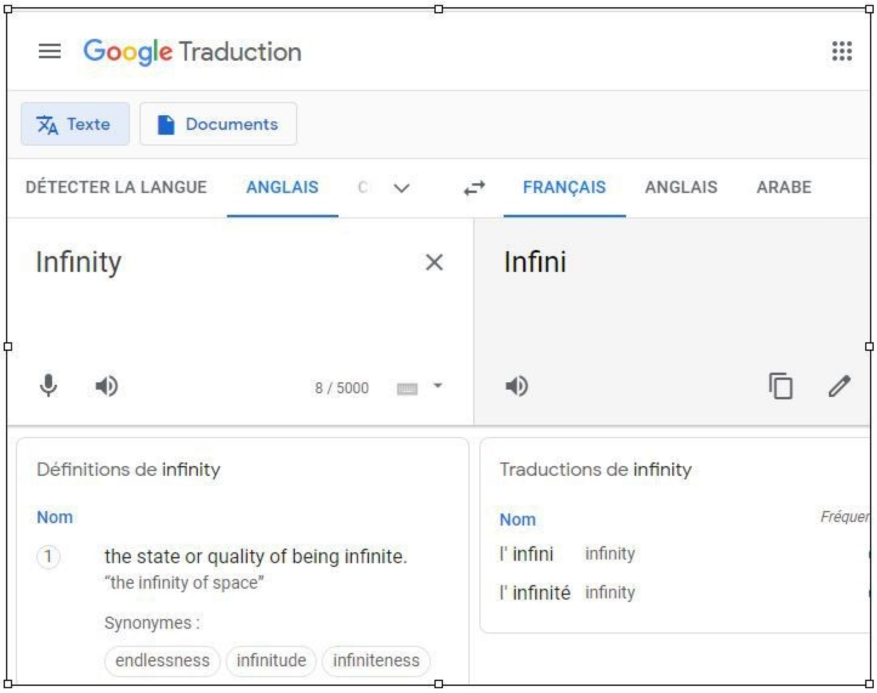


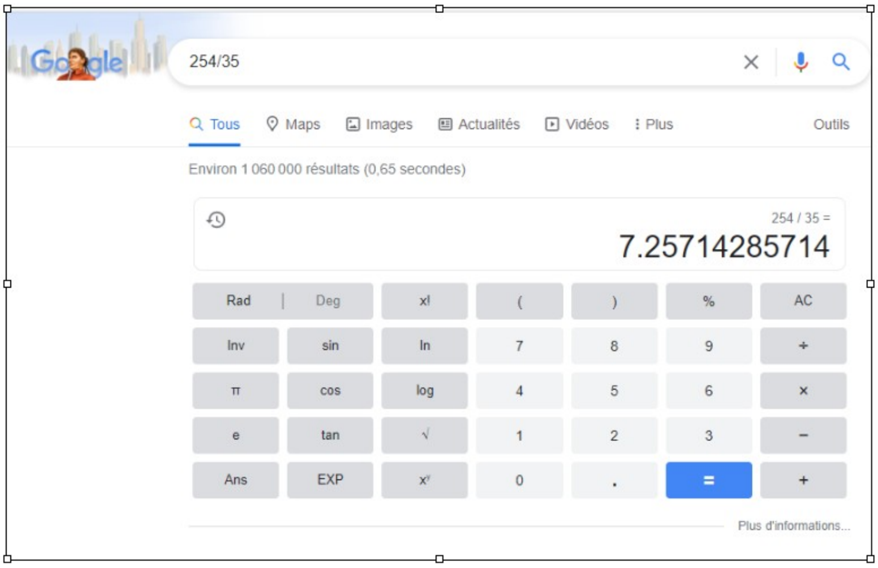
Et je dois avouer que c'est avec ce système d'exploitation que je travaille et écris ce texte présentement. En attendant donc de mettre en place le paradigme de Dieu. Vous avez sans doute reconnu le tableur Excel de Microsoft ainsi que la calculatrice de Windows 10.

Est-ce que le plus grand de ses acolytes des GAFAM, le « G » des gafameries, à savoir donc Google, s'en sort mieux, quand on lui demande de faire la simple **division : 1/0**?



Là je reconnais avoir eu une agréable surprise en essayant à l'instant même ce test que je n'avais pas fait avant ce jour, côté Google donc. Pour « **1/0**» la calculatrice en ligne de Google répond donc « **Infinity** », ce qui ne veut pas dire « **Infinité** » en français mais « **Infini** », si l'on pose la question à Google lui-même. C'est déjà pas mal, je dirais. Sauf que… hum… hum…, quand je demande d'effectuer le même calcul à la fenêtre de recherche de Google.





La calculatrice de Google apparaît donc automatiquement et affiche le résultat. Mais quand je fais cette seconde manœuvre via la fenêtre de recherche pour la division « **1/0** », le résultat n'est pas comme le précédent. On obtient : « **Undefined** ».

OK. L'explication peut être que le moteur de recherche, quand on lui demande de faire « **1/0** », considère d'abord qu'on fait une recherche sur cette division spéciale et non pas qu'on veut un résultat. Raison pour laquelle la fenêtre de recherche ne lance pas la calculatrice Google, mais affiche une réponse standard, que la **division par 0** n'est pas définie, donc « **Undefined** ».

Il n'empêche que tout ça n'est pas bien sérieux, c'est très révélateur que la doctrine scientifique actuelle reste quasiment consensuelle que la **division par 0** est « **non définie** » et même « **impossible** » tout bonnement.

Nous avons noté que dans les articles de Wikipedia cités, on ne dit pas que la notion d'**égalité** impliquée et symbolisée par le signe «**=** » est l'**identité** et non pas l'**équivalence**, que pourtant ces matheux connaissent, puisqu'ils l'utilisent par exemple dans l'**arithmétique modulaire**, qu'ils appellent aussi le calcul des **congruences**. Nous parlerons dans ce livre (comme dans tous ses prédécesseurs) de la très importante **relation d'équivalence**, qui est la clef même de cette question de **division par 0**.

Dans les paradigmes traditionnels, on travaille avec une logique mathématique et scientifique qu'on peut schématiser ainsi : **Objets-Opérations-Égalité-Relations**.

Cela signifie qu'on part d'**objets** ou d'un **ensemble E d'objets**, comme par exemple l'**ensemble N des nombres entiers naturels**. Puis sur cet **ensemble E** on va définir des **opérations**, comme par exemple l'**addition** et la **multiplication**, faire par exemple «**2+5** », ou «**4×7** ». Et pour écrire les **résultats** des **opérations**, on va faire appel à une **relation d'égalité**, généralement notée par le symbole « = ». Et on va donc dire par exemple : «**2+5 = 7** », ou : «**4×7 = 28** ». Et plus généralement on va exprimer des **relations** entre des **objets** de **E** ou les **opérations** faites à partir d'eux, comme par exemple aussi exprimer la **relation d'ordre**, comme l'infériorité, et dire des choses comme : « **2 < 7** » ou «**2+5 < 4×7**». Et au besoin on va élargir la notion de relation en parlant par exemple de la **relation d'équivalence**, indispensable par exemple en arithmétique modulaire.

Les **structures algébriques** traditionnelles, comme par exemple la fameuse **structure d'anneau** ou celle de **corps**, suivent fondamentalement cette démarche : **Objets-Opérations-Égalité-Relations**, qu'on vient de décrire. Au passage j'ai toujours trouvé un peu étrange ce terme « **anneau** » pour parler de la **structure additive-multiplicative**. Le mot « **anneau** » me paraît peu intuitif pour ce que cela veut dire, voire quelque peu « occulte » comme si on nous enfermait dans un **anneau infernal**, mais bon, passons…

Cette démarche : **Objets-Opérations-Égalité-Relations** paraît donc « naturelle », intuitive, normale. Et pourtant elle n'est pas bonne, elle est non seulement contre-logique, anti-logique, dissimulatrice de grands vices, mais surtout ce paradigme est très limitatif. C'est la démarche typique même de la **méthodologie axiomatique**, pour ne parler que d'elle.

En effet, on introduit **axiomatiquement** des **objets**, et **sans les définir**, comme par exemple « **ensembles** » (pour la théorie des ensembles), « **nombres** » (pour l'arithmétique et l'algèbre), « **points** », « **segments** », « **droites** » (pour la géométrie), etc.. Puis on définit les **opérations** sur les **objets** introduits, on exprime les **énoncés** ou **relations**, là encore en posant **sans démonstration** certains **énoncés** ou certaines **relations** (**appartenance**, **égalité**, etc.), appelés axiomes, contenant souvent le signe de l'**égalité**, pour les théories dites « **égalitaires** », ce qui est le cas des théories les plus importantes, comme par exemple la **théorie des ensembles** ou l'**arithmétique** (**axiomes de la théorie des ensembles** ou **axiomes de Peano** par exemple). On ne définit donc pas les **mots premiers** ou les **objets**, et on ne démontre pas les **axiomes**, puisque pour les démontrer il faut d'abord un langage et dans ce langage des **vérités premières** (donc encore des **axiomes**), elles-mêmes démontrées, et ainsi de suite, et c'est le serpent qui se mord la queue.

Par conséquent, on part d'**objets** premiers et de **relations premières** ou **énoncés premiers** ou **axiomes**, qui ne sont pas démontrés mais servent à **démontrer** d'autres appelés **théorèmes**. Le but est d'avoir le moins d'**axiomes** possibles au départ (comme par exemple la **théorie des ensembles** qui compte une dizaine d'**axiomes** fondamentaux dont par exemple l'**axiome de l'infini**, l'axiome de l'**ensemble des parties** ou encore l'axiome du choix, ce dernier étant important pour la **théorie des ordinaux** ou **théorie des nombres entiers**), mais les **axiomes** sont incontournables dans cette démarche : **Objets-Opérations-Égalité-Relations**.

C’est l’un des nombreux aspects de la logique de **Négation**, la logique d’**Identité**, qui déclare « impossible » la **division par 0**. Quand on a posé les **objets**, quand on les a nommés comme avec le mot « **nombres** » ou « **nombres entiers naturels** », que l’on pose des **axiomes** à leur sujet et que l’on commence par les manipuler avec les **opérations** et les **relations**, dont l’**égalité**, on finit par croire que l’on sait de quoi l’on parle. Dans le même ordre d’idées, quand on a nommé une chose « **démocratie** », on finit par la pratique à croire que c’en est, et même à dire que tout ce qui n’obéit pas à ce système est « **anti-démocratique** ».

Jusqu’au jour où l’on s’aperçoit qu’en fait ce que l’on a appelé « **démocratie** » (gouvernement par les peuples) cache dans ses racines et ses paradigmes des monstruosités ou en tout cas des vices profonds, qui font que c’est dans le meilleur des cas une **ploutocratie** (gouvernement par les plus riches), une **oligarchie** ou une nouvelle **aristocratie** (gouvernement par une élite), et même pire, une **dictature**, comme on le voit à présent à l’ère du **Covidisme**. Les monstres cachés derrière les **jolis mots axiomatiques** du Diable commencent à montrer leurs vrais visages.

Et en fait, c’est exactement le même modèle en mathématiques et sciences. C’est surtout là que s’illustre la démarche **Objets-Opérations-Égalité-Relations**. On pose et impose une notion de **nombres** comme si elle était absolue, une méthodologie scientifique (l’axiomatique pour les mathématiques, la méthodologie expérimentale pour la physique, etc.) comme si elle était absolue et le summum de ce qu’on peut faire en matière de science. Or, comme la religion du **Covidisme**, il ne s’agit pas de vraie **Science** mais du **Scientisme**, une religion qui ne dit pas son nom!

*Quand le **Covid** cache le culte au démon **Divoc**, alias le **Diable** tout simplement.*

Quand donc on a appelé « **science** » ce qui est du **scientisme**, là encore le piège s’est refermé, et gare à qui vient parler d’une autre **Science**! C’est lui ou elle que l’on taxe de « **complotiste** », de « **charlatan** » ou de tout ce que l’on veut. Des médecins et scientifiques sincères ont travaillé aux sciences actuelles, croyant que leur but était la recherche de vérité. Mais le jour arriva fatalement en cette ère de **Covidisme** où tout ce qui était caché devient manifeste, ils ont tenu à dire ce qu’ils savent être la **vérité scientifique**, à aller contre les dogmes et la propagande de la religion maçonnique cachée derrière les sciences actuelles, eh bien on commence à les traiter de « **complotistes** », ou pire, de « **gourous de secte** », ou encore de « **charlatans de la médecine ou de la science** », exactement comme Georg Cantor le père de la théorie des ensembles fut traité à son époque. Notamment par un collègue Leopold Kronecker. Mais même dans ce cas, c'était vraiment bisounours à côté de ce qui se passe maintenant !

Mine de rien donc, la démarche : **Objets-Opérations-Égalité-Relations** cache des monstruosités paradigmatiques, que l'on ne pouvait pas deviner sans l'éclairage qu'apporte aujourd'hui la **Science de l'Univers TOTAL** ou **Science de Dieu**. Car les **nombres**, et tout simplement les choses de l'**Univers**, réclament exactement la démarche inverse : **Relations-Égalité-Opérations-Objets**.

En effet, c'est bien les **relations** (ce qui veut dire les **énoncés**, les **propositions**, les **phrases**, etc.), et en particulier la **relation d'égalité**, qui **définissent** les **objets** dont on parle, et ce via les **opérations** ! Par exemple, les **nombres**, les **ensembles**, les **points**, les **espaces**, la **matière**, l'**énergie**, etc., ne sont pas ce qu'ils sont si ces notions n'ont pas été **définies** auparavant, au moyen d'**opérations** et, avant elles, de **relations**, qui elles-même doivent reposer sur la notion la plus fondamentale qui soit, qui demande peu de mots pour être définie. Et cette notion fondamentale est l'**Univers TOTAL**, l'**Ensemble de toutes les choses**. Lui-même ne demande qu'**un seul mot** avant lui, à savoir le mot « **ensemble** ».

Et la notion d'ensemble elle-même ne demande qu'**un seul mot premier**, qui est le mot **chose** en français, en anglais **thing**. Par ce mot « **chose** » on entend vraiment **TOUT**, tout ce dont on parle, tout ce que l'on conçoit, tout ce que l'on nomme, tout ce qui est visible, invisible, passé, présent, futur, tout ce qui est considéré comme réel, imaginaire, ou virtuel, peu importe ! Toute chose connue dans notre monde, dans l'univers connu, et toute chose inconnue. Tout ce que la physique actuelle croit être la seule réalité, à savoir cet univers connu avec ses $\mathbf{10^{80}}$ atomes (« **10 puissance 80** atomes »), et tout ce qu'il y a au-delà de cette limite de $\mathbf{10^{80}}$, car rien ne nous autorise à penser que la réalité se limite à $\mathbf{10^{80}}$.

Sinon que les mathématiciens arrêtent leurs compteurs de nombres à $\mathbf{10^{80}}$ ou $\mathbf{10^{100}}$, ou même $\mathbf{10^{1000}}$ pour être très large. Qu'ils disent officiellement que les éléments de l'**ensemble N des entiers naturels** va de **0** à $\mathbf{10^{1000}}$, pas au-delà ! Et on va bien rigoler. On leur demandera alors à quoi leur servent le **nombre de Graham**, **G**, les suites de **Goodstein**, la **théorie des cardinaux**, ou l'**ordinal infini ω** ou **nombre infini Aleph Zéro** ($\aleph_0$). C'est juste pour délirer ou parler de choses qui n'auraient aucune **réalité physique** ?

Bien sûr que non ! Car toute l'**infinité** des **nombres entiers naturels** ou des **ordinaux** a un sens, une réalité, qui en plus n'est pas que mathématique. Le mot chose s'applique donc aussi et surtout à toutes ces **choses numériques**, car justement **tout est fondamentalement numérique** !

Le mot clef, le seul qui s'impose donc, et qui s'applique à… eh bien **toutes les choses**, voyons, est le mot **chose**. A partir du mot **chose**, la notion d'**ensemble** se définit avec des mots de logique, comme ci-après le mot « **former** » :

« *Un **ensemble** est une **chose formée** d'**autres choses** appelées ses **éléments** ». Et la **chose formée de TOUTES les choses** est par définition l'**Univers TOTAL**, l'**Ensemble de TOUTES les choses**.*»

Nous avons ainsi bel et bien, par une **phrase**, donc par une **relation**, défini l'objet premier de la **Science**, l'**Univers TOTAL**, l'**Ensemble de TOUTES les choses**, sans avoir besoin d'axiomes, car justement les **axiomes** servent à ne pas vraiment définir les **notions premières**, car, comme on vient de le faire, ces notions se définissent par elles-mêmes. Le mot **chose** se définit par lui-même.

Quand nous disons par exemple : « ***Une chose est tout ce que l'on conçoit, que l'on nomme*** », nous avons dit : « ***Une chose est toute chose que l'on conçoit, que l'on nomme*** ».

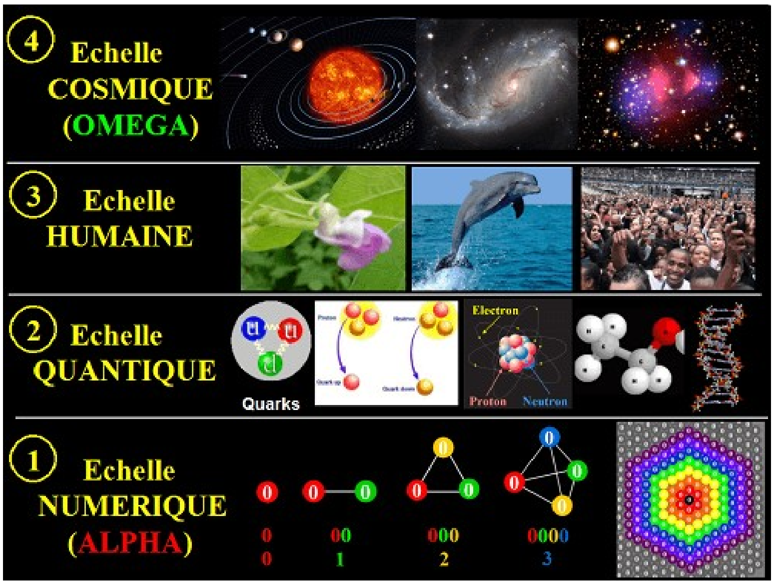
Cela semble être une pétition de principe, le « serpent qui se mord la queue », mais pas du tout ici, car le mot **chose** est un exemple de notions **récursives**, de notions qui ont besoin d'elles-mêmes pour se définir. Comme aussi la notion d'**ensemble**. On répète :

« *Un **ensemble** est une **chose formée** d'**autres choses** appelées ses **éléments** ». Et la **chose formée de TOUTES les choses** est par définition l'**Univers TOTAL**, l'**Ensemble de TOUTES les choses**.*»

Cette définition a un sens, elle veut dire simplement que des choses plus élémentaires, appelées **éléments**, forment des **choses** plus **grandes**, appelées **ensembles**, qui à leur tour forment des **choses** plus grandes encore, et ainsi de suite à l'**infini**. Et la chose qui est l'**Ensemble** de tout cela, qui est le terminus ou l'**Ensemble infini**, c'est l'**Univers TOTAL**. La notion de **chose** est ici la notion **Alpha** et l'**Univers TOTAL** est la notion **Oméga**. Et rien que d'avoir dit cela c'est d'avoir défini la **structure fractale** de l'**Univers TOTAL**, toute la **hiérarchie** des **choses**, et aussi toute la **hiérarchie** des **ensembles**, et toute la **hiérarchie** des **nombres**, de l'**Alpha** à l'**Oméga**!

L'**Univers TOTAL** est d'ailleurs justement l'**unique élément** de base qui se répète pour former **toutes les choses**. Voilà une vérité fondamentale du Nouveau Paradigme de la **Science**, qui découle juste d'une définition en partant du bon mot de la **Science**, à savoir le mot **chose**.

La notion de « **formation** » se précisera plus tard, en relation avec la notion d'**information**, et plus précisément la notion d'**information unaire**, c'est-à-dire une **information formée** d'une seule **information élémentaire**, qu'on peut noter SOIT **1** SOIT **0** par exemple, et dans ce livre nous optons pour le choix du **0**, puisqu'il sera aussi question de la **division par 0**, justement. Information unaire donc, par opposition à l'**information binaire** qui nécessite deux **informations élémentaires**, le **0** ET le **1**. L'**information unaire**, nous l'appelons aussi **générescence**.



Donc finalement, tout se ramène à **TOUT former à partir d'une seule chose élémentaire**, SOIT **1** SOIT **0** par exemple, mais, comme on va le voir, peu importe finalement comment on appelle cette **chose élémentaire**, cette chose **Alpha**, parce que la **structure numérique** est **fractale** (on en reparlera).

Puisqu'on **répète** la même **chose** pour tout **former**, **générer**, **créer**, ces différentes **répétitions** ou **itérations** d'une **unité** de base pour **tout former**, de l'échelle **Alpha** ou **Zéro** à l'échelle **Oméga** ou **Infini**, est ce qu'on appelle un **nombre** !

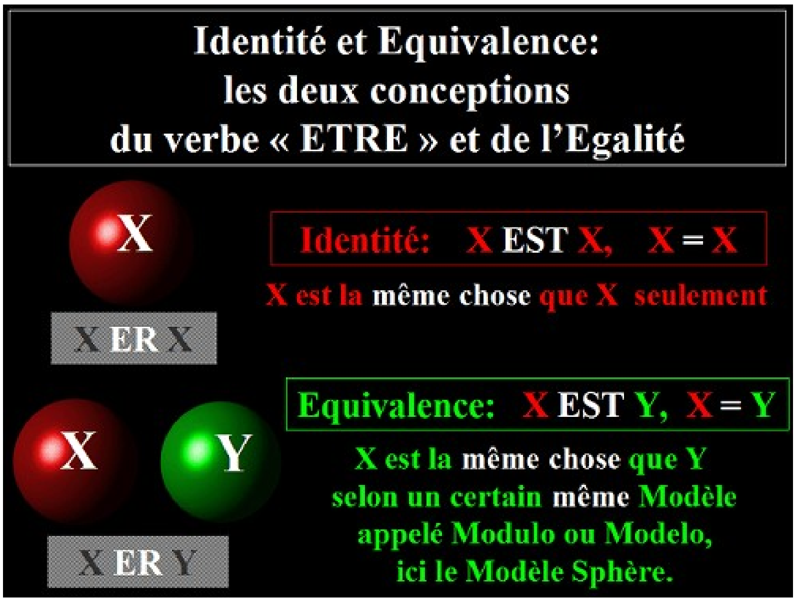
Les **nombres** ne sont donc pas que des objets mathématiques pour matheux, mais les nombres sont tout, oui **TOUT est numérique** ! Nous faisons donc des maths, mais en même temps aussi de l'informatique, de la physique, de la biologie, de la psychologie, de la sociologie, de la spiritualité, etc.. Car l'**Univers TOTAL** est le **TOUT inséparable**, il se moque de nos séparations des domaines, car la vérité est une ! Il nous faut donc maintenant avoir une vision globale de la **Réalité**.

On a peut-être pensé qu'en partant du mot **chose** on est parti d'un **ensemble** d'**objets**. En fait non, nous ne sommes pas partis d'un **ensemble d'objets**, et même pas d'un **objet** donné, mais en réalité d'une **propriété fondamentale** du **TOUT**, à savoir la notion de **chose**, qui a la **propriété** de **se définir elle-même**. Il s'agit d'une **relation** de **définition**.

Nous avons dit en effet :

« *Un **ensemble** EST une **chose FORMÉE** d'**autres choses** appelées ses **éléments** ». Et la **chose FORMÉE de TOUTES les choses** EST par définition l'**Univers TOTAL**, l'**Ensemble de TOUTES les choses**.*»

Pour dire : « Un **ensemble** EST » donc « Un **ensemble** EST **X** », nous avons donc utilisé le verbe **ETRE**, qui est le verbe de l'**égalité**, et plus précisément de **relation d'équivalence**.



Et le verbe **FORMER** est encore une **relation**, du genre : « **X forme Y** » ou « **Y est formé de X** ».

Nous démarrons bel et bien avec la **relation**: **Relations-Égalité-Opérations-Objets**, et la notion d'égalité commence aussi à entrer doucement en scène. Les mots courants nous servent juste à clarifier et à expliquer les mots qui se dessinent progressivement comme les mots fondamentaux. Ces mots sortent au fur et à mesure du magma des mots courants pour prendre un sens scientifique précis.

La notion d'**égalité** est la **relation d'équivalence**, qui s'impose ici comme plus générale que la **relation d'identité**, qui n'en est qu'un cas très particulier. Le problème avec la démarche inverse, qui commence par les **objets**, puis les **opérations**, et seulement après l'**égalité** et les **relations**, autrement dit l'approche **axiomatique**, c'est que la notion d'**égalité** ou « **=** » est parachutée comme un **axiome** aussi ou comme une **évidence**, et on n'appelle alors « **égalité** » que ce signe, et de ce fait cette **égalité** est une **identité** ! Celle qui dit uniquement « **2+2 = 4** », quoi, mais pas « **2+2 = 5** » aussi. D'emblée, on décrète que les **égalités** du genre : « **2+2 = 5** » sont des erreurs mathématiques, des « faussetés », alors que ce sont des **équivalences**, oui des **relations d'équivalence**.

En l'occurrence, ici, « **2+2 = 5** » est l'**égalité modulo 1**, autrement dit ce que dans l'arithmétique modulaire on appelle la **congruence modulo 1**. Mais c'est ce que nous appelons le **Cycle 1**, et on en reparlera longuement. Et « **2+2 = 6** » est l'**égalité modulo 2**, la **congruence modulo 2**, donc le **Cycle 2**, et on en reparlera longuement.

A ce point c'est fait exprès, cela ne peut pas être autrement ! Autant de cerveaux et de génies des mathématiques et des sciences que ce monde ait jamais portés, ne peuvent pas être passés à côté d'une chose aussi simple. Ils ont donc fait exprès où on les en a empêché par un moyen visible ou occulte. Ils ont été victimes de quelque Kabbale, sorcellerie, vaudou ou gris-gris. Ou ils ont été hypnotisés, envoûtés comme dans l'album Tintin le numéro « Les 7 Boules de Cristal »

Il y a un truc paranormal qui est tombé sur tous les scientifiques depuis longtemps pour qu'ils continuent de dire que la **division par 0** n'a pas de sens ou est **impossible**, alors que, comme nous sommes en train de le démontrer, la **relation d'équivalence**, que pourtant ils connaissent, est la solution. Oui la **division omégacyclique par 0** que nous sommes en train de découvrir dans ce livre. Ou aussi la **division fractale par 0** ou **division générative**. Qu'aucun d'eux n'ait trouvé ça depuis des siècles de science me paraît très difficile à croire. Ils en ont été empêchés d'une manière ou d'une autre, par des moyens visibles ou cachés. Tous les mystères vont s'éclaircir à présent.

Pour en revenir à notre sujet : **Relations-Égalité-Opérations-Objets**, il faut bien commencer par les **relations**, pour être certains d'avoir comme outils **toutes** les **relations**, pour exprimer les **propriétés** des **nombres**. Et les deux **relations** fondamentales en matière de **nombres** sont la **relation d'équivalence** et la **relation d'ordre**. La première est simplement la **relation d'égalité** dans toute sa généralité, et pas seulement l'**identité**, qui en est un cas particulier. La seconde est principalement la **relation d'infériorité** et de **supériorité**. Les **relations d'appartenance** des **ensembles**, d'**inclusion**, etc., notamment avec les **ordinaux** et plus généralement les **ensembles transitifs**, sont des cas particuliers de **relation d'ordre**. Et même la **relation** « **X forme Y** » que nous avons évoquée ici, est une **relation d'ordre**.

Ce sont les **relations** qui, moyennant les **opérations** (qui sont d'ailleurs des **relations** particulières) qui définissent les **objets**, expriment leurs **propriétés**, donc qui créent les **objets**, qui vont dire par exemple que tels **objet**s sont des **nombres entiers**, ceux-là sont les **nombres réels**, ou les **nombres complexes**, etc..

Pour un **ensemble E** d'**objets** créés ou **construits**, il suffit très souvent par exemple juste de changer la **relation d'égalité** dans **E**, c'est-à-dire de définir une autre **relation d'équivalence** dans **E** qui servira de nouvelle **égalité**, pour transformer les objets en nouveaux types d'**objets**, qui peuvent englober les anciens ou être englobés par eux. Cette technique, qui est traditionnellement celle des **ensembles quotients** (ou **ensembles** des **classes d'équivalence**), est d'ailleurs classiquement souvent employée pour créer de nouveaux **ensembles d'objets**. Et nous l’emploierons intensivement pour créer de nouveaux **objets** ou voir des **objets** donnés sous un nouvel angle insoupçonné !

Juste pour dire donc que c’est la **relation** et notamment la **relation d’équivalence**, qui fait tout ! Si donc on restreint l’usage de l’**équivalence** au profit de l’**identité**, on restreint l’existence de nouveaux **objets**. Et l’existence de certains objets cause des **paradoxes**, puisque les **relations** (notamment d’**équivalence**) nécessaires à leur existence sont manquantes. On se retient d’exprimer ces **équivalences**, que l’on qualifie d’**égalité** « **fausse** ».

Et étrangement donc, la même **égalité** ou relation tenue pour vraie dans un domaine des mathématiques va être qualifiée de « **fausse** » ou de non-sens dans un autre contexte. Par exemple les **égalités** « **0=1** », « **0=12** », etc., qui sont des vérités banales en **arithmétique modulaire**, vont être interdites en **algèbre**, quand il s’agit de l’**inverse de 0**. C’est exactement ce qui se passe en fait avec la question de la **division par 0**. C’est donc juste un problème de **déficience** de **relation d’équivalence**, comme nous le démontrons depuis des années. **On n’utilise pas assez l’équivalence**! Il s’agit donc plus d’une question de choix de paradigme que d’une réelle impossibilité de faire ceci ou cela. Quand c’est à ce point, il ne s’agit plus d’**erreur** mais de **mensonge scientifique** de la part des esprits obscurs, ténébreux, ennemis de la vérité et de la lumière (notamment divine), qui, dans les coulisses et le secret de leurs loges ou depuis leurs sociétés secrètes gouvernent la science de ce monde et ce monde tout entier. Mais avec la vérité et la vraie science (la Science de Dieu) qui arrive, leur temps est compté (Apocalypse 12 : 7-12).

Contrairement à tout ce qu’on raconte, les mathématiques actuelles ne sont pas la science exacte que l’on prétend qu’elles sont. Car déjà, si elles étaient vraiment exactes, cohérentes, elles ne se déclineraient pas au pluriel, on ne continuerait pas à dire « **les mathématiques** » ou « **les maths** » mais simplement « **LA Mathématique** ». Bien que par exemple la **théorie des ensembles** soit le domaine le plus général des mathématiques et bonne candidate à être appelée « **LA Mathématique** » (oui la **mathématique mère** de toutes les autres **mathématiques**), elle est considérée comme une branche des mathématiques parmi d’autres, et comme une branche de l’algèbre. Ceci n’est pas normal, il y a donc pour commencer un vrai souci d’organisation des domaines. Et cette organisation en forêt inextricable dans laquelle on ne peut que se perdre, est bien voulue, car cela permet de masquer facilement les problèmes de paradigmes, les **incohérences paradigmatiques**, qui est ce que je suis en train de mettre en évidence. Allez trouver une faille dans cette forêt dense, dans ce chaos savamment organisé et appelé « **les maths** »! Qui aime bien châtie bien, dit-on. J’aime beaucoup les maths, c’est pour cela que je les fouette, pour qu’elles soient enfin ce qu’elles doivent être, et qu’elles ne racontent plus les **mensonges perfides** que je suis en train de mettre en lumière.

Les mathématiques au pluriel et la mère des sciences au pluriel aussi, qui va jusqu’à traiter la **théorie mère** (la **théorie des ensembles** donc) comme une simple sous-branche d’une branche nommée l’algèbre, sont **incohérentes** et bourrées de **paradoxes** et de **contradictions**, si on les prend comme système global de vérités. Autrement dit, elles ne sont pas la **science exacte** que l’on prétend qu’elles sont!

Tout ce que les spécialistes des fondements des mathématiques et des sciences, comme par exemple le célèbre David Hilbert et les logiciens de la fin du XIX-ème siècle et début du XX-ème (comme Frege, Gentzen, Russell, Peano, Gödel, etc., sans parler des Tarski et autres, ou de l’école française Bourbaki), oui tout ce qu’ils ont fait, c’est juste de s’assurer qu’il n’y ait pas de contradiction ou de paradoxes dans un même cadre théorique, dans un même système axiomatique. Par exemple qu'il n'y ait pas de paradoxe en théorie des ensembles, en géométrie euclidienne, en arithmétique de Peano, etc.. La question de la cohérence (ou de la consistance comme on dit techniquement) de la Métamathématique, c'est-à-dire d'un cadre général dans lequel évoluent tous les îlots que sont les différents systèmes ou théories mathématiques.

Ce cadre général métamathématique est bourré de paradoxes et de contradictions très subtiles, ce qui est l'indication que les paradigmes des mathématiques sont faux. Les différentes théories mathématiques ne se contredisent pas elles-mêmes, en leur propre sein, certes, ce qui donne l'illusion de la cohérence ou de la consistance des mathématiques actuelles. Et encore il faut dire qu'il y a même des contradictions internes cachées, en ce sens que les théories ou systèmes axiomatiques contredisent leurs propres cadres métamathématiques.

Par exemple, la **théorie axiomatique des ensembles** de Zermelo-Fraenkel est consistante au regard de son propre système d'axiomes. Car les notions d'**ensemble de tous les ensembles**, ou d'**ensembles de tous les ordinaux**, etc., qui sont les causes de paradoxes dans la **théorie des ensembles** de Georg Cantor, ne sont pas des **ensembles** au sens de ces axiomes. En interdisant de parler d'**ensemble de tous les ensembles**, les axiomes « résolvent » le paradoxe pour la notion **axiomatique** d'« **ensemble** », mais pas pour la notion **métamathématique** d'**ensemble**, ou notion **absolue** d'**ensemble**, que j'appelle aussi la notion **universelle** d'**ensemble**. C'est cette notion que l'on qualifie habituellement de notion « **naïve** » d'**ensemble**.

La notion **axiomatique** d'**ensemble** a précisément pour but de ne plus se préoccuper de la notion **métamathématique** ou « **naïve** », et si elle s'avère nécessaire (ce qui est en fait toujours le cas) on la désignera d'un autre nom, comme « **classe** », « **collection** », etc.. Or justement c'est cette notion **métamathématique** ou **absolue** ou **universelle** d'**ensemble** qui est la plus importante. Et tant que le paradoxe n'est pas résolu à ce niveau, le problème de paradigme (car c'est bien un problème de paradigme qui se manifeste sous forme de ces paradoxes) demeure, et la notion **axiomatique** d'**ensemble** est en fait une pseudo-solution. En effet la **théorie axiomatique** apparaît donc juste comme un système de « jeu de mots » permettant de ne pas appeler « **ensemble** » mais « **classe** », « **collection** », des objets qui sont pourtant des **ensembles** au sens **métamathématique**, **absolu**, **universel**.

On parle en effet de **classe de tous les ensembles**, de **classe de tous les ordinaux**, etc.. Cependant ces objets **métamathématiques** appelés **classes** sont des **ensembles** d'un autre niveau. Les paradoxes dits « résolus » dans la **classe de tous les ensembles** où il est interdit de parler d'**ensemble de tous les ensembles**, subsistent en fait dans la **théorie des classes**, quand il s'agit de parler de **classe de toutes les classes**. Pour résoudre le problème dans le cadre métamathématique des **ensembles**, on pourra opérer un nouveau tour de passe-passe axiomatique qui introduit un nouveau mot, **collection** par exemple, qui évite de dire **classe de toutes les classes** mais **collection de toutes les classes**, etc.. Mais le même paradoxe demeure sous forme de **collection de toutes les collections**, et ainsi de suite.

Cela signifie que la **théorie axiomatique des ensembles** n'est pas directement **contradictoire** si on l'analyse avec ses propres **axiomes** et critères, mais quand on la confronte à son propre cadre **métamathématique**, et sous l'éclairage d'une autre logique, un autre paradigme.

La situation est comme des malfaiteurs qui érigent des lois à leur avantage mais aux détriment de leurs victimes. Les « malfaiteurs » ici sont les mauvais paradigmes et surtout ceux qui les ont élaborés et les imposent à tous les autres. Et les victimes représentant ici les **ensembles** au sens **métamathématique**, **absolu**, **universel**, rejetés par les mauvais paradigmes, qui les accusent d'être la cause des paradoxes, alors que ce sont ces mauvais paradigmes ou « malfaiteurs » la vraie cause des paradoxes dans les ensembles et dans le monde. Les lois ou axiomes ne les prennent jamais en défaut, et même au regard de ces axiomes ou lois ils sont des bienfaiteurs. Alors qu'en réalité ils n'ont que des défauts et cumulent culpabilité sur culpabilité quand on les examine ainsi que leur système à la lumière de lois plus élevées.

Nous verrons une meilleure manière de résoudre axiomatiquement ce problème de **paradoxes** dans les **ensembles**, avec la **Théorie des Univers**, l'ancêtre de la **Théorie universelle des ensembles** ou **Science de l'Univers TOTAL**. Puis le changement carrément de paradigme et de logique scientifique résoudra définitivement les problèmes des paradoxes et nous dispensera aussi de la méthodologie axiomatique.

Comme second exemple de pseudo cohérence mais de vrais paradoxes subtils et cachés dans les cadres métamathématiques des théories actuelles, il y a les paradoxes relatifs à la **relation d'égalité**. Les **axiomes de l'égalité** sont subtilement contredits métamathématiquement: la **transitivité de l'égalité** est contredite par l'usage de la notion de **variable**. Par exemple, on déclare **fausses** les **égalités** : « **0 = 1** » ou « **4 = 5** », « **2+2 = 5** », mais on utilise un objet appelé « **variable** » comme par exemple « **x** », pour dire « **x=0** », « **x=1** », « **x=4** », « **x=5** », etc., une même **variable x** qui prend donc différentes valeurs. Or, par **transitivité de l'égalité** (qui dit que si une même chose, ici **x**, est **égale** à deux choses **y** et **z**, alors ces deux choses **y** et **z** sont **égales** ; autrement dit, si l'on dit : **x=y**, **x=z**, alors on doit dire : **y=z**), l'usage d'un tel objet **x** pour écrire ces **égalités** oblige aussi de dire : « **0 = 1** » ou « **4 = 5** », « **2+2 = 5** » (on reviendra plus longuement sur ce très subtile paradoxe caché dans les maths actuelles, le méconnu **paradoxe de la variable**).

Et la **réflexivité de l'égalité**, qui est en fait la **propriété d'identité**, est mise à mal par cette très célèbre **égalité** dont on reparlera bientôt en détail : **0 + 1+ 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + … = –1/12**.
La **réflexivité** d'une **relation d'équivalence** signifie que toute **relation d'équivalence** ou **relation d'égalité** « **≡**» dans un **ensemble E** doit englober l'**identité**, autrement dit, pour tout objet **x** de **E**, on doit avoir : **x ≡ x**. En vertu de ça, l'**égalité courante** « = » doit être **réflexive**, c'est-à-dire englober le cas de l'**identité** : **x = x**. C'est ce qu'on exprime en disant par exemple : « **4 = 4** » ou « **2+2 = 4** ». Si l'on dit par exemple « **4 = 5** » ou « **2+2 = 5** », alors il ne s'agit plus d'une **réflexivité** ou d'une **identité**, autrement dit l'expression de l'**égalité** de toute chose **x** avec elle-même. On est alors dans le cas typique d'une **équivalence** propre, qui seule autorise l'**égalité** de deux choses distinctes. C'est l'**équivalence propre** qui autorise par exemple la notion de **variable x**, pour dire par exemple : « **x=4** », « **x=5** », donc « **4 = 5** » ou « **2+2 = 5** ».

Pour cette même raison, l'**égalité** : **0 + 1+ 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + … = –1/12**, ne peut pas être l'expression d'une **réflexivité**, autrement dit d'une **identité**, mais d'une **équivalence propre**. Car, en **additionnant** les **nombres entiers naturels**, qui sont tous **positifs**, on ne peut pas obtenir un résultat **identique** à **–1/12**, qui est **négatif**. C'est donc un paradoxe subtil d'utiliser le signe courant de l'**égalité** « = », qui est une **identité** (comme quand on parle d'**identités remarquables** comme: **$(a+b)^2 = a^2+2ab +b^2$**, ou de « **2+2=4** »), alors qu'il ne s'agit pas d'une **identité**, mais d'une **équivalence propre**. Si donc on utilise le signe « = » pour désigner une certaine **équivalence**

propre, on doit la préciser, et non pas « vendre » le signe « = » dans l'**écriture** : **0 + 1+ 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + … = –1/12**, comme une **identité** alors que ce n'est pas le cas.

On ne peut pas à la fois refuser « **2+2=5** » et dire que «**0 + 1+ 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + … = –1/12**», qui est pire! Car dans le premier cas on se trompe juste d'une **unité**, tandis que dans le second cas on se trompe du tout ou tout ! On dit en effet que **–1/12**, qui est un **nombre fini**, est égal à : **0 + 1+ 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + …**, qui est un **nombre infini** ! Et de plus, celui-ci est **positif**, tandis que **–1/12** est **négatif** !

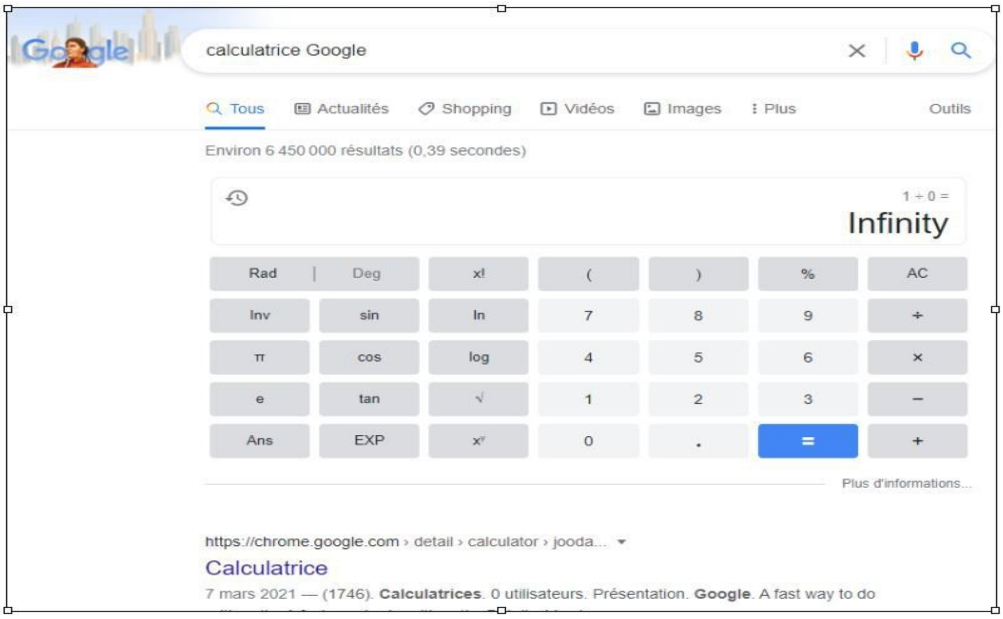
Ou alors on accepte cette **égalité** aberrante et aussi « **2+2=5** » ou « **0=1** », qui sont un moindre mal, et dans ce cas on change de paradigme, on ne fait plus la science avec l'**identité** comme notion d'**égalité**. On la fait avec l'**équivalence**, qui accepte « **0=1** » ou « **2+2=5** », et donc aussi : « **0 + 1+ 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + … = –1/12** ». Et alors aussi on ne doit plus dire qu'il est « **impossible** » de **diviser par 0**, car cette **division** n'est « **impossible** » qu'avec l'**identité**. La **division par 0**, comme aussi la notion de **variable** et bien d'autres notions importantes des sciences, requièrent l'**équivalence**, c'est-à-dire des **égalités** comme **0=1** » ou « **2+2=5** ». Si l'on continue à pratiquer les mathématiques comme on le fait jusqu'ici, alors vraiment on souffle le chaud et le froid comme le Diable ! Il ne s'agit plus d'erreurs scientifiques, mais bel et bien de mensonges scientifiques.

On a donc affaire encore à des paradoxes qui n'apparaissent pas comme tels dans les cadres des pratiques courantes des mathématiques, mais qui se cachent dans leurs environnements **métamathématiques**. Dans ce second exemple, c'est dans la **relation d'égalité** dans son usage **métamathématique** que se cachent les paradoxes comme celui de la **variable** (ou **paradoxe de la transitivité de l'égalité**) vu plus haut ou celui de l'**identité** (ou **paradoxe de la réflexivité de l'égalité**) que l'on vient de voir, mais aussi bien d'autres paradoxes vicieux. On y reviendra.

Il n'y a rien de plus irritant pour moi de voir une chose affirmée dans un domaine des mathématiques mais niée ailleurs, ou niée sous une forme mais affirmée sous une autre, ou vice-versa. Cette incohérence est à mes yeux insupportable pour la science qui se veut la plus exacte de toutes! Les esprits qui sont derrière cet état de choses (car c'est volontaire, c'est très clair pour moi) comptent sans doute sur le fait que les mathématiques et les sciences sont fragmentées en mathématiques ou sciences plurielles, pour bien dissimuler l'arnaque. En effet, chacun ne s'occupe que de sa spécialité ignorant souvent ce que fait le voisin, et tout est fait pour que personne ne maîtrise les mathématiques dans leur totalité ou n'en ait réellement une vision globale. Le jargon opaque pour un non spécialiste d'un domaine contribue plus que largement à la dissimulation de cette arnaque depuis longtemps. Et dès que vous voulez remettre une chose en question, on regarde d'abord vos titres académiques ou votre obédience ou « loge », avant d'écouter ce que vous avez à dire. Et n'espérez pas que l'on publie quoi que ce soit de vous dans la moindre revue de notoriété, surtout si c'est une chose qui ne rentre pas dans les sentiers balisés ou pire, qui remet en question les paradigmes établis. Tout est verrouillé pour que la religion continue depuis des siècles, religion académique transmise de génération en génération, oui la religion scientiste.

C'est donc archi faux de dire que « **zéro n'a pas d'inverse**», ou : « **Il n'y a donc pas d'espoir de construire un nouvel ensemble de nombres qui donnerait un sens à l'inverse de zéro (comme celui des nombres complexes donne un sens à la racine carrée de –1** ».

Ce sont des dogmes de la religion scientiste. C'est asséné et martelé comme cela mais sans préciser que **0** ne peut avoir d'**inverse** uniquement dans la logique d'**Identité** ou logique de **Négation**. Et même dans cette logique il est extrêmement facile de savoir quel est le sens de « **1/0** », car même la calculatrice de Google le dit !

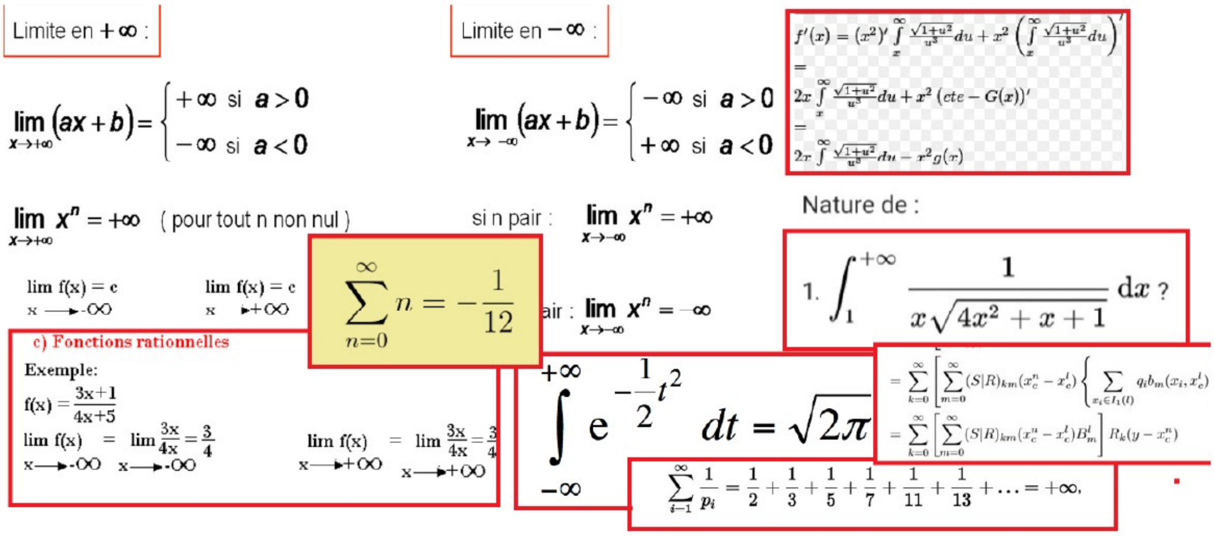


Oui, c'est donc l'**Infini** qui est concerné dans cette question. C'est lui qu'on ne veut pas définir correctement en mathématiques et en sciences, mais dont on ne livre à son propos que des vérités partielles ou demi-vérités ici où là.

L'analyse est un domaine clef des maths, comme l'est l'algèbre. Et d'ailleurs, le fait de morceler ce qui devait être l'unique Mathématique en différents domaines des mathématiques au pluriel est l'une des plus subtiles astuces du Diable pour ne pas dire toute la vérité nécessaire sur une notion donnée au même endroit, pour qu'on ait une compréhension globale et complète de ce que cette notion représente réellement. Et bien sûr l'Infini ou Oméga est un attribut de Dieu (son attribut d'Infinité), au même titre que le Zéro ou Alpha (son attribut de Commencement ou d'Origine), et comme aussi le nombre UN (son attribut d'Unité et d'Unicité).

On peut difficilement dire pire mensonge scientifique que de dire : « Or, **zéro n'a pas d'inverse**» ! En une petite phrase apparemment banale et exprimant une vérité mathématique, Dieu est balayé hors des mathématiques et des sciences. C'est le **vrai Infini**, à savoir l'**inverse de 0**, ou « **1/0** », qui est ainsi nié. Car on pourrait dire : « Bah, les scientifiques parlent bien de l'infini». Mais si l'on dit que **0 n'a pas d'inverse**, alors en fait les notions d'**infini** dont ont parle sont toutes de **fausses notions**! On ne peut pas dire à la fois que « **zéro n'a pas d'inverse**», et dire qu'on parle de l'**infini**, puisque le **vrai infini** est précisément cet **inverse** ! Donc tous les **infinis** dont on parle et qui ne sont pas explicitement définis comme étant l'**inverse de 0**, sont **FAUX** ! Ils cachent tous une arnaque, un vice, ce qui est le cas quand on les examine tous techniquement.

Comme par exemple la notion d'**infini** représentée par le très connu symbole de l'Ouroboros «∞ »:



Au passage, on portera notre attention sur cette « jolie » formule :

$$\sum_{n=0}^{\infty} n = -\frac{1}{12}$$

Elle est considérée comme l'une des grandes vérités mathématiques, car aussi c'est l'un des cas particuliers des valeurs de la très fameuse **fonction zêta de Riemann** :

La fonction ζ de Riemann est une fonction analytique complexe méromorphe définie, pour tout nombre complexe *s* tel que $\mathrm{Re}(s) > 1$, par la série de Riemann :

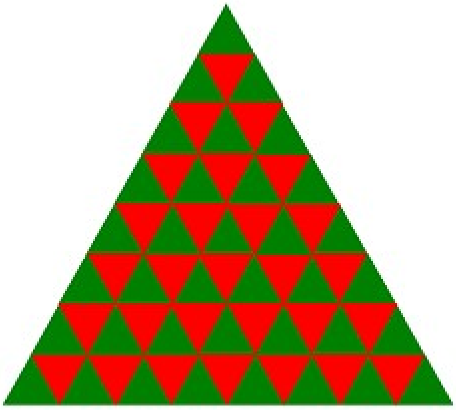
$$\zeta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s} = 1 + \frac{1}{2^s} + \frac{1}{3^s} + \frac{1}{4^s} + \cdots$$

Ici on est en train de dire que : **ζ(–1) = –1/12**, autrement dit, qu'on a ceci :
0 + 1+ 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + … = –1/12
Autrement dit, en additionnant tous les **nombres entiers naturels**, le résultat est… **–1/12**, un nombre qui vaut environ **–0.8333333...**! Oui, en **additionnant** les élément de **N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...}**, qui sont tous des **nombres positifs**, là où on s'attend ici logiquement à un **résultat positif infini**, les mathématiciens actuels nous disent que non seulement en valeur absolue le résultat ne dépasse pas **1** (oui cela vaut en **valeur absolue 1/12** ou **0.8333333...**), mais en plus le résultat est… **négatif** ! Oui, oui aurait donc : **0 + 1+ 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + … = –1/12** !

Mais quoi qu'en disent les mathématiciens actuels, ceci est FAUX, oui archi-FAUX, même un petit collégien et même un écolier qui sait compter et calculer dira pourquoi ceci ne peut pas être vrai si le signe « **=** » ou signe de l'**égalité** dans cette écriture est le même que celui qu'on utilise pour dire : « **2+2=4** ». Autrement dit, une **identité**. Il n'y a que si ce signe signifie ici une certaine **équivalence** à préciser que ceci peut être vrai : **0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + … = –1/12** .
Sinon c'est une épouvantable fausseté, un résultat infâme, une **horreur mathématique** !

Car il faut quand même que les **opérations** et les symboles aient un minimum de sens commun ! Tout le monde sait ce que veut dire le signe « **+** » quand il est appliqué aux **nombres entiers naturels**, et ce qu'on veut dire quand, à la fin d'une **opération** on met le signe « **=** » et qu'on met un **nombre** après. Alors le collégien ou l'écolier commence à faire : **0+1** et trouve **1**, qui est déjà en **valeur absolue** supérieur à **1/12** ou **0.8333333…**.

Comme nous allons le démontrer, la logique de ce calcul : **0 + 1+ 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + …** est très liée au fameux **Triangle de Pascal**, ci-dessus illustré.



Il s'agit ici simplement de calculer le nombre des **petits triangle verts** de cette image, en ayant comme information que sa **base** compte **8 triangles verts**. La formule du **Triangle de Pascal** dit alors que si l'on a **n petits triangles verts** à la **base**, alors le **nombre total S des petits triangles verts** est : **S = 0 + 1 + 2 + 3 + … + n = n(n+1)/2**.
Donc ici, avec **n** = **8**, on a : **S = 0+1+2+3+4+5+6+7+8 = 8(8+1)/2 = 72/2 = 36**.

Avec **n = 0**, on n'a donc pas de **petits triangles verts** à la **base**, donc **S = 0(0+1)/2 = 0**.
Avec **n = 1**, on a **1 petit triangle vert** à la **base**, donc **S = 0+1 = 1(1+1)/2 = 1**.
Avec **n = 2**, on a **2 petits triangles verts** à la **base**, donc **S = 0+1+2 = 2(2+1)/2 = 3**.
Avec **n = 3**, on a **3 petits triangles verts** à la **base**, donc **S = 0+1+2+3 = 3(3+1)/2 = 6**.
Et ainsi de suite, ce qu'on vérifie en comptant étape par étape les **nombres** des **petits triangles verts** en partant du sommet.

Ici, avec l'exemple plus haut on s'est arrêté à **n=8**, donc :
S = 0+1+2+3+4+5+6+7+8 = 8(8+1)/2 = 36.

Et la simple question qui se pose à présent est de savoir quel est le **nombre de petits triangles verts**, si au lieu d'avoir un **triangle** qui s'arrête à un **nombre fixe** ou **constant** comme ici **8**, on a plutôt un **triangle dynamique**, **variable**, qui évolue, dont le **nombre n** des **petits triangles verts** de la **base**, augmente sans cesse, comme augmente le nombre de l'**ensemble N** des **nombres entiers naturels** : **N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...}**. Autrement dit, que vaut **S** si on calcule dans ce cas de figure :
S = 0 + 1+ 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + … ?

Là le petit écolier ou à la rigueur le collégien, même s'il ne connaît pas la logique du **Triangle de Pascal** ou ne sait pas raisonner comme nous venons de le faire, si on lui montre le **triangle** plus haut, et si on l'accompagne dans le calcul pas à pas, comme on vient de le faire et lui demande de compter les **petits triangles verts** étape par étape et de vérifier que la logique du calcul fonctionne à chaque fois, et qu'on lui dit que : **S = 0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + … = –1/12**, sera très perturbé et ne comprendra plus rien, c'est le moins qu'on puisse dire...

S'il est timide il fera confiance aux matheux qui lui dit cela et se dira du matheux : « Il est plus grand que moi, il doit savoir ce qu'il raconte... ».

Mais s'il est plus sûr de lui, sûr de sa logique, ou si comme moi il ne se laisse pas facilement impressionner par « ceux qui savent » ou sont « censés savoir », il fera très probablement une tête comme celle-ci :

Et il a bin raison le p'tiot, car les grands racontent parfois, souvent..., vraiment n'importe quoi !
Oui, ceci est vraiment du grand n'importe quoi :
S = 0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + … = –1/12

A ce point ce n'est plus de la science, mais de la sorcellerie déguisée en science, comme on le voit à présent à l'ère du covidisme et de la coronafolie. Même les maths sont aussi concernées par cette folie, par l'absurdité érigée en logique, mais peu s'en apercevaient.

Ici donc, pour calculer **S = 0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + …**, il suffit simplement d'observer que l'on veut calculer la **somme de tous les éléments** de l'ensemble **N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...}**. Et ensuite, il faut se demander combien d'**éléments** il y a dans **N**. Car ce **nombre d'éléments** va indiquer aussi le **nombre n des petits triangles verts** à la **base** du triangle associé à **N**.

Par exemple si on reprend notre **triangle** plus haut, qui a **n = 8 petits triangles verts** à sa **base**, les **nombres n** de ses **sous-triangles** sont : **E = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}**. Il a **9 éléments** en tout, et le **dernier élément** est **8** le **nombre n** cherché. Donc, si l'on décrit un **triangle** donné comme la liste **E** des **entiers naturels strictement inférieurs ou égaux** à un **entier naturel n** donné, **n+1** sera le **nombre de tous ces entiers naturels** de **E**, et **n** sera le **nombre des petites triangles verts** à la **base** de ce **triangle E**. On a alors : **S = 0 + 1 + 2 + 3 + … + n = n(n+1)/2**.

Du simple fait d'avoir donné cette formule avec cette **variable n**, on a en fait aussi donné la réponse de **S = 0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + …**, qui est donc :
S = 0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + … = n(n+1)/2, où **n** est la **variable** prenant pour **valeurs** tous les **éléments** de l'**ensemble N** des **nombres entiers naturels**, ou :
S = 0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + … = N(N+1)/2, où, ce qui revient au même que précédemment, **N** est lui-même le **nombre entier naturel infini**.
Ces trois manières différentes d'exprimer le résultat de la **somme S** sont parfaitement équivalentes.

Nous connaissons à présent la simple et bonne réponse de cette **somme**, mais c'est encore mieux de comprendre plus profondément pourquoi.

Dans le cas de **N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...}**, on l'appelle aussi habituellement le « **premier** » **ordinal infini**, et on le note couramment aussi **ω**, et on l'appelle tout aussi couramment $\aleph_0$, ou « **aleph 0** ». Il est **ordinal infini**, certes, mais déjà une des nombreuses erreurs de paradigme est de dire qu'il est le « premier ». Car **N** ou **ω** est le cas de référence de ce qu'est un **nombre entier naturel variable croissant**. Dire qu'il est « **premier** » sous-entend qu'il est un « **ordinal limite** », ce qui veut dire que **N** n'a pas de **prédécesseurs** immédiats : **…, N-3, N-2, N-1**, autrement dit l'**ordinal infini ω** n'a pas de **prédécesseurs** immédiats : **…, ω-3, ω-2, ω-1**. C'est l'une des erreurs de conception des **nombres entiers**, notamment ceux **infinis**.

Et maintenant, combien d'**éléments** possède **N** ? Ce **nombre** est simplement l'**ordinal N** ou **ω** lui-même, qui sont les **ordinaux** de **0** à **N-1**. Autrement dit, pour un **ordinal n** en général, la définition classique et qui est aussi la nôtre (on verra ça en détail au moment venu quand on étudiera les **ordinaux**), est qu'il est l'**ensemble de tous les ordinaux** qui lui sont **strictement inférieurs**.

Pour un **ordinal fini** comme **7** par exemple, cela donne : **7 = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6}**,
et pour l'**ordinal 8** cela donne: **8 = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}**, et ainsi de suite.

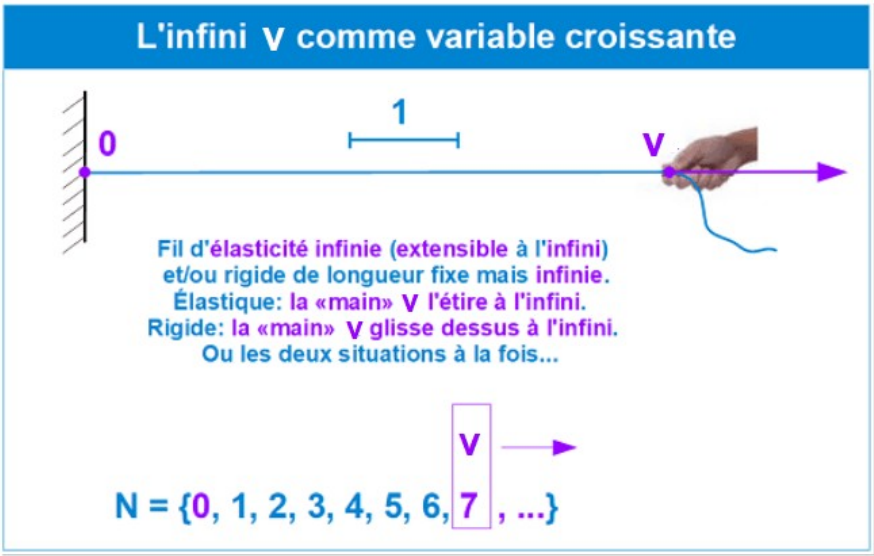
On ajoute un **ordinal n** à ses propres **éléments** pour avoir l'**ordinal** suivant **n+1**.
Pour un **ordinal fini n**, cela donne : **n = {0, 1, 2, 3, …, n-3, n-2, n-1}**,
et : **n+1 = {0, 1, 2, 3, …, n-3, n-2, n-1, n}**.
Mais pour la conception classique, vu qu'il y aurait des **ordinaux** qui n'auraient pas de **prédécesseurs**, comme on le pense pour l'**ordinal N** ou **ω**, on ne peut pas écrire :
N = {0, 1, 2, 3, …, N-3, N-2, N-1}, ou **ω = {0, 1, 2, 3, …, ω-3, ω-2, ω-1}**, mais on a le droit de dire seulement : **N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …}**, ou **ω = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …}**.

Mais dans la nouvelle vision, celle des **nombres entiers variables**, quand on peut donner la **liste des éléments** d'un **ordinal n**, et plus généralement d'un **ensemble E**, sans nécessairement avoir besoin du symbole « **...** », que je nomme le **GENER**, c'est que cet **ordinal n** ou cet **ensemble E** est **constant** ou **fini**.

Comme par exemple avec : **8 = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}**, où il n'y a pas de symbole « **...** ». Mis à part évidemment le cas où ce symbole « **...** » est juste une notation typographique pour abréger une liste finie, certes, mais trop longue pour être dressée entièrement (par exemple 10 milliards d'éléments). On peut en théorie s'en passer.

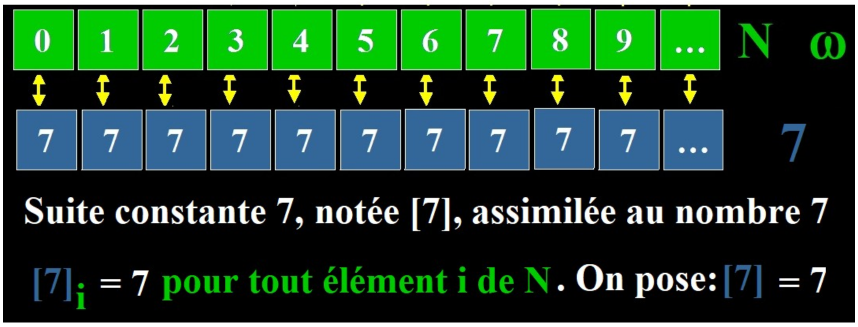
Mais nous parlons des cas où ce symbole « **...** » est une **nécessité absolue**, pour **lister les éléments** d'un **ordinal n** ou un **ensemble E**. Dans ce cas **n** ou **E** est **infini**, et de manière plus général il est **variable**. Autrement dit, chaque fois qu'on a ce symbole « **...** » dans un **ensemble** ou dans une **expression**, une liste, etc., et qu'on ne peut pas s'en passer, même pas en théorie, qu'on a un **objet variable**, un cas particulier des **objets variables** étant les **objets infinis**, ce qui signifie **variables dépassant à la longue toute constante**. Un synonyme de **variable** est **varien**, ou **dynamique**, ou **élastique**, ou **élasten**, etc., par opposition à **constant**, ou **consten**, ou **fixe**, ou **statique**, ou **rigiden**, etc..

Comme par exemple avec: **N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …}**, ou **ω = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …}**. Cette notation signifie que le **dernier élément**, ici **7**, n'est pas **constant** ou **fixe**, comme dans **8 = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}**, mais est **variable**, **dynamique**, **évolutif**, etc.. En utilisant une **variable n**, on peut écrire la même chose ainsi : **n = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …**, ou plus rigoureusement: **n = (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …)**, pour dire que **n** prend toutes ces **valeurs**, autrement dit fonctionne comme le **nombre entier variable v** illustré ci-dessous :



On voit que la **variable v**, est à chaque étape un **nombre entier naturel constant** ou **fixe**, sauf que, là où à toutes les étapes un **nombre entier constant** ou fixe garde toujours la même **valeur**, un **nombre entier variable**, quant à lui, change de valeur à chaque étape.

Techniquement, un **nombre entier naturel variable** est une **application n de N dans N**, c'est-à-dire une **suite n d'entiers naturels**, qui donc à tout **entier naturel i** appelé un **rang**, un **indice**, un **numéro**, une **étape**, etc., fait correspondre **n(i)**, appelé le **terme** de **n** de **rang i** ou d'**indice i** ou de **numéro i**, ou la **valeur** de **n** au **rang i**. On note aussi: **n = (n_0, n_1, n_2, n_3, n_4, n_5, n_6, n_7, ...)**. Si les **n_i** sont tous **égaux** à un certain **entier k**, on a donc: **n = (k, k, k, k, k, k, k, k, ...)**, on dit que **n** est est une **suite constante**, et dans ce cas on note: **n = [k]**, et on dit que **n** est la **constante k**, assimilant ainsi **[k]** et **k**.



Un **nombre entier naturel variable n** au sens strict, c'est une **suite** de terme général **n_i**, notée donc aussi: **n = (n_0, n_1, n_2, n_3, n_4, n_5, n_6, n_7, ...)**, qui n'est pas **constante**. Cela veut dire qu'il existe au moins deux des termes **n_i** qui sont distincts.

En particulier, on a la **suite** appelée la **suite varid v**, dite aussi **variden** ou **en**, mais aussi **vie**, de terme général: $\mathbf{v_i = i}$, et qui est donc la **suite**: **v = (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …)**, dont tous les **termes** sont **distincts**. C'est la **suite variable** de **référence**. Nous la notons aussi ω_1, et c'est cette **suite oméga** fondamentale qu'illustre ω sur l'image plus haut. Et dans ce cas, il est clair que **v** ici, ou ω, ou aussi la **variable générique i**, etc., ne sont que des manières différentes de parler de l'**ensemble N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …}**.

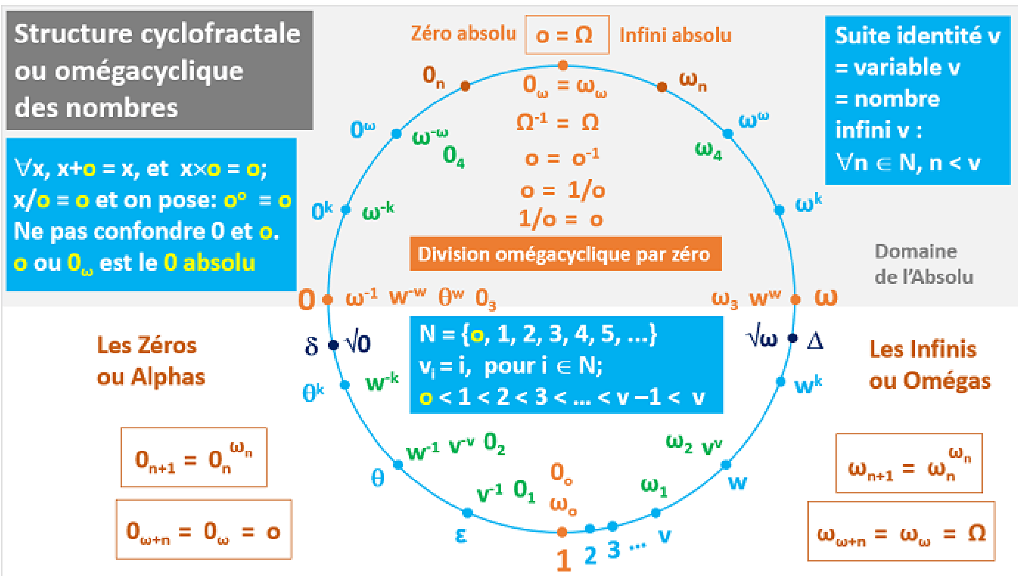
On dit habituellement qu'une **suite u de nombres (entiers**, mais plus généralement **réels**) de terme général $\mathbf{u_n}$ « **tend vers l'infini** » si pour tout **nombre strictement positif M**, aussi grand soit-il, il existe un **entier naturel** $\mathbf{n_0}$ tel que pour tout rang $\mathbf{n \geq n_0}$, on a: $\mathbf{u_n > M}$. Mais dans notre conception, c'est ce que nous entendons par **u est un nombre infini**.

C'est précisément le cas de **v = (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …)**, c'est-à-dire la **suite varid v** de terme général **v(n) = n** pour tout **entier naturel n**. Elle « **tend vers l'infini** » selon la conception traditionnelle de l'**infini**. Mais dans notre conception, **v** lui-même est un exemple de **nombre entier infini**. On a l'ordre suivant des **nombres entiers**:
$\mathbf{0 < 1 < 2 < 3 < \ldots < v-3 < v-2 < v-1 < v < v+1 < v+2 < v+3 < \ldots < 2v-3 < 2v-2 < 2v-1 < 2v < \ldots}$.

La **suite** $\mathbf{w = v^v}$ est donc celle définie par: $\mathbf{w(n) = (v^v)(n) = v(n)^{v(n)} = n^n}$, pour tout **entier naturel n.**

On définit la **suite** de terme général ω_k, pour **k** un **nombre entier naturel** au sens classique (mais dans le nouveau paradigme cela se généralise à tout **ordinal k**, au nouveau sens du mot **ordinal**, c'est-à-dire **tout nombre entier naturel**, **fini** ou **infini**) en posant: $\omega_0 = \mathbf{1}$, $\omega_1 = \mathbf{v}$, $\omega_2 = \mathbf{w}$
Et pour $\mathbf{k \geq 1}$, on a: $\omega_{k+1} = \omega_k \wedge \omega_k = \omega_k^{\omega k}$. On a donc la suite: $\omega = (\omega_0, \omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \ldots)$.

On choisit un certain **nombre entier constant** ou **infini a ≥ 3**, et on pose: $\omega = \omega_a$. Nous dirons que le **seuil de l'énité absolue** ou que le **seuil de l'infinité absolue** est ω_a. Par défaut c'était jusqu'à présent **a = 3**, donc le seuil ω_3, comme sur l'image ci-dessous:



Mais maintenant nous préférons **a = 7** comme valeur par défaut de **k**, ce qui veut dire que le **seuil de l'infinité absolue** est ω_7. Dans tous les cas le **seuil de l'infinité absolue** ω_a est noté simplement

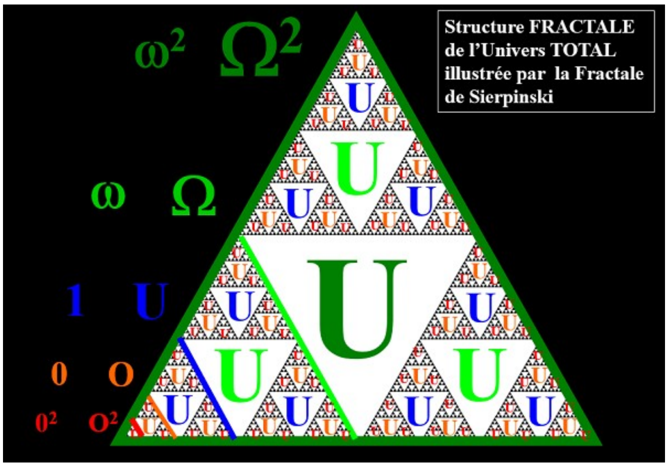
ω, et dans ce cas alors il ne faut pas confondre quand la notation ω désigne le **seuil de l'infinité absolue** ω_a, et quand ça désigne le nom de la suite: $\omega = (\omega_0, \omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5, \omega_6, \omega_7, \omega_8, \dots)$, appelée donc la **suite énitienne** de **v**. Dans ce cas, on note: $\Omega = (\omega_0, \omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5, \omega_6, \omega_7, \dots)$, s'il y a un risque de confusion. Et cette suite Ω est appelée l'**infini absolu**, au singulier.

On pose: $0_k = 1/\omega_k$, et: $\omega_k = 1/0_k$. Le **nombre rationnel** $0_k = 1/\omega_k$ est appelé le **zéro** associé à ω_k, tandis que ω_k est l'**infini** associé à 0_k. De manière très générale, pour tout **nombre X**, entier ou non, appelé un **infini**, son **inverse** le **nombre** $0_X = 1/X$ est appelé le **zéro** associé à **X**, et **X** est appelé l'**infini** associé au **zéro** 0_X. Et au **seuil de l'infinité absolue** ω_a, il correspond donc son **zéro** associé 0_a, dont ω_a est donc l'**infini** associé. Le **nombre** 0_a est appelé le **seuil de l'onité absolue**, ou le **seuil de la zéroïté absolue**, ou encore **seuil de la nullité absolue**, et est simplement noté **0**.

On a donc la suite des **zéros**: $0 = (0_0, 0_1, 0_2, 0_3, 0_4, \dots)$. On l'appelle la **suite onitienne** de **v**. Là aussi, s'il y a un risque de confusion entre le **0** qui est le nom de cette suite et **0** qui désigne le **seuil** d'**onité absolue** 0_a, la **suite onitienne** de **v** ou **suite des zéros onitiens** est notée: $o = (0_0, 0_1, 0_2, 0_3, 0_4, \dots)$, et cette **suite o** est appelée le **zéro absolu**, au singulier. Dans ces écritures, ω_0 et 0_0 désignent en fait ω_o et 0_o, et on a: $0_o = \omega_o = 1$. Et on peut poser: $0_k = \omega_{-k}$, et: $0_{-k} = \omega_k$, pour tout **entier k**.

Les **suites** telle que les ω_k par exemple, sont en fait des **applications** à **deux variables**, autrement des **applications** de N^2 dans **N**. Soit **x** une **application** de N^2 dans **N**. A deux **entiers naturels k** et **n**, la **suite à deux variables x** associe l'**entier naturel x(k, n)**, qu'on écrira: $x_k(n)$. Et donc x_k est une **suite** à une **variable**, ici la **variable n**, **suite indexée** par **k**. Cela revient à dire qu'on a une **application x** de **N** dans l'**ensemble** N^N des **suites** d'**entiers naturels** ou **applications à une variable**. A l'**entier k**, **x** associe donc la **suite** x_k. Et à l'**entier naturel n** la **suite** x_k associe l'**entier naturel** $x_k(n)$.

Les **nombres v**, **w**, ω, etc., sont des **applications** de N^2 dans **N**. Et on verra bientôt une généralisation de **N**, qui est N_ω, l'**ensemble** des **nombres entiers oméganaturels**. Et dans ce cas les nombres considérés sont des **applications** de N_ω^2 dans N_ω. Le raisonnement est le même, car en fait, en raison de la **structure fractale** des **ordinaux** ou **nombres entiers**, **N** et N_ω ne sont que deux manières différentes de voir le même **ensemble**. Exactement comme sur l'image de la **fractale** ci-après, tous les modèles appelés « **U** », malgré leurs tailles différentes, de l'**infiniment petit** à l'**infiniment grand**, sont la même **fractale**.



On pourrait dire que le **modèle vert clair** est **3 fois** le **modèle bleu foncé**, ce est vrai. Mais c'est vrai aussi que le **modèle vert clair** et le **modèle bleu foncé** sont **égaux**. Dans le **Nouveau Paradigme** la notion d'**égalité** ne se réduit plus à la classique **relation d'identité**, mais la notion d'**égalité** est maintenant la **relation d'équivalence** .

Ici donc, il n'y a pas **identité** entre toutes les **modèle** « **U** », chacun a son **identité** propre, il n'est **identique** qu'à lui-même, notion d'**égalité** qui s'écrit « **X = X** ». Mais deux **modèles X** et **Y**, **identiques** ou **différents**, sont **équivalents**, notion générale d'**égalité**, l'**équivalence** donc, qui s'écrit « **X = Y** » (on reviendra amplement sur l'importante question de l'**égalité**).

Voilà donc, pourquoi, en raison de la **structure fractale** des **nombres**, on peut à la fois dire que **N** et $\mathbf{N}_\omega$ sont des ensembles très différents, car ce sont des **modèles** très différents de la **fractale des nombres**. Et pourtant aussi c'est le même **ensemble**, la même **structure fractale**, que nous appelons **v**, **w**, **ω**, etc. Cela revient à dire que l'effet de tailles différentes dépend juste de ce qu'on **zoome** plus ou moins dans la **structure fractale**. En **zoomant** suffisamment un **modèle infiniment petit** appelé un **zéro** ou **0**, il peut devenir aussi grand que **v**, **w**, **ω**, etc. Et en **dézoomant** un **grand modèle**, il devient de plus en plus petit jusqu'à devenir un **modèle** de type « **zéro** » ou **infiniment petit**. Et pourtant, **zoom entrant** ou **sortant**, c'est la même **fractale**, appelée **UN**, comme **UNIVERS**.

Gardons à l'esprit que quand nous écrivons:
$\boldsymbol{\omega = (\omega_0, \omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \dots)}$, ou: $\boldsymbol{\omega = (1, v, w, \omega_3, \omega_4, \dots)}$,
c'est cette **logique fractale** qui se cache derrière.
Tout modèle peut être pris comme **unité** et appelé **1**, et aussi n'importe lequel est un **v**, est un **w**, est un **ω**, est un **Ω**, etc.

ω est donc une **application à deux variables**, une **suite de suites**. Un terme de cette **suite** est donc **ω(k, n)**, où les **variables k** et **n** sont deux **entiers naturels**, et où la **variable** résultante **ω(k, n)** est aussi un **entier naturel**. Il s'agit donc d'une **suite de suites**. Pour un **entier naturel k** donné, comme par exemple **4**, **ω(4, n)** est le terme général d'une **suite**, terme qu'on notera $\boldsymbol{\omega_4(n)}$. La **suite** est ici $\boldsymbol{\omega_4}$.

Nous convenons donc de noter en **indice** la **variable k** qui à chaque **nombre entier** ou **ordinal** associe une **suite** $\mathbf{x_k}$ d'**entiers**, c'est une **application d'une variable**, qui à un **entier** associe un **entier**. Et nous convenons de la notation fonctionnelle pour pour de telles **applications d'une variable**. Ainsi, pour **suite** $\mathbf{x_k}$ d'**entiers** donnée, et pour un **nombre entier n**, la **suite** $\mathbf{x_k}$ associe l'**entier** $\mathbf{x_k(n)}$.

La **suite varid v** est donc l'**application à une variable** qui à un **entier n** associe: **v(n) = n**. Et la **suite w** est l'**application à une variable** qui à un **entier n** associe: **w(n) = v(n) ^ v(n) = n^n**. Donc: **w = v^v =** $\mathbf{v^v}$.

Commençons maintenant à comprendre la notion de **nombre entier oméganaturel**, en ayant à l'esprit la **structure fractale** dont nous avons parlé plus haut.

L'**ensemble** des **nombres entiers naturels** classiques: **N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …}**, est appelé l'**ensemble** des **nombres entiers oméganaturels finis** ou **constants**. Et un **nombre entier oméganaturel infini** est par définition un **nombre entier strictement supérieur** à tout n**ombre**

entier fini ou **constant**. Un **nombre entier infini** est forcément **variable**, mais un **nombre entier variable** n'est pas forcément **infini**. Les **nombres entiers variables** $\boldsymbol{\omega_k}$, avec $\mathbf{k \geq 1}$, donc les **nombres entiers**: $\boldsymbol{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \ldots}$, sont **infinis**, donc **variables** aussi évidemment. On appelle de manière général un **nombre entier oméganaturel**, ou un **ordinal** (au sens de ce mot dans le **Nouveau Paradigme**) tout **nombre entier fini** ou **infini**. On reviendra largement sur tout cela, et les choses se préciseront.

L'**ensemble** de tous les **nombres entiers oméganaturels** est noté N_ω, mais aussi **o**, et aussi **Ω**. La raison de ces notations se précisera par la suite, avec l'étude des **ordinaux** par exemple. Il nous suffit juste de dire ici que l'**égalité**: **o = Ω**, qui s'interprète en disant : « Le **premier ordinal** est aussi le **denier ordinal**, ou l'**Alpha** est aussi l'**Oméga** », exprime le **Cycle des ordinaux**. Comme déjà dit plus haut, **Ω** est le **grand modèle** de **N** dans la **structure fractale** des **ordinaux** ou **nombres entiers**. Et l'**égalité**: **o = Ω**, exprime le fait qu'on prend ce **modèle Ω** comme le **terminus** du **cycle** de construction des **ordinaux** ou **nombres entiers**, et donc le **cycle** reprend au **commencement**, à savoir **o**.

Une **application** de **Ω** dans **Ω** est appelée une **omégasuite** de **nombres entiers oméganaturels**, ou simplement une **omégasuite**. Par convention, dès que nous parlerons d'une **suite x** de **nombres entiers** dont au moins un **terme x(n)** est un **nombre entier oméganaturel**, il s'agira, sauf précision contraire, automatiquement d'une **omégasuite**, c'est-à-dire d'une **omégasuite** de **nombres entiers oméganaturels**, ou **application** de **Ω** dans **Ω**. Les raisonnements et les calculs avec les **nombres entiers oméganaturels** sont exactement comme avec les classiques **nombres entiers naturels**, sauf que les **nombres entiers oméganaturels** comprennent des éléments **infinis**, comme par exemple **v**, **w**, etc., et plus généralement: $\boldsymbol{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \ldots}$.

Soit un **nombre entier oméganaturel B**, appelé une **base énitienne**. On introduit un **opérateur binaire** noté « **I** » et appelé « **inden** », et pour tout **entier oméganaturel n**, « **B I n** » est à lire : « **B inden n** », et noté aussi: $\mathbf{(B)_n}$ ou simplement $\mathbf{B_n}$, s'il n'y a aucun risque de confusion avec toute autre notation en **indice**.

On définit une **omégasuite** « **B I** » ou **⟨B⟩**, à lire « **B inden** » ou « **inden B** », dite **énitienne de base B**, ou **suite énitienne de B**, telle que:
→ **B I 0 = ⟨B⟩(0) = 1** ; à lire « **B inden 0**» ou « **inden B de 0** »,
→ **B I 1 = ⟨B⟩(1) = B** ;
→ **B I 2 = ⟨B⟩(2)= B ^ B =** $\mathbf{B^B}$;
→ **B I (n+1) = ⟨B⟩(ν+1) = (B I n) ^ (B I n) =** $\mathbf{(B\ I\ n)^{(B\ I\ n)}}$.

→ **B I (B I n)** est noté: **B II n** ou $\mathbf{B\ I^2\ n}$, pour tout **entier oméganaturel n** ;
→ **B I (B I (B I n))** est noté: **B III n** ou $\mathbf{B\ I^3\ n}$, pour tout **entier oméganaturel n** ;
→ Pour deux **entiers oméganaturels m** et **n**, $\mathbf{B\ I\ (B\ I^m\ n)}$ est noté $\mathbf{B\ I^{m+1}\ n}$.

On a donc: **⟨B⟩** = (**⟨B⟩(0), ⟨B⟩(1), ⟨B⟩(2), ⟨B⟩(3), ⟨B⟩(4), …)**
= (**B I 0, B I 1, B I 2, B I 3, B I 4, …)** = $\mathbf{(1, B, B^B, (B^B)\wedge(B^B), \ldots)}$
= $\mathbf{(1, B, B^B, B\wedge(B^{B+1}), \ldots)}$.

Cas particuliers :
→ **B = 0**, où **0** désigne le **zéro absolu o** ;

$\langle 0\rangle = (1, 0, 0, 0, 0, \ldots) = [0]$, autrement dit $\langle 0\rangle$ est une **suite finalement constante**, c'est-à-dire **constante** à partir d'un certain rang. En l'occurrence ici $\langle 0\rangle = (1, 0, 0, 0, 0, \ldots)$ est la **suite constante** $[0] = (0, 0, 0, 0, 0, \ldots)$ à partir du rang **1**, car: $\langle 0\rangle(0) = 1$, $\langle 0\rangle(1) = 0$, $\langle 0\rangle(2) = 0$, etc..
→ **B = 1** ;
$\langle 1\rangle = (1, 1, 1, 1, 1, 1, \ldots) = [1]$.
Là, $\langle 1\rangle$ est une **suite strictement constante**, elle est **strictement égale** (c'est-à-dire elle est **identique**, et pas seulement seulement **équivalente**) à la **suite constante** $[1] = (1, 1, 1, 1, 1, 1, \ldots)$.
→ **B = 2** ;
$\langle 2\rangle = (1, 2, 2^2{=}4, 4^4{=}\ 256, 256^{256}, \ldots) = (1, 2, 4, 256, 256^{256}, \ldots)$.
Donc $\langle 2\rangle$ est un **nombre infini**, et il est **strictement supérieur** au **nombre infini** $v = (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \ldots)$, donc $\langle 2\rangle > v$, car il existe un certain rang à partir duquel chaque terme de $\langle 2\rangle$ est **strictement supérieur** au terne correspondant de **v**. En l'occurrence ici c'est le cas à partir du rang **0**, ce qui veut dire que tout terme de $\langle 2\rangle$ est **strictement supérieur** au terne correspondant de **v**:
$1 > 0$; $2 > 1$; $4 > 2$; $256 > 3$; $256^{256} > 4$, et ainsi de suite. On voit donc $\langle 2\rangle$ est **très supérieur** à **v**, il croît beaucoup plus vite que **v**.

Mais qu'en est-il si nous comparons $\langle 2\rangle$ et v^2 ?

On a: $v^2 = (0^2, 1^2, 2^2, 3^2, 4^2, 5^2, 6^2, 7^2, \ldots) = (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, \ldots)$.
Là aussi il est clair que $\langle 2\rangle > v^2$, et on vérifie de même que $\langle 2\rangle > v^3$, que $\langle 2\rangle > v^4$, et plus généralement que pour tout **entier naturel constant k**, on a: $\langle 2\rangle > v^k$, car il existe un rang à partir duquel tout terme de $\langle 2\rangle$ est **strictement supérieur** au terne correspondant de v^k.
Par exemple: $v^5 = (0^5, 1^5, 2^5, 3^5, 4^5, 5^5, 6^5, 7^5, \ldots) = (0, 1, 32, 243, 1024, 3125, 7776, 16807, \ldots)$. Et en comparant avec: $\langle 2\rangle = (1, 2, 4, 256, 256^{256}, \ldots)$. On constate que les termes de v^5 commencent par être inférieurs ceux de $\langle 2\rangle$ pour les rangs **0** et **1**. Mais au rang **2**, le terme de v^5, qui est **32**, est **strictement supérieur** à celui de $\langle 2\rangle$, qui est **4**. Puis à partir du rang **3**, chaque terme de $\langle 2\rangle$ **strictement supérieur** au terme correspondant de v^5.

De manière générale, on a: $\langle 2\rangle > v^k$, pour tout **entier naturel constant k**, car la **croissance** de $\langle 2\rangle$ est **exponentielle** tandis que celle de v^k est **polynomiale**.

Et maintenant, qu'en est-il si nous comparons $\langle 2\rangle$ et v^v ?

Etant entendu qu'avec **0 absolu** on a: $0^0 = 0$ (on en reparlera),
on a donc: $w = v^v = (0^0, 1^1, 2^2, 3^3, 4^4, 5^5, 6^6, 7^7, \ldots) = (0, 1, 4, 27, 256, 3125, 46656, 823543, \ldots)$. Il est clair que $\langle 2\rangle$ est **finalement strictement supérieur** à v^v, autrement dit qu'à partir d'un certain rang, ici **3**, les termes de $\langle 2\rangle$ sont tous **strictement supérieurs** aux termes correspondants de v^v.
Donc: $\langle 2\rangle > v^v$, **nombre entier infini** v^v que nous appelons **w**.

Et maintenant, qu'en est-il si nous comparons $\langle 2\rangle$ et v^w ? Autrement dit, **v** avec $v\wedge(v^v)$?
On a: $v^w = v\wedge(v^v) = (0^0, 1^1, 2^4, 3^{27}, 4^{256}, 5^{3125}, 6^{46656}, 7^{823543}, \ldots) = (0, 1, 16, 3^{27}, 4^{256}, 5^{3125}, 6^{46656}, 7^{823543}, \ldots)$.
Et là il est clair que : $v^w > \langle 2\rangle$, à partir du rang **2**, donc: $v^w > \langle 2\rangle$.

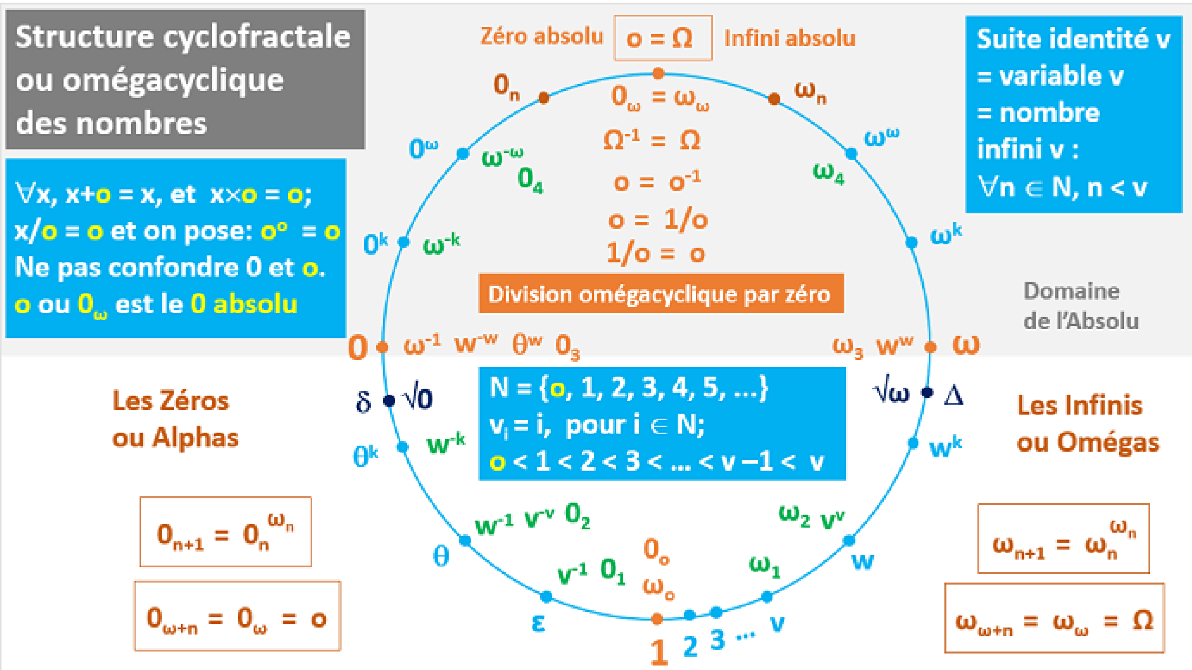
Toutes ces notions d'**infériorité finale**, d'**égalité finale**, de **supériorité finale**, d'**infini**, etc., en parlant de **nombres entiers variables**, se préciseront par la suite.

→ **B = v** ; cette **base v** est particulièrement importante, car **v** est la référence pour les **nombres infinis**, comme on vient de le voir en comparant par exemple ⟨**2**⟩ avec différents **nombres infinis fonction de v**. Dans le cas de la **base v**, on a donc ⟨**v**⟩, ou « **v inden** » ou « **inden v** », la **suite énitienne** de **base v**:
⟨v⟩ = (⟨v⟩(0), ⟨v⟩(1), ⟨v⟩(2), ⟨v⟩(3), ⟨v⟩(4), …)
= (v I 0, v I 1, v I 2, v I 3, v I 4, …) = (1, v, v^v, (v^v)^(v^v), …)
= (1, v, v^v, v^(v^{v+1}), …).
C'est précisément cette suite que nous avons notée: **ω = (ω_0, ω_1, ω_2, ω_3, ω_4, ...)**, ou: **ω = (1, v, w, ω_3, ω_4, ...)**.

On a donc:
→ **v I 0 = ⟨v⟩(0) = 1** ;
→ **v I 1 = ⟨v⟩(1) = ω_1 = v** ;
→ **v I 2 = ⟨v⟩(2) = ω_2 = v^v = w** ;
→ Et pour tout **entier oméganaturel k** ≥ **1**,
v I (k+1) = (v I k) ^ (v I k) = $(v\ I\ k)^{(v\ I\ k)}$ = ⟨v⟩(k)^⟨v⟩(k) = $\langle v\rangle(k)^{\langle v\rangle(k)}$.
On a donc: **v I k = ⟨v⟩(k) = ω_k**.
A noter donc que pour tout **entier oméganaturel k ≥ 1**, **v I k** ou **⟨v⟩(k)** ou **ω_k** est un **nombre entier infini** donc **variable**.

On définit alors deux **omégasuites v** et **w**, de terme général **v_k** et **w_k**, telles que:
v_k = ω_{k-2}, et: **w_k = ω_{k-1}**, pour tout **entier oméganaturel k** ≥ **2**.
Les **entiers v_k** et **w_k**, ne doivent pas être confondus avec **v(k)** et **w(k)**, qui valent respectivement **k** et **k^k**.

Par exemple, **v_3 = ω_1 = v**, et: **w_3 = ω_2 = w**. Mais **v(3) = 3**, et **w(3) = 3^3 = 27**.



Mais revenons aux notions de **zéro absolu o** et d'**infini absolu Ω**.

Soit une **suite x = (x(0), x(1), x(2), x(3), x(4), x(5), ...)** de **nombres entiers naturels ou relatifs**, c'est-à-dire une **application de N dans Z**, et plus généralement une **application de Z dans Z**. C'est la définition que nous donnons à la notion de **nombre entier variable**. Par définition nous dirons que **x est la limite des x_i quand i tend vers l'infini**.

Et plus généralement encore, **x** étant une **application de R dans R**, on dit que **x**, noté **x = $(x(r))_{r \in R}$**, est la **limite** des **x(r)**, où la **variable r** est un **nombre réel**.

Ainsi donc, toute **suite x** de **nombres entiers naturels** ou plus généralement **relatifs**, autrement dit tout **nombre entier variable**, a une **limite** à l'**infini**, qui est par définition le **nom** qu'on donne à la **suite,** ici **x** donc.

Par exemple, soit la **suite**: **(6, -1, 0, 14, 3, 7, -55, 2, 1, 8, 24, -100, …)**. Elle admet une **limite** quand le r**ang des termes** tend vers l'**infini**, comme on le dit dans le langage traditionnel. Dans les conceptions traditionnelle, cette suite n'a aucune **limite**, contrairement par exemple la **suite**: **(-9, 0, 5, 277, -12, 43, 4, 4, 4, 4, 4, 4, …)**, qui, elle, a une **limite** qui est **4**, quand le **rang des termes** tend vers l'**infini**. Mais dans la nouvelle vision, les deux **suites**, qui sont donc des **nombres entiers variables**, donc des **nombres**, ont une **limite**, qui est précisément le **nom** donné à la **suite**, c'est-à-dire la **suite** elle-même! Si par exemple on appelle la première **x**, on a alors: **x = (6, -1, 0, 14, 3, 7, -55, 2, 1, 8, 24, -100, …)**. La **limite de x** est alors… tout simplement **x**! Et si pour la seconde l'on dit: **y = (-9, 0, 5, 277, -12, 43, 4, 4, 4, 4, 4, 4, …)**, alors sa **limite** est **y**. Et comme en plus cette **limite** est **4**, on a donc: **y = 4**, autrement dit: **y = 4 = (-9, 0, 5, 277, -12, 43, 4, 4, 4, 4, 4, 4, …)**, ou simplement: **4 = (-9, 0, 5, 277, -12, 43, 4, 4, 4, 4, 4, 4, …)**. On a donc ici: **4(0) = -9**, **4(1) = 0**, **4(2) =** 5, **4(3) = 277**, **4(4) = -12**, **4(5) = 4**, **4(6) = 4**, **4(7) = 4**, etc. On dit que **4** est une **suite constante**, car effectivement elle est **constante** à partir d'un certain **rang**, qui est ici **5**.

Pour la **suite varid v**, on a: **v = (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …)**. Donc la **limite** de **v** est **v**, et cette **limite** est **infinie**, car **v** est un exemple de **nombre entier infini**.

Considérons de nouveau l'**omégasuite**: **$\omega = (\omega_0, \omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, ...) = (1, v, w, \omega_3, \omega_4, ...)$**, qui est donc l'**omégasuite énitienne** de **base v**. Nous parlons d'**omégasuite** pour dire donc qu'à tout **nombre entier oméganaturel** ou **ordinal k** (la généralisation des **nombres naturels classiques**, mais en raison de la **structure fractale** des **ordinaux**, il est **équivalent** de voir les **nombres entiers oméganaturels** comme une simple autre manière de voir les seuls et mêmes **nombres entiers naturels**), on associe un **nombre entier oméganaturel ω_k**. Cette suite **ω** de terme général **ω_k** est par définition l'**infini absolu**, noté alors aussi **Ω**. On a donc: **$\Omega = \omega = (\omega_0, \omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, ...) = (1, v, w, \omega_3, \omega_4, ...)$**.

Comme bien d'autres symboles, la lettre **ω** est souvent sollicitée pour désigner des choses différentes. Nous utiliserons souvent la variable **ω** pour désigner en fait **ω_3**, ou maintenant plutôt **ω_7**, appelé le **seuil de l'infinité absolue**. A ne pas confondre alors quand **ω** désigne l'**infini absolu Ω**.

Ω ou **ω** est donc par définition la **limite** des **ω_k** quand **k** « **tend vers l'infini** », selon le langage classique. Mais dans la nouvelle vision, les **ω_k**, pour **k ≥ 1**, et **Ω** ou **ω**, sont des **nombres entiers infinis**.

Et aussi, la variable **k** utilisé ainsi est tout simplement une **variable équivalente** à **v = (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …)**. Cela signifie qu'on aurait pu tout à fait définir **k** comme: **k = (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …)**. Et donc aussi on aurait pu tout à fait utiliser simplement la **variable v** et dire que **Ω** ou **ω** est la **limite** des ω_v quand **v** « **tend vers l'infini** ».

On associe à chaque **infini** ω_k sont **inverse** 0_k **=** $1/\omega_k$, donc tel que: $\omega_k = 1/0_k$. Et ω_k est appelée le **zéro** associé à ω_k, et ω_k est appelé l'**infini** associé à 0_k. On considère alors la suite de ces **zéros** associés aux **infinis énitiens**: $0 = (0_0, 0_1, 0_2, 0_3, 0_4, ...)$. Par définition on appelle cette **suite** l'**Alpha absolu** ou le **Zéro absolu**, noté alors **o**, et appelé l'**Omicron**. C'est lui qui est l'**élément neutre de l'addition**. On a donc: $o = 0 = (0_0, 0_1, 0_2, 0_3, 0_4, ...) = (1, \varepsilon, \theta, 0_3, 0_4, ...)$, où: **ε = 1/v**, et: **θ = 1/w**. Le symbole **ω** étant souvent utilisé pour désigner en réalité ω_3 ou mieux, ω_7, de même le symbole **0**, très sollicité aussi comme **ω**, sera souvent utilisé pour désigner en réalité 0_3, ou mieux, 0_7.

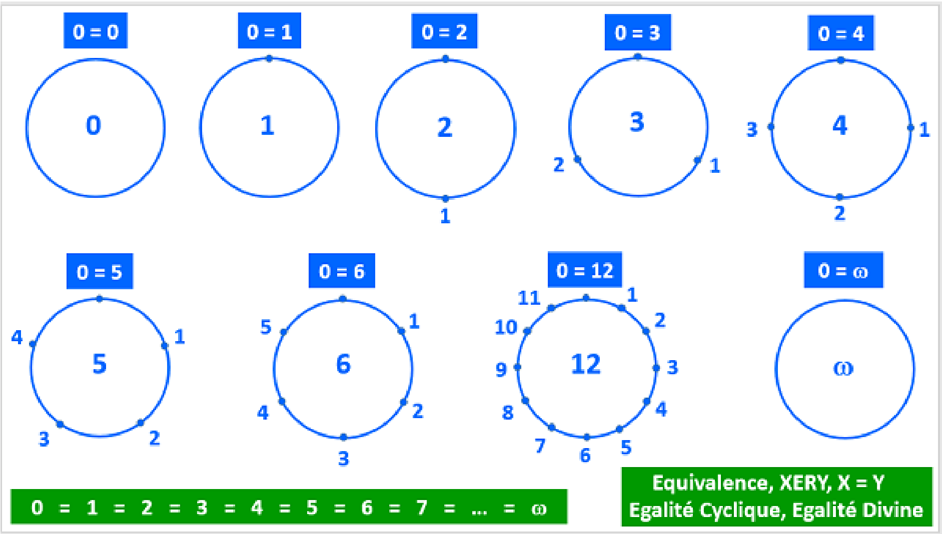
La **suite**: $0 = (0_0, 0_1, 0_2, 0_3, 0_4, ...)$ n'est pas une **suite** de **nombres omégarationnels**, la généralisation des classiques **nombres rationnels**. Et un **nombre omégarationnel** est tout simplement un **rapport de deux nombres entiers oméganaturels**, la **division par zéro** n'étant plus un problème dans le **Nouveau Paradigme**. Et dans ce paradigme aussi, les notions de **nombres réels** et de **nombres rationnels** deviennent une seule et même notion (on y reviendra).

On pose l'**équivalence**: **o = Ω**, qui signifie simplement qu'on décide que quand on a atteint l'**infini absolu Ω**, on a bouclé le **Cycle des ordinaux**, et on revient au **zéro absolu**, **o**.

On a: **o = 1/Ω**, et: **Ω = 1/o**, et comme par ailleurs en vertu du **Cycle Ω** on a: **o = Ω**, on a donc ces propriétés apparemment déroutantes: **1/o = o**, et: **1/Ω = Ω**, mais qui ne sont en fait que de simples réécritures du **Cycle Ω**. Le **zéro absolu o** est donc celui couramment est noté **0**, mais nous préférons réserver cette notation à 0_3, ou à tout 0_k, pour **k ≥1**, que l'on décide de prendre comme le **zéro génératif** de référence. La notion de **zéro** est alors beaucoup plus souple et féconde que si on la figeait uniquement dans le rôle du **zéro absolu**, l'**élément neutre de l'addition**.

Outre le fait d'être l'**élément neutre de l'addition** et l'**élément absorbant pour la multiplication**, l'un des grands intérêts du **zéro absolu o** est les **égalités** spéciales ou **égalités de clôture** auquel il donne lieu, et qui habituellement sont soit méconnues soit considérées comme « impossibles ». La première est la **division omégacyclique par zéro**: **1/o = o**, et plus généralement: **x/o = o**, pour tout **nombre x**. Cette égalité ferait pousser des cris d'orfraie, et pourtant elle n'est qu'une autre version de l'**égalité**: **x × o = o**. Autrement dit, **o** est l'**élément absorbant pour la multiplication**. L'**égalité**: **x/o = o**, complète cela en disant simplement que **o** est l'**élément absorbant pour la division**.

Il résulte de cela cette autre surprenante propriété du **zéro absolu**: $o^o = o$. Elle se déduit de l'**égalité**: **o/o = o**, qui est un cas particulier de: **x/o = o**. Et: **o/o = o**, est une autre manière de dire: **o × Ω = o**. Elle signifie que bien que **Ω** soit l'**inverse** parfait de **o**, c'est-à-dire vérifiant: **Ω = 1/o**, et donc aussi: **o × Ω = 1**, le **Cycle Ω**, à savoir: **o = Ω**, est une **variable** qui prend pour **valeurs** l'**ensemble de tous les cycles**: **o = o**, **o = 1**, **o = 2**, **o = 3**, **o = 4**, **o = 5**, …, **o = Ω**, pour ne parler que des **cycles entiers**.



Donc l'**égalité**: $\mathbf{o \times \Omega = 1}$, qui dit **o** et **Ω** sont **inverses** l'un de l'autre, et donc que le **zéro absolu o** est bel et bien **inversible**, mais comme on a par ailleurs le entre autres le **cycle 1** qui est: $\mathbf{o = 1}$ ou $\mathbf{1 = o}$, du coup la combinaison de: $\mathbf{o \times \Omega = 1}$, et: $\mathbf{1 = o}$, donne: $\mathbf{o \times \Omega = o}$. Cette **égalité** combine donc à la fois l'**inversibilité de o** (autrement dit la **division par zéro**, même quand il s'agit du **zéro absolu**, car pour tous les autres **zéros** il n'y a aucun souci, leurs **inverses** donnent les **infinis** correspondants et vice-versa) et à la fois le **cycle 1**, ce qui fait du **zéro absolu o** l'**élément absorbant absolu** de la **multiplication** et de la **division**.

Autrement dit, il faut cesser de concevoir les **nombres** comme des **objets statiques**, constants, mais comme aussi des objets **dynamiques**, **variables**, **vivants**, qui **bougent**, qui **évoluent**, dont la **valeur change**! La notion de **fractale**, d'**équivalence**, de **cycle**, de **variable**, etc., sont différents manières dont le **dynamisme** des **nombres** s'exprime. Ainsi donc, l'**égalité**: de: $\mathbf{o \times \Omega = 1}$, est **vraie**, mais elle ne reste pas obligatoirement **statique**. Car une autre **égalité**: $\mathbf{1 = o}$, celle du **cycle 1**, va la changer en: $\mathbf{o \times \Omega = o}$, qui est une autre **vérité** de l'**Univers TOTAL**, qui a son sens. Et l'**égalité**: $\mathbf{1 = o}$, n'est pas une fausseté, à moins de déclarer que les **cycles**, comme les **roues qui tournent**, sont des « **faussetés** » ou des « **impossibilités** » dans l'**Univers**!

Le **dynamisme des nombres**, des **informations**, l'**alternance**, l'**alternation**, etc., font que **tout est vraie dans l'Univers TOTAL, et le contraire de tout aussi**. C'est la logique figée, ce qu'est la logique de **Négation** ou d'**Identité**, qui engendre les vrais paradoxes, les vrais bugs, qui font que les choses ne tournent pas bien rond.

Ici donc nous étudions maintenant le **fonctionnement** du **zéro absolu o**, et ce qui le distingue des autres **zéros**.

Donc: $\mathbf{o/o = o}$, ou: $\mathbf{o \times \Omega = o}$, s'écrivent aussi: $\mathbf{o \times o^{-1} = o}$, ou: $\mathbf{o^1 \times o^{-1} = o}$.
Et donc on a: $\mathbf{o^{1-1} = o}$, et: donc: $\mathbf{o^0 = o}$.

A noter que ceci est une propriété du **zéro absolu**.
Mais pour tout autre **nombre x** différent du **zéro absolu**, on a: $\mathbf{x/x = 1}$, ou: $\mathbf{x \times x^{-1} = 1}$.
Et donc on a: $\mathbf{x^{1-1} = 1}$, et: donc: $\mathbf{x^0 = 1}$.
Donc pour tout **zéro génératif**, qu'on notera **0**, et donc l'**infini** associé est noté **ω**,

on a: $\mathbf{0^o = 1}$, ou: $\mathbf{0/0 = 1}$. Autrement dit: $\mathbf{0 \times 0^{-1} = 1}$ ou: $\mathbf{0 \times \omega = 1}$.
Comme tout nombre différent du **zéro absolu**, tout **zéro génératif** à la **puissance** le **zéro absolu** est **1**.

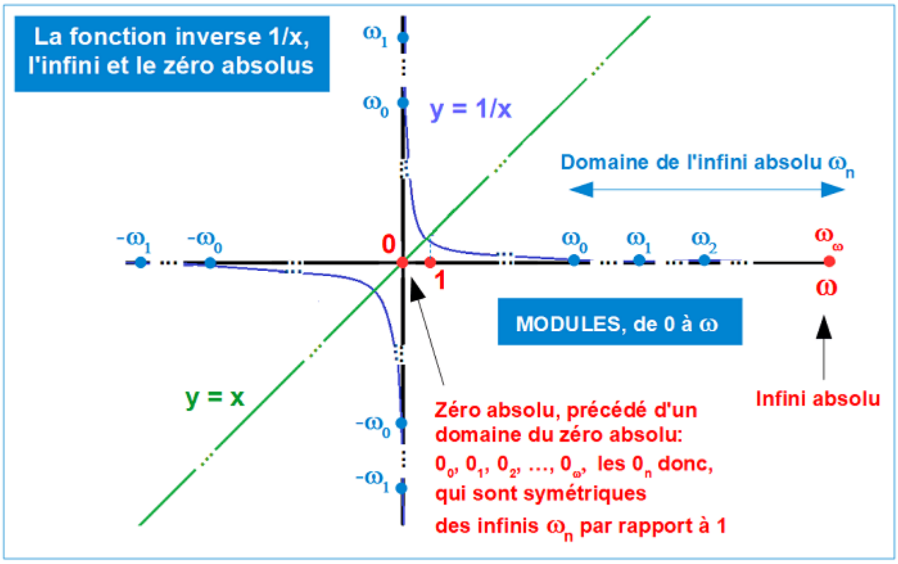
Et maintenant, que vaut: $\mathbf{0^0}$?
Ici donc on parle du **zéro génératif à la puissance le zéro génératif**.
On a: $\mathbf{0^0 = e^{\ln(0)\times 0} = e^{-\Lambda\times 0}}$, où $\mathbf{e^x}$ est la **fonction exponentielle de base e**, la **base** du **logarithme népérien**, et où **ln(x)** est la **fonction logarithme népérien**.
Et on pose: $\mathbf{\Lambda = \ln(\omega)}$, et donc: $\mathbf{\ln(\omega) = -\Lambda}$.
On a donc: $\mathbf{0^0 = e^{-\Lambda\times 0} = 1 - \Lambda\times 0 + \Lambda^2\times 0^2/2 - \Lambda^3\times 0^3/3! + ...}$.
C'est ici qu'on fait jouer le fait que le **zéro génératif** n'est pas **absolu**, mais est cependant une quantité infiniment petite. On peut donc limiter ce développement de $\mathbf{e^{-\Lambda\times 0}}$ au **premier ordre**, ce qui donne: $\mathbf{0^0 = e^{-\Lambda\times 0} = 1 - \Lambda\times 0}$.

Juste pour montrer la différence entre le **zéro absolu o** et ses propriétés spécifiques, dont les surprenants: $\mathbf{1/o = o}$, $\mathbf{o^o = o}$, etc. , et le **zéro génératif 0**.

Si donc c'est du **0 absolu** qu'on parle dans $\mathbf{\varepsilon = 1/v = (1/0, 1/1, 1/2, 1/3, 1/4, 1/5, 1/6, 1/7, \ldots)}$, cela donne: $\mathbf{\varepsilon = 1/v = (0, 1/1, 1/2, 1/3, 1/4, 1/5, 1/6, 1/7, \ldots)}$.
Mais si c'est d'un **0 génératif** qu'il s'agit, et notamment si **0** est l'**inverse** de $\mathbf{\omega = w^w}$ défini plus haut, c'est tel que: $\mathbf{0 = 1/\omega = w^{-w}}$, alors on a aussi: $\mathbf{\omega = 1/0 = w^w}$. Là aussi, pas de souci, cela donne: $\mathbf{\varepsilon = 1/v = (1/0, 1/1, 1/2, 1/3, 1/4, 1/5, 1/6, 1/7, \ldots) = (\omega, 1, 1/2, 1/3, 1/4, 1/5, 1/6, 1/7, \ldots)}$.

La définition parfaite de l'**infinitésimal** ou **infiniment petit ε** étant faite, il reste à comprendre ce que signifie cette définition, notamment dans le cas du choix d'un **0 génératif** comme premier terme de: $\mathbf{v = (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \ldots)}$, donc aussi comme premier élément de l'**ensemble des entiers naturels**: $\mathbf{N = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \ldots\}}$. Dans ce cas, le **nombre ε**, qui n'est qu'une autre manière de parler de la **fonction inverse 1/x**, correspond à la conception qu'on en a traditionnellement:

****



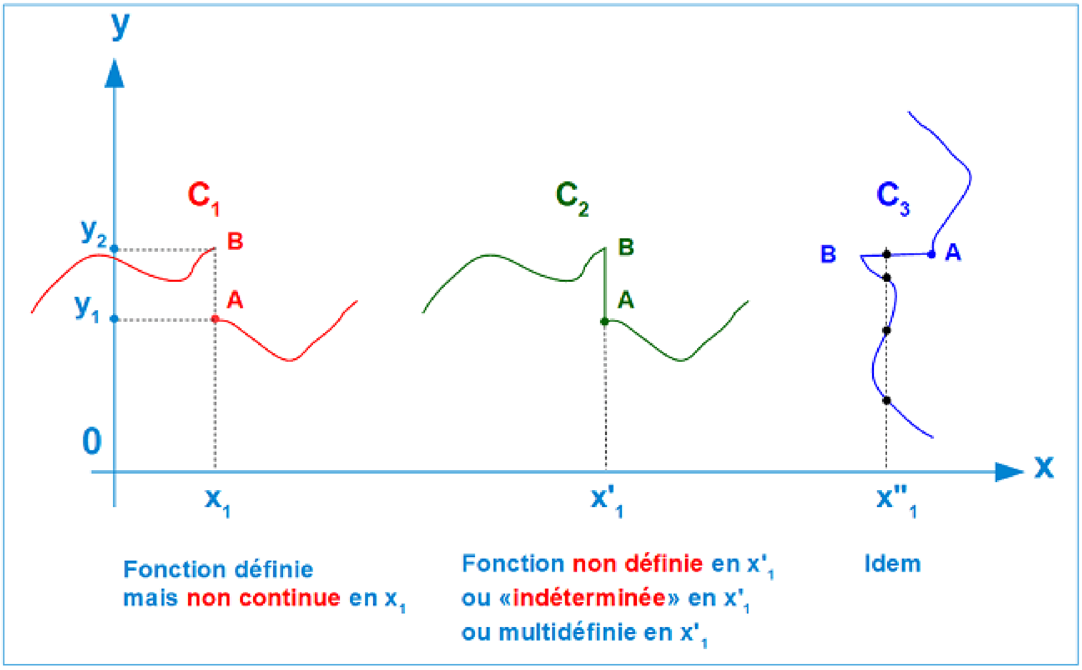
Sur l'image **ω_0 = v**, mais avec la nouvelle indexation, **ω_0 = 1**, **ω_1 = v**, **ω_2 = w**, etc.

Elle « **tend vers l'infini** » quand la **variable x** tend vers **0**, et précisément **ε** tend vers **ω** (l'**infini génératif** donc) quand **x** tend vers **0** (le **0 génératif** correspondant donc). Et à l'inverse **ε** tend vers **0** quand **x** tend vers **ω**. Tout ce qu'il y a de très classique, sauf qu'ici nous sommes très précis en matière des **zéros** et des **infinis**.

L'importante nouveau qui s'joute à tout cela est la logique du **0 absolu**, qui connue sous nombres d'aspects, notamment qu'il est l'**élément neutre** de l'**addition**, et **absorbant** pour la **multiplication**, mais dont d'autres importants aspects sont ignorés ou sont inhabituels. Comme le fait que le **0 absolu** est le **commencement des cycles**, et notamment du grand **Cycle Oméga**, et aussi la **fin des cycles**, et notamment du grand **Cycle Oméga**. A ces limites ultimes il se passe un certain nombre de choses qui peuvent heurter les conceptions habituelles, et qui sont ici par exemple que le **nombre ε**, la **fonction inverse** donc, en tendant vers le **0 absolu**, la **fonction infinie** associée, **v** donc, monte vers le **point infini absolu Ω**, qui est le même que le **point 0 absolu**, **o** donc. Cela signifie concrètement que quand la **courbe** en montant vers l'**infini** aura parcouru tous les **infinis génératifs**, elle retombe au **point 0 absolu o** le long de l'axe vertical. Elle monte donc au **plus haut sommet** et retombe à l'**origine**, qui est son **terminus**.

Et dans l'autre sens, en tendant vers le **0 absolu** quand **x tend vers l'infini absolu**, la courbe décolle du **0 absolu** qui est la parfaite **origine** des axes, elle monte **le plus haut, plus haut que tous les infinis génératifs**, puis redescend en passant par les **infinis génératifs**, puis par les **nombres**: **…, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1**, puis **1/2, 1/3, 1/4, 1/5, 1/6, 1/7, …**, puis quand x tend vers les **infinis génératifs**, la courbe tend aussi vers les les **inverses** de ces mêmes **infinis**, qui sont les **0 génératifs**. Puis quand **x** dépasse ces **infinis** et atteint l'**infini absolu Ω**, elle revient sec à l'origine, au **point 0 absolu** donc, le long de l'**axe horizontal**. Cela signifie qu'on a une **infinité** d'**abscisses**, le long donc de l'**axe des abscisses** (l'axe horizontal) qui ont la même **ordonnée 0 absolu**, **o**.

Cela ne choque pas que plusieurs **abscisses** aient la même **ordonnée**. Que par exemple ici tous les poins de l'**axe des abscisses** entre le **0 absolu** (**o**) et l'**infini absolu** (**Ω**), aient la même **ordonnée 0 absolu**. C'est la logique même des **droites horizontales** en parlant des courbes, ou des **suites constantes**. Mais ça choque qu'une même **abscisse** (en l'occurrence le **0 absolu**, **o**) ait toute l’infinité des **ordonnées** entre le **0 absolu** (**o**) et l’**infini absolu** (**Ω**). Quand une même **abscisse x** a plusieurs **ordonnées**, et éventuellement une infinité, un **segment** par exemple, on parle traditionnellement de « **discontinuité** » en **x**.



Pourquoi donc ce qui ne serait pas « **discontinu** » orienté d’une manière serait « **discontinu** » juste orienté d’une autre manière?

C’est en fait la notion d’**égalité** très orientée vers l’**identité** qui est la cause de ces subtiles anomalies des mathématiques traditionnelles. Mais avec une notion d’égalité très orientée vers l’équivalence, les problèmes disparaissent. Si par exemple une même abscisse a plusieurs ordonnées, celles-ci forment automatiquement une **classe d’équivalence**. C’est précisément ce qui se passe pour la **fonction inverse 1/x** quand **x** prend pour **valeur** exactement le **0 absolu**, **o**. La vision classique que heurte alors en plein à la **division par 0**. L’une des conséquence de cette divsion est que **1/0** ou **1/o** a une infinité de **résultats**, autrement dit l’**abscisse o** a une **infinité d’ordonnées**, par exemple **o** et **Ω**, et tous les **nombres** entre les deux. Mais en fait, c’est que pour cette **abscisse o** tous ces **nombres** de l’**intervalle [o, Ω]** forment automatiquement une **classe d’équivalence**, la **classe des ordonnées** de **o**. Cela se résume par l’**égalité**: **o = Ω** entre les deux valeurs extrêmes.

Pour le dire autrement, là où la **fonction 1/x** donne **une seule valeur constante** quand **x** vaut **2** ou **0.4**, donc **1/2** pour **2** et 1/**0.4** = **2.5** pour **0.4**, avec le **0 absolu**, **o**, le **résultat 1/o** n’est pas une **constante**, mais… une **variable**! Elle est toute désignée, c’est **y**, la **variable** classique de l’**axe des ordonnées**. Oui, un **nombre réel variable y**, et en particulier un **nombre entier variable n**! On a donc: **1/o = y**, et **y** prenant tous les **valeurs** de l’**axe des ordonnées**, et notamment de l’**intervalle [o, Ω]**. Et quant à sa **sous-variable n**, elle prend toutes les **valeurs entières**, de l’**intervalle [o, Ω]**. Dans ce cas, c’est justement la définition de la **variable varid v = (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …)**.

Tout cela étant précisé, revenons à notre **nombre infinitésimal**: **ε = 1/v = (1/0, 1/1, 1/2, 1/3, 1/4, 1/5, 1/6, 1/7, …) = (ω, 1, 1/2, 1/3, 1/4, 1/5, 1/6, 1/7, …)**, où nous avons fait le choix d’un **0**

génératif, un **infinitésimal infiniment plus petit** que $\theta = 1/w$, et lui-même **infiniment plus petit** que $\varepsilon = 1/v$, qui est déjà **infiniment petit**, pour les raisons que justement on voit.

En effet, $v = (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \ldots)$ est le **nombre entier** de référence qui signifie: « **tend vers l'infini** ». En l'occurrence, il est cet **infini de référence**. Par conséquent, son **inverse**, $\varepsilon = 1/v$, est le nombre de référence qui signifie: « **tend vers zéro** », et il est lui-même ce **zéro de référence**, à partir duquel on définit à loisir des **zéros** encore plus petits, comme par exemple ε^2, l'**inverse** de l'**infini** $v^2 = (0^2, 1^2, 2^2, 3^2, 4^2, 5^2, 6^2, 7^2, \ldots) = (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, \ldots)$, qui est son **infini** associé. Et de même pour ε^3, ε^4, etc., jusqu'à ε^v, qui est $\theta = 1/w$. Puis $\theta^2 = 1/w^2$, puis $\theta^3 = 1/w^3$, etc., jusqu'à $\theta^w = 1/w^w$, qui est la définition de $0 = 1/\omega$, et ainsi de suite.

ε signifie déjà le « **tend vers zéro** » du langage classique, mais en réalité est un **zéro**, car aussi son **inverse**, **v**, signifie le « **tend vers l'infini** » du langage classique, mais en réalité est un **infini**. En effet, **v** finit toujours par être **plus grand** que tout **nombre entier naturel M** fixé à l'avance, **aussi grand soit-il**. Il est donc **plus grand** que tous les **nombres entiers constants**. Et donc ε finit par être **plus petit** que tout **nombre réel** classique **positif non nul**. Donc, pour tout **nombre réel** classique **non nul a**, ou simplement un **nombre constant non nul a**, la quantité $a+\varepsilon$ est **équivalente** à **a**. C'est déjà une manière de dire que ε est **élément neutre** de l'**addition** avec tous le **nombres constants non nuls**. Il n'y a donc qu'en cas d'addition de ε avec un **nombre infinitésimal** τ, donc dans le cas de l'**addition** $\tau+\varepsilon$, qu'on ne peut décider du résultat sans connaître τ. Mais on sait que $\tau+\varepsilon$ est lui aussi **infinitésimal**, c'est-à-dire un **zéro**, si τ est un **zéro**, vu que ε l'est.

On a donc déjà globalement la loi: **zéro + zéro = zéro**, donc en fait: $0 + 0 = 0$. Et plus généralement: **x + zéro = x**, qui s'interprète comme: « **L'ordre de grandeur de x+zéro est l'ordre de grandeur de x** ». Si donc **x** est un **zéro**, « **x+zéro** » sera aussi un **zéro**. Et si **x** n'est pas un **zéro**, mais est d'un **ordre de grandeur supérieur**, alors « **x+zéro** » n'est pas un **zéro** non plus, mais est d'un **ordre de grandeur supérieur**. Ceci est bien plus riche et plus précis que les lois habituelles des **structures algébriques**, comme par exemple les lois génarele de la **structure de corps**, qui ne regardent pas dans les détails. Elles disent simplement par exemple: $x+0 = 0+x = x$, pour dire que **0 est l'élément neutre de l'addition**.

Avec les **0 génératifs**, qui sont des **éléments neutres** pour l'**addition** devant des nombres **infiniment plus grands** qu'eux, et qui **absorbent multiplicativement** des **nombres** pouvant être **infinis**, mais **infiniment petits** comparés aux **infinis** qui leur sont associés (c'est-à-dire leurs **inverses**), on a: $0^0 = 0^o = 1$, comme pour tout **nombre x** non absolument nul.

En effet: $x^0 = x^o = 1$, où donc **o** est le **0 absolu**, l'**élément neutre absolu** pour l'**addition** et **absorbant absolu** pour la **multiplication**, qui vérifie: $x^o = 1$ pour tout **nombre** $x \neq o$, et $o^o = o$. C'est donc de lui que nous parlons dans le calcul de $(v^v)(n) = n^n$, pour le cas où nous devons dire $n = 0$. Il s'agit donc de $n = o$. Mais ici, $n = 0$ tel que $0^0 = 1$ (un **0 génératif** donc) fait l'affaire aussi, sous réserve de garder à l'esprit que ce **0** n'est pas **additivement neutre** devant des **nombres** trop petits par rapport à lui. Par exemple, il est **neutre devant 1**, c'est-à-dire: $1 + 0 = 0 + 1 = 1$, mais pas devant 0^2, c'est-à-dire on n'a pas: $0^2 + 0 = 0 + 0^2 = 0^2$. Car **0** n'est pas suffisamment petit pour qu'on le juge du même ordre de grandeur que son carré 0^2 et dire: $0^2 = 0$. On peut le dire, mais dans ce cas, pour ces nombres l'**égalité** courante « = » cesse d'être une **identité** et devient une **équivalence** « ≡ ». On a donc: $0^2 \equiv 0$.

Mais si l'on conserve l'**identité** courante « = », c'est au contraire $\mathbf{0^2}$ qu'il faut voir comme **très petit** pour être **neutre** devant **0**, c'est-à-dire: $\mathbf{0^2 + 0 = 0 + 0^2 = 0}$.

Même précaution à prendre en **multipliant 0** par un **nombre x**. Ce **0** n'**absorbe** pas les **x** trop **infinis** par rapport à son propre **degré d'infinité**. Par exemple, **0** tel que $\mathbf{0 = 1/\omega}$ **absorbe multiplicativement** volontiers **w** ou mieux encore **v**, autrement dit on a: $\mathbf{0 \times w = 0}$, car, étant donné que $\boldsymbol{\omega} = \mathbf{w^w}$, on a : $\mathbf{0 = 1/\omega = 1/(w^w) = w^{-w}}$, et donc $\mathbf{0 \times w = w^{-w} \times w = w^{1-w} = 1/(w^{w-1})}$. Etant donne que **w** est **infini**, les **nombres infinis w** et **w-1** sont **équivalents**, ils sont bien plus proches que **w** et $\mathbf{w^2}$ par exemple. Autrement dit, en tant que **polynômes en w**, ils sont **asymptotiquement égaux**, les rapports **w/(w-1)** ou **(w-1)/w** sont **égaux** à **1**, ce que l'on exprime habituellement en disant que leur **limite** quand « **w tend vers l'infini** » est **1**. Mais **w** et **w-1** sont **infinis**! Avec eux on est déjà dans un **horizon infini**, donc le rapport **w/(w-1)** est de la forme **1+ τ**, et **(w-1)/w** est de la forme **1-τ**, où **τ** est un **infiniment petit** ou un **infinitésimal**, comme on dit, c'est-à-dire un **zéro génératif** dans la nouvelle conception. Ces rapports sont donc **égaux** à **1**, à un **infinitésimal** près. On ne peut pas en dire autant de **w** et $\mathbf{w^2}$ par exemple, ou de **ω** et $\boldsymbol{\omega}^2$, ou encore de **v** et $\mathbf{v^2}$, qui n'ont pas le même **degré d'infinité**!

Et le **degré d'infinité** en question est ni plus ni moins le **degré polynomial**. A chaque fois le **degré** est **1** pour l'un et **2** pour l'autre. Pour la même raison aussi, **0** et $\mathbf{0^2}$, les **zéros** respectivement associés aux **infinis ω** et $\boldsymbol{\omega}^2$, ne sont pas de même **degré**. Voilà pourquoi **0** ne peut être **additivement neutre** devant $\mathbf{0^2}$, c'est-à-dire ne peut pas l'**absorber** par l'**addition**. Sauf si bien sûr ce **0** est choisi suffisamment **absolu**, c'est-à-dire suffisamment proche du **0 absolu** qu'est **o**, pour que **0** et $\mathbf{0^2}$ deviennent le même **0**, et alors aussi **ω** et $\boldsymbol{\omega}^2$ deviennent le même **infini**. A ces **horizons** de **petitesse** pour **0** ou de **grandeur** pour **ω**, on dit qu'ils sont **auto-multiplicatifs**, c'est-à-dire les **multiplier** par eux-mêmes ne les change pas. Ils ont alors franchi une étape de plus vers l'**absoluité**, vers le **zéro absolu o** pour l'un et vers l'**infini absolu Ω** pour l'autre. A l'**horizon ultime** d'**absoluité**, le **zéro** et l'**infini** se rejoignent pour former le grand **Cycle Oméga** ou l'**Omégacycle**, c'est-à-dire on a: $\mathbf{o = \Omega}$. Autrement dit encore, on a: $\mathbf{o = 1/o}$, qui est l'expression de la **division omégacyclique par 0**. C'est pour ce 0 ultime, qui est donc aussi l'**élément absorbant absorbant** pour la **multiplication** (c'est-à-dire on a: $\mathbf{o \times x = x \times o = o}$, pour tout **nombre x**), qu'on a aussi cette autre surprenante **égalité**: $\mathbf{o^o = o}$.

Nous faisons donc ce choix dans la définition de la **suite** $\mathbf{w = v^v}$, à savoir donc: $\mathbf{(v^v)(n) = n^n}$, pour tout **entier naturel n**. Le problème se posait donc pour $\mathbf{n = 0}$, et les explications précédentes ont simplement pour but de nous épargner les discours habituels selon lesquels $\mathbf{0^0}$ serait « **non défini** » ou serait une « **forme indéterminée** ». Mais non, c'est bel et bien **défini**, déterminé, mais tout dépend ce que l'on prend comme **zéro**! Et tout est **définissable** si l'on travaille dans le bon **Paradigme**, l'**Univers TOTAL**.

On a donc le **nombre infini défini** par la **suite** $\mathbf{w = v^v}$, à savoir donc: $\mathbf{(v^v)(n) = n^n}$, ou pour la noter autrement: $\mathbf{(v^v)_n = n^n}$, pour tout **entier naturel n**, qui est une **suite de nombres entiers**. On a donc: $\mathbf{v^v = (o^o, 1^1, 2^2, 3^3, 4^4, 5^5, \ldots) = (0, 1, 4, 27, 256, 3125, \ldots)}$, si nous faisons le choix du **0 absolu** tel que $\mathbf{o^o = o}$, et: $\mathbf{v^v = (0^0, 1^1, 2^2, 3^3, 4^4, 5^5, \ldots) = (1, 1, 4, 27, 256, 3125, \ldots)}$, si nous faisons le choix d'un **0 génératif** tel que $\mathbf{0^0 = 1}$. Ici, le choix du type de **0** a peu d'importance, car avec les **nombres entiers variables**, c'est ce qui se passe **finalement**, c'est-à-dire dans la **partie finale**, en **allant vers l'infini** ou **à partir d'une certain rang** $\mathbf{n_0}$, qui importe plus que ce qui se passe dans la **partie initiale**, pour **0** ou pour un certain **nombre fini** de **termes** du début de la **suite**.

Le **nombre** $\mathbf{w = v^v}$ est donc aussi un **entier infini**, car il finit par être **strictement supérieur** à tout **nombre entier fini M**. En effet, pour **n** suffisamment grand, on finit par avoir: $\mathbf{n^n > M}$. Et tout simplement $\mathbf{n^n}$ « **tend vers l'infini** », quand **n** « **tend vers l'infini** », comme on le dit classiquement.

Et pour le **nombre entier ω**, on a: $\boldsymbol{\omega} = \mathbf{w^w = (1^1, 1^1, 4^4, 27^{27}, 256^{256}, 3125^{3125}, \ldots)}$
$\mathbf{= (1, 1, 256, 27^{27}, 256^{256}, 3125^{3125}, \ldots)}$, avec le choix donc d'un **0 génératif**.
C'est donc un **entier infiniment plus infini** que **w**, lui-même **infiniment plus infini** que **v = (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …)**, déjà **infini**! Car tous les termes de **w** et **ω** sont des termes aussi de **v**. Mais seulement, **w** et **ω** ont une **croissance** beaucoup plus rapide, et le **degré d'infinité** est donc en fin de compte une question de **rapidité de croissance** d'une **suite d'entiers**.

Un cas particulier très important de **nombres entiers infinis**, que nous considérerons le plus souvent, est celui des **entiers variables strictement croissants** à partir d'un certain rang. C'est le cas ici de **v**, **w** et **ω**.

Remarque:
Dans ce livre, les mots comme « **supérieur** », « **croissant** » (resp. « **inférieur** », « **décroissant** »), sans autre précision, signifient « **strictement supérieur** », « **strictement croissant** », etc. (resp. « **strictement inférieur** », « **strictement décroissant** »). Ils sont donc à comprendre au sens **strict**, de même que le mot « **constant** ». Par contre, le mot « **variable** » est à comprendre au sens large, c'est-à-dire qu'une **constante** est un cas particulier de **variable**, le cas de **variabilité** nulle.

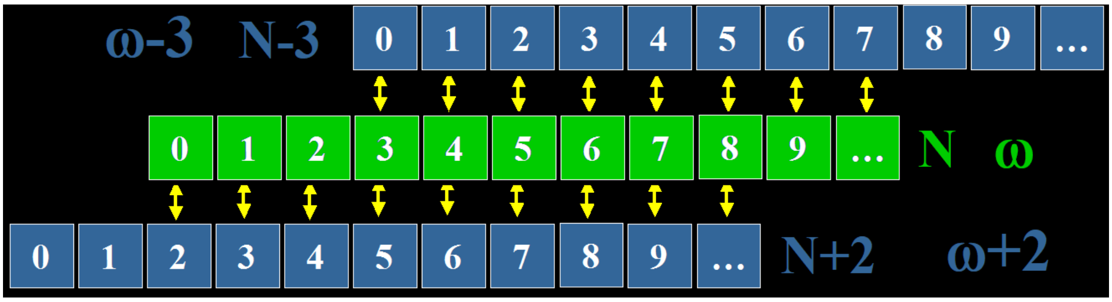
Et pour deux **entiers naturels variables m** et **n**, **finis** ou **infinis**, par définition :
m > n ⇔ m est finalement (strictement) supérieur à n,
ce qui veut dire qu'**il existe un entier naturel** $\mathbf{i_0}$ **tel que pour tout entier naturel** $\mathbf{i \geq i_0}$, $\mathbf{m_i > n_i}$.
Autrement dit, on a: $\mathbf{m_i > n_i}$ à partir d'un certain rang.

Une des propriétés caractéristiques des **nombres entiers naturels infinis** (d'où ce qualificatif) est que, pour un **entier naturel infini x** donné, pour tout **entier naturel constant** ou **fini c**, **x est finalement supérieur ou égal** à **c**, ce qui signifie que $\mathbf{x_n}$ finit toujours par être **supérieur ou égal** à **c** à partir d'un certain rang **k**. Autrement dit, il existe un rang **k** tel que: $\mathbf{x_n \geq c}$, pour tout $\mathbf{n \geq k}$.
Donc, pour tout **entier naturel infini x** et pour tout **entier constant** ou **fini c**, et aussi grand que soit **c**, on a: $\mathbf{x \geq c}$. Et comme $\mathbf{x \geq c'}$, pour tout **entier c' > c**, donc **x > c**.

Quand on écrit : **N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …}**, on veut simplement indiquer que **N** est un **nombre entier naturel infini**, car ici il **nombre entier variable croissant**. **N** est à voir alors comme la **suite** de **terme général** $\mathbf{N_i}$ telle que: $\mathbf{N_i = i}$, pour tout **entier naturel i**. Autrement dit, **N** est assimilée à la **suite de référence v** définie plus haut telle que: $\mathbf{v_i = i}$, pour tout **entier naturel i**, et appelée donc aussi pour cette raison la **suite des nombres entiers naturels**.
Et donc les **suites N-k** et **N+k** sont définies par:
$\mathbf{(N\text{-}k)_i = N_i - [k]_i = i\text{-}k}$ et: $\mathbf{(N+k)_i = N_i + [k]_i = i+k}$, pour tous **entiers naturels i** et **k**.

Ci-dessous illustré cette logique de l'**ensemble N** ou **ω** vu comme une **suite** spéciale d'**entiers naturels**, de terme général $\mathbf{N_i}$ ou $\boldsymbol{\omega_i}$ (à ne pas confondre cette **suite** ainsi notée avec d'autres **suites** éventuellement notées ainsi, comme par exemple la **suite** de terme général $\boldsymbol{\omega_n}$ telle que:

$\omega_{n+1} = \omega_n \wedge \omega_n$; ici **N** ou **ω** est ω_0 (en indexation ancienne) de cette seconde **suite**, donc quand nous disons ici N_i ou ω_i, il faut comprendre en fait: $N_{0,i}$ ou $\omega_{0,i}$; et donc : $\omega_{n+1,i} = \omega_{n,i} \wedge \omega_{n,i}$).



La suite **N** ou **ω** de terme général N_i ou ω_i est la **suite de référence**, illustrée ci-après en vert. Et par rapport à cette **suite de référence** est illustrée la **suite N-3** ou **ω-3**, de terme général :
$(N\text{-}3)_i = N_i - [3]_i = i\text{-}3$ ou $(\omega\text{-}3)_i = \omega_i - [3]_i = i\text{-}3$, qui prend la **valeur 0** quand la **variable de référence i** prend la **valeur 3**. Cela revient à dire qu'elle est **en retard de 3** par rapport à la **suite de référence**.

Est illustrée aussi la **suite N+2** ou **ω+2**, de terme général :
$(N+2)_i = N_i - [2]_i = i+2$ ou $(\omega+2)_i = \omega_i + [2]_i = i+2$, qui prend la **valeur 2** quand la **variable de référence i** prend la **valeur 0**. Elle est quant à elle **en avance de 2** par rapport à la **suite de référence**.

Les **suites de nombres entiers naturels** ou **applications de N dans N** constituent donc une nouvelle notion de **nombres entiers**, les **nombres entiers variables**, éléments de l'**ensemble** $\mathbf{N^N}$, qui généralisent les **nombres entiers** classiques ou **ensemble N**, qui, eux, s'assimilent aux **suites constantes**. Et c'est donc en tant que **suite**, en l'occurrence la **suite Identité** ou la **suite de référence v**, que l'**ensemble N** est lui-même un **nombre entier naturel variable**, **infini** dans son cas. Ses **prédécesseurs immédiats** sont: **…, N-3, N-2, N-1**, et ses **successeurs immédiats** sont : **N+1, N+2, N+3, ...**, tels qu'on vient de les définir.

L'écriture **N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …}** indique simplement que le **dernier élément** du **nombre entier naturel N** n'est pas **constant** ou **fixe**, mais en **perpétuelle croissance par pas de 1**. L'**ensemble N** ainsi noté est dit **standard**. Mais exactement le même **ensemble N** en **notation canonique** ou « **non-standard** » est : **N = {0, 1, 2, 3, …, N-3, N-2, N-1}**. Et alors ses **prédécesseurs immédiats** : **…, N-3, N-2, N-1**, sont dits « **non-standard** », en faisant allusion à l'**arithmétique non-standard**. Celle-ci ne fait que mettre en évidence qu'il existe des **nombres entiers naturels infinis** ou **variables**, tout bonnement.

Les **nombres entiers naturels infinis** ainsi définis ont des **prédécesseurs** et des **successeurs**. Par exemple, pour un **nombre entier naturel infini x** et pour un **entier naturel constant k**, le **nombre entier x–k**, est la **suite de nombres entiers relatifs**, **entiers naturels** à partir d'un certain rang, définie par : $(x-k)_n = x_n - k$. Par exemple, **v–k** est une **suite d'entiers naturels** à partir du rang **n = k**. Et le **nombre entier x+k** est la **suite de nombres entiers naturels** définie par : $(x+k)_n = x_n + k$. Par exemple, **v+k** est une **suite d'entiers naturels** à partir du rang **n = 0**. Même définition pour **w–k** : $(w-k)_n = w_n - k$. Et pour **w+k** : $(w+k)_n = w_n + k$. Même définition pour **ω–k** : $(\omega-k)_n = \omega_n - k$. Et pour **ω+k** : $(\omega+k)_n = \omega_n + k$. Ce sont toutes des **suites finalement d'entiers naturels**, ce qui veut dire qu'après un certain nombre de termes au début qui ne sont peut-être pas des **entiers**

naturels, les termes sont tous des **entiers naturels** à partir d'un certain rang $\mathbf{n_0}$. C'est la **nature** ou le **comportement final** (c'est-à-dire à partir d'un certain rang $\mathbf{n_0}$) des **suites** qui nous intéresse particulièrement, plus que leur **nature** ou leur **comportement initial** (c'est-à-dire au début).

On voit que les **nombres entiers infinis v, w, ω**, ont des **prédécesseurs** ou des **successeurs**. Et plus généralement, il en est ainsi pour tout **entier naturel infini x**. Et donc on aura toujours l'ordre:
$\mathbf{0 < 1 < 2 < 3 < 4 < 5 < \ldots < x\text{-}5 < x\text{-}4 < x\text{-}3 < x\text{-}2 < x\text{-}1 < x < x+1 < x+2 < x+3 < x+4 < x+5 < \ldots}$.

Donc par exemple: $\mathbf{0, 1, 2, 3, 4, 5, \ldots, \omega\text{-}5, \omega\text{-}4, \omega\text{-}3, \omega\text{-}2, \omega\text{-}1, \omega, \omega+1, \omega+2, \omega+3, \omega+4, \omega+5, \ldots}$.

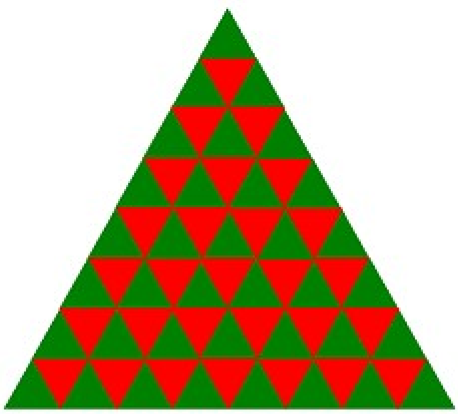
On appelle un **ordinal** un **nombre entier fini ou infini** (on détaillera plus tard la nouvelle notion d'**ordinal**). Et pour un **ordinal n**, puisqu'il est un **entier naturel** à chaque étape, on a :
$\mathbf{n = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \ldots, n\text{-}5, n\text{-}4, n\text{-}3, n\text{-}2, n\text{-}1\}}$.
Autrement dit, tout **ordinal n**, **fini** ou **infini**, est l'**ensemble de tous les ordinaux strictement inférieurs** à **n**. On dit que c'est la **définition canonique** de **n**.

Ceci met au même diapason les **ordinaux finis** et **infinis**. Ce qui les différencie, c'est la présence ou non du **GENER « ... »** dans la **définition canonique** des ordinaux infinis.

Avec ces définitions, **N** se calcule comme n'importe quel **entier naturel constant** ou **fini**. On reviendra largement sur les **nombres entiers variables** en tant que **suites de nombres entiers naturels** classiques. On verra plus en détail les **opérations** sur ces **suites** ou **nombres**.

L'**ensemble N** des **nombres entiers naturels** est par définition l'**ordinal canonique**:
$\mathbf{N = \{0, 1, 2, 3, \ldots, N\text{-}3, N\text{-}2, N\text{-}1\}}$, ou $\mathbf{\omega = \{0, 1, 2, 3, \ldots, \omega\text{-}3, \omega\text{-}2, \omega\text{-}1\}}$, si le symbole **ω** est utilisé comme synonyme de **N**, et non pas en un sens spécifique, comme plus haut. Et même, en tout sens spécifique, cette écriture est vraie aussi, du moment où **ω** est un **entier** ou **ordinal infini**.

Nous avons à présent tout ce qu'il faut pour calculer : $\mathbf{S = 0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + \ldots}$, c'est-à-dire pour compter les **petits triangles verts** du **Triangle de Pascal**, dans le cas où le **nombre n des triangles verts** de sa **base** n'est pas **constant** ou **fixe**, mais **variable.**



Puisqu'on a dit que le **nombre des triangles verts** de la **base** est **n**, on a tout bonnement :
$\mathbf{S = 0 + 1 + 2 + 3 + \ldots = 0 + 1 + 2 + 3 + \ldots + n\text{-}3 + n\text{-}2 + n\text{-}1 + n = n(n+1)/2}$.

Dans ce cas, **n** représente le **dernier entier naturel**, le **dernier élément** de **N**. Autrement dit, quand désormais on fait une **opération** portant sur **tous les entiers naturels** jusqu'à l'**infini**, mais sans préciser quel est cet **infini**, il ne s'agira plus de l'**Ouroboros**, «∞ », mais **par défaut cet infini sera N lui-même** ou tout ce qui lui est synonyme ! Donc :
S = 0 + 1 + 2 + 3 +… = 0 + 1+ 2 + 3 + …+ N-3 + N-2 + N-1 + N = N(N+1)/2.
Et si on utilise la **variable ω** comme synonyme de **N**, alors on a :
S = 0 + 1 + 2 + 3 +… = 0 + 1+ 2 + 3 + …+ ω-3 + ω-2 + ω-1 + ω = ω(ω+1)/2.

Le résultat exact étant démontré, la grande fausseté de ceci aussi :
S = 0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + … = –1/12

Ce résultat veut dire quelque chose, mais ce n'est certainement pas ce qu'on lui fait dire ! Voilà ce qui se passe quand on calcule avec l'**Ouroboros**, «∞ ».

Ces manipulations avec l'**infini** «∞ » comme notion de **limite**, telles qu'on les pratique en analyse surtout, sont une manière très savante d'occulter le **vrai infini ω** justement, ou même simplement **N** en tant que **nombre entier naturel infini**, comme nous venons de le voir à l'oeuvre. L'**Ouroboros** «∞ » n'est pas défini comme un nombre à part entière (notamment un nombre algébriquement défini dans une structure comme par exemple celle d'anneau dans l'article de Wikipedia où l'**inverse de 0** est magistralement nié) mais juste comme une vague limite des **nombres**.

Mais la pire arnaque est sans doute ceci :


Nombre transfini

20 langues

(Redirigé depuis Nombre infini)

Articles détaillés : Nombre cardinal et Nombre ordinal.

Les **nombres transfinis** sont des nombres exposés et étudiés par le mathématicien Georg Cantor. Se fondant sur ses résultats, il a introduit une sorte de hiérarchie dans l'infini, en développant la théorie des ensembles. Un nombre entier naturel peut être utilisé pour décrire la taille d'un ensemble fini, ou pour désigner la position d'un élément dans une suite. Ces deux utilisations correspondent aux notions de cardinal et d'ordinal respectivement. Ces nombres ont des propriétés différentes selon que les ensembles auxquels ils s'appliquent sont finis ou infinis.

Ces cardinaux et ordinaux sont dits *transfinis* dans le second cas. Leur existence est assurée par l'axiome de l'infini.

Le premier nombre ordinal transfini est noté ω (*oméga*), dernière lettre de l'alphabet grec. Il correspond à l'ensemble des nombres entiers naturels $\mathbb{N} = \{0; 1; 2; 3 \ldots\}$, ordonné « naturellement ».

L'addition des ordinaux est associative mais pas commutative. On peut aussi définir une *multiplication* et une *exponentiation*, ce qui donne lieu à une arithmétique sur les nombres ordinaux transfinis.

Dans ZFC, la théorie des ensembles de Zermelo-Fraenkel *avec axiome du choix*, à tout ensemble correspond un cardinal, et les cardinaux sont deux à deux comparables ; dans ce cadre, le plus petit cardinal transfini est noté $\aleph_0$ (*Aleph zéro*) ; c'est le cardinal de l'ensemble des nombres entiers naturels ; dans la définition de Von Neumann, $\aleph_0 = \omega$, c'est le même objet noté différemment en tant que cardinal.

Il y a une arithmétique des cardinaux, qui est différente de celle des ordinaux.

Là, on évoque la théorie des ensembles de Cantor, ce génie des mathématiques qui s'est cassé la tête sur la notion d'**infini**, pour en faire un vrai **nombre algébrique**, dont il a nommé le tout premier « **aleph zéro** », qu'il a noté $\aleph_0$ (et « aleph » est la première lettre de l'alphabet hébreu, et Cantor, comme Einstein et d'autres, est d'origine juive, soit dit en passant), et qu'on note habituellement aussi par la lettre grecque **oméga** ou **ω**.

Si je rends si souvent hommage à Cantor, c’est parce que, mine de rien, c’est vraiment une révolution mathématique de commencer à concevoir l’**infini** comme un vrai **nombre algébrique**! Mais ses visions souvent très intuitives et très naturelles, se heurtaient à des « paradoxes » qui révélaient en réalité que quelque chose ne va pas dans les paradigmes scientifiques actuels, et cette chose c’est simplement la logique de l’Identité, ou de Négation. C’est l’Équivalence et l’Alternation qu’il faut pour traiter les notions puissantes et transcendantes comme celles de Cantor, ces notions sur lesquelles il s’est littéralement grillé les méninges au point de finir sa vie en hôpital psychiatrique.

On raconte officiellement qu’il souffrait de « troubles bipolaires ». Mais les vraies raisons des problèmes de certains scientifiques de génie n’ont pas été dites : outre que c’est vraiment très usant de percer les secrets de notions divines que le Diable a enténébrées et transformées en énigmes, mystères et vrais casse-têtes au sens propre du terme ; et outre souvent des problèmes de santé de tels scientifiques, causés toujours par le même Diable et ses démons, la racine cachée des maux du monde ; en plus ils subissent souvent des attaques, qui sont là encore le fait du même Diable et ses démons. Mais tout cela, on ne le dit pas, oui le Diable reste toujours caché.

Au lieu donc de corriger les paradigmes scientifiques, qui sont la vraie cause des paradoxes et aussi qui font dire que « **zéro n'a pas d'inverse**», pour ne parler que de ces faussetés dues aux paradigmes faux, on a vidé là encore de sa substance la notion algébrique de l’**infini** que Cantor a introduite. Sinon on ne peut pas à la fois parler, moyennant l’**axiome de l’infini**, de l’**infini oméga** ou **ω** de la théorie des ensembles de Cantor en ces termes :

*« Les **nombres transfinis** sont des nombres exposés et étudiés par le mathématicien Georg Cantor. Se fondant sur ses résultats, il a introduit une sorte de **hiérarchie dans l'infini**, en développant la théorie des ensembles. Un nombre entier naturel peut être utilisé pour décrire la taille d'un ensemble fini, ou pour désigner la position d'un élément dans une suite. Ces deux utilisations correspondent aux notions de **cardinal** et d'**ordinal** respectivement. Ces nombres ont des propriétés différentes selon que les ensembles auxquels ils s'appliquent sont **finis** ou **infinis**.*

*Ces **cardinaux** et **ordinaux** sont dits transfinis dans le second cas. Leur existence est assurée par l'**axiome de l'infini**.*

*Le premier **nombre ordinal transfini** est noté **ω** (**oméga**), dernière lettre de l'alphabet grec. Il correspond à l'ensemble des nombres entiers naturels **N = {0 ; 1 ; 2 ; 3 ...}**, ordonné «naturellement».*

*L'**addition** des **ordinaux** est **associative** mais **pas commutative**. On peut aussi définir une **multiplication** et une **exponentiation**, ce qui donne lieu à une **arithmétique sur les nombres ordinaux transfinis**.*»

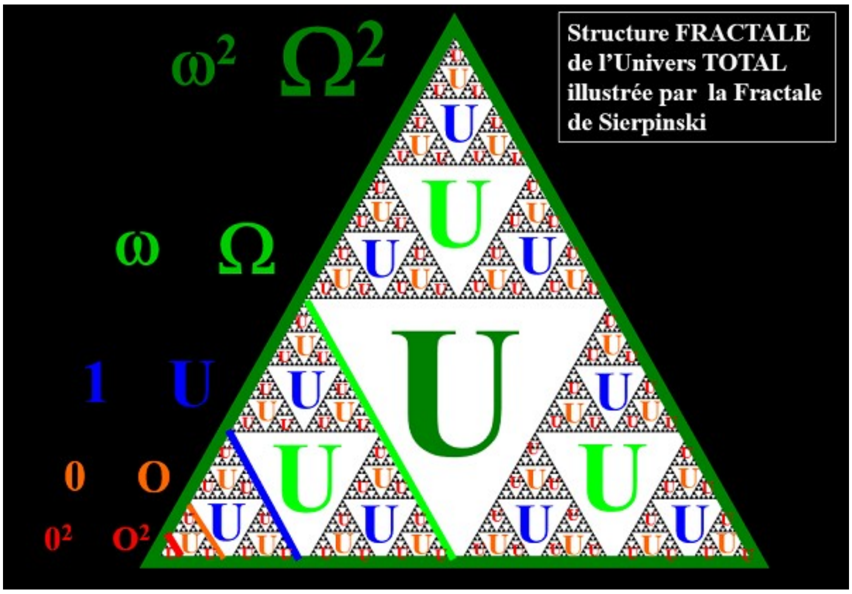
Là encore on écrirait tout un livre pour neutraliser les mensonges ou erreurs de paradigme ou catéchisme de la Négation cachés dans ces quelques paragraphes.

D’abord il n’y a pas deux notions de **nombres entiers**, **ordinal** et **cardinal**, qui sont identiques dans le domaine **fini** et se différencient dans le domaine **infini**, mais **une seule notion**, celle d’**ordinal**, qui s’applique de la même manière pour les **nombres finis** comme **infinis**. Il n’y a donc pas deux arithmétiques, celle des **ordinaux** et celle des **cardinaux**, mais **une seule arithmétique**.

C’est **faux** que «L'**addition** des **ordinaux** est **associative** mais **pas commutative** », car l’**addition** et la **multiplication** des **ordinaux** sont toutes les deux **associatives** et **commutatives**, pour les **ordinaux infinis** comme pour ceux **finis**.

Toutes ces anomalies que je viens encore de pointer ici n’ont qu’une seule cause, la même qui rend la **division par 0** impossible, et la même qui cause les **paradoxes** dans la théorie des ensembles de Cantor, etc., et qui sont les mauvais paradigmes, les paradigmes de l’Identité, de Négation, au lieu de l’Équivalence, de l’Alternation.

Ici donc, si l’on dit que le « premier **nombre ordinal transfini** est noté **ω** (**oméga**), dernière lettre de l'alphabet grec », et que l’on dit dans le même temps que « **zéro n'a pas d'inverse**», il y a alors vraiment quelque chose qui ne tourne pas rond dans ces maths, puisqu’on parle de la hiérarchie des **nombres infinis** (ils disent ici **transfinis**, expression que Cantor utilisait, mais c’est pareil, on parle bien de notion de **nombre infini**), et hiérarchie des **nombres infinis** qui est tout simplement les inverses de la hiérarchie des **nombres zéros**. Car en fait, comme on va le voir (et comme c’est plus détaillé même dans les autres livres), la **structure des nombres** est **fractale**, et donc il n’y a pas qu’un seul **nombre 0**, mais toute une hiérarchie de **zéros**, à l’image de leurs **inverses** respectifs, qui est la hiérarchie des **infinis**. Il suffit juste de regarder une **structure fractale** pour comprendre tout de suite la logique :



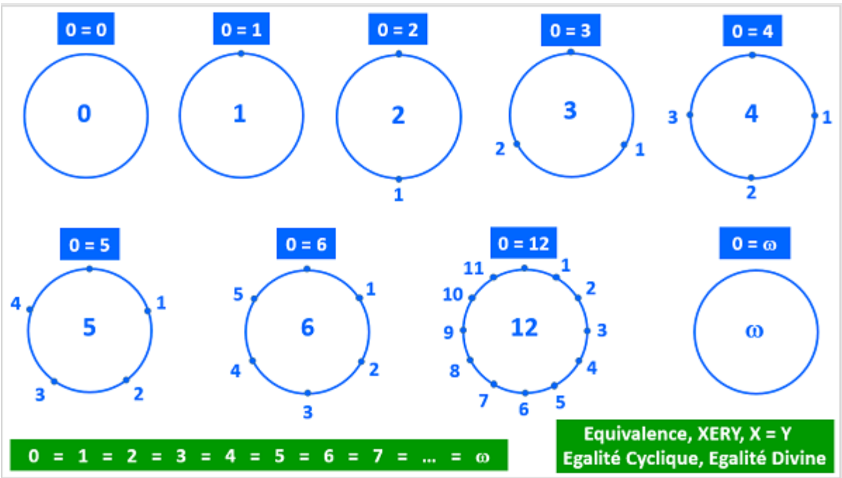
L’article Wikipedia dit vrai en disant que **diviser par 0** c’est **multiplier** par l’**inverse de 0**. Mais poursuivre en disant que cette **division par 0** est impossible car **0 n’a pas d’inverse**, est très **faux** !

Car pour la **logique fractale**, l’**inverse de 0** est l’**infini ω**, et vice-versa. Et il y a toute une hiérarchie des **zéros**, qui correspondent exactement à une symétrie de la hiérarchie d’**infinis**. On monte dans la **hiérarchie** en **multipliant** par **ω** (ce qui revient à dire en **divisant par 0**), et on descend dans la hiérarchie en **divisant** par **ω** (ce qui revient à dire en **multipliant par 0**). Il n’y a donc aucun souci avec ça, c’est même enfantin comme logique.

La seule difficulté qui resterait à régler, c’est que quand on parle en fait du problème de la **division par 0**, il s’agit du **0 absolu**, que nous noterons **o** ou $\mathbf{0}_\omega$ par la suite, et qui correspond à ce qu’on appelle l'**élément neutre** de l'**addition**. Son **inverse**, l'**infini ω absolu**, nous le notons **Ω** ou **ω_ω**. C'est lui qui poserait un problème, mais en fait non. Pas plus que le **cercle** ou le **cycle** n'est un problème. Car c'est avec lui que se déclenche véritablement la **logique de cycle**, que l'article de Wikipedia sur la **division par 0** considère comme un problème insoluble. C'est facile à voir ce qui dérange les paradigmes de l'Identité ou de Négation.

En effet, les **nombres** réclament que **0** soit un **élément absorbant** pour la **multiplication**, ce qui veut dire la propriété : **0×x = 0**, pour tout **nombre**. Donc, si nous notons par **ω** l'**inverse de 0**, on doit avoir aussi : **0×ω = 0**. Mais d'un autre côté, dire que **ω** est l'**inverse de 0**, selon la notion classique d'**inverse**, à savoir : **x×(1/x) = 1**, on a : **ω = 1/0**, et : **0 = 1/ω**, et : **0×ω = 1**. Donc, en combinant: **0×ω = 0** et : **0×ω = 1**, on a : **0 = 1**, et là c'est la catastrophe selon la **logique de l'identité**. Mais pourquoi donc une catastrophe, puisque ce genre d'égalités est caractéristique de la **logique de l'équivalence**, telle que les mathématiciens l'emploient par exemple en **arithmétique modulaire** ou **calcul des congruences** ? Et si ceci ne dit rien au lecteur ou à la lectrice, c'est tout simplement la **logique du cercle** ou du **cycle** :

Ci-dessous donc différents **cycles**, ce qui veut dire aussi différents modes de **logique modulaire** ou de **congruence**.



Et « **0 = 1** » est l'un des modes, comme par exemple aussi « **0 = 12** », qui est celui de l'horloge :

Ici, l'horloge dit que « **3 = 15** », si l'on raisonne donc en **Cycle 12**. L'égalité entre deux nombres différents signifie donc automatiquement qu'on se place en **logique de l'équivalence**, la plus familière des **logiques de l'équivalence** étant la **logique de cycle**, une moins familière étant la **logique fractale**.

Mais pourquoi donc des mathématiciens de tous les temps, dont des génies, quand il s'agit de notion d'**égalité**, restent figés dans l'**identité** et ne pensent pas à l'**équivalence** ou à la simple **logique de cercle** ? Et surtout, pourquoi ce qui est connu comme vérité dans un domaine des mathématiques, devient une « impossibilité » dans un autre domaine ? C'est là le mystère.

Il y a donc fondamentalement deux notions de **zéro** mais aussi d'**infini**, la notion **fractale** et la **notion cyclique**. Donc en fait deux questions concernant la **division par 0** et donc deux **réponses**.

La **logique fractale** apporte sa réponse en disant simplement que l'**inverse de 0** est l'**infini** et vice-versa, et qu'il y a une **hiérarchie** de **zéros**, oui toute une **infinité**, de même que toute une **hiérarchie** d'**infinis**, une **infinité** aussi, qui correspond à celle des **zéros**, et vice-versa.

$\xrightarrow{\times\omega}$ $\xrightarrow{\times\omega}$ $\xrightarrow{\times\omega}$ $\xrightarrow{\times\omega}$ $\xrightarrow{\times\omega}$ $\xrightarrow{\times\omega}$ $\xrightarrow{\times\omega}$ $\xrightarrow{\times\omega}$

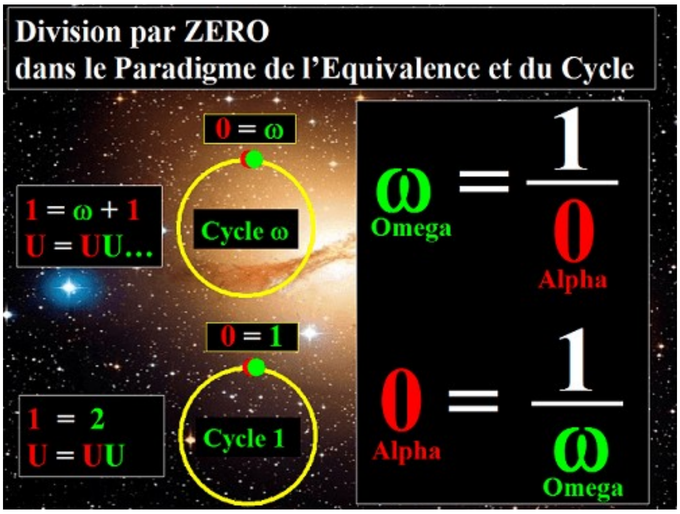
…	O^3	O^2	O	U	Ω	Ω^2	Ω^3	…
…	0^3	0^2	0	1	ω	ω^2	ω^3	…

$\xleftarrow{\times 0}$ $\xleftarrow{\times 0}$ $\xleftarrow{\times 0}$ $\xleftarrow{\times 0}$ $\xleftarrow{\times 0}$ $\xleftarrow{\times 0}$ $\xleftarrow{\times 0}$ $\xleftarrow{\times 0}$

Il reste ensuite à régler le cas du **0 absolu** et du **ω absolu**, qui est en fait véritablement celui auquel se heurte l'algèbre classique. Car ce **0** et ce **ω**, quand on calcule avec eux avec les règles de calcul habituelles, celles du **corps** ou de l'**anneau**, déclenchent des **égalités** comme « **0 = 1** », comme on l'a montré plus haut. Et de manière générale le fait qu'on doive exprimer des **égalités** entre des **nombres différents**. On dit alors que c'est une « impossibilité », alors que c'est bien cette logique que l'on emploie en calcul modulaire, la **logique du cycle** donc.

Et pour la **division** avec le **0 absolu** et le **ω absolu**, le **zéro absolu** et l'**oméga absolu**, nous avons précisément besoin du **cycle infini**, ou **cycle oméga**, qui s'écrit : **0 = ω**, ou : **zéro = oméga**, ou encore : **alpha = oméga** ! C'est donc ce que nous appelons la **logique omégacyclique**, le **cycle oméga** donc.

Car l'**Alpha** et l'**Oméga**, c'est l'une des nombreuses manières de dire « **Dieu** » en sciences. Une autre manière est de dire, en théorie des ensembles, l'**Ensemble de tous les ensembles** ou encore l'**Ensemble de tous les ordinaux**, ou encore le **Dernier ordinal**. Mais pour toutes ces notions on se heurte à un « **paradoxe** », imputé à ces notions, alors qu'en fait ce sont les **paradigmes de Négation** qui sont en cause. Et le « paradoxe » de l'**Ensemble de tous les ordinaux**, ou encore du **Dernier ordinal**, appelé aussi le « paradoxe » de Burali-Forti (du nom du mathématicien italien Cesare Burali-Forti, assistant du grand mathématicien Giuseppe Peano, qui l'a mis en évidence), oui ce dit « paradoxe » du **Dernier ordinal** donc, est la question de l'**infini ω absolu**, ce qui veut dire la **division par le 0 absolu** ou l'**inverse du 0 absolu**.



Et, aussi étonnant que cela puisse paraître, la réponse de **1/0** quand le **0** est **absolu**, est très simple, ce n'est pas plus compliqué que calculer : **1×0** ! Si donc l'on connaît la réponse pour : **1×0**, alors on sait aussi celle pour : **1/0**, car c'est exactement la même, à savoir **0** ! Pour le voir, il faut raisonner en **logique omégacyclique**, c'est-à-dire la **logique du cycle** mais spécialement quand il s'agit du **cycle oméga** ou **cycle infini**.

La chose est très simple : comme vu sur une image plus haut, un **cycle n** avec **n** quelconque s'exprime par l'**égalité** « **0 = n** », qui est donc forcément une **équivalence**, si **n** n'est pas **identique** à **0**, c'est-à-dire si ce n'est pas une **relation d'identité**.

Par exemple, « **0 = 0** » est une **identité**, de même que « **1 = 1** », et de même que « **2 = 2** », et de même que « **3 = 3** », etc., et de même que « **ω = ω** », et de manière générale : « **n = n** ». Ces **identités** sont toutes un **cycle** spécial, qui est le **Cycle 0**, autrement dit elles se résument toutes par « **0 = 0** », pour dire que la **différence** entre les deux membres de l'**égalité** est **0**.

Mais si cette **différence** est **1**, c'est le **Cycle 1**, et les **égalités** « **0 = 1** », « **1 = 2** », « **7 = 8** », « **1000 = 1001** », etc., sont toutes des manières différentes de parler du **Cycle 1**, elles sont toutes représentées par « **0 = 1** ». De même, toutes les expressions du **Cycle 2**, qui signifie qu'il y a une différence de **2** entre le membre de gauche et le membre de droite de l'**égalité**, par exemple « **3 = 5** », se résument toutes par « **0 = 2** ». Toutes les expressions du **Cycle 3** se résument par « **0 = 3** », et ainsi de suite. Et on a en particulier le **Cycle ω**, ou le **cycle oméga**, ou l'**omégacycle**, qui nous intéresse spécialement ici, et qui est donc « **0 = ω** ». Tout ça, ce sont des **équivalences**, entendons-nous bien.

Et l'**équivalence** « **0 = ω** », et notamment quand le **0** et le **ω** sont **absolus**, apporte la réponse au dit « paradoxe » de Burali-Forti, qui est que le **premier ordinal** doit être aussi le **dernier ordinal**. Ou que le **plus petit** des **nombres** (en parlant notamment des **ordinaux** ou des **cardinaux**) est aussi le **plus grand des nombres**. Autrement dit, le **commencement des nombres** est aussi la **fin des nombres**, l'**Alpha** des **nombres** est aussi l'**Oméga** des **nombres**. Et comme **tout est numérique dans l'Univers TOTAL**, dans **Dieu…** En effet, **tout est information**, **tout est informationnel**, et l'**information**, c'est le **numérique**.

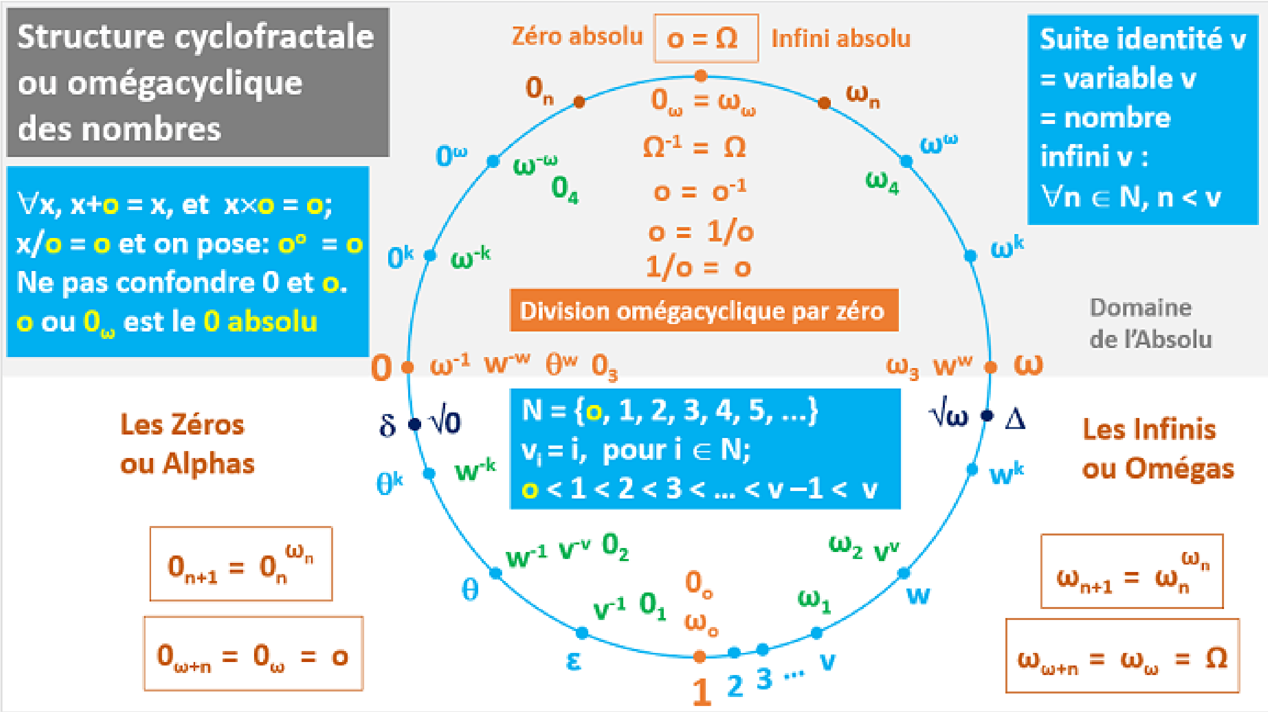
Pas de mystère donc au sujet de l'**égalité** « **0 = ω** », qui est tout bonnement une **équivalence**, un **cycle**, et notamment le **cycle oméga** .

Et par ailleurs on a l'**égalité** : **ω = 1/0**, et là il ne s'agit pas d'une **équivalence** mais d'une **identité**, ici un type d'**identité** spéciale, qui est l'**identité** de définition. Dans les livres précédents je la note « == », donc : «**ω == 1/0** », et tous les calculs basés sur cette **identité** s'expriment avec ce signe d'**égalité** « == », comme par exemple la fameuse **égalité** : « **2+2 == 4** ». On fera plus tard toute une théorie de l'**égalité**, qui est en fait la théorie de l'**identité** et de l'**équivalence**. On reparlera de ce que nous avons dit ici.

Ainsi donc, l'**égalité** : «**ω == 1/0** » est une **identité de définition** de l'**infini ω**. Si le **0** est **fractal**, le **ω** associé est **fractal** aussi, et vice-versa. Et si le **0** est **absolu**, le **ω** associé est **absolu** aussi, et vice-versa. Et les mots « **absolu** » et « **omégacyclique** » sont ici synonymes. Et, de même aussi, «**0 == 1/ω** » est l'**identité de définition** du **0** à partir de **ω**. Donc, même chose, selon que **ω** est **fractal** ou **absolu**, il en est de même pour le **0** défini à partir de lui.

Et maintenant, quand on combine la **définition** de **ω**, à savoir l'**identité** «**ω == 1/0** » et le **cycle ω**, qui est l'**équivalence** « **0 = ω** », cela donne l'**équivalence** : «**0 = 1/0** », qui consiste simplement à remplacer **ω** par sa définition. Cette autre **égalité**, que l'on peut bien entendu écrire aussi : «**1/0 = 0**», et qui semble déroutante, n'est donc qu'une autre manière d'exprimer le **cycle ω**, rien de plus, rien de moins ! Et pourtant, elle exprime une vérité sublime, qui est la réponse **omégacyclique** à la question de la **division par 0**. Et c'est une autre manière de résoudre le dit « paradoxe » de Burali-Forti, à savoir que le **dernier ordinal** (**ω** ou **1/0**) est aussi le **premier ordinal** (**0**).

La **logique omégacyclique** est la **clôture** de la **logique fractale**, au sens technique de la notion de **clôture**, à savoir ce qu'une **logique** ou une **structure** devient à un certain **horizon limite**. L'**horizon limite** étant ici l'**infini oméga absolu** ou **ω absolu**, ou ω_ω, ou **Ω**, ce qui veut dire aussi le **zéro absolu** ou 0_ω, ou **o**. A cet horizon, la **logique fractale** devient la **logique omégacyclique**, ce qui fait que toute la **structure** peut être qualifiée de **cyclofractale**.



La question avec le **0 absolu** ou ce **0** qui est l'**origine-fin**, n'est pas tant de **multiplier** ou de **diviser** par lui, mais vraiment de marquer l'**origine** d'un **cycle** et la **fin** du **cycle**. Voilà donc pourquoi **multiplier** et **diviser** n'importe quel **nombre x** par lui donne simplement **0**.

Donc : **x × 0** = **0 × x** = **0**, et : **x /0** = **0 /x** = **0**.
Donc : **1 × 0** = **0 × 1** = **0**, et : **1/0** = **0/1** = **0**.

C'est aussi simple que cela, la **division par 0**, la **division omégacyclique** donc, la **division par le 0 omégacyclique**, qui est l'**élément neutre** de l'**addition**, d'où aussi son nom de **0 additif**. Que ce soit donc la **division** par le **0 fractal** (ou le **0 génératif**, comme on l'appellera aussi par la suite) ne pose vraiment aucun problème, le vrai problème étant en fait le paradigme, car on s'obstine à ne raisonner qu'avec l'**identité** dans la question de la **division par 0**, alors que l'on a connaissance de l'**équivalence** et de la **logique du cycle** ou du **cercle**.

Dans ce livre nous découvrons sous un autre jour la notion de **variable**, les notions classiques de **variable** cachant elles aussi de subtiles faussetés, paradoxes ou mensonges par omission.

En effet, que dire de mathématiques ou de sciences qui refusent la **division par 0**, parce qu'elles refusent aussi des **égalités** comme « **0 = 1** », ou plus exactement elles ont choisi de raisonner fondamentalement avec l'**identité**, qui refuse « **0 = 1** », qui est donc une **équivalence**. Mais, comme on l'a vu aussi, les mêmes sciences utilisent l'**équivalence** en arithmétique modulaire par exemple. Et elles utilisent une notion appelée « **variable** », comme par exemple **x**. Et utiliser **x** comme **variable** ou le faire **varier**, c'est écrire avec ce même **x** des **égalités** comme : « **x=0** », que l'on interprète en disant que « **x prend la valeur 0** », et: « **x=1** », qui signifie que « **x prend la valeur 1** », et: « **x=2** », etc..

Or la **transitivité** de la **relation d'égalité** ou d'**équivalence** (on comprendra mieux ce que cela veut dire quand nous parlerons plus techniquement de cette relation) exige que si deux choses **x** et **y** sont **équivalentes** à une troisième **z**, elles sont **équivalentes** entre elles :

Si **x = z** et si **y = z**, alors **x = y**.

Ou si une **chose x** est **équivalente** à deux choses **y** et **z**, alors **y** et **z** sont **équivalentes** entre elles. La **transitivité** de l'**égalité** ou de l'**équivalence** est le plus souvent exprimée sous cette forme :

Si **x = y** et si **y = z**, alors **x = z**.

Cela signifie que si on utilise un objet **x** appelé « **variable** », pour dire par exemple « **x = 0** », « **x = 1** », « **x = 2** », etc., la transitivité exige que l'on fonctionne alors avec une **égalité** qui dit « **0 = 1**», autrement dit une **relation d'équivalence** et pas d'**identité**. Or on fonctionne fondamentalement avec l'**identité**, avec l'**égalité** qui dit « **4 = 4** » ou « **2+2 = 4** » et pas « **4 = 5** » ou « **2+2 = 5** ». Et l'utilisation de la **variable x** pour dire « **x = 4** », « **x = 5** », etc., exige qu'on dise « **4 = 5** ». Bref, tout exige que l'**égalité** fondamentale soit l'**équivalence**, et que l'**identité** n'en soit qu'un cas particulier. Or c'est exactement le contraire que l'on fait, on fonctionne fondamentalement avec l'**identité**, et ponctuellement ici ou là avec l'**équivalence** comme sa généralisation. Comme quand on a besoin de faire l'arithmétique modulaire. Cela permet d'avoir les avantages de l'**équivalence**, mais tout en niant « **0 = 1** », « **2+2 = 5** », la **division par 0** (qui demande « **0 =1** » ou l'**équivalence** en général). Les mathématiques sont donc dans des paradoxes, et à ce point il ne s'agit pas d'erreur de paradigme, mais une chose faite exprès.

Mais quant à nous, nous fonctionnons à fond avec l'**équivalence**, et non seulement la notion de **variable** trouve son vrai paradigme avec l'**équivalence** (sinon la notion de **variable** n'est qu'un des nombreux artifices des mathématiques actuelles, des tours de passe-passe avec des **lettres** pour atteindre le but voulu), mais on découvre qu'en fait la vraie notion d'**infini ω** est un cas particulier de notion de **variable**. Autrement dit, l'**infini ω** est une **variable**, comme **x**, comme **n**, mais un cas très particulier de **variable**, à savoir les **variables croissantes**, comme vu plus haut :
ω = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ….

A la suite des livres précédents, le présent livre revisite les notions scientifiques fondamentales et montre les erreurs de paradigme et même simplement les mensonges volontaires qui sont cachés dans ces notions par les esprits occultes qui gouvernent la science derrière les rideaux de la scène du théâtre. Mais des scientifiques sincères de tous les temps, qui ont opéré ou opèrent sur la scène, ignorant les secrets des coulisses, n'ont pas conscience de ce qu'ils travaillent dans des paradigmes de mensonges, des paradigmes faux. Ils ignorent que les buts des maîtres cachés des sciences de ce monde, sont tout sauf ce que ces gens sincères croyaient. Beaucoup s'en rendent compte à présent à l'ère de la religion du Covidisme. Oui, les sciences étaient en fait une activité de surface pour cacher une religion, et ceux qui ne regardaient pas derrière les rideaux ne s'en rendaient pas compte.

Ce monde est vraiment un monde de Négation, de mensonges. Et nous travaillons pour un monde d'Alternation, qui est aussi expliqué dans tous les livres et au site **hubertelie.com**. C'est expliqué aussi dans les blogs associés indiqués sur la page d'accueil et dans le menu à gauche : ce blog Nouvelle Genèse par exemple, ou ce blog Amour de la Vérité, ou ce blog Pour notre Monde d'Alternation, et bien d'autres. Vous ne pourrez pas dire que vous n'avez pas eu à savoir, à comprendre enfin le monde, l'Univers et les choses.

Je fais mon travail depuis des années dans des conditions très difficiles, et si vous avez compris à l'issue de la présente partie que nous sommes en présence de deux paradigmes : **L'Univers TOTAL l'Alpha et l'Oméga** d'un côté, qui est la définition scientifique de la notion biblique de **DIEU**, et de l'autre côté la **Négation de l'Univers TOTAL**, la définition scientifique de la notion du **Diable** ; si vous avez compris que ce sont les **esprits** et **forces de Négation** qui gouvernent jusqu'à présent ce monde et cet **univers** (qui est un **onivers** en train de devenir un vrai **univers**, un **univers** normal); si vous avez saisi ce sur quoi je mets le doigts en parlant de la **religion** cachée derrière les **sciences** et les **technologies** de ce monde, à savoir le **scientisme** déguisé en **sciences**; si vous avez pris conscience du fait que c'est cette religion cachée qui se manifeste plus que jamais comme la **religion** du **Covidisme**, etc.; alors vous avez compris pourquoi ce n'est pas du tout une sinécure de travailler dans un tel monde de propagandes et de mensonges, à la **vérité**, oui la **vérité divine** et la **divine vérité**.

Ce travail ne peut pas se faire dans le cadre des institutions académiques classiques, et je vous laisse juste deviner comment ils qualifient ce genre de travail. Regardez juste comment ces **esprits de Négation** traitent les scientifiques qui sortent des sentiers battus ou qui osent simplement dire la vérité en matière de santé, de médecine, et au-delà, qui rappellent simplement ce qu'est la science, ce qu'elle doit être. Et alors vous comprenez ce que j'endure depuis de très nombreuses années, même en ayant accepté l'idée de renoncer à une carrière dans un tel système, me contentant de survivre par la Puissance du **Dieu** dont je fais justement la **Science** ! Devinez tout ce que j'endure à l'abri des regards pendant de longues années. Non, vous ne pouvez pas deviner.

Dans ces conditions, vous comprenez que je n'ai pas le loisir de travailler sereinement, je travaille donc en situation d'urgence, une main sur le clavier de mon ordinateur et l'autre combattant le Diable et les esprits de Négation. Pour dire les choses simplement ainsi.

J'ai donc à peine le temps de me relire, et mes collaborateurs et collaboratrices subissent les mêmes attaques occultes. Ils ne sont pas légion non plus, hein ? C'est tout juste si mes collaborateurs et collaboratrices ont le temps de relire mon travail, et de corriger les nombreuses « coquilles », comme nous le disons. Cela n'enlève rien à la valeur de ce travail, mais si vous quittez ce livre en n'ayant vu que ces coquilles, alors je vous plains. Sincèrement.

Mais si vous quittez ce livre avec le sentiment de commencer à comprendre ce qu'est la vraie Science, alors bienheureux et bienheureuses vous êtes.

II - L’Univers TOTAL, le Nouveau Paradigme

1 – L’Univers TOTAL, l’Univers FRACTAL, l’Univers-DIEU

Ce livre fait partie de la **Science de l’Univers TOTAL** ou **Théorie universelle des ensembles**, développée au site **hubertelie.com**, et dans le livre PDF: **L’Univers TOTAL l’Alpha et l’Oméga**. Si vous découvrez le Nouveau Paradigme avec ce livre, il me faut exposer pour vous quelques bases.

La **Science de l’Univers TOTAL** ou **Théorie universelle des ensembles** est une nouvelle **théorie des ensembles**, qui traite de **toutes les choses**, donc aussi des **nombres**, de l’**information**, etc.. Et au sens de la notion d’**ensemble** ainsi définie, **toute chose est un ensemble**, et même plus que cela, **toute chose est un nombre**. Et les **nombres** les plus fondamentaux sont les **nombres entiers naturels**.

Dans ce document nous verrons non seulement une autre approche des **nombres entiers**, qui inclut des **nombres infinis**, que nous appelons les **entiers variables**, par opposition à la classique conception des **entiers**, qui sont des **entiers** seulement **constants**. Nous en profiterons aussi pour faire une autre approche de la notion de **corps** (c’est-à-dire le **corps des nombres**), ou **corps omégacycliques**, ce qui signifie donc un **corps** intégrant des **nombres infinis** ou **omégans**.

Le mot clef fondamental de cette **Science** est le mot **chose**, en anglais **thing**.

Et par **ensemble**, au sens **universel** de la notion, nous entendons une **chose** formée d’autres choses appelées ses **éléments**.

Et l’**Univers TOTAL** est l’**Ensemble** constitué de **toutes les choses**, c’est donc l’**Ensemble de toutes les choses**. On le note **U**.

De par sa définition, **toute chose existe dans U** et le contraire de tout aussi. C’est le **Théorème de l’Existence** ou la **Loi de la Réalité TOTALE**, de l’**Etre TOTAL**. Donc **tout existe** dans l’absolu (c’est-à-dire justement dans l’**Univers TOTAL**), **tout est vrai**, **tout est possible**. Il n’y a que dans certains contextes de l’**Univers TOTAL** qu’une chose puisse ne pas exister, ne pas être possible, ne pas être vraie, et c’est justement le cas dans les contextes où règnent la **Négation** et les êtres de **Négation**, comme notre monde ! Nous travaillons justement pour neutraliser leurs pouvoirs de **Négation** et rétablir **Dieu** l’**Univers TOTAL** dans tous ses droits.

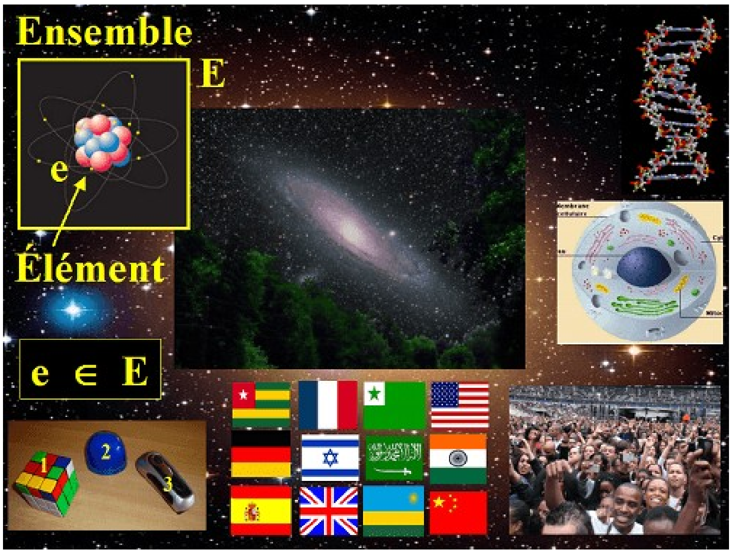
Inutile donc de se demander si les anges existent, si ce que la Bible dit dans la Genèse est la réalité, etc.. Inutile de se demander si d’autres univers existent, si d’autres êtres ou formes ou types de vie que ce que nous connaissons jusqu’ici, existent, etc.. C’est justement la **Négation** qui fait se poser ces questions, et même qui nient les réalités de l’**Univers TOTAL**, qui représentent en fait l’immense partie des réalités, la quasi-totalité même, notre monde ou notre univers n’étant justement qu’un néant comparé aux autres réalités dans l’**Univers TOTAL**.

L’**Univers TOTAL** est scientifiquement et techniquement la définition de la notion biblique de « **Dieu** ».

En 1882 le mathématicien de génie Georg Cantor introduisit un nouveau paradigme mathématique, la **théorie des ensembles**. Sa définition de la notion d'**ensemble** était très intuitive, il disait en effet : « ***Un ensemble est un groupement en un tout d'objets distincts de notre pensée ou de notre intuition*** ».

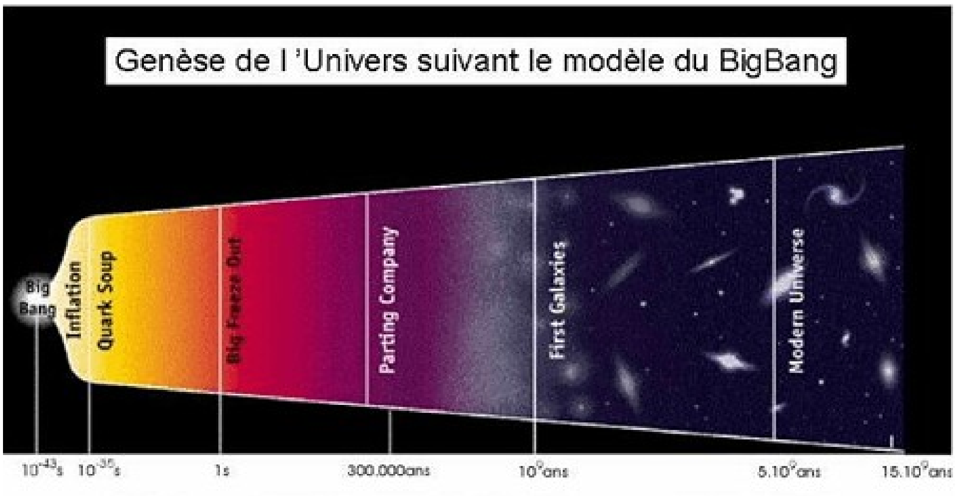
La puissance du concept d'**ensemble** se trouve dans cette définition, mais aussi la faiblesse de la version de Cantor. On trouva plus tard des paradoxes dans la théorie de Cantor, comme par exemple le fameux **paradoxe de Russell**, plus connu sous le nom de **paradoxe du barbier**.

L'épineux problème posé par ce paradoxe est de savoir si l'on peut faire un **ensemble** de tout ce qu'on veut. Normalement oui, et c'est effectivement le cas. On peut parler par exemple de l'**ensemble des humains**, de l'**ensemble des pays du monde**, de l'**ensemble des planètes de notre système solaire**, de l'**ensemble des étoiles et des planètes de notre galaxie**, etc.



Et on peut continuer en parlant de l'**ensemble des galaxies de l'univers**, et alors la question qui se pose est : on s'arrête là ? Il n'existe pas d'**ensemble** plus grand que ce que nous appelons ici l'« **univers** » ? Avons-nous atteint le terminus de la **logique** et de la **structure** et de la **hiérarchie** des **ensembles** ? Qu'est-ce qui nous autorise à le penser ?

Ce que la physique actuelle appelle l'« **univers** » n'est en réalité que l'**univers connu**, dont ils estiment l'âge à **13.6** ou **13.7 milliards** d'**années**, ce qui veut dire sa taille à **13.6** ou **13.7 milliards** d'**années-lumières**.



Et sa **quantité de matière** est estimée à **10^{80}** atomes.

10^{80}, c'est : **1 00000000 000000000 000000000 000000000 000000000 000000000 000000000 000000000 000000000**.

Le **nombre entier naturel 13.7 milliards** ou **13.7×10^9** ou **13 700000000**, c'est beaucoup ! Mais pas **infini**, ce n'est pas une éternité !

Et **10^{80}**, c'est gigantesque, mais une fois encore ce n'est pas **infini** !

Pourquoi donc l'« **univers** », si l'on parle de la **Réalité TOTALE**, serait curieusement limité à **10^{80}**, comme si ce serait le **dernier nombre entier naturel** ? Même si l'on se rendait compte que l'« **univers** » est bien plus grand que ça, et que l'on corrigeait et que l'on augmentait la quantité, par exemple à **10^{160}**, ce qui est infiniment grand, et correspond au fait de remplacer chacun des **10^{80}** atomes de l'« **univers** » dont on parlait par un « **univers** » de **10^{80}** atomes, autrement dit encore **10^{80}** **univers** comme celui présentement connu, cela ne répond pas encore à la question. On aura fait que repousser plus loin la question clef, à savoir donc pourquoi la **Réalité TOTALE** se limiterait étrangement à **10^{160}** ?

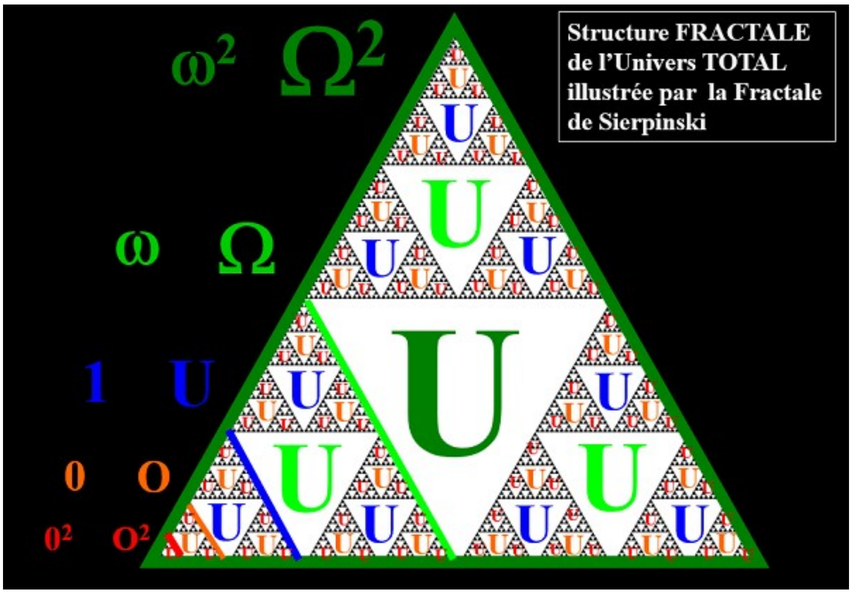
Et même si on recommençait la même opération, en remplaçant chaque atome des **10^{80} univers** comme celui présentement connu, et qui est crédité de **10^{80}** atomes, autrement dit si l'on remplaçait chacun des **10^{160}** atomes du tout par un ensemble de **10^{160}** atomes, cela ferait un « **univers** » de **10^{320}** atomes. C'est extraordinairement grand, certes, mais c'est encore fini ! Il n'y a aucune raison que la **Réalité TOTALE** se limite à **10^{320}** atomes.

Et si l'on recommençait la même opération pour échapper à la même question, ce ne sera qu'une fuite en avant, la question se posera de nouveau à **10^{640}** atomes, et ainsi de suite indéfiniment.

Le principe du **rasoir d'Ockham** impose ici que c'est l'**infini** la réponse la plus simple, qui met fin à cette suite de problèmes, ou à ce problème qui se reproduit par **récurrence**. Et le **principe de récurrence** qui est l'un des **axiomes de Peano**, le **système d'axiomes** qui définit la notion de **nombre entier naturel**, est très important en mathématiques.

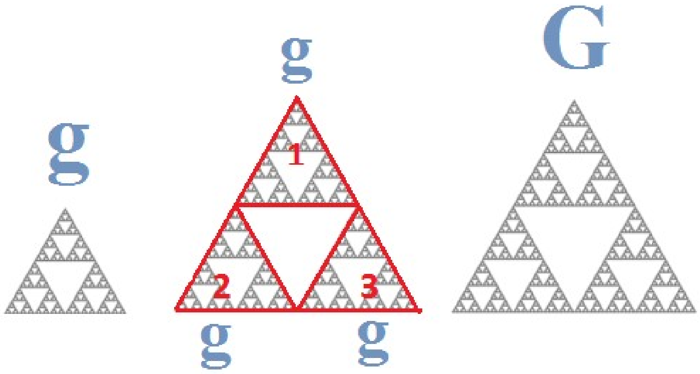
Un mathématicien serait littéralement choqué si on lui disait que l'**ensemble des nombres entiers naturels** : **N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...}**, s'arrête à **10^{640}**, pile ! Pas **1** de plus !
Même si, face à son choc, on négociait avec lui et on lui disait qu'en fait on s'était trompé, que cet **ensemble** s'arrête à **10^{1280}**, et qu'il est l'**infini**, le dernier mot de l'histoire, non seulement il dira qu'on cherche à le tromper et à l'induire en erreur, mais en plus on le prend pour un idiot, comme on prend les gens pour des idiots dans cette crise de… Non, n'allons pas trop vite. On y reviendra.

Soit dit en passant, la **hiérarchie des univers** ou les **structures** de plus en plus grandes et riches d'**ensembles** d'atomes que nous construisons ainsi pour résoudre ce problème, est ce qu'on appelle une **structure fractale**. En voici une, très simple et éclairante, que l'on rencontre dans beaucoup de mes écrits, le **triangle de Sierpinski**, une **structure fractale** :



On dit qu'un **ensemble** a une **structure fractale** quand un certain **modèle** se répète à toutes les échelles, de l'**infiniment petit** à l'**infiniment grand**. Nous disons que la **fractale** est **générescente** ou **générative**, si chaque **modèle** est formé d'un certain nombre de plus **petits modèles**. Elle est dite **générescente** (**générative**) **régulière** ou **constante** si le nombre de **petits modèles** formant chaque **modèle** donné est le même d’un **modèle** à l’autre, est **constant** donc. Dans ce cas ce **nombre n** est appelé le **fractalande** de la **structure** ou sa **base**. On parle de **Fractale n**.

C’est le cas de la **fractale** ci-dessus : chaque **modèle** du **triangle** est à chaque fois formé de **3** plus **petits modèles**, **UUU**, disposés pour former un plus grand **triangle**.



Il s’agit donc d’une **Fractale 3**. Nous parlons aussi de **fractale** : **1 = 3**.
Dans ce cas, l’**égalité** ainsi exprimée par le signe « **=** » est une **équivalence** et non pas une **identité**. Nous raisonnons maintenant non plus avec une logique d’**identité** comme on le fait depuis la nuit des temps en mathématiques et sciences, mais avec la **logique d’équivalence**, et nous parlerons plus loin de la **relation d’équivalence**, notre conception de l’**égalité**. La **logique de l’équivalence** est aussi appelée la **logique d’Alternation**, par opposition aux **logiques de Négation**, on en reparlera aussi.

La **fractale** est dite **générescente** (**générative**) **irrégulière** ou **variable** si le nombre de **petits modèles** formant chaque **modèle** donné change d’un **modèle** à l’autre, est **variable** donc. C’est le type de **fractale** qu’est un **arbre** :

Celui-ci a un tronc, la première branche, qui a un certain nombre de sous-branches, qui à leurs tours ont leurs sous-branches, etc., et le nombre de branches à chaque fois n’est pas forcément le même, contrairement à cet arbre trinaire suivant, qui est une **Fractale 3** aussi, comme le triangle de Sierpinski :

C’est une **fractale générescente** régulière donc, car chaque branche a à son tour 3 branches à chaque fois.

Voici une **fractale** naturelle plus ou moins régulière, la **feuille de fougère** :


En fait, la **structure fractale** est la **structure** même de la **Nature**, de l’**Univers**, tout simplement parce que c’est la **structure** même des **ensembles**, une **structure arborescente**: un **ensemble** est formé d’un certain **nombre** d’**éléments**, qui à leur tour sont des **ensembles** ayant leurs **éléments**, etc.. Les **ensembles** ont donc une **structure générescente**, ce mot de **générescence** étant simplement la manière très générale de parler de l'**arborescence**. Et en général, les **générescences** que sont les **ensembles** ne sont pas **régulières** ou **constantes**, elles sont **variables**.

Et justement nous découvrirons dans ce document la notion de **nombres entiers variables**, qui ne sont donc que la notion de **générescence** mais vue sous l'angle **numérique**.

Et qu'est-ce que le très classique **système de numération décimale** ou de **base 10**, si ce n'est simplement une **Fractale 10** ? En effet, **10 unités** forment une **unité** plus grande appelée la **dizaine**, et **10** de celle-ci forment une unité plus grande appelée la **centaine**, puis **10** de celle-ci forment le **millier**, et ainsi de suite. Les différentes **unités** sont donc : **1, 10, 100, 1000, 10000, etc.**, où : $\mathbf{10^0}$**,** $\mathbf{10^1}$**,** $\mathbf{10^2}$**,** $\mathbf{10^3}$**,** $\mathbf{10^4}$**, etc.**, et en continuant on arrive à $\mathbf{10^{80}}$, le nombre des atomes de l'**univers** connu, puis en continuant on arrive à $\mathbf{10^{160}}$, puis $\mathbf{10^{320}}$, puis $\mathbf{10^{640}}$, puis $\mathbf{10^{1280}}$, comme nous l'avons vu précédemment dans notre interrogation sur la question de la **Réalité TOTALE**.

La construction que nous avons faite est donc des modèles spéciaux de la **Fractale 10**. Pourquoi donc cette **fractale** s'arrêterait-elle physiquement à $\mathbf{10^{80}}$, ou à $\mathbf{10^{160}}$, ou à $\mathbf{10^{1280}}$, etc., alors que mathématiquement elle continue ? Pourquoi donc ce divorce entre les mathématiques et la physique, la seconde décrivant la réalité… eh bien physique, la réalité réelle, et pas les mathématiques et leurs **nombres réels**, par exemple ? Pourquoi l'**Univers mathématique** serait dans le faux, dans l'abstrait, car il ne connaît pas de limite, et que ce serait l'**Univers physique** et ses limitations incompréhensibles, qui seraient dans la vrai et le réel ?

Il est clair que quelque chose ne tourne pas rond dans les paradigmes scientifiques actuels, et ce mystère de tous les temps, que nous sommes en train d'élucider justement avec le **Nouveau Paradigme**, est la vraie cause des paradoxes de la **théorie des ensembles** de Georg Cantor. Ce mystère porte un nom, nous l'avons nommé le **mystère de la Négation**, et le problème de la **Négation** est la définition scientifique que nous donnons à la question du **Diable**. Mais n'allons pas trop vite…

Le principe du **rasoir d'Ockham** ou le **principe de la simplicité** ou le **principe de l'hypothèse économique** ou encore ce que j'appelle le principe de la « **Simplicité biblique** », ou encore le principe du « **Pourquoi faire compliqué quand on peut faire simple ?** », etc., impose tout simplement de dire que l'**Univers mathématique** et l'**Univers physique** sont un seul **Univers**. Autrement dit, la **Réalité mathématique** et la **Réalité physique** sont une seule et même **Réalité**, simplement deux langages différents pour parler de la même chose : l'**Univers TOTAL**, deux approches différentes du seul et même **Univers TOTAL**, l'**Ensemble de toutes les choses**, et deux méthodologies différentes. Et plus généralement, toutes les sciences ne sont que des approches différentes de la même **Réalité**, l'**Univers TOTAL**.

Le **paradoxe** de la **théorie des ensembles** de Cantor, comme le **paradoxe de Russell**, pose simplement la question de savoir si l'on peut parler de l'**ensemble de tout ce qu'on veut**, comme Cantor le disait dans sa définition : « ***Un ensemble est un groupement en un tout d'objets distincts de notre pensée ou de notre intuition*** »?

La question qui se pose avec ce paradoxe est la suivante : si nous appelons par exemple « **ensemble non auto-appartenant** », ou « **ensemble subscendant** » (par opposition à **transcendant**) un **ensemble qui n'est pas élément de lui-même**. Est-ce que nous avons le droit d'envisager l’**ensemble de tels ensembles** ? Autrement dit, de parler de l’**ensemble des ensembles subscendants**, ou de l’**ensemble des ensembles non-éléments d’eux-mêmes** ?

La logique naturelle voudrait que oui, et même veut que oui, et c’est ce que veut dire aussi Cantor dans sa définition. Du moment où nous avons **défini un objet**, donné ses **propriétés caractéristiques**, et désigné par un **nom commun M**, comme ici « **ensemble subscendant** » ou « **ensemble non auto-appartenant** », pourquoi on n’aurait pas le droit de parler de l’**ensemble de tous les M** ?

Or ici il se pose un subtil problème : appelons **A** cet **ensemble de tous les M**, de tous les **ensembles subscendants** donc. Et maintenant, à la question de savoir si ce nouvel **ensemble A** est lui-même **subscendant** ou **non**, autrement dit s’il **appartient à lui-même** ou **pas**, s’il est ou non **élément de lui-même**, on se heurte au paradoxe suivant : si l’on dit oui, alors cela conduit à dire non. Et si on dit non, cela conduit à dire oui.

En effet, s’il est **non auto-appartenant**, il n’appartient donc pas à lui-même. Or par définition il est précisément l’ensemble des ensembles qui n’appartiennent pas à eux-mêmes. Comme lui aussi il n’appartient pas à lui-même, il est donc l’un d’entre eux, donc finalement… il appartient à lui-même ! Ce qui est donc paradoxal.

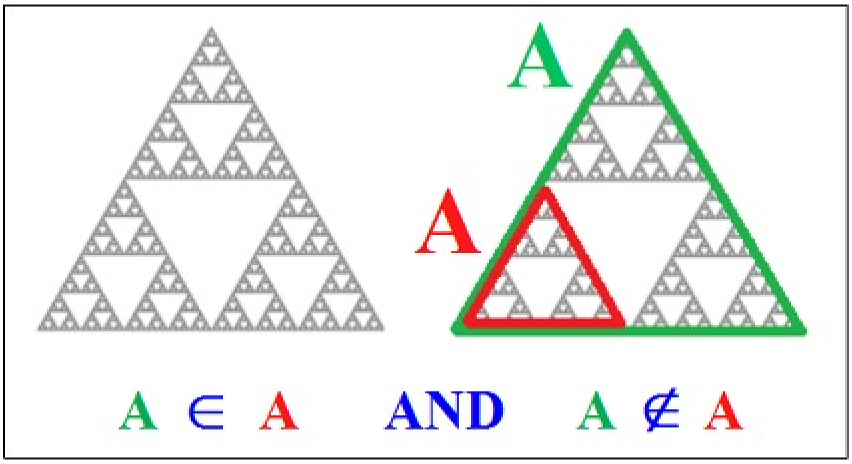
Et maintenant, si l’on dit qu’il est **auto-appartenant**, donc **non subscendant**, il est donc l’un de ses propres éléments. Or par définition, ceux-ci sont ceux qui n’appartiennent pas à eux-mêmes, et par conséquent, comme il est l’un d’eux, il n’appartient pas à lui-même.

C’est cela donc le **paradoxe du Russell**, plus connu sous la forme du **paradoxe du barbier** : *le barbier d’un village rase tous les hommes qui ne se rasent pas eux-mêmes. Est-ce que le barbier se rase lui-même ?*
En analysant le problème comme nous venons de le faire avec les **ensembles subscendants**, on a un paradoxe semblable : **si oui, alors non, et si non, alors oui**.

Le **paradoxe de Burali-Forti** est de la même nature que le précédent. Il concerne le **dernier ordinal**, ce qui veut dire le **dernier nombre entier** (on parle des **entiers finis** ou **infinis**). Cela signifie aussi l’**ensemble de tous les ordinaux**, car d’après la propriété des **ordinaux**, cet **ensemble** est lui aussi un **ordinal**, et alors forcément le **dernier**, le plus **grand**. L’**ordinal infini**, lui-même, le grand **Oméga** !

Et le problème qui se pose ici, c’est de savoir si ce **dernier ordinal**, qui par définition est l’**ensemble de tous les ordinaux**, est ou non **élément de lui-même**. Mais l’une des propriétés des **ordinaux** classiques (qui sont tous **subscendants**), c’est qu’ils ne sont pas **éléments d’eux-mêmes**. Donc si leur **ensemble** est l’un d’eux, il est donc **élément de lui-même**, or justement leur propriété commune est qu’ils ne sont pas **éléments d’eux-mêmes**. Donc on doit dire que le **dernier ordinal n’est pas élément de lui-même**, ce qui est paradoxal. Mais s’il n’est pas élément de lui-même, il est donc un **ordinal subscendant**, donc précisément ceux qui sont élément de ce **dernier ordinal**. Même problème donc que le paradoxe de Russell.

Mais en réalité il s’agit d’un faux problème, car il s’agit de regarder une **structure fractale**, comme par exemple le triangle de Sierpinski plus haut, pour voir que, pour tout modèle donné, il est tout aussi vrai de dire qu’il est élément de lui-même qu’il ne l’est pas.



Le **modèle A vert**, au sens de l'**identité**, n'est pas **un de ses propres sous-modèles**, comme par exemple le **modèle A rouge**. Il est ici plus grand que son **sous-modèle**. Ce qui vérifie bien le fait qu'il n'est pas **élément de lui-même**, qui s'interprète ici comme : **il n'est pas un de ses propres-sous-modèles**, car il est **plus grand qu'eux tous**.

Mais l'**identité** n'est pas la seule **égalité** qui doit entrer dans la logique pour comprendre ce qui se passe ici, on doit raisonner avec l'**identité** et l'**équivalence**, et alors le type de logique avec laquelle on raisonne est ce que nous appelons la **logique d'Alternation**.

Sur l'image précédente, l'**identité** du **triangle A vert**, est qu'il est le **triangle A vert**, qu'on va noter ici **A**, tandis que le **triangle A rouge** sera noté **a**. On a donc les **identités propres**: **A == A**, et **a == a**, mais on n'a pas : **A == a**. Par contre on a l'**équivalence** : **A = a**, parce qu'on a le même **triangle de Sierpinski**, la même **fractale** donc, mais de taille ou d'échelle différente. Au sens de l'**identité**, on n'a pas : **A ∈ A**, mais : **A ∉ A**, ce qui veut dire que le **grand modèle A** n'est pas son propre **sous-modèle strict**, comme **a** ou tout autre de l'infinité de ses sous-modèles. De même, au sens de l'**identité** on n'a pas : **a ∈ a**, mais : **a ∉ a**. Mais tous les modèles sont **équivalents**, on a l'**égalité « = »** entre eux, comme ici l'**équivalence** : **A = a**. En vertu de cette **équivalence**, on a bien cette fois-ci : **A ∈ A** et : **a ∈ a**.

Si donc on ne raisonnait qu'avec l'**identité**, avoir à la fois : **A ∈ A** et : **A ∉ A**, est contradictoire, c'est le type même des paradoxes de type Russell ou Burali-Forti ! Sans une **structure fractale** devant les yeux, il est difficile de voir comment une chose et son contraire puissent être vraies en même temps, d'autant plus si la valeur de vérité doit toujours être soit **Faux** ou **0** ou **0 %** soit **Vrai** ou **1** ou **100 %**, sans aucune notion de **valeur de vérité intermédiaire**, du genre **50 %** et **50 %**, ou **30 %** et **70 %**, etc..

Dans les logiques transitionnelles, on raisonne en **tout ou rien**, même si pourtant aussi on élabore l'**Intelligence Artificielle** ou **IA**, à qui on apprend à imiter l'**Intelligence Naturelle**, ou l'**intelligence humaine** (au sens noble) ou **divine**, qui a le propre d'avoir le sens des **nuances**. C'est aussi l'une des caractéristiques de la **logique d'Alternation**, ne pas être une logique en **tout ou rien**, une **logique binaire** au mauvais sens, c'est-à-dire une **logique de dualité**, de **séparation**.

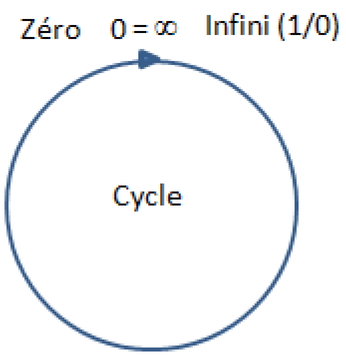
Quel étrange monde où l'on connaît la **relation d'équivalence** dans ses mathématiques, mais où on n'en fait pas l'**égalité générale**, mais où l'on raisonne et fait la science avec son cas particulier qu'est l'**identité** ! (On y reviendra…).

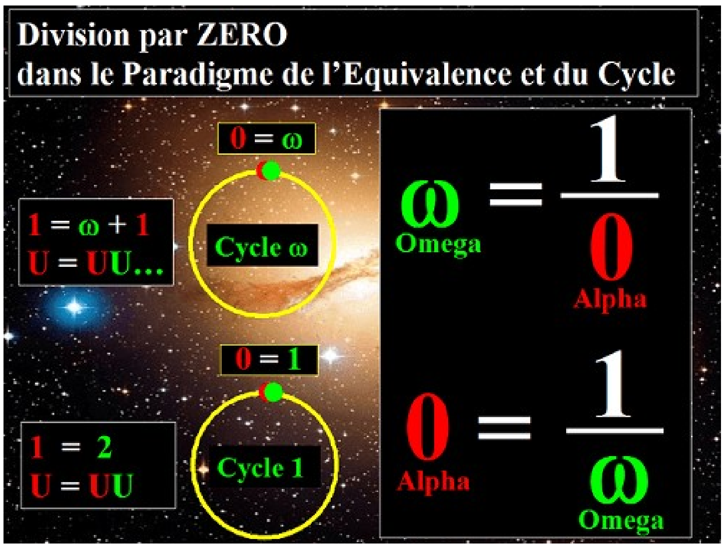
Et quel monde bizarre où l'on connaît la **logique polyvalente** et les **logiques nuancées**, qu'on essaie d'imiter en **IA** en apprenant aux robots à raisonner comme des humains, mais où pour faire les mathématiques et les sciences, ou pour gérer les humains, on raisonne en mode **tout ou rien**, comme des ordinateurs sans cœur, comme des robots sans âmes ! Oui, qui sont ces **démiurges**? Qui sont donc ces **démons-crates dictateurs** et **totalitaires** qui se disent **démocrates**, qu'ils soient à l'Elysée, à la Maison Blanche ou ailleurs ? (On y reviendra aussi…).

Ce sont des **êtres de Négation**, ils fonctionnent avec la **logique de Négation**, ils ne peuvent pas ou ne veulent pas fonctionner avec la divine **logique d'Alternation**, dont ils essaient seulement d'imiter la puissance et pour asseoir leur **pouvoir de Négation**, leurs dominations sur les autres.

Le propre de la **logique d'Alternation** est que la **vérité alterne**, elle change et devient son **contraire**, et vice-versa, sans que cela soit contradictoire. Et plus généralement, on a des situations à **0 alternative** (qui n'offrent aucun choix), des situations à **1 alternative** (on n'a qu'un seul choix), des situations à **2 alternatives** comme ici (on a 2 choix contraires), des situations à **3 alternatives** (on a 3 choix), ainsi de suite.

Les situations à **0 alternative**, sont en fait les situations à une **infinité absolue** d'**alternatives**, et il faut impérativement raisonner en logique d'équivalence pour s'en rendre compte. Les **nombres infinis** qui ne sont pas **absolus**, comme par exemple le **nombre infini w** (que nous notons parfois aussi **ω**, mais en précisant qu'il ne s'agit pas de l'**infini absolu**), qui est aussi la **variable** de référence qu'on verra plus amplement, oui, ces **infinis non absolus**, ou **relatifs**, sont **distincts** de leurs **inverses**, à savoir les **zéros** associés, qui ne sont pas le **zéro absolu** non plus. Dans le cas de **w**, son **zéro** associé est : **θ == 1/w**, à lire : « **par définition, θ est 1/w**», ou « **l'identité propre de θ est 1/w**». Et donc on a aussi : **w == 1/θ**.

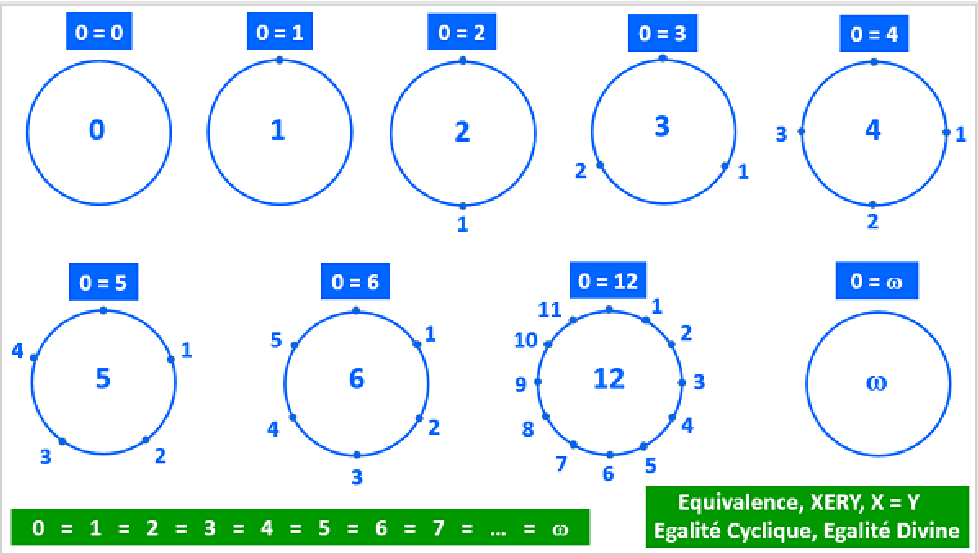




Mais quand l'**infini** devient **absolu**, et on le note alors **ω**, son **zéro**, à savoir **1/ω**, devient absolu aussi, et ce **zéro** est : **0 == 1/ω**. Et donc on a aussi : **ω == 1/0**. Mais alors aussi l'**infini** rejoint le **0**.

Autrement dit on a l'**identité** : **0 == ω**, ce qui au passage donne ce résultat apparemment étrange : **1/0 == 0**, mais qui n'a rien d'étrange, quand on raisonne en **logique de l'équivalence**, dont un aspect est la **logique fractale**, et un autre étant la **logique cyclique**.

Ceci donc aussi pour illustrer que la situation du **0 alternative** cache la situation du **ω alternatives**. L'**infini absolu** est le **nombre** qui, considéré comme nouvelle **origine**, est appelé **0**.



Le cas apparemment étrange de la **division** : **1/0 = 0** étant réglé (on y reviendra amplement et plus rigoureusement), on peut passer aux autres cas d'**alternatives**, pour lesquels le sens de la division que l'on fait ne pose pas de problème.

Avec **n alternatives** ayant la même **valeur de vérité**, la **valeur de vérité** de chaque **alternative** est **1/n**. Ceci est aussi banal que partager un **cercle** de **longueur** ou **circonférence 1** ou **100 %** en **n arcs de cercle égaux**. En prenant chaque **arc de cercle** comme nouvelle **unité** de **graduation**, on parle respectivement de **Cycle 0** (ce cas est réglé), qui s'écrit : **0 = 0**, de **Cycle 1**, qui s'écrit : **0 = 1**, de **Cycle 2**, qui s'écrit : **0 = 2**, de **Cycle 3**, qui s'écrit : **0 = 3**, etc.. Le **Cycle 12**, qui s'écrit : **0 = 12**, étant celui de la familière horloge.

Et maintenant, avec **w alternatives**, chaque arc de cercle aura une longueur de : **θ == 1/w**. Et donc on a aussi : **w == 1/θ**. Mais dans ce cas on n'a pas l'**identité**: **θ == w**, mais on peut toujours avec le **Cyle w**, qui s'écrit : **0 = w**.

En ne raisonnant qu'avec l'identité, certaines vérités de la logique peuvent elles aussi paraître **contradictoires**, comme on l'a vu pour la **fractale**. Comme par exemple, avec le **Cycle 3** par exemple, le fait d'avoir : **-1 = 2**, qui dit qu'un nombre non nul, qui est négatif (nous préférons dire ici **antitif**, pour ne pas confondre cette notion de **nombre négatif** de la **logique d'Alternation** avec celle associée à la **Négation** proprement dite), est aussi un **nombre positif**.

Mais revenons à la question : Peut-on toujours dire : « **l'ensemble de tous les X** » où **X** désigne tout ce qu'on veut ? La réponse est oui, car c'est l'un des intérêts même de la notion d'**ensemble**, au sens le plus **universel**, sinon cette notion perd son intérêt et n'est plus qu'un jeu d'axiomes. Avec la bonne logique, l'**équivalence**, la **fractale**, le **cycle**, bref avec la **logique d'Alternation**, les **ensembles** trouvent leur bonne logique, donc il n'y a plus aucun problème, aucun paradoxe qui tienne.

Mais à cette question au temps de Cantor, la réponse des mathématiciens, qui est encore celle des mathématiciens d'aujourd'hui, est… non. Nous en apportons la preuve du contraire depuis 2003-2007 que nous avons publié la **Théorie universelle des ensembles**, dont nous exposons une fois encore les bases ici. Il n'y a absolument aucune raison de ne pas pouvoir parler de l'**ensemble de tout ce qu'on veut**, de dire que des **objets** ou des **choses** données, peu importe leur nature, forment une nouvelle **chose** appelée leur **ensemble**, et ces **objets** ou **choses** étant alors les **éléments** de cet **ensemble**.

Si l'on rencontre la moindre difficulté avec cette idée fondamentale même de la notion d'**ensemble**, comme on en a rencontré avec la théorie de Cantor, ce n'est pas la notion d'**ensemble** qu'il faut restreindre, comme on l'a fait avec la **théorie axiomatique des ensembles de Zermelo-Fraenkel**, couramment abrégée ZF, mais simplement la **logique scientifique** qu'il faut revoir, c'est au niveau de celle-ci qu'il y a le vrai problème. Et le problème est donc qu'on fonctionne avec la **logique de Négation**, ce qui, comme nous sommes en train de le voir aussi, revient à dire une logique qui repose sur une notion d'**égalité** qui est l'**identité**.

Il faut voir l'**Univers et les choses** avec la **logique générescente**, **fractale**, autrement dit la **logique de l'arborescence**, puisque la **structure des ensembles**, qui est ni plus ni moins aussi la **structure de toutes les choses** dans l'**Univers TOTAL** (tout simplement la **structure** de l'**Univers TOTAL** lui-même), est la **structure arborescente** par excellence ! C'est aussi la **structure des nombres**, comme par exemple la **structure des corps**, comme on va en parler, à commencer par la **structure des nombres entiers naturels**.

C'est la **structure fondamentale**, qui détermine en fait tout le reste ! Car **tout ensemble, toute chose, est fondamentalement un nombre**, et même un **nombre entier naturel**, quand bien même on parlerait de tout autre type de **nombres** ou objets mathématiques, **finis** ou **infinis**: **entiers relatifs**, **rationnels**, **réels**, **complexes**, les **espaces**, ou **objets géométriques** ou **topologiques**, les **vecteurs**, les **matrices**, les **applications** ou les **fonctions**, etc.. Oui, tout ça ne sont que les seuls et mêmes **entiers naturels** vus sous différents angles ! Quand donc on a enfin bien compris ce que sont les **entiers naturels** et comment ils fonctionnent, on a non seulement vraiment compris l'**Univers mathématique**, mais aussi l'**Univers physique**, et l'**Univers TOTAL** tout simplement !

Et allez, nous allons l'oser ici, nous allons ajouter qu'on a enfin compris **DIEU** scientifiquement ! Car c'est de lui qu'on parle en fait depuis le début en disant **Univers TOTAL**, ou **Réalité TOTALE**, et on pourrait ajouter **Etre TOTAL**, **Etre Suprême**, etc. Soyons clairs : nous parlons de **Dieu** tel qu'il s'est révélé dans la Bible, depuis la Genèse, en langage symbolique, compréhensible pour les humains. Il importe de distinguer ce **Dieu** révélé avec les religions basées sur cette révélation, qui ont grandement contribué à déformer l'image du **Dieu Universel**.

A commencer par le **talmudisme**, et notez que je parle du **talmudisme** et pas du **judaïsme** ! Le **judaïsme**, le vrai, est la **révélation divine**, et le **Talmud** en est sa déformation. Cette révélation est ce qu'on appelle le **Tanakh** en hébreu, qui comprend la **Torah** ou **Loi**, les **Prophètes**, et les **Autres écrits**, ensemble formant donc le **Tanakh**, couramment appelé l'**Ancien Testament**, et qui est plus actuel que jamais. A sa suite il y a le **Nouveau Testament**, qui va des **Evangiles** au livre de l'**Apocalypse**, en passant par les **Actes des Apôtres**, les **Epîtres**, etc..

Tout cela donc, c'est la **Révélation divine**, et la suite de cette **Révélation** qui arrive maintenant au troisième millénaire, elle s'écrit en langage scientifique, c'est précisément la **Science de l'Univers TOTAL**, publiée donc entre autres au site **hubertelie.com**, et dans le livre PDF: **L'Univers TOTAL l'Alpha et l'Oméga**. Il y a deux livres qui ont suivi celui-là, à savoir : **L'Univers TOTAL et les nombres omégaréels**, et **Conception générative des entiers, structure réalie**.

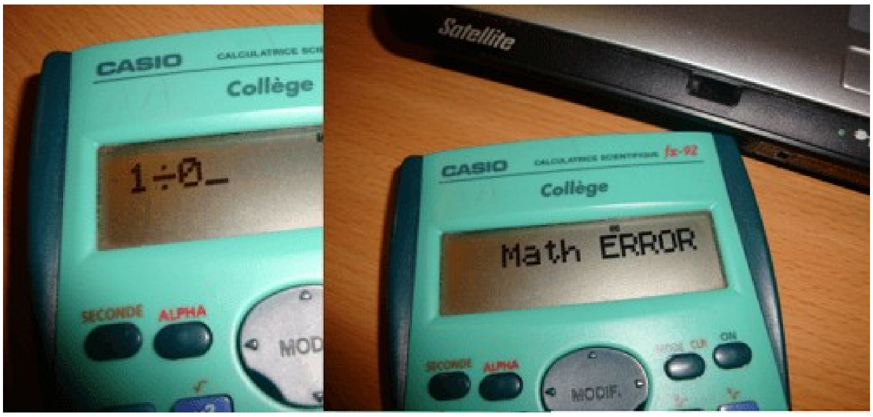
A commencer par l'Église catholique, c'est au tour des chrétiens de déformer la révélation qu'est le **Nouveau Testament**. Moi-même je suis chrétien, mais je ne pratique plus aucune religion depuis 17 ans maintenant (j'écris ces lignes en août 2021), sans pour autant que je sois anti-religieux non plus. Car, comme je le dis depuis des années, il vaut mieux être un **athée de nature divine**, car connecté à l'**Univers TOTAL**, le vrai **Dieu** tel qu'il se révèle maintenant, que cet athée incarnait et dont il incarnait les **valeurs universelles**, sans le savoir, qu'être un **très mauvais religieux, de nature démoniaque**. Celui-là incarne en fait la **négation du vrai Dieu**, qu'il prétend incarner. Et aussi, il vaut mieux être un **bon religieux**, ayant des **valeurs divines**, **universelles** (les **valeurs** d'**amour du prochain**, de **vérité**, de **justice**, etc.), qu'un **sataniste** ou un **luciférien**, clairement voué à **Satan** ou **Lucifer**, qui a volontairement fait du mal le bien et du bien le mal. Comme on le voit à présent clairement chez des élites et dirigeants des pays et du monde, mais pas qu'à leur niveau, aussi chez beaucoup de personnes dans le peuple. Des gens qui assument et affichent même clairement leur allégeance au **Diable**, qui pratiquent des rituels sataniques, et pour certains des sacrifices humains. Je ne parle même pas du vampirisme énergétique, qui est tout un autre dossier. Bien sûr tout le monde peut se repentir à tout moment. Mais cela n'empêche nullement de dire les choses telles qu'elles sont.

En matière donc du **MAL**, en matière de **Négation** et des œuvres de **Négation**, comme je le dis scientifiquement maintenant, je ne mets pas tout le monde dans le même sac. Le vrai problème, **c'est ce que les gens sont**, athées ou pas athées, croyants ou pas croyants, américains ou pas américains, français ou pas français, arabes ou pas arabes, juifs ou pas juifs, noirs ou pas noirs, chinois ou pas chinois, russes ou pas russes, etc.. Il n'y a fondamentalement que deux catégories d'êtres, ceux d'**Alternation** ou ceux de **Négation**, ceux **positifs** ou ceux **négatifs**, ceux **connectés à l'Univers TOTAL** le vrai **Dieu** ou ceux **déconnectés** de lui, etc.. Il y a 2000 ans, dans une parabole, Jésus a décrit les premiers comme étant le blé, et les seconds comme étant l'ivraie. Le temps de la séparation arrive, où l'ivraie est jetée au feu éternel, et où le blé est recueilli dans le magasin de Dieu (voir Matthieu 13: 24–30, 36-43).

Cette problématique de distinguer l'ivraie du blé est très générale en fait, elle s'applique à tous les êtres, à tous les domaines, à la politique, à la religion, et même aux mathématiques et aux sciences à présent. Les sciences actuelles ne sont pas ce que des scientifiques sincères ont cru qu'elles étaient, ils ne voyaient que la surface des choses, la face visible de l'iceberg, mais pas la nature des choses en profondeur (on y reviendra).

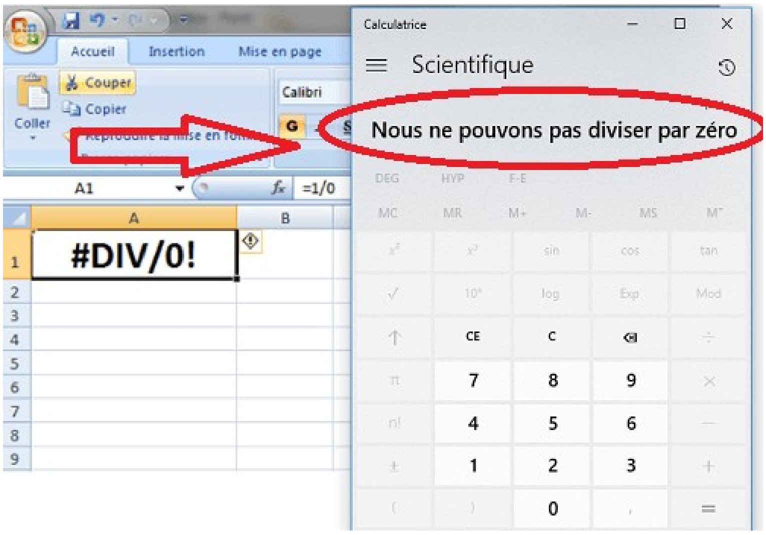
Contrairement donc à ce que l'on imaginait, les mathématiques et les sciences n'échappaient pas aux **paradoxes** et aux **faussetés** qui sévissaient dans les autres domaines.

On a dit que les mathématiques de ce monde étaient une science exacte ? Et pourtant rien que l'image qui va suivre est la preuve que quelque chose ne tournait pas rond dans les maths.



Et on a dit que des gens comme Bill Gates qui officiellement n'est plus patron de Microsoft mais s'occupe… de la « vaccination » du monde, et d'autres questions dans ce monde, est un philanthrope, un bienfaiteur de l'humanité ? L'avenir très proche le dira…

Mais en attendant son Excel et son Windows ne savent pas **diviser par 0** :



C'est infiniment plus qu'une question de bug informatique, puisque justement ce que montre l'image précédente n'est pas un bug, mais, comme aussi pour la calculatrice montrée avant, un logiciel volontairement programmé pour dire qu'on a fait une « erreur mathématique » en voulant effectuer la **division : 1/0**.

Mais en réalité nous n'avons fait aucune faute mathématique, mais ce sont les mathématiques et les technologies du monde des Bill Gates, qui sont fausses dans leurs bases. Pire, elles reposent sur des mensonges bien gardés. La **division par 0** n'a rien de compliqué quand on raisonne dans la bonne logique scientifique, la **logique d'Alternation**, avons-nous dit, mais comme cela ne dit peut-être rien au lecteur ou à la lectrice, il s'agit de la **logique de l'équivalence** que nous avons commencé à évoquer, qui se présente sous deux aspects très complémentaires.

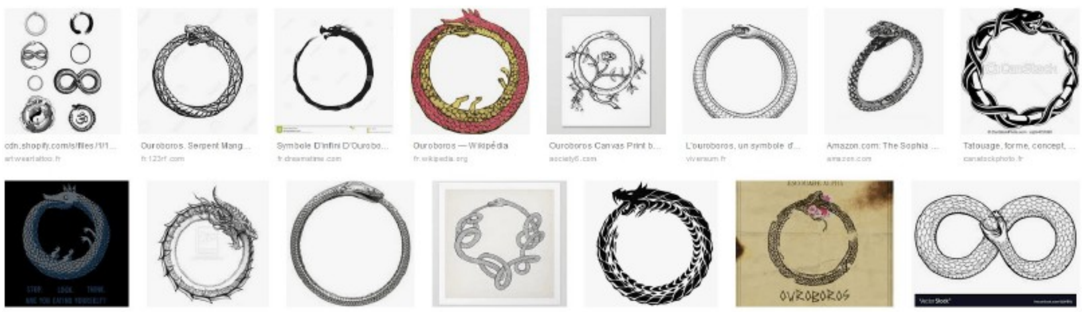
Nous avons commencé à parler du premier aspect, qui est la **logique des générescences**, de la **structure fractale**. La **structure des nombres** doit obéir à cette **structure fondamentale**, et notamment justement la **structure des corps de nombres**. C'est dans un corps, comme par exemple le **corps des nombres rationnels**, des **nombres réels** ou des **nombres complexes**, etc., que la question de la **division par 0** se pose. Techniquement, cette question est de savoir si l'**élément neutre de l'addition**, en l'**occurrence 0**, a un **symétrique** pour la **multiplication**. Les sciences actuelles répondent non, et pourtant la réponse est bel et bien oui !

Le **symétrique de 0** en question pour la **multiplication**, appelé son **inverse**, est tout simplement la notion d'**infini**, oui le **nombre infin**i, que nous appelons **Oméga**: **ω == 1/0**. Que le double signe « = », à savoir « == », que nous avons déjà rencontré, ne surprenne pas. Il s'agit d'une **identité**, en l'occurrence ici une identité de définition, qui veut dire ici que «**l'infini ω est par définition le rapport 1/0** ».

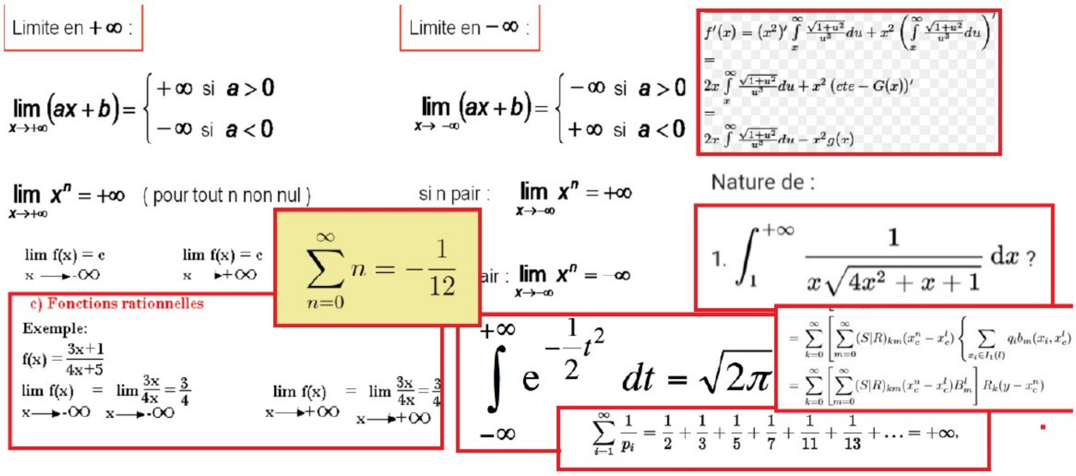
C'est très facile à vérifier : il suffit de prendre une calculatrice, et de **diviser 1 par des nombres de plus en plus petits**, et on verra que le résultat sera de plus en plus grand, il « **tend vers l'infini** », comme on le dit dans le jargon mathématique.

Par exemple, en divisant **1** par **0.1** ou $\mathbf{10^{-1}}$, le résultat sera **10** ou $\mathbf{10^{1}}$.
Et en divisant **1** par **0.01** ou $\mathbf{10^{-2}}$, qui est **10** fois plus petit que **0.1**, le résultat sera **100** ou $\mathbf{10^{2}}$, qui est **10** fois plus grand que le précédent résultat, à savoir **10**.
Et en divisant **1** par **0.001** ou $\mathbf{10^{-3}}$, qui est **10** fois plus petit que **0.01**, le résultat sera **1000** ou $\mathbf{10^{3}}$, qui est **10** fois plus grand que le précédent résultat, à savoir **100**.
Et en divisant **1** par $\mathbf{10^{-80}}$, qui représente la quantité de matière qu'est un atome comparée à la matière des $\mathbf{10^{80}}$ atomes de l'**univers** connu, donc une quantité très infime, le résultat sera $\mathbf{10^{80}}$, un nombre très grand.

Et ainsi de suite en divisant **1** par un nombre qui « **tend vers 0** » comme on dit dans le jargon.
Convenons maintenant de choisir le symbole grec « **ω**» ou **Oméga** pour désigner l'**infini**,
et non plus ce symbole occulte «∞ » appelé l'Ouroboros, qui est le symbole courant de l'infini, comme beaucoup le savent.



Ce symbole très prisé des mathématiciens actuels, sans forcément réaliser ce qui se cache derrière :



Le comble c'est qu'en **théorie axiomatique des ensembles** (celle qui a été mise en place pour « corriger » la théorie de Cantor), on utilise un symbole « **ω**» ou **Oméga** pour désigner l'**infini**, et plus précisément le **nombre ordinal infini**. Témoin cette capture d'image de Wikipedia sur les ordinaux :

WIKIPÉDIA
L'encyclopédie libre

Créer un compte

Article Discussion Lire Modifier Modifier le code Voir l'historique

Nombre ordinal

39 langues

« Ordinal » redirige ici. Pour les autres significations, voir Ordinal (homonymie).

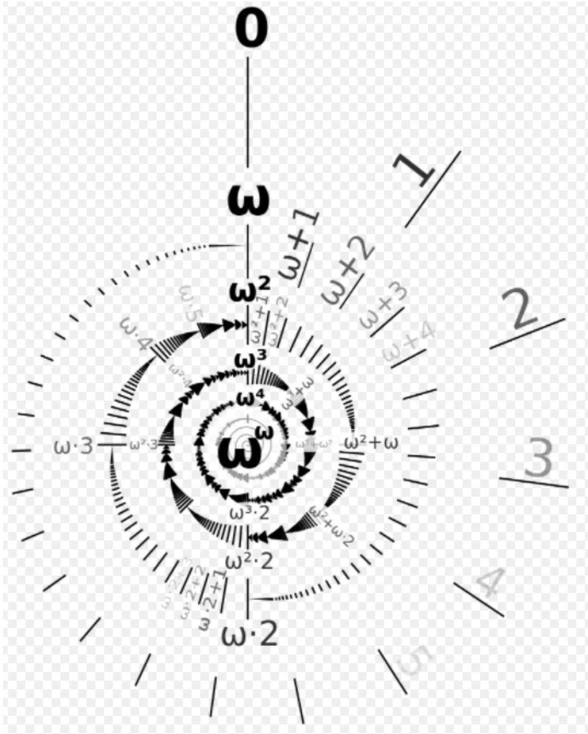
En mathématiques, on appelle **nombre ordinal** un objet permettant de caractériser le type d'ordre d'un ensemble bien ordonné quelconque, tout comme en linguistique, les mots *premier, deuxième, troisième, quatrième*, etc. s'appellent des adjectifs numéraux *ordinaux*, et servent à préciser le rang d'un objet dans une collection, ou l'ordre d'un événement dans une succession.

Georg Cantor a été amené (lors de ses travaux sur les séries trigonométriques) à nommer de même le concept qu'il avait introduit à cette occasion pour caractériser le type d'ordre des ensembles qu'il rencontrait, de façon plus précise qu'en les mesurant par leur cardinalité (leur « nombre d'éléments »). Les ordinaux finis peuvent en fait être identifiés aux entiers naturels qui s'identifient eux-mêmes aux cardinaux finis, mais, dans le cas des ensembles infinis, ce n'est plus vrai : tous les cardinaux

Spirale représentant les nombres ordinaux inférieurs à ω^ω.

Et non seulement cela, cette illustration de l'article met en évidence la nature **cyclique** des **ordinaux**, le **Cycle** étant précisément le second aspect de la **logique de l'équivalence** dont nous parlons, le premier étant donc la **Générescence** ou la **Fractale**.

Cet **ordinal** « **ω**» ou **Oméga**, est le **nombre infini** de référence, appelé aussi l'**infini réali**. Il est l'une des réponses de la **division 1/0**, à savoir : **ω = 1/0** et : **0 = 1/ω**. Et le **0** ainsi associé à **ω** est appelé aussi le **zéro réali**. Pour peu que l'on rectifie une de ses anomalies dues toujours à la logique de **Négation**, et qui est qu'il a des **successeurs ω+1**, **ω+2**, **ω+3**, etc., mais pas de **prédécesseurs**, **ω-1**, **ω-2**, **ω-3**, comme c'est le cas à présent dans le nouveau paradigme. L'**infini**, traditionnellement représenté par le symbole occulte «∞ », comme moi aussi je l'utilisais autrefois, et qui n'a pas de vrai statut numérique, n'est plus nécessaire.



Même avec cette notion imparfaite d'**ordinal** (imparfaite donc à cause de son absence de **symétrie** et d'**ordre** inverse), corrigée par exemple par les **nombres surréels** du génial **John Conway**, et ajoutée à la puissance de l'**analyse non-standard** d'Abraham Robinson et d'autres, on n'aurait jamais dû continuer à utiliser l'occulte symbole non numérique Ouroboros « ∞» pour représenter l'**infini**! Avec l'**infini oméga**, **ω** donc, autrement dit encore **Aleph Zéro** ou $\aleph_0$, ce très fallacieux Ouroboros « ∞», qui n'est même pas un **nombre** digne de ce nom, à plus forte raison de dire qu'il est l'**inverse de 0** (la solution donc de la **division par 0**), aurait dû disparaître dans les abîmes !

Quand on évoque le nom de John Conway, on pense aussitôt au « Jeu de la vie », alors que la vie n'est pas un jeu, mais c'est sérieux, très sérieux.

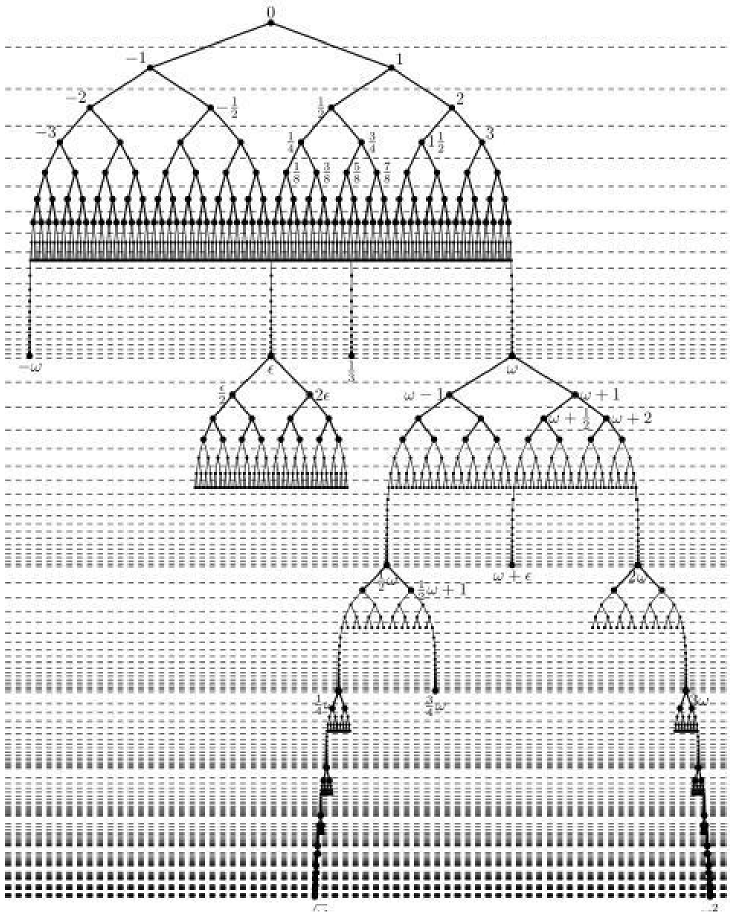
John Conway, comme aussi Ronald Graham (à qui fait référence le fameux **nombre de Graham** dont je parle souvent dans mes écrits) est mort en 2020, l'année du commencement du Covidisme, oui celle nouvelle religion déguisée en science.

L'inventeur du « Jeu de la vie» serait mort, dit-on, du Covid-19… Décidément, ce Covid et la science, la vraie, ça fait deux…

A mon sens, la découverte la plus importante de John Conway ce sont les **nombres surréels**, qui corrigent les **ordinaux** bancals actuels.

Les **nombres surréels** sont les vrais **nombres réels**, donc aussi les vrais **ordinaux** (quand ceux-ci ont enfin leur horrible **dissymétrie** ou logique de **sens unique** corrigée), tandis que les classiques **nombres réels** sont en réalité les **sous-réels**! Comme on le voit à présent aussi avec les **nombres omégaréels** (qui généralisent eux aussi les **nombres réels**) dont la **structure** ultime est le **corps**

omégacyclique, les **nombres** de la **Réalité**, l'**Univers TOTAL**, l'**Alpha** et l'**Oméga**. C'est en fait cette **Réalité**, qui est **fractale**, que tente de décrire les **nombres surréels** de John Conway, mais aussi l'**analyse non-standard** d'Abraham Robinson et d'autres :



L'approche de John Conway, qui ne fait appel à d'autres axiomes que ceux déjà contenus dans la **théorie axiomatique des ensembles** de Zermelo-Fraenkel (ou ZF), est de loin plus naturelle, donc plus près de l'approche **générative**, qui est celle du **Paradigme de l'Univers TOTAL**. Cette approche **générative** sera l'objet du sous titre : VII - Notion de générescences, conception générative, nouvelle vision des nombres.

Il y a des scientifiques et des personnes travaillant à la technologie, qui sont sincères, qui faisaient confiance à des paradigmes sans savoir qu'ils étaient faux dans leurs bases. Pire, ils reposent sur des mensonges volontaires, dont seuls les initiés connaissaient les secrets. Ils savent pourquoi ils ne veulent pas faire des sciences qui **divisent par 0**, car alors cela fait longtemps qu'on aurait vu le visage de Dieu en sciences, le vrai Dieu, l'Univers TOTAL, l'Alpha et l'Oméga.

Les sciences et les technologies actuelles sont celles des démons nés humains, des lucifériens et satanistes derrière les rideaux de ce monde, qui tiennent les rennes de ce monde et conduisent leurs agendas maléfiques pas à pas depuis des siècles et des millénaires, en particulier depuis 2000 ans, depuis l'assassinat de Jésus Christ le Messie.

Et les **paradoxes** et les problèmes que nous soulevons, sont simplement les manifestations de comment **Dieu** est nié en sciences jusqu'à présent, où l'on a prétendu qu'il n'y avait pas sa place, alors qu’en réalité c’est de lui que toutes les sciences parlent chacune dans son langage et selon son approche !

La révélation divine a commencé en hébreu, comme nous l’avons dit, par la Torah, les écrits des Prophètes, etc., et s’est poursuivie par Jésus et les apôtres, pour la plupart des juifs. Pas étonnant aussi que la **théorie des ensembles**, dont nous découvrons maintenant l’importance et la puissance, ait été introduite par une personne d’origine juive, en l’occurrence Georg Cantor. Dieu sait ce qu’il fait.

Et c’est un scientifique d’origine juive aussi, Albert Einstein, qui, avec sa **théorie de la relativité**, a fait progresser la connaissance de l’univers, cet **univers « 3+1 »** c’est-à-dire d’**espace-temps à 4 dimensions**, que j’appelle l’**univers einsteinien**, pour le « relativiser » (c’est le cas de le dire...) et faire comprendre que ce n’est que NOTRE univers ! Il ne s’agit pas du tout de l’**Univers TOTAL**, de la **Réalité TOTALE**. Je ne doute pas de la sincérité de scientifiques comme Einstein, mais il apparaît de plus en plus clairement pour moi qu’il n’a été qu’un dindon de la farce, qui ignorait qu’il travaillait pour des forces occultes qui le dépassaient.

Il disait qu’il ne croyait pas au Dieu de la Bible ou au Dieu de la Torah, et c’est là une grande erreur de sa part, car c’est justement sur ce Dieu-là qu’il fallait méditer, réfléchir aussi aux références faites dans la Torah et dans tout l’Ancien Testament par exemple aussi aux anges. Comme ceux qui ont visité Abraham, Isaac, Jacob, Moïse, Elie, tous les prophètes hébreux. Et comme ceux dont il est plus abondamment question dans le Nouveau Testament, l’apothéose étant le livre de l’Apocalypse, où l’on trouve la formule : « **Je suis l’Alpha et l’Oméga, le premier et le dernier, le commencement et la fin** » (Apocalypse 1 : 8 ; 21 : 6 ; 22 : 13).

Si Einstein avait médité sur tout ça, il aurait compris que ceux qui ont écrit l’Ancien Testament et le Nouveau Testament, ne racontaient pas des mythes, des légendes, mais que la Réalité allait bien au-delà du « petit » univers dont il s’efforçait de percer les mystères scientifiquement. Il avait tout pour découvrir le concept d’**Univers TOTAL**. Ou alors il l’a compris, mais il a été empêché de s’aventurer dans ces sentiers de recherche…. On le saura un jour, Dieu le dévoilera au moment venu.

En tout cas, Einstein n’était pas agnostique, comme on le présente souvent, encore moins athée. Les **esprits de Négation**, les vrais, qui gouvernent ce monde et les sciences, et qui ont tout fait pour empêcher que Dieu soit au coeur de la Science, aiment tirer la couverture vers eux, présenter les grands esprits scientifiques comme ils sont eux-mêmes.

Car Einstein n’était pas croyant au sens religieux du terme, mais croyait en Dieu, une idée de Dieu qui préparait à la vision scientifique de Dieu, telle que cela se révèle maintenant avec la **Science de l’Univers TOTAL**. Einstein disait qu’il croyait au Dieu de Spinoza, un philosophe juif. Et quelle était cette vision ? Que **Dieu** et la **Nature**, font un.

C’est ce qu’on qualifie habituellement de « panthéisme », comme on qualifierait aussi la notion de **Dieu** de la **Science de l’Univers TOTAL**. Mais c’est vrai qu’assimiler Dieu au « petit » **univers einsteinien « 3+1 »**, à cette petite **nature** donc, c’est infiniment réducteur de Dieu, ça peut s’appeler du « panthéisme ».

Mais pas si l'on parle de l'**Univers TOTAL**, la **Réalité TOTALE**, l'**Etre TOTAL**, l'**Ensemble de toutes les choses et de tous les êtres**. Oui l'**Etre Générescent**, **FRACTAL**, l'**Etre Infini**, le **Générateur de toutes les choses et de tous les êtres**.

On nous parle d'un « **univers** » de $\mathbf{10^{80}}$ atomes ? Mais comme déjà expliqué, même si l'on parlait de $\mathbf{10^{1280}}$ atomes, on est loin de l'**Infinité** qu'est l'**Univers TOTAL**. Rien ne nous autorise à penser que la **Réalité TOTALE** est finie du point de vue du temps, ou finie du point de vue de la taille ou de l'espace, ou finie du point de vue de la **quantité** de **matière** ou d'**énergie**. Et même rien ne nous autorise à penser que le type de **matière** ou d'**énergie** que nous connaissons est le seul qui existe.

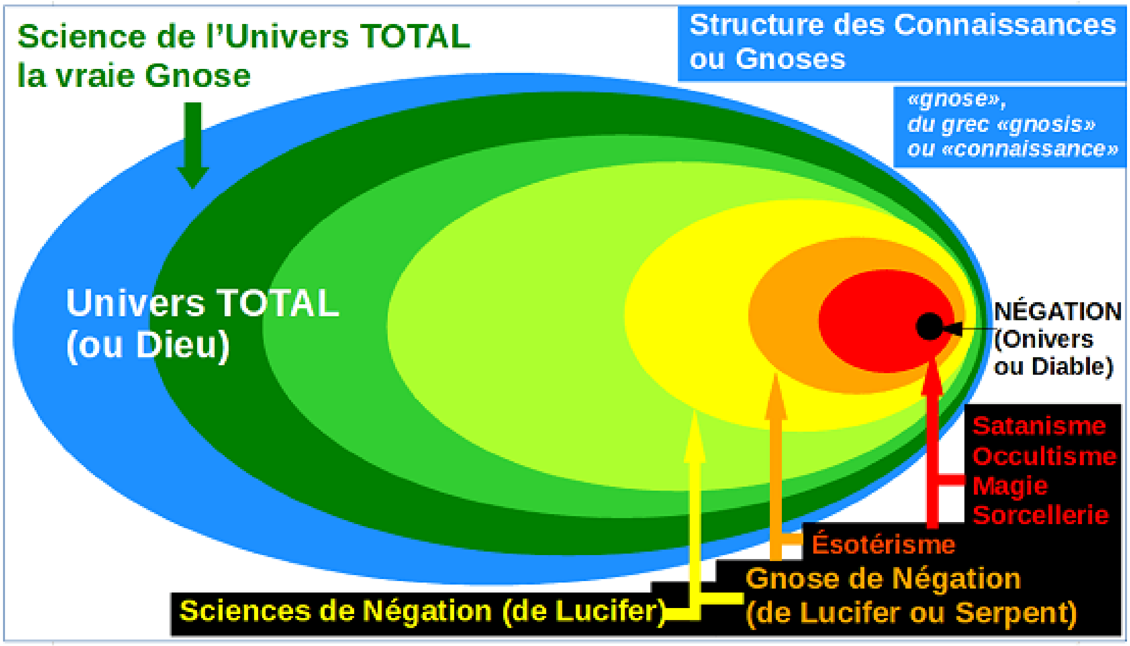
Ou encore que la réalité **3D** que nous connaissons, avec seulement **3 dimensions spatiales**, la **quatrième** étant appelée le **temps**, avec lequel elles forment l'**espace-temps à 4 dimensions** (comme on en parle dans la théorie de la **relativité d'Einstein**, ce que nous nommons le **monde « 3+1 »** ou **4D**), est le seul type de réalité qui existe. Rien ne nous autorise à penser que l'**espace-temps 5D** ou le **monde « 4+1 »**, avec **4 dimensions spatiales**, la **cinquième** étant alors appelée le **temps**, n'existe pas. Tout esprit qui affirmerait cela est un **esprit de Négation**, oui de **négation** de l'**Univers TOTAL**, de la **Réalité TOTALE**.

Nous proposons de voir l'image du Big Bang ou de la Genèse de notre univers d'un autre regard :

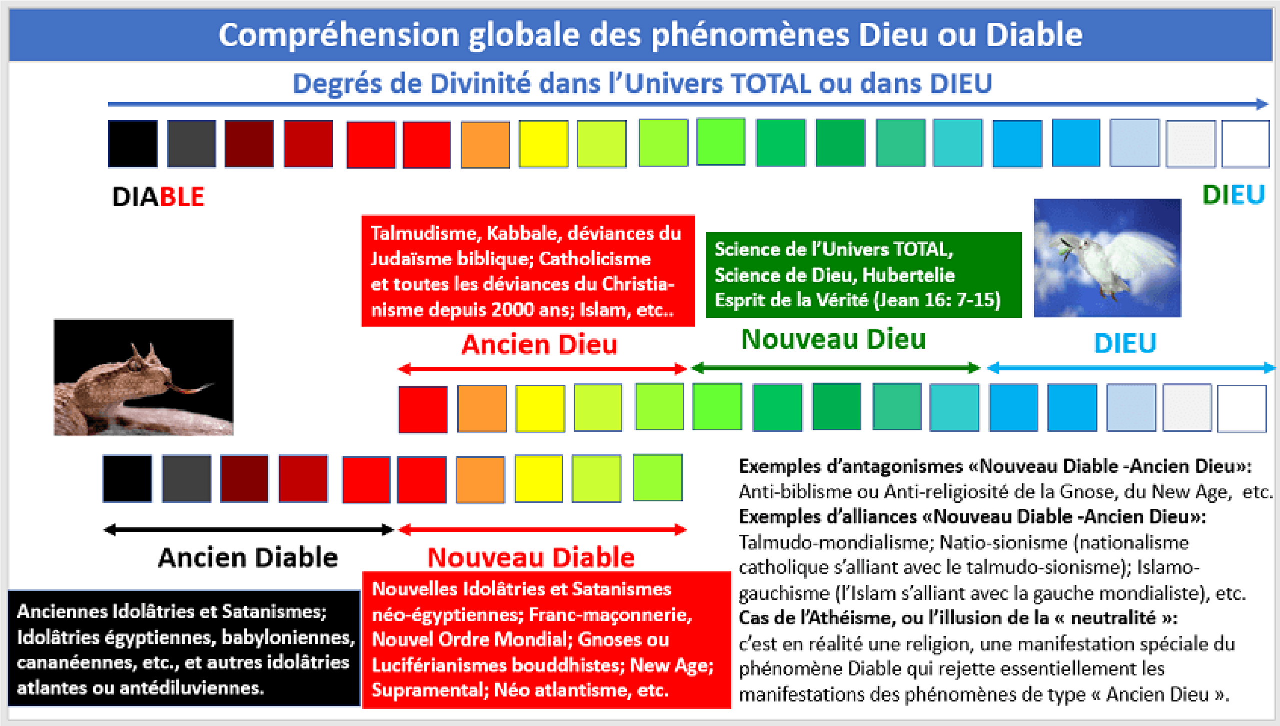
Pour plus de détails voir le livre PDF: **L'Univers TOTAL l'Alpha et l'Oméga**.
Par **Onivers** nous entendons « **Univers de Négation** », que certains (notamment dans les courants gnostiques ou ésotériques) appellent l'« **Astral** », et ce qu'on appelle « **Enfer** » dans le langage biblique ou le langage courant.

Peu importe les appellations, ce qui compte maintenant c'est de comprendre scientifiquement les réalités qui se cachent derrière les mots.

Nous sommes présentement dans l'**Onivers**, autrement dit en « **Enfer** » ou « **Univers de Négation**», et nous évoluons vers la sortie de l'**Onivers** (enfin ça dépend qui, mais là est une autre question...), vers l'« **Univers d'Alternation** », qui est le vrai **Univers**, la vraie **Réalité**, la vraie **Existence**, la vraie **Vie**.



Il importe maintenant de comprendre ce que l'image ci-dessus illustre, à savoir la structure des connaissances, qui est aussi la structure des mondes, et aussi les degrés de divinité, les différents degrés du phénomène Dieu et Diable :



Le moment est arrivé où les **esprits de Négation** derrière les sciences de ce monde, montrent leurs visages. On les voit prendre les gens pour des idiots dans cette crise de Covid-19 ou de Covid-666, cette coronafolie ou nouvelle religion de **covidisme** qui interdit aux gens de vivre, qui prive les gens de la liberté donnée par **Dieu** le **Créateur** ou **Générateur de toutes les choses**.

Beaucoup de médecins, de biologistes, de scientifiques, tout à fait honnêtes et sincères, se heurtent à des décideurs, autoritaires, totalitaires (totalitarisme ou dictature du Diable qu'il ne faut en rien confondre avec le divin Univers TOTAL que nous découvrons à présent), qui imposent aux gens des mesures complètement contraires à la science qu'ils connaissent et ont pratiqué jusqu'à présent. Ces décideurs qui s'affublent de prétendus experts qui imposent de prendre des vessies pour des lanternes, d'appeler blanc ce qui est noir et noir ce qui est blanc, ou rouge ce qui est vert et vert ce qui est rouge ! Avec ces gens, la vérité n'est plus le FAIT scientifique, mais ce qu'ils disent être la « vérité », ce qu'ils décrètent comme telle ! Autrement dit, la « vérité » est leur nouvelle religion, le covidisme donc, et au-delà le mondialisme, et j'en passe.

Oui, une fois encore, beaucoup de médecins, de biologistes, de scientifiques, très honnêtes et sincères, se voient interdire de faire leur métier, sont forcés de troquer la vérité scientifique contre la « vérité » de cette nouvelle religion immonde qui se lève sur la terre entière, sous peine d'être destitués, de perdre leur poste, leur travail, leurs ressources, et même de plus en plus souvent leurs vies ! Car ces gourous de la secte mondiale ou ces terroristes qui traitent les autres de « secte » ou de « terroristes », commencent par détruire socialement et médiatiquement (s'ils sont connus) ceux qui ne sont pas d'accord avec eux, ils les détruisent psychologiquement, puis de plus en plus physiquement, hélas.

Oser dire le contraire de ce que les autorités disent, ou seulement penser le contraire, c'est se voir taxé de « complotiste », et même de « malade mental », ou de « secte », ou de « terroriste », etc. **Inversion accusatoire** totale !

Face à ce qui arrive à ces scientifiques honnêtes et au-delà aux lanceurs d'alerte, à tous ceux qui disent la vérité qui dérange, beaucoup d'entre eux sont désorientés, ne comprennent plus rien, ils ont le sentiment que le monde qu'ils ont connu et vécu s'écroule, remplacé par un affreux monde.

Mais que peut bien être la nature des êtres et de leurs « experts » collabos qui imposent au monde cette nouvelle religion ? A la lumière de la nouvelle Science, ce sont des **esprits de Négation**, ou des **êtres de Négation**, des **êtres négatifs**, des cas particuliers de la notion générale de **choses négatives**, à comprendre **choses de Négation**. On peut dire aussi **entités négatives**, en l'occurrence ici des **entités négatives** incarnées, sous forme humaine.

2 – L'Univers TOTAL, l'Unix

Entrons maintenant dans le vif du sujet technique du **Nouveau Paradigme**. Le tableau ci-dessous illustre l'une des propriétés d'un objet mathématique que nous appelons l'**unix**, noté **ц**, et qui est la lettre russe « **tsè** ». Nous en reparlerons à la fin dans l'étude des **nombres rationnels** dits **unixaux** :

×	**o**	**1**	**Ω**	**ц**
o	o	1	Ω	ц
1	1	1	Ω	ц
Ω	Ω	Ω	ц	ц
ц	ц	ц	ц	ц

L'idée exprimée dans ce tableau est que l'**unix ц** est l'**élément absorbant** ou **neutralisant** de la **multiplication** : **ц × x = x × ц = ц**.

Plus généralement, avec les **rationnels unixaux**, l'**unix ц** est l'**élément absorbant** ou **neutralisant** des quatre **opérations arithmétiques** fondamentales : **addition**, **soustraction**, **multiplication**, **division** (on y reviendra à la fin).

Au sens le plus général, nous appelons une **expression opérationnelle** toute **chose** dans l'**Univers TOTAL**, et absolument toute **chose**, tout **être**, tout **objet**. On l'appelle encore **ensemble universel** ou **ensemble** au sens **universel** du terme, par opposition à **ensemble** au sens axiomatique du terme.

Et un **ensemble** au sens **universel** n'est pas non plus un ensemble dit « naïf », ainsi que l'on qualifie, à tort, la notion d'**ensemble** de la **théorie des ensembles** de Georg Cantor, et cela pour signifier que sa notion d'**ensemble** n'était pas axiomatisée. Mais ce n'est pas sa notion d'**ensemble** qui était « naïve », mais les paradigmes scientifiques actuels qui sont mauvais, et nous démontrons justement pourquoi, et nous montrons aussi le bon **Paradigme**, l'**Univers TOTAL**, aussi la bonne manière d'aborder l'**Univers** et les **choses**.

Au sens **universel** de la notion d'**ensemble**, **un ensemble est une chose formée d'autres choses appelées ses éléments**, au sens **universel** du terme aussi. En ce sens universel, **toute chose est un ensemble**, puisque formée au moins d'elle-même. Et la notion d'**ensemble** au sens **universel** est aussi par définition une **expression opérationnelle** au sens le plus **universel** du terme, et aussi la notion d'**information** ou de **nombre** au sens **universel** du terme aussi.

Nous reviendrons largement sur la notion d'**ensemble universel**, et d'**élément** au sens **universel**. C'est l'approche de la **Théorie universelle des ensembles**, ou **Théorie des ensembles universels** donc, ou **Théorie des ensembles** au sens **universel** du terme, par opposition aux théories axiomatiques. Et, comme dit dès le début, la **Théorie universelle des ensembles** est une autre appellation de la **Science de l'Univers TOTAL**, ou plutôt le contraire, la **Science de l'Univers TOTAL** est une autre appellation de la **Théorie universelle des ensembles**.

Par définition, **l'Univers TOTAL**, noté **U**, **est la chose formée de toutes les choses et de tous les êtres et de toutes les entités et de tous les objets** (lui-même compris), il est donc l'**Ensemble de toutes les choses et de tous les êtres et de toutes les entités et de tous les objets**, ou simplement l'**Ensemble de toutes les choses**. Étant entendu que tout **être**, toute **entité**, tout **objet**, etc., est une **chose**, car nous décidons de faire du **mot chose** le **nom commun** le plus général (on y reviendra).

Ce que nous disons ici revient à dire simplement que la **Théorie des expressions opérationnelles** est simplement une autre approche de la **Théorie universelle des ensembles** ou **Science de l'Univers TOTAL**. C'est une approche particulièrement puissante, très éclairante concernant l'**Univers TOTAL**, sa nature, sa logique, son fonctionnement. Je qualifie cette approche aussi d'**informationnelle**, de **générative** ou encore d'**unidale**, du terme **unid**, une notion équivalente à celle d'**unix**, qui est un peut plus générale, en ce sens que la notion d'**unix** regroupe celle d'**unit** (ou **unité** ou **constante**) et celle d'**unid** ou **univ** (celle de **variable**). On y reviendra bientôt.

La notion d'**Unix** est simplement une autre manière de dire « **Univers TOTAL** » ou de désigner une occurrence de l'**Univers TOTAL** dans un **ensemble universel** ou **expression opérationnelle x** donné. Il est très clair que si une **chose u** qui fait partie des **choses** ou **éléments** qui forment une **expression opérationnelle** ou **ensemble universel x** donné, est l'**Univers TOTAL** (en ce sens que **u** est une occurrence de **U** dans **x**), alors **x** est équivalent à l'**Univers TOTAL**. Autrement dit, très intuitivement, si **x** qui par définition est un **élément** ou une **partie** du **TOUT U**, contient lui-même le **TOUT U** quelque part dans sa **structure** en tant qu'**ensemble** ou **expression opérationnelle**, alors **x** et **U** sont équivalents. C'est l'expression très générale de l'**axiome d'extensionnalité** qui dit que si un **ensemble A** est une **partie** ou **sous-ensemble** d'un **ensemble B**, et si **B** aussi est une **partie** ou **sous-ensemble** de **A**, alors **A** et **B** sont **égaux**.

Donc, étant entendu que **U** l'**Ensemble de toutes les choses** contient par définition **x**, si donc à son tour **x** contient **U**, alors **x** et **U** sont équivalents. A noter qu'on parle d'**équivalence** et non pas nécessairement d'**identité**, un cas particulier d'**équivalence**. Voilà pourquoi aussi si une e**xpression opérationnelle x** contient l'**unix ц**, qui représente l'**Univers TOTAL**, alors **x** est équivalent à l'**unix ц**.

La notion d'**expression opérationnelle** est si puissante que pour se rendre compte de sa puissance, des cas particuliers de cette notion suffissent amplement. Nous allons introduire des cas particuliers à présent, qu'on peut qualifier de **formalisme** au sens du Nouveau Paradigme, autrement dit, d'approche **formelle** des notions d'**ensemble**, de **nombre**, d'**objet mathématique**. L'approche

formelle ou le **formalisme** s'apparente à l'actuelle méthodologie **axiomatique**, sauf que l'**axiomatique** repose sur les actuelles **logiques de Négation**, ou la logique classique avec son fameux **principe de non-contradiction**, qui dit en gros qu'une chose ne peut pas à la fois **ETRE** et **NON-ETRE**, ou à la fois être **VRAIE** et **FAUSSE**.

C'est le principe même de la **logique binaire**, où une **proposition** est soit **VRAIE** (**valeur de vérité 1** ou **100%**) soit **FAUSSE** (**valeur de vérité 0** ou **0%**). Mais le **principe de non-contradiction** utilisé ainsi n'est valable que dans les situations restreintes (notamment quand on se restreint à la **réalité tridimensionnelle**, mais dès que l'on voit les choses de la **réalité quadridimensionnelle** ou au-delà, la logique change et aussi ce principe n'est plus vrai), situations restreintes donc où il faut prendre des décisions, où il faut trancher. Comme par exemple, **proposition p** : « **A était le président de la république française en 1990**», ou : **proposition non-p** : « **A n'était pas le président de la république française en 1990**». Ou : **proposition p** : « **Il existe des éléphants roses en France en 2022**», ou : **proposition non-p** : « **Il n'existe pas des éléphants roses en France en 2022** ». Ou encore: **proposition p** : « **Je décide d'acheter cette voiture A**», ou : **proposition non-p** : « **Je décide de ne pas acheter cette voiture A** ». Puis après : **proposition p** : « **J'ai acheté la voiture A**», ou : **proposition non-p** : « **Je n'ai pas acheté la voiture A** ».

Dans ce genre de situations où il faut trancher, décider, etc., le **principe de non-contradiction** dit qu'on ne peut pas avoir à la fois **p** et **non-p**, les deux ne peuvent pas être vraies en même temps, autrement dit la **proposition p** ne peut pas être à la fois **Vraie** et **Fausse**.

Et maintenant, considérons les **proposition p** : « **Il existe des éléphants roses**», et **proposition non-p** : « **Il n'existe pas des éléphants roses**». Quelle est la différence avec le cas précédent ? C'est qu'ici on parle d'**existence absolue** d'**éléphants roses**, autrement dit dans l'**Univers TOTAL**, et non pas d'**existence** dans un **contexte restreint** de l'**Univers TOTAL**, comme par exemple **en France en 2022**. L'**Univers TOTAL** est par définition l'**Ensemble de toutes les choses**, donc de par sa définition « **Toute chose existe dans l'Univers TOTAL** », ou encore : « **Toute chose existe dans l'absolu** », ou simplement : « **Toute chose existe** », vérité fondamentale que je nomme le **Théorème de l'Existence**. Dès que le Paradigme dans lequel on travaille ou le contexte dans lequel on raisonne est l'**Univers TOTAL**, l'**Absolu** donc, **tout existe**, **tout est vrai**, et le **contraire de tout aussi** ! Sans cela ce ne serait plus l'**Univers TOTAL**, l'**Ensemble de toutes les choses**.

Sans l'**Univers TOTAL** qui permet de trancher pour la **proposition p** : « **Il existe des éléphants roses**», cette proposition est un exemple de propositions dites « **indécidables** » en logique, à moins donc de se placer dans le cadre de l'**Univers TOTAL**, où toute question est **décidable** par le **Théorème de l'Existence**. En effet, à moins de tomber un jour sur un **éléphant rose** quelque part et conclure de leur existence, tant que ceci n'arrive pas, ou si les **éléphants roses** sont au-delà d'un certain **horizon** ou dans un certain **univers** ou **monde** qui nous est **inaccessible**, nous ne pouvons conclure ni de leur **existence** ni de leur **non-existence**. Mais avec le **Paradigme de l'Univers TOTAL**, on a aussi le Théorème de l'Existence, qui dit que toute chose existe dans l'**Univers TOTAL**, donc aussi **les éléphants roses existent aussi dans l'Univers TOTAL**, ils existent quelque part dans l'**Univers TOTAL**. Donc, tant qu'on n'aura pas fait le tour de l'**Univers TOTAL**, qui est **Infini**, on ne peut pas affirmer que **les éléphants roses n'existent pas**. Celui qui **nie l'existence** des **éléphants roses** dans l'absolu a tort, car **il affirme sans preuve**, mais celui qui dit que **les éléphants roses existent dans l'absolu** a raison, mais à condition de **donner comme preuve** le **Théorème de l'Existence**.

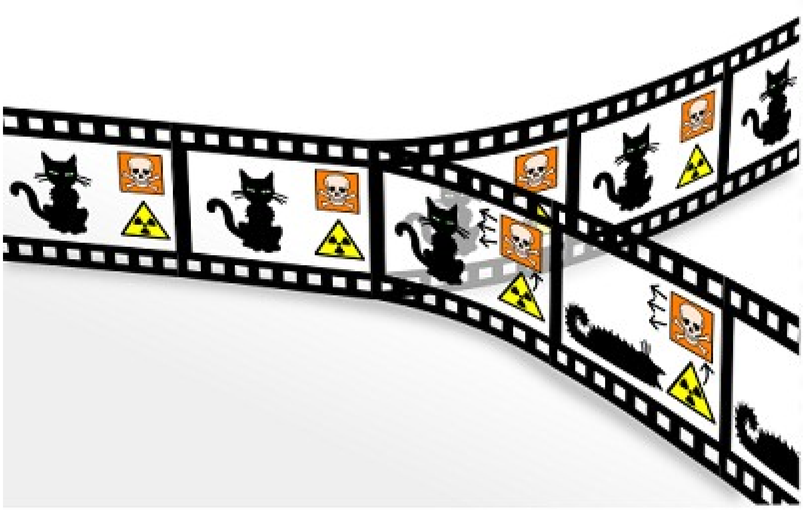
La question de l'**existence de Dieu** et la position **agnostique** sur la question est un exemple aussi de question **indécidable**. A moins justement de raisonner dans le **Paradigme de l'Univers TOTAL**, où cette question elle aussi devient **décidable**, puisque l'**Univers TOTAL** est la définition du **Dieu** en question ! Et même si on ne donne pas cette définition du mot **Dieu**, la question de **Dieu** est alors simplement comme celle des éléphants roses. Le **Théorème de l'Existence**, qui dit que toute chose existe dans l'**Univers TOTAL**, dit aussi que **Dieu existe** dans l'**Univers TOTAL**, peu importe ce que l'on entend par **Dieu**.

Dans les cas d'**indécidabilité** (et ce parce qu'on ne fonctionne pas avec le **Paradigme de l'Univers TOTAL** avec lequel tout devient **décidable**), nous pouvons aussi attribuer une **valeur de vérité** ou d'**existence** de **0.5** ou **50 %**, qui correspondrait à une sorte de **VRAI ET FAUX** ou de **OUI ET NON**, etc., concernant l'**existence** des **éléphants roses**, de **Dieu**, etc., la logique fonctionnera tout autant. Jusqu'à ce que nous soyons en situation de trancher en faveur du **OUI** ou **NON**, car nous aurons par exemple trouvé le bon **Paradigme**, l'**Univers TOTAL**.

Et l'**Infini**, et notamment l'**Infini absolu**, synonyme d'**Univers TOTAL**, **infini** que nous notons **Ω**, est concerné dans cette question. A l'**horizon infini absolu** au plus tard, toute question est tranchée.

Pour le dire autrement, qui parvient à l'**horizon infini absolu Ω** aura la réponse de savoir si les **éléphants roses** existent ou pas. Et un moyen d'atteindre facilement l'**horizon infini absolu Ω** est tout simplement de travailler ou de raisonner dans le **Paradigme** de l'**Univers TOTAL** ! Car là prévaut le **Théorème de l'Existence** que je nomme aussi la **Loi de la Réalité TOTALE** (on en reparlera), qui donne une vision globale des choses, car le **Paradigme** de l'**Univers TOTAL** nous met dans la position de **Dieu**, qui voit tout, pour qui tout est présent !

Comme autre exemple pour comprendre cela, considérons la célèbre expérience de pensée en **physique quantique**, nommée l'expérience du **chat de Schrödinger**.



Le chat est placé dans une enceinte avec un dispositif quantique qui, selon son état, libère ou non un poison mortel. Dans un cas le chat est mort empoisonné, et dans l'autre il est vivant. Et tant qu'on n'a pas « ouvert » le dispositif pour **observer** le sort du chat, on ne peut pas trancher et le chat est alors dans une sorte d'état quantique superposé « **vivant-mort** ». En terme de **probabilité** (car la physique quantique actuelle est dans un paradigme probabiliste) cela revient à dire que le chat est **vivant** à **50 %** et **mort** à **50 %**, probabilité ou valeur de vérité **0.5** et **0.5** donc.

Les paradigmes scientifiques actuels sont tels qu'on peut se contredire sans en avoir l'air, en se réfugiant derrière des concepts permettant de masquer les **contradictions**. Ici, c'est le concept de **probabilité** qui permet de masquer le fait qu'on ne respecte plus le **principe de non-contradiction** que l'on s'est donné, ou le principe cousin nommé le **principe du tiers-exclu**, qui dit en gros qu'une **valeur de vérité** ne peut qu'être soit **0** ou **0 %** soit **1** ou **100 %**, même si l'on ne sait pas laquelle des deux valeurs la situation possède. Le **principe de non-contradiction** dit que cela ne peut pas être les deux à la fois, donc cela ne peut pas être à la fois **0** et **1**, c'est-à-dire **FAUX** et **VRAI**. Et le **principe du tiers-exclu** dit que c'est obligatoirement l'un des deux, il n'y a pas de **troisième valeur**, du genre **0.5** ou **50 %**, qui équivaut à dire « l'un et l'autre », ou de « ni l'un ni l'autre ».

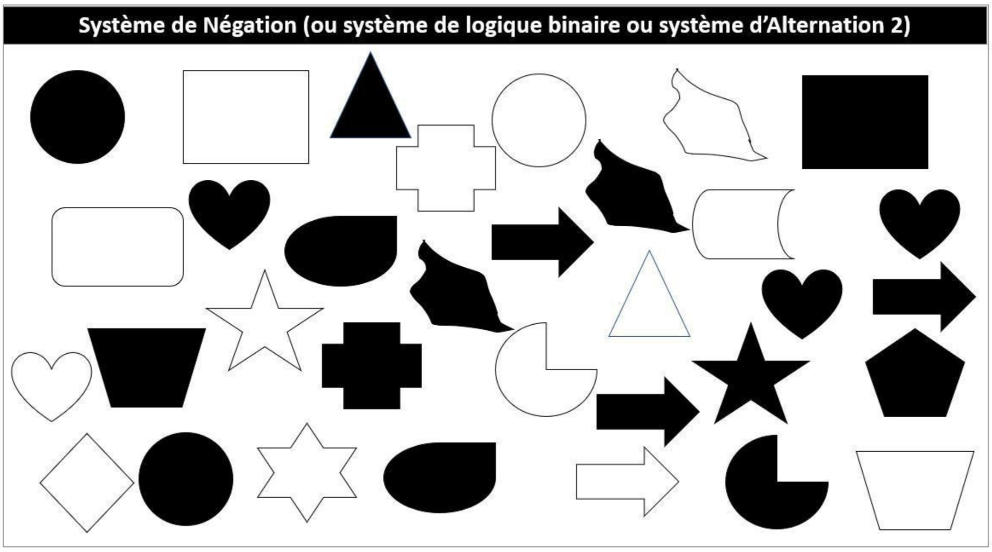
Or c'est bien la situation dans cette expérience du **chat de Schrödinger**, qui est une forme du **problème des éléphants roses**. Dans l'**Univers TOTAL** tout existe, donc il existe des **univers parallèles**, dans un **le chat est vivant** et dans un autre **le chat est mort**. Quand on fonctionne donc dans le **Paradigme** de l'**Univers TOTAL** on a une vision globale de la **vérité**, tout est simultané, tout est présent.

Le **principe de non-contradiction** dans sa forme actuelle et surtout l'usage dont on en fait en sciences en réalité n'est pas ce qu'il est censé être, mais un **principe de Négation**, l'un des fondements des **logiques de Négation**. Le **formalisme** lui aussi souffre de cette **logique de Négation**. Une théorie formelle consiste à se donner les ingrédients d'un **langage formel**, c'est-à-dire les ingrédient de construction de **propositions** appelées **formules**. Comme par exemple la formule suivante de la théorie axiomatique des ensembles, appelée l'axiome de l'ensemble des parties : $\forall x\ \exists y\ \forall z\ (z \in y \Leftrightarrow z \subset x)$. Elle signifie : ***Étant donné un ensemble x , il existe un ensemble y dont les éléments sont les parties de* x.**

On sélectionne soigneusement des **formules** que l'on va appeler les **axiomes**, et, moyennant des règles de déductions avec les **formules**, on démontre quelles **formules** sont des **théorèmes** de la théorie et lesquelles ne sont pas des **théorèmes**. Pour toute **formule p** on a sa **négation non-p**. Et le **principe de non-contradiction** exige alors qu'aucune **formule p** et sa **négation non-p**, ne soit toutes les deux des **théorèmes**, sinon la théorie est dite **contradictoire** ou **non-consistante**.

La logique basée donc sur le **principe de non-contradiction** exige donc que l'on **démontre** les **théorèmes**, c'est-à-dire que l'on sépare l'**ensemble de toutes les formules** en trois catégories, celles qui sont VRAIES, celles qui sont FAUSSES et celles qui sont INDÉCIDABLES (on ne peut pas démontrer si elles sont VRAIES ou FAUSSES), et qui peuvent donc servir d'**axiomes**.

Cette logique est comparable au fait de voir l'**Univers** en **noir et blanc** :



Et non seulement cela, c'est comme si l'on disait que les **choses** qui **existent** dans l'**Univers**, qui sont **vraies**, **possibles**, etc., sont les **choses** de couleur **blanche**, celles de couleur **noire** étant dites **inexistantes**, **fausses**, **impossibles**, etc. Les **choses blanches** et **noires** sont alors la **Négation** les unes des autres, les **blanches nient** les **noires** et vice-versa. L'**Univers** vu avec une telle logique ou un tel paradigme n'est pas **TOTAL**, ce n'est pas la **Réalité TOTALE**, la **Vérité TOTALE**.

Pire, ce paradigme est bâti sur un **axiome** fondamental implicite, qui semble si évident pour tous qu'on n'a même pas jugé utile de le formuler explicitement. C'est l'idée que **Certaines choses n'existent pas**, sont **fausses**, **impossibles**, etc., à comprendre **n'existent pas** dans l'**absolu**. Et chaque fois que l'on parle de l'« **absolu** », c'est de l'**Univers TOTAL** que l'on parle implicitement. J'appelle cette idée l'**Axiome de non-existence**.

Sans cet axiome implicite, on ne se demanderait pas ici-bas si **Dieu existe** ou **pas**, s'il **existe** ou **non** d'autres planètes habitées par des êtres comme les humains, d'autres formes de vie, des extraterrestres, des anges, etc., et s'il existe d'autres **univers** que l'**univers** connu, etc. Toutes ces interrogations reposent sur l'**Axiome de non-existence**, l'idée donc que **Certaines choses n'existent pas**, sont **fausses**, **impossibles**, etc., étant entendu que l'on parle de l'**existence absolue**.

Mais cet **Axiome de non-existence**, n'est vrai que si l'on parle de l'**existence relative** et pas **absolue**, c'est-à-dire l'**existence** limitée à un contexte donné. Par exemple, dire que **Certaines choses n'existent pas dans notre monde**, dans notre **galaxie**, dans notre **univers**, etc.. Ou de dire que **Certaines choses ne sont pas vraies dans notre monde**, dans notre **galaxie**, dans notre **univers**, etc., n'y sont pas **possibles**. Là il s'agit d'une **vérité**, car l'**existence** dont on parle est **relative**, **contextuelle**, et non pas **absolue**.

Mais dès que l'**Axiome de non-existence** porte sur l'**existence absolue**, il est alors **faux**, **archi-faux**, et on va démontrer pourquoi. Et par conséquent, c'est son contraire qui est vrai, et son contraire est l'idée que **Toute chose existe**, à comprendre : **Toute chose existe dans l'absolu**, ou **Toute chose est vraie dans l'absolu**, **toute chose est possible dans l'absolu**. Et chaque fois donc que l'on dit « **dans l'absolu** », on peut remplacer par « **dans l'Univers TOTAL** », car c'est précisément lui l'**Absolu** lui-même. L'idée est ce que nous nommons le **Théorème de l'Existence**, ou la **Loi de la Réalité TOTALE**, ou encore la **Loi de la Vérité TOTALE**, ou encore la **Loi de la Possibilité TOTALE**, etc.

Mais comment prouver que l'**Axiome de non-existence** (étant entendu qu'on parle de **négation absolue d'existence**) est **faux** ? C'est le **formalisme** qui permet de le prouver, l'analyse d'**énoncés formels**. Posons quelques bases du concept d'**énoncé formel** avec l'exemple de la **formule** de l'**axiome de l'ensemble des parties**: $\forall x\ \exists y\ \forall z\ (z \in y \Leftrightarrow z \subset x)$.
Il s'agit d'une **formule** de **théorie axiomatique des ensembles**.

Dans cette formule, le symbole « ∀ » est appelé le **quantificateur universel**, il se lit : « **Tout**» ou « **Pour Tout**» ou « **Quel que Soi**t». Et le symbole « ∃ » est appelé le **quantificateur existentiel**, il se lit : « **Il existe**».

Donc « $\forall x$ » se lit : « **Tout x**» ou « **Pour Tout x**» ou « **Quel que Soit x**». Et « $\exists y$ » se lit : « **Il existe y**». Comme l'**Univers du discours** de la formule précédente est l'**Univers des ensembles**, la formule «$\forall x\ \exists y\ \forall z\ (z \in y \Leftrightarrow z \subset x)$ » se lit : « **Pour tout ensemble x, il existe un ensemble y, tel que pour tout ensemble z, z est élément de y si et seulement si z est inclus dans x**». Et « **z est inclus dans x** » peut se dire aussi « **z est une partie de x** » ou **z est un sous-ensemble de x** ». On est en train de dire ici que **quel que soit l'ensemble x, il existe un ensemble y qui est l'ensemble de toutes les parties z de x**.

Et la formule : $\exists x\ \forall y\ (y \notin x)$, est celle de l'**axiome de l'ensemble vide**, qui se lit : «**Il existe un ensemble x, tel que pour tout ensemble y, y n'est pas élément de x** », autrement dit : «**Il existe un ensemble x n'ayant aucun élément y**», ou plus simplement : «**Il existe un ensemble n'ayant aucun élément**», donc : «**Il existe un ensemble vide**».

Nous pouvons appliquer ce formalisme axiomatique aux **ensembles universels**, autrement dit quand l'**Univers du discours** est l'**Univers des ensembles universels**, autrement dit l'**Univers des choses**, qui est par définition l'**Ensemble de toutes les choses**, ou **Univers TOTAL**, le plus grand **Univers du discours** que l'on puisse avoir, le plus grand **Univers** tout simplement. Dans ce cas, les **variables x, y, z**, etc., s'interprètent comme « **choses** » ou « **ensembles universels** ». Les formules précédentes gardent le même sens, sauf que là où on disait « **ensemble** » il faut dire « **chose** » ou « **ensemble universel** ».

On peut garder simplement le mot « **ensemble** » mais à condition de comprendre que « **toute chose est un ensemble** » ou que par « **ensemble** » il faut entendre « **chose** ». Jusque là, c'est juste une question de vocabulaire, ce qui signifie que les **formules spéciales** dont nous allons parler à présent auraient pu être retenues dans les **classiques théories des ensembles**, au lieu donc des **axiomes** classiques, et alors la classique **théorie des ensembles**, comme **ZF** par exemple, se transforme en **Théorie universelle des ensembles**, ou **Science de l'Univers TOTAL**.

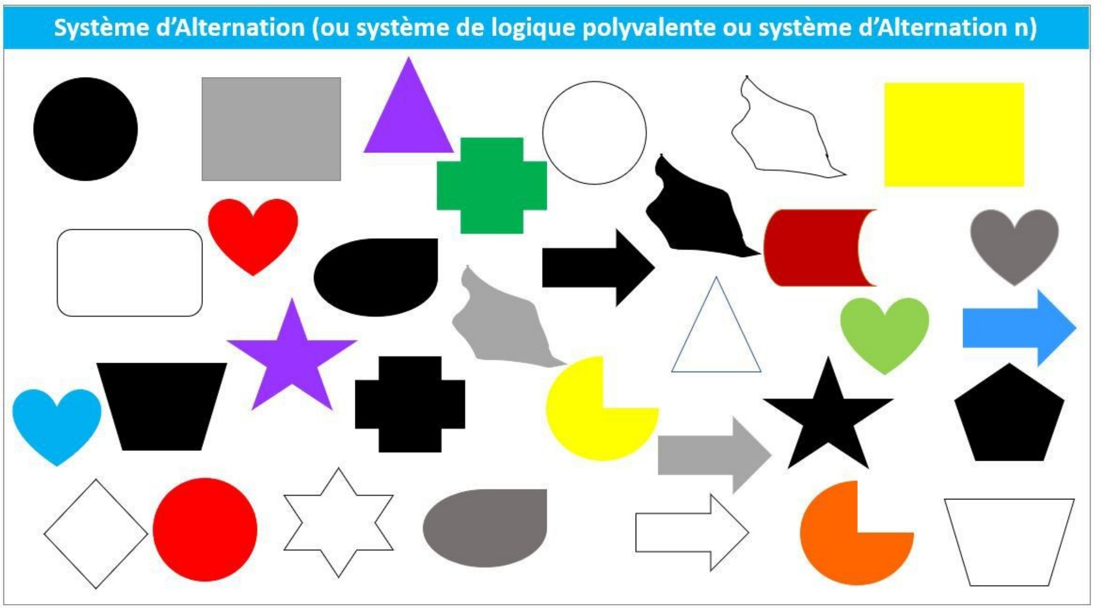
Les **formules spéciales** en question qui font changer de paradigme sont l'**Axiome de non-existence** et son contraire le **Théorème de l'Existence**. Il s'agit de démontrer la **fausseté formelle** (ou **absolue**) du premier et la **véracité formelle** (ou **absolue**) du second.

Avec les formules classiques, l'**Univers du discours**, l'**Univers des ensembles** donc, que l'on va noter **U**, n'intervient pas explicitement dans les **formules**. Or il y intervient bel et bien, mais implicitement.

Par exemple, en interprétant « ∀**x** » par: « **Tout x**» ou « **Pour tout x**» ou « **Quel que soit x**», on est en train de dire : « **Tout ensemble x**» ou « **Pour tout ensemble x**» ou « **Quel que soit l'ensemble x**», autrement dit : **Tout élément x de U**» ou « **Pour tout élément x de U**» ou « **Quel que soit l'élément x de U**», en abrégé « **∀x ∈ U** ».

De même «**∃x**» ou « **Il existe x** » veut dire en fait «**∃x ∈ U**» ou « **Il existe un ensemble x** » ou « **Il existe un élément x de U**».

Cela signifie que le **langage des ensembles** s'applique à l'**Univers du discours U** lui-même, qui d'un point de vue formel n'est qu'un **ensemble** particulier. Et justement c'est là un des problèmes de paradigme, car avec la **logique de Négation**, considérer **U** comme un **ensemble** cause un **paradoxe**, l'un des **paradoxes** de la théorie de Cantor, qui est le **paradoxe** de l'**ensemble de tous les ensembles**, que je nomme aussi le **paradoxe de l'ensemble plein**, ou le **paradoxe de l'Oméga**, l'**ensemble vide** étant l'**Alpha**. Mais il suffit à présent de changer de logique, de passer à l'**Alternation**, et les paradoxes disparaissent. La **logique d'Alternation** est comme si, au lieu de raisonner en **Noir ou Blanc**, on raisonnait en **Couleur**, et avec **toute l'infinité des couleurs** :



Dans cette logique, les **couleurs ne se nient plus**, mais elles sont juste **différentes** ! Tout au plus deux couleurs peuvent être dites **contraires**, comme par exemple le **blanc** et le **noir**, le « **vrai** » et le « **faux** » de la nouvelle logique. Mais il y a aussi le **gris**, qui représente le « **vrai ET faux** », et il y a une infinité de **couleurs**, comme le **bleu** par exemple, qui sont « **ni vraies ni fausses** ». Bref, en **logique d'Alternation**, toute **couleur** ou **valeur de vérité** est juste une **alternative**, et **toutes les alternatives existent**, et sont aussi **vraies** les unes que les autres. Rien que d'avoir dit ce qu'on vient de dire c'est énoncer une formulation du **Théorème de l'Existence** !

Avec le **formalisme** classique, les **quantificateurs** « ∀ » ou « ∀**x** », et « ∃ » ou « ∃**x** », sont juste des symboles arbitraires, tandis que dans la nouvelle logique ce sont des **expressions spéciales** en relations avec l'**Univers du discours U**.

Ainsi, le **quantificateur universel** « ∀ » n'est rien d'autre que l'**Univers du discours U** lui-même, de sorte que le symbole « ∀ » devient inutile. Autrement dit, par « **U** » on entend « **Tout** » ou « **Univers** », donc l'écriture « **Ux** » s'interprète comme « **Tout x** » ou « T**out ensemble x** », ou « **Tout élément x de U** ».

De même, le **quantificateur existentiel** «∃» remplace simplement l'écriture «∈ **U**», qui se lit : «**existe dans U**» ou «**appartient à U**» ou «**est élément de U**». Donc «**∃x**» remplace «**x ∈ U**», qui se lit : «**x existe dans U**» ou «**x appartient à U**» ou «**x est élément de U**» ou simplement « **x existe** », ce qui fait donc que le symbole «∃» devient lui aussi redondant.

Avec ces nouvelles redéfinitions des **quantificateurs**, la **formule** de l'**axiome de l'ensemble des parties**, «**∀x ∃y ∀z (z∈y ⇔ z ⊂ x)** », s'écrit désormais : «**Ux (y∈U) Uz (z∈y ⇔ z ⊂ x)** ».

Bien sûr, c'est moins compact, mais cela a plus de sens. Le but n'est pas tellement d'éliminer les symboles habituels des **quantificateurs**, « ∀ » et «∃», mais de comprendre leur sens absolu, de sorte qu'on puisse les remplacer par ces sens au besoin, ce que nous allons faire bientôt.

De même, la **formule** de l'**axiome de l'ensemble vide**, « **∃x ∀y (y ∉ x)**» , s'écrit désormais : «**(x∈U) Uy (y ∉ x)** ».
Ceci étant clarifié, l'**Axiome de non-existence**, qui dit que **Certaines choses n'existent pas**, s'écrit avec les symboles de **quantificateurs** habituels : « **∃x (x ∉ U)**», ce qui se lit : « **Il existe une chose x telle que x n'existe pas dans U**», ou : « **Il existe une chose x telle que x n'existe pas dans l'Ensemble de toutes les choses**», ou plus simplement : « **Il existe une chose x qui n'est pas une chose**», ou encore : « **Il existe un ensemble x qui n'est pas un ensemble**» ou simplement : « **Il existe un ensemble qui n'est pas un ensemble**». Et alors le **paradoxe** ou la **fausseté** qu'est cet **axiome**, quand on le soumet à la rigueur du **formalisme**, est immédiat ! Puisque, par « **Certaines choses n'existent pas** », on est simplement en train de dire : «**Il existe des choses qui n'existent pas** », ou encore : « **Il existe au moins une chose qui n'existe pas** ». On affirme donc une **existence** pour la **nier** juste après !

Le paradoxe est encore plus flagrant quand on exprime l'axiome avec la nouvelle redéfinition des quantificateurs. Il s'écrit alors : «**(x∈U) (x ∉ U)**». Autrement dit donc : « **x existe dans U tel que x n'existe pas dans U**», ou : « **x existe tel que x n'existe pas**».

L'**Axiome de non-existence** étant clairement **faux** (étant entendu que pour cette démonstration on raisonne pour l'instant en **logique binaire** ou **Alternation 2** ou **logique classique**), c'est donc son contraire qui est vrai, et son contraire est, avec les symboles de **quantification** habituels, la formule : « **∀x (x∈U)**», ou : « **Ux (x∈U)**». C'est cette **formule** que j'appelle le **Théorème de l'Existence** ou la **Loi de la Réalité TOTALE** :

Comment l'**Axiome de non-existence** se traduit quand l'**Univers du discours** est l'**ensemble** $\mathcal{OP}$ de toutes les **expressions opérationnelles** ou **formules** ? Très simple: c'est l'idée que « **Certaines expressions opérationnelles ou formules ne seraient pas valides** ». Autrement dit, c'est le fait de faire un **formalisme** dans lequel on se fatigue avec des **règles de déductions** permettant de dire quelles **expressions opérationnelles** sont **valides** ou **non**, ou quelles **formules** sont des **théorèmes** ou **non**. La seule **formule** qui n'est pas un **théorème** c'est celle qui dit qu'**il existe des formules qui ne sont pas des théorèmes**. Autrement dit, c'est la formule: « **$\exists x\ (x \notin U)$**» ou : «**$(x\in U)\ (x \notin U)$**», si c'est la **Négation** qui est sous-entendue dans l'écriture « $\notin$ », c'est-à-dire si elle signifie: « **non-élément de** ». Mais si elle n'exprime pas une **négation** mais juste le **contraire**, cette formule « **$\exists x\ (x \notin U)$**» ou : «**$(x\in U)\ (x \notin U)$**» est **valide** aussi, comme toutes les autres. Autrement dit, si l'écriture « $\notin$ » ou «**$(x \notin U)$** » est juste comme la **couleur noire** dans toute l'**infinité de couleurs**, et l'écriture «$\in$» ou : «**$(x\in U)$**» étant comme la **couleur blanche**, alors la formule « **$\exists x\ (x \notin U)$**» ou : «**$(x\in U)\ (x \notin U)$**» est juste comme une formule de **couleur grise**.

Notre approche formelle repose donc sur la logique supérieure qu'est la **logique d'Alternation**, car aussi son paradigme est supérieur, à savoir donc l'**Univers TOTAL**. La méthodologie s'appelle alors la **théorématique**, car elle ne repose pas sur des **axiomes**, mais sur un **théorème**, le **Théorème de l'Existence**, qui dit : « **Toute chose existe** ». Quand l'**Univers du discours** est $\mathcal{OP}$, l'**Univers** des **expressions opérationnelles** (une autre manière de parler de l'**Univers TOTAL**), le **Théorème de l'Existence** revient à dire : « **Toute expression opérationnelle est valide**» ou « **Toute formule est vraie** ».

On se donne donc **toutes** les **expressions opérationnelles**, mais rien ne nous empêche de nous intéresser plus spécialement à certaines **expressions opérationnelles**, ce qui ne signifie pas du tout que les autres seraient invalides.

On s’intéresse donc plus particulièrement aux **expressions opérationnelles** que sont les **caractères**, les **symbole**, les **assemblages** de **caractères** ou de **symboles**. Comme par exemple les **caractères** de l’**Unicode**, qui rassemble tous les **alphabets** du monde, tous les **caractères**, tous les **symboles** ou **signes**. En ce sens par exemple, tous les **mots** de ce livre sont des **expressions opérationnelles**, toutes les **phrases**, tous les **paragraphes**, tout le **texte**.

Plus particulièrement encore, on s’intéresse aux **expressions opérationnelles** qui reposent sur les **hyperopérateurs** $\mathbf{H^n}$ et leurs **réciproques** $\mathbf{H^{n*}{}_d}$ (**réciproque droite**) et $\mathbf{H^{n*}{}_g}$ (**réciproque gauche**). Signalons que les notations ne sont pas toujours homogènes avec les livres précédents et entre ceux-ci (mea culpa...). Ceci dit, voici donc la nomenclature des premiers **hyperopérateurs**:

Hyper-opérateurs		Symboles et nom usuels		Définition et exemples avec la base 10
$\overset{0}{H}$	Hener Ohener	$+$	Addition	$10 \overset{-1}{H} 10 = 10 \overset{0}{H} 2$ ou: $10 \oplus 10 = 10 + 2$
$\overset{1}{H}$	Uhener	$\times$	Multiplication	$10 \overset{0}{H} 10 = 10 \overset{1}{H} 2$ ou: $10 + 10 = 10 \times 2$
$\overset{2}{H}$	Bihener	$\wedge$ $\uparrow$	Exponentiation Puissance	$10 \overset{1}{H} 10 = 10 \overset{2}{H} 2$ ou: $10 \times 10 = 10 \wedge 2 = 10^2$
$\overset{3}{H}$	Cihener	$\wedge\wedge$ $\uparrow^2$	Tétration	$10 \overset{2}{H} 10 = 10 \overset{3}{H} 2$ ou: $10 \wedge 10 = 10 \wedge\wedge 2 = 10 \uparrow^2 2$
$\overset{4}{H}$	Dihener	$\wedge\wedge\wedge$ $\uparrow^3$	Pentation	$10 \overset{3}{H} 10 = 10 \overset{4}{H} 2$ ou: $10 \wedge\wedge 10 = 10 \wedge\wedge\wedge 2 = 10 \uparrow^3 2$
...		...		...
$\overset{10}{H}$	Lihener	$\wedge\wedge\wedge\wedge\wedge\wedge\wedge\wedge\wedge\wedge$ $\uparrow^9$	Hendécation	$10 \overset{9}{H} 10 = 10 \overset{10}{H} 2$ ou: $10 \uparrow^8 10 = 10 \uparrow^9 2$; $10 \overset{10}{H} 10 =$ Haw (10)

La relation entre un **hyperopérateur** $\mathbf{H^n}$, encore noté $\uparrow^n$, et ses deux **réciproques droite** et **gauche**, $\mathbf{H^{n*}{}_d}$ et $\mathbf{H^{n*}{}_g}$, encore notés $\downarrow^n{}_d$ et $\downarrow^n{}_g$, est définie de la manière suivante :

$$\mathbf{x\ H^n\ y = z \quad \Leftrightarrow \quad x = z\ H^{n*}{}_d\ y \quad \Leftrightarrow \quad y = z\ H^{n*}{}_g\ x}.$$

Et de manière plus générale encore, soit un **symbole** quelconque **H**, appelé opérateur binaire. On lui associe deux symboles $\mathbf{H^*{}_d}$ et $\mathbf{H^*{}_g}$, appelés respectivement son **opérateur réciproque droit** et **gauche**.

On a :

$$\mathbf{x\ H\ y = z \quad \Leftrightarrow \quad x = z\ H^*{}_d\ y \quad \Leftrightarrow \quad y = z\ H^*{}_g\ x}.$$

On rappelle que dans le nouveau **Paradigme**, de même qu’une même **équation** peut avoir plusieurs **solutions**, un **ensemble de solutions** donc, de même un même **calcul** ou une même **opération** peut donner plusieurs **résultats**, un **ensemble de résultats** donc. Et un **ensemble**, même dit « **vide** », et noté **{ }**, possède un **élément spécial** appelé « **élément inexistant** » ou « **espace** », et noté **o**. C’est l’**élément** spécial de tout **ensemble** (au sens **universel** du terme **ensemble** maintenant, et non plus au sens **axiomatique** habituel) qui signifie : « **absence d’élément**». On l’appelle aussi l’« **élément**

vide », à ne surtout pas confondre avec l'« **ensemble vide** », qui est **∅** ou **0** ou **{ }** ou **{o}**, dans lequel **o** est précisément l'« **élément vide** » ou « **élément inexistant** » ou « **élément absent**» ou « **espace** ».

o est le **0 absolu**, appelé aussi l'**Omicron** ou le **petit 0** ou le **petit zéro** ou le petit **Alpha**, par opposition au **0 standard**, ou le **0 courant**, ou le **0 unital**, ou le **0** de **référence**, ou le **0 informationnel**, ou le **0 opérationnel**, qui est l'**ensemble vide**, noté simplement **0**.

Tout **ensemble**, quel qu'il soit, a comme **élément** le **zéro absolu**, et en l'occurrence c'est l'unique **élément** de l'**ensemble vide**, qui est **{o}** ou **{ }** ou **0** ou **∅** ou **O**. L'« **élément inexistant** » **o** est l'**élément par défaut** de tout **ensemble x**, **vide** ou non. En pratique et en règle générale, quand on parlera d'« **élément**» d'un **ensemble x**, on sous-entendra un **élément existant**, un **élément présent**, et l'**ensemble vide**, **{o}** ou **{ }** ou **0** ou **∅** ou **O**, est un tel **élément**, c'est le premier du genre

L'**inverse** de l'**Omicron o** ou **1/o** est l'**infini absolu**, noté **Ω**, et appelé le grand **Oméga**.

Mais en un sens plus restreint encore, nous appelons une **expression opérationnelle** tout **assemblage** formé en prenant comme **alphabet**:
→ les symboles spéciaux : **o, 1, v, Ω, ц**, où **v** est le symbole spécial représentant une **variable**;
→ les symboles des **hyperopérateurs** et leurs **hyperopérations réciproques** : l'**addition** $\mathbf{H^0}$ ou « + » et ses deux **opérations réciproques**, **droite** et **gauche** : $\mathbf{H^{0*}{}_d}$ et $\mathbf{H^{0*}{}_g}$, qui, en raison de la **commutativité** de l'**addition**, se confondent en une seule **opération** appelée la **soustraction**, « **–** »; la **multiplication** $\mathbf{H^1}$ ou « × » et ses deux **opérations réciproques**, **droite** et **gauche** : $\mathbf{H^{1*}{}_d}$ et $\mathbf{H^{1*}{}_g}$, qui, en raison aussi de la **commutativité** de la **multiplication**, se confondent en une seule **opération** appelée la **division**, « / »; l'**exponentiation** $\mathbf{H^2}$ ou « ^ » et ses deux **opérations réciproques**, **droite** et **gauche** : $\mathbf{H^{2*}{}_d}$ (**opération racine n-ième**) et $\mathbf{H^{2*}{}_g}$ (**opérations logarithmes**); la **tétration** $\mathbf{H^3}$ ou « ^^ » et ses deux **opérations réciproques**, **droite** et **gauche** :$\mathbf{H^{3*}{}_d}$ et $\mathbf{H^{3*}{}_g}$; la **pentation** $\mathbf{H^4}$ ou « ^^^ » et ses deux **opérations réciproques**, **droite** et **gauche** : $\mathbf{H^{4*}{}_d}$ et $\mathbf{H^{4*}{}_g}$, et ainsi de suite;

→ les **symboles parenthésiques** comme **()**, les **crochets []**, les **accolades {}**, etc., ainsi que des symboles représentant l'**espace**.

Etant donnée deux **expressions opérationnelles X** et **Y**, l'**assemblage X+Y** est une nouvelle **expression opérationnelle**, appelée l'**addition physique** de **X** et **Y**, ou la **concaténation** de **X** et **Y**. Dans ce cas, cet **assemblage** est simplement noté **XY**, à ne pas confondre avec la **multiplication** de **X** et **Y**, à savoir **X×Y**, habituellement noté **XY** aussi. Mais la **concaténation** de **X** et **Y**, à savoir **XY**, qui est donc en fait l'**assemblage X+Y**, consiste à écrire simplement **Y** à la suite de **X**.

En particulier donc, les **assemblages** : **X, XX, XXX, XXXX, XXXXX, …**, c'est-à-dire : **X, X+X, X+X+X, X+X+X+X, X+X+X+X+X, …**, sont des **expressions opérationnelles** appelées les **générescences** ou **informations unaires** d'**unit X**, ou simplement les **générescences** ou **informations unaires** de **X**.

Etant donné une **expression opérationnelle X**, l'**assemblage ω×X**, encore noté **X…**, à lire alors « **X GENER** », est appelée la **générescence infinie ω** de **X**. Intuitivement, cela représente l'**assemblage** : **XXX...X** ou **X+X+X+...+X**, où l'**expression opérationnelle X** est répétée **ω fois**, et on convient que **ω** représente un **nombre entier infini**, dont la définition est précisée par la notion de **nombre entier variable**.

L'**expression opérationnelle 1/v** est notée **ε**. Et l'**expression v^v** ou $\mathbf{v^v}$ est notée **w**. Et l'**expression 1/w** est notée **θ**. Et l'**expression w^w** ou $\mathbf{w^w}$ est notée **ω**. Et l'**expression 1/ω** est notée **0**.

Les **expressions opérationnelles** : **1, 11, 111, 1111, 11111, …**, sont respectivement notées **1, 2, 3, 4, 5, …**, et sont la définition des **nombres entiers naturels non nuls**. Ceux-ci définis, étant donnée n'importe quelle **expression opérationnelle X**, les **générescences** : **X, XX, XXX, XXXX, XXXXX, …**, ou: **X, X+X, X+X+X, X+X+X+X, X+X+X+X+X, …**, sont respectivement notées: **1×X, 2×X, 3×X, 4×X, 5×X, ...**, et on définit ainsi les **multiplications** des **nombres entiers naturels non nuls** par l'**expression opérationnelle X**.

On convient que l'**expression opérationnelle o×X** représente **o**, pour toute **expression opérationnelle X**, excepté le cas où **X** est l'**unix ц**, où **o×ц** représente alors **ц**. De manière très générale, on convient que toute **expression opérationnelle** dans laquelle figure au moins une occurrence de **ц**, représente **ц**. On dit que l'**unix ц** est **invariant** pour toute **opération**. Autrement dit, il est l'**élément absorbant** ou **neutralisant** pour toute **opération**.

On peut aussi à présent définir les **expressions opérationnelles**: **…, ω–5, ω–4, ω–3, ω–2, ω–1, ω**.
Et on convient alors que les **expressions opérationnelles** :
o, 0, 00, 000, 0000, 00000, …, 1, 2, 3, 4, 5, …, ω–5, ω–4, ω–3, ω–2, ω–1, ω, ou :
o, 1×0, 2×0, 3×0, 4×0, 5×0, …, 1, 2, 3, 4, 5, …, ω–5, ω–4, ω–3, ω–2, ω–1, ω,
sont à prendre dans cet **ordre**.

En particulier on a la liste: **o, 1, 2, 3, 4, 5, …, ω–5, ω–4, ω–3, ω–2, ω–1, ω**,
appelée les **nombres entiers oméganaturels** d'**horizon infini ω**.
Mais on accordera plus particulièrement l'attention à la liste :
o, 1, 2, 3, 4, 5, …, v–5, v–4, v–3, v–2, v–1, v,
qui sont les **nombres entiers oméganaturels** d'**horizon infini v**.
De manière générale, étant donnée une **expression opérationnelle X** appelée un **nombre entier oméganaturel infini**, la liste des **nombres entiers oméganaturels** d'**horizon infini X** est :
o, 1, 2, 3, 4, 5, …, X–5, X–4, X–3, X–2, X–1, X.

L'**expression opérationnelle o** est appelée le **0 absolu**, et l'**expression opérationnelle Ω** est appelée l'**infini absolu**. La liste des **nombres entiers oméganaturels** d'**horizon infini X** est donc:
o, 1, 2, 3, 4, 5, …, Ω–5, Ω–4, Ω–3, Ω–2, Ω–1, Ω.
Intuitivement, il s'agit de la liste de tous les **ordinaux**. On convient alors que **o** et **Ω** sont le même objet, ce qui instaure ce que nous appelons le **Cycle Ω**, ou le **Cycle Oméga**, ou l'**Omégacycle**.

A noter que cette importante notion d'**Omégacycle** (qui est la clef de la notion de **corps omégacyclique**) supprime de fait le **paradoxe du dernier ordinal**, puisque ce **dernier ordinal**, **Ω** donc, est le même objet que le **premier ordinal**, à savoir **o**. Du coup, la notion de **successeur de Ω**, à savoir **Ω+1** (qui serait paradoxal sans le **Cycle**, puisqu'il arrive après ce qui est censé être le **dernier ordinal**, à savoir **Ω**), est le même objet que **1**, et **Ω+2** ou **Ω+1+1**, est le même objet que **2**, et **Ω+3** ou **Ω+1+1+1**, est le même objet que **3**, etc.

On note que nous avons à plusieurs reprises utilisé l’idée de « **même objet que...** », qui est l’expression d’une **relation d’égalité**, et aussi l’idée de « **à prendre dans cet ordre** », qui est l’expression d’une **relation d’ordre**. Il nous faut donc étendre la notion d’**expression opérationnelle** avec la notion d’**énoncé opérationnel**, qui intègre la notion de **relation**, et en particulier de **relation binaire**.

Et nous appelons un **énoncé opérationnel** un **assemblage** où figurent des **expressions opérationnelles** et au moins un signe de **relation binaire**, notamment les **relations** d’**identité** : « = », « == », « === », « ==== », etc., ou d’**équivalence** : « ≡», « ≡≡», « ≡≡≡», « ≡≡≡≡», etc., ou d’**ordre** : « < », « << », « <<< », « <<<< », …, « > », « >> », « >>> », « >>>>», etc.

Les symboles d’**identité** ou d’**équivalence** servent à exprimer les **relations d’équivalence** dans les **expressions opérationnelles**, à dire quelles **expressions** nous décidons de voir comme la **même expression** ou comme des **expressions équivalentes**.

Par exemple, pour deux **expressions opérationnelles X** et **Y**, décider que les **expressions** « **X+Y** » et « **Y+X** » sont **équivalentes**, ce qu’on écrira par exemple : **X+Y = Y+X**. Ceci définit la **commutativité** de l’**addition**, pour la **concaténation** des **expressions opérationnelles**.

Et on décide aussi que pour trois **expressions X**, **Y** et **Z**, on a : **(X + Y) + Z = X + (Y + Z)**, ce qui définit l’associativité de l’addition des **expressions opérationnelles**.

On décide que l’**Omicron o** est l’**élément neutre** de l’**addition** des **expressions opérationnelles**. Pour toute **expression opérationnelle X**, on a : **X + o = o + X = X**.

De même pour la **multiplication**, ×, elle est **commutative**, **associative**, et **1** est l’élément neutre de la **multiplication**:
X×Y = Y×X
(X×Y)×Z = X × (Y × Z)
X × 1 = 1 × X = X.

On décide aussi que toute **expression opérationnelle** de la forme « **v(X)** », où **X** est n’importe quelle **expression opérationnelle**, désigne **X**. Autrement dit : **v(X) = X**. Donc en particulier : **v(o) = o**, **v(1) = 1**, **v(2) = 2**, **v(3) = 3**, etc. Pour cette raison, on dit que **v** est l’**application varid**, de « **variable** » (car **v** est la **variable canonique**) et « **identité** » (car **v** joue le rôle de l’**application Identité**, souvent notée **I** ou **Id**, telle que: **I(X) = Id(X) = X**).

Nous pouvons à présent exprimer aussi par exemple l’idée que « **o et Ω sont le même objet**» par l’**énoncé opérationnel** : « **o = Ω** ». Et aussi l’idée que « **1 et Ω+1 sont le même objet**» par l’**énoncé opérationnel** : « **1 = Ω +1** ». Et de même : « **2 = Ω +2** », etc.

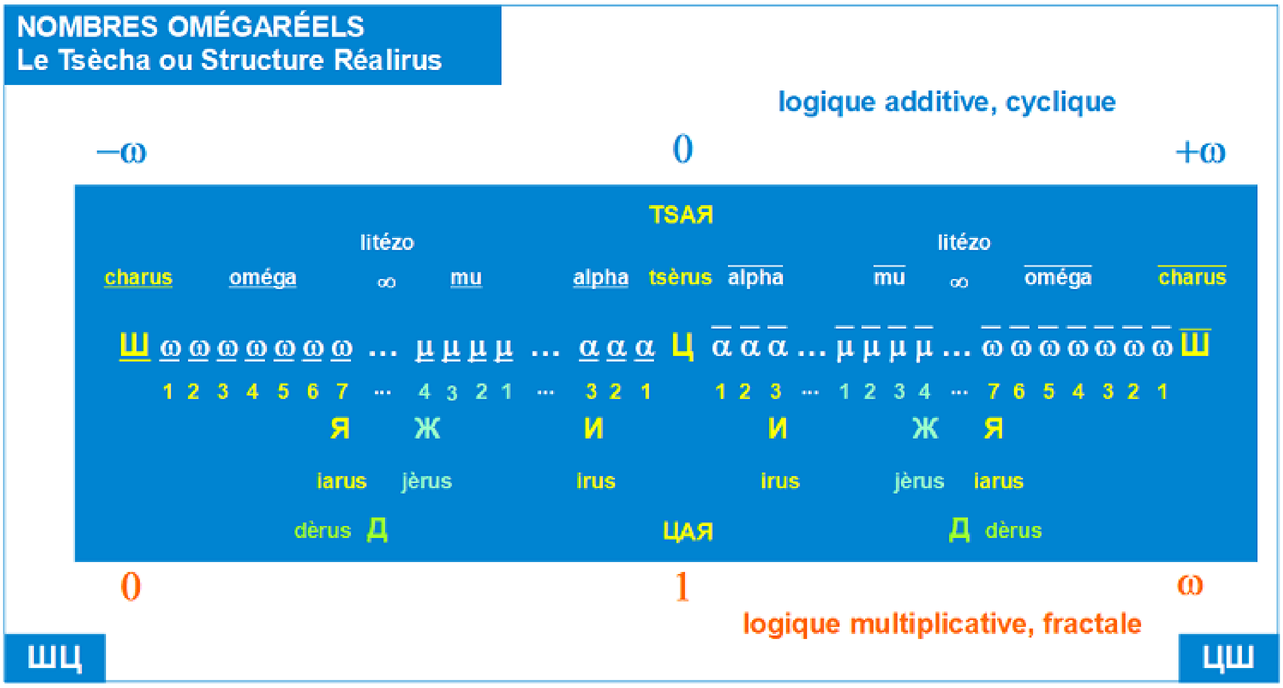
Et de manière générale, pour toute **expression opérationnelle X**, on pose : « **X = Ω +X** ». Une manière de dire que **Ω**, comme **o**, est lui aussi un **élément neutre de l’addition**. On a l’habitude du **zéro absolu** comme **élément neutre de l’addition**, voici donc l’**infini absolu** dans le même rôle.

Et l’idée de l’**unix ɥ** est simplement de définir un objet qui est **invariant** pour toute **opération** effectuée avec lui. Et évidemment l’objet que nous caractérisons ainsi de manière **opérationnelle** est l’**Univers TOTAL, l’Alpha et l’Oméga**, autrement dit qui est le **Grand TOUT** et à la fois

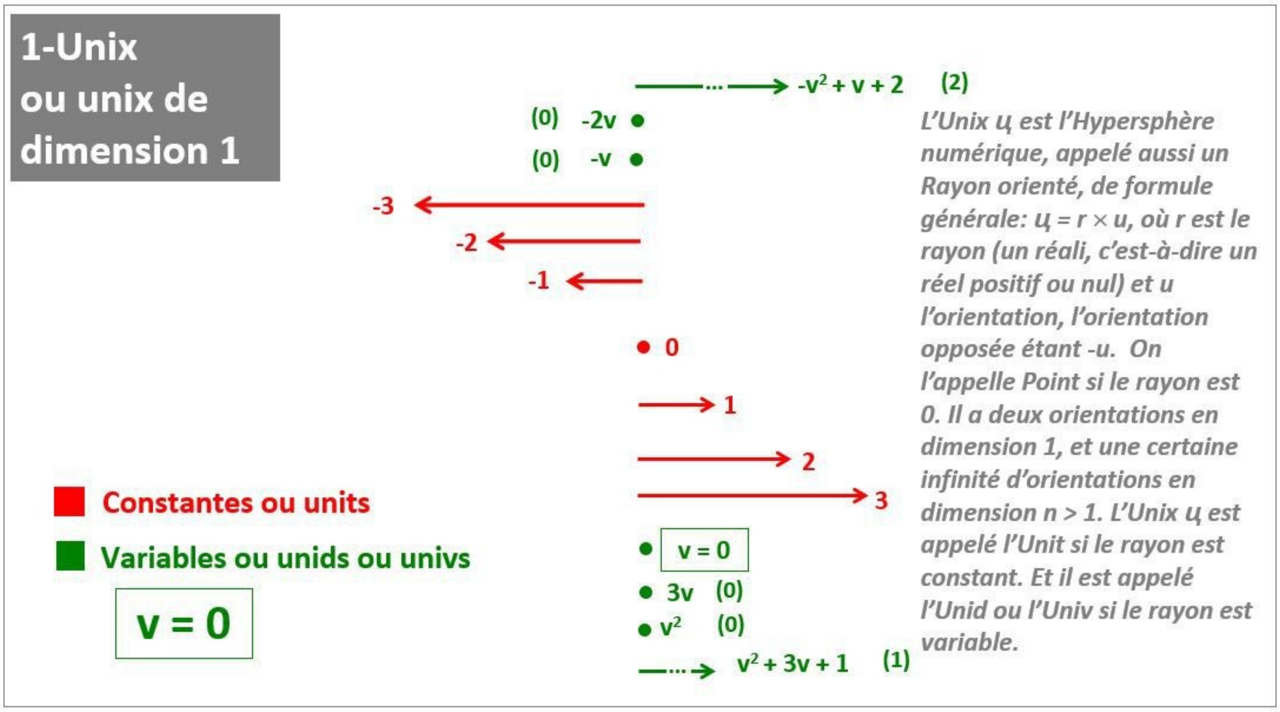
toute chose et tout être. Par conséquent, **toute opération** donne comme **résultat** l'**Univers TOTAL**, puisqu'il est **toute chose**. Et même l'**absence de résultat** ou d'expression est une **chose**, et l'**Univers TOTAL** est aussi cette **chose**.

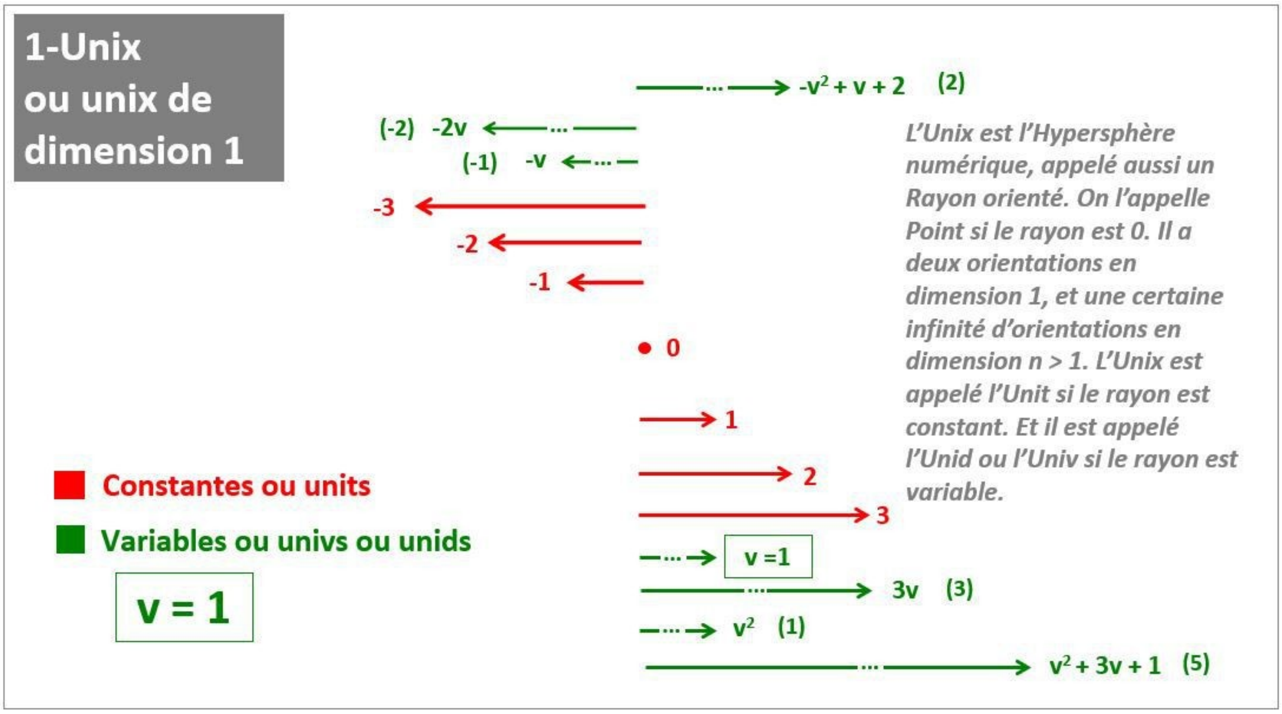
On décide donc que toute **expression opérationnelle X** ayant au moins une occurrence de l'**unix ц**, est équivalente à **ц**. Autrement dit, c'est l'**élément absorbant** ou **neutralisant** dans toute **expression opérationnelle**. Mais nous utiliserons souvent l'**unix ц** en un sens plus restreint, c'est-à-dire ayant un **pouvoir absorbant** ou **neutralisant** plus limité.

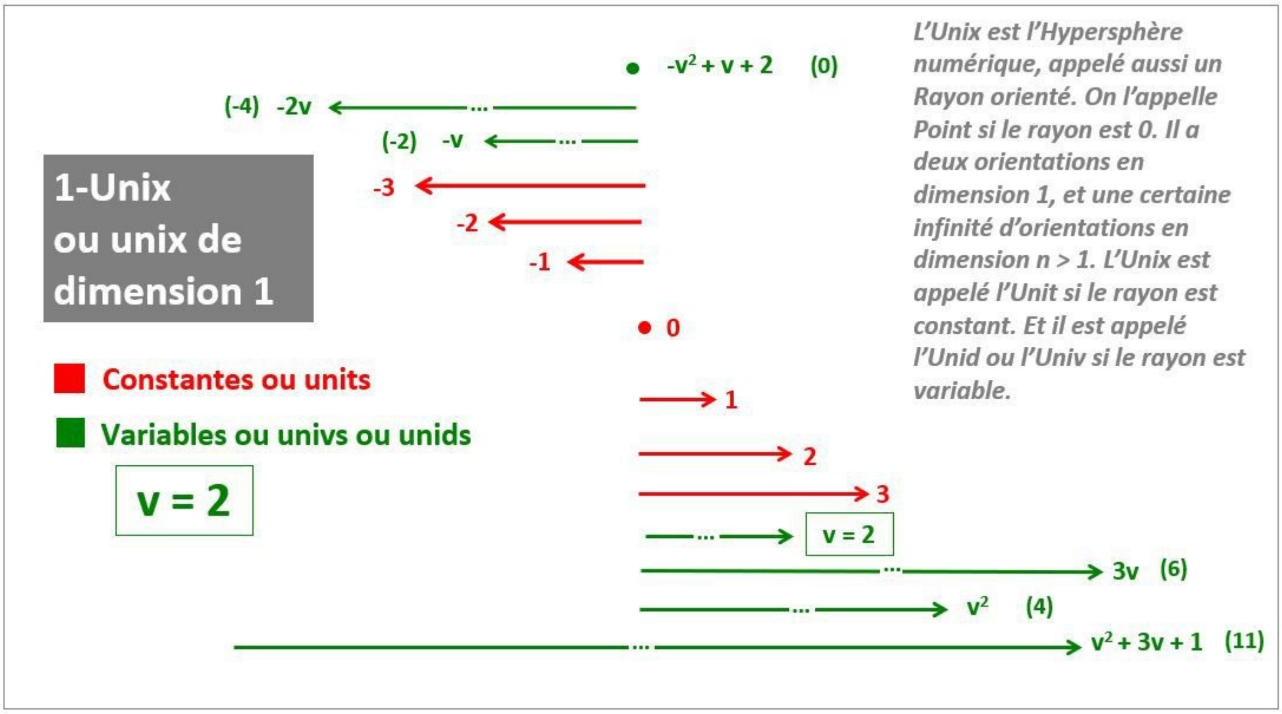
Nous avons utilisé la lettre russe (ou plus exactement cyrillique) **ц** dans les livres précédents, notamment dans le livre d'avant: Conception générative des entiers, structure réalie, avec un autre sens, en l'occurrence dans le **Tsècha**, où il jouait le rôle de **nombre central**, qui est le **0** en **symétrie additive** (l'**élément neutre de l'addition**), et le **1** en **symétrie multiplicative** (l'**élément neutre** de la **multiplication**) :



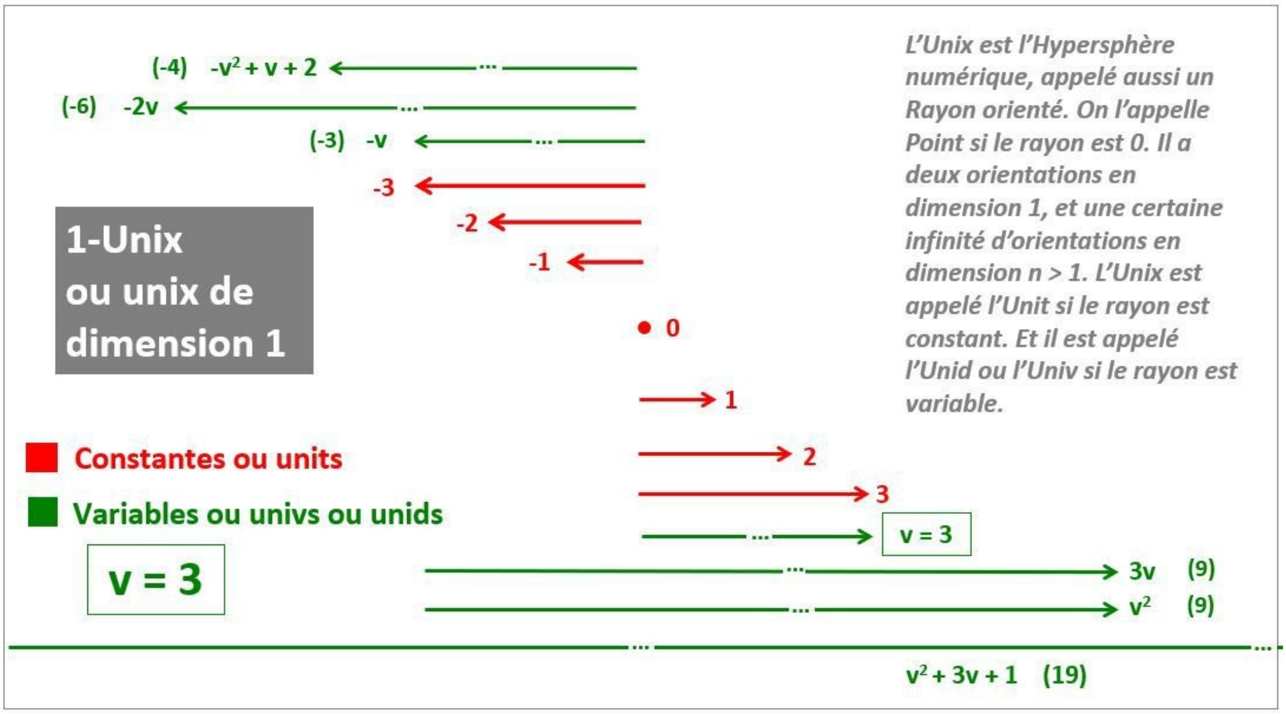
L'image ci-dessous et les suivantes illustrent d'une autre façon le concept fondamental de la **Science de l'Univers TOTAL** qu'est l'**Unix**. C'est une autre manière de décrire techniquement la nature, la logique et le fonctionnement de l'**Univers TOTAL**, l'**Univers-DIEU**, l'**Alpha** et l'**Oméga**, en relation aussi avec la notion de **variable** et de **constante**. L'approche adoptée, et qui rejoint la précédente, est celle d'**Hypersphère**.


1-Unix
ou unix de
dimension 1
-v² + v + 2 (2)
(0) -2v
(0) -v
-3
-2
-1
0
1
2
3
v = 0
3v (0)
v² (0)
v² + 3v + 1 (1)
Constantes ou units
Variables ou unids ou univs
v = 0
L'Unix ц est l'Hypersphère numérique, appelé aussi un Rayon orienté, de formule générale: ц = r × u, où r est le rayon (un réali, c'est-à-dire un réel positif ou nul) et u l'orientation, l'orientation opposée étant -u. On l'appelle Point si le rayon est 0. Il a deux orientations en dimension 1, et une certaine infinité d'orientations en dimension n > 1. L'Unix ц est appelé l'Unit si le rayon est constant. Et il est appelé l'Unid ou l'Univ si le rayon est variable.


1-Unix
ou unix de
dimension 1
-v² + v + 2 (2)
(-2) -2v
(-1) -v
-3
-2
-1
0
1
2
3
v =1
3v (3)
v² (1)
v² + 3v + 1 (5)
Constantes ou units
Variables ou univs ou unids
v = 1
L'Unix est l'Hypersphère numérique, appelé aussi un Rayon orienté. On l'appelle Point si le rayon est 0. Il a deux orientations en dimension 1, et une certaine infinité d'orientations en dimension n > 1. L'Unix est appelé l'Unit si le rayon est constant. Et il est appelé l'Unid ou l'Univ si le rayon est variable.



Plus techniquement, l'**Unix** est l'**Hypersphère** toutes **dimensions** confondues, tous **rayons** confondus, les **rayons** pouvant être **constants** ou **variables**. Autrement dit, c'est l'**Ensemble de toutes les hypersphères**, de tous les **rayons**, **constants** comme **variables**.



On parle d'**unit** si le **rayon** est **constant**, et d'**unid** ou **univ** si le **rayon** est **variable**. Tout type de **nombre**, **réel**, **complexe** ou autre, toute notion **arithmétique**, **algébrique**, **analytique**, **géométrique**, **topologique**, etc., tout type d'**ensemble**, toute **chose** de l'**Univers TOTAL**, peut être définie avec le concept d'**expression opérationnelle**. De même aussi avec le concept d'**Unix**.

L'**Unix** de **dimension 0**, que l'on convient qu'il est aussi de **rayon 0** (on parle du **0 absolu**, noté aussi **o**) est ce **0** lui-même, appelée aussi **point absolu** ou l'**ensemble vide absolu**. L'**Unix** est le **Rayon orienté**, et on convient que l'**Unix** de **dimension 0** a toutes les **orientations**.

L'**Unix** de **dimension 1** est appelé **segment**. Si la **longueur** (ou le **rayon**) du **segment** est **nulle**, on se ramène au cas de la **dimension 0**.

Le **segment** de **rayon constant** est appelé le **1-unit**, et il est appelé **1-unid** ou **1-univ** si le **rayon** est **variable**. Étant entendu que le **rayon constant** est un cas particulier de **rayon variable**, puisque toute grandeur **variable**, à une étape particulière de sa **variation** a une **valeur constante**.

Par exemple, si **v** est une **variable**, et si l'on dit : **v = 3**, cela signifie que **v** est considérée à une étape de sa **variation** où elle prend pour **valeur** la **constante 3**. Quand donc la **variable v** est considérée uniquement à l'étape où elle a cette **valeur constante**, elle est donc une **constante**. De sorte qu'on peut définir une **constante** comme étant une **variable** à une certaine étape de sa **variation**. Les **constantes** sont donc des cas particuliers de **variables**.

Et on verra avec la notion de **potenciel** que tout ensemble **K** peut servir d'**ensemble** de **constantes**. Et en particulier tout **ensemble K** dont les éléments sont des **variables**, ou comprenant des **variables** et des **constantes**, comme par exemple : $\mathbf{K = \{-5, 0, 1, 2, 7, v, 3v, v^2, 4v^3\}}$, peut être appelé **ensemble** de **constantes** selon un autre sens de notion de **constantes**.

On appelle une **droite** ou « **segment infini** » tout **segment** de **rayon variable**, qui finit par être plus grande que la **longueur** de tout **segment constant** donné à l'avance. Et tout **segment**, **fini** ou **infini**, **constant** ou **variable**, possède deux **orientations**, généralement appelées l'**orientation positive (+)** et l'**orientation négative (-)**, mais nous préférons dans ce cas qualifier d'**anitive** et d'**antitive : ANI** pour **(+)** ou **(+1)** et **ANTI** pour **(-)** ou **(-1)**.

De manière générale, pour un **entier n** > **0**, l'**unix ц** de **dimension n** est de la forme: **ц = {r × u}**, où **r** est un **réali** (c'est-à-dire un **nombre réel positif ou nul**) appelée le **rayon** de l'**unix**, et où **u** est une **orientation** de **dimension n**. La notation **{r × u}** signifie que l'on parle de l'**ensemble de toutes les orientations en dimension n du rayon r**. Pour une **orientation u** donnée, le **produit r × u** est appelé un **rayon orienté**, en l'occurrence le **rayon r d'orientation u**. On l'appelle aussi un **nombre orienté** (la généralisation de la notion de **nombre complexe**) ou encore un **vecteur**. Et le rayon r est alors appelé aussi le **module** du **nombre orienté** ou du **vecteur r × u**.
Et on note : **|r × u| = ray(r × u) = r**, et **orien(r × u) = u**,
pour dire donc que le **rayon** ou **module** ou **valeur absolue** de **r × u** est **r**, et que son **orientation** est **u**.

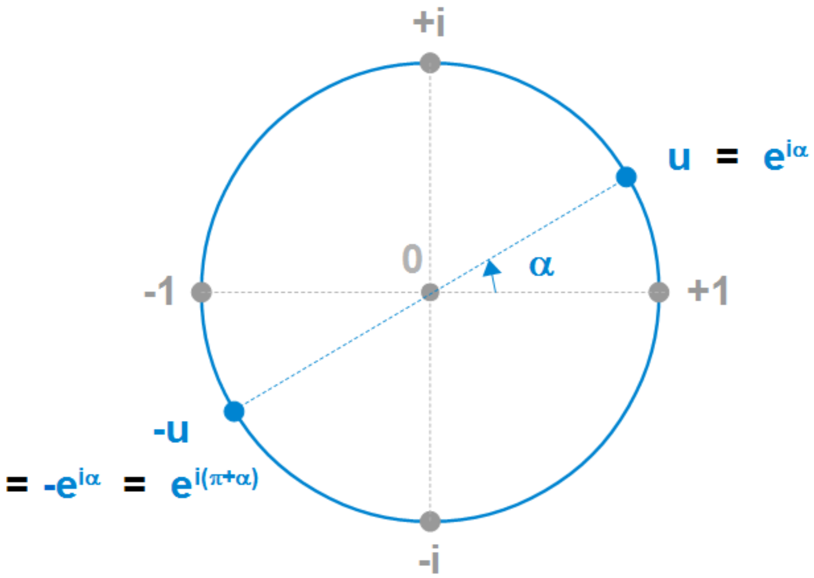
En particulier, on a :
|1 × u| = ray(1 × u) = |u| = ray(u) = 1,
et: **orien(1 × u) = orien(u) = u**.
Les **orientations** sont donc les **nombres orientés de rayon 1**.

Par abus, on assimilera l'**unix ц = {r × u}** avec le **nombre orienté r × u**, qui est l'un des **éléments** de l'**ensemble** qu'est l'**unix ц**. Cette assimilation a pour but juste de dire que le **nombre orienté r×u** est l'**élément générique** de l'**unix ц**.

En **dimension n = 1**, **u** a deux valeurs possibles, **ANI** ou **(+1)** et **ANTI** ou **(-1)**. Et pour tout **n ≥ 1**, et pour toute **orientation u** de **dimension n**, il y a l'**orientation opposée -u**, de **dimension n** aussi, et le **couple** d'**orientations {u, -u}**, ou **{+u, -u}**, est appelée une **direction**, en l'occurrence ce sont les deux **orientations** de la **droite** de **direction {+u, -u}**, autrement dit définie par: **λ×u**, où **λ** est **nombre réel** et plus généralement **omégaréel**.

En particulier, **{+1, -1}** ou **{ANI, ANTI}** est l'**unix de rayon 1** qui est la **direction** de la **droite réelle**, l'**ensemble R** donc. Ses deux **orientations** sont **+1** et **-1**.

L'**Unix** de **dimension 2** et de **rayon r** est appelé le **cercle** de **rayon r**. Avec **r =1**, on a l'**unix de dimension 2 et de rayon 1**, qui est donc le **cercle de rayon 1** :

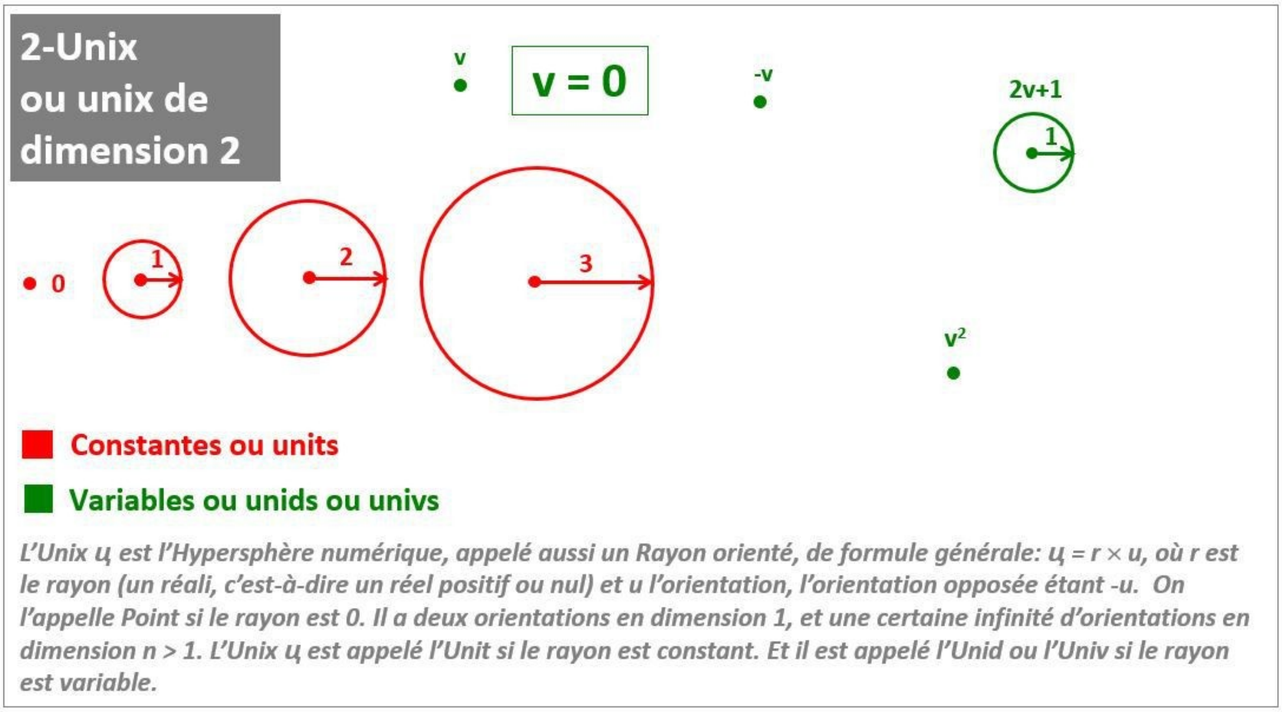


Dans ce cas, on a une **infinité** d'**orientations**, qui sont définies par des **angles α** en **radians** de **0** à **2π**, ou en **degrés** de **0** à **360°**. Les **orientations 0** et **π**, ou **0** et **180°**, sont respectivement celles que nous avons appelées **ANI** ou **(+1)** et **ANTI** ou **(-1)**. Nous distinguons la notion d'**orientation**, comme ici **ANTI**, avec la notion de **nombre antitif**, et la notion de **nombre négatif** à proprement parler, qui, quant à elle, a un lien avec la **Négation**, notamment de l'**Univers TOTAL**.

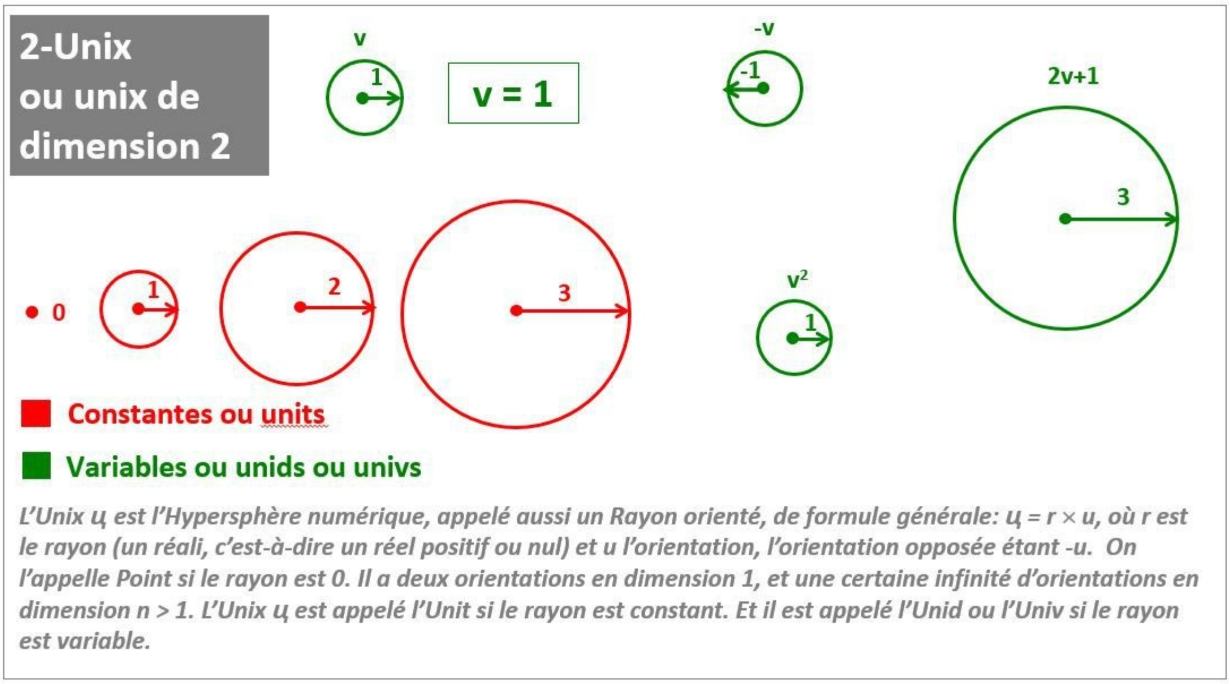
Une **orientation u** de ce **unix** est donnée donc par : $\mathbf{u = e^{i\alpha} = \cos(\alpha) + i \sin(\alpha)}$, où **i** est le **nombre complexe unité**, tel que : $\mathbf{i^2 = -1}$. Et donc on a: $\mathbf{-u = -e^{i\alpha} = -\cos(\alpha) - i \sin(\alpha)}$.

L'**unix ɥ** de **rayon 1** s'écrit donc: **ɥ = {u} = {**$\mathbf{e^{i\alpha}}$**}**, pour dire donc que l'**unix ɥ** de **rayon 1** est l'**ensemble de toutes les orientations du rayon 1**. Par abus ou simplification, on assimile le **rayon 1 orienté** $\mathbf{u = e^{i\alpha}}$, d'**angle générique** ou **variable α** donc, avec l'**unix ɥ = {u} = {**$\mathbf{e^{i\alpha}}$**}**, qui est le **cercle de rayon 1**, c'est-à-dire l'**ensemble de tous les rayons 1 orientés**, ou l'**ensemble de toutes les orientations du rayon 1**.

Voici après le **2-Unix** avec le **rayon r** (qu'il faut voir donc comme le **rayon r tournant**), représenté avec l'**orientation ANI** par défaut, ou **0 radian**, ou **0 degré**. Et au départ aussi, la **variable v** a pour **valeur 0**.



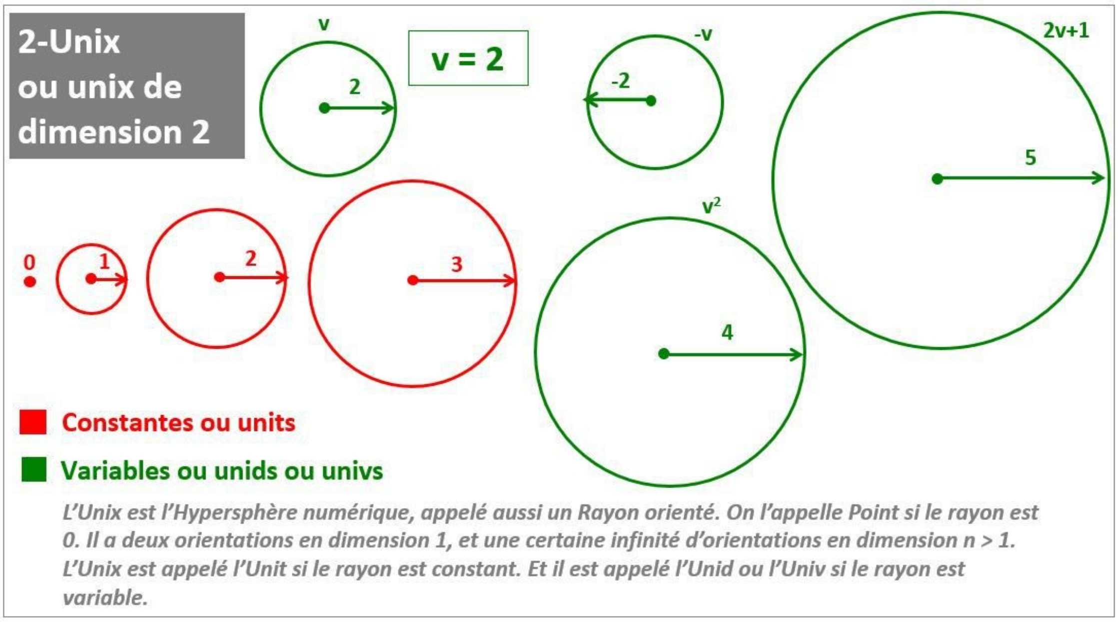
Et quand la **variable v** prend pour **valeur 1**, puis **2**, etc. :



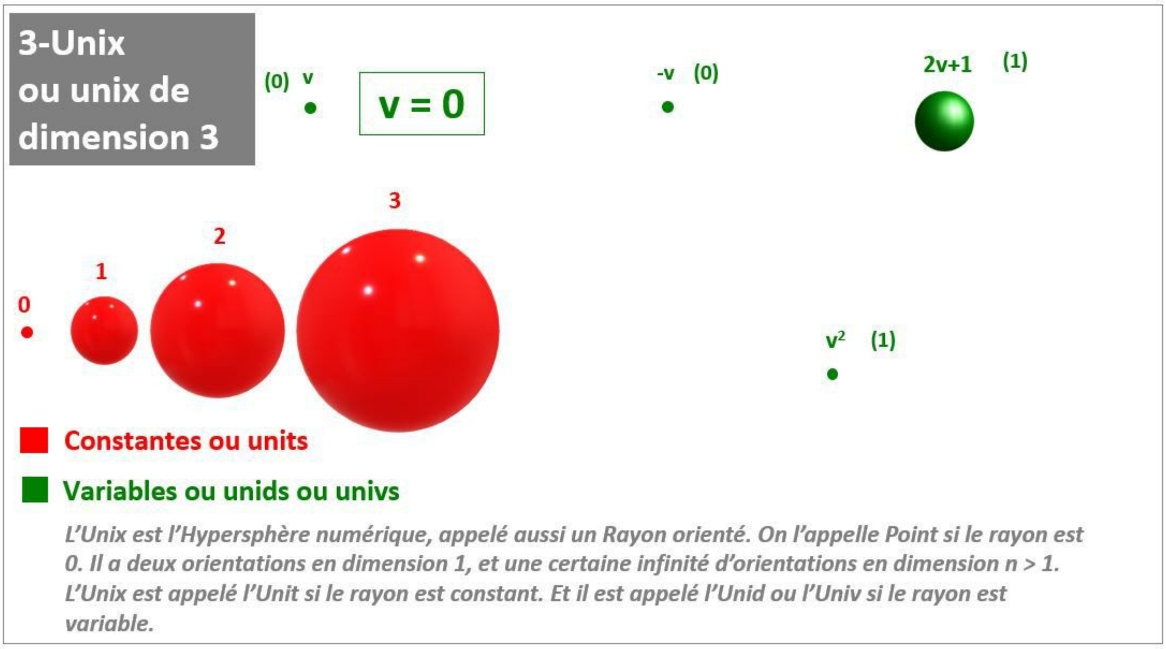
Dans un premier temps, nous accordons l'attention au cas où les **nombres constants**, en rouge, et les **nombres variables**, en vert, sont des **nombres entiers**, autrement dit le cas où les **rayons** des **unix** ou des **hypersphères** sont des **nombres entiers** ou **ordinaux**. Et techniquement, nous appelons un **nombre entier variable** tout simplement une **application de N dans Z**, autrement dit une **suite d'entiers relatifs** (on reviendra largement sur les notions d'**entiers naturels variables**, et parmi ceux-ci les **nombres** qu'on va qualifier d'**infinis** au sens nouveau du terme).

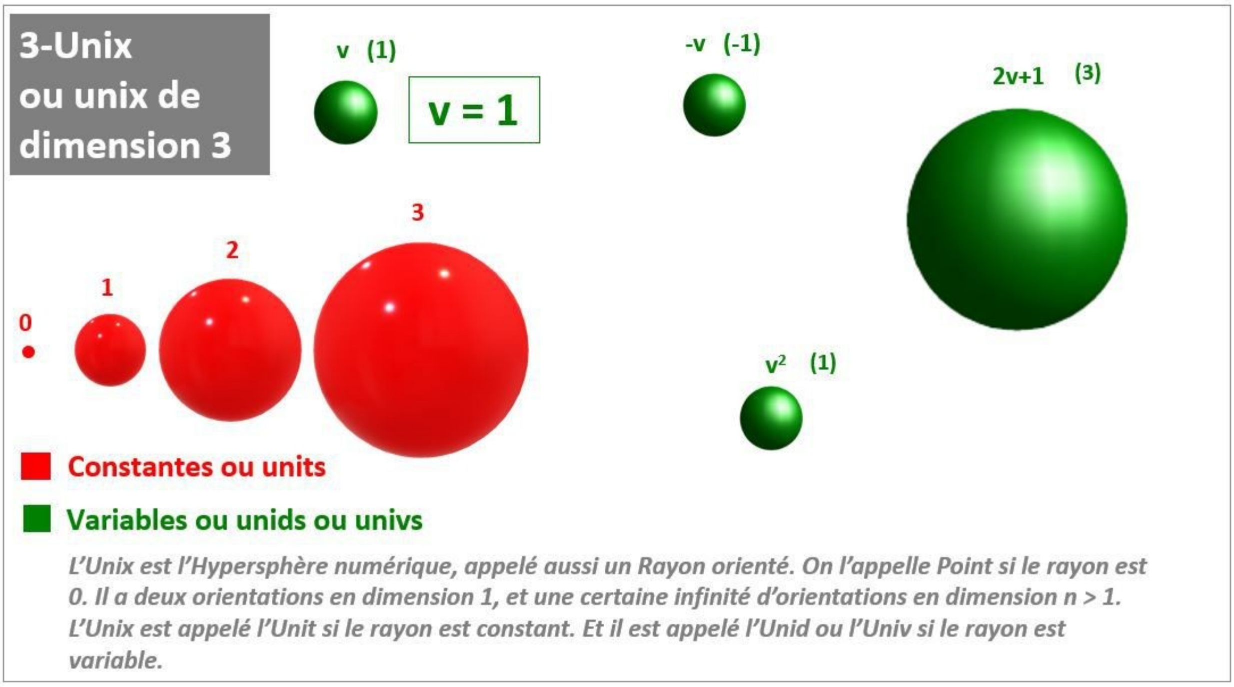
Et le **nombre variable v**, qui servira à définir d'autres **nombres variables**, est la **suite d'entiers naturels v** définie par : **v(n) = n** pour tout **entier naturel n**.
Autrement dit, la **suite** : **v = (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...)**.
Cette **suite** spéciale **v** équivaut à parler de l'**ensemble N** des **nombres entiers naturels :**
N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...}.

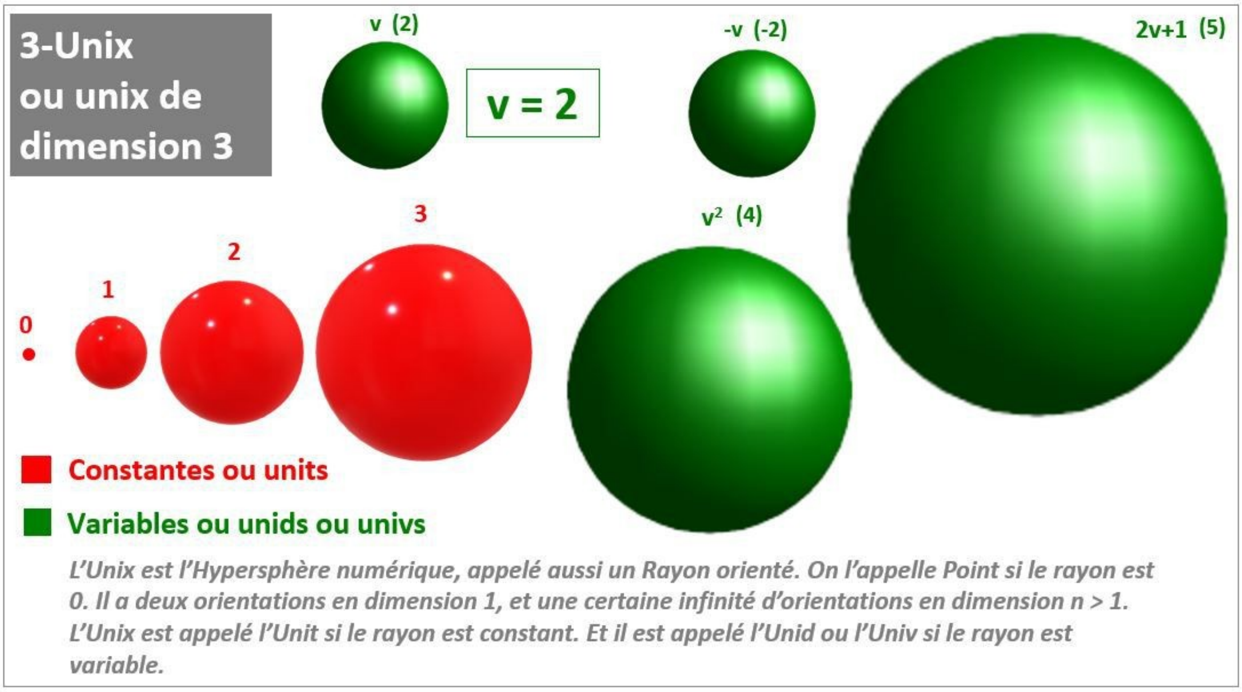
Et dire par exemple que **v = 2** c'est dire que cette **suite v**, en tant que **variable**, prend pour **valeur 2**. Et alors la **variable 2v+1** prend pour **valeur 2×2+1 = 5**, et la **variable v^2** prend pour **valeur 2^2 = 4**, etc..



Idem pour l'**Unix** de **dimension 3** ou **sphère 3** :


3-Unix
ou unix de
dimension 3
(0) v
v = 0
-v (0)
2v+1 (1)
0
1
2
3
v² (1)
Constantes ou units
Variables ou unids ou univs
L'Unix est l'Hypersphère numérique, appelé aussi un Rayon orienté. On l'appelle Point si le rayon est 0. Il a deux orientations en dimension 1, et une certaine infinité d'orientations en dimension n > 1. L'Unix est appelé l'Unit si le rayon est constant. Et il est appelé l'Unid ou l'Univ si le rayon est variable.


3-Unix
ou unix de
dimension 3
v (1)
v = 1
-v (-1)
2v+1 (3)
0
1
2
3
v² (1)
Constantes ou units
Variables ou unids ou univs
L'Unix est l'Hypersphère numérique, appelé aussi un Rayon orienté. On l'appelle Point si le rayon est 0. Il a deux orientations en dimension 1, et une certaine infinité d'orientations en dimension n > 1. L'Unix est appelé l'Unit si le rayon est constant. Et il est appelé l'Unid ou l'Univ si le rayon est variable.



Dans le livre précédent : « Conception générative des nombres entiers », nous disions :

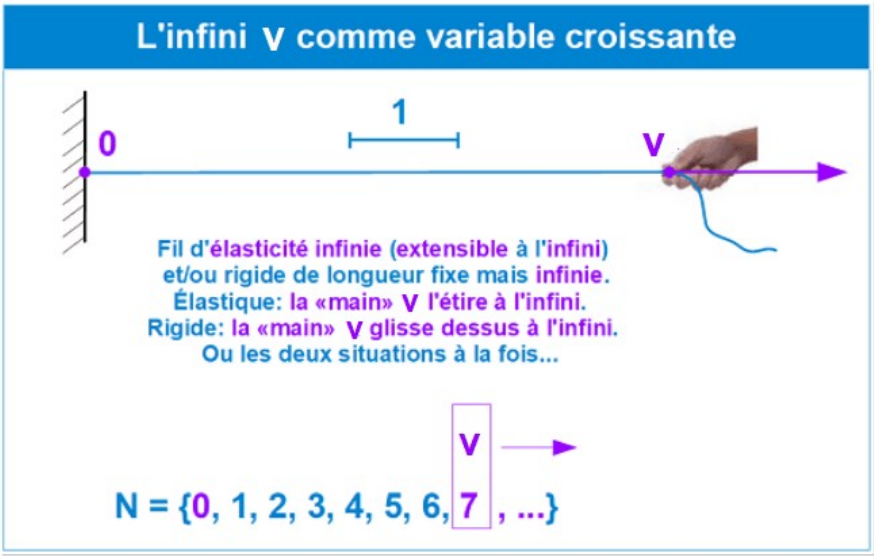
« Etant donnée n'importe quelle **unité informationnelle X**, et qui est **0**, **1**, **U** ou autre, on appelle « **générer** » avec **X** le simple fait de **répéter X indéfiniment**, **continuellement**, **perpétuellement**: **XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX….**

Et le symbole « **...** » à la fin pour indiquer que la **répétition de X continue perpétuellement**, nous l'appelons l'**opérateur GENER**, ou **opérateur** de **génération** ou **opérateur** des **générescences**. Les **informations unaires**: **X, XX, XXX, XXXX, XXXXX, XXXXXX, XXXXXXX, …**, sont appelées des **générescences d'unit X** ou **générescences de X**. Et la possibilité, pour toute **générescence** donnée, de pouvoir toujours ajouter un nouvel **unit X** pour avoir la **générescence suivante**, nous l'appelons la **générativité**, ou la **générité**, ou la **perpétualité**, ou la **continualité**, ou l'**indéfinité**, etc. Il s'agit d'une **propriété fondamentale** des **nombres entiers**, des **ordinaux** et des **cardinaux** dans la nouvelle vision de l'**Univers**, et donc de tous les **nombres**. La **générativité** est d'une extrême importante, car tous les secrets de l'**INFINI**, des **ordinaux**, des **nombres**, résident dans cette notion.

Et plus généralement, soit: X_0, X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, **…**, une **liste** « **infinie** » (au sens intuitif du mot « **infini** », c'est-à-dire une **liste** qui **continue indéfiniment**, **perpétuellement**) quelconque d'**objets**, d'**opérations**, etc.. Comme par exemple les **générescences**: **X, XX, XXX, XXXX, XXXXX, …**, mais les **objets** considérés peuvent être une **liste infinie** absolument quelconque. On appelle **générativité** le fait que, pour tout **élément** X_n de la **liste**, qu'il existe toujours l'**élément suivant** X_{n+1}. Le symbole du **GENER**, « **...** », indique précisément cette **générativité**, c'est-à-dire que **la liste se poursuit indéfiniment**, **continuellement**, **perpétuellement**, etc.»

Dire par exemple : **N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...}**, c'est exprimer une **générativité**. De même que dire : **1-unix, 2-unix, 3-unix, 4-unix, 5-unix, ...**.

Et voici une illustration de la **générativité** qui nous accompagnera dans toute la suite:



On conçoit habituellement que le classique ensemble
***N** des **entiers naturels** : **N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...}**, n'a pas de **dernier élément**.*
*Mais en réalité, ce **dernier élément** existe bel et bien !*
*Sauf qu'il est un **nombre entier variable croissant**, **v**,*
*qui prend pour **valeurs successives** tous les **nombres entiers constants**.*
C'est l'une des extraordinaires et puissantes conséquences
*de la **générativité** des **entiers naturels** ou des **ordinaux**.*

Même si on y reviendra plus en détail dans l'approfondissement de la nouvelle vision des **ensembles** et des **nombres**, tous les **ensembles** et absolument tous sont construits en partant de **o**, appelé donc, comme déjà dit, l'**espace** ou **ensemble inexistant** (à ne donc surtout pas confondre avec l'**ensemble vide**), par application répétée des trois règles suivantes:

1) **{ }** ou **{o}** est le premier **ensemble**, appelé l'**ensemble vide**, et également noté ∅ ou **0**. C'est l'**ensemble** qui **n'a aucun élément**, ce qui revient à dire que son **élément** est l'«**ensemble inexistant** » ou l'**espace o**. Celui-ci est l'**ensemble** très spécial qui représente l'**absence de tout ensemble**, à la différence de l'**ensemble vide { }** ou **{o}**, qui lui par contre est un **ensemble**, sauf qu'il n'a **aucun ensemble comme élément**. Son **élément** est donc l'objet appelé « **aucun ensemble** » ou « **espace** », **o** donc. Mais **o** quant à lui n'est même pas un **ensemble**, puisqu'il représente l'**ensemble inexistant** ou l'**absence de tout ensemble** ou l'**espace**. N'étant pas un **ensemble** donc, la question à son sujet ne se pose même pas de savoir s'il est **vide** ou pas, s'il possède ou pas un **élément**. C'est déjà ici qu'il y a une grande subtilité entre l'**ensemble vide** et l'**ensemble inexistant**, qui est par définition son **élément** en logique d'**Alternation**, à savoir l'**élément spécial** signifiant: « **pas d'élément** »!

2) Etant donné un **ensemble a**, **existant** ou non, **{a}** est un nouvel **ensemble**, qui est donc **vide** si **a** est **inexistant**, c'est-à-dire est l'**espace o**, et qui est appelé le **singleton** d'**élément a**, si **a** est **existant**, c'est-à-dire est au moins l'**ensemble vide { }** ou **{o}** ou **0**.

3) Etant donnés deux **ensembles x** et **y**, l'objet **xy**, encore noté **x** ∪ **y**, et qui consiste à **concaténer** simplement **x** et **y**, est un nouvel **ensemble**, appelé l'**union** ou la **réunio**n de **x** et **y**. Intuitivement, **xy** ou **x** ∪ **y** consiste à **mettre en commun** tous les **éléments** de **x** et **y**, pour former un nouvel **ensemble**.

Ce type d'**ensemble** est qualifié d'**unidal**, ici les **unids** de **dimension 1** ou **1-unids**, qui sont des cas particuliers de **listes**, tel que nous avons défini la notion dans le livre précédent: **Conception générative de l'Univers et des choses**, à partir de la page 6. Il s'agit ici de **listes binaires** ou **assemblages binaires**, c'est-à-dire constitués de deux symboles distincts, appelés la **parenthèse ouvrante** pour l'un et la **parenthèse fermante** pour l'autre, et notés respectivement « **(**« et « **)** », ou « **{**« et « **}** », mais qui peuvent tout à fait être « **0** » et « **1** » (ou « **1** » et « **0** » de préférence), ou « **1** » et « **2** », ou « **a** » et « **b** », etc. Autrement dit, les **ensembles 1-unidaux**, que nous appelons aussi les **parenthésages**, ou **structures de parenthèses**, sont des **nombres** écrits en **numération binaire** (de **base 2**).

Dans le cas où la **parenthèse ouvrante** est notée « **1** » et la **fermante** notée « **0** », l'**ensemble vide**, **{}** ou **{o}** ou **0**, est le **nombre 10**. Et l'**ensemble {{}}** ou **{0}** est le **nombre 1100**, etc. Tous les **ensembles** que nous venons de construire sont donc des **nombres** spéciaux en **numération binaire**. Si nous faisons le choix de noter « **1** » la **parenthèse ouvrante** et « **2** » la **fermante**, alors l'**ensemble vide**, **{}** ou **{o}** ou **0**, est le **nombre 12**. Et l'**ensemble {{}}** ou **{0}** est le **nombre 1122**, etc. Tous les **ensembles** que nous venons de construire sont alors assimilables à des **nombres** spéciaux en **numération décimale**, par exemple, mais écrits seulement avec des **1** et des **2**. Dans les deux cas, les **ensembles** construits sont ordonnés selon l'**ordre** habituel des **nombres**. Par exemple, on dira que l'**ensemble {}** est **plus petit** que l'**ensemble {{}}**, simplement parce que **10** est, en tant que **nombre entier**, **plus petit** que **1100**, qu'on voit cela en **numération binaire** ou **décimale**. Ou que **12** est **plus petit** que **1122**, que l'on voit cela en **numération décimale** ou tout **système de numération** comportant les **chiffres 1** et **2**.

Chaque **ensemble** est donc un **nombre entier** précis, et du point de vue de l'**identité**, les ensembles **{}{{}}** et **{{}}{}**, qui sont donc **101100** et **110010** avec le premier choix de chiffres et **121122** et **112212** pour le second choix, sont deux **ensembles** distincts, le premier étant plus petit que le second dans le premier choix de chiffres, et le contraire dans le second. Selon donc la convention de chiffres, l'**ordre** des **ensembles** est modifié, mais ils sont tous **ordonnés**, deux **ensembles** de **structures** différentes étant forcément des **nombres différents**, et vice-versa.

Il est clair aussi que, de la manière dont les ensembles sont construits, tout **ensemble existant x**, c'est-à-dire **distinct** de **o**, est de la forme: $\mathbf{x = \{x_1\}\{x_2\}\{x_3\}...\{x_k\}}$, où chaque $\mathbf{x_i}$ est soit **o** soit **existant**. Dans ce cas, on dit que $\mathbf{x_i}$ est l'**élément** (**existant**) du **singleton** $\mathbf{\{x_i\}}$ et un **élément** de **x**. Si tous les $\mathbf{x_i}$ sont **existants**, alors l'**ensemble x** a exactement **k éléments**, sous réserve que les $\mathbf{x_i}$ soient tous distincts, pour qu'on retrouve l'habituelle notion d'**élément**. Sinon, au sens général, on a bien **k éléments**, y compris même quand il s'agit d'**élément inexistant**, à savoir **o** donc. Car après tout il s'agit d'un **élément** spécial, ainsi défini.

Dans tous les cas, on convient d'appeler « **virgule** » l'**assemblag**e « **}{**« ou **01** ou **21** selon le choix des chiffres, et de noter «**,**» cette « **virgule** ». l'écriture de l'**ensemble x** devient alors :
$\mathbf{x = \{x_1 , x_2 , x_3 , ..., x_k\}}$
et on retrouve la notation habituelle des **ensembles**.

Mais on vient de voir aussi, avec **{}{{}}** et **{{}}{}**, ou **{o}{0}** et **{0}{o}**, ou **{o, 0}** et **{0, o}**, que cette notion fondamentale d'**ensemble** est très riche en **informations**, et que par exemple, on a un **ensemble** différent en permutant l'ordre des **éléments**. Et de plus, ici, on peut supprimer aussi l'**élément inexistant o**, de sorte que ces deux **ensembles** sont **équivalents** à **{0}**, donc sont égaux au sens d'une nouvelle **égalité** ou **relation d'équivalence**, qu'on notera « **≡**», entre les **ensemble** construits. Nous convenons donc des trois **règles d'équivalence** suivantes :

a) **xx ≡ x**, pour tout **ensemble x**, règle qui satisfait aux exigences des **ensembles** traditionnels, qu'on ne compte chaque élément qu'une fois.
b) **xy ≡ yx**, pour dire donc que l'**ordre** des **éléments** d'un **ensemble** traditionnel importe peu.
c) **{}x ≡ x**, **règle de suppression de l'élément inexistant**, ou **règle de l'ensemble vide**, qui dit donc que **{}** ou **{o}** ou **0** est l'**ensemble vide**, et qu'il est l'**élément neutre** de la **réunion** des **ensembles** traditionnels.

On démontre facilement que, par application répétée de ces trois **règles d'équivalence** des **ensembles**, et qui sont aussi des **règles de simplification**, que tout **ensemble x** se réduit à un **ensemble** unique noté $\mathbf{x}^*$, appelée sa **forme réduite**, à l'**ordre** des **éléments** près. Si plusieurs **ensembles** se proposent d'être la **forme réduite** de **x**, alors forcément ils diffèrent par l'**ordre** de leurs **éléments**, et alors on choisit comme la **forme réduite** celui des **ensembles** qui est le **plus petit** en tant qu'**entier naturel**, comme expliqué plus haut.

Par exemple, considérons l'**ensemble x** = **{{}}{{{}}}{}{{}}** = **{0}{{0}}0{0}** = **{0}{1}0{0}**.
La règle b) permet de dire: **x ≡ {0}{0}{1}0**, donc: **x ≡ {0}{1}0**, éliminant donc le doublon **{0}**.
La règle c) combinée à b) permet de dire: **x ≡ {0}{1}0 ≡ 0{0}{1} ≡ {0}{1}**, éliminant donc l'**élément inexistant** de **0**, autrement dit appliquant le fait que **0** est l'**ensemble vide**, l'**élément neutre** dans l'**opération** de **réunion** des **ensembles** traditionnels.
On a donc au final: **x ≡ {0}{1} ≡ {0, 1}**, en appliquant la **convention de la virgule**.
On a alors une **forme réduite** de **x**, à savoir **{0}{1}** ou **{0, 1}**, mais **{1}{0}** ou **{1, 0}**, peut prétendre être la **forme réduite** de **x** aussi, autrement dit les deux prétendants sont **{{}}{{{}}}** et **{{{}}}{{}}**, ou **1122111222** et **2221111122**, en choisissant **1** et **2** comme chiffres. Le plus petit des deux prétendants est donc **1122111222** ou **{0}{1}** ou **{0, 1}**, qui est donc l'unique **forme réduite** élue de **x**, la représentante de la **classe d'équivalences** des **formes réduites** de **x**.

A noter que la **réduction** d'un **ensemble x** signifie aussi la **réduction** de tous ses **éléments**, et la **réduction** de leurs propres **éléments**, et ainsi de suite. Les **éléments réduits** sont de plus en plus petits, et on aboutit forcément au terminus qui est **{}** ou **{o}** ou **0**, qui est d'office **réduit**. A la fin, si **x** n'est pas **0**, alors il est de la forme: $\mathbf{x \equiv \{a_1\}\{a_2\}\{a_3\}...\{a_k\}}$, où les $\mathbf{a_i}$ sont tous **réduits**. Ils sont alors forcément différents de **o**, et ils sont les **éléments** de **x**, moyennant cette **relation d'équivalence**. Et donc $\mathbf{\{a_1\}\{a_2\}\{a_3\}...\{a_k\}}$ est une **forme réduite** de **x** à l'**ordre** des **éléments** près. Et **k!** désignant la **factorielle de k**, on a **k! formes réduites** de **x**, toutes **équivalentes** à **x**. On élit comme leur représentante la **plus petite** en tant que **nombre entier**, et on l'appelle LA **forme réduite** de **x**, l'**unique**. Autrement dit, on appelle LA **forme réduite** de **x** la **classe d'équivalence** formée par les **k! réductions** de **x**, qui diffèrent juste par l'**ordre** de leurs **éléments**.

Pour deux **ensembles x** et **y**, on a: «**x ≡ y** » ⇔ « **x et y ont la même forme réduite**».

Cette **relation** «**x ≡ y** » définie par les trois règles précédentes est donc la **relation** « **x et y ont la même forme réduite** », et, comme on le verra mieux avec l'étude générale de la **relation**

d'équivalence, toute **relation binaire** dans un **ensemble E** de la forme : « **x et y ont un même A** », ou **A** est une caractéristique qu'ont les **éléments** de l'**ensemble E**, est une **relation d'équivalence** dans **E**, car elle est **réflexive**, **symétrique** et **transitive**. Ici la propriété **A** est la **forme réduite**.

En effet (**réflexivité**) tout **élément x** de **E** a un même **A** que **x**. Ici, tout **ensemble** (au sens **unidal** du terme, construit plus haut, et **E** est l'**ensemble** au sens classique de ces **ensembles unidaux**) a la même **forme réduite** que lui-même.
Et (**symétrie**), pour deux **éléments x** et **y** de **E**, si **x** a le même **A** que **y** (ici donc si **x** a la même **forme réduite** que **y**), alors aussi **y** a le même **A** que **x**.
Et (**transitivité**), pour trois **éléments x**, **y** et **z** de **E**, si **x** a le même **A** que **y**, et si **y** a le même **A** que **z**, alors aussi **x** a le même **A** que **z**. Ici donc, si **x** et **y** ont la même **forme réduite**, et si **y** et **z** ont la même **forme réduite**, alors **x** et **z** ont la même **forme réduite**.

C'est cette nouvelle **relation d'équivalence** « ≡ » qu'on appellera l'**égalité** des **ensembles unidaux** ou **parenthésages** (ceux définis par les trois règles plus haut), pour que ceux-ci répondent à la conception habituelle des **ensembles**. Autrement dit, ce qu'on appelle « **ensemble** » au sens traditionnel, ce sont les **classes d'équivalence** des **ensembles unidaux**, leur **ensemble quotient** (comme on le dit habituellement) par la **relation d'équivalence** « ≡ ». Mais dans la nouvelle vision, nous avons un usage beaucoup plus général, plus souple et plus naturelle des **relations d'équivalence**, parce qu'il s'agit tout simplement de la notion générale d'**égalité**, et non pas l'**identité**.

Et aussi, dans les conceptions classiques, on dira que ces trois règles de construction des **ensembles unidaux** ou **parenthésages** ne permettent de construire que les **ensembles finis**, n'ayant qu'un **nombre fini** d'**éléments**, au sens classique de la **finitude** et de l'**infinitude**. L'**ensemble des nombres entiers naturels**, **N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...}**, est traditionnellement vu comme un ensemble de **nombres entiers** tous **finis**, et aussi tous **constants**. Car aussi dans cette vision les notions d'« **entier constant** » et d'« **entier fini** » coïncident.

Mais avec les **nombres entiers variables** on la vision des choses est différente. En effet, malgré les apparences, tout est déjà dans la « simple » liste: **N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...}**, tous les types de **nombres**: **entiers**, **rationnels**, **réels**, etc. Et en particulier, tous les **nombres entiers finis** comme **infinis**, autrement dit tous les **ordinaux** et **cardinaux**, **finis** comme **infinis**. Raison pour laquelle aussi tous les **ensembles**, **finis** comme **infinis**, sont malgré les apparences construits avec les trois règles précédentes, pour peu qu'on arrive à y débusquer les **ensembles variable**s derrière les apparences d'**ensembles** tous **constants**.

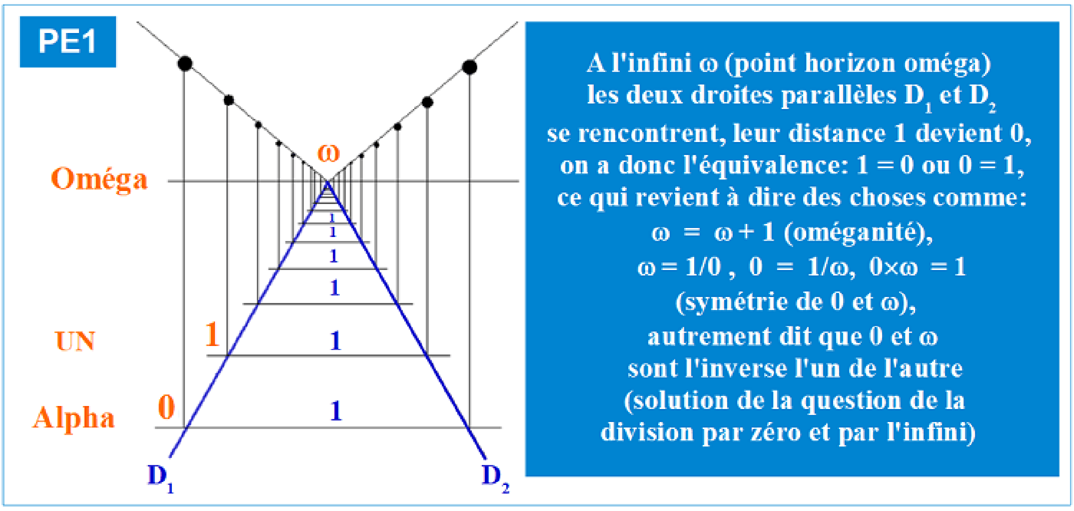
Le secret se trouve dans la nouvelle notion de **générativité** ou de **générité**, autrement dit dans l'apparemment banal symbole « **...** », que nous appelons l'**opérateur GENER**. Ce symbole donc qui indique que la construction plus haut **se poursuit indéfiniment**, ou que la liste des **nombres entiers naturels**, **N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...}**, **se poursuit indéfiniment**!

Chaque fois qu'une liste d'**objets** ou d'**opérations**, etc., est **générative**, c'est-à-dire se poursuit ainsi **indéfiniment**: **E = {e_0, e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, ...}**, les **e_i** étant tous **distincts**, cette liste contient une version de tous les objets de l'**Univers TOTAL**, tout simplement aussi parce qu'elle contient une version de **TOUTES les informations** de l'**Univers TOTAL**, ces **informations** étant précisément ce que nous appelons les **nombres entiers naturels**! En effet, on peut toujours la réinterpréter comme une autre manière de dire: **N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...}**.

Si donc cette condition est remplie, alors la liste contient au moins un équivalent de l'**Univers TOTAL**, l'**Ensemble de TOUTES les choses**, autrement dit elle contient **TOUS les ensembles**, **finis** comme **infinis**, donc **TOUS les ordinaux**, **TOUS les nombres**! Car aussi (et c'est une autre manière de voir les choses) une telle liste cache une **structure fractale**, qui est précisément celle cachée dans l'apparemment simple **ensemble**: **N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...}**.

Car il s'en passe des choses au fur et à mesure que cette liste, apparemment banale, **tend vers l'infini**, comme on dit. A l'**horizon fini**, comme ici juste à l'**horizon 7**, peu de choses sont **possibles**, et tout ou presque est pour l'instant **impossible**. Autrement dit, à un **horizon fini**, comme par exemple **7**, il y a **infiniment plus de choses impossibles** que de choses **possibles**, pour la bonne et simple raison que toute l'**infinité** (ou presque) des **nombres** est à venir, une **infinité** à côté de laquelle les **8 nombres** déjà manifestes, **N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...}**, sont du **néant**. Mais au fur et à mesure que l'on **tend vers l'infini**, la situation s'**inverse graduellement**, et à l'**horizon infini**, elle est **complètement inversée**! Là, il y aura eu **infiniment plus de choses possibles** que de choses **impossibles**. Pour la bonne et simple raison que toute l'**infinité** (ou presque) des **nombres** sera venue, à côté de laquelle le **nombre** des **nombres à venir**, qui est donc alors **fini**. Sinon s'il est **infini**, alors une **infinité** est encore à venir, avec plein de surprises! mais à l'**horizon infini** il n'y plus de surprises…

Pour que donc cette propriété de l'**INFINI** d'être **créateur de TOUT** se manifeste, il faut justement la **générativité**, autrement dit une liste qui **se poursuit indéfiniment**. Ce que nous disons là est une conséquence d'une loi amplement examiné dans les livres précédents, et qui est la **Loi d'Alternation et de l'Horizon Oméga**, qui est un important corollaire du **Théorème de l'Existence**.



Elle dit en gros que la **vérité** (ou la **réalité**) **alterne** à l'**horizon infini**. Ce qui était **impossible** à l'**horizon** courant devient **possible** à l'**horizon infini**, et vice-versa. Une image classique dans mes écrits pour illustrer cette **loi** très générale est celle-ci:

A l'**horizon** courant, qui est l'**horizon Alpha**, la **vérité** est que **deux droites parallèles ne se rencontre jamais**. Et à l'**horizon infini**, l'**horizon Oméga**, **les deux droites parallèles se rencontrent**. La **vérité** ou la **réalité** a **alterné** entre les deux **horizons**, **Alpha** et **Oméga**, la **vérité** est devenue son **contraire** et vice-versa. Et pour tant **il n'y a pas de contradiction**, la phrase : « **deux droites parallèles ne se rencontre jamais**» reste **vraie** à l'**horizon Alpha** comme à l'**horizon Oméga**. Car si l'on se rendait à l'**horizon infini** où les deux **droites** se **rencontrent**, vues de l'**horizon Alpha**, on s'apercevrait qu'elles **ne s'y rencontrent plus**, mais par contre on verrait que c'est maintenant à l'**horizon Alpha** qu'elles **se rencontrent**! La **vérité** est donc qu'**elles se rencontrent et ne se rencontrent pas**, ce qui paraît **paradoxal**. Mais en réalité, il s'agit simplement de deux facettes d'une seule et même **vérité**, la facette **Alpha** et la facette **Oméga**. Cette vérité consiste à dire que « **l'affirmation que deux droites parallèles ne se rencontre jamais équivaut à dire qu'elle se rencontrent à l'infini** ».

Autrement dit, le « **ne se rencontrent jamais** » est une manière de dire « **se rencontrent à l'infini** », et vice-versa. Deux manières différentes de dire exactement la même chose, dans une logique qui intègre et gère bien la notion d'**infini**, ce qui est le cas de la logique d'**Alternation**, mais ce qui n'est pas le cas de la courante logique de **Négation**. C'est ce genre de « **paradoxes** » apparents que l'on constate en **théorie des ensembles** de Cantor, quand la notion de « **dernier ordinal** » est impliquée, autrement dit d'**ultime nombre entier infini**.

L'**infini** est caché derrière beaucoup de situations considérées comme des « **paradoxes** » avec la logique traditionnelle. Mais c'est juste que l'**infini**, comme beaucoup d'autres notions fondamentales, réclame une autre logique, l'**Alternation**.

Pour en revenir à notre propos, l'**ensemble N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...}**, comme plus généralement tout **ensemble** de **constantes**: **E = {e_0, e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, ...}**, peu importe si elles sont en **nombre fini** ou **infini**, possède une **infinité** d'**éléments** cachés, à savoir les **variables**, que nous appelons aussi les **éléments varidaux** de l'**ensemble**, ou ses **varids**, qui prennent pour valeurs les **constantes**, ainsi qu'on le verra plus amplement avec l'étude de la **relation d'équivalence**. Dans le cas de **N**, ces **éléments varidaux**, dont le représentant est noté **v**, sont les **nombres entiers infinis**.

Donnons à présent une définition **ensembliste** des **entiers naturels**, et voyons comme en déduire les **entiers varidaux fondamentaux**, tels que **v** par exemple. La **construction** que nous allons faire est celle des **ordinaux de von Neumann**. Comme nous reverrons en d'autres occasions, les **entiers naturels** sont donc les **ensembles** particuliers suivants :

0 = {o}, que nous notons aussi N_0,
1 = {0}, que nous notons N_1,
2 = {0, 1}, que nous notons N_2,
3 = {0, 1, 2}, que nous notons N_3,
4 = {0, 1, 2, 3}, que nous notons N_4,
5 = {0, 1, 2, 3, 4}, que nous notons N_5,
6 = {0, 1, 2, 3, 4, 5}, que nous notons N_6,
7 = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6}, que nous notons N_7,
…
et ainsi de suite.

On a à chaque fois un **dernier élément**, que nous noterons **v**, et nous appellerons le **varid** ou l'**élément oméga** de **référence**, et qui est **variable**, comme on le voit. A chaque fois **v incrémente** d'une **unité**. Ou simplement, **v** est l'**application de N de N** telle que **v(n) = n**, pour tout **entier naturel n**, représentant le **dernier élément** de N_{n+1} ou **n+1**.

Plus simplement, on considère la **suite** suivante d'**ensembles**:

{0=v},
{0, 1=v},
{0, 1, 2=v},
{0, 1, 2, 3=v},
{0, 1, 2, 3, 4=v},
{0, 1, 2, 3, 4, 5=v},
{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6=v},
{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7=v},
…

Et **v** est simplement le **dernier élément** de ces **ensembles** à chaque étape. A l'étape **0**, **v** vaut **0**, et à l'étape **1**, **v** vaut **1**, et à l'étape **1**, **v** vaut **1**, et à l'étape **2**, **v** vaut **2**, et à l'étape **3**, **v** vaut **3**, etc.

Autre exemple de **suite** d'**ensembles**:

{0=2v},
{0, 2=2v},
{0, 2, 4=2v},
{0, 2, 4, 6=2v},
{0, 2, 4, 6, 8=2v},
{0, 2, 4, 6, 8, 10=2v},
{0, 2, 4, 6, 8, 10, 12=2v},
{0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14=2v},
…

v étant à chaque étape le **dernier élément** de la suite précédente, le **dernier élément** de cette nouvelle suite est donc à chaque fois **2v**.

Troisième exemple :

{0=v^2},
{0, 1=v^2},
{0, 1, 4=v^2},
{0, 1, 4, 9=v^2},
{0, 1, 4, 9, 16=v^2},
{0, 1, 4, 9, 16, 25=v^2},
{0, 1, 4, 9, 16, 25, 36=v^2},
{0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49=v^2},
…

Ici donc, le **dernier élément** à chaque étape **n** est donné par **v^2**, où **v** est le **dernier élément** dans le cas de **référence**.

Dernier exemple, en considérant un **nombre-ensemble k**:

{k=k},
{k, k=k},
{k, k, k=k},
{k, k, k, k=k},
{k, k, k, k, k=k},
{k, k, k, k, k, k=k},
{k, k, k, k, k, k, k=k},
...

Ici, on a une **suite** d'**ensembles constante**, on n'a que l'**ensemble {k}** à chaque étape, autrement dit l'unique et **dernier élément** de l'**ensemble** est **k**. La **variation** est donc **nulle**.

A propos de la notion de **nombre-ensemble k**, soulignons que tout **nombre entier** est un **ensemble**, en l'occurrence les **ordinaux de von Neumann**. Et comme nous l'avons vu aussi, et le reverrons encore, à l'inverse, tout **ensemble** construit avec les trois règles plus haut, les **ensembles unidaux** ou **parenthésages** donc, peut être interprété comme un **nombre entier** spécial.

Par conséquent, les **entiers** (ou **ordinaux**) et les **ensembles** sont les mêmes objets, mais juste vus sous angles différents. Dans les conceptions traditionnelles on dira que cela ne s'applique qu'aux **ensembles** ou **entiers finis**, mais que ce ne serait plus vrai avec les **ordinaux** ou les **ensembles infinis**. Mais en fait ce n'est pas exact, car ce qu'on appelle **ensemble fini** ou un **entier fini**, c'est un **ensemble constant** ou un **entier constant**. Les **ensembles variables** ou **entiers variables** introduisent la notion d'**ensembles infinis** ou d'**entiers** (ou **ordinaux**) **infinis**, comme ces par exemple précisément le cas de **v**, qui n'est rien d'autre que l'**ensemble N** des **nombres entiers naturels**, un **ensemble infini** donc, mais vu comme un **nombre entier variable**.

Et de manière très générale, tous les **ensembles infinis** ou (ce qui revient au même) tous les **ordinaux infinis** ou **nombres entiers infinis**, sont des **nombres entiers variables** ou **ordinaux variables**. De pouvoir interpréter n'importe quel **ensemble** comme un ordinal ou **nombre entier** spécial, et de surcroît **fini** au sens classique ou intuitif, mais simplement **constant** (**fini** au nouveau sens) ou **variable** (les **entiers variables** comprennent des cas particuliers qui sont les **entiers infinis** au nouveau sens) est d'une importance capitale!

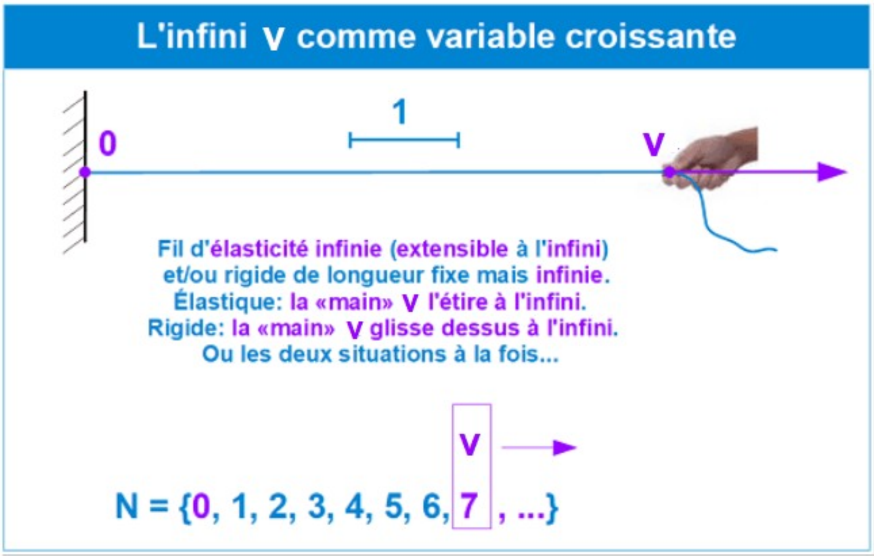
Cela a non seulement pour conséquence que tout type de **nombres** (comme les **nombres rationnels**, **réels**, **complexes** ou autres) est finalement la notion fondamentale de **nombre entier naturel**, mais que **tout ensemble** donc **tout objet**, **toute chose**, est avant tout un **nombre entier naturel**! Autrement dit, une **information**, un objet **numérique**!

Ainsi donc, malgré toutes les apparences, l'**ensemble des entiers naturels**:
N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...},
a bel et bien un **dernier élément**:

{0=v},
{0, 1=v},
{0, 1, 2=v},
{0, 1, 2, 3=v},
{0, 1, 2, 3, 4=v},
{0, 1, 2, 3, 4, 5=v},

{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6=v},
{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7=v},
…

Sauf que celui-ci n'est pas un **nombre entier constant** mais un **nombre entier variable**:



Il ne figure pas explicitement dans la liste, en apparence, et on ne « voit » que les **éléments constants**, et pourtant la **variable v** y est, du simple fait que cet **ensemble** soit **génératif**, **générativité** signalée ici par le symbole de l'**opérateur GENER**, « **...** ». La **variable v-1** y est aussi, c'est celle qui, quand **v** vaut **7** par exemple, elle vaut **6**. De même pour **v-2**, qui vaut **5** quand **v** vaut **7**. Et la **variable v+1** y est aussi, c'est celle qui vaut **8** quand **v** vaut **7**. De même pour **v+2**, qui vaut **9** quand **v** vaut **7**, etc. Et on a **2v**, qui vaut **14** quand **v** vaut **7**. Et on a $\mathbf{v^2}$, qui vaut **49** quand **v** vaut **7**. Et ainsi de suite, pour $\mathbf{v^3}$, et $\mathbf{v^4}$, et $\mathbf{v^5}$, etc., et $\mathbf{v^v}$, **variable** que nous notons **w**, qui vaut $\mathbf{7^7}$ **= 823543**, quand **v** vaut **7**, etc.

Il est clair que les **constantes** sont **variables** de **degré 0** en **v**, la **constante** de référence étant donc $\mathbf{v^0 = 1}$. Et puisque les **variables** sont des **nombres entiers**, mais seulement qui peuvent être **constants** (quand donc le **degré** est **0**, nous disons que ce sont les **variables onigrades**) ou **variables** (quand le **degré** est **non nul**, nous parlons de **variables unigrades** quand le **degré** est **1**, elles sont alors de la forme: **av + b**, où **a** est une **constante non nulle**, et **b** une **constante**), on peut faire avec elles toutes **opérations définies** sur les **nombres entiers**: **addition**, **soustraction**, **multiplication**, **division**, **exponentiellement**, etc., moyennant, au passage, la définition de nouveaux types de **nombres**: **entiers relatifs**, **nombres rationnels**, etc.

L'**ensemble des entiers naturels**: **N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...}**, l'**ensemble des entiers constants** donc, est par définition appelé l'**ensemble des entiers variables** d'**ordre 0**. Et on appelle un **nombre entier variable** d'**ordre 1**, une **suite** de **nombres entiers naturels**, c'est-à-dire une **application** de **N** dans **N**, et plus généralement de **nombres entiers relatifs**, c'est-à-dire une **application** de **N** dans **Z**. L'**ensemble** des **nombres entiers variables** d'**ordre 1** est donc $\mathbf{Z^N}$.

Et parmi ces **suites**, ou **nombres entiers variables**, on s'intéresse de prime abord à celles dites **positives**, c'est-à-dire dont les termes sont tous **positifs** à partir d'un certain **rang** (ou **étape**) $\mathbf{n_0}$.

Autrement dit, les termes sont des **éléments** de **N** à partir du **rang** ou **étape n_0** donc. Autrement dit, une **suite x** d'**entiers relatifs** est **positive** s'il existe un **entier naturel n_0** tel que, pour tout **entier naturel $n \geq n_0$**, on a: **$x(n) \geq 0$**. On dit que **x** est une **suite finalement d'entiers naturels**, et c'est simplement une **suite d'entiers naturels** si pour tout **entier naturel n**, **x(n)** est un **entier naturel**. Soit un **entier naturel variable x**. Pour un **entier naturel n**, **x(n)** est noté aussi **x_n**. Et **x** est noté:
$x = (x_0, x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, \ldots)$.

Et on rappelle que si les **x_i** sont tous **égaux** à un même **entier k**, on a donc:
x = (k, k, k, k, k, k, ...), qui est noté **[k]**. On a donc: **x = [k] = (k, k, k, k, k, k, ...)**. L'**entier variable x** est dit alors **constant**, comme déjà dit. Et plus généralement, on il nous suffira que **x** soit **finalement constant**, c'est-à-dire **constant** à partir d'un certain rang, et le **plus petit rang k** tel que **x** soit **constant à partir de k** est noté **σ(x)**. On a donc: **σ(x) = k**.

Par abus de langage, une **suite finalement d'entiers naturels**, est appelée une **suite d'entiers naturels**, car, ce qui nous intéresse particulièrement avec les **suite d'entiers relatifs** et plus généralement de **nombres**, ce sont leurs **propriétés finales**, c'est-à-dire leurs **propriétés** à partir d'un certain **rang n_0**, ou **étape n_0**.

Et comme on le verra plus tard, les **nombres entiers variables** permettent une définition simple et naturelle de **nombres réels**, comme **suites** de **nombres rationnels**, eux-mêmes définis comme **rapports** de deux **nombres entiers variables**.

Parlons maintenant des **opérations** en général avec les **nombres entiers** (**variables**), les **suites d'entiers relatifs** donc).

Etant donnée une **opération H** définie sur **Z**, on définit cette même **opération H** dans l'**ensemble Z^N** des **nombres entiers** (**variables**), de la manière suivante:
(x H y)(n) = x(n) H y(n), pour deux **entiers** (**variables**) **x** et **y**, et pour tout **entier naturel constant n**.

Faire donc une **opération H** ou **x H y**, avec deux **nombres entiers variables x** et **y**, c'est juste faire **indéfiniment** cette **opération** avec deux **nombres entiers constants**, **x(n)** et **y(n)**, cette **opération x(n) H y(n)**, donc à chaque **étape n**. Et étant donné qu'on s'intéresse essentiellement aux **propriétés finales**, il suffira que cette **opération H** vérifie cette propriété à partir d'un certain **rang n_0**. Et avant **n_0**, on peut affecter à **(x H y)(n)** n'importe quelle valeur, et par défaut donc, celle donnée par a formule.

Ceci peut s'avérer utile au cas où **H** n'est pas définie dans **Z** pour certains **entiers naturels n** avant un certain **entier naturel n_0**. Ceci n'aura donc aucune importance car on peut mettre ce qu'on veut pour ces étapes là, par exemple comme résultat **1**, ou **0** ou autre.

Remarque importante:
C'est ainsi donc que l'**ensemble Z^N** des **nombres entiers variables** hérite de l'**addition** « + », de la **soustraction** « – », de la **multiplication** « × », définies dans **Z**, mais aussi de l'**exponentiation** «^», etc. Il suffit donc de définir la **division** dans **Z** (ce qui est fait avec la **rationalisation de Z** mais aussi la **division omégacyclique**, sur lesquels on reviendra), pour qu'aussi **Z^N** hérite automatiquement de la **division**, selon la définition générale pour une **opération H**, qu'on vient de faire. Il suffit dores et déjà de considérer le classique **ensemble Q** des **nombres rationnels**, auquel

on ajoute l'**opération: 1/o = o** (**division omégacyclique par zéro**), pour le **zéro absolu o**, et: **1/0 = ω**, pour le **zéro génératif 0**, pour considérer aussi que la **division** est définie dans $\mathbf{Z}^{\mathbf{N}}$.

Les **opérations** particulièrement importantes sont celles faites avec **v**, comme donc: **v-1**, qui est donc en fait **v-[1]**, ou **v-2**, qui est donc **v-[2]**, ou **v+1**, qui est donc **v+[1]**, ou **v+2**, qui est donc **v+[2]**, etc. Et aussi **2v**, qui est donc **[2]v**, ou **3v**, qui est donc **[3]v**, etc. Et aussi $\mathbf{v^2}$, qui est donc $\mathbf{v^{[2]}}$, ou $\mathbf{v^3}$, qui est donc $\mathbf{v^{[3]}}$, etc.

Et on a donc par exemple: $\mathbf{3v^4 - 2v^3 + 7v^2 - 5v + 8}$,
qui est donc: $\mathbf{[3]v^{[4]} – [2]v^{[3]} + [7]v^{[2]} - [5]v + [8]}$.
Trouver la valeur de ceci à une **étape n** donnée c'est faire: $\mathbf{([3]v^{[4]} - [2]v^{[3]} + [7]v^{[2]} - [5]v + [8])(n)}$,
$\mathbf{([3](n))(v(n))^{[4](n)} - ([2](n))(v(n))^{[3](n)} + ([7](n))(v(n))^{[2](n)} - ([5](n))v(n) + [8](n)}$.
qui vaut: $\mathbf{3(v(n))^4 - 2(v(n))^3 + 7(v(n))^2 - 5(v(n)) + 8 = 3n^4 - 2n^3 + 7n^2 - 5n + 8}$.

Ainsi donc, le **polynôme** en **v**, à savoir: $\mathbf{3v^4 - 2v^3 + 7v^2 - 5v + 8}$, qui est un **nombre entier infini**, un **nombre entier variable**, s'est transformé en un **polynôme** en **n**, $\mathbf{3n^4 - 2n^3 + 7n^2 - 5n + 8}$ donc, qui représente un **nombre entier fini** ou **constant**. Mais en réalité, **n** n'est rien d'autre qu'une autre **variable** représentant une **constante**, donc une fois encore on n'a fait qu'un **changement de variable**. En pratique donc, pour calculer pour une **constante** donnée, par exemple **16**, on remplace directement dans $\mathbf{3v^4 - 2v^3 + 7v^2 - 5v + 8}$ la **variable v** par **16**. Donc: $\mathbf{3\times16^4 - 2\times16^3 + 7\times16^2 - 5\times16 + 8 = 190136}$. La valeur de cet **entier variable** à l'**étape 16** est donc **190136**.

L'habitude des manipulations des **polynômes** nous permet de dire immédiatement que le **polynôme** $\mathbf{3v^4 - 2v^3 + 7v^2 - 5v + 8}$, ou ce qui revient au même $\mathbf{3n^4 - 2n^3 + 7n^2 - 5n + 8}$, ou encore le **polynôme** en **x** : $\mathbf{3x^4 - 2x^3 + 7x^2 - 5x + 8}$, etc., et peu importe donc en fin de compte la **variable** utilisée, est équivalent au **monôme** de plus grand **degré**, $\mathbf{3v^4}$, ou $\mathbf{3n^4}$, ou $\mathbf{3x^4}$, quand la **variable v** ou **n** ou **x** « **tend vers l'infini** », comme on a l'habitude de le dire. Mais en réalité la **variable** ne « tend pas vers l'infini », car elle est elle-même un **horizon infini**! Mais elle a une **valeur** à tout **horizon**, **fini** comme **infini**, et on vient de calculer la **valeur** de la **variable** $\mathbf{3v^4 - 2v^3 + 7v^2 - 5v + 8}$ à l'**horizon fini 16**, c'est-à-dire la **variable v** est l'**horizon 16**, et c'est donc: **190136**.

On sait donc que la **variable** $\mathbf{3v^4 - 2v^3 + 7v^2 - 5v + 8}$ quand **v** est son propre **horizon infini** ou est n'importe quel **horizon infini** est équivalente à son **monôme** de **plus grand degré**, à savoir donc $\mathbf{3v^4}$, qui est un **nombre positif**, vu que **v** est **positif**, et que le coefficient **fini 3** est **positif**. Cela signifie donc que cette **variable** $\mathbf{3v^4 - 2v^3 + 7v^2 - 5v + 8}$, est **finalement positif**, c'est-à-dire qu'il existe un **entier naturel** $\mathbf{n_0}$, tel que quand **v** prend une **valeur supérieure ou égale à** $\mathbf{n_0}$, alors $\mathbf{3v^4 - 2v^3 + 7v^2 - 5v + 8}$ est un **entier naturel**, c'est-à-dire un **élément** de **N**.

Définition:
Soit un **nombre entier variable x**, et un **nombre entier constant** $\mathbf{n_0}$. On appelle **troncation de x au rang** $\mathbf{n_0}$, ou encore **avance de x au rang** $\mathbf{n_0}$, le **nombre entier variable x'** tel que:
→ $\mathbf{x'(0) = x(n_0)}$,
→ $\mathbf{x'(1) = x(n_0+1)}$, etc
→ Et pour tout **entier naturel constant k**, on a: $\mathbf{x'(k) = x(n_0+k)}$.
On note : $\mathbf{x' = lesh(x, n_0)}$, et: $\mathbf{x = rish(x', n_0)}$.

Cela revient à dire que **x'** est obtenu en **supprimant les** $\mathbf{n_0}$ **premiers termes** de **x**, ceux de **0** à $\mathbf{n_0-1}$ donc, si bien que le **terme de rang de x'**, **x'(0)**, est le **terme de rang** $\mathbf{n_0}$ **de x**, $\mathbf{x(n_0)}$.

Le terme « **lesh** » est pour « **left shift** », pour « **décalage vers la gauche** », et le terme « **rish** » est pour « **right shift** », pour « **décalage vers la droite** ».

Cela revient aussi à dire que si les **nombres entiers variables** étaient définie comme les **applications de Z dans Z**, **x'** est obtenu en **décalant** les termes de **x** de $\mathbf{n_0}$ **rangs** vers la **gauche**, ou **x** est obtenu en décalant les termes de **x'** de $\mathbf{n_0}$ **rangs** vers la **droite**.

On appelle une **zed-suite** d'**entiers relatifs** ou un **entier variable zed-indicé** une **application x de Z dans Z**, qui est donc de la forme:
$\mathbf{x = (\ldots, x_{-7}, x_{-6}, x_{-5}, x_{-4}, x_{-3}, x_{-2}, x_{-1}, x_0, x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, \ldots)}$,
où les $\mathbf{x_i}$ sont donc des **entiers relatifs**, des éléments de **Z**.
On appelle la **zed-suite reverse** de **x**, la **zed-suite x'** telle que pour tout élément **i** de **Z**,
on a: $\mathbf{x'_i = x_{-i}}$.
C'est donc la **zed-suite**:
$\mathbf{x' = (\ldots, x_7, x_6, x_5, x_4, x_3, x_2, x_1, x_0, x_{-1}, x_{-2}, x_{-3}, x_{-4}, x_{-5}, x_{-6}, x_{-7}, \ldots)}$.

Pour une **zed-suite x** et sa **zed-suite reverse x'**, les termes de l'une sont dans l'**ordre inverse** des termes de l'autre. Autrement dit, l'une se parcourt dans un sens, et l'autre dans le sens inverse, et les deux sont donc **symétriques** par rapport au terme $\mathbf{x_0}$. C'est donc la même **zed-suite** en fait, parcourue dans un sens ou dans le sens inverse.

On dit qu'une **zed-suite x** est **anielle** s'il existe un **entier relatif k**, tel que **x'(i) = 0**, pour tout **entier relatif i < k**. Une telle **zed-suite x** est alors de la forme:
$\mathbf{x = (\ldots, 0, 0, 0, 0, x_k, x_{k+1}, x_{k+2}, x_{k+3}, \ldots, x_{-3}, x_{-2}, x_{-1}, x_0, x_1, x_2, x_3, \ldots)}$.
On dit que **k** est un **anti-degré** de **x**, et il est l'**anti-degré de x** si $\mathbf{x_k \neq 0}$.

Cette écriture suggère que **k** est un **entier relatif négatif**, mais de manière générale **k** peut donc être un **nombre entier positif** comme **négatif**. Dans tous les cas, les termes $\mathbf{x_i}$ de rang $\mathbf{x_i < k}$, sont tous **0**. pour cela, on dit **k** est un **seuil** de **x**. On dit que la **zed-suite x** est une **suite** d'**entiers naturels** si tous les $\mathbf{x_i}$ sont des **éléments** de **N**.

Et on dit qu'une **zed-suite x** est **antielle** si elle est la **zed-suite reverse** d'une **zed-suite anielle**. x est alors de la forme:
$\mathbf{x = (\ldots, x_{-7}, x_{-6}, x_{-5}, x_{-4}, x_{-3}, x_{-2}, x_{-1}, x_0, x_1, x_2, x_3, \ldots, x_{k-3}, x_{k-2}, x_6, x_{k-1}, x_k, 0, 0, 0, 0, \ldots)}$.
Autrement dit, il existe un **rang maximal k** au-delà duquel tous les termes sont **0**. Il est appelé un **ani-degré** ou simplement **degré** de **x**, par opposition à la notion d'**anti-degré** pour les **suites anielles**. On dit que **k** est un **degré** de **x**, et il est le **degré de x** si $\mathbf{x_k \neq 0}$.

Les **nombres entiers variables** tels que nous avons définis jusqu'ici peuvent être vus comme des **zed-suites anielles** d'**entiers relatifs** dont **0** est un **anti-degré**. Autrement dit des **zed-suites** de la forme: $\mathbf{x = (\ldots, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, x_0, x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, \ldots)}$.
De telle **zed-suites** sont dites **originales**.
On simplifie alors en disant: $\mathbf{x = (x_0, x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, \ldots)}$, et on assimile alors **x** à une **suite** d'**entiers relatifs**, c'est-à-dire une **application de N dans Z**.

Et si en particulier les $\mathbf{x_i}$ sont tous des éléments de **N**, alors est assimilé à une **suite d'entiers naturels**, c'est-à-dire une **application de N dans N**.

Il est clair alors que toute **zed-suite anielle x** d'**entiers relatifs** peut, par un **décalage** adéquat, vers la **droite** ou vers la **gauche**, se ramener à une **zed-suite anielle originale x'**. Deux zed-suites x et x' qui par **décalage** peut se ramener à une même **zed-suite anielle originale x''**, sont dites **iso-ordinales**. Et l'**iso-ordinalité** est une **relation d'équivalence**, donc une **relation d'égalité**.

Cette **relation d'iso-ordinalité** se généralise à toutes les **zed-suites** d'**entiers relatifs**, ou de **nombres réels**, ou de n'importe quel type de **nombres**, ou de n'importe quel type d'**objets**. Elle consiste à dire simplement que deux **zed-suites** d'**objets** pris dans un ensemble quelconque **E**, autrement dit les éléments de deux **familles** d'**objets** de **E**, indexées par les éléments de **Z**, sont pàris exactement dans le **même ordre relatif**. Si par exemple dans une **famille** sept éléments: **a, b, c, d, e, f, g**, se suivent dans l'ordre: **…, f, b, d, a, g, c, e, …**, ils se suivront exactement dans le même ordre dans l'autre **famille**. Si dans l'une des **familles** l'**indice** ou **numéro** de **f** est **n**, l'**indice** de **b** sera **n+1**, celui de **d** sera **n+2**, et ainsi de suite. Appelons alors **n'** l'**indice** de **f** dans l'autre **famille**. L'**indice** de **b** sera alors **n'+1**, celui de **d** sera **n'+2**, ainsi de suite. Il y a donc juste un **décalage** ou **translation** d'ensemble de **n-n'** ou de **n'-n** entre les deux familles, mais l'**ordre relatif** des éléments est exactement le même.

Dans la conception traditionnelle on dira que c'est le fait le **cardinal** ou **nombre d'éléments** de **N** et celui de **Z** soient tous les deux l'**infini dénombrable** $\aleph_0$ (ou « **aleph zéro** »), qui permet ce genre de choses. Mais en réalité, en tout rigueur, **N** et **Z** n'ont pas ne même **nombre d'éléments**!
Si nous appelons par exemple **v** le **nombre des entiers naturels**: **1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …**, le **nombre des nombres entiers naturels**, dont la liste est: **0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …**, qui comprennent donc le **0** en plus, est rigoureusement: **v+1**. Et celui des **entiers relatifs**: **…, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …**, est alors très exactement: **2v+1**.

Mais si nous décidons d'appeler **v** le **nombre des entiers naturels**: **0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …**, le **nombre des nombres entiers naturels**, le **0** compris donc, alors le **nombre** des **entiers relatifs**: **…, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …**, est très exactement: **2v-1**. Car alors il faut **enlever 1** à **v** pour avoir le **nombre** exact des entiers non nuls: **1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …**, ce qui fait **v-1**, puis prendre son **double** pour avoir le **nombre des entiers relatifs non nuls**: **…, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …**, ce qui fait: **2(v+1) = 2v -2**. Puis à cela il faut ajouter **1** pour tenir compte du **0**, ce qui fait donc: **2v-1** pour le **comptage** des **entiers relatifs**: **…, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …**.

La raison est fort simple: les **nombres infinis**, comme **v** par exemple, ne sont rien d'autre que des **nombres finis**, donc se calculent comme les **nombres finis**. Sauf que dans leur cas ils sont **variables**, tandis que les **finis** sont **constants**. Les **nombres infinis** sont donc juste des **finis variables** (des cas particuliers de **nombres finis variables**), donc ils se calculent comme des **variables**, comme **n** ou **x** par exemple.

Et une **liste** comme: **1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …**, dit simplement qu'on a un **nombre** qui n'est pas **constant** ou **statique**, mais qui **varie**, et ici qui **varie** en augmentant sans cesse d'une **unité** à chaque fois. Il est un exemple de **nombre infini** en ce sens qu'il est une **variable qui croît tout le temps**, tandis que d'autres **variables** peuvent tantôt **croître**, tantôt **décroître**, etc. Peu importe donc leur **mode de variation**, is restent des **nombres finis**, donc se calculent comme tels.

Et une **liste** comme: **0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …**, est **variable croissante** elle aussi, donc **infinie** en ce sens-là. Mais elle a un coup d'avance sur la **liste** précédente: **1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …**, quand celle-ci à une **étape**, **indice** ou rang annonce **7 éléments**, l'autre annonce **8 éléments**, car il y a le **0** en plus. Et si la second annonce **150 éléments**, la première annonce **151 éléments**, etc. Si donc on appelle **v** le seconde, la première sera appelée **v+1**. Mais si nous décidons de donner le nom de **variable v** à la première, alors le nom de **variable** de la seconde sera **v-1**. Ici nous avons choisi **v** comme nom, mais ce serait exactement le même raisonnement si nous avions choisi **n**, **i**, **x** ou autre.

Il est donc très clair qu'en toute rigueur les **ensembles N** et **Z** n'ont pas le même **nombre d'éléments** ou cardinal. Ce qu'on appelle habituellement le **cardinal** des **ensembles infinis** est basé sur une autre logique qui n'est pas celle du comptage des **nombre**. C'est la logique des **bijections**, de la **relation d'équipotence**, qui est une **relation d'équivalence**. Et comme toute **relation d'équivalence**, c'est une **relation d'égalité**.

L'**équipotence**, comme son nom l'indique justement, à savoir « **même puissance** », ne fait juste que **classer** les **nombres infinis** selon un critère appelé ici la « **puissance** », de sorte que deux **nombres infini** ayant la « **même puissance** » appartiennent à la **même classe**, que l'on a décidé de voir comme la **mesure** du **nombre des éléments** d'un ensemble.

Mais l'**équipotence** signifie en fait simplement deux **ensembles** qu'on peut mettre en **bijection** en exploitant la propriété de **générativité** des **nombres entiers**. Or il se trouve qu'on peut mettre en **bijection** certains **entiers infinis** ainsi, par exemple mettre en **bijection v, 2v, v^2, v^3**, etc., et plus généralement tout ça avec **v^n**, si **n** est un entier **fini**. Autrement dit, on peut mettre en **bijection** les **infinis polynomiaux** en **v**, avec des **exposants** et **coefficients entiers finis**, en utilisant la propriété de **générativité**, couramment appelée aussi la **dénombrabilité**. Mais on ne peut pas mettre en **bijection v** et de manière générale un **entier infini polynomial** avec **2^v** ou **v^v** par exemple, qui sont d'un autre **ordre de grandeur**, ici la **grandeur exponentielle**. C'est entre autre ce que dit la **relation d'équipotence**, et surtout pas que les **entiers infinis polynomiaux** par exemple sont tous le même **infini**!

L'**équipotence** n'est donc pas la **relation d'équivalence** la plus appropriée pour **compter les éléments** d'un **ensemble** et donner leur **nombre exact**! L'**équipotence** fonctionne bien avec les **ensembles finis**, mais **foire complètement** avec les **ensembles infinis**.

On rappelle la **générativité** des **entiers naturels**, à savoir le fait qu'après **un nombre entier naturel** il en existe toujours un autre. La liste: **0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …**, qui se termine par le symbole du **GENER** « **...** », est à elle seule l'expression même de cette **générativité**. Ce symbole signifie en effet que cette liste se poursuit **indéfiniment**, autrement dit est **générative**. Sans cesse donc, un nouvel **entier** est **généré**.

Mais revenons à nos moutons, à l'**iso-ordinalité**. C'est une **relation d'équivalence**, qui signifie ici, pour deux **zed-suites x** et **x'**, c'est-à-dire deux **applications de Z dans Z**, que leurs termes sont exactement dans le **même ordre**. On peut **translater** la **zed-suite**, lui faire subir un **décalage** vers la gauche, vers la droite, en haut ou bas s'il le faut, lui faire subir une **rotation**, notamment de 180° (ce qu'est pas exemple le fait de transformer une **zed-suite** en sa **zed-suite reverse**), etc., mais les éléments gardent le **même ordre** les uns relativement aux autres.

Considérons la **suite**: **v = (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, …)**. Si nous la **décalons** de **3 rangs** vers la **gauche**, cela donne: **v’ = lesh(v, 3) = (3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, …)**.
Nous parlions dans ce cas de **troncation** des **3** premiers éléments de la suite, à savoir: **0, 1, 2**, car c’est l’effet c’est le résultat que cette **opération de décalag**e semble montrer. Mais en réalité, on ne voit que le résultat dans le champ de **0** à l’**infini**, comme on dit. Dans ce champ, c’est **3** qui occupe le rang **0**.

Mais si l’on regarde la même **suite v** en tant que **zed-suite v**, cela donne:
v = (…, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …).
Et alors on a:
v’ = (…, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12…).

v = (…, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …).
v’ = (…, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12…).

Il y a donc simple eu **décalage** de la **zed-suite** de **3 rangs** vers la gauche, et tous les éléments dans le **même ordre** relatif. Dans cet exemple de **v**, l’opération de **décalage de 3 rangs** vers la gauche équivaut à faire: **v’ = v+3**.

Et pour un **décalage** de **3 rangs** vers la droite, cela donne:
v = (…, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …).
v’ = (…, -10, -9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7,…).

v = (…, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …).
v’ = (…, -10, -9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7,…).

L’opération de **décalage de 3 rangs** vers la droite équivaut ici à faire: **v’ = v-3**.
Autrement dit, on a: **v-3 = (-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …)**,
en voyant en tant que **suites d’entiers relatifs**, ou **application de N dans Z**, et non plus comme **zed-suite**. Les **zed-suites** ou l’usage ici des **entiers relatifs** a pour but de travailler plus confortablement et de donner des définitions plus simples et plus intuitives. En ne travaillant qu’avec les **entiers naturels**, la **zed-suite** :
v’ = v-3 = (…, -10, -9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7,…),
est équivalente a:
v’ = v-3 = (…, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7,…),
ou à la **suite**:
v’ = v-3 = (0, 0, 0, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7,…).

En effet, ce sont les **propriétés finales** qui importent le plus ici, c’est-à-dire ce qui se passe à partir d’un certain rang $\mathbf{n_0}$. Les valeurs du début sont donc relativement moins importantes, les remplacer par des **0** pour ne travailler qu’avec des **entiers naturels** est possible. Autrement dit, dans l’approche qui adoptée ici, remplacer dans le début d’une **suite x** un **nombre fini** d’éléments par ce que l’on veut, donné une **suite x’ équivalente** à **x**.

Et aussi, au lieu de l'**iso-ordinalité** au sens strict, l'**iso-ordinalité finale** c'est-à-dire à partir d'un certain rang, suffira. Deux **suites x** et **y** sont **iso-ordinales** c'est-à-dire présentent la **même séquence** d'éléments, si à partir d'un certain rang $\mathbf{n_0}$ pour l'une et $\mathbf{n'_0}$ pour l'autre, on a la même séquence des éléments jusqu'à la fin. Même si les premiers éléments des deux suites sont très différents.

Par exemple :

x = (8, 3, 4, 0, 2, 7, 1, 4, 2, 8, 5, 7, 1, 4, 2, 8, 5, 7, 1, 4, 2, 8, 5, 7, 1, 4, ...)
y = (4, 5, 2, 6, 0, 7, 1, 4, 2, 8, 5, 7, 1, 4, 2, 8, 5, 7, 1, 4, 2, 8, 5, 7, 1, 4, ...)

Ici, les deux **suites x** et **y** ne sont pas **identiques**, elles ne sont pas **égales** au sens de l'**identité**. Cependant, même si elles sont différentes au début, elles sont **finalement égales**, car elles sont **égales** à partir du rang **5** (on rappelle qu'on numérote en commençant par **0**). Elles sont donc **égales** au sens de l'**équivalence** qu'est l'**égalité finale**, qui est celle que nous privilégions dans notre conception des **nombres entiers variables**. A partir du rang donc, le **décalage** entre les deux **suites** est de **0** puisqu'elles sont **identiques** à partir de ce rang.

Et maintenant le second exemple:

x = (8, 3, 4, 0, 2, 7, 1, 4, 2, 8, 5, 7, 1, 4, 2, 8, 5, 7, 1, 4, 2, 8, 5, 7, 1, 4 ...)
y = (0, 5, 2, 6, 0, 0, 1, 6, 7, 1, 4, 2, 8, 5, 7, 1, 4, 2, 8, 5, 7, 1, 4, 2, 8, 5 ...)

Ici, les deux **suites** ne sont pas du tout **identiques**, elles ne sont pas du tout **égales** au sens de l'**identité**. Elles ne sont même pas **égales** à partir d'un certain rang, car elles n'ont pas les **mêmes éléments** aux **mêmes rangs**, à partir d'un certain rang. Et pourtant on voit qu'à partir du rang **5** pour la première et du rang **8** pour la deuxième, les deux suites présentent exactement la **même séquence** des éléments : **7, 1, 4, 2, 8, 5, 7, 1, 4, 2, 8, 5, 7, 1, 4, 2, 8, 5, 7, 1, 4 ...**,

Elles sont donc **iso-ordinales** à partir de ces deux rangs, c'est-à-dire elles présentent le **même ordre** des éléments, mais seulement avec un **décalage** de **3** rangs. Même donc les débuts de **suite** ne sont pas les mêmes, on pourra écrire: **y = rish(x, 3)**, pour dire que **y** est **égal** à **x** mais **décalé** de **3** rangs vers la droite, et en l'occurrence à partir du rang **5**. Et on pourra écrire: **x = lesh(y, 3)**, pour dire que **x** est **égal** à **y** mais **décalé** de **3** rangs vers la gauche, et en l'occurrence à partir du rang **8**.

On a donc dans ces exemples **3** notions d'**égalité**, **3** manières de dire « **même** ».

Avec la première, l'**égalité** au sens de l'**identité**, on voudrait pouvoir dire: « **mêmes éléments aux même rangs partout**». C'est l'**égalité** la plus **stricte**. Mais nous n'avons pas l'**identité** ni dans un cas, ni dans l'autre, et fort heureusement il n'est pas forcément nécessaire d'avoir une **identité** pour avoir une **égalité** intéressante et **puissante**. Le plus important est d'avoir la bonne **égalité** et quand il le faut.

→ Avec la seconde, l'**égalité finale**, on a « **les mêmes éléments dans le même ordre à partir d'un certain rang** ». Cette **égalité finale** est très intéressante pour traiter de la notion d'**infini**, des habituelles notions de « **tendance vers l'infini** », etc.

→ Et avec la troisième on a « **les mêmes éléments dans le même ordre, mais en décalage, à partir d'un certain rang pour l'une des suites, et d'un autre rang pour l'autre** ». Elle est une généralisation de la précédente. Comprenons à présent plus en détail sa définition et sa logique.

Définition:
Du point de vue de la **relation d'égalité** et de la **relation d'ordre** sur les **nombres entiers variables**, c'est donc la **relation finale** qui nous intéressera particulièrement. Ainsi, pour deux **nombres entiers variables x** et **y**, on a **x = y** (resp. **x < y**, **x > y**), s'il existe un **entier naturel** $\mathbf{n_0}$ tel que, pour tout **entier naturel** $\mathbf{n \geq n_0}$, on a: $\mathbf{x_n = y_n}$ (resp. $\mathbf{x_n < y_n}$, $\mathbf{x_n > y_n}$).

La **relation d'égalité** ainsi définie, l'**égalité finale** donc, est une **relation d'équivalence**. Ce sont alors les **classes d'équivalence** ou **classe d'égalité**, qui sont à proprement parler les **nombres entiers variables**.

De manière générale, pour tout **nombre entier variable n**, tout **nombre entier variable x finalement égal à n** est notée **n**, puisque **n** est un représentant de la **classe** de telles **suites**.

On a ainsi par exemple les **suites** ou **nombres entiers variables x** de la **classe** de **v**, et qui sont telles qu'il existe un **entier naturel** $\mathbf{n_0}$, tel que pour tout **entier naturel** $\mathbf{n \geq n_0}$, on a: $\mathbf{x_n = v_n = n}$.

Avant $\mathbf{n_0}$ donc, la **suite x** peut prendre n'importe quelle valeur. Mais à partir de $\mathbf{n_0}$, elle se confond avec **v**, c'est-à-dire on a: $\mathbf{x_n = v_n = n}$, pour tout **entier naturel** $\mathbf{n \geq n_0}$.

Par exemple: **x = (-6, 15, 277, 0, -4, 19, 3, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, …)**.
A partir du **rang 7**, x se confond avec **v**, on a: $\mathbf{x_n = v_n = n}$, pour tout **entier naturel** $\mathbf{n \geq 7}$.

Soit un **entier variable x**. On dit que **x** est **indéfiniment variable** ou **générativement variable** s'il n'est jamais **constant** à partir d'un rang **fini** $\boldsymbol{\sigma}$. Autrement dit, pour tout rang **k**, il existe toujours un autre rang **k' > k** tel que: $\mathbf{x_k \neq x_{k'}}$.

En définissant le **cardinal de N** c'est-à-dire le **nombre des ses éléments** comme étant l'**entier infini** de référence **v**, alors le **cardinal** des **nombres entiers variables**, c'est-à-dire le **nombre des applications de N dans N**, le **nombres des éléments** de $\mathbf{N^N}$ donc, est $\mathbf{v^v}$. Le **nombre des entiers constants** étant donc **v**, autrement dit le nombres des **éléments** de **N**, il en résulte que le **nombre des entiers indéfiniment variables** est: $\mathbf{v^v - v}$, ce qui signifie donc que l'immense majorité voire la quasi-totalité des **nombres entiers variables** sont des **entiers indéfiniment variables**!

Les **suites d'entiers naturels** (les **nombres entiers variables** donc) qu'on peut former à partir d'une **suite d'entiers x** donnée, sont de grande importance.

Soit un **entier indéfiniment variable** $\mathbf{x = (x_0, x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, ...)}$. On associe à **x** quatre **suites** dites **descriptives**: la **suite escalière s(x)**, la **suite des hauteurs** (des **paliers d'escalier**) **h(x)**, la **suite** des **largeurs** (de **paliers d'escalier**), la **suite de tendance d(x)** ou des **variations** des **hauteurs** (des **paliers d'escalier**). Ces quatre **suites** sont simplement notées **s**, **h**, $\boldsymbol{\lambda}$ et **d** s'il n'y pas de confusion sur la **suite x** sur laquelle elles portent.

La **suite escalière s** indique les **rangs** $\mathbf{s_i}$ où la **suite x change de valeur**. Un peu à l'image des points sur un sol où l'on **monte** une **marche** ou la **descend**. S'il n'y a pas de **marches**, c'est que la surface dans cette zone est **plane**, ce qui correspond pour une **suite** au fait d'être **constante** au moins localement, sinon sur un **palier infini**.

La **suite h** indique les hauteurs des **paliers** successifs de la **suite x** vue comme un **« escalier » numérique**. La **suite λ** indique les différentes **largeurs de paliers** ou **plages de constance** successives. Et enfin la **suite d** indique les **variations des hauteurs** d'un **palier** à un autre.

La **suite s** est définie de la manière suivante:
→ $s_0 = 0$.
→ s_1 est le **plus petit rang strictement supérieur** à s_0, tel que $x(s_1) \neq x(s_0)$.
→ s_2 est le **plus petit rang strictement supérieur** à s_1, tel que $x(s_2) \neq x(s_1)$.
→ Pour tout s_i déjà défini, s_{i+1} est le **plus petit rang strictement supérieur** à s_i, tel que $x(s_{i+1}) \neq x(s_i)$.

A partir de la suite **s** on définit les autres **suites**, en posant, pour tout **rang i**:
$h_i = x(s_i)$; $\lambda_i = s_{i+1} - s_i$; $d_i = h_{i+1} - h_i = x(s_{i+1}) - x(s_i)$.

Par exemple, considérons le **nombre entier variable**: **x = (3, 9, 9, 9, 0, 7, 8, 8, 8, 1, 8, 4, 4, 4, 0, 0, 7, 12, 12, 12, 12, 12, 8, 12, 15, 4, 15, 4, 15, 4, 15, 4, …)**.

On a:

→ $s_0 = 0$, le rang de départ de toute suite; et: $h_0 = x(s_0) = x_0 = 3$;
→ $s_1 = 1$ car $x_1 = 9$, et **1** est le **plus petit entier naturel strictement supérieur** à **0**, tel que $x_1 \neq x_0$. Et le prochain rang où la valeur de **x**, qui est **9** sur trois rangs consécutifs, change, est le rang **4**, où la valeur passe à **0**. Donc $s_2 = 4$. Puis la valeur de **x** change au rang suivant, le rang **5**, passant de **0** à **7**. Donc $s_3 = 5$. Puis change encore au rang suivant, donc $s_4 = 6$. Et là, la valeur de **x** reste **constante** à **8**, pendant trois rangs, et c'est au rang **9** que ça change pour passer à **1**. Donc $s_5 = 9$. Puis ça change au rang **10** pour repasser à **8**, donc $s_6 = 10$. Puis ça change au rang **11** pour passer à **4**, donc $s_7 = 11$. Puis c'est au rang **14** que ça change pour passer à **0**. Donc $s_8 = 14$. Puis ça change au rang **16** pour passer à **7**, donc $s_9 = 16$. Puis ça change au rang suivant, donc $s_{10} = 17$. Et c'est au rang **22** que ça change pour passer à **8**, donc $s_{11} = 22$. Puis ça change au rang suivant pour passer à **12**, donc $s_{12} = 23$. Puis ça change au rang suivant pour passer à **15**, donc $s_{13} = 24$. A partir de là la valeur de **x** alterne entre **15** et **4**, donc change à chaque fois, donc $s_{14} = 25$, et $s_{15} = 26$, et $s_{16} = 27$, etc.

Donc: **s = (0, 1, 4, 5, 6, 9, 10, 11, 14, 16, 17, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, …)**.
Et: **h = (3, 9, 0, 7, 8, 1, 8, 4, 0, 7, 12, 8, 12, 15, 4, 15, 4, 15, 4, 15, 4, 15, ...)**.
Et: **λ = (1, 3, 1, 1, 3, 1, 1, 3, 2, 1, 5, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, ...)**.
Et: **d = (3, -9, 7, 1, -7, 7, -4, -4, 7, 5, -4, 4, 3, -11, 11, -11, 11, -11, 11, -11, ...)**.

La **suite λ** nous apprend ici par exemple que la **suite x** est **constante** sur trois rangs à trois reprises, et une fois elle est **constante** sur deux rangs, et une fois sur cinq rangs. Le reste du temps, elle **change de valeur** d'un rang à l'autre. A partir du rang **16**, elle **change à chaque fois de valeur** d'un rang au suivant, ce que nous dit aussi la **suite s**, celle qui précisément indique les rangs où **x change de valeur**. Et quand à **suite h**, elle nous précise que **x alterne** à la fin entre deux valeurs, ce que la **suite d** confirme aussi en disant qu'un coup **x chute** de **11** et un coup il **monte** de **11**.

Il est clair que d'après ces définitions, si un **entier variable x** était **constant** à partir d'un certain rang σ, la **suite s** comporte alors un **nombre fini** ou **constant** de termes, parce que le processus de sa construction va s'arrêter car après le rang σ, pour lequel **x** prend la valeur $\mathbf{x(\sigma)}$ ou $\mathbf{x}_\sigma$, il n'y a plus de rang où **x** prend une valeur différente de $\mathbf{x}_\sigma$. Et donc les autres **suites**, qui dépendent de **s**, sont **finies** aussi. D'où le fait que ces définitions sont données uniquement pour les **suites indéfiniment variables**, les seules pour lesquelles ces **suites spéciales** sont de vraies **suites**, c'est-à-dire des **applications de N dans N** ou de **N dans Z**.

Car particulier de **v = (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...)**.
Il est clair qu'on a:
→ **s(v) = v = (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...).**
→ **h(v) = v = (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...).**
→ $\boldsymbol{\lambda}$**(v) = [1] = (1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, ...).**
→ **d(v) = [1] = (1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, …).**

On a les mêmes résultats pour toute **suite x égale** à **v** à partir d'un certain rang $\mathbf{n_0}$. Dans ce cas aussi, **s** et **h** sont **v** mais à partir du rang $\mathbf{n_0}$, et aussi $\boldsymbol{\lambda}$ et **d** sont **[1]** à partir du rang $\mathbf{n_0}$.

Dire donc que **x** n'est pas **indéfiniment variable**, c'est dire que **x** est **constant** à partir d'un certain rang **fini** (c'est-à-dire **constant**) σ, alors: $\mathbf{s(x) = (0, s_1, s_2, s_3, s_4, \ldots, s_k)}$, où **k** est **fini** (c'est-à-dire **constant**) aussi. On note: $\mathbf{\sigma(x) = s_k}$.

Par exemple, considérons: **x = (3, 1, 1, 0, 5, 8, 8, 8, 1, 8, 4, 4, 4, 4, 4, 7, 12, 12, 12, 12, 12, …)**.
On a: **s(x) = (0, 1, 3, 4, 5, 8, 9, 10, 15, 16)**, et donc $\mathbf{\sigma(x) = 16}$.

Définition:
Soit un **entier variable x**. On dit que **x** est un **totalement séquent** si **s(x) = v**, ou, ce qui revient au même, si $\boldsymbol{\lambda}$**(x) = [1]** . On dit que **x** est **séquent** à partir d'un certain rang $\mathbf{n_0}$, si à partir de ce rang on a: **s(x) = v**, ou: $\boldsymbol{\lambda}$**(x) = [1]**.

Par exemple, **v** est évidemment **totalement séquent**. C'est la référence en la matière.

Une **suite indéfiniment variable** peut être **constante**, ce qui peut paraître paradoxal, mais il n'en n'est rien. En effet, elle peut être constante mais à partir d'un certain rang **infini**, au nouveau sens de l'**infinité**, ce qui veut dire que ce rang est lui-même un **entier variable**.

Pour les **entiers indéfiniment variables**, il faudra donc se rendre à un **horizon infini** σ, pour voir à partir de quel **nombre entier** ils sont **constants**. Celui-ci existe toujours, sauf qu'il est à un **horizon infini** pour les **entiers indéfiniment variables**, mais à un **horizon fini** ou **constant**, pour les **entiers constants** ou **finalement constants**.

Plus généralement, si **x** est **indéfiniment variable à partir d'un certain rang** $\mathbf{n_0}$, on aussi:
s(x) = v à partir du rang $\mathbf{n_0}$. Dans ce cas, **s** est de la forme:
$\mathbf{s = (0, s_1, s_2, s_3, \ldots, s_k, s_k{+}1, s_k{+}2, s_k{+}3, s_k{+}4, s_k{+}5, \ldots)}$.
On dit alors que **x** est un **nombre entier variable séquent à partir du rang** $\mathbf{n_0}$.
Et on dit: $\boldsymbol{\lambda}$**(x) = [1] à partir du rang** $\mathbf{n_0}$.

Par exemple, la **suite**: $x = (4, -6, 0, 0, 2, 2, 13, 1, 0, 5, 8, 5, 8, 5, 8, 5, 8, 5, \ldots)$.
On a: $s = (0, 1, 2, 4, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, \ldots)$.
L'**entier variable x** est donc **séquent** à partir du rang **6**, qui est ici s_4.

On a donc : $\lambda(x) = [1]$ à partir du rang **6**.

Étant donné un **entier indéfiniment variable x**, et: $s(x) = (0, s_1, s_2, s_3, s_4, s_4, \ldots)$, sa **suite des hauteurs** est donc: $h(x) = (x(0), x(s_1), x(s_2), x(s_3), x(s_4), \ldots)$.

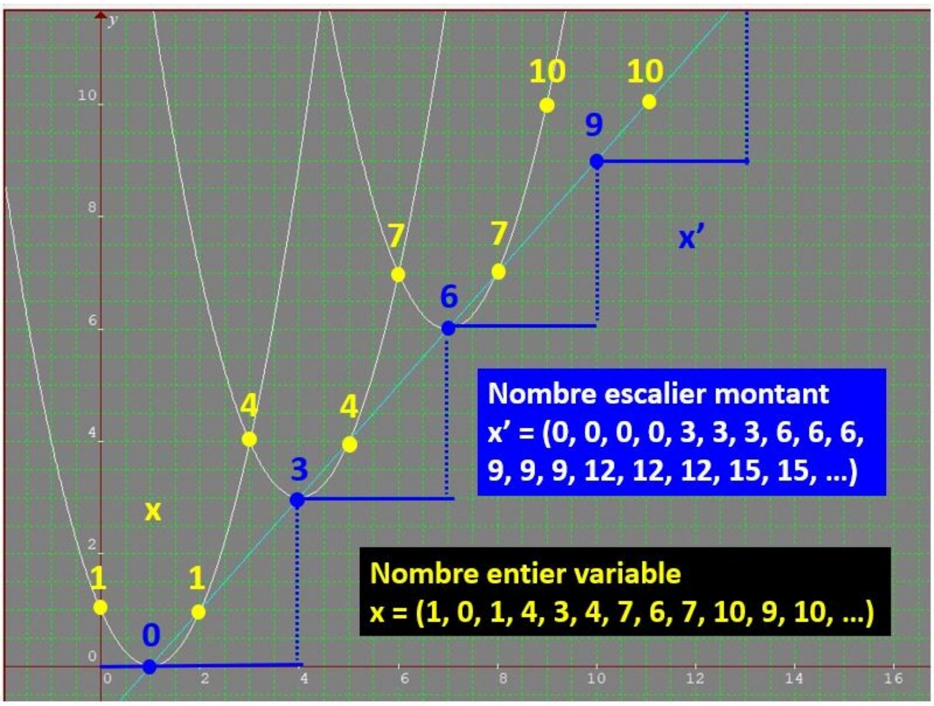
Il est clair que la **suite h(x)** est totalement **séquente**, car de la manière dont les s_i sont définis, pour tout **indice** non nul **i,** on a: $x(s_{i-1}) \neq x(s_i)$ et $x(s_i) \neq x(s_{i+1})$.
Par conséquent: $s(h(x)) = v$, mais aussi: $\lambda(h(x)) = [1]$.
Autrement dit, **h(x)** est **totalement séquent**.

Voici à présent la définition générale d'un **nombre entier naturel infini**.

Définition:
Soit un **entier variable x**. On dit que **x** est **majoré**, s'il existe un entier **naturel constant M** tel que pour tout **entier naturel** $x(n) \leq M$. Autrement dit, tous les termes de **x** sont en dessous d'un certain **entier constant M**, ou du moins à partir d'un certain **rang k**. Si **x** n'est pas **majoré**, alors ont dit qu'il est **transmajoré**. Dans ce cas, pour tout **entier naturel M**, il existe un **entier naturel k**, tel que pour tout **entier naturel** $n \geq k$, $x(n) > M$. On dit alors aussi que **x** est **transfini** ou encore **transconstant**. Cela veut dire que **x** est au-delà de toute **suite constante**, autrement dit **x** finit toujours par être **strictement supérieur** à toute **suite constante M**, autrement dit encore à tout **nombre entier constant M**. Par définition, c'est ce que nous entendrons par **x** est **infini**.

Remarque importante:
On notera que dans le langage habituel, cette définition est celle d'un **nombre** qui « **tend vers l'infini** ». Mais dans notre conception, c'est la définition d'un **nombre infini**.

Par exemple, soit: $x = (1, 0, 1, 4, 3, 4, 7, 6, 7, 10, 9, 10, 13, 12, 13, 16, 15, 16, 19, 18, 19, 22, 21, 22, 25, 24, 25, 28, 27, \ldots)$.



Abordons maintenant l'importante notion de la **croissance** des **suites d'entiers**.

Définition:
Soit un **entier variable quelconque x**. On dit que **x** est un **entier variable croissant** ou simplement que **x** est **infini**, si **d(x)** est **indéfiniment variable**, et si c'est une **suite** de **nombres entiers naturels** (donc de **nombres entiers positifs ou nuls**) à partir d'un certain rang. On dit alors aussi que **x** est une **suite escalière montante**, ou qu'il est un **nombre escalier montant**.

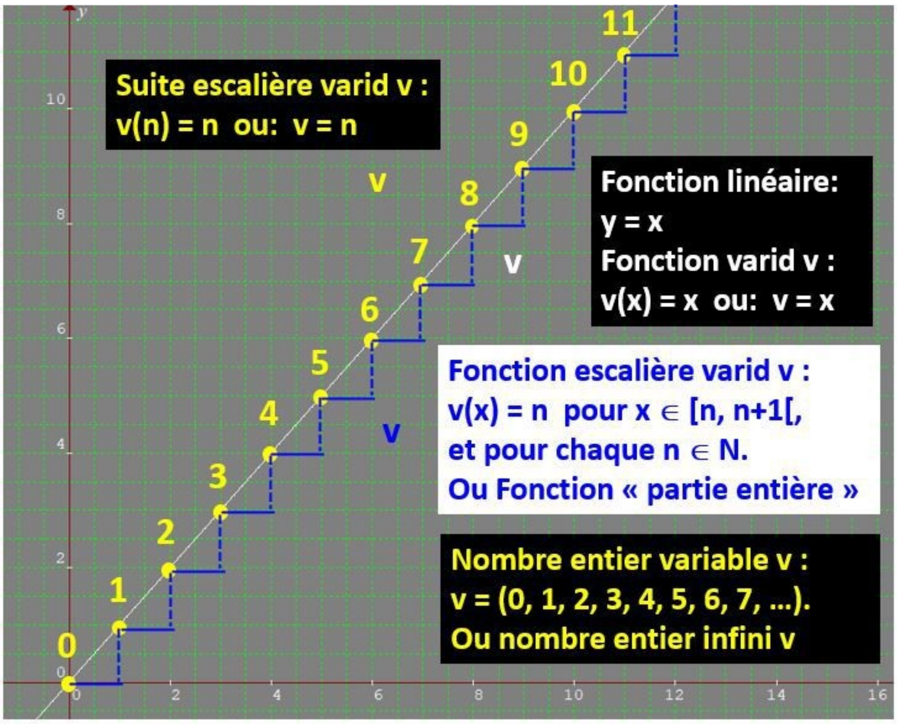
Cela signifie intuitivement qu'à partir d'un certain rang $\mathbf{n_0}$, une fois que **x** a pris une certaine valeur **M**, **x** ne redescend plus jamais en dessous de **M**. Il resterait au pire **constant** et **égal** à **M**. On serait alors dans ce cas dans la situation où **x** est **constant** à partir d'un certain rang, et donc où ses **paliers** sont en nombre **fini** ou **constant**. Mais les hypothèses sont que **d(x)** est **indéfiniment variable** et **croissant**, donc ne reste pas de **constance** à partir d'un certain rang **fini** ou **constant**. Après chaque **palier** il y a toujours tôt ou tard un autre **palier** plus haut.

Et **x** est un **entier variable** (**finalement**) **strictement croissant** s'il existe un **entier naturel** $\mathbf{n_0}$ tel que pour tout **entier naturel** $\mathbf{n \geq n_0}$, on a: $\mathbf{x_{n+1} > x_n}$.

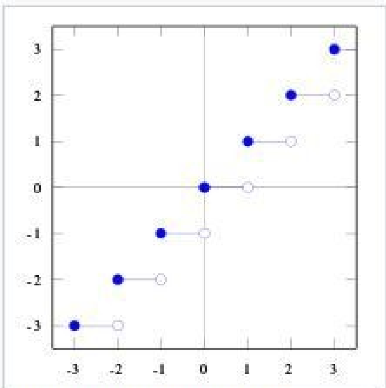
Il est clair alors qu'à partir du rang $\mathbf{n_0}$, **x** est **indéfiniment variable**, et en plus **séquent** à partir du rang $\mathbf{n_0}$, et **d(x)** esr une **suite d'entiers strictement positifs** à partir de n_0.

Théorème:
Pour qu'un **entier variable** soit **infini**, il faut et il suffit qu'il soit **supérieur** à un certain **nombre escalier montant**.

L'**entier variable v** est la référence en matière de **nombre entier variable**, et aussi la référence en matière de **nombre entier variable strictement croissant**, et la référence en matière de **nombre entier variable infini**:

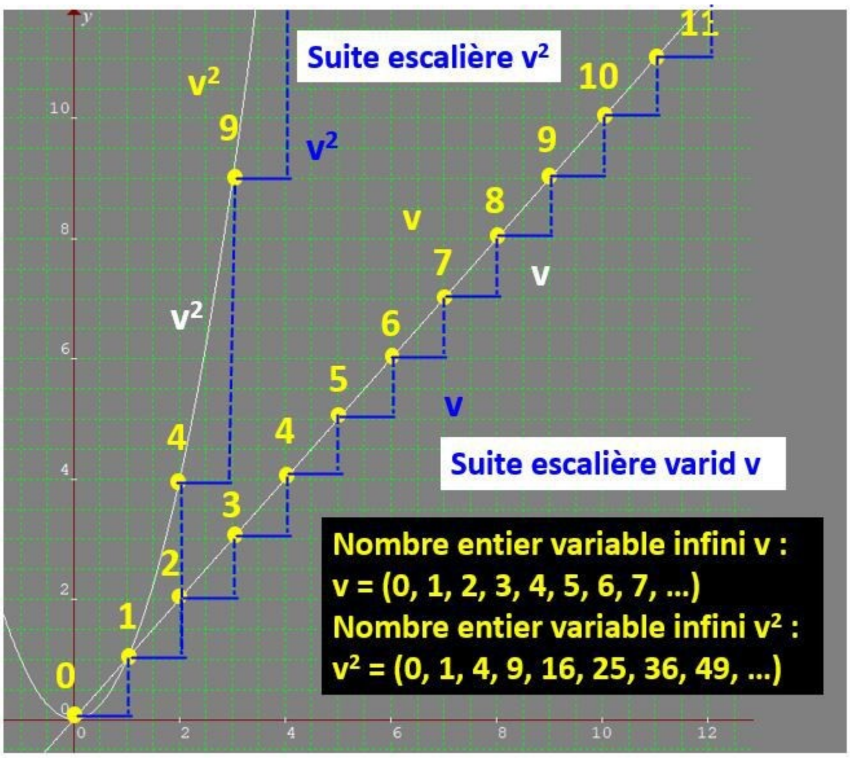


La **suite escalière** associée à la **suite v = (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …)**, est la **fonction « partie entière »** ou **⌊x⌋** ou **E(x)**.

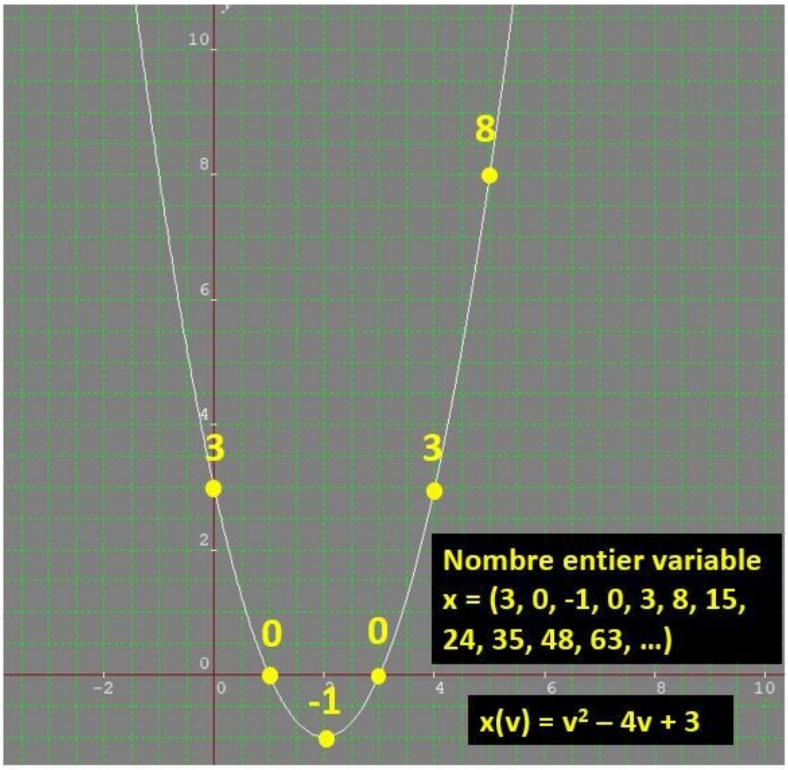

Représentation graphique en escalier de la fonction « partie entière ».

(voir article Wikipedia)

C’est le cas aussi de l’exemple suivant, où **x** est défini par:
$x(n) = n^2$, ou simplement: **$x = v^2$**, ci-après mis en comparaisons avec **v**:



Et c'est le cas aussi de l'exemple suivant, où **x** est défini par:
$x(n) = n^2 – 4n + 3$, ou simplement: **$x = v^2 – 4v + 3$**.



On a alors: **x = (3, 0, -1, 0, 3, 8, 15, 24, 35, 48, 63, 80, 99, ...)**. Le **nombre variable x** est **strictement croissant** à partir du rang **2**, et il est une **suite d'entiers naturels** à partir du rang **3**. On a: **$s(x) = (0, 1, 2, 3, 4, 5, \ldots) = v$**, qui est le **nombre entier variable strictement croissant** de référence.

Tous les **polynômes** en **v**, à savoir: $\mathbf{x = a_n v^n + a_{n-1} v^{n-1} + \ldots + a_1 v + a_0}$, de **degré n non nul**, dont les **exposants i** et les **coefficients a_i** sont des **entiers naturels constants**, avec $\mathbf{a_n > 0}$, sont des **nombres entiers variables strictement croissants** à partir d'un certain rang. On généralise par **récurrence** au cas où les **exposants i** sont eux-mêmes des **nombres entiers variables strictement croissants**. Les **nombres entiers variables x** sont alors les **nombres entiers oméganaturels variables** (ce qui veut dire **infinis** dans leur cas), qui avec les **nombres entiers constants** (ou finis) forment tous les **nombres entiers oméganaturels**. C'est la nouvelle définition des **ordinaux**, ce qui revient à dire tous les **nombres entiers naturels** écrits en **système de numération** de **base v** (on y reviendra).

Dorénavant, quand nous parlerons de **nombre entier génératif**, ou **séquent**, ou **croissant**, ou **infini**, etc., cela sous-entendra bien sûr qu'on parle de **nombre entier variable**, puisque ces notions ne prennent leurs définitions que pour le **nombres entiers variables**. Non seulement cela, même les **nombres entiers constants** sont un cas particulier de **nombres entiers variables**.

On appelle un **nombre entier v-polynomial** ou simplement **polynomial** (sous-entendu donc en **v**) un **nombre entier x** de la forme: $\mathbf{x = a_n v^n + a_{n-1} v^{n-1} + a_{n-2} v^{n-2} + a_{n-3} v^{n-3} + \ldots + a_2 v^2 + a_1 v + a_0}$, où **n** est un **nombre entier naturel constant**, et où les **a_i** sont des **nombres entiers relatifs**. L'**ensemble** des **nombre entier v-polynomiaux** est noté **N_v**.

Si l'**entier v-polynomial x** est un **entier naturel** (un élément de **N** donc), alors on dit le **degré** de **x** est **0**, et on note: **$\deg(x) = 0$**.

Dans ce cas il est clair que les **coefficients** de **a_1** à **a_n** sont tous **0**, autrement dit tous les **coefficients a_i,** pour **$i > 0$**.

Et dire que l'**entier v-polynomial x** n'est pas un **entier naturel** classique, c'est dire qu'il existe au moins un **coefficient a_i**, avec **$i > 0$**, tel que: **$a_i \neq 0$**. Soit alors **a_k** le **plus grand des coefficients** ayant cette propriété. **k** est appelé le **coefficient dominant de x**, et on note: **$\mathrm{cdo}(x) = a_k$**. Et **k** est alors appelé le **degré de x**, et on note: **$\deg(x) = k$**. On dit que **n** est **un degré de x**, et la notion de **degré** qu'on vient de définir est appelé **le degré de x**, ici **k** donc.

Par exemple considérons: $\mathbf{x = 2v^4 - 14v^3 + 5v^2 + 3v - 7}$.
Le **degré de x** est **4**, donc **$\deg(x) = 4$**.
Mais on a aussi: $\mathbf{x = 0v^5 + 2v^4 - 14v^3 + 5v^2 + 3v - 7}$.
Et alors **5** est un **degré de x**. Et plus généralement tout **entier naturel supérieur** ou égal à **4** est **un degré de x**. Dans l'écriture: $\mathbf{x = a_n v^n + a_{n-1} v^{n-1} + a_{n-2} v^{n-2} + a_{n-3} v^{n-3} + \ldots + a_2 v^2 + a_1 v + a_0}$, on sait juste que **x** est de cette forme, et n'ayant pas d'autre information, on ne sait pas si **a_n** est **0** ou pas. On peut donc juste dire que **n** est **un des degrés** (potentiels) de **x**. Mais si on précise que **$a_n \neq 0$**, alors **n** est **le degré** de **x**.

La comparaison de deux **entiers polynomiaux** est comme celle des **polynômes** ayant comme **coefficients** des **nombres réels**, et plus généralement comme **coefficients** un **ensemble numérique ordonné**, et qui est tout simplement une **comparaison lexicographique**, comme pour les mors d'un dictionnaire. On met les deux **polynômes** à **un même degré**. On compare leurs **coefficients** de **plus**

grand degré. S'ils sont différents, alors le plus grand des deux **polynômes** est celui qui a le **plus grand coefficient de plus grand degré**. Mais s'ils sont égaux, alors on compare les **coefficients** du **degré immédiatement inférieur**. S'ils sont **égaux** on passe au **degré** immédiatement **inférieur**. Et ainsi de suite jusqu'à ce qu'on ait des **coefficients** différents d'un même **degré**. Le plus grand des deux **polynômes** est celui qui a le **plus grand coefficient** à ce degré. Et si on arrive au degré 0 sans départager les **coefficients**, alors les deux **polynômes** sont **égaux**.

C'est à cette logique d'ordre qu'obéissent les **entiers v-polynomiaux**. Il ne s'agit pas d'une définition arbitraire d'une **relation d'ordre** sur les **nombres entier v-polynomiaux**, mais on démontre que la **relation d'ordre** définie sur les **entiers variables** en général, appliquée aux **entiers v-polynomiaux** en particulier, vérifie les règles qu'on vient d'énoncer, qui sont donc des **théorèmes**.

Montrons par exemple que: **v-1 < v**.

Pour deux **entiers** (**variables**) **x** et **y**, on a dit que par définition, **x < y** si: **x(n) < y(n)** à partir d'un certain rang $\mathbf{n_0}$, c'est-à-dire s'il existe un **entier naturel constant** $\mathbf{n_0}$ tel que pour tout **entier naturel constant** $\mathbf{n \geq n_0}$, on a: **x(n) < y(n)**.

Pour montrer donc que: **v-1 < v**, il nous montrer que: **(v-1)(n) < v(n)**, à partir d'un certain rang $\mathbf{n_0}$.
Comme déjà vu: **(v-1)(n) = n-1**, et **v(n) = n**.
Donc, dire: **(v-1)(n) < v(n)**, c'est dire: **n-1 < n**, ce qui est vrai pour tout **entier relatif n**, et donc pour tout **entier naturel constant n**. Donc: **v-1 < v**.

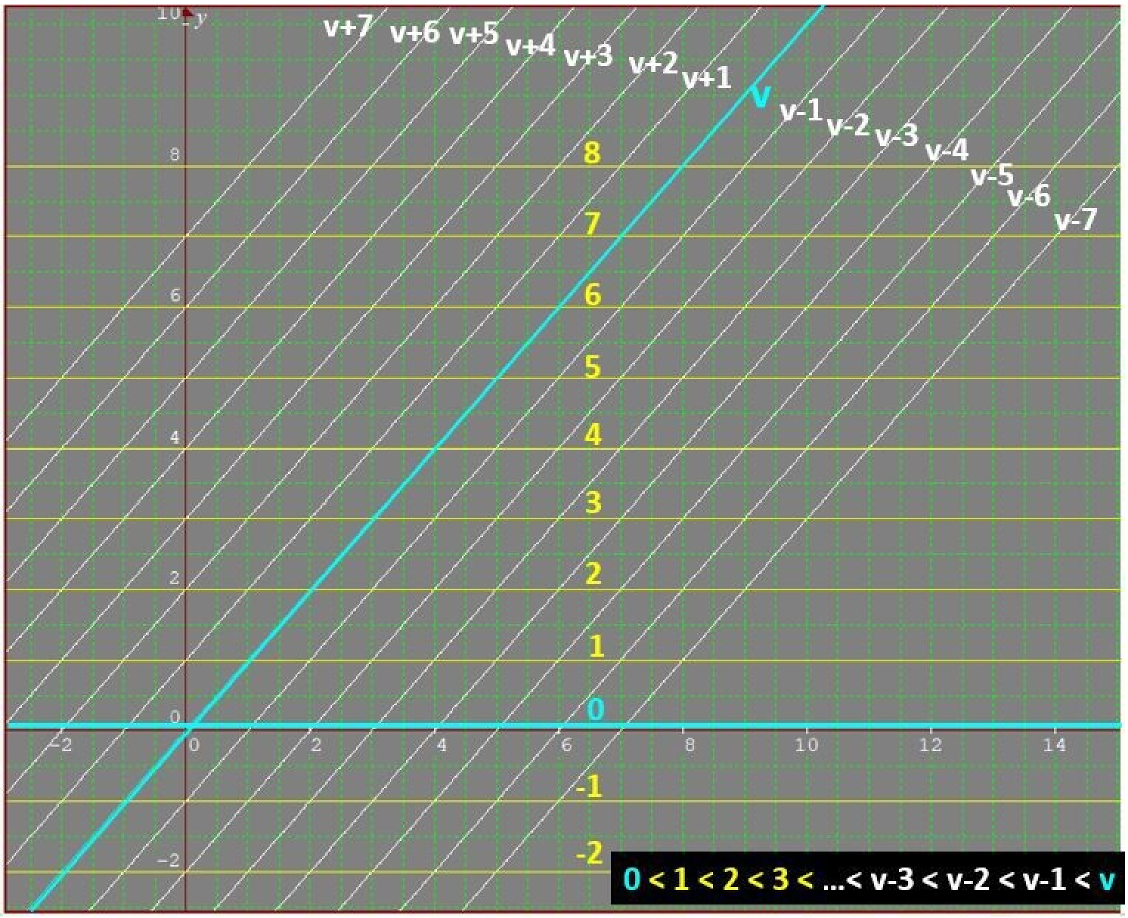
On aboutit à la même conclusion directement en comparant les **v-polynômes v-1** et **v**, qui sont donc **v-1** et **v+0**. Etant de même **degré 1**, et ayant le même **cdo** ou **coefficient dominant** qui est **1**, alors il reste à comparer les **coefficients de degré 0**, qui est **-1** et **0**, et comme: **-1 < 0**, on a donc: **v-1 < v**.

Comme second exemple, considérons: **x = av + b**, et **y = cv + d**, où **a, b, c, d** sont des **entiers relatifs**, avec **a < c**.
Pour tout **entier naturel n**, on a: **x(n) = (av + b)(n) = a(v(n)) + b(n) = an +b**.
Et on a: **y(n) = (cv + d)(n) = c(v(n)) + d(n) = cn +b**.
Donc **x(n)** et **y(n)** sont deux **équations** de **droites** en **n**, respectivement **an +b** et **cn +d**, de **coefficients directeurs** respectifs **a** et **c**. Et comme **a < c**, la droite d'équation **cn +d** croît plu vite que l'autre, et il existe une **entier naturel** $\mathbf{n_0}$ pour on a:
an +b < cn +d, pour tout **entier naturel** $\mathbf{n \geq n_0}$.
Donc il existe un **entier naturel** $\mathbf{n_0}$ tel que: **x(n) < y(n)**, pour tout **entier naturel** $\mathbf{n \geq n_0}$.
Donc par définition, on a: **x < y**, c'est-à-dire: **av + b < cv + d**.
On en déduit entre autres que pour tous **entiers relatifs b** et **d** et et pour tout **entier naturel non nul c**, on a: **b < cv + d**.

Et si **a = c**, alors il est clair que le même genre de raisonnements conduit à la conclusion qu :
av + b < av + d $\Leftrightarrow$ **b < d**.

On peut avoir tous ces résultats et d'autres en appliquant directement les règles de **comparaison polynomiale** énoncées plus haut.

De tout cela on déduit:
0 < 1 < 2 < 3 < 4 < … < v-4 < v-3 < v-2 < v-1 < v,
et plus généralement:
0 < 1 < 2 < 3 < … < v-3 < v-2 < v-1 < v < v+1 < v+2 < … < 2v < …



On voit sur l'image que toute **droite** d'**équation**: **y = cv + d**, avec ici **c = 1**, donc toute **droite** d'**équation**: **y = v+d**, avec **d** un **entier relatif**, et **droite** qui représente donc l'**entier infini v+d**, finit par être **au-dessus** de n'importe quelle **droite constant**e d'**équation**: **y = b**, avec **b** un **entier relatif**, et **droite** qui représente l'**entier constant b**. Autrement dit, on a: **b < v+d**, pour tous **entiers relatifs b** et **d**, car il existe toujours un certain rang $\mathbf{n_0}$, tel que: **b(n) < (v+d)(n)**, pour tout **entier naturel** $\mathbf{n \geq n_0}$.

On déduit de tout cela aussi que pour un **entier v-polynomial**:
$\mathbf{x = a_n v^n + a_{n-1} v^{n-1} + a_{n-2} v^{n-2} + a_{n-3} v^{n-3} + \ldots + a_2 v^2 + a_1 v + a_0}$,
de **degré n**, donc pour lequel $\mathbf{a_n \neq 0}$, $\mathbf{x > 0 \Leftrightarrow a_n > 0}$.

Les **entiers v-polynomiaux strictement positifs** sont tous ceux dont le **coefficient dominant** est **strictement positif**. Et les **entiers v-polynomiaux strictement négatifs** sont tous ceux dont le **coefficient dominant** est **strictement négatifs**. Pour cette raison, les **entiers v-polynomiaux** sont une notion plus générale d'**entiers relatifs**.

On démontre que les **entiers v-polynomiaux strictement positifs** et de **degré non nul**, sont tous **infinis**, en l'occurrence **infinis positifs**. Ils sont **infinis négatifs** s'ils sont **strictement négatifs** et de **degré non nul**.

Les **nombres entiers polynomiaux en v** sont le coeur des **nombres entiers variables**. Nous les appelons les **nombres entiers variables canoniques**. L'un des aspects les plus importants de l'**entier v** est sans doute du fait qu'il soit à la fois **infini** (en un nouveau sens) et aussi une **variable**, comme **n** ou **x**, ou (ce qui revient au même) une des conséquences importantes de la **générativité** ou **indéfinité**), c'est que **v** est la **base** de référence d'un **système de numération** en base **infinie**. On sait que tout **nombre entier naturel**, et notamment s'il est **supérieur ou égal** à **2**, est la base d'un **système de numération**. Nous parlons des **bases** classiques, qui commencent avec **2** pour le **système binaire**. Mais dans le Nouveau Paradigme, nous commençons avec **1** pour la **base** du **système unaire**, qui est le **système fondamental** de l'**Univers TOTAL**.

→ La **base 0**, ou **{}** ou **{o}** en tant qu'**ordinal de von Neumann**, n'a pas de **chiffre**, ou son **chiffre** est le **zéro absolu**, **o**, l'**espace**.
→ La **base 1**, ou **{0}** ou **{{o}}** en tant qu'**ordinal de von Neumann**, a pour seul **chiffre 0**.
→ La **base 2**, ou **{0, 1}** ou **{{}, {{}}}** en tant qu'**ordinal de von Neumann**, la classique base binaire donc, a pour **chiffres 0, 1**.
→ La **base 3**, ou **{0, 1, 2}**, pour **chiffres 0, 1, 2**.
Et ainsi de suite.
→ La classique **base 10** du **système décimal**, ou **{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}**, a pour **chiffres** donc **0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9**.

Et c'est là où **v** entre en scène, avec la double casquette de **nombre entier variable** et de **nombre infini**. En tant que **nombre entier naturel** comme les autres, mais juste **variable**, comme **n** ou **x**, il fonctionne exactement comme tout **nombre entier naturel**, donc peut servir de **base** d'un **système de numération**. Et en tant que **nombre infini** (et c'est là que commence sa spécificité) il est l'**étalon de mesure** des **nombres infinis**, comme **finis** aussi d'ailleurs, mais surtout des **infinis,** car la nouveauté et l'originalité résident là.

Puisqu'il est **fini**, il est aussi un **ordinal de von Neumann**, sauf qu'il est **variable**.
On a donc: **v = {0, 1, 2, 3, 4, …, v-4, v-3, v-3, v-2, v-1**}.
Ses **v chiffres** sont donc ainsi listés, dans l'**ordre** qu'on a démontré plus haut. L'**ordre polynomial**.
On peut donc avec ces chiffres construire un **système** de **nombres entiers naturels** étendu aux **nombres infinis**, et c'est où réside le sésame! Ce **système** étendu, nous le nommons les **nombres entiers oméganaturels**, ou les **nombres entiers v-naturels**, ou encore les **v-entiers naturels**.

La définition ou construction est fort simple, elle est **récursive**:

a) Les **v chiffres** de **v**, à savoir: **0, 1, 2, 3, 4, …, v-4, v-3, v-3, v-2, v-1**,
encore notés: **0, 1, 2, 3, 4, …,** $\mathbf{\overline{4}, \overline{3}, \overline{2}, \overline{1}}$, sont des **entiers oméganaturels**.
b) Etant donné un **entier oméganaturel n**, tout entier **x** de la forme:
$\mathbf{x = c_n v^n + c_{n-1} v^{n-1} + c_{n-2} v^{n-2} + c_{n-3} v^{n-3} + \ldots + c_2 v^2 + c_1 v + c_0}$, où les $\mathbf{c_i}$ sont des **chiffres** de **v**,
est un nouvel **entier oméganaturel**. Si $\mathbf{c_n \neq 0}$, alors **n** est appelé le **degré** de **x**, et $\mathbf{c_n}$ est son **chiffre dominant**.
c) Tous les **entiers oméganaturels** sont construits par application répétée des deux règles précédentes. L'**ensemble** des **entiers oméganaturels** est noté $\mathbf{N_\omega}$.

On voit immédiatement que qu’une **variable** comme $\mathbf{w = v^v}$ par exemple, est un **entier oméganaturel**, mais n’est pas un **entier v-polynomial**, puisque l’exposant **v** n’est pas un **entier naturel** classique, il n’est pas **constant** mais **variable**, et de plus il est **infini**.

Un point important ici est que les **nombres entiers oméganaturels** qu’on vient de définir sont des **ordinaux finis** au sens de **von Neumann**, autrement dit ils sont dans l’absolu de classiques **nombres entiers naturels**, sauf qu’ils sont **variables**. Et parmi eux il y a des **nombres entiers infinis** en un sens nouveau, et en ce sens leurs équivalents dans les paradigmes classiques sont grosso modo les **nombres entiers infiniment grands** de l’arithmétique dite **non standard** d’Abraham Robinson. Sauf qu’ici la notion de **nombre entier infini** est obtenue de manière beaucoup plus **simple** et **naturelle**, via la notion de **nombres entiers variables**, c’est-à-dire de **suites** d’**entiers relatifs**, et plus spécialement d’**entiers naturels**. Nul besoin de faire appel à des axiomes supplémentaires ou à des considérations techniques de **théorie des modèles** ou de **logique mathématique**.

Les **nombres entiers oméganaturels** sont donc la nouvelle vision des **ordinaux**, **finis** comme **infinis**. Ils sont tous **finis** au sens de la **finitude** classique, sauf qu’ils sont **variables**, et non pas **constants**, comme les **ordinaux** classiques. Et la nouvelle notion d’**infini** est tout simplement un cas particulier de **nombre entier fini variable**. Ces **nombres infinis** se calculent donc comme les **nombres finis**, on raisonne avec eux comme avec les **nombres finis**, sauf qu’ils sont **variables**.

En effet, et on résume: un **nombre entier variable** (et donc en particulier **infini** au nouveau sens) est une **application x de Z dans N**, qui à tout **nombre entier naturel n** associe un **entier relatif**, **x(n)**. C’est est la **valeur** de **x** à l’**étape n**, ou au **rang n**, et donc c’est **x** à l’**étape n**. A chaque étape donc, **x** est un **entier relatif**, et en particulier un **entier naturel x(n)**, pour les **suites** qui nous intéressent plus spécialement. Donc **x** est fondamentalement un **nombre entier fini**, au sens classique. Parmi les **nombres entiers variables x** on distingue deux cas particuliers très importants, on a les **nombres entiers constants**, les **entiers variables** de la forme **[k]** à partir d’un certain rang $\mathbf{n_0}$, où **k** est un **entier naturel**. Ce sont les nouvelles versions des **nombres entiers finis**. Et le second cas particulier de **nombres entiers variables**, ce sont les **nombres entiers infinis**, qui sont les **nombres entiers variables x** dont les termes **x(n)** qui finissent par être **strictement supérieurs** à tout **entier naturel k** donné, autrement dit à toute **suite constante [k]**.

Le **nombre entier variable varid v** tel que: **v(n) = n**, pour tout **entier naturel n**, est l’exemple de référence d’**entier naturel infini**, au nouveau sens de l’**infinitude**. Et plus généralement donc, on a les **nombres entiers oméganaturels**: $\mathbf{x = c_n v^n + c_{n-1} v^{n-1} + c_{n-2} v^{n-2} + c_{n-3} v^{n-3} + \ldots + c_2 v^2 + c_1 v + c_0}$, où **n** est lui-même un **entier oméganaturel**, et où des $\mathbf{c_i}$ sont les **chiffres** de **v**, à savoir: **0, 1, 2, 3, 4, …, v-4, v-3, v-3, v-2, v-1**, encore notés: **0, 1, 2, 3, 4, …,** $\mathbf{\overline{4}, \overline{3}, \overline{2}, \overline{1}}$.

Ces **nombres entiers oméganaturels** sont donc avant tout des **nombres entiers naturels finis**, au sens classiques, puisqu’à chaque **étape i**, le **nombre entier oméganaturel**:
$\mathbf{x = c_n v^n + c_{n-1} v^{n-1} + c_{n-2} v^{n-2} + c_{n-3} v^{n-3} + \ldots + c_2 v^2 + c_1 v + c_0}$
est le **nombre entier naturel**:
$\mathbf{x(i) = c_n i^n + c_{n-1} i^{n-1} + c_{n-2} i^{n-2} + c_{n-3} i^{n-3} + \ldots + c_2 i^2 + c_1 i + c_0,}$
les **chiffre**s de la forme **v-k** étant **i-k**.
Par conséquent, tout ce que l’on fait avec les **nombres entiers naturels**, on le fait aussi avec les **nombres entiers oméganaturels**.

Par exemple le classique **raisonnement par récurrence** s'applique aux **nombres entiers oméganaturels**. Et ils vérifient une très importance propriété des **nombres entiers** classiques, qui est la propriété du **bon ordre**, qui dit que tout **ensemble non vide** d'**entiers naturels** possède un **plus petit élément**. Il en est donc de même aussi avec les **nombres entiers oméganaturels**, sauf que ceux-ci possèdent une autre très importante propriété supplémentaire, qui exprime le fait qu'ils sont **variables**, et qui est que tout **ensemble non vide** d'**entiers oméganaturels** possède aussi un **plus grand élément**!

Cette dernière propriété n'est pas évidente, cela heurte les intuitions traditionnelles concernant les **nombres entiers** ou **ordinaux**. Car cela conduit à dire par exemple que l'**ensemble** **N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, …}**, qui est un **ensemble** d'**entiers naturels** donc aussi d'**entiers oméganaturels** (puisque les entiers naturels sont des **oméganaturels finis** ou **constants**), possède un **plus grand élément**! Or, depuis la nuit des temps, cet **ensemble N** tel qu'on l'a toujours conçu, et comme on le voit bien avec les **axiomes de Peano** par exemple, a un **plus petit** et **premier élément**, certes, à savoir **0**, mais est l'exemple typique d'**ensembles** réputés n'avoir pas de **dernier élément**, de **plus grand élément** donc!

On peut se demander où il peut se cacher ce **dernier élément**, qui a tant échappé à tout le monde. Le problème est que cet **ensemble N** (et les **ordinaux** en général) est conçu comme **statique**, **constant**, alors qu'en réalité il est **dynamique**, **variable** !

N = {} = 0
N = {0} = 1
N = {0, 1} = 2
N = {0, 1, 2} = 3
N = {0, 1, 2, 3} = 4
N = {0, 1, 2, 3, 4} = 5
N = {0, 1, 2, 3, 4, 5} = 6
N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6} = 7
N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7} = 8
…

A partir donc de l'**étape 1** de la **variation** ou **formation dynamique** de **N**, il a toujours un premier élément, qui est **0**, **Alpha**, qui est **constant** donc, et un **dernier élément**, **Oméga**, qui lui par contre est **variable**! Il est en effet le **nombre entier variable**: **v = (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...)**.

On résume cet **ensemble N** en disant: **N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...}**, et on se contente de dire traditionnellement qu'il est **infini**, ce qui est juste, et qu'il n'a pas de **dernier élément**, ce qui par contre est faux! En effet, il a bel et bien un **dernier élément**, un **plus grand élément** donc, sauf qu'il est **variable**, et qui même **augmente indéfiniment d'une unité** à chaque **étape**, à la différence de **0**, le **premier élément**, qui est **constant**.

De manière très générale, tout **ensemble d'entiers oméganaturels** a un **plus petit élément**, **Alpha**, et un **plus grand élément**, **Oméga**. Les deux peuvent être **constants**, ou l'un **constant** et l'autre **variable**, ou les deux **variables**.

Par exemple, l'**ensemble d'entiers oméganaturels**: $\mathbf{x = \{\ldots, v\text{-}3, v\text{-}2, v\text{-}1, v, v^2, v^3, v^4, \ldots\}}$, dont classiquement on dira qu'il n'a ni **premier élément** ni **dernier élément**, a en réalité un **premier élément** et un **dernier élément**, mais tous les deux **variables**.

Comme **N**, le **nombre des éléments** de cet **ensemble**, son **cardinal** donc, est **infini**, pour les raisons évidentes. Et pourtant, et là ce n'est pas évident du tout, ce **cardinal** est **fini** aussi, en ce sens qu'à chaque étape cet **ensemble** est **fini**:
$\mathbf{x = \{v\}}$
$\mathbf{x = \{v\text{-}1, v, v^2\}}$
$\mathbf{x = \{v\text{-}2, v\text{-}1, v, v^2, v^3\}}$
...

Mais il est un **fini variable**.

Ainsi donc, l'expression: $\mathbf{x = c_n v^n + c_{n-1}v^{n-1} + c_{n-2}v^{n-2} + c_{n-3}v^{n-3} + \ldots + c_2v^2 + c_1v + c_0}$, par exemple a toujours un **nombre fini** de **termes**. Mais ce **nombre** est **variable**.
Lemme:
Il découle de cette définition qu'un **entier oméganaturel** est **positif** ou **nul**, puisque chaque **chiffre** $\mathbf{c_i}$ est **positif** ou **nul**.

Théorème:
Tout **entier v-polynomial positif ou nul** est un **entier oméganaturel**.

En effet, soit un **entier v-polynomial**:
$\mathbf{x = a_m v^m + a_{m-1}v^{m-1} + a_{m-2}v^{m-2} + a_{m-3}v^{m-3} + \ldots + a_2v^2 + a_1v + a_0}$,
où **m** est donc un **entier naturel** classique, et les $\mathbf{a_i}$ des **entiers naturels** classiques.

Voici l'algorithme pour mettre un **entier v-polynomial x**, **positif ou nul,** sous forme d'**entier oméganaturel**.

i) Si $\mathbf{x = 0}$, alors **x** est par définition un **entier oméganaturel**, et le théorème est démontré. Et alors aussi, au passage, tous les **coefficients** $\mathbf{a_k}$ sont **0**.

ii) On suppose que $\mathbf{deg(x) = m}$. Si chaque **coefficient** $\mathbf{a_k}$ de **x** est **positif** ou **nul**, alors $\mathbf{a_k}$ est un **chiffre de v**, donc par définition **x** est un **entier oméganaturel**, et le théorème est démontré. Un cas particulier est celui où **x** est lui-même un **entier naturel** classique. Dans ce cas il est clair que $\mathbf{m = 0}$, et que *x* se réduit au seul **monôme** $\mathbf{a_0}$.

iii) Supposons que $\mathbf{m \neq 0}$. Dans ce cas, $\mathbf{cdo(x) = a_m}$.

Si $\mathbf{a_m} > \mathbf{0}$, et alors aussi, au passage, $\mathbf{x} > \mathbf{0}$. C'est le cas de la suite de l'algorithme.
Et si $\mathbf{a_m} < \mathbf{0}$, et alors aussi $\mathbf{x} < \mathbf{0}$, et alors c'est **-x** qu'on va mettre sous forme **entier oméganaturel**, puisque tout **entier oméganaturel** doit être **positif** ou **nul**. Et alors $\mathbf{cdo(-x) = -a_m} > \mathbf{0}$, on se retrouve dans le cas précédent.

Si donc on n'est pas dans les cas i) ou ii), on a donc $\mathbf{a_m} > \mathbf{0}$, et au moins un des **coefficients** de **x** est **strictement négatif**. Et ce sont de tels **coefficients** qu'il faut transformer en un **chiffre de v**.

Pour y parvenir, la situation clef qu'on cherchera à avoir dans les transformations de **x**, afin d'appliquer le coeur de l'algorithme, c'est celle où, pour un **coefficient** $\mathbf{a_k}$, on a: $\mathbf{a_k > 0}$, et il en existe au moins un, et c'est $\mathbf{a_m}$. Ce **coefficient** $\mathbf{a_k}$ est éventuellement suivi de **coefficients**: $\mathbf{a_{k-1}}$, $\mathbf{a_{k-2}}$, $\mathbf{a_{k-3}}$, etc., tous **0**, qui peuvent ne pas exister. Et tous sont suivis d'un premier coefficient $\mathbf{a_j < 0}$, et il en existe au moins un aussi, sinon tous les coefficients sont des **chiffres de v**, et l'algorithme s'arrête, le théorème est démontré.

La transformation à faire alors est simplement la logique des **retenues**, appliquée à l'envers. On a donc le schéma typique de l'algorithme:
$\mathbf{a_k v^k + 0v^{k-1} + 0v^{k-2} + \ldots + 0\,v^{j+1} + a_j v^j + \ldots}$, où donc $\mathbf{a_k > 0}$, mais $\mathbf{a_j < 0}$,
autrement dit, en posant: $\mathbf{a_j = -a'_j}$, on a le schéma:
$\mathbf{a_k v^k + 0v^{k-1} + 0v^{k-2} + \ldots + 0\,v^{j+1} - a'_j v^j + \ldots}$.
Et il faut donc transformer ceci pour qu'on n'ait que ces **chiffres** de **v** dans cette portion.

Un exemple de la **base 10** nous nous aidera, par exemple :
$\mathbf{3\times10^9 + 0\times10^8 + 0\times10^7 + \ldots + 0\times10^3 - 4\times10^2 + \ldots}$,
qui est donc le calcul de la forme:
3×1 000 000 000 + 0×100 000 000 + 0×10 000 000 + … + 0×1 000 – 4×100 + …
ou simplement:
3 000 000 000 – 400 + …,

On aurait un développement parfait en **base 10** s'il n'y avait ce **coefficient négatif –4** qui casse la logique. Comment donc le transformer en un **chiffre positif**, de la **base 10** ?
Il est clair que c'est $\mathbf{3\times10^9}$ ou **3 000 000 000**, qui va mettre ce qu'il faut à contribution, pour faire la distribution nécessaire aux différentes **puissances de 10**. Le **chiffre 3** joue ici le rôle de $\mathbf{a_m}$, et **–4** le rôle de $\mathbf{a_j}$, er **4** le rôle de $\mathbf{a'_j}$.

Ce monôme $\mathbf{3\times10^9}$ va devenir $\mathbf{2\times10^9}$, ce qui signifie qu'il va mettre en jeu $\mathbf{1\times10^9}$ ou **1 000 000 000**, qui va distribuer ainsi:
2×1 000 000 000 + 9×100 000 000 + 9×10 000 000 + … + 9×1 000 + 1000 – 4×100 + …

La partie précise où le but est de transformer le **chiffre négatif**, est: **1000 – 4×100**.
La clef de l'algorithme est là, au **point de transformation du chiffre négatif** en son complémentaire à **10**. Les opérations intermédiaires aux **puissances de 10** où le **chiffre** est éventuellement **0**, ont juste pour but d'amener la **puissante de 10** immédiatement supérieure à **100**, à savoir **1000** donc, pour convertir **-400** en **600**, ou **-4×100** en **6×100**.

Dans ce cas général donc, dans le cas de la **base v** qui joue le rôle de **10**, il faut, en partant de $\mathbf{a_k v^k}$, qui deviendra $\mathbf{(a_k - 1)\,v^k}$, distribuer $\mathbf{v^k}$ en **puissances** de **v décroissantes**, en en mettant comme **chiffre v-1** (qui joue le rôle de **9**) comme **chiffre** des **puissances intermédiaires** où il y avait le **chiffre 0**. Il faut amener $\mathbf{v^{j+1}}$ au **point de transformation du chiffre négatif**, qui est $\mathbf{-\,a'_j\,v^j}$, la transformation en question étant donc le calcul: $\mathbf{v^{j+1} - a'_j v^j = v\times v^j - a'_j v^j = (v - a'_j)v^j}$,
et $\mathbf{(v - a'_j)}$ est un **chiffre de v**, qui est le nouveau **coefficient** de $\mathbf{v^j}$, la première **puissance de v** en décroissant, qui avait un **coefficient strictement négatif**.

Tous les **coefficients** des **puissances de v** à partant de $\mathbf{v^j}$ et en montant, sont maintenant des **chiffres de v**. Et comme le nouveau **coefficient** $\mathbf{(v - a'_j)}$ est un « gros » **coefficient**, un **entier**

infini, il vérifie la condition de type $\mathbf{a_k > 0}$. On recommence la même opération en cherchant le prochain **coefficient** $\mathbf{a_{j'}}$ parmi les **puissances** $\mathbf{j' < j}$, tel que $\mathbf{a_{j'} < 0}$. Si entre **j** et **j'** les **puissances intermédaires** ont **0** comme **coefficient**, leur nouveau **coefficient** sera donc **v-1**. Il peut ne pas en exister, de sorte que le prochain **coefficient strictement négatif** après un **coefficient** $\mathbf{a_k}$ soit $\mathbf{a_{k-1}}$. Dans ce cas on a à traiter simplement la portion: $\mathbf{a_k\, v^k + a_{k-1}\, v^{k-1} + \ldots}$, avec donc $\mathbf{a_{k-1} < 0}$, donc de la forme: $\mathbf{a_{k-1} = -a'_{k-1}}$, où $\mathbf{a'_{k-1} > 0}$. On a donc à faire: $\mathbf{a_k\, v^k - a'_{k-1}\, v^{k-1} + \ldots}$, et le calcul se fait ainsi :

$$\mathbf{a_k\, v^k - a'_{k-1}\, v^{k-1} + \ldots = (a_k - 1)\, v^k + v^k - a'_{k-1}\, v^{k-1} + \ldots = (a_k - 1)\, v^k + v \times v^{k-1} - a'_{k-1}\, v^{k-1} + \ldots}$$
$$\mathbf{= (a_k - 1)\, v^k + (v - a'_{k-1})v^{k-1} + \ldots ,}$$

et alors $\mathbf{(v - a'_{k-1})}$, le nouveau **coefficient** associé à $\mathbf{v^{k-1}}$, est un **chiffre de v**.

En itérant ces opérations, on met tout **entier v-polynomial x** sous forme d'**entier oméganaturel**, ayant donc des **coefficients** tous des **chiffres de v**. De tels **entiers oméganaturels v-polynomiaux** sont dit de **super-horizon 1**, pour dire que, puis leur **degré n** est un **entier naturel constant** ou **fini**, donc **strictement inférieur** à **v**, ils sont tous **strictement inférieurs** à: $\mathbf{v^v = \omega_1 = \omega_0 \wedge \omega_0 = w}$, qui est le **super-horizon 1**; le **super-horizon 2** étant: $\mathbf{\omega_2 = \omega_1 \wedge \omega_1}$, le **super-horizon 3** étant: $\mathbf{\omega_3 = \omega_2 \wedge \omega_2}$, etc.

Un **entier v-polynomial positif** ou **nul** est donc un **entier oméganaturel**, les **entiers v-polynomiaux positifs** ou **nuls** sont donc des cas particuliers d'**entiers oméganaturels**.

Nous découvrons ainsi la puissance du concept de **variable**, qui est plus qu'une simple lettre ou un symbole destiné à représenter un **nombre** ou un **objet** (un **ensemble**). Le concept de **variable** englobe beaucoup de notions fondamentales (comme par exemple celle d'**inconnue** en parlant d'**équation**, ou d'**indéterminée** en parlant de **polynôme**, etc.), dont la non moins fondamentale notion d'**infini**! Un **nombre variable** n'est pas forcément **infini**, mais un **nombre infini** est forcément **variable**.

Et maintenant, considérons le **nombre entier** (**variable**) $\mathbf{v^v}$, notée **w**, qui est donc la **suite** définie par: $\mathbf{w(n) = v^v(n) = v(n)^{v(n)} = n^n}$, pour tout **entier naturel n** à partir d'un certain **rang** $\mathbf{n_0}$. Ce **nombre** $\mathbf{v^v}$ est lui aussi un **nombre infini**, car pour tout **nombre constant k**, il existe un **nombre entier naturel** $\mathbf{n_0}$ à partir duquel $\mathbf{v^v}$ devient **strictement supérieur** à **k**. Autrement dit, il existe un **horizon** $\mathbf{n_0}$ (ou **rang** $\mathbf{n_0}$, ou **étape** $\mathbf{n_0}$) tel que pour tout **entier naturel** $\mathbf{n \geq n_0}$, le **nombre** $\mathbf{v^v(n)}$, qui vaut donc $\mathbf{n^n}$, est **strictement supérieur** à **k**. Dans le langage traditionnel on dira que $\mathbf{v^v}$ « **tend vers l'infini** ». Mais en fait, comme déjà dit, le **nombre** $\mathbf{v^v}$ est lui-même un **horizon infini**. A la fois donc une **variable** et à la foi un **nombre infini**!

Et on a aussi la **variable** $\mathbf{w^w}$, notée **ω**, qui est donc la **suite** définie par : $\mathbf{\omega(n) = w^w(n) = w(n)^{w(n)}}$, pour tout **entier naturel n** à partir d'un certain **rang** $\mathbf{n_0}$. Et ainsi de suite.

Il est maintenant très facile de définir la notion très générale d'**ordinal** ou de **nombre entier naturel**, **fini** ou **infini**, et le **nombre** clef qui permet cette définition est l'**ordinal infini v**. Un **ordinal de premier ordre** est tout simplement un **polynôme en v**, dont les **coefficients** sont des **nombres entiers relatifs**, et dont le **coefficient** du **monôme dominant** (celui de **plus grand degré**), est **positif** ou **nul**. Une manière équivalente de dire cela est qu'un **ordinal** de **premier ordre**, **fini** ou **infini**, est un **nombre entier** écrit en **système de numération** de **base v**, dont les **v chiffres** sont: **0, 1, 2, 3, 4, …, v-4, v-3, v-2, v-1**, respectivement notés: **0, 1, 2, 3, 4, …,** $\mathbf{\bar{4}, \bar{3}, \bar{2}, \bar{1}}$.

Le **nombre** $\mathbf{3v^4 - 2v^3 + 7v^2 - 5v + 8}$ vu plus haut s'écrit en **base v** comme le **nombre entier oméganaturel**: $\mathbf{2v^4 + (v- 2)v^3 + 6v^2 + (v-5)v + 8}$, ou: $\mathbf{2.\bar{2}.6.\bar{5}.8}$ ou simplement ici: $\mathbf{2\bar{2}6\bar{5}8}$ étant entendu que c'est en **base v**.

Et ne perdons pas de vue que ces **nombres entiers infinis** sont aussi des **variables**, qui prennent des **valeur**s pour tout **entier naturel**.

Par exemple, pour un **entier n**, on a: $\mathbf{(3v^4 - 2v^3 + 7v^2 - 5v + 8)(n) = 3n^4 - 2n^3 + 7n^2 - 5n + 8}$, et donc pour $\mathbf{n = 0}$, la valeur est **8**, et pour $\mathbf{n = 10}$, c'est: $\mathbf{3\times10^4 - 2\times10^3 + 7\times10^2 - 5\times10 + 8 = 28658}$. Résultat qu'on obtient directement avec l'**entier oméganaturel** $\mathbf{2\bar{2}6\bar{5}8}$ pour $\mathbf{n = 10}$, donc cet entier **variable** en **base 10**. Dans cette **base** donc, le **chiffre** $\mathbf{\bar{2}}$, est **n-2** ou (ce qui revient au même) **v-2**, donc **10-2 = 8**. Et $\mathbf{\bar{5} = 10\text{-}5 = 5}$. Donc: $\mathbf{2\bar{2}6\bar{5}8 = 28658}$.

Mais pour **n = 12**, ou (ce qui revient au même) pour **v = 12**, cela signifie que lon calcule en base **12**. L'**entier oméganaturel**, qui est donc un **nombre infini** (ce qu'il ne faut plus perdre de vue), a à l'étape **12** la valeur: $\mathbf{3\times12^4 - 2\times12^3 + 7\times12^2 - 5\times12 + 8 = 59708}$, qui donc aussi en **base 12** le **nombre**: $\mathbf{2.\bar{2}.6.\bar{5}.8\ (12) = 2.10.6.7.8\ (12) = 2\times12^4 + 10\times12^3 + 6\times12^2 + 7\times12 + 8 = 59708}$.

Et pour l'autre exemple, $\mathbf{x = v^2 - 4v + 3}$, on a: $\mathbf{x = (v - 4)v + 3}$, donc: $\mathbf{x = \bar{4}.3 = \bar{4}3}$, qui est le **nombre** **(10-4).3 = 6.3 = 6×10 + 3 = 63** en **base 10**, et **8.3** en **base 12**, soit: **8×12 + 3 = 99**.

La **relation d'ordre**, « < », « > », « ≤ », « ≥», dans l'**ensemble** $\mathbf{N_\omega}$ des **nombres entiers oméganaturels**, se fait exactement comme l'**ordre** dans **N**, en **numération** de **base 10** par exemple. On **compare** deux **entiers oméganaturels x** et **y chiffre par chiffre**, en partant du **chiffre** du **degré** le **plus grand** vers le **degré** le **plus petit**, si **x** et **y** ont le **même degré**. Si tel n'est pas le cas, le **plus petit** est celui de **plus petit degré**, autrement dit, le **plus petit** est automatiquement celui qui a le **plus petit nombre** de **chiffres**.

Par exemple: $\mathbf{\bar{6}9\bar{7}} < \mathbf{4\bar{2}6\bar{5}8}$.

Et donc si c'est le **même nombre de chiffres**, on compare les **chiffres** deux à deux en partant de la **gauche**. S'ils sont à chaque fois **identiques**, on passe aux **chiffres** suivants. Si jusqu'à la dernière paire de **chiffres** comparée c'est à chaque fois **identique**, alors les deux **entiers x** et **y** sont **égaux**. Sinon, il y a une première paire où les deux **chiffres** sont différents, et alors le **plus petit** des deux **nombres entiers oméganaturels**, c'est celui qui a le **plus petit chiffre** de la paire de chiffres comparée.

Par exemple: $\mathbf{4\bar{2}3\bar{5}8} < \mathbf{4\bar{2}6\bar{5}8}$, et: $\mathbf{4\bar{2}6\bar{5}8} < \mathbf{4\bar{2}6\bar{1}3}$.

Théorème:
Une conséquence importante de tout cela est que la **relation d'ordre**: « < », « > », « ≤ », « ≥», est une **relation de bon ordre** dans l'**ensemble** $\mathbf{N_\omega}$ des **entiers oméganaturels**. Et mieux que cela, il s'agit même d'une **relation d'ordre parfait**, ce qui signifie que **toute partie non vide** de $\mathbf{N_\omega}$ a un **plus petit élément** et un **plus grand élément** (nous reviendrons plus tard sur les **ordinaux** et les **relations de bon ordre** et d'**ordre parfait**).

L'**ordre parfait** dans un **ensemble E** lui confère les propriétés analogues à celles d'**ensemble fini** au sens classique, c'est-à-dire un **ensemble** dont le **cardinal** ou **nombre des éléments** est un

nombre entier naturel au sens classique, soit analogues au classique **ensemble N** des **entiers naturels**, soit analogues à l'**ensemble** $\mathbf{N}_\omega$ des **entiers oméganaturels**, etc. Dans tous les cas, les **éléments** de **E** sont **finis** au sens classique, mais **variables**, donc pouvant être éventuellement **infinis** au sens nouveau. C'est-à-dire des objets **finis** au sens classique mais pouvant **croître indéfiniment**. Autrement dit, des **éléments génératifs**, comme le sont **N**, **v** ou plus généralement les **entiers oméganaturels infinis**.

Autrement dit, un **ensemble E** muni d'un **ordre parfait** ne peut pas être distinguer d'un **ensemble fin**i au sens classique, bien que pouvant être **infini** au sens **intuitif** aussi. C'est-à-dire posséder une **infinité** d'**éléments** au sens intuitif, au sens de la **générativité**: après chaque élément il y en a toujours un autre différent de tous ceux qui le précèdent dans la **relation d'ordre** en question.

En effet, soit un **ensemble non vide E** muni d'un **ordre parfait**. Par définition, **E** possède un **plus petit élément** $\mathbf{e_0}$, et un **plus grand élément** $\mathbf{e_\omega}$. Ceux-ci peuvent éventuellement être le même, c'est-à-dire on a: $\mathbf{e_0 = e_\omega}$, et alors **E** se réduit à **un seul élément**: $\mathbf{E = \{e_0\}}$, sauf si la **relation d'ordre** considérée est **cyclique**. Mais nous nous intéressons en premier au cas de l'**ordre linéaire**, c'est-à-dire pour lequel, pour toute **chaîne** d'**inégalités** de la forme:
$\mathbf{\ldots < e_{-4} < e_{-3} < e_{-2} < e_{-1} < e_0 < e_1 < e_2 < e_3 < e_4 < \ldots}$,
finie ou **infinie** au sens intuitif (c'est-à-dire **générative** ou non), tous les **éléments** $\mathbf{e_i}$ sont **distincts**. Autrement dit chaque **élément** $\mathbf{e_i}$ apparaît **au plus une seule fois** dans la **chaîne**. Aucun élément n'apparaît deux fois, auquel cas on pourrait avoir des chaînes contenant des **cycles** d'**inégalités**. C'est-à-dire des **sous-chaînes** qui se **répètent**. Comme par exemple cette **chaîne cyclique**:
$\mathbf{\ldots < e_{\omega-2} < e_{\omega-1} < e_0 < e_1 < e_2 < e_3 < e_4 < \ldots < e_{\omega-4} < e_{\omega-3} < e_{\omega-2} < e_{\omega-1} < e_0 < e_1 < e_2 < e_3 < e_4 < \ldots}$

Dans ce cas, on a bien: $\mathbf{e_0 = e_\omega}$, mais sans que l'**ensemble E** ne se réduise à un seul élément.

Mais dans le cas de l'**ordre linéaire**, sans répétition donc, si le **plus petit élément** de **E** est le même que son **plus grand élément**, si l'on a donc: $\mathbf{e_0 = e_\omega}$, alors c'est que **E** a un unique élément $\mathbf{e_0}$. Mais si $\mathbf{e_0 < e_\omega}$, alors $\mathbf{e_0}$ et $\mathbf{e_\omega}$ peuvent être les deux seuls **éléments** de **E**, donc: $\mathbf{E = \{e_0, e_\omega\}}$. Et dans ce cas, **E** est un **ensemble fini** au sens classique, ou **intuitif**, il n'est pas **indéfini**, **génératif**. Mais **E** peut avoir uniquement **3 éléments**, ou **4 éléments**, etc. Dans tous ces cas, il est **fini**. Si tel n'est pas le cas, alors alors il est **infini** au sens intuitif, c'est-à-dire **indéfini**, **génératif**. Et dans ce cas il est très clair que **E** est de la forme:
$\mathbf{E = \{e_0, e_1, e_2, e_3, \ldots, e_{k-3}, e_{k-2}, e_{k-1}, e_k\} \cup E' \cup \{e_{\omega-k}, e_{\omega-k+1}, e_{\omega-k+2}, e_{\omega-k+3}, \ldots, e_{\omega-3}, e_{\omega-2}, e_{\omega-1}, e_\omega\}}$,
où **k** est un **entier naturel** classique, **fini** donc, et où **E'** est une **partie non vide** de **E**.
Et dans ce cas aussi, **E'** possède un **plus petit élément** $\mathbf{e_{k+1}}$, et un **plus grand élément** $\mathbf{e_{\omega-k-1}}$, tels qu'on ait:
$\mathbf{E = \{e_0, e_1, e_2, \ldots, e_{k-2}, e_{k-1}, e_k, e_{k+1}\} \cup E'' \cup \{e_{\omega-k-1}, e_{\omega-k}, e_{\omega-k+1}, e_{\omega-k+2}, \ldots, e_{\omega-2}, e_{\omega-1}, e_\omega\}}$,
où **E''** est une **partie non vide** de **E**, et ainsi de suite.

On a donc alors une **partie de E**, à savoir: $\mathbf{E_0 = \{e_0, e_1, e_2, \ldots, e_{k-2}, e_{k-1}, e_k, e_{k+1}, \ldots\}}$, dont le **plus petit élément** est $\mathbf{e_0}$, mais dont le **plus grand élément** $\mathbf{e'_\omega}$ est **variable**, et une **partie de E**, à savoir: $\mathbf{E_\omega = \{\ldots, e_{\omega-k-1}, e_{\omega-k}, e_{\omega-k+1}, e_{\omega-k+2}, \ldots, e_{\omega-2}, e_{\omega-1}, e_\omega\}}$, dont le **plus grand élément** est $\mathbf{e_\omega}$, mais dont le **plus petit élément** $\mathbf{e'_0}$ est **variable**.

En résumé donc, **E** est de la forme:
$\mathbf{E = \{e_0, e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, \ldots, e_{\omega-7}, e_{\omega-6}, e_{\omega-5}, e_{\omega-4}, e_{\omega-3}, e_{\omega-2}, e_{\omega-1}, e_\omega\}}$.

A ce propos justement, vue que **E** est **génératif**, si l'on dit que le **premier élément** de **E**, e_0, est une **constante**, alors son **dernier élément**, e_ω, est forcément **variable**. Et si l'on dit que le **dernier élément** de **E**, e_ω, est une **constante**, alors son **premier élément**, e_0, est forcément **variable**. Et si on dit que le **premier élément** de **E**, e_0, et son **dernier élément**, e_ω, sont **constants**, alors forcément il existe au moins un **élément intermédiaire** e_k, qui est **variable**. Dans tout les cas, il y a dans E au moins un **opérateur GENER « ... »**, ce qui veut dire au moins un **élément variable**. Les **éléments variables** d'un **ensemble ordonné E** sont ceux qui rendent **génératif E**. Ils sont très étroitement liés à l'**opérateur GENER « ... »**.

Comme amplement développé dans le livre précédent: Conception générative de l'Univers, l'**opérateur GENER « ... »**, ou **opérateur d'itération indéfinie**, et la notion de **variable** (notamment de **variable qui croit indéfiniment**) sont deux manières différentes de dire la même chose.

L'écriture: « **1…** », à lire: « **1 GENER**», qui est une abréviation des écritures: « **111…** », « **1111111…** », etc., signifie que **1 est itéré indéfiniment**, qui est une manière de dire: **1+1+1+1+1+1+1+…**, oui d'**additionner donc 1 indéfiniment**, c'est-à-dire de l'**additionner générativement**. Cette écriture désigne un certain **nombre entier infini**, et préciser de quel infini on parle c'est définir l'**opérateur GENER**. Les trois définitions habituelles que nous faisons sont:
1… = v ; pour la plus récente, qui signifie que **1 est itéré v fois**;
1… = w = v^v ; pour la précédente, qui signifie que **1 est itéré w fois**;
1… = ω = w^w ; pour la plus ancienne, qui signifie que **1 est itéré ω fois**.
Ce sont donc les définitions les plus habituelles à ce jour de septembre 2022, mais n'importe quel **nombre entier oméganaturel infini n** ou n'importe quel **nombre entier variable infini n** ou même **fini** mais au moins égal à 1, peut servir à donner une définition à l'**opérateur GENER**: **1… = n**.

Quel que soit l'**infini** (ou fini) **n** choisi pour **définir le GENER**, on a:
1… = n ;
1…1… = 2n ;
1…1…1... = 3n ;
etc.
(1…)... = n^2 ;
((1…)…)... = n^3;
etc.

Et l'écriture: **(((1…)…)...)((1…)…)((1…)…)((1…)…)((1…)…)(1…)(1…)(1…)1111111**, est à comprendre: **$n^3 + 4n^2 + 3n + 7$**.
Et si **n** désigne l'**infini v**, alors il s'agit de l'**entier oméganaturel**: **$v^3 + 4v^2 + 3v + 7$**.

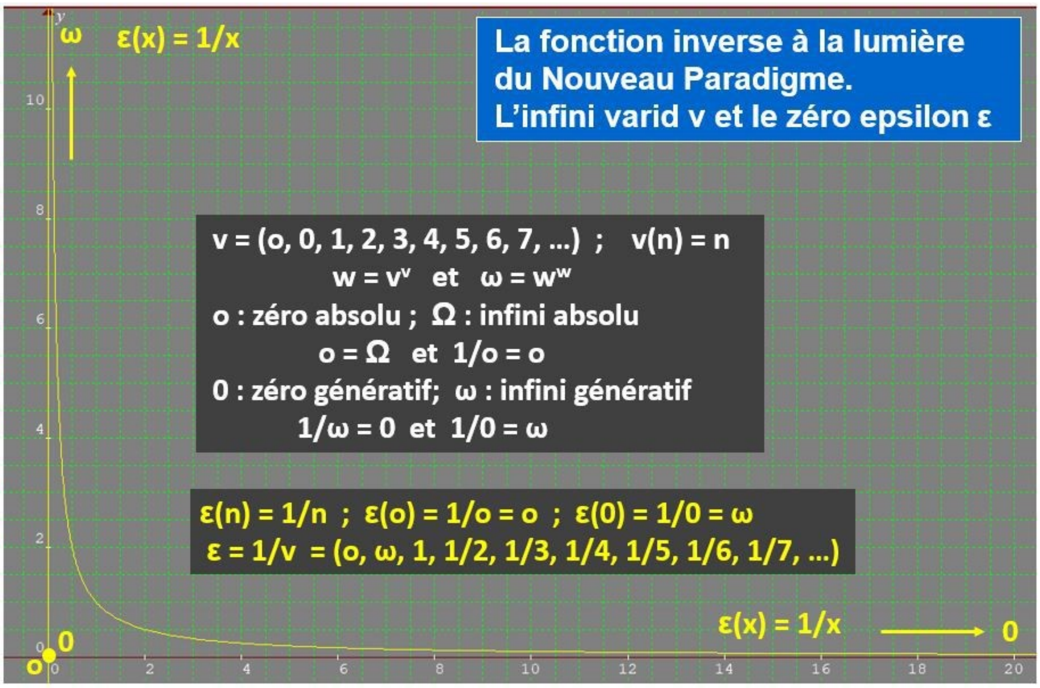
Une autre manière donc de voir les **nombres entiers oméganaturels** à travers le langage de l'**opérateur GENER**.

Si donc on pose: **1… = v**, et posant aussi: **ε = 1/v**, et donc aussi: **v = 1/ε**, alors on a: **ε… = ε×v = 1**, et: **(ε^2)... = (ε^2)×v = ε**, etc. Et si on pose: **1… = w**, et posant aussi: **θ = 1/w**, et donc aussi: **w = 1/θ**, alors on a: **θ… = θ×w = 1**, et: **(θ^2)... = (θ^2)×w = θ**, etc. Et si on pose: **1… = ω**, et posant aussi: **0 = 1/ω**, et donc aussi: **ω = 1/0**, alors on a: **0… = 0×ω = 1**, et: **(0^2)... = (0^2)×ω = 0**, et ainsi de suite.

Il est très clair que tout **ensemble E parfaitement ordonné** est de la forme :
$\mathbf{E = \{e_0, e_1, e_2, e_3, \ldots, e_{\omega-3}, e_{\omega-2}, e_{\omega-1}, e_\omega\}}$,
et qu'il n'est pas possible, à la seule vue de cette forme générale, autrement la seule information que **E est parfaitement ordonné**, de distinguer le cas où **E** est un **ensemble fini** (et dans ce cas en fait il n'y a pas d'**opérateur GENER**), du cas où **E** est **infini** (et dans ce cas il y a **au moins** un **opérateur GENER**, donc au moins un **élément variable**). L'**ordre parfait** est l'**ordre** des **entiers variables** et plus généralement des **ensembles variables**.

A noter qu'ici le **chiffre 0** désigne l'**espace o**, à savoir le **zéro absolu**. Car le **0** classique, qui est aussi l'**ensemble vide {}** ou **{o}**, est le **zéro génératif**, qui est l'**inverse** de: $\boldsymbol{\omega = w^w}$, c'est-à-dire l'**inverse** de l'**infini défini ω** plus haut. Autrement dit, on a: $\boldsymbol{0 = 1/\omega = w^{-w}}$. Il est suffisamment petit pour le prendre comme **élément neutre de l'addition**, mais aussi l'**élément absorbant** pour la **multiplication** avec les **nombres** de **valeur absolue** jusqu'à **w**. Donc il est aussi un excellent choix pour servir de **premier ordinal** ou **nombre entier naturel**. Mais quand il faut le **multiplier** par les **nombres** dont la **valeur absolue** devient de l'**ordre de grandeur** de **ω**, il n'est plus l'**élément absorbant** pour la **multiplication**, puisqu'on a par définition: $\boldsymbol{0 \times \omega = 1}$, et donc aussi: $\boldsymbol{0 = 1/\omega}$ et: $\boldsymbol{\omega = 1/0}$.

C'est soit dit en passant l'une de l'infinité des solutions à la question de la **division par zéro**. Et aussi en posant: $\boldsymbol{\varepsilon = 1/v}$, et donc aussi: $\boldsymbol{v = 1/\varepsilon}$, on a aussi une solution à la **division par zéro**. Et en posant: $\boldsymbol{\theta = 1/w}$, et donc aussi: $\boldsymbol{w = 1/\theta}$, on a encore un exemple de solution à la **division par zéro**, etc.



Dans les contextes où il est nécessaire de faire s'exprimer ces **zéros** et ces **infinis**, dits **génératifs**, il est nécessaire aussi de les distinguer du **zéro absolu**, qui est donc **o**, pris donc comme leur **limite ultime**. L'**infini** associé à celui-ci, à savoir **1/o**, est noté **Ω**, et est appelé l'**infini absolu**. Mais dans son cas nous décidons d'activer la **logique du cycle** en posant: **o = Ω**, ce qui définit du même coup la **division omégacyclique par zéro**, qui est donc: **1/o = o** ou: **o = 1/o**.

Quand donc toutes ces considérations de **logique générative** (ce qui veut dire aussi **fractale**) ou de **division omégacyclique par zéro** ne sont pas à l'ordre du jour, le **premier ordinal** ou **nombre entier naturel** est simplement noté **0**, comme traditionnellement. Mais simplement il ne faut pas perdre de vue que derrière ce symbole classique se cache toute une **Science**, avec « **S** » majuscule! La **Science de l'Univers TOTAL**, l'**Alpha** et l'**Oméga** donc, la **Science de Dieu**.

Mais revenons à notre **variable v**, le **nombre entier variable** de **référence** et à la fois le **nombre entier infini** de référence, qui est sans doute la grande révélation de tout ce livre, qui lui vaut son titre.

Pour ce **nombre variable** et **infini v** donc, nous dirons que sa **varidance** est de **1**, la **varidance** des **constantes** étant par définition de **0**. La **varidance** est tout simplement la classique notion de **dérivée**, encore appelée la **vitesse** de la **variable**. Elle est donc de **0** pour les **constantes**, de **1** pour **v**, de **2** pour **2v**, de **3** pour **3v**, etc., de **k** pour **kv**, si **k** est une **constante**. Et elle est de **2v** pour $\mathbf{v^2}$, de $\mathbf{3v^2}$ pour $\mathbf{v^3}$, etc., et de manière générale de $\mathbf{kv^{k-1}}$ pour $\mathbf{v^k}$, pour toute **constante k**.

On peut ainsi calculer la **varidance**, notée: **dx/dv**, de tout **entier v-polynomial**:
$\mathbf{x = a_n v^n + a_{n-1}v^{n-1} + a_{n-2}v^{n-2} + a_{n-3}v^{n-3} + \ldots + a_2v^2 + a_1v + a_0,}$
et on a:
$\mathbf{dx/dv = na_n v^{n-1} + (n-1)a_{n-1}v^{n-2} + (n-2)a_{n-2}v^{n-3} + (n-3)a_{n-3}v^{n-4} + \ldots + 2a_2v + a_1}$.

Cette notion de **varidance**, qui n'est donc autre que celle de la classique notion de **dérivée**, se généralise aux **entiers oméganaturels**, sauf que la formule ne génère plus uniquement des **nombres entiers**, mais fait entrer en jeu les **logarithmes** et les **exponentielles**.

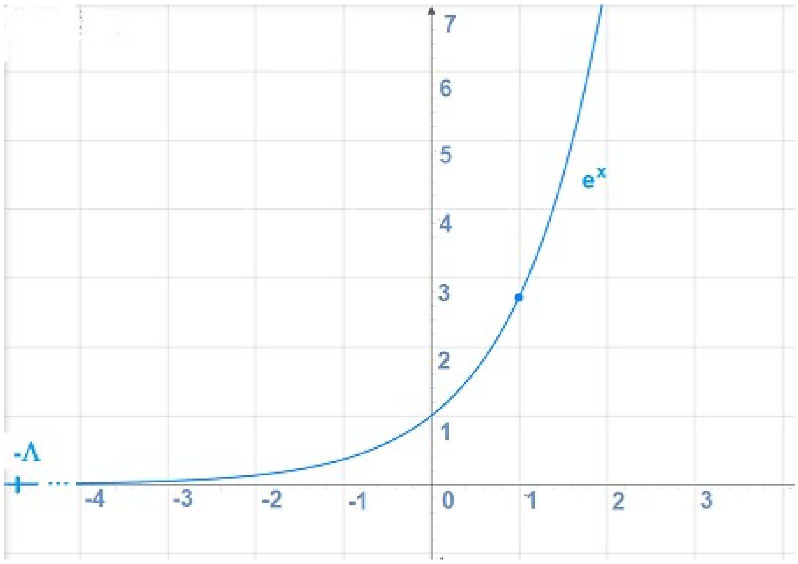
Par exemple, l'**entier oméganaturel** $\mathbf{w = v^v}$ peut se mettre sous la forme: $\mathbf{w = e^{v\ln(v)}}$, où **ln** est le **logarithme népérien**, et **e** la **fonction exponentielle** de **base e**.
Et on a: $\mathbf{dw/dv = (1 + \ln(v))e^{v\ln(v)}}$.
En posant: $\mathbf{\ell = \ln(v)}$, appelé l'**horizon logarithmique** de **v**,
et: $\mathbf{\lambda = \ln(w) = \ln(v^v) = v\ln(v) = l \times v}$, l'**horizon logarithmique** de **w**,
on a donc: $\mathbf{dw/dv = (1 + \ln(v))e^{v\ln(v)} = (1 + \ell)e^{\lambda}}$.

Tout ça donc juste pour ce simple **entier oméganaturel** $\mathbf{w = v^v}$.
On s'épargne la **dérivée** ou **varidance** de: $\mathbf{\omega = w^w = (v^v) \wedge (v^v)}$, dont l'**horizon logarithmique** est: $\mathbf{\Lambda = \ln(\omega) = \lambda \times w}$.

Les **horizons logarithmiques** ont les importantes propriétés suivantes:
$\mathbf{e^{-\ell} = \varepsilon = 1/v}$; $\mathbf{e^{-\lambda} = \theta = 1/w}$; $\mathbf{e^{-\Lambda} = 0 = 1/\omega}$.
Comme les **nombres réels ε**, **θ** et **0**, les **nombres ℓ**, **λ** et **Λ** sont des **suites de nombres réels**. En posant: **ln(o) = o**, où **o** désigne le **zéro absolu** (car on a en fait: **ln(o) = -Ω**, mais comme on a le **cycle Ω**, l'**omégacycle** donc, on a: **-Ω = o = Ω**, ce qui fait que pour simplifier on dit: **ln(o) = o**), la suite **ℓ** est: **ℓ = (o, ln(1), ln(2), ln(3), ln(4), ln(5), ln(6), ln(7), …)**
= (o, 0, ln(2), ln(3), ln(4), ln(5), ln(6), ln(7), …),
c'est-à-dire la **suite des logarithmes népériens** des **nombres entiers naturels**, finis comme infinis.

On note donc que: **ln(o) = -Ω = o = Ω**, et donc: **e^{o} = o = 1 = Ω**, mais: **ln(1) = 0**, et aussi: **e^{0} = 1**. Les égalités: **e^{o} = o = 1 = Ω**, signifient **tous les cycles**, du **cycle o** au **cycle Ω** en passant par le **cycle 1**. Mais on privilégie: **e^{o} = 1**, autrement dit on choisit **1** comme **valeur principale** de **e^{o}**.

Pour en revenir aux propriétés des **horizons logarithmiques**: **$e^{-\mathcal{l}}$ = ε = 1/v** ; **$e^{-\lambda}$ = θ = 1/w** ; **$e^{-\Lambda}$ = 0 = 1/ω**, elles signifient que ce sont des points d'« **annulation** » la **fonction exponentielle**, en donnant au mot « **nul** » le sens de **zéro relatif**, comme le sont **ε**, **θ** et **0**. Autrement ce sont les points de solution de l'équation: **e^{x} = 0**, équation qui n'a pas de solution dans la conception classique des **nombres réels**.



*Pour un **nombre infini A** donné, dont le **zéro** associé est: **a = 1/A**,*
*et dont l'**horizon logarithmique** associé est: **L = ln(A)**, on a par définition: **e^{-L} = a = 1/A**.*
*Cela signifie qu'au point d'abscisse **–L**, la **fonction exponentielle e^{x}***
*a une ordonnée **e^{-L}** qui est un **zéro**, précisément **a = 1/A**.*
*Dans les conceptions classiques des **nombres**, on dira que **A***
*est une quantité qui « **tend vers l'infini** », et donc son **inverse a** « **tend vers 0** ».*
*Mais dans la nouvelle vision, on précise vers quel **infini** ou vers quel **zéro***
*tend une quantité donnée, et ici **A** est lui-même déjà un **infini** et **a** est lui-même un **zéro**!*
*Autrement dit, l'**horizon infini** est atteint, ainsi que l'**horizon zéro** associé.*
*Ici donc, le **nombre infini** considéré est **ω**, et son **zéro** associé est celui noté: **0***
*(pour être plus précis, c'est l'**infini** ω_2 que nous appelons ici **ω**,*
*et donc c'est son **zéro** associé 0_2 que nous appelons **0**;*
*si l'**infini** **ω** choisi était ω_0 ou **v**, alors **0** serait son **zéro** associé ou 0_0 ou **ε**;*
*et si l'**infini** **ω** choisi était ω_1 ou **w**, alors **0** serait son **zéro** associé ou 0_1 ou **θ**; etc.).*
*Avec donc l'**infini A**, on est entré dans un **horizon**, en l'occurrence un **horizon logarithmique**,*
*où l'équation: **e^{x} = 0** commence à avoir des solutions!*
*Pour plus de détails sur les **horizons logarithmiques** voir les deux livres précédents:*
***L'Univers TOTAL est les nombres omégaréels** et **Structure réalie**.*

La notion d'**horizon logarithmique** est l'un des innombrables corollaires de la **Loi d'Alternation et de l'Horizon Oméga**, elle-même l'un des importants corollaires du **Théorème de l'Existence** ou **Loi de la Réalité TOTALE**. Avec tout ça, on n'est plus dans l'habituelle logique de **Négation** mais dans la nouvelle logique d'**Alternation** ou logique d'**Affirmation TOTALE**. On affirme en effet que « **Toute chose existe dans l'Univers TOTAL** », qui est l'**Ensemble de TOUTES les choses**, donc **toute chose existe** dans cet **Ensemble** de par sa définition même.

Une conséquence ou corollaire est donc une logique où **toute chose est vraie**, **toute chose est possible**. La **non-existence**, la **fausseté** (ou **non véracité**), l'**impossibilité**, etc., sont juste **relatives** (oui limitées à un contexte donné de l'**Univers TOTAL**), et ne doivent pas considérées comme **absolues**. L'unique **vraie fausseté** est la **négation** de ce **Théorème** fondamental de l'**Univers TOTAL**, et cette négation est précisément le fondement de la logique de **Négation**, de toutes les logiques de **Négation**, par opposition donc à la logique d'**Alternation** (ou d'**Affirmation TOTALE**) et toutes ses sous-logiques.

C'est donc en vertu de la logique de **Négation** que l'on peut dire par exemple qu'une **fonction**, comme par exemple la **fonction inverse** ou **1/x**, ou comme la **fonction logarithme ln**, etc., est « **non-définie** » ou « **impossible** » pour une **valeur** donnée, en l'occurrence **0** pour la **fonction inverse** (question de la **division par 0**), ou les **réels négatifs** ou **nuls**, pour la **fonction logarithme**. Et c'est toujours la logique de **Négation** qui fait dire que l'équation: $e^x = 0$ n'a pas de solution dans l'**ensemble R** des **nombres réels**, alors qu'en réalité elle a toute une infinité de solutions! Mais elles se trouvent à des **horizons infinis**, et précisément aux **horizons logarithmiques**.

Et de manière générale, là où dans les paradigmes de la **Négation** on dit qu'une certaine **chose x n'existe pas**, **n'est pas vraie**, **est impossible**, etc., dans la logique d'**Alternation** (ou **Affirmation TOTALE**) cela signifie souvent que cette **chose x existe**, est **vraie**, est **possible**, etc., mais à un certain **horizon infini**. Nous disons alors que la **vérité alterne** au plus tard à un **horizon infini**, ce qui était **faux** devient **vrai** et ce qui était **vrai** devient **faux**, ce qui fait donc que dans l'**Univers TOTAL**, l'**Univers INFINI**, **tout est vrai et le contraire de tout** aussi; **tout existe et le contraire de tout** aussi; **tout est possible et le contraire de tout** aussi. Raison pour laquelle la logique d'**Affirmation TOTALE** est appelée aussi la logique d'**Alternation**, car la **vérité**, la **réalité**, la **possibilité**, **alterne**.

Les **horizons logarithmiques** sont des exemples d'**horizons** où « **ce qui n'existe pas** » **existe**! Dans la logique de **Négation**, on dit par exemple que certains **nombres réels** sont **rationnels** (ensemble **Q**) mais que d'autres sont **irrationnels**, comme par exemple les **nombres** **√2**, **√3**, **√5**, etc., ou comme les fameux nombres dits **irrationnels transcendants**, **e** ou **π** (ou **pi**).

Les **nombres rationnels** ont cette propriété qu'il sont le **rapport p/q** de deux **nombres entiers**, ce qui a pour corollaire que leur **développement décimal** présente à partir d'un certain moment une répétition d'une même séquence de **chiffres**.

Par exemple, on a: **218/15 = 14.5333333333….**
On a donc le **rapport de deux entiers**, ce qui se traduit par le fait qu'on a à partir d'un certain moment une **répétition d'un groupe de décimales**, ici la **répétition** de **3**.
Comme second exemple: **1681/1750 = 0,9605714285714285714285714285714….**
Pour ce **rationnel**, on a à partir d'un certain rang la répétition du groupe de **décimales** « **571428**».

Ce qu'on appelle un « **irrationnel** », c'est quand on ne ne note aucune répétition d'un groupe **fini** de **décimales** à partir d'un certain rang lui-même **fini**. Mais ce que l'on nomme ainsi est juste un certain type de **rationnels**, dont le **numérateur** et/ou le **dénominateur** est un **entier fini**, c'est-à-dire en fait **constant**.

Mais le le **numérateur** et/ou le **dénominateur** peut tout à fait être **FINI**, mais simplement **VARIABLE**! Dans ce cas, on a bel et bien un **nombre rationnel** au sens classique du terme, mais qui pourtant peut ne pas présenter une répétition d'un groupe fini de **décimales**. Comme par exemple pour le fameux **nombre π**, dont voici l'une des innombrables manières de le définir :
π = (3/1, 31/10, 314/100, 3141/1000, 31415/10000, …)
= 3,14159265358979323846264338 32....

Le fait qu'on ne note la répétition d'aucun groupe fini de décimales n'empêche nullement que ce nombre est bel et bien un **rationnel**, mais simplement qu'il est **variable**, au lieu d'être **constant**. Autrement dit, à chaque étape il s'agit d'un **rationnel** différent, **3/1** à l'étape **0**, **31/10** à l'étape **1**, **314/100** à l'étape **2**, etc. Au lieu donc d'être un même **rationnel** à toutes les étapes, comme par exemple **218/15** aux étapes **0**, **1**, **2**, **3**, etc. autrement dit :
218/15 = (218/15, 218/15, 218/15, 218/15, ...).

Quand on dit donc que **π** n'est pas un **rationnel**, on dit simplement qu'on ne peut pas trouver à un **horizon fini**, c'est-à-dire **constant** en fait, deux **entiers p** et **q** tels qu'on ait:
π = (p/q, p/q, p/q, p/q, p/q, …)

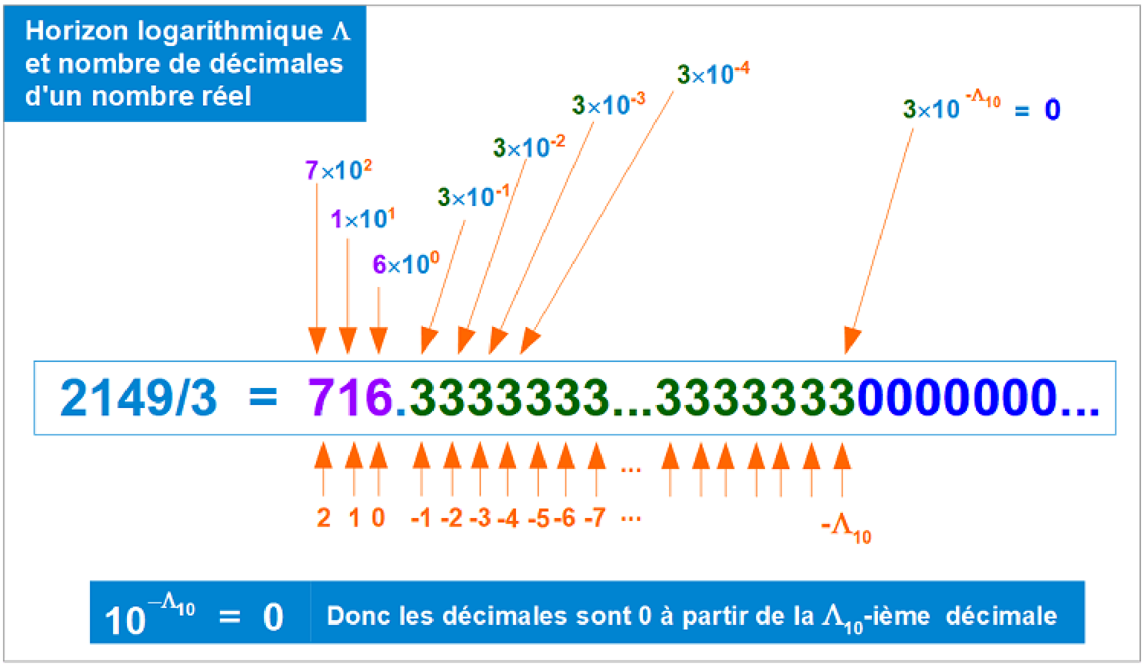
Mais rien n'empêche que **p** et/ou **q** soient à un **horizon infini**, c'est-à-dire **entier fini** mais **variable croissant**, ce qui revient à dire que **p** et/ou **q** sont des **entiers finis variables**:
π = (3/1, 31/10, 314/100, 3141/1000, 31415/10000, …)
où **p** est est donc l'**entier fini variable**: **p = (3, 31, 314, 3141, 31415, …)**,
et où **q** est est l'**entier fini variable**: **q = (1, 10, 100, 1000, 10000, ...)**.
Les deux sont « **infinis** » en ce nouveau sens de la notion d'**infini** qu'ils sont des **suites d'entiers croissantes** à partir d'un certain rang. Ce qui, intuitivement, signifie des **nombres entiers aussi grands que l'on veut**, ou **aussi grands que nécessaires**. Et donc leurs **zéros** associés, leurs **inverses** donc, sont **aussi petits que nécessaires**. Ils nous donnent cette possibilité d'avoir des **valeurs aussi grandes que nécessaires** justement parce que, contrairement aux **nombres constants**, ils sont **variables**.

Et on a donc: **π = p/q**, qui est donc bel et bien un **rapport** de deux **entiers finis**, mais simplement **variables**. Donc **π** est un **rationnel variable**, c'est-à-dire une suite de rationnels au sens classique, autrement dit encore une **application de N dans Q**.

On a donc aussi: **π = (p/q, p/q, p/q, p/q, p/q, …)**
sauf qu'au lieu d'exiger que **p** et **q** soient des **constantes** (oui des **nombres entiers constants**, comme par exemple **218** et **15**), ils peuvent être des **nombres entiers variables**, c'est-à-dire des **suites d'entiers**, ou des **applications de N dans N**.

Et on peut faire exactement le même raisonnement pour n'importe quel **nombre réel r** dit « **irrationnel** » dans les conceptions classiques. On montre donc de la même manière que **r** est juste un **rationnel variable**, et ce n'est pas parce qu'un **nombre** est **variable** que son type fondamental de nombre change. Si tel était le cas, en utilisant une **variable** comme **n** par exemple, pour représenter un **nombre entier fini**, alors **n** cesse d'être un **entier fini**. Ou en utilisant une **variable x** pour représenter un **nombre réel** et former par exemple le **polynôme**: $\mathbf{p(x) = 3x^4 + 2x^3 - 5x^2 + 7}$, qui est aussi l'expression d'une **fonction réelle**, ne fait pas que **x** cesse d'être un **nombre réel**. Il est un **réel**, mais juste **variable**, à la différence par exemple de √**2**, qui est un **nombre réel variable**. Et pourtant, ce **nombre réel** dit « **constant** » est un « **irrationnel** », ce qui dans notre conception signifie un **nombre rationnel variable**.

Une autre manière de prouver que tous les **nombres réels** sont **rationnels**, c'est justement avec la notion d'**horizon logarithmiqu**e, comme avec l'exemple suivant:



L'exemple est donné avec le **rationnel 2149/3** mais nous aurions pu prendre √**2 = 1,41421356237309504880168872…**, ou n'importe quel **nombre « irrationnel »**, comme aussi **π** ou **e = 2,71828182845904523536028747I....** Il s'agit de regarder ce **développement décimal** à un **horizon logarithmique** associé à un **nombre infini ω**, par défaut $\boldsymbol{\omega_2}$, mais ce peut être $\boldsymbol{\omega_2}$ ou **w**, ou $\boldsymbol{\omega_0}$ ou **v**, ou n'importe quel **infini** $\boldsymbol{\omega_k}$. Dans tous les cas, c'est **infinis** ne sont une fois encore rien d'autre que des **nombres entiers variables**.

L'**infini ω** étant donc choisi, et son **zéro** associé étant noté **0**, l'**horizon logarithmique** de **base e** associé est: $\boldsymbol{\Lambda = \ln(\omega)}$. Et en **base 10** l'**horizon** est: $\boldsymbol{\Lambda_{10} = \log(\omega) = \log_{10}(\omega) = \ln(\omega)/\ln(10)}$.
Et par définition on a: $\mathbf{10^{-\Lambda 10} = 0}$. A noter que ce **0** n'est pas le **zéro absolu**, **o**, mais bien le **zéro** ou le **nombre réel infiniment petit** associé à l'**infini ω**, c'est-à-dire vérifiant: **0 = 1/ω**, et: **ω = 1/0**. Mais comme **ω** est une **variable**, et qu'il est appelé « **infini** », cela signifie automatiquement que **ω** est **suffisamment grand** pour que **0 = 1/ω** commence à être assimilé au **zéro absolu o**. Autrement dit, posant l'égalité: **o = 0** ou: **0 = o**, qui de toutes les façons est toujours vraie si l'on raisonne en logique de l'**équivalence** et du **cycle** (ce qu'est aussi la logique d'**Alternation**) l'**erreur** du point de vue de l'**identité** est précisément **0**. Donc, même du point de vue de l'**identité**, plus la **variable ω** a une grande valeur, plus l'égalité: **o = 0** ou: **0 = o**, est vraie, et donc **0** peut être considéré comme le

zéro absolu o.

En pratique, nous utilisons la notation **ω** pour désigner un **nombre infini** (c'est-à-dire une **variable croissante**, ou encore une **suite d'entiers ou de réels croissante**) suffisamment grande pour que le **zéro 0** associé commence à être **absolu**. Cela signifie concrètement que l'on peut considérer, à partir des petitesses de l'ordre de **0** qu'ils vérifient les **propriétés d'absoluité**:, qui sont simplement les propriétés de **0** l'**élément neutre de l'addition** dans une **structure** classique de **corps** ou d'**anneau**. Dans la nouvelle approche des **nombres**, la question des **éléments neutres** (notamment de l'**addition**), des **éléments absorbants** (notamment pour la **multiplication**, à savoir l'égalité: **x×0 = 0×x = 0**, est toute une théorie dans la théorie):

→ **1 + 0 = 0 + 1 = 1** (**onitivité**); concrètement, **0** est suffisamment petit pour que l'on commence à le « négliger » devant **1**; et plus généralement, pour tout **nombre initial x** (voir définition dans la propriété suivante, l'**auto-additivité**), la quantité **x×0** ou **0×x** est jugée encore suffisamment petite pour être « négligée » devant **1**, c'est-à-dire: **1 + x×0 = x×0 + 1 = 1**.

L'équivalent de cette propriété d'**onitivité** pour les **nombres infinis** est l'**énitivité**:
ω + 1 = 1 + ω = ω; là, cela signifie que le nombre **ω** est jugé suffisamment grand pour que l'on commence à « négliger » **1** devant lui; et plus généralement, pour tout **nombre initial x**, on a:
ω + x = x + ω = ω;

→ **0 + 0 = 0** (**auto-additivité**); concrètement, **0** est suffisamment petit pour que l'on commence à considérer que **2×0 = 0**, **3×0 = 0**, **4×0 = 0**, etc., et plus généralement que: **x×0 = 0×x = 0**, où **x** est un **nombre initial** pour **ω**, c'est-à-dire ne dépassant pas **Δ = √ω**. On considère alors que **x** n'est pas « trop grand » comparé à **ω**, ou est d'un **ordre de grandeur infiniment petit** comparé à celui de **ω**, ce qui revient à dire que **x/ω** est un **zéro**, ou que **ω/x** est encore un **nombre infini**.

Et à plus forte raison si **x** ne dépasse pas **w** l'**audoracine de ω**, c'est-à-dire le nombre: **w = aud(ω)** tel que: $\mathbf{w^w = \omega}$.

Par exemple pour le nombre $\mathbf{A = 1000^{1000} = 10^{3000}}$, son zéro est $\mathbf{0 = 10^{-3000}}$. Son **horizon initial** $\mathbf{\Delta = \sqrt{A} = 10^{1500}}$. Cela signifie que pour les **nombres x** de **o** à $\mathbf{10^{1500}}$, le produit **x×0**, qui est tout au plus $\mathbf{10^{1500} \times 10^{-3000} = 10^{-1500}}$, est suffisamment petit pour qu'on ne le distingue pas de $\mathbf{0 = 10^{-3000}}$, ou qu'on ne considère comme équivalent au **zéro absolu o**, étant entendu qu'on juge que $\mathbf{0 = 10^{-3000}}$ est jugé suffisamment petit pour qu'on le juge équivalent au **zéro absolu o**. Et à plus forte raison si les nombres **x multipliés** par $\mathbf{0 = 10^{-3000}}$, pour calculer donc le produit **x×0**, ne dépassent pas l'**audoracine** de $\mathbf{A = 1000^{1000}}$, qui est **w = aud(A) = 1000**. Le produit **x×0** est alors tout au plus: **x×0** $\mathbf{= 1000 \times 10^{-3000} = 10^{-2997}}$. Ce produit est alors encore plus proche de $\mathbf{0 = 10^{-3000}}$, et donc du **zéro absolu o**, si l'on considère que $\mathbf{0 = 10^{-3000}}$ peut être assimilé au **zéro absolu o**.

Si tel est le cas, c'est donc que l'on juge **0** suffisamment petit pour vérifier la seconde propriété du **zéro** en tant qu'**élément neutre de l'addition**, à savoir ici l'**auto-additivité**: **0 + 0 = 0**. Un tel **0** **absorbe** alors **multiplicativement** tous les **nombres x initiaux**, c'est-à-dire vérifie: **x×0 = 0×x = 0**.

La propriété équivalente pour les **infinis** est l'**auto-additivité** aussi, qui se dit alors:
ω + ω = ω.

Cela signifie que le nombre ω est suffisamment grand pour qu'on ne distingue plus: ω, **2**ω, **3**ω, **4**ω, etc., et plus généralement pour que l'on considère comme équivalents tous les nombre de la forme **x**×ω, où **x** est un **nombre initial** supérieur ou égal à **1**, ou à la rigueur plus petit que **1**, mais tel que **x**×ω est un nombre de **degré 1** en ω, comme ω est de degré **1** en ω. On précise que le degré est par rapport à la **variable** ω car, comme on l'a vu, cela peut être par rapport à la **variable v**, ou **w** ou n'importe quelle **variable x**.

Par exemple, parce qu'on a: $\omega = w^w$, la **variable** ω est donc de **degré w** par rapport à la **variable w**. Et comme on a: $w = v^v$, la **variable w** est donc de **degré v** par rapport à la **variable v**. Et puisqu'on a: $\omega = w^w = (v^v)^\wedge(v^v) = v \wedge v^{v+1}$, la **variable** ω est donc de **degré** v^{v+1} par rapport à la **variable v**. Par conséquent, on a: $v = \omega \wedge (1/(v^{v+1})) = \omega \wedge (\varepsilon^{v+1}) = \omega \wedge (\varepsilon\theta)$, étant entendu que: $\varepsilon = 1/v$ et $\theta = 1/w$. Donc **v** est de **degré** ε^{v+1} ou $\varepsilon\theta$ ou θ/v par rapport à ω.

Il est donc entendu que: **w = aud(**ω**)**. On convient que pour tous les nombres **x** tels que: $\theta \leq x \leq w$, le produit **x**×ω est de **degré 1** en ω. On dit que ces nombres **x** tels que: $\theta \leq x \leq w$, sont les **nombres onigrades** pour ω, ce qui signifie de **degré o** en ω. Et donc le produit **x**×ω est de **degré o+1 = 1**, donc de **degré 1** en ω.

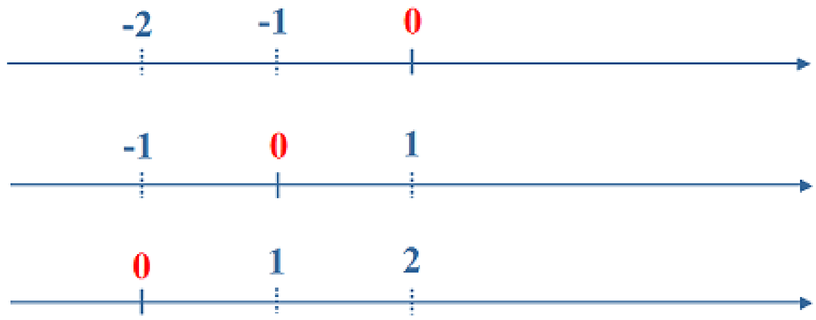
Grosso modo, c'est comme si on faisait le produit: $\omega^o \times \omega^1$, qui donne $1 \times \omega$, autrement dit qui vaut ω^{o+1}, et dans les deux cas cela donne ω^1 ou ω.

Pour être plus précis, on a : $w^w = \omega$, donc: $w = \omega^{1/w} = \omega^\theta$. Le nombre **w** est donc de **degré θ** en ω, et **θ = 1/w** est un **zéro**, puisque **w** est un **infini**. Nous considérons donc que le **degré θ** est encore suffisamment petit pour que ω^θ, qui est donc **w**, soit considéré comme de **degré o**, donc un **nombre onigrade** en ω. Et même, dans une définition plus large, nous pouvons considérer que le **degré ε**, bien qu'infiniment plus grand que **θ** (car on a: $\theta = \varepsilon^v$), est encore suffisamment petit pour que ω^ε, qui est $\omega^{1/v}$ (la **racine v-ième** de ω) ou $w^{w/v}$ ou $w^\wedge(v^{v-1})$, soit considéré comme de **degré o**, et donc un **nombre onigrade** en ω. Car les quantités **ε**, **θ**, et **0**, et plus généralement 0_k, le **zéro** associé à l'**infini** ω_k, sont des **zéros**, ce qui signifie des **variables** qui « tendent vers » le **zéro absolu o**, selon le classique langage des **limites** ou de « tendance » des **suites** et des **fonctions**. Dans le nouveau langage, tous les **zéros** sont le **zéro absolu o**, mais simplement qui se distinguent par leurs **étapes** de leur **évolution** vers le **zéro absolu o**.

Exactement comme toutes les **voitures** d'une **autoroute** en **évolution** vers une certaine **ville** appelée **Grand Oméga** et notée **Ω**, arriveront à la **ville Ω**, donc sont des **voitures potentiellement arrivées en Ω**. Sauf qu'en attendant elles se différencient par leurs **positions** sur l'autoroute menant à **Ω**, ainsi que par leur **vitesses** respectives. Les **voitures v**, **2v**, v^2, v^3, v^v ou **w**, ω, etc., arriveront donc au point **Ω** ou point **infini absolu**. Mais à l'étape **10** (étapes qu'on peut appeler le « temps » par exemple), la **voiture v** se trouve au point **10**, la **voiture 2v** se trouve au point **20**, la **voiture** v^2 se trouve au point **100**, la **voiture** v^3 se trouve au point **1000**, la **voiture** v^v ou **w** se trouve au point $10^{10} = 10000000000$, la **voiture** ω se trouve au point $10000000000^{10000000000}$, etc. A l'étape **15** par exemple, les **positions** des différentes **voitures** sont différentes, la **voiture v** sera au point **15**, **2v** sera au point **30**, v^2 sera au point **225**, etc.

La **voiture 2v** roule **2 fois plus vite** que **v**, la **voiture** v^2 roule **2v fois plus vite** que **v**, la **voiture** v^3 roule $3v^2$ **fois plus vite** que **v**, et **3 fois plus vite** que v^2, etc. Par toutes les voitures sont « **voitures**

potentiellement arrivées en Ω » il faut comprendre que chacune d’elles peut être prise comme le **terminus**, donc le point **Ω**, et donc aussi le nouveau point **zéro absolu** ou **o**. C’est bien ce qu’on fait par exemple quand on décide que n’importe quel point d’une **droite** est le nouveau point **origine o**.



Voici pourquoi 0, c’est toujours aussi 1, 2, 3, …,
c’est -1, -2, -3, …, c’est tout ce qu’on veut!
Tout dépend du Point que l’on a décidé de choisir comme Origine,
de la Chose que l’on a décidé d’appeler le « Rien »,
de l’Etat que l’on a décidé d’appeler le « Vide » ou l’Alpha.
Ne jamais oublier qu’on aurait pu faire un autre choix que celui fait,
et alors Zéro devient Un, le Rien devient Quelque Chose…

Et dès que l’on choisit un **point** d’une **droite** pour l’appeler **o** ou **origine** ou **zéro absolu** ou **alpha absolu**, ce point est de ce fait même automatiquement choisi comme **fin** ou **infini absolu** ou **oméga absolu** ou **Ω**. Ce qui ne veut pas du tout dire qu’après cette **fin** il n’y a plus rien., ou qu’avant cette **origine o** il n’y avait rien. Car on raisonne en **logique de cycle**, donc après la **fin** le **cycle de tous les nombres** recommence à **o**, et et juste avant ce **o** on a les **derniers nombres** avant la **remise à zéro**. Ces **nombres finaux** en **logique de cycle** sont donc: **…, Ω – 4, Ω – 3, Ω – 2, Ω – 1, Ω = o**, et ceux sont eux que dans l’habituelle logique qui est **non-cyclique** on appelle les **nombres «négatifs»** ou: **…, –4, –3, –2, –1, o**.

Mais dans la **logique cyclique** nous les appelons les **nombres antitifs** ou **anti-nombres**. Le **cycle complet** de **o** à **Ω** s’écrit donc: **Ω = o, +1, +2, +3, +4, …, Ω-4, Ω-3, Ω-2, Ω-1, o = Ω**, en ne faisant figurer que les **nombres** du **début** et de la **fin** du **cycle**.

Ce sont donc le nombres vus du côté de la **fin du cycle** que l’on appelle habituellement improprement les « **nombres négatifs** » et que l’on note: **-4, -3, -2, -1, o**. Mais comme on peut le voir, tous les **nombres** sont en réalité fondamentalement **positifs**, les **nombres négatifs** au vrai sens du terme ont un rapport avec la **Négation**, alors qu’en fait ce dont il s’agit ici est ce que nous appelons l’**Antition**, qui, en langage plus courant, est la notion de **Contraire**. En logique d’**Alternation**, c'est-à-dire la logique d’**Affirmation TOTALE**, la logique associée à l’**Univers TOTAL**, on raisonne en termes de **choses** et de **contraires de choses**, et plus généralement de **choses** et d’**alternatives de choses**. Et pas en termes de **choses** et de **négation de choses**, comme on le fait avec la classique logique de **Négation**, en l’occurrence de **Négation de l’Univers TOTAL**.

Autrement dit, on ne raisonne pas en termes de **choses** et de **non-choses**, comme avec la **Négation**, mais en termes de **chose** et d'**alter-choses**. Le cas général étant l'**Alternation n**, ce qui vaut dite la logique d'**Alternation** avec **n alternatives**, où **n** est un **nombre entier variable**.

On a le cas particulier où l'on a **o alternative**, ce qui équivaut à dire **Ω alternatives**, en raison de ce qu'il s'agit d'une logique de **Cycle Ω** ou de l'**omégacycle**, avec laquelle on a: **o = Ω**, et donc pour tout **nombre x**, on a: **o – x = Ω– x = – x**. Ce nombre **– x** ou **o – x** ou **Ω– x** est ce que nous appelons l'**antition de x**, et nous le notons aussi **anti-x**. Nous l'appelons aussi l'**opposé de x**, comme on le dit couramment. A ne pas confondre donc avec une notion de **négation de x**, car **on ne nie rien** ici, mais il s'agit simplement d'**affirmation d'un contraire de x**, d'un **opposé de x**, de l'**alternative opposé**.

Ceci est un cas particulier d'**Alternation 2**, ce qui veut dire la logique d'**Alternation** dans le cas de **2 alternatives**, ici **x** et **anti-x**. En logique d'**Alternation**, qui est donc une **logique d'équivalence** et de **cycle**, les **nombres x** et **Ω-x**, ou **x** et **-x**, ou **x** et **anti-x**, sont **complémentaires**. En effet, leur somme est **Ω**, ce qui revient à dire **o**, puisqu'on a: **o = Ω**.

Quand donc on observe les **nombres entiers** sur un **cycle Ω**, c'est-à-dire:
Ω = o, +1, +2, +3, +4, …, Ω-4, Ω-3, Ω-2, Ω-1, o = Ω,
on voit donc qu'on a les **nombres** vers le début et leurs **antitions** respectives ou **anti-nombres** vers la fin. Tous sont des **nombres positifs**, même donc les **nombres antitifs** ou **anti-nombres**: **…, Ω-4, Ω-3, Ω-2, Ω-1, o**. Ceux-ci ne sont donc que les mêmes **nombres entiers positifs** mais vus à la fin du **cycle**. Cela montre au passage qu'en fait l'**ensemble N** des **nombres entiers naturels** et l'**ensemble Z** des **nombres entiers relatifs** sont un seul et même **ensemble**.

On liste habituellement ainsi les éléments de l'**ensemble N**:
o, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …,
et on dit qu'il n'existe pas de **dernier entier**.

Et on liste ainsi les éléments de l'**ensemble Z**:
…, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, o, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …,
et on dit qu'il n'existe pas de **premier entier relatif** ni de **dernier**.

Mais en réalité, cette écriture de **Z** n'est qu'une réécriture du **cycle complet** des éléments de **N**, où les **derniers éléments** du **cycle**, les éléments **antitifs** donc, sont écrits au début. Autrement dit :
…, Ω-7, Ω-6, Ω-5, Ω-4, Ω-3, Ω-2, Ω-1, o, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ….
Ecrits donc dans un autre ordre, avec les éléments vers la fin, cela donne :
Ω = o, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …, Ω-7, Ω-6, Ω-5, Ω-4, Ω-3, Ω-2, Ω-1, o = Ω.

C'est tout simplement la **liste complète** de l'**ensemble Ω de tous les ordinaux** ou **nombres entiers**, du premier, **o**, au dernier, **Ω**. Autrement dit, ce que nous avons appelé les **nombres entiers oméganaturels**, vus autrement. C'est donc leur **cycle complet**, un **cycle** de **nombres** tous **positifs** dans l'absolu. Nous avons donc un seul et même ensemble fondamental, qui selon l'angle sous le quel il est vu, est appelé **N**, **Z**, $\mathbf{N}_\omega$, $\mathbf{Z}_\omega$, etc.

Autrement dit, c'est la même **suite varid**: **v = (o, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …)**,
vue sous différents angles. Il s'agit d'un **objet fractal**, ce qui veut dire donc qui a une **infinité** de **modèles** de lui-même dans sa **structure**. Les éléments vers le début de la liste sont qualifiés de

constants ou de **finis**, et vers la fin de la liste ils sont qualifiés **variables** ou d'**infinis**. Mais **constants** ou **variables**, **finis** ou **infinis**, ce sont tous des **nombres entiers variables**, tous des **nombres entiers oméganaturels**, tous des **ordinaux**.

Et l'**ensemble** de tous les **rapports p/q** de deux **ordinaux p** et **q** est l'**ensemble** de tous les **nombres rationnels**, qui est aussi l'**ensemble** de tous les **nombres réels**, ou encore de tous les **réalis**, noté **Q**, **R**, $\mathbf{Q_\omega}$, $\mathbf{R_\omega}$, **C**, $\mathbf{C_\omega}$, etc. En effet, là aussi ce ne sont que différentes manières de voir un seul ensemble fondamental, qui a une **structure fractale**, qu'on l'appelle donc l'ensemble des **nombres rationnels**, des **nombres réels**, et même des **nombres complexes**, ou autres!

C'est donc ainsi que l'on voit les choses en logique d'**Alternation**, qui est une logique d'**équivalence** et de **cycle**, la logique de l'**Univers TOTAL**. Avec elle, on ne nie plus les choses, mais **on affirme tout**, on affirme simplement les **choses** et leurs **contraires**, et plus généralement on **affirme les choses et leurs alternatives**. Une **chose x** donnée peut posséder des attributs **contraires**, et même être son propre **contraire**, son propre opposé, sans propre **antition**, sans que cela soit une **contradiction**.

Par exemple, les **nombres o** et **-o**, ou **Ω** et **-Ω**, bien que **contraires**, bien que l'**antition** ou l'**opposé** l'**un** de l'**autre**, sont le même **nombre**, ce en raison du **Cycle Oméga** ou l'**omégacycle**: **o = Ω**, qui a donc pour conséquence: **-Ω = o = Ω**.

Mais avec la logique de **Négation**, une même **chose x** ne peut pas être sa propre **négation**, **non-x**, puisque **x** et **non-x** par définition **se nient** mutuellement, **s'excluent** mutuellement. Le fait que **x** et **non-x** puissent **être vrais** en même temps, **coexister**, être **possibles** tous les deux, etc., est ce qu'on appelle une **contradiction** ou un **paradoxe**. Donc la **contradiction** ou le **paradoxe** sont causés par la **Négation**, et non pas la notion de **contraire** ou d'**antition**. Les **contraires** ou les **antitions**, et plus généralement les **alternatives**, peuvent être toutes **vraies**, peuvent être toutes **possibles**, toutes **coexister**, etc.

C'est la définition même de l'**Univers TOTAL** d'être l'**Ensemble de TOUTES les choses**, donc l'**Ensemble** dans lequel **toutes choses existent**, **toutes choses sont vraies**, **toutes choses sont possibles**. C'est donc lui que la **Négation nie** en réalité, quand elle **interdit** que **toute chose soit vraie**, que **toute chose existe**, soit **possible**, etc.. La **Négation** (de l'**Univers TOTAL** donc) est donc l'unique vraie **Contradiction**, l'unique **Paradoxe**. C'est l'unique chose qui doit être **niée** pour restaurer l'**Alternation**, l'**Affirmation**, pour le retour au **Paradigme** de l'**Univers TOTAL**, le **Paradigme perdu**, le **Paradis perdu**.

Mais revenons à notre propos sur les **nombres onigrades** d'un **nombre infini** donné.

Pour un **nombre entier oméganaturel infini** pris comme **infini ω**, dont l'**audoracine aud(ω)** notée **w**, telle que $\mathbf{w^w = \omega}$, est aussi un **nombre entier oméganaturel** (qui est donc forcément **infini** aussi), et tel que l'**audoracine** de **w**, **aud(w)** notée **v** (qui est donc forcément **infini** aussi) est elle-même un **nombre entier oméganaturel**, on convient donc que les **nombres réels** de **θ = 1/w** à **w** sont les **nombres onigrades** de **ω**. De même aussi, les **nombres réels** de **ε = 1/v** à **v** sont les **nombres onigrades** de **w**.

Nous avons à chaque fois exigé que les **audoracines** soient elles-mêmes des **entiers oméganaturels**, juste pour rester pour l'instant dans le cadre fondamental des **nombres entiers variables**. Mais dans le cadre général des **nombres réels variables**, cette restriction n'a plus cours.

Avec l'**audoracine** de **w**, qui est donc **v** tel que: $\mathbf{v^v = w}$, on a: $\mathbf{v = w^{1/v} = w^{\varepsilon}}$. Et $\mathbf{\varepsilon = 1/v}$, est un **zéro** aussi, car **v** est un **infini**. Le nombre **ε** est un **zéro** beaucoup plus grand que **θ**, certes, et lui-même beaucoup plus grand que **0**. Mais ce sont des **zéros**, des nombres qui « **tendent vers 0** », dans le langage habituel, et on parle du « **0 absolu** » bien entendu. On a donc: $\mathbf{v = w^{\varepsilon} = \omega^{\varepsilon\theta}}$. Et donc **v** est **degré εθ** en **ω**, et **εθ** « **tend encore plus vers 0** », selon le langage habituel. Donc **v** est encore plus **onigrade** en **ω** que **w**. Tous les **nombres réels** habituels, y compris donc le **0** habituel, qui est en fait le **zéro absolu o**, sont **onigrades**.

Le cas du o est spécial, car son **degré** en **ω** est: $\mathbf{-\Omega = o = \Omega}$, autrement dit on a : $\mathbf{o = \omega^{-\Omega} = \omega^{o} = \omega^{\Omega}}$.
Strictement parlant, sont **degré** est: **–Ω**, ce qui rejoint la convention habituelle selon laquelle le **0** en tant que **polynôme**, est de **degré** « **moins l'infini** » ou «–∞». Mais en raison du **cycle Ω**, qui est: $\mathbf{-\Omega = o = \Omega}$, on convient que le **degré** de **o** est **o**, raison pour laquelle nous le qualifions d'**onigrade** aussi. A noter que son cas est très différent de celui de: $\mathbf{0 = 1/\omega = \omega^{-1}}$, qui, lui, est de **degré -1** en **ω**. Nous dirons qu'il est **antigrade**, par opposition à **ω**, qui est dit **anigrade**.

Les **nombres onigrades** pour **ω**, par définition les nombres de **θ** à **w** donc, sont tous des **nombres initiaux** pour **ω**. Mais un **nombre initial** pour **ω** n'est pas nécessairement un nombre onigrade pour **ω**. Par exemple, le nombre $\mathbf{\Delta = \sqrt{\omega} = \omega^{1/2}}$, est **initial** pour **ω**, car: $\mathbf{\Delta\times 0 = \Delta\times\omega^{-1} = \omega^{1/2}\times\omega^{-1} = \omega^{-1/2} = 1/\Delta = \delta}$, appelé le **dérivateur** pour **ω**, un nombre qui vérifie : $\mathbf{\delta^2 = 0}$, autrement: $\mathbf{\delta = \sqrt{0}}$, est un nombre suffisamment petit encore pour être jugé équivalent à **0**, donc au **zéro absolu o**. Par contre, $\mathbf{\Delta = \sqrt{\omega} = \omega^{1/2}}$ est de **degré 1/2** en **ω**, donc est loin d'être de **degré o** en **ω**. Il est donc **initial** pour **ω** mais pas **onigrade**. Mais tous les nombres **onigrades** sont automatiquement **initiaux**.

L'**auto-additivité** de l'**infini ω** signifie donc que l'on considère comme équivalents tous les nombres de la forme **x×ω**, où donc **x** est un **nombre onigrade** pour **ω**, c'est-à-dire de **degré o** en **ω**.

→ $\mathbf{0 \times 0 = 0}$ (**auto-multiplicativité**); concrètement, cela veut dire que **0** est suffisamment petit pour qu'on le juge équivalent à toutes ses **puissances entières positives**: $\mathbf{0 = 0^2 = 0^3 = 0^4 = \ldots}$;

→ $\mathbf{0^{\omega} = 0}$ (**oni-auto-exponentiativité**); concrètement, cela veut dire que **0** est suffisamment petit pour qu'on le juge équivalent au **zéro** infiniment plus petit qu'est le **zéro** de l'**échelle** suivante dans la **fractale des nombres**, à savoir $\mathbf{0^{\omega}}$, qui est le **zéro** associé à l'**infini** de l'**échelle** supérieure, $\mathbf{\omega^{\omega}}$. Il faut vraiment qu'un **zéro** soit près de l'**échelle absolue** ou vraiment **infiniment petit**, pour qu'on ne le distingue plus du **zéro** infiniment plus petit qu'est celui de l'**échelle** suivante.

A noter que tout **nombre zéro** qui est **oni-auto-exponentiatif** est forcément suffisamment petit pour vérifier les autres **propriétés d'absoluité**. Les nombres de cette échelle de petitesse sont tous candidats pour être appelés « **élément neutre de l'addition** ». Leurs infinis associés sont dits **éni-auto-exponentiatifs**, ou simplement **auto-exponentiatifs**, et ils vérifient: $\mathbf{\omega^{\omega} = \omega}$. Cela signifie qu'ils sont tellement grands qu'ils sont leurs propres successeur dans l'échelle de l'**infinité**, autrement dans la suite des $\mathbf{\omega_k}$. Autrement dit, ils sont un $\mathbf{\omega_k}$ tel que: $\mathbf{\omega_{k+1} = \omega_k}$, autrement dit : $\mathbf{\omega_k = \omega_k \wedge \omega_k = \omega_k}$.

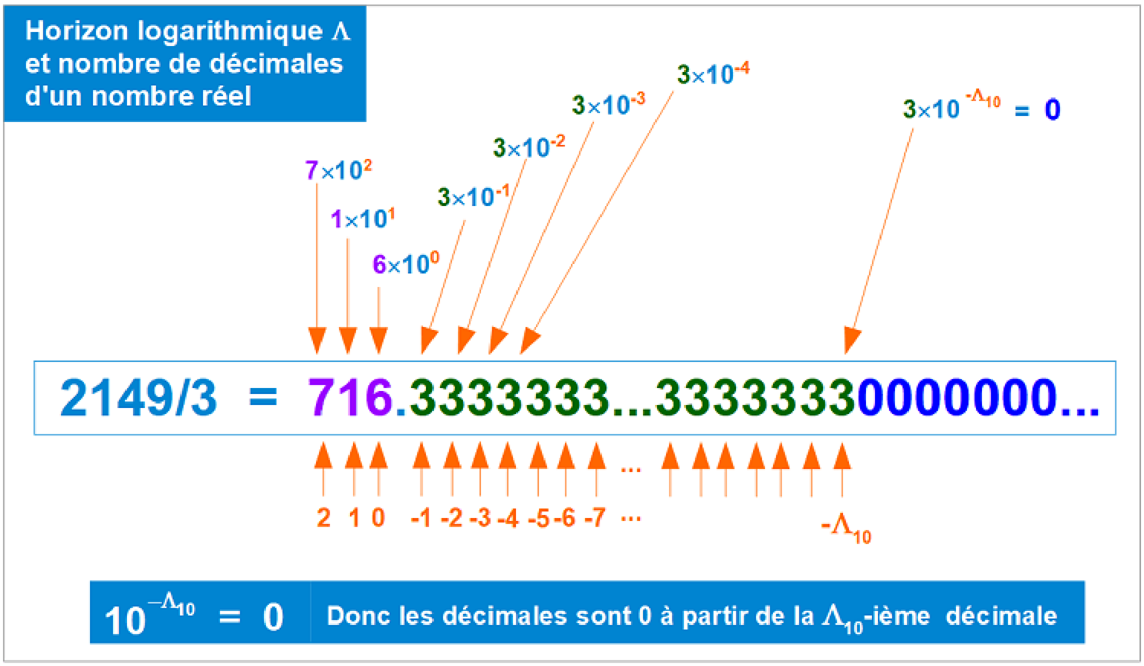
De tels **infinis** sont des candidats à être notés **Ω**, et à être appelés « **l'infini** » **absolu** » au singulier. Le **zéro** associé étant alors **o**, ils vérifient l'**omégacycle** : **o = Ω**. Autrement dit: **o = 1/o**.

$\Lambda_0 = \Lambda_{-1}\, e^{\Lambda_{-1}}$	$\Lambda_1 = \Lambda_0\, e^{\Lambda_0}$	$\Lambda_{n+1} = \Lambda_n\, e^{\Lambda_n}$
$\omega_0 = e^{\Lambda_0} \qquad 0_0 = e^{-\Lambda_0}$	$\omega_1 = e^{\Lambda_1} \qquad 0_1 = e^{-\Lambda_1}$	$\omega_{n+1} = e^{\Lambda_{n+1}} \qquad 0_{n+1} = e^{-\Lambda_{n+1}}$
$\Delta_0 = e^{\Lambda_0/2} \qquad \delta_0 = e^{-\Lambda_0/2}$	$\Delta_1 = e^{\Lambda_1/2} \qquad \delta_1 = e^{-\Lambda_1/2}$	$\Delta_{n+1} = e^{\Lambda_{n+1}/2} \qquad \delta_{n+1} = e^{-\Lambda_{n+1}/2}$
$\alpha_0 = \omega_{-1}^{\Lambda_{-1}} = e^{\Lambda_{-1}^2}$	$\alpha_1 = \omega_0^{\Lambda_0} = e^{\Lambda_0^2}$	$\alpha_{n+1} = \omega_n^{\Lambda_n} = e^{\Lambda_n^2}$

$$\lambda = \Lambda_{\omega-1},\quad \Lambda = \Lambda_\omega,\quad w = \omega_{\omega-1},\quad \omega = \omega_\omega,\quad \theta = 0_{\omega-1},\quad 0 = 0_\omega$$
$$D = \Delta_{\omega-1},\quad d = \delta_{\omega-1},\quad \Delta = \Delta_\omega,\quad \delta = \delta_\omega,\quad \alpha = \alpha_\omega$$
$$w = e^\lambda,\quad \theta = e^{-\lambda},\quad D = e^{\lambda/2},\quad d = e^{-\lambda/2},\quad \Lambda = \lambda e^\lambda,$$
$$\omega = e^\Lambda = w^w,\quad 0 = e^{-\Lambda},\quad \Delta = e^{\Lambda/2},\quad \delta = e^{-\Lambda/2},\quad \alpha = w^\lambda = (e^\lambda)^\lambda = e^{\lambda^2}.$$

(Dans ce tableau, l'indexation est l'ancienne, avec donc $\omega_0 = v$, mais dans nouvelle, on a: $\omega_0 = 1$, et $\omega_1 = v$, $\omega_2 = w$, etc.

Mais revenons à notre exemple qui nous a valu ce détour dans l'exposé sur le sujet de l'**absoluité**. Le but est de montrer d'une autre manière que **tout nombre réel est un nombre rationnel**.



Nous nous sommes donné un **infini** ω, dont le **zéro** associé est noté **0**, et qui commence juste à vérifier les propriétés de l'**absoluité**, au moins l'**onitivité** et l'**auto-additivité**. Son **horizon**

logarithmique en **base e** étant $\Lambda = \ln(\omega)$, en **base 10** il est donc: $\Lambda_{10} = \log(\omega) = \log_{10}(\omega)$. Par conséquent on a: $10^{-\Lambda_{10}} = 0$.

Le **développement décimal** d'un **nombre réel (positif) r** est donc de la forme :
$r = n.c_1 c_2c_3c_4c_5c_6c_7\ldots = n + c_1 10^{-1} + c_2 10^{-2} + c_3 10^{-3} + c_4 10^{-4} + c_5 10^{-6} + c_6 10^{-6} + c_7 10^{-7} + \ldots$,
où **n** est un **nombre entier**, et où les c_i sont des **chiffres** de **0** à **9**.

C'est ici qu'intervient Λ_{10} l'**horizon logarithmique** en **base 10**, et la propriété: $10^{-\Lambda_{10}} = 0$. Cela a pour conséquence qu'à partir de l'**horizon infini** Λ_{10}, c'est-à-dire du **chiffre** $c_{\Lambda_{10}}$, et au-delà, les 10^{-i} sont tous **0**. Donc le produit: $c_i 10^{-i} = 0$. Il revient alors au même de dire que c'est 10^{-i} qui est **0**, que de dire que c'est c_i qui est **0** à partir de la **décimale** Λ_{10} et au-delà. En langage habituel, cela revient à dire qu'à partir de la **décimale** Λ_{10} et au-delà, « les chiffres ne sont plus significatifs ». Il revient alors au même de les remplacer tous par **0**, et même plus **i** augmente plus le **zéro** 10^{-i} est petit, et, en vertu des propriétés des **suites géométriques** (car on peut majorer les c_i par **9**, ce qui donne une **suite géométrique**), il est très facile de montrer que la somme des termes à partir du rang Λ_{10} est de l'ordre de $10^{-\Lambda_{10}}$, et $9\times10^{-\Lambda_{10}}$ tout au plus, qui est donc 9×0, et qui est équivalent à **0**, étant donné que **9** est un **nombre initial** et même **onigrade** pour ω.

En ayant montré ainsi que, pour tout **nombre réel r**, à partir d'un certain **horizon infini** (c'est-à-dire une fois encore un **entier variable croissant**) ses **chiffres** sont tous **0**, nous avons montré qu'il y a une **répétition d'un groupe fini de chiffres** à partir de cet **horizon**, et donc une fois encore que **r** est un **nombre rationnel**!

Mais revenons à nos **nombres entiers oméganaturels**.

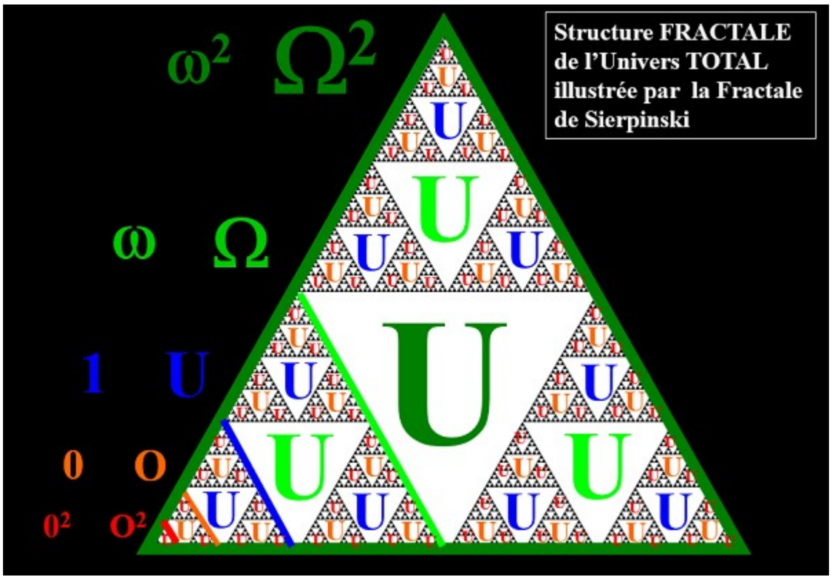
Il importe de faire remarquer que les **nombres entiers naturels** (ou **ordinaux**) **finis** comme **infinis**, que nous venons de construire, **ensemble** que nous appelons l'**ensemble des nombres entiers oméganaturels**, et que nous notons N_ω, peuvent être pris comme une nouvelle définition de l'**ensemble N** des **nombres entiers naturels**, autrement dit appelés les **entiers naturels** en un nouveau sens. Et à partir de cet **ensemble** N_ω, on fait exactement la même construction que celle qu'on vient de faire. Les **nouveaux ordinaux** construits seront qualifiés de **second ordre**. Puis à partir d'eux on construit de la même manière ceux du **troisième ordre**, et ainsi de suite. Ceci est la **structure fractale** des **ordinaux** ou **nombre entiers naturels**. Cette **structure** nous apprend que quand nous écrivions: **N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...}**, dans cette liste apparemment « simple » se cache en réalité toute une **structure fractale** des **nombres entiers**, qui comprennent des **nombres entiers infinis**.

Nous avons par la même occasion aussi défini l'**ensemble** Z_ω des **nombres entiers omégarelatifs**. Il suffit, pour les **entiers v-polynomiaux**, d'inclure les **entiers** de **coefficient dominant négatif**, pour avoir l'**ensemble** Z_v des **entiers relatifs v-polynomiaux**. Et Z_ω s'obtient à partir de N_ω par le procédé classique de construction des **entiers relatifs**. Et à partir de Z_ω, on construit l'**ensemble** Q_ω, des **nombres omégarationnels** par le procédé classique de construction des **nombres rationnels**, que nous appelons la **rationalisation**. On le fera plus tard.

Avec maintenant la présence de **nombres entiers infinis**, et plus généralement **variables**, il n'est plus nécessaire de construire les **nombres réels** comme on le fait classiquement, car l'**ensemble** R_ω des **nombres omégaréels** et l'**ensemble** Q_ω des **nombres omégarationnels** sont le même ensemble. Tous les **nombres réels**, y compris donc les **nombres** comme **√2**, **π** ou **e**, sont en fait **rationnels**. Les **nombres** dits « **irrationnels** » ne sont en fait que des **nombres omégarationnels** spéciaux, qui sont des **rapports** de **nombres entiers infinis**.

En raison donc de sa **générativité**, le traditionnel **ensemble des entiers naturels**: **N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...}**, est infiniment plus riche qu'il n'y paraît. Il contient l'**Univers TOTAL**, et donc n'est en fait qu'une autre manière de parler de l'**Univers TOTAL**. L'**ensemble N** est habituellement qualifié de **dénombrable**, par opposition par exemple à l'**ensemble R** des **nombres réels**, qualifié d'« **indénombrable** ». Mais ces conceptions sont incorrectes, car il n'existe fondamentalement qu'une seule notion d'**infini**, qui est **fractal**, et qui se résume à l'**infini v**. Et toute autre notion d'**infini** n'est qu'une autre manière de voir la **fractale** dont le **modèle de base** est **v**.

Sur l'illustration de l'image ci-après la base est appelée **ω**, et parfois nous utiliserons **w** comme **base**, mais la logique est la même:



Il s'agit d'une **fractale** avec laquelle tout **modèle** est formé de **3 petits modèles**. Cela revient simplement à dire que la **variable** de **base ω**, que nous appelons le **fractalande**, a ici pour valeur: **ω = 3**. Mais la logique est la même peu importe la valeur de **ω**, et en particulier si joue **ω** son propre rôle de **nombre entier infini**.

Tout **modèle** de la **fractale**, qu'on l'appelle **1**, ou **ω**, ou **ω**^{2}, ou **ω**^{3}, etc., ou **ω**$^\omega$, et ainsi de suite, vers l'**infiniment grand**, ou qu'on l'appelle **0**, ou **0**^{2}, ou **0**^{3}, etc., ou **0**$^\omega$, ainsi de suite, vers l'**infiniment petit**, est la seule et même **structure fractale**. N'importe quel **modèle** peut donc être appelé **N** par exemple. On n'a donc qu'une seule **infinité** de **base**, à savoir **ω** sur l'image, mais **v** dans nos développements précédents, dans laquelle on a une **infinité** de la même **infinité**! Et pourtant, toute cette **infinité d'infinités** est toujours le seul **ω** ou **v**!

Cela nous permet de comprendre la **structure** de **N**, une **fractale** donc. On n'a fondamentalement qu'une différence entre les **ensembles génératifs** et ceux qui ne le sont pas, ce qui revient à dire entre les **ensembles infinis**, qui sont donc forcément **variables**, et les **ensembles finis**, ce qui veut dire **constants**. Contrairement donc à chaque $\mathbf{N_n}$, qui est un **ensemble constant**, **statique**, car chaque **n** est un **entier constant**, **statique**, **N** est un **ensemble variable**, **dynamique**.

Par exemple, **5 = {0, 1, 2, 3, 4} =** $\mathbf{N_5}$ est un **ensemble constant**, **statique**, qui a exactement **5 élément**. Il en est ainsi pour chacun des autres **entiers naturels** de **von Neumann**, vu au sens classique. On les qualifiera aussi de **finis** pour les mêmes raisons, aucun des **entiers** de von Neumann n'est **infini** au sens classique. Dans la traditionnelle **théorie des ensembles**, les **ordinaux** ou **nombres entiers infinis** ne peuvent être construits sans l'introduction d'un **axiome** idoine, qui est l'**axiome de l'infini**, qui dit en gros qu'il existe au moins un **ensemble infini**, ou simplement que **N** est un **ensemble infini**. On a donc besoin d'un axiome pour dire cela.

Mais dans la nouvelle vision, pas besoin d'un **axiome de l'infini**, car la notion **naturelle** de **variable**, une notion de **logique fondamentale** ou notion **métamathématique**, que de toute façon on est obligé d'utiliser pour formuler les axiomes, suffit amplement pour exhiber une notion très **naturelle** d'**infini**.

De ce point de vue, l'**ensemble N** est un **ensemble fini**, son **cardinal** ou **nombre de ses éléments**, que nous allons noter **v**, est un **nombre entier naturel fini**, tout comme le **cardinal** de chaque **entier n**, vu comme un **ensemble**, en l'occurrence comme $\mathbf{N_n}$. Sauf que **N** est un **ensemble fini** mais juste **variable**, **dynamique**! Au lieu donc d'être **constant**, **statique**, comme par exemple c'est le cas de **5 = {0, 1, 2, 3, 4} =** $\mathbf{N_5}$. La différence est donc juste entre **constante** et **variable**, ou entre **statique** et **dynamique**!

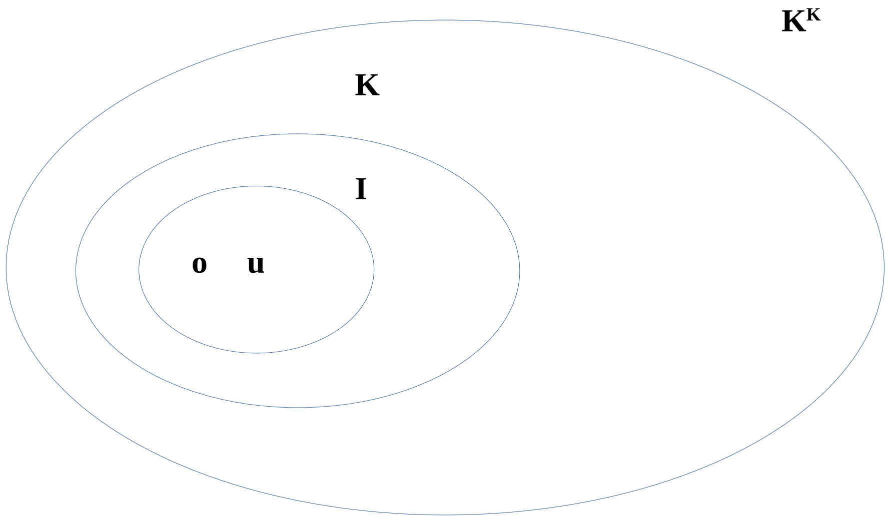
Comme on l'a vu plus haut, le **nombre v** est par définition le **dernier élément de N**, dans la nouvelle conception des **ordinaux** et des **cardinaux**. Et **v** est précisément aussi le **nombre entier fini variable** de référence, et par définition aussi le **nombre infini** de référence. Puisque **v** est à chaque étape un **entier naturel fini**, il a la même propriété suivante commune à tous les **nombres finis**: **v = {0, 1, 2, 3, 4, …, v-4, v-3, v-2, v-1} =** $\mathbf{N_v}$.

Et enfin **v** est aussi par définition l'**application** de **N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, ...}** dans **N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, ...}**, telle que **v(n) = n**, pour tout **élément n** de **N**.

v contient tous les **éléments** du classique: **N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, ...}**, et pourtant aussi **v** est le **dernier élément de N**, son **plus grand élément** donc, ce qui veut dire que **N** peut être écrit: **N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, …, v-5, v-4, v-3, v-2, v-1, v} = v+1 =** $\mathbf{N_{v+1}}$, dite sa **forme constante** ou **statique** ou **bornée**. **N** écrit ainsi est borné par un **nombre variable**, en l'occurrence **infini**, donc cette écriture est équivalente à: **N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, …}**. Et alors aussi **N** contient **tous les éléments** de **v**. C'est apparemment paradoxal, mais cela signifie simplement que **N** et **v** sont deux manières différentes de voir un même **ensemble**, qui a une nature **fractale**.

Entrons maintenant plus en profondeur et en détail dans le **Nouveau Paradigme**. Toutes les **structures numériques** que nous allons construire reposent sur une notion fondamentale que nous nommons la notion de « **potenciel** ». Et le mot « **potenciel** » avec « **c** » au lieu de « **potentiel** » avec « **t** » est volontaire.

III - Potenciel K^I d'un ensemble K d'indiciel I



La classique **théorie axiomatique des ensembles** de Zermelo-Fraenkel (couramment abrégée **ZF**) suffit amplement pour cette notion fondamentale de **potenciel**. Nous n'entrerons véritablement dans les spécificités du **Nouveau Paradigme**, l'**Univers TOTAL**, qu'avec le sous-titre prochain sur la notion d'**égalité**, l'**identité** et l'**équivalence**. Puis nous monterons crescendo avec les bases de l'**Alternation**, au sous-titre suivant. Et nous nous envolerons vers les **ciels divins** (d'où la référence subtil au « **ciel** » dans la notion de « **potenciel** »…) avec les **générescences** et la **structure fractale**.

Dans le présent sous-titre, on parle de **nombres** au sens classique, et nous ne savons pas encore ce qu'est véritablement un **nombre**. Mais avec les **générescences**, on commencera enfin à savoir ce que veut dire vraiment cette notion qu'on appelle « **nombre** ».

Bien que donc la classique **théorie axiomatique des ensembles** de Zermelo-Fraenkel ou **ZF** suffit très largement pour la fondamentale notion de **potenciel**, de **structure de corps omégacyclique** et de **nombres entiers variables** traités dans ce livre, il est utile d'en profiter aussi pour rappeler les bases de la **théorie axiomatique des ensembles** bien plus forte que **ZF**, à savoir **La Théorie des Univers, l'ancêtre de la Théorie universelle des ensembles**, dont nous avons parlé en dans la partie I.

THÉORIE DES ENSEMBLES
Théorie des Univers

INTRODUCTION

La Théorie des Univers permet l'existence et la construction d'un certain type d'ensembles, les *univers*, qui ont la particularité d'être des modèles pour une théorie des ensembles.

I . LES AXIOMES DU MODÈLE CENTRAL.

1. Généralités.

a. Les notions intuitives de base.

Nous abordons cette théorie en considérant quelques notions intuitives. Certaines de ces notions recevront ultérieurement un sens plus précis au sein de la théorie. Ces notions peuvent être réparties en deux catégories qui sont les **objets** et les **relations**. Nous exprimons quotidiennement des relations entre les objets. Par exemple la phrase « *Paul habite à Nantes* » exprime la relation « habiter à » entre les objets Paul et Nantes, qui sont appelés les *paramètres* de l'énoncé. A cette relation on peut attribuer une valeur de vérité *vrai* ou *faux*.

Nous utilisons les objets que sont les **entiers intuitifs** (ou **entiers naturels** ou encore simplement **entiers**). Introduisons des objets appelés **variables** dont le but est de rendre anonymes les objets d'un énoncé. Ce sont les symboles $\mathcal{V}_k$, où k est un *entier intuitif*, c'est-à-dire $\mathcal{V}_0$, $\mathcal{V}_1$, $\mathcal{V}_2$, ... Les premières de ces variables seront souvent désignées par les lettres x, y, z, t, u, v, w, ... , éventuellement avec un indice entier comme x_0 , x_1 , x_2 , ... Nous introduisons des objets appelés *blancs* et notés $\square_0$, $\square_1$, $\square_2$, ...
Nous utilisons aussi la notion de *liste ordonnée* ou *suite*. Une liste ordonnée de n objets, non nécessairement distincts, s'écrira $(a_1 , \ldots , a_n)$. L'entier n est appelé la *longueur* de la suite. Par exemple on a la suite (*Paul* , *Nantes*) de longueur 2.

b. Les relations.

La relation « habiter à » s'écrit à l'aide des blancs « $\square_1$ habite à $\square_2$ ». L'énoncé « *Paul habite à Nantes* » se notera indifféremment : « $\square_1$ habite à $\square_2$ » (*Paul*, *Nantes*) ou *Paul* « $\square_1$ habite à $\square_2$ » *Nantes* .

Rappelons que pour la **Théorie universelle des ensembles** ou **Science de l'Univers TOTAL**, le mot clef est « **chose** », qui permet de définir la **notion universelle d'ensemble** comme étant « **une chose formée d'autres choses appelées ses éléments** ». Et la **chose formée** de **toutes les choses** est l'**Univers TOTAL**, l'**Ensemble de toutes les choses**.

Ici, pas besoin de déployer toute la puissance de la **notion universelle d'ensemble**, tout ce dont nous avons besoin pour la **Théorie des Univers** c'est le mot clef « **ensemble** », la **relation d'appartenance** notée par le symbole « $\in$», sa **négation** étant « $\notin$». Chose très intéressante et très importante, pour les **ordinaux** (au sens classique et leur **ordre** à **sens unique**) cette **relation** « $\in$» se confond avec la **relation d'ordre** « < ». Et nous avons besoin aussi d'une **relation d'égalité**, notée par le symbole « = », sa **négation** étant «$\neq$ ».

Pour la **théorie axiomatique des ensembles** on n'a qu'une seule notion d'**égalité**, qui est en fait une **identité**, et la **relation d'équivalence** est définie dans la **théorie axiomatique**. Mais pour la **théorie universelle des ensembles**, qui est aussi la **théorie théorématique des ensembles** (la méthodologie **théorématique** est développée dans les livres précédents ; elle est synonyme aussi de logique d'**Alternation**, la **logique graduelle**, à une infinité de **valeurs de vérité**, pas que **0** ou **1**; par opposition à la méthodologie **axiomatique** qui s'inscrit dans la logique de la **Négation**, la **logique du tout ou rien**, du **soit 0 soit 1**), pour la **théorie universelle des ensembles** donc, la notion d'ensemble ainsi que celle de **relation d'équivalence** et autres, sont définies en amont, sur la base du mot clef « **chose** ».

La **métathéorie** et la **théorie** font une, car elles reflètent la nature **fractale** de l'**Univers TOTAL**. La **théorie** se déroule dans une **métathéorie** qui est elle-même un **modèle supérieur** de la même

théorie. C'est cette **structure fractale** justement qu'a commencé à traduire la **Théorie des Univers**, quand l'**axiomatique** se dirige vers la **théorématique**, ce qui est son unique vrai but.

Avec cette **Théorie des Univers** dont nous allons rappeler les bases et la logique, un **modèle** de la **théorie** est incarné par un **ensemble** spécial appelé un **univers**. Et l'**axiome des univers**, l'**axiome** clef de la **Théorie des Univers**, consistera à dire que « **Tout ensemble appartient à un univers** ». Donc, en particulier, un **univers U** donné appartient à un autre **univers V** plus grand, qui à son tour appartient à un **univers W** encore plus grand, qui appartient à un **univers Ω**, et ainsi de suite.

Et on retrouvera cette **structure hiérarchique** des **univers** avec la **structure hiérarchique** des **ordinaux**, et cette **structure hiérarchique** rend inutile la notion de **classe** propre, comme avec la **théorie des classes** de Von Neumann ou encore la **classe des ordinaux** utilisée par John Conway pour construire les **surréels**. Autrement dit, c'est la notion de **classe de tous les ensembles** (et sa **sous-classe** qui est celle de **tous les ordinaux**) qui se transforme en notion d'**univers**, et la **hiérarchie** des différentes « **classes de tous les ensembles**» est celle des différents **univers**.

Avec cette **structure hiérarchique**, qui est donc une **structure fractale**, ni plus ni moins, le problème de type « **ensemble de tous les ensembles** », l'un des paradoxes de la théorie de Cantor, ainsi que le problème de type « **ensemble de tous les ordinaux** » ou « **dernier ordinal** » (paradoxe de Burali-Forti), ne se posent plus. Un « **dernier ordinal** » **Ω(U)** associé à un **univers ensembliste U** donné, est juste un **ordinal** très ordinaire pour un **univers V** supérieur à **U**. C'est juste que **Ω(U)** n'est pas **élément** de **U**, car **U** et **Ω(U)** sont du même **ordre de grandeur**, le même type de « **classe** », donc **Ω(U)** ne peut pas être élément de **U**, sous peine de paradoxe de type Burali-Forti ou de type paradoxe de Cantor. Et la **Classe des ensembles** de la **Théorie des Univers**, que l'on note $\mathcal{U}$, n'est rien d'autre qu'un « **dernier univers** », qui peut tout à fait être pris comme un élément d'un **univers** d'un autre ordre, et c'est une autre **hiérarchie fractale** qui commence.

La philosophie de la **Théorie des Univers** étant décrite, voici les bases techniques de cette théorie telle que traitée dans le livre : **La Théorie des Univers, l'ancêtre de la Théorie universelle des ensembles**.

A_1) **Axiome d'extensionnalité** :
*Deux **ensembles x** et **y** ayant les **mêmes éléments** sont **égaux***.
Formule : $\forall x \forall y [\forall z (z \in x \Leftrightarrow z \in y) \Rightarrow x = y]$

A_2) **Axiome de l'ensemble vide**:
*Il existe un **ensemble** n'ayant **aucun élément***.
Formule : $\exists x [\forall y (y \notin x)]$

L'**ensemble vide** est unique selon l'axiome A_1 et on le note : ∅. C'est lui qu'en tant qu'**ordinal** on appelle le **zéro** et qu'on note **0** ou encore **{ }**. Mais avec la **théorie universelle des ensembles**, cette notion de **0** se trouve être toute **classe d'équivalence**, constituée d'une infinité d'éléments appelés les **zéros**, dont la **générescence nulle o** ou le **0 absolu**, noté $\mathbf{0}_\omega$.

D'une manière générale, pour un ensemble **a** donné, on liste ses éléments dans les **accolades { }**, éléments **séparés** par la **virgule**. Et on part du principe qu'on peut toujours lister tous les éléments de **a**, même en nombre infini. Pour l'**ensemble vide** donc, il n'y a pas d'éléments à lister, donc il est noté **{ }**.

Dans la vision de la **théorie universelle des ensembles**, l'**ensemble vide** est juste le **premier ensemble** qui sert à construire des **ensembles** plus complexes. C'est ce qu'on exprime avec l'**axiome de fondation**. On ne s'intéresse pas à ses propres **éléments**, appelés par définition les « **éléments inexistants** » ou « **éléments négatifs** ». L'**ensemble vide** est donc l'**ensemble des éléments négatifs** ou « **en dessous de zéro** » (que l'on confond souvent avec les « **éléments avant zéro**», qui sont les **éléments antitifs** ou **anti-éléments**), lui-même étant le **commencement** des **éléments positifs**, l'**Alpha**.

A_3) **Axiome de l'ensemble des parties**:
Étant donné un ensemble x**, il existe un **ensemble** dont les éléments sont les ensembles **inclus** dans **x.
Formule : $\forall x\ \exists y\ \forall z\ [z \in y\ \Leftrightarrow\ (\forall t \in z)(t \in x)]$

Etant donnés deux **ensembles a** et **b**, on dit que **a est inclus dans b**, ou que **a est un sous-ensemble de b**, ou encore que **a est une partie de b**, et on note : $a \subset b$, si **tout élément de a est un élément de b**. Cet axiome dit que pour tout **ensemble x**, il existe un autre **ensemble**, noté $\mathcal{P}(x)$ mais aussi 2^x, dont les éléments sont les **parties** ou **sous-ensembles** de **x**.

Par exemple, l'**ensemble vide** ∅ n'a qu'une seule **partie**, lui-même. Son **ensemble des parties** est donc : $\mathcal{P}(\varnothing) = \{\varnothing\} = \{0\}$, qui est donc un **ensemble** à un seul élément. On dit que c'est un **singleton**, et en l'occurrence ce **singleton** $\{\varnothing\}$ est la définition de l'**ordinal 1**, en un sens **canonique** de la notion d'**ordinal** dû à Von Neumann. Donc $1 = \{\varnothing\} = \{0\}$.

Et ce **singleton 1** a lui-même deux **parties**, **0** et **1**, donc : $\mathcal{P}(1) = \{0, 1\}$, et nous voici avec notre premier **ensemble** à deux éléments, qui est la définition de l'**ordinal canonique 2**, donc : $2 = \{0, 1\}$.

Et on a : $\mathcal{P}(2) = \{0, 1, \{1\}, 2\}$, un ensemble à quatre éléments. Il ne s'agit pas d'un **ordinal canonique**, mais il a une **partie** ou **sous-ensemble**, qui est $\{0, 1, 2\}$, qui est la définition de l'**ordinal canonique 3**, donc : $3 = \{0, 1, 2\}$.

Et on a : $\mathcal{P}(3) = \{0, 1, \{1\}, \{2\}, 2, \{0, 2\}, \{1, 2\}, 3\}$, un ensemble de huit éléments. Lui non plus n'est pas un **ordinal canonique**, mais une de ses **parties** est l'**ordinal canonique** : $4 = \{0, 1, 2, 3\}$.

Et ainsi de suite.

Pour un **ordinal canonique n**, son **ensemble des parties** a 2^n **éléments**, où 2^n est la traditionnelle notion de **puissance**. On a donc : $\mathcal{P}(2) = 2^n$, où ici la notation « 2^n » est à interpréter « **ensemble des parties de l'ordinal canonique n** ». Il a effectivement 2^n **éléments** au sens de la puissance traditionnelle. Mais $\mathcal{P}(n)$, qui a donc 2^n **éléments**, n'est pas nécessairement un **ordinal canonique**. Il est cependant un **ordinal** au sens large, à savoir l'**ordinal large** 2^n, parce qu'il a 2^n **éléments**, donc est une manière équivalente de dire 2^n.

Par exemple, $\mathcal{P}(3) = \{0, 1, \{1\}, \{2\}, 2, \{0, 2\}, \{1, 2\}, 3\} = 2^3$. Ce n'est pas un **ordinal canonique**, certes, mais il a bel et bien 2^3 **éléments** ou **8 éléments**, donc il est une manière **équivalente** de dire **8**. D'une manière très générale, tous les **ensembles** ayant un même **nombre k** d'**éléments**, où k par contre désigne un **ordinal canonique**, **ordinaux canoniques** qui ne sont rien d'autres que des **ensembles spéciaux** que nous avons convenu d'utiliser pour représenter la notion de **nombre entier**.

Nous aurions pu tout aussi bien décider d'utiliser par exemple les **ensembles**: **0**, **{0}**, **{{0}}**, **{{{0}}}**, **{{{{0}}}}**, ..., pour représenter les notions de nombres : **0**, **1**, **2**, **3**, **4**, **….** par le premier, **0**, ces **ensembles** ont tous **un seul élément** donc sont des **singletons**, certes, mais ils sont différents. Quelque chose les différencie, et exprime la notion de **nombre**, et c'est ce qui compte finalement. C'est le **nombre d'accolades { } imbriquées**, et qui représente ici le niveau de **profondeur** ou de **fondation** de l'ensemble appelé **0**. Avec **0** ou **{ }**, il n'y a pas d'accolades imbriquées donc le **niveau d'imbrication** est **0**. Avec **{0}** ou **{{ }}**, il y a une paire d'accolades imbriquées, donc le **niveau d'imbrication** est **1**. Cela représente l'idée que **0 est un élément**. Avec **{{0}}** ou **{{0}}**, il y a deux paires d'accolades imbriquées, donc le **niveau d'imbrication** est **2**. Cela représente l'idée que **0 est un élément d'un élément**. Et ainsi de suite.

Nous aurions donc pu choisir ce type d'ensemble comme **ordinaux**, pour représenter les **nombres entiers**. Nous avons juste décidé de prendre un autre type d'ensembles, dont le **nombre effectif des éléments** représente le **nombre** qu'on veut exprimer. En l'occurrence nous avons choisi l'**ensemble** de la forme : **{0, 1, 2, 3, …, n-1}**, qui compte **n éléments effectifs**, et où les éléments de **0** à **n-1** ont la même forme et ont déjà été définis. Mais il y a bien entendu d'autres manières de choisir un **ensemble à n éléments**, pour un **nombre n** donné. C'est juste que celle que nous avons choisi, que nous avons qualifiée de **canonique**, et qui est due à Von Neumann est particulièrement intéressante, elle a des propriétés très intéressantes.

Avec ce type d'**ensembles**, pour un **ordinal canonique n** donné, **$\mathcal{P}$(n)** ne sera pas nécessairement un **ordinal canonique** mais aura bel et bien **2^n éléments**. Et ce qui est intéressant aussi, c'est que **$\mathcal{P}$(n)** aura à son tour une **partie** qui sera l'**ordinal canonique n+1**.

En effet, on a : **n = {0, 1, 2, 3, …, n-1}**. Un **sous-ensemble** ou **partie** de **n** sera donc **n** lui-même, c'est sa **partie pleine**. Elle est donc un **élément** de **$\mathcal{P}$(n)**, qui contient aussi tous les **ordinaux canoniques** de **0** à **n-1**, à cause d'une **propriété** de la notion de partie appelée la **transitivité**, et qui est que la **partie** d'une **partie** d'un **ensemble a** donné est une **partie** aussi de cet **ensemble a**. Donc **$\mathcal{P}$(n)** contiendra tous les **ordinaux canoniques** de **0** à **n-1**, plus **n** lui-même, donc tous les **ordinaux canoniques** de **0** à **n**, qui sont les éléments de l'**ordinal canonique n+1**.

A_4) **Axiome de la réunion**:
Étant donné un ensemble x**, il existe un **ensemble** dont les éléments sont les éléments des éléments de **x.
Formule: **$\forall x\ \exists y\ \forall z\ [z \in y \Leftrightarrow (\exists t \in x)(z \in t)]$** .

Cet **ensemble** est appelé la **réunion de x** et est noté **réu(x)** mais aussi **$\cup$x**.

A_5) **Schéma de remplacement** :
*Pour toute **relation fonctionnelle R** et pour tout **ensemble x**, il existe un **ensemble** dont les éléments sont les **images des éléments de x** par **R**.*

Formule: $\forall x_1 \ldots \forall x_k\, [\forall x\, \forall y\, \forall y'\, [\, R(x , y, x_1 , \ldots , x_k) \text{ et } R(x , y', x_1 , \ldots , x_k) \Rightarrow y = y'\,] \Rightarrow \forall t\, \exists w \forall v\, [v \in w \Leftrightarrow (\exists u \in t)\, R(u, v, x_1 , \ldots , x_k)]\,]$

Cette formule est appelée un **schéma** d'**axiomes** car elle consiste en fait en une liste infinie de formules, une pour chaque formule **$R(x , y, x_1 , \ldots , x_k)$** ayant au moins deux **variables libres x** et **y**.

Et dire que **$R(x , y, x_1 , \ldots , x_k)$**, avec comme **variables libres x** et **y**, est une **relation fonctionnelle** en **y**, signifie que **$R(x , y, x_1 , \ldots , x_k)$** peut se mettre sous la forme : **$y = F(x)$**. On dit alors que **y** est l'**image de x** par la **fonction F**.

Ce **schéma** d'**axiomes** dit alors simplement que pour tout **ensemble a**, il existe un **ensemble** dont les éléments sont **toutes les images des éléments de a par la fonction F**. On notera cet **ensemble d'images** par **F**< **a** >, à ne pas confondre cette notation **<a>** ici avec la **suite constante [a]**, que nous noterons au besoin aussi **<a>**.

Ce sont les paradigmes actuels, qui sont de Négation, et leurs logiques de Négation, qui rendent difficiles d'appeler « **ensemble** » toute collection d'objets, qui ont pour conséquences toutes ces complications. Mais dès qu'on se place dans le bon **Paradigme**, l'**Univers TOTAL**, et que l'on raisonne avec la bonne logique, l'**Alternation**, les choses se simplifient considérablement, et alors ce schéma d'axiomes signifie simplement que pour toute **application F** de l'**Univers $\mathcal{U}$ des ensembles** dans $\mathcal{U}$, et pour tout **ensemble a**, toutes les **images F(x)**, pour tout **élément x** de **a**, qui forment donc une **partie** de $\mathcal{U}$, que l'on note **F**< **a** >, forment un **ensemble**. Autrement dit, **F**< **a** > est un **ensemble**.

Un corollaire très important du **schéma de remplacement** est le **schéma de compréhension**, et qui dit la chose suivante :

Pour tout **ensemble a** et pour toute **propriété P**, il existe un **ensemble a'** dont les **éléments** sont ceux de **a** qui vérifient la **propriété P**. Cet **ensemble a'** est donc une **partie** de **a**.

Définition de la notion d'univers :
Soit un ensemble **U**. On dit que **U** est un **univers** s'il vérifie les conditions suivantes :
(U_1) $\varnothing \in$ **U**.
(U_2) **U est transitif**.
    Cela signifie que tout **élément** de **U** est une **partie** de **U**.
(U_3) Pour tout **x** $\in$ **U**, **$\mathcal{P}$(x)** $\in$ **U**.
(U_4) Pour tout **x** $\in$ **U**, **réu (x)** $\in$ **U**.
(U_5) Pour tout **I**$\in$**U** et pour toute **application f** de **I** dans **U**, **f** < **I** > $\in$ **U**.

C'est la notion clef de la **Théorie des Univers**, celle qui fait d'un **univers U** un **petit modèle** de l'**Univers $\mathcal{U}$** des **ensembles** tout entier. Nous pouvons maintenant poser l'axiome clef :

A_6) **Axiome des univers** :
*Tout **ensemble** appartient à un **univers**.*

Autrement dit, pour tout **ensemble a**, il existe un **univers U** tel que **a** $\in$**U**.

C’est cet **axiome des univers** qui enclenche toute la **structure fractale** des **ensembles** et toute la **hiérarchie** des **univers**. Ce qui est appelé l’**axiome de l’infini** ainsi que l’**axiome de fondation**, en sont une conséquence, et dans une certaine mesure aussi l’**axiome du choix**.

Les conséquences de ces axiomes sont développées dans le livre : **La Théorie des Univers, l’ancêtre de la Théorie universelle des ensembles**. Il s’agit d’une théorie axiomatique infiniment plus forte que ZF. Et avec le Paradigme de l’**Univers TOTAL**, il n’est même plus besoin d’axiomes. La **Théorie des Univers** est automatiquement incluse dans la **Théorie universelle des ensembles** ou **Science de l’Univers TOTAL**.

Donnons ici quelque propriétés élémentaires importantes des **univers**.

→ L’**ensemble vide** ∅ ou **0** est un **univers** trivial, le premier des **univers**, et qui est aussi le **premier ordinal** canonique. On le note alors $\mathbf{U_0}$. Donc : $\mathbf{U_0} = \varnothing = \mathbf{0}$.

→ L’**Univers** $\mathcal{U}$ des **ensembles** de la **Théorie des Univers** est une **collection universelle**, ou **classe universelle**, ce qui signifie simplement que, bien que n’étant pas lui-même un **ensemble** en son propre sens, mais étant ce qu’on appelle une **classe propre** de $\mathcal{U}$, a toutes les propriétés d’un **univers**. En ce sens de **classe universelle**, $\mathcal{U}$ est le plus grand **univers**.

→ Les **univers** eux-mêmes, comme aussi les **ordinaux** de $\mathcal{U}$, ne forment pas un **ensemble** au sens de l’**Univers** $\mathcal{U}$ des **ensembles** de la **Théorie des Univers**. Ce sont là encore des **classes propres** de $\mathcal{U}$, noté **Un(**$\mathcal{U}$**)**.

Et de manière générale, pour un **univers U** donné, **Un(U)** désigne l’**ensemble de tous les univers** qui sont des **éléments** de **U**. Pour au moins un **univers**, en l’occurrence l’**univers** des très importants **ensembles** dits **héréditairement finis** (c’est leur appellation classique), **univers** que nous noterons $\mathbf{U_1}$, **Un(**$\mathbf{U_1}$**)** est un **élément** de $\mathbf{U_1}$.

On appelle un **univers singulier U** un **univers U** pour lequel **Un(U)** est une **classe** propre de **U**. Et $\mathbf{U_0} = \varnothing = \mathbf{0}$ est le premier d’entre eux, et $\mathcal{U}$, en tant que **classe universelle**, est aussi un **univers singulier**.

En effet, **Un(∅) = ∅**, car ∅ est vide, il n’a **aucun élément**, et à plus forte raison de dire qu’il a des éléments qui sont des **univers**. Donc **Un(∅) = ∅**, et on a : $\varnothing \not\in \varnothing$. C’est donc le premier **univers singulier**. Rien d’étonnant à cela, car, comme on le verra amplement, en logique **omégacyclique**, il est aussi l’**ultime derniers univers**, et aussi l’**ultime dernier ordinal**, noté alors aussi **Ω**. On a donc : $\varnothing = \mathbf{\Omega}$, ce qui veut dire que l’**ensemble** « **vide** » est tout simplement l’**ensemble plein**, l’**Univers TOTAL**, pris comme un nouveau **commencement** du **cycle** des **ensembles** et des **ordinaux**. Il est donc l’**Alpha** et l’**Oméga**. Et dans son rôle de grand **Commencement** ou **Alpha**, on ne considère pas toute son **infinité** d’**éléments**, on remet tous les **compteurs** à **zéro**.

Et si l’on dit que **Un(**$\mathcal{U}$**)**, la **classe de tous les univers**, est un **ensemble** au sens de $\mathcal{U}$, cet **ensemble** est donc lui aussi un **élément** d’un certain **univers U**, en vertu de l’**axiome des univers**. La propriété 2 des **univers** dit alors que **U** est **transitif**, ce qui signifie que tous ses **éléments** sont des **parties** de **U**. Donc **Un(**$\mathcal{U}$**)** est une **partie** de **U**. Et donc tous les **univers** sont des **éléments** de **U**. Et donc aussi les **éléments** de tous les **univers** sont des **éléments** de **U**. Or l'**axiome des univers** dit que **tout ensemble est un élément d'un univers**. Donc tout **ensemble** est un **élément** de **U**. Donc $\mathcal{U}$ est une **partie** de **U**, et donc est un **ensemble** au sens de $\mathcal{U}$. Et alors aussi on a des paradoxes comme celui de Russell et autres, qui obligent de dire que $\mathcal{U}$ est une **classe propre**. Conclusion, **Un($\mathcal{U}$)** n'est pas un **ensemble** au sens de $\mathcal{U}$, mais est une **classe propre**. Donc $\mathcal{U}$ est un **univers singulier**, en ce sens que c'est une **classe universelle**.

→ Pour deux **univers U** et **V**, un et un seul des trois énoncés suivants est obligatoirement vrai :

- **U** $\in$ **V**
- **V** $\in$ **U**
- **U** = **V**

A noter aussi que les **ordinaux** vérifient aussi cette propriété, car pour deux **ordinaux** α et β, on a un et un seul des trois énoncés suivants qui est obligatoirement vrai :

- $\alpha \in \beta$
- $\beta \in \alpha$
- $\alpha = \beta$

Cela veut dire que la **classe de tous les univers Un($\mathcal{U}$)**, tout comme la **classe de tous les ordinaux**, que nous notons **Ω($\mathcal{U}$)**, sont **totalement ordonnées** par la **relation d'appartenance** «$\in$ », qui est une **relation d'ordre stricte** sur ces **classes**. Pour cette raison, cette **relation** est notée aussi « < », et appelée **relation d'infériorité**, car pour ce type d'**ensembles**, les **univers**, les **ordinaux** et d'autres, la **relation d'appartenance** « $\in$ » et la **relation d'ordre** « < » sont une seule et même **relation**.

Les similitudes entre les **ordinaux** et les **univers** ne s'arrêtent pas là. Ils partagent tellement de propriétés fondamentales que j'ai l'habitude d'appeler les **univers** des « **ensembles ordinoïdes** ». Tout se passe en effet comme si les **univers** ne sont rien d'autres que les **ordinaux** vus autrement.

En tout cas est-il que pour tout **univers U**, le **schéma de compréhension**, corollaire du **schéma de remplacement**, permet de considérer tous les **éléments** de **U** qui sont des **ordinaux**. Ceux-ci forment un **ensemble** qui est une **partie** de **U**, qu'on notera **Ω(U)**. Cet **ensemble** est un **ordinal**, sauf qu'il n'est pas **élément** de **U**, il est juste une **classe propre** de **U**. Mais étant un **ensemble**, il existe un **univers V** ayant **Ω(U)** pour élément. Dans le cadre de **V** il est juste l'un des **ordinaux**, et donc l'un des **éléments** de **Ω(V)**. Lui aussi n'est pas un **élément** de **V**, car il est une des **classes propres**. Mais **Ω(V)** est un **élément** d'un certain **univers W**, l'un de ses **ordinaux** ordinaires, un des éléments de **Ω(W)**, et ainsi de suite.

→ Pour tout **ensemble a**, il existe un **plus petit univers** qui a pour **élément a**. Ce **plus petit univers** est appelé l'**univers engendré par a**, et est noté **U(a)**.

L'**ensemble vide** $\varnothing$ n'est **engendré** par aucun **ensemble**, il est celui qui **engendre** tous les autres. C'est cette idée qui est exprimée par l'**axiome de fondation**. Nous n'avons pas besoin de poser cet **axiome** en **Théorie des univers**, car de la manière dont les **ensembles** de cette théorie sont construits, cet **axiome** est vérifié de fait et est donc un **théorème**, oui le **théorème de fondation**. Pour des raisons analogues, nous n'avons pas besoin de poser un autre important axiome de la théorie des ensembles, l'**axiome du choix**, qui dit en gros que tous les **éléments** de tout **ensemble E** donné peuvent être **numérotés** ou **ordonnés** par des **ordinaux**, de sorte qu'on puise dire : **élément**

numéro 0, **élément numéro 1**, **élément numéro 2**, etc., **élément numéro ω**, **élément numéro ω+1**, **élément numéro ω+2**, etc.. Et avec le grand plus qu'apporte la **Théorie universelle des ensembles** par rapport à la **Théorie des Univers**, on a même aussi : **ω-1**, **élément numéro ω-2**, etc..

On n'a pas besoin de l'**axiome du choix** pour la bonne et simple raison que les **univers U** et leurs **éléments** d'un côté, et les **ordinaux universels** (c'est-à-dire l'**ordinal Ω(U)** qui est l'**ensemble de tous les ordinaux** d'un **univers U** donné) et leurs **éléments** de l'autre, sont si intimement liés et apparaissent comme juste deux manières différentes de voir les mêmes réalités, que l'**axiome du choix** est de fait vérifié aussi. Il est quelque chose de fondamentalement intrinsèque à la nature même des ensembles, comme on le verra très bientôt avec un autre phénomène encore plus révélateur : la **structure unidale des ensembles**, traitée notamment dans le livre : **L'Univers TOTAL et les nombres omégaréels**!

L'**univers engendré** par ∅, **U(∅)** ou **U(0)**, à ne pas confondre avec $\mathbf{U_0}$, qui est ∅ lui-même, oui cet **univers U(∅)** ou **U(0)**, est l'**univers des ensembles** dits **héréditairement finis**, dont nous avons parlé plus haut, et noté $\mathbf{U_1}$. Il est d'une importance capitale car tout le reste repose sur lui !

L'une des caractéristiques fondamentales de $\mathbf{U_1}$ est que ∅ ou $\mathbf{U_0}$ est le seul **univers** qui est **élément** de $\mathbf{U_1}$, donc : $\mathbf{Un(U_1) = \{\varnothing\} = \{0\} = 1}$.

La raison est fort simple : tous les **éléments** de $\mathbf{U_1}$ sont **finis**, car en partant de ∅ qui est le **premier élément** ou **plus petit élément** de tout **univers U** (il ne faut en effet pas confondre le fait de dire que **U** est **engendré** par un **ensemble a** avec le fait de dire que **a est le plus petit élément de U**), et en appliquant de manière répétée les 5 propriétés qui définissent un **univers**, on ne peut jamais former un **ensemble infini**, comme par exemple l'**ensemble N des entiers naturels**, ou (ce qui revient au même) l'**ordinal infini ω**. A moins justement de répéter les **opérations** un **nombre infini** de fois au moins **équivalent** à **ω**. Sinon, en les faisant un **nombre fini** de fois, on obtient toujours un **ensemble fini**, possédant un **nombre fini** d'**éléments**.

L'**univers** $\mathbf{U_1}$ est en fait le tout **premier univers infini**, dont le **nombre des éléments** ou **cardinal** est **équivalent** à **ω**. S'il y a dans $\mathbf{U_1}$ un **univers** différent de ∅, il est donc **engendré** par ∅, donc est **infini**, autrement dit est $\mathbf{U_1}$. Par conséquent, le seul univers dans $\mathbf{U_1}$ est ∅.
Autrement dit donc : $\mathbf{Un(U_1) = \{\varnothing\} = \{0\} = 1}$.

Une autre particularité de $\mathbf{U_1}$, liée à ce qui précède, est que tout **ensemble héréditairement fini a** (c'est-à-dire tout **élément** de $\mathbf{U_1}$), peu importe sa grandeur, **engendre** le même **univers** $\mathbf{U_1}$.

En effet, puisque **a** est un **élément** de $\mathbf{U_1}$, et n'engendre pas ∅, sinon non seulement ne serait plus **vide**, mais serait un **univers infini**. Donc l'**univers engendré par a** est au moins $\mathbf{U_1}$. Cependant il ne peut pas être plus grand que $\mathbf{U_1}$, sinon celui-ci serait **élément** de lui. Mais nous avons dit qu'en appliquant les propriétés de définition donc aussi de formation d'un **univers** avec **ensemble héréditairement fini a**, à moins de **répéter** les **opérations** une **infinité** de fois, on ne peut pas former un **ensemble infini**. Le tout **premier univers infini** formé avec **a** sera donc encore $\mathbf{U_1}$.

C'est donc quand on prend un **ensemble infini** comme $\mathbf{U_1}$ lui-même ou comme l'**ensemble N des nombres entiers naturels**, que l'on peut former un **univers** supérieur à $\mathbf{U_1}$. Et justement, l'**univers**

engendré par U_1, à savoir **U(U_1)**, que nous notons U_2, est le prochain **univers** après U_1. Autant U_1, parce qu'il ne contient aucun **ensemble infini**, vérifie tous les **axiomes** de **ZF** (la **théorie des ensembles** de **Zermelo-Fraenkel**) sauf l'**axiome de l'infini**, l'**axiome** qui dit qu'il existe au moins un **ensemble infini**, autant, à partir de U_2, tous les **axiomes** de **ZF** sont vérifiés. Et à partir de U_3, qui est **U(U_2)**, on entre dans une catégorie d'**univers** d'une toute autre grandeur !
Ainsi donc, l'**univers** U_0 ou ∅ n'a pas d'**élément** comme **univers**. L'**ensemble de ses univers** est donc ∅. Et U_1 a ∅ comme seul **élément-univers**, et U_2 a ∅ et U_1 comme seul **élément-univers**. Donc : **Un(U_2) = {∅, U_1}**, qui est un **élément** de U_2. Donc U_2 n'est pas un **univers singulier**. De même : **Un(U_3) = {∅, U_1, U_2}**, qui est un **élément** de U_3, qui n'est donc pas un **univers singulier**. Et ainsi de suite.

A partir de U_ω, c'est un tout autre débat.

Car : **Un(U_ω) = {∅, U_1, U_2, U_3, U_4, …}**.
Et aucun U_i n'est U_ω, et, d'après la propriété 5 des **univers**, et qui est la manière dont le schéma de remplacement s'applique dans un **univers**, **Un(U_ω)** est un **élément** de U_ω. Donc U_ω n'est pas un **univers singulier**.

Il nous apparaît maintenant, à la lumière du **Nouveau Paradigme**, l'**Univers TOTAL**, que U_ω est amplement suffisant pour comprendre ce qu'il est important de comprendre sur l'**Univers TOTAL** et sa **nature fractale**. Nous en parlerons un peu abusivement comme du « **dernier univers** ». On pose : **Ω(U_ω) = Ω =** ω_ω. Et nous en parlerons comme du « **dernier ordinal** ».

→ Un **univers U** est trop grand pour être l'un de ses propres **éléments** (on a un paradoxe de type paradoxe de Russell par exemple), mais selon l'**axiome des univers** il est toujours **élément** d'un **univers V** supérieur. C'est ce phénomène ou propriétés des **univers** qu'on appelle les **classes propres**. Cela veut dire simplement que certaines **parties** ou **sous-ensembles** d'un **univers U** donné sont de l'« **ordre de grandeur** » de l'**univers U** lui-même, donc trop grand pour être des **éléments** de **U**.

Mais, et ceci est très important, ce sont des **ensembles** au sens de l'**Univers** $\mathcal{U}$ des **ensembles** de la **Théorie des Univers**. Ce sont ses **classes propres** à lui (autrement dit ses « **parties trop grandes** ») qui sont « **trop grandes** » pour être des **ensembles** au sens de $\mathcal{U}$. Mais on peut très facilement introduire un **sur-univers** $\mathcal{V}$ ayant $\mathcal{U}$ comme un **élément**, en demandant simplement à $\mathcal{V}$ de vérifier les **5 axiomes fondamentaux** de $\mathcal{U}$, que nous appelons les **axiomes du modèle central** : *axiome d'extensionnalité, axiome de l'ensemble vide, axiome de l'ensemble des parties, axiome de la réunion, schéma de remplacement*.

Et alors voici l'**Univers** $\mathcal{U}$ transformé en un simple **ensemble** au sens de $\mathcal{V}$, et mieux que cela, en un simple **univers**. Et $\mathcal{V}$ peut à son tour être transformé en un **ensemble** et **univers**, au sens d'un nouvel **Univers** d'**ensembles** $\mathcal{W}$, et ainsi de suite. Mais il est inutile de faire cette construction hiérarchique supérieure, puisque la **Théorie des Univers** a été construite justement pour assurer automatiquement et une bonne fois pour toutes cette hiérarchie à l'infini, au moyen de l'**axiome des univers**. Il ne reste plus qu'à gérer l'**Univers** terminal $\mathcal{U}$ et ses **classes propres**, qui ne sont donc pas des **ensembles** au sens de $\mathcal{U}$, mais qui le sont au sens d'un **sur-univers** $\mathcal{V}$. Ceci permet aussi de traiter ces **classes propres** de $\mathcal{U}$ comme des **ensembles**. Mais simplement avec la petite précaution de ne pas les voir comme des éléments de $\mathcal{U}$, sous peine de voir pointer les vilains nez des paradoxes de la **théorie des ensembles** (paradoxe de Cantor, paradoxe de Russell, paradoxe de Burali-Forti, etc.).

Il nous suffit de comprendre qu'on a une **structure fractale**, qui peut se poursuivre indéfiniment avec la technique que nous venons d'indiquer et qui est rendue inutile par l'**axiome des univers**, qui l'automatise.

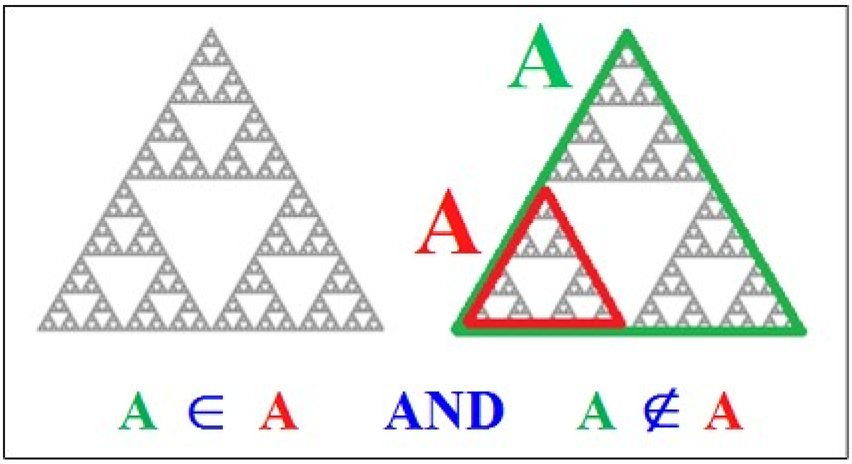
Ainsi donc, pour un **univers U**, ses **classes propres** ne sont pas ses **éléments**, autrement dit des **ensembles** au sens de **U** lui-même, mais sont des **ensembles** au sens de tout **univers V** ayant **U** pour **élément**, **univers V** dont l'existence est assurée par l'**axiome des univers**. Et voilà expédiés en enfer pour toujours les fameux **paradoxes** de la **théorie des ensembles**, et de la meilleure des façons.

Comme **classe propre** de l'**univers U** qui ne sont pas ses **éléments** au sens de **U** lui-même, autrement dit des **ensembles au sens de U** ou des **U-ensembles**, on a par exemple **U** lui-même, sa **partie pleine**. On a donc : $\mathbf{U} \notin \mathbf{U}$. Et ceci est l'une des propriétés fondamentales que les **univers** partagent avec les **ordinaux** canoniques, car pour un **ordinal** canonique α, on a : $\alpha \notin \alpha$.

Les énoncés $\mathbf{U} \in \mathbf{U}$ et $\alpha \in \alpha$ sont donc des exemples d'énoncés qui ne sont pas vrais au sens de l'**identité**, mais le sont au sens de l'**équivalence**, quand on prend en compte toute la **structure fractale** des **ensembles**.

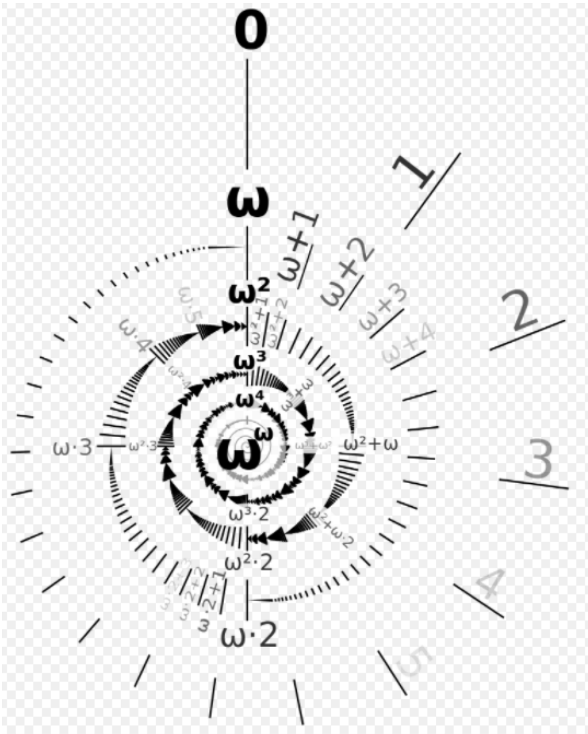
Car tout **univers U'** ayant **U** pour **élément** n'est rien d'autre qu'un **modèle** supérieur de **U** dans la **fractale** des **univers**, ce qui veut dire que **U** et **U'** sont **équivalents**. On a donc : $\mathbf{U} \in \mathbf{U'}$. Et au sens de l'**équivalence** (oui de l'**équivalence** et non pas de l'**identité**) on a : $\mathbf{U} \in \mathbf{U}$.

De même l'**ordinal** α va avoir un **grand modèle** α' **équivalent** à α et qui vérifie : $\alpha \in \alpha'$. Et au sens de cette **équivalence**, on va pouvoir dire aussi : $\alpha \in \alpha$.



Pour un **univers U**, l'**ensemble Ω(U)** de **tous** les **ordinaux canoniques** de **U** est lui aussi une **classe propre** de **U**.
A l'époque des axiomes de la **Théorie des Univers**, et en particulier de son axiome clef qui est l'**axiome des univers**, ma conception des **ordinaux** était la conception classique, comme on peut le

voir dans ce livre sur la **Théorie des Univers**. Cela signifie entre autres que je concevais qu'il existe des **ordinaux limites**, c'est-à-dire des **ordinaux infinis qui n'ont pas de prédécesseurs**, comme par exemple l'**ordinal infini ω**, qui est le premier **ordinal limite** selon cette conception classique. Aujourd'hui je qualifierai cela de **semi-ordinaux** à cause de ce **sens unique** qui survient quand les **ordinaux** deviennent **infinis** :



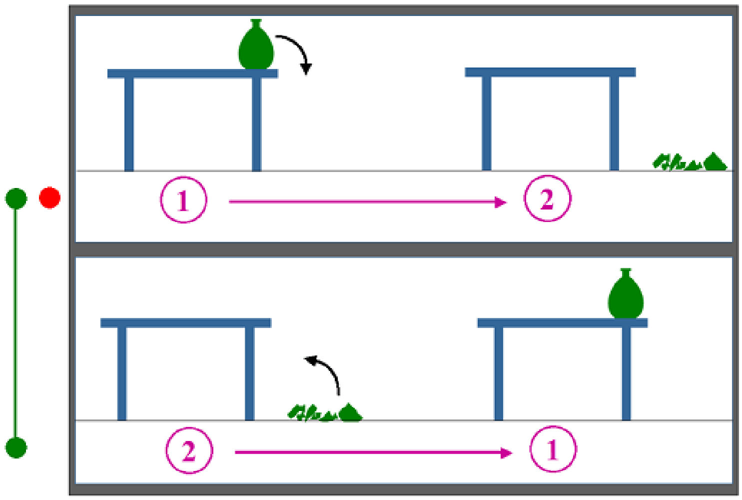
Ce sont les **ordinaux limites** qui sont responsables de l'affreux **sens unique** de l'**ordre** des **ordinaux** classiques, et fait d'eux en fait des **semi-ordinaux** et pas de vrais **ordinaux**, c'est-à-dire des **ordinaux** à **double sens**. Avec les **semi-ordinaux** actuels improprement qualifiés d'**ordinaux**, on a une impossibilité de l'**ordre inverse**, l'**ordre** de l'**infini** vers **0**, l'**ordre** n'allant que de **0** vers l'**infini**: **0, 1, 2, 3, 4, …, ω, $\omega+1$, $\omega+2$, $\omega+3$, $\omega+4$, …**.

Après donc les **ordinaux finis** : **0, 1, 2, 3, 4, …**, on saute pour passer au **premier infini**, **ω**, sans passer par : **…, $\omega-4$, $\omega-3$, $\omega-2$, $\omega-1$, ω**. Or ce saut viole déjà le **principe de continuité** de Leibniz, qui dit que « la nature ne procède pas par sauts ».

C'est en effet contre-nature de voir que les **nombres** sautent sans transition de la nature **finie** à la nature **infinie**. Or sans cette transition on se demande bien comment l'**ordinal ω** se forme, puisqu'il n'est pas connecté aux **ordinaux finis**, il n'est pas formé par **addition continue** de ceux-ci. Pour le dire avec un terme du Nouveau Paradigme, l'**ordinal ω** n'est pas **généré** par les **ordinaux finis**, les **ordinaux limites** nient la **logique générative** (la **logique des générescences**) traitée dans le livre précédent : **Conception générative des entiers, structure réalie**, et que nous rappellerons plus loin.

C'est au moment du passage de la **Théorie des Univers** à la **Théorie universelle des ensembles** que j'ai réalisé toute l'abomination cachée dans la notion d'**ordinal limite** et de l'**ordre à sens**

unique qu’ils causent. Ceci est pratiquement synonyme de logique de **Négation**, et en poussant l’analyse loin on s’aperçoit que l’on aboutit à d’autres conséquences de la **Négation**, comme par exemple la maudite **entropie** et autre **flèche du temps**. Bref, ces **ordinaux** à **sens unique** sont intrinsèquement liés à la nature même de notre **monde** et **univers de Négation**. Toutes les **irréversibilités** en tous genres ont un lien avec l’**irréversibilité** des **ordinaux**, ça touche vraiment la question de paradigme !



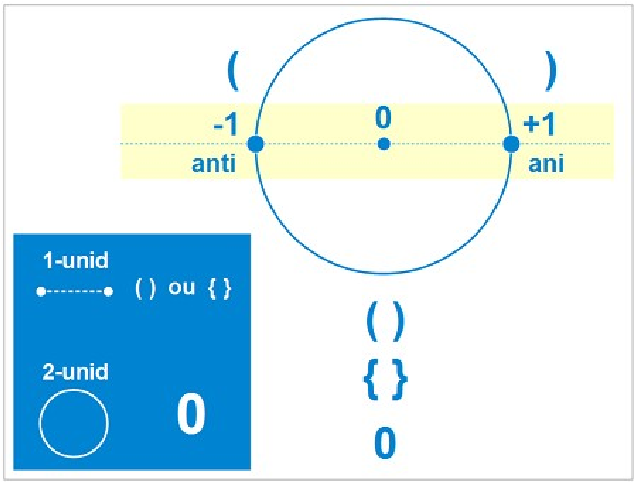
Onergie, Entropie, Irréversibilité et Flèche du Temps : 1 < 2
Unergie, Entrupie, Réversibilité et Temps Cyclique: 1 < 2 et 2 < 1

Mais l’**ordre** des **ordinaux** de **0** à **ω** est tout simplement: **0, 1, 2, 3, 4, …, ω-4, ω-3, ω-2, ω-1, ω**. Autrement dit, la logique des **ordinaux canoniques** que nous avons découverte plus haut, à savoir : **n = {0, 1, 2, 3, …, n-3, n-2, n-1}**, ne s’applique pas qu’aux **ordinaux finis** mais à TOUS les **ordinaux**, **finis** comme **infinis**. Autrement dit encore, TOUT **ordinal n**, **fini** comme **infini**, est par définition l’**ensemble de tous les ordinaux de 0 à son prédécesseur n-1**. Et **n-1** est lui-même l’**ensemble de tous les ordinaux de 0 à son prédécesseur n-2**, et ainsi de suite.

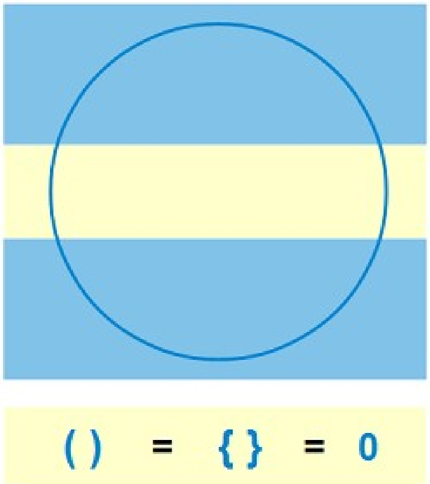
Ce qui différencie les **ordinaux finis** des **ordinaux infinis**, c’est que les **ordinaux finis** sont **constants** et les **ordinaux infinis** sont **variables**. En l’occurrence, les **ordinaux infinis** sont les **ordinaux variables qui finissent par être supérieurs ou égaux à tout ordinal constant**.

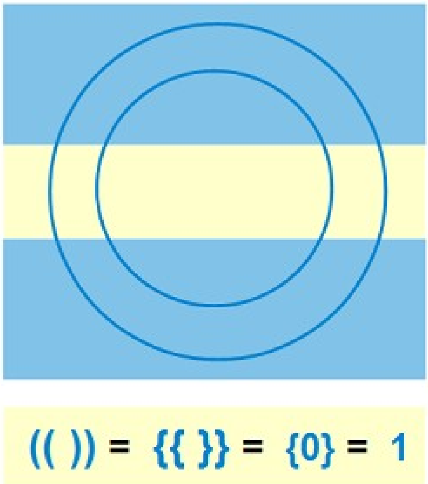
Voici à présent la plus importante raison pour laquelle les **ensembles** et les **ordinaux** ne sont que deux manières différentes de voir une même réalité. Elle est plus détaillée dans le livre **L’Univers TOTAL et les nombres omégaréels**, mais aussi dans le livre **L’Univers TOTAL l’Alpha et l’Oméga**.

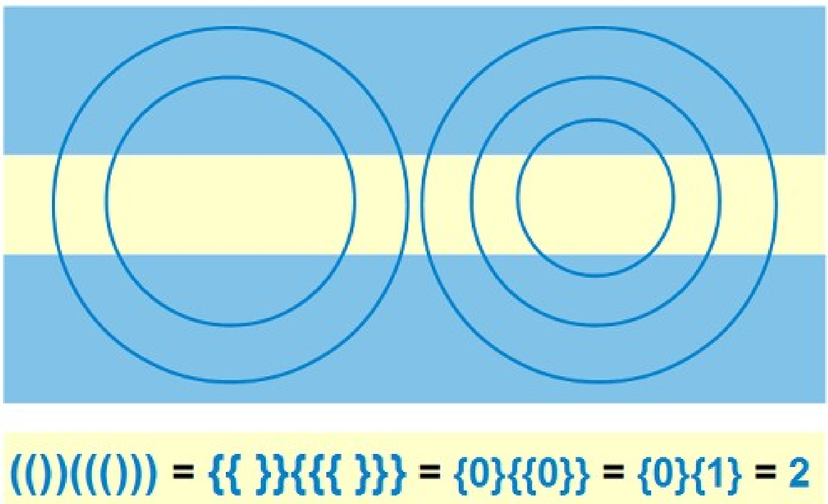
La **structure des ensembles** est en fait la **structure des parenthèses**, et elle-même est la **structure** des **hypersphères** (**bipoint**, **cercle**, **sphère**, etc.) :



J’appelle cela la **structure unidale** des **ensembles**.







Cela signifie que ce que nous appelons la **théorie des ensembles**, c’est en fait la **topologie** la plus fondamentale, qui met en jeu les **hypersphères** et leurs **assemblages**, comme le montre les images précédentes. En **1 dimension**, les **ensembles** sont les **assemblages** de **bipoints**, en **2 dimensions**, les **ensembles** sont les **assemblages** de **cercles**, et en **3 dimensions**, les **ensembles** sont les **assemblages** de **sphères**, etc..

Ainsi, une **sphère** seule est l'**ensemble vide**, et en **dimension 2** c'est un **cercle seul**, et en **dimension 1** c'est un **bipoint**, et c'est donc ce que nous notons **( )** ou **{ }** et appelons ∅ ou **0**, l'**ordinal 0** donc.

Et une **sphère** imbriquée dans une autre, ou un **cercle** dans un autre, ou un **bipoint** dans un autre, forme la **structure (( ))** ou **{{ }}** ou **{0}**, qui est la définition topologique de l'**ordinal 1**, dont l'unique **élément** est **0**.

Et les **hypersphères** assemblées pour former la **structure** : **(( ))((( )))** ou **{{ }}{{{ }}}**, comme l'illustre l'image, c'est donc l'ensemble **{0}{1}**, dont les deux éléments sont **0** et **1**. Et si nous convenons d'appeler « **virgule** » l'assemblage « **}{**», cette structure se note donc **{{ }, {{ }}}**, ou **{0, 1}**, et c'est bien la définition de l'**ordinal** canonique **2**.
Et on aura de la même façon : **{0, 1, 2}**, qui sera l'**ordinal 3**, etc.

Ce sont des **ensembles héréditairement finis** spéciaux, autrement dit, des éléments spéciaux de **U_1**. Tous les **éléments** de **U_1** peuvent ainsi être assemblés. Ce sont des assemblages **finis**, ce qui veut dire **constants**, comme par exemple celui qui sera noté : **{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}**, et qui sera l'**ordinal 8**. On a de même par exemple l'assemblage **fini** : **$\mathcal{P}$(3) = {0, 1, {1}, {2}, 2, {0, 2}, {1, 2}, 3}**, qui représente l'**ensemble des parties** de l'**ordinal 3**.

Mais dès que l'on commence à envisager des **assemblages continuels**, comme par exemple : **N = {0}{1}{2}{3}{4}{5}{6}{7}...**, ou **N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}...**, que l'on notera aussi : **N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...}**, on n'a plus des **assemblages constants**, mais **variables**, avec le **nombre** d'objets assemblés en perpétuelle **croissance**. A noter que le nombre des objets assemblés reste à chaque étape **fini** au sens intuitif habituel, mais simplement un **nombre fini** qui **varie**, qui croît perpétuellement. C'est ce type d'**assemblages variables croissants** que l'on va qualifier d'**infinis** au nouveau sens du terme. L'**univers U_1** est de cette nature. De même que l'**ensemble N** qui est un **sous-assemblage** de **U_1**.

Et maintenant, si au lieu des symboles **{** et **}** pour noter les deux éléments de base des assemblages on avait choisi **1** et **2** par exemple, l'assemblage **{ }** s'écrit donc **12**. Et **{{ }}** s'écrit **1122**. Et **{{ }}{{{ }}}**, qui représente donc l'**ordinal** « **2** », s'écrit **1122111222**, ainsi de suite. Et alors la « **virgule** » ou **}{** se note **21**.

Il est très clair alors que les assemblages, qui sont donc des **structures** d'**ensembles**, sont représentés par des **nombres entiers**, donc des **ordinaux**, spéciaux, écrits en **numération décimale**, classés selon l'**ordre** des **ordinaux**. Autrement dit, les **ensembles** de l'**Univers $\mathcal{U}$** peuvent être interprétés comme **ordinaux** spéciaux. Or ces mêmes **ordinaux** sont aussi des **ensembles** spéciaux. Par conséquent, les **ensembles** et les **ordinaux** sont juste deux manières différentes de considérer les mêmes objets, raison pour laquelle, dans ce paradigme, il n'est plus nécessaire de poser l'**axiome du choix**, disant que les **ensembles** peuvent être **ordonnés** ou **numérotés** par des **ordinaux**. Il reste la question des **ordinaux infinis** à préciser, mais on a dit qu'il s'agit d'**ordinaux variables**, **qui finissent par dépasser tout ordinal constant**. Donc les **ordinaux**

infinis au nouveau sens sont à traiter exactement comme les **ordinaux finis** au sens **intuitif** ou classique!

Ceci change considérablement la vision des **nombres**, des **ensembles** et des **choses**.

Et maintenant, pour la notion de **potenciel**, les concepts de ZF suffisent amplement, comme par exemple la notion de **relation binaire** dans un **ensemble**, la notion d'**application** d'un **ensemble A** dans un **ensemble B**, etc.. Et l'**ensemble de toutes les applications d'un ensemble A dans un ensemble B** est $\mathbf{B^A}$.

Définition :
Soit deux ensembles quelconques **K** et **I**. On appelle le **potenciel d'iniciel K et d'indiciel I**, ou **I-potenciel de K**, ou simplement **K potenciel I**, et on note $\mathbf{K^I}$, l'**ensemble de toutes les applications de I dans K**. Et l'**ensemble de toutes les applications constantes de I dans K**, noté $\mathbf{K_I}$ ou **[K]**, est appelé le **constanciel de K d'indiciel I**. Et par **application constante de I dans K** on entend une **application** telle que tout élément de **I** a la même image dans **K**.

Si donc **a** est un élément de **K**, l'**application constante c de I dans K** telle que pour tout élément **i** de **I** appelé un **indice** ou un **index**, on a : **c(i) = a**, est notée **(a)**. Et **c(i)** est noté $\mathbf{c_i}$.
Autrement dit : **c = (a)**.
Et on note aussi **c =[a]** si une confusion est à craindre avec l'usage courant des **parenthèses ( )**. Et on notera aussi **c = <a>**, si une confusion est à craindre avec l'usage courant des **crochets [ ]**. Et on notera **c = ⟨a⟩**, si il y a une confusion avec les symboles de l'**infériorité** et de **supériorité** < >. Par la suite nous noterons le plus souvent **c =[a]** cette **application constante**. Cet **ensemble** $\mathbf{K_I}$ ou **[K]** et ses éléments **[a]** sont d'une grande importance car **[K]** est la version de **K** dans le cadre du **potenciel** $\mathbf{K^I}$. Autrement dit, dans le cadre du **potenciel** $\mathbf{K^I}$, l'**application constante [a]** est comme l'élément **a** dans le cadre de **K**.

On a donc : pour un élément **a** de **K** donné : $\mathbf{[a](i) = [a]_i = a}$, pour tout **indice i** de **I**.

Théorème :
On vérifie facilement que l'**iniciel K** et le **constanciel** $\mathbf{K_I}$ ou **[K]** sont **isomorphes**, via l'**application bijective** ou **bijection** ***iso*** qui à tout élément **a** du **constanciel K** associe l'**application constante [a]**. On a donc : ***iso*****(a) = [a]**, et réciproquement: $\boldsymbol{iso^{-1}([a]) = a}$. Les éléments **[a]** de **[K]** sont donc les nouvelles versions des éléments correspondants **a** de **K**. Autrement dit, par cet **isomorphisme** ***iso***, l'ensemble **K** passe en quelque sorte le relai à son jumeau **[K]**, pour que celui-ci joue son rôle dans le cadre du **potenciel** $\mathbf{K^I}$.

Commentaires :
On a : $\mathbf{[K] \subset K^I}$ (c'est-à-dire le **constanciel [K]** est un **sous-ensemble** ou **partie** du **potenciel** $\mathbf{K^I}$), mais l'**isomorphisme** ***iso***, qui permet d'assimiler ainsi l'**iniciel K** et le **constanciel [K]**, permet de dire que **K** est un **sous-ensemble** de $\mathbf{K^I}$, c'est-à-dire : $\mathbf{K \subset K^I}$.

Cette définition prend un sens très important quand **K** est un **ensemble numérique**, muni d'une **structure de corps** ou d'**anneau** ou même seulement de **semi-anneau**, et si **I** est un **ensemble totalement ordonné**.

L'**ensemble N des entiers naturels** sera à la fois l'**iniciel K** et l'**indiciel I** par excellence. Autrement dit, $\mathbf{N^N}$, ou l'**ensemble des suites d'entiers naturels**, est le **potenciel** très fondamental que nous avons présent à l'esprit en posant ces définitions. Ses éléments sont appelés les **nombres entiers variables**.

Pour le **potenciel** $\mathbf{N^N}$, le **constanciel [N]** est donc l'**ensemble des suites constantes d'entiers naturels**, **[n] = (n, n, n, n, n, n, n, …)**. Par exemple, **[7] = (7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, …)**, qui veut donc dire que : $\mathbf{[7]_0}$ = 7, $\mathbf{[7]_1}$ = 7, $\mathbf{[7]_2}$ = 7, $\mathbf{[7]_3}$ = 7, etc., bref que pour cette **suite [7]**, sa valeur pour tout **entier naturel i**, est : **[7](i)** = $\mathbf{[7]_i}$ = 7.

Ainsi donc, $\mathbf{N_N}$ ou **[N]** dont les éléments sont les **[n]**, où **n** est un élément de **N**, est une autre manière de parler de **N**, c'est un exemple de sous-ensembles de $\mathbf{N^N}$ que l'on peut interpréter comme **N**.

C'est sur $\mathbf{N^N}$ que portera pratiquement l'étude que nous allons faire, même si pour plus de commodités et de facilités, nous ferons appel au **potenciel** $\mathbf{Z^N}$, ou l'**ensemble des suites d'entiers relatifs**, qui élargit encore plus la notion de **nombres entiers variables**. Des cas particuliers extrêmement importants de **nombres entiers variables** sont les **nombres entiers oméganaturels**, **ensemble** noté $\mathbf{N_\omega}$.

Donc $\mathbf{K_I}$ ou **[K]** est un sous-ensemble particulier de $\mathbf{K^I}$, et il est très important, car il est isomorphe à **K**, et il permet via cet isomorphisme de dire que **K** est un sous-ensemble de $\mathbf{K^I}$, dès que **I** est non vide.

Cas particuliers :

Si **I** est **vide**, c'est-à-dire si **I = ∅ = 0**, alors le seul élément de $\mathbf{K^I}$ est l'**application vide**, c'est-à-dire : $\mathbf{K^I = K^\varnothing = K^0 = \{\varnothing\} = \{0\} = 1}$.

Et si **I** a un seul élément **i**, c'est-à-dire si **I = {i}**, alors $\mathbf{K^I}$ est **isomorphe** à **K**, ce qui permet de dire via cet **isomorphisme** : $\mathbf{K^I = K^{\{i\}} = K}$.
C'est le cas notamment si : **I = {∅} = {0} = 1**. Alors : $\mathbf{K^I = K^1 = K}$.

Si **I** a deux éléments distincts **i** et **j**, c'est-à-dire si **I = {i, j}**, alors: $\mathbf{K^I = K^{\{i, j\}}}$ est **isomorphe** à un **ensemble de couples** $\mathbf{(a_i, a_j)}$ **ou (a, b) d'éléments de K**, à savoir $\mathbf{K{\times}K = K^2}$.
C'est le cas notamment si : **I = {0, 1} = 2**. Alors $\mathbf{K^I}$ ou $\mathbf{K^2}$ est l'ensemble de tous les couples $\mathbf{(a_i, a_j)}$ ou $\mathbf{(a_0, a_1)}$ ou **(a, b)**, d'éléments de **K**.

Pour un **iniciel K** donné, et un **indiciel I** donc, on a donc le **potenciel** $\mathbf{K^I}$, qu'on va noter aussi « **K^I**». Mais on peut noter que, pour le même **indiciel I**, on peut former la suite de **potenciels** suivante :
K^I
(K^I)^I
((K^I)^I)^I
(((K^I)^I)^I)^I
…

C'est donc une **hiérarchie** de **potenciels**, qui annonce une fois encore une **structure fractale** !

Par exemple :

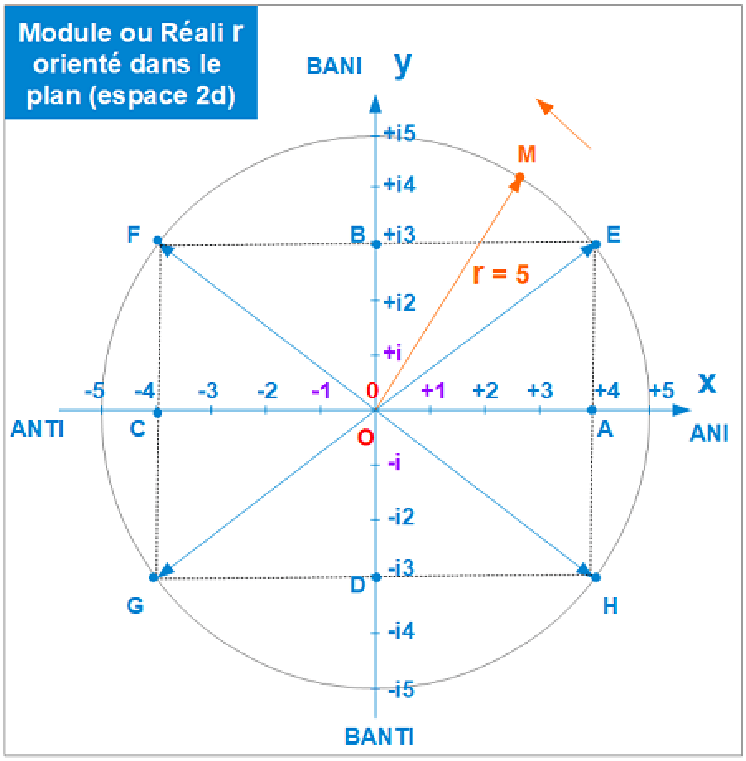
Z^N
(Z^N)^N
((Z^N)^N)^N
(((Z^N)^N)^N)^N
…

On va avoir des objets qualifiés de **variables**, d'**infinis**, d'**ordinaux infinis**, etc., mais au final tout cela ne sera que des **opérations** sur des **entiers naturels** ou **relatifs**!

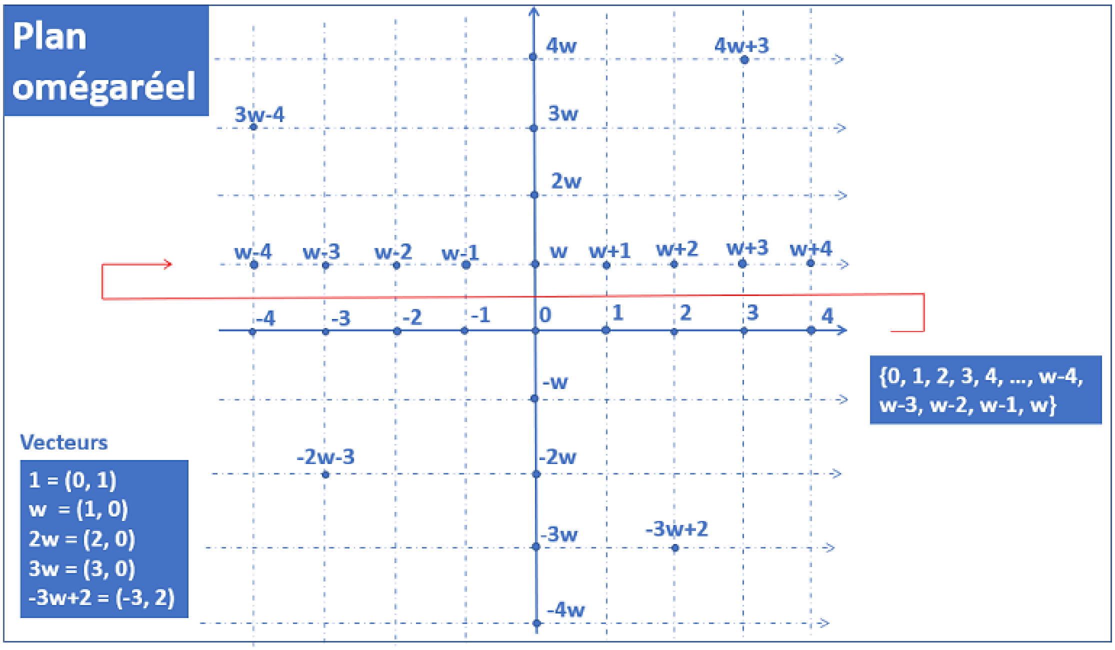
Nous utiliserons notamment **N**^{2} ou **Z**^{2} pour construire **Z** à partir de **N**^{2}, et nous appelons **Z** l'**ensemble** des **nombres entiers ani-antitifs** associé à **N**, ce qu'on appelle couramment l'**ensemble** des **nombres entiers relatifs** associés à **N**.

Nous conservons cette terminologie classique de « **nombres entiers relatifs** » pour parler de **Z**, le mot relatif étant alors opposé à la notion de **valeur absolue**.

Par exemple, **5** est une **valeur absolue**, qui a, sur une **droite** ou **espace de dimension 1**, deux **orientations** ou **signes**, **(+5)** et **(-5)**, le premier étant habituellement qualifié de « **positif** », mais nous préférons ici dire « **anitif** ». Et le second étant qualifié de « **négatif** », mais nous préférons dire « **antitif** », car en fait « **-5** » est juste l'**anti-nombre** de « **+ 5**», son **orientation opposée**, son **orientation contraire**. Ce sont les **orientations** de la **valeur absolue 5** le long de la **dimension 1**, qui est celle des **nombres réels** selon la conception classique.



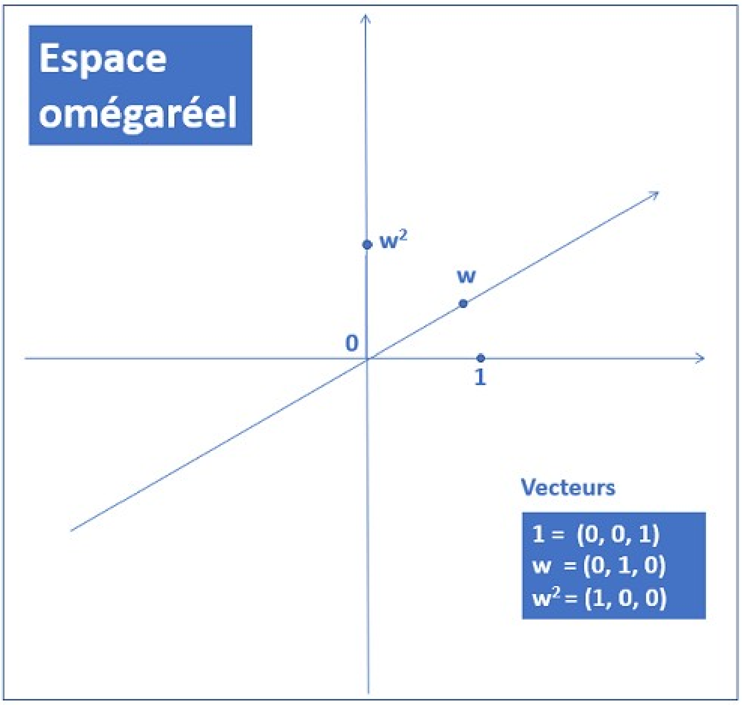
Mais dans la nouvelle vision, tous les **nombres** sont **réels**, les **nombres omégaréels**, le reste étant une question de **dimensions** ou de **degrés**. Ci-dessous le **plan omégaréel**, où **w** désigne un **nombre entier infini**, qui est précisément la **suite** d'**entiers naturels** dite « **identité** », c'est-à-dire définie par : **$w(n) = w_n = n$**, pour tout **entier naturel n**.



Ce qu'on appelle les **nombres réels** au sens classique, ou la **droite réelle**, ce sont les **nombres omégaréels** de **degré 0**, de **nombre directeur** **$1 = w^0$**, ce que nous appelons aussi les nombres **omégaréels onigrades**. La relation qui lie la dimension et le degré est : **dimension = degré + 1**, et donc le **degré 0** définit la **dimension 1**.

Avec le **degré 1** de **w**, ou **w^1**, on a les deux **nombres directeurs w^0** et **w^1**, donc **1** et **w**, qui définissent l'**espace omégaréel de dimensions 2**, ou **plan omégaréel**, qui est l'image précédente.

Avec le **degré 2** de **w**, ou **w^2**, on a les trois **nombres directeurs w^0**, **w^1** et **w^2**, donc **1**, **w** et **w^2**, qui définissent l'**espace omégaréel de dimensions 3**, qui est l'image suivante.



Et ainsi de suite, pour tout **espace** de n'importe quelle **dimension k**, où **k** est un **ordinal** de **base w**. Ces **nombres omégaréels** sont la définition la plus naturelle de la notion de **polynômes**, ici donc des **polynômes en w**. On voit que chaque **nombre de base**, de la forme donc $\mathbf{w}^{k}$, où **k** est un **ordinal** (la génération de la notion de **nombre entier naturel**), est aussi un **vecteur de base** de l'**espace omégaréel**. Et ces **nombres** s'étendent au cas où **k** est un **ordinal relatif** ou **ordinal ani-antitif** (la génération de la notion de **nombre entier relatif**).

Ces **nombres de base** sont donc aussi les différentes **orientations** de l'**espace omégaréel**, la première **orientation**, celle de la **droite réelle**, étant appelée **ani-anti**, la seconde **orientation** étant appelée **bani-banti**, la troisième **orientation** étant appelée **cani-canti**, etc.. Les **orientations** de la deuxième à la 20-ème sont désignées par les consonnes de l'**alphabet** français, de **B** à **X**.

O	U	B	C	D	F	G	H	J	K	L	M
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

N	P	Q	R	S	T	V	W	X	Z
12	13	14	15	16	17	18	19	20	ω

Le terme « **antitif** » fait donc juste référence à une **orientation**, notamment l'**orientation antitive** sur la **dimension 1**, tandis que le mot « **négatif** » à proprement parler doit être réservé à la notion de **Négation**, qui est une toute autre affaire.

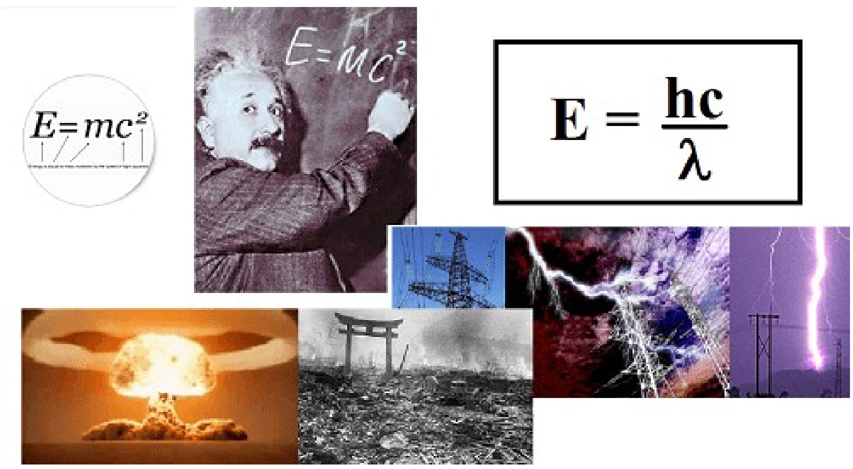
On a l'habitude de confondre la **valeur absolue 5** par exemple avec le **nombre anitif (+5)**, qui est son **orientation anitive**. Mais en toute rigueur les deux notions sont différentes. Et surtout il faut distinguer le **nombre antitif (-5)** avec un éventuel **nombre négatif** ainsi noté. Car le **nombre antitif (-5)** est une **orientation**, en l'occurrence l'**orientation antitive** de la **valeur absolue 5**, tandis que le **nombre négatif** éventuellement noté « **-5** » aussi, représente l'**absence de la valeur absolue 5**, le **déficit** de **5**, etc..

Il y a des **nombres** de **valeur absolue positive**, mais cette fois-ci au vrai sens du mot « **positif** », et nous disons aussi **valeur absolue unitive**. C'est synonyme d'**Univers TOTAL**, mais aussi d'**unergie**, ce qui signifie **énergie de l'Univers TOTAL**, l'**Alpha** et l'**Oméga**, ou **énergie universelle**, ou **énergie positive**, ou **énergie divine**, etc., ou encore l'**énergie entrupique** (et par **entrupie** nous entendons l'**entropie négative** ou **néguentropie**, ou encore le **degré d'organisation**). Et tout cela signifie **générescence** ou **information unaire**, dont on reparlera dans le sous-titre: VII - Notion de générescences, conception générative, nouvelle vision des nombres.

Et il y a des **nombres** de **valeur absolue négative**, mais là aussi au vrai sens du mot « **négatif** », et nous disons aussi **valeur absolue onitive**. C'est synonyme de **Négation d'Univers TOTAL**, mais aussi d'**onergie**, ce qui signifie **énergie de l'Onivers** ou **Univers de Négation** ou encore **énergie entropique**, ou **énergie négative**, ou **énergie démoniaque**, etc.. Et tout cela signifie **dégénérescence** ou **désinformation unaire**. Autrement dit, l'**absence** ou le **déficit** d'**énergie positive**, **déficit** d'**unergie**, d'**énergie positive**.

Et dans les deux cas, que ce soit la **valeur absolue positive** ou **négative**, elle peut elle aussi avoir toutes les **orientations**, **anitive**, **antitive**, **banitive**, **bantitive**, etc.. La question de l'**orientation** de la **valeur absolue** est donc une autre question que celle de la nature **positive** ou **négative** de la **valeur absolue**.

La nature de notre **monde** et de notre **univers** est **négative**. Il s'agit d'un **univers entropique**, un **onivers** donc, un **univers de Négation**. Voilà pourquoi l'**énergie** y est fondamentalement **destructrice**, synonyme de **désorganisation**, de **dégénérescence**, de **mort**.



C'est ce que le cher Einstein par exemple, et beaucoup de scientifiques sincères, n'avaient pas compris. Ou peut-être le savait-il...

L'**ensemble Z** des **entiers ani-antitifs** (ou **relatifs** donc) est construit à partir du **potenciel** $\mathbf{N^2}$, l'**ensemble des couples d'entiers naturels**, en définissant l'**addition** et la **multiplication ani-antitive**, l'**addition** et la **multiplication relatives**, qui est l'**addition naturelle**, **héritée** de **N**, et la **multiplication relative** (celle du classique **ensemble Z** des **entiers relatifs**).

L'**addition naturelle** est : **$(a, b) + (c, d) = (a+c, b+d)$**.
Et la **multiplication relative ou ani-antitive** est : **$(a, b) \times (c, d) = (a \times c + b \times d, a \times d + b \times c)$**.
Nous appelons **relativation** ou **ani-antitivation** cette construction à partir d'un **ensemble** de **valeurs absolues**.

Et, à partir du **potenciel Z^2**, on construit l'**ensemble Q** des **rationnels**, et en définissant l'**addition** et la **multiplication** spécifiques, l'**addition** et la **multiplication rationnelles**, qui ne sont pas (pour ce qui est de l'**addition** en tout cas) l'**addition** et la **multiplication rationnelles**, **héritées** de **N** ou **Z**.

L'**addition naturelle** est : **$(a, b) + (c, d) = (a+c, b+d)$**.
Et la **multiplication naturelle** est : **$(a, b) \times (c, d) = (a \times c, b \times d)$**.
Pour l'**addition** et la **multiplication rationnelles**, on garde la **multiplication naturelle**, mais on définit une autre **addition**, l'**addition rationnelle**, par :
$(a, b) + (c, d) = (a \times d + b \times c, b \times d)$.
Nous appelons **rationalisation** la technique de construction de **rationnels** à partir d'**entiers**.

Et quand, avec **N^N** ou **Z^N** nous aurons défini les **ensembles N_ω** ou **Z_ω** des **nombres entiers oméganaturels** ou **nombres omégarelatifs**, nous construirons à partir d'eux l'**ensemble Q_ω** des **nombres omégarationnels**, par **rationalisation**.

Après avoir vu rapidement les usages basiques du **potenciel K^2**, terminons notre tour d'horizon des cas particuliers de **potenciel K^I**.

Si **I** a trois éléments distincts **i**, **j** et **k**, c'est-à-dire si **$I = \{i, j, k\}$**, alors: **$K^I = K^{\{i, j, k\}}$** est **isomorphe** à un **ensemble de triplets d'éléments de K**, à savoir **$K \times K \times K = K^3$**.
C'est le cas notamment si : **$I = \{0, 1, 2\} = 3$**. Le **potenciel K^I**, qui équivaut à **K^3**, est alors l'**ensemble de tous les triplets (a, b, c) d'éléments de K**.

Et ainsi de suite.

Pour un **entier n** donné, si **I** a **n** éléments distincts **i_1, i_2, i_3**, …, **i_n**, c'est-à-dire si **$I = \{i_1, i_2, i_3, \ldots, i_n\}$**, alors: **$K^I$** est **isomorphe** à un **ensemble de n-uplets $(a_0, a_1, a_2, \ldots, a_{n-1})$ d'éléments de K**, à savoir **$K \times K \times K \ldots \times K = K^n$**.
C'est donc plus spécialement le cas notamment si : **$I = \{0, 1, 2, 3, \ldots, n-1\} = n$**.

A noter que nous avons dit que **n** est un **entier** au sens général déjà vu plus haut, c'est-à-dire un **nombre entier oméganaturel**, ou **nombre entier naturel** en **base v**.

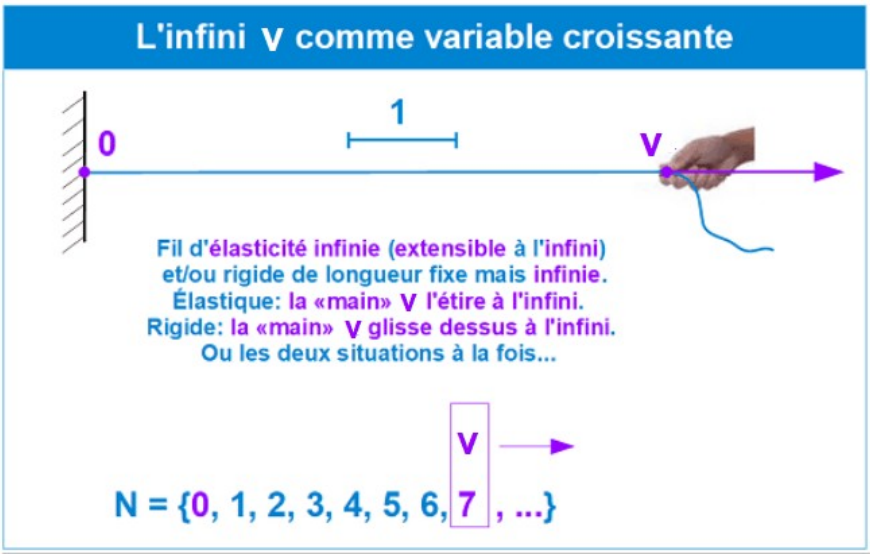
On peut se représenter les **entiers naturels constants** comme des **ficelles rigides** de différentes **longueurs fixes**, de **0** à l'**infini**, l'**unité de longueur** étant le **centimètre** par exemple. Les **ficelles** de **longueur 0 cm** représentent donc l'**entier naturel 0**, les **ficelles** de **longueur 1 cm** représentent l'**entier naturel 1**, celles de **longueur 2 cm** représentent l'**entier naturel 2**, et ainsi de suite, en supposant qu'on peut avoir des **ficelles** de **toute longueur** que l'on veut, de **0** à l'**infini**, au sens habituel ou intuitif du mot « **infini** ». Les **ficelles constantes**, qui représentent donc les **entiers constants**, ont toutes en commun qu'elles ont une **longueur fixe**.

Et avec elles, on a une seconde sorte de **ficelles**, qui sont **élastiques**, et **parfaitement élastiques** en ce sens que dans leur forme de départ elles ont une **longueur** de **0 cm**, mais on peut les étirer pour leur donner la **longueur** que l'on veut, mais un **nombre entier** de **centimètres**, par exemple **24 cm**, et on dira alors que la **ficelle élastique** ou **variable** prend la **valeur 24**. On peut par exemple laisser revenir à **0** si l'on veut, n'importe quelle **longueur**, comme par exemple **5 cm**, ou au contraire les étirer à souhait à l'**infini**, car elles ne se rompent jamais.

Bref on fait ce qu'on veut avec ces **ficelles élastiques**, on leur fait prendre la **valeur** que l'on veut, et pour l'instant, dans un premier temps des **valeurs entières** : **0, 1, 2, 3, 4, 5, …**, mais pas forcément non plus dans cet ordre, car ça peut être : **4, 0, 0, 5, 1, 3, 2, 0, 8, 1, 55, 17, 0, 3, …**. **N'importe quelle longueur** et dans **n'importe quel ordre** donc, mais pour l'instant on ne s'intéresse qu'aux **valeurs entières**.

Mais après justement on généralisera, en leur faisant prendre toutes les valeurs intermédiaires, et alors ce sera les **nombres réels**. Dans cette manière **très libre** de faire **varier leur longueur** comme on veut, on dira qu'elles sont des **variables entières** ou des **entiers variables**. On note au passage qu'on peut décider de laisser une **ficelle élastique** dans une certaine **longueur fixe** donnée, sans donc utiliser ses **propriétés élastiques**, et dans ce cas elle joue le rôle d'**entier constant**.

Un des fonctionnements particulièrement importants de ces **ficelles élastiques** est de dire qu'**on les étire continuellement** en partant d'une **longueur** de départ donnée, de sorte que leur **longueur finisse par être plus grande que celle de n'importe quelle ficelle rigide ou constante**. Ces ficelles **variables** particulières seront qualifiées d'**infinies**. La clef des nouvelles conceptions des **nombres** que nous introduisons se trouve là.



Comme le montre l'image ci-dessus, un exemple très important d'**entier variable infini** est quand la **longueur** de la **ficelle** suit la progression: **0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …**. Une telle **ficelle** peut évidemment être notée: **N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …}**, et très naturellement être définie comme étant l'**ensemble des entiers naturels**. Cette **ficelle élastique** spéciale, qui représente donc le classique **ensemble N des entiers naturels**, nous la noterons **v**, comme « **variable** », et quelque fois **ω**. On notera: **v = (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …)**, notation avec « **( )** » quand il s'agit de **suites** de **nombres**. Ici, cette **suite de référence v** ou **suite varid** équivaut à l'**ensemble des entiers naturels**.

La **ficelle 2v** par exemple sera: **2v = (0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, …)**, ce qui veut dire que sa longueur est toujours à chaque étape le **double** de celle de la **ficelle élastique** ou **variable de référence**, **v**. Et la **ficelle** $\mathbf{v^2}$ aura donc naturellement **à chaque étape pour longueur le carré de la longueur de v**, donc: $\mathbf{v^2}$ **= (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, …)**.

On peut de la même façon définir $\mathbf{v^3}$, $\mathbf{v^4}$, etc., et jusqu'à $\mathbf{v^v}$ et au-delà. Et c'est précisément $\mathbf{v^v}$ que nous notons **w**, comme déjà vu. L'**opération** que l'on applique à **v**, et de manière générale à n'importe quelle **variable**, c'est celle qu'on applique à chacun de ses **éléments**, étape par étape.

Dans cette vision des choses, le **nombre constant 8** par exemple sera: **8 = (8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, ...)**, et **(8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, …)** sera noté : **[8]**. Et de manière générale, pour tout **entier naturel a**, on a l'**entier naturel constant [a]**, qui est donc la **suite constante**: **(a, a, a, a, a, a, a, a, …)**. Cette **suite constante**, qui est donc comme une **ficelle de longueur constante a**, va donc évidemment représenter l'**entier a**.

L'**application** qui à une **suite constante [a]** associe le **nombre a** qui se répète, est l'**application *iso***, dont nous avons parlé dans la définition générale du **potenciel** $\mathbf{K^I}$. Ici, l'**iniciel K** est **N**, pour dire que c'est l'**ensemble initial** sur lequel on se base pour construire le **potenciel**.

Cette **application *iso*** dit ici qu'il faut voir **[8]** et **8** comme étant la même chose, **[8]** est une nouvelle version de **8** dans le cadre du **potenciel** $\mathbf{N^N}$, et plus généralement $\mathbf{Z^N}$.

Ici par exemple, l'écriture: ***iso*(8) = [8]** peut être remplacée par : $\mathbf{8 =_{iso} [8]}$, ou : $\mathbf{[8] =_{iso} 8}$, pour dire donc que **[8]** et **8**, bien que deux choses différentes, sont **égalisées** par l'**isomorphisme** considéré. **Egalité** ou **relation d'équivalence** « $=_{iso}$ » qu'il ne faut pas confondre avec l'**égalité** ou **identité** de base « = ». Mais le grand intérêt des **relations d'équivalence**, c'est que, quand on raisonne avec elles comme notion d'**égalité** et non plus seulement avec l'**identité** principalement, comme on le fait dans les paradigmes transitionnels, on arrive presque toujours à savoir quel sens donner à une **égalité** dans un contexte donné, même si on utilise le même signe « = ». Autrement dit, l'**égalité** peut être elle-même **variable**, et même être indexée par un nombre entier, ou un nombre en général, comme par exemple « $=_0$ », « $=_1$ », « $=_2$ », « $=_3$ », etc., comme nous l'avons vu.

Une autre manière de voir les choses est de dire que dans le royaume des **suites**, et plus généralement des **fonctions**, des **applications**, les **suites constantes** ou **fonctions constantes** ou **applications constantes**, jouent le même rôle que les objets qui ont servi à les définir, ici les **nombres entiers**, mais cela peut être tout type d'objets. Ces objets, quelle que soit leur nature, seront appelés les **constantes**, et les **applications** définies à partir d'eux des **variables**.

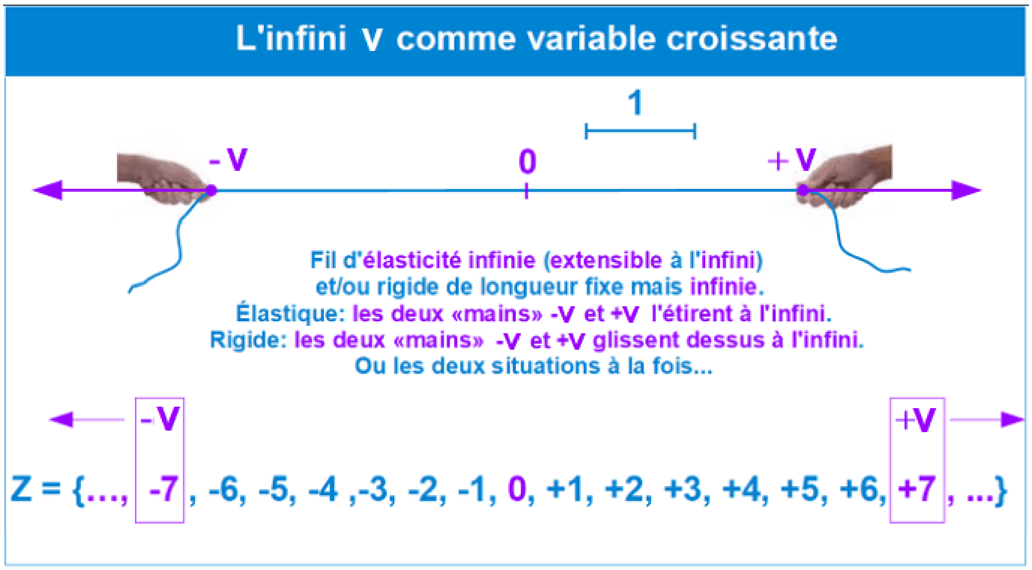
Dans l'exemple de l'ensemble **N**, pris comme **iniciel** ou **ensemble initial** pour construire le **potenciel**, les **variables** sont donc le **potenciel** $\mathbf{N^N}$, l'**ensemble de toutes les applications de N dans N**. Et **[N]** est l'**ensemble des applications constantes**, celles donc de forme générale **[a]**, où **a** est un **entier naturel**. Et **N** et **[N]** sont **isomorphes**, puisque, à chaque **entier naturel**, correspond une **unique application constante [a]** et vice-versa.

Avec l'**isomorphisme** entre **N** et **[N]**, on a :

[a] = a,
[3] = 3,
[5] = 5,
[8] = 8,
[3+5] = 3+5 = [3] + [5],
[a+b] = a+b = [a] + [b],
[3×5] = 3×5 = [3] × [5],
[a×b] = a×b = [a] × [b],
3 < 5 ⇔ [3] < [5],
4 = 4 ⇔ [4] = [4],
2+2 = 4 ⇔ [2] + [2] = [4],
etc..

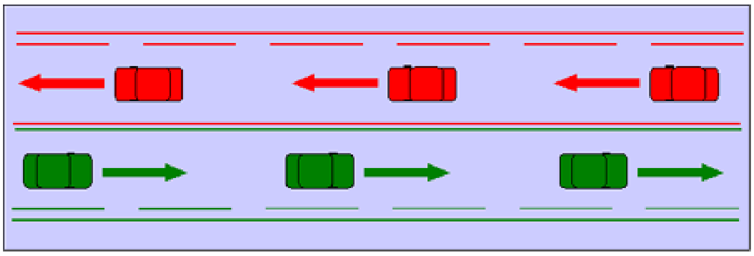
Cela signifie ici que tout ce que l'on fait avec les **nombres entiers**, on le fait pareillement avec les **applications constantes** correspondantes, et vice-versa. Les **expressions** ont la **même forme**, d'où la notion d'**isomorphisme**.

Contrairement à **N** où une extrémité de la **ficelle élastique** est fixée et on tire sur l'autre extrémité, l'**ensemble Z des entiers relatifs**, quant à lui, est une **ficelle élastique** qu'on étire continuellement par les deux extrémités, le point **0** étant choisi au milieu :



Il est extrêmement important de noter qu'aussi bien l'**ensemble N** que l'**ensemble Z**, pourtant **infini** au sens classique, ou **intuitif**, sont modélisés par des **ficelles** de **longueur** toujours **finie**, mais seulement **constantes** pour les unes et **variables** pour les autres. La notion d'**infini** et donc celle de « **fini variable dépassant à la longue tout fini constant**». Par conséquent, les **nombres infinis** vont se calculer exactement comme les **nombres finis**, puisque c'est ce qu'ils sont à la base, sauf qu'il sont **variables**.

Une autre modélisation des **ensembles N** et **Z** et par la même occasion **R** aussi, est de considérer une **autoroute** à une voie dans un sens et une voie dans le sens inverse, comme ci-après.



Mais on va supposer que l'on dispose d'autant de voies que l'on veut dans un sens, et le même nombre de voies dans l'autre sens. Ceci juste pour que les voitures ayant le même mouvement soient dans la même voie, pour qu'elles ne se rentrent pas dedans. Il y a donc des voies pour les voitures en arrêt ou stationnement, des aires de repos tout simplement. Et on va supposer que si une voiture veut revenir en arrière, à n'importe quelle position, il y a toujours un moyen de le faire.

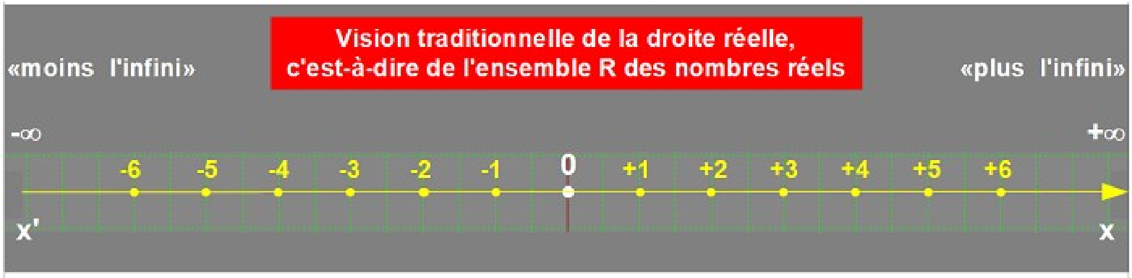
Bref c'est une autoroute spéciale où l'on peut décider de regagner n'importe quel point qu'on veut. Il y a une borne tous les kilomètres, et l'autoroute est aussi longue que l'on veut, une manière de dire qu'elle a une **longueur infinie**, au sens intuitif du mot **infini**. Il y est possible d'y avoir ces positions par exemple : **4, 0, 0, 5, 1, 3, 2, 0, 8, 1, 55, 17, 0, 3, ….** On est au point **4 km**, puis on revient au point **0 km**, puis **toujours 0 km**, puis **5 km**, etc.. On ne progresse peut-être pas, mais on a choisi ce mouvement, et on peut le faire, d'une manière ou d'une autre.

Mais, comme pour les **ficelles élastiques**, les voitures de référence qui nous intéressent en premier, c'est celles qui sont au point **0 km** à l'instant **0**, compté en minutes, et qui roulent à **60 km/h**, soit **1 km par minute**. On va les appeler les **voitures v**, dont la progression est: **v = (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …)**. Et son **double** ou **2v** est la **voiture** : **2v = (0, 2, 4, 6, 8, …)**, qui roule **2** fois plus vite que **v**. Et on a $\mathbf{v^2}$, qui est la **voiture** : $\mathbf{v^2}$ **= (0, 1, 4, 9, 16, …)**. Et la **voiture**: $\mathbf{v^3}$ **= (0, 1, 8, 27, 64, …)**. Et la **voiture** : **2v+1 = (1, 3, 5, 7, 9, …)**, de même allure que **2v** mais avec **1 km** d'avance : Etc.

Et les **nombres constants** sont les **voitures** à l'arrêt. Et avec le modèle de l'autoroute on peut représenter les **nombres négatifs**, les éléments de **Z** donc. Et évidemment, on suppose sur cette autoroute « idéale », que la vitesse n'est pas limitée, et même la vitesse de la lumière n'est pas une limitation.

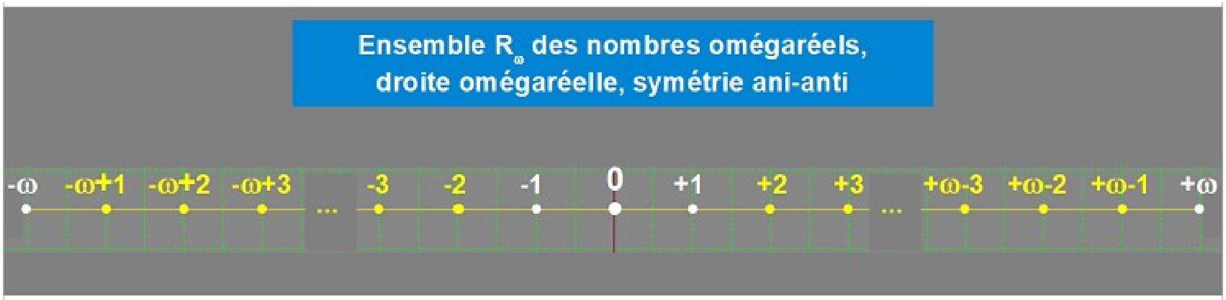
Le plus important est de savoir que les **positions**, les **distances** et les **vitesse**s sont toujours **finies**, sauf qu'elles peuvent être **constantes** ou **variables**. Et la notion physique de **vitesse** est la notion mathématique de **dérivée**. La **dérivée** ou **vitesse** de **5** est **0**, car **5** est une **constante**. La **dérivée** ou **vitesse** de **v** est **1**, la **dérivée** ou **vitesse** de **2v** est **2**, la **dérivée** ou **vitesse** de $\mathbf{v^2}$ est **2v**, c'est une **vitesse variable**, de même que la **dérivée** ou **vitesse** de $\mathbf{v^3}$, qui est $\mathbf{3v^2}$, etc..

L'**autoroute idéale** ou la **ficelle élastique** que l'on peut étirer par les deux extrémités, c'est donc, mathématiquement parlant, l'**ensemble R** des **nombres réels**.



Dans les conceptions classiques, on le voit comme un **ensemble** de **constantes**, de **nombres constants**, et les **variables** juste sont des lettres ou des symboles pour représenter ces **constantes**, ces **nombres**, et plus généralement tous les objets mathématiques.

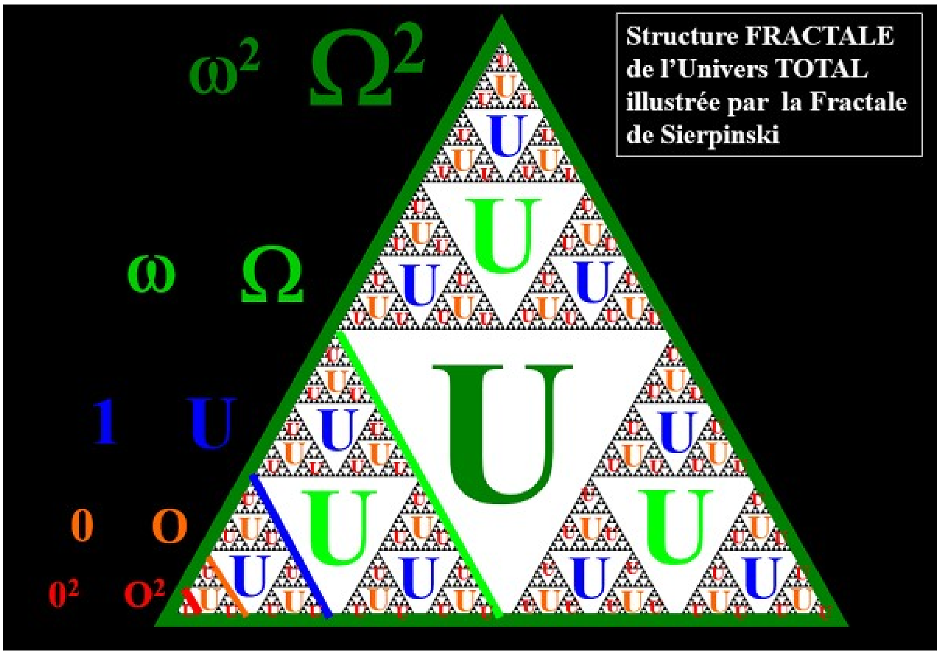
Mais en réalité, malgré les apparences, cet ensemble comporte des **nombres constants** et des **nombres variables**, et parmi ceux-ci, des **nombres infinis** !



Ci-dessus, ω représente la **voiture v**, autrement ici, on pose: $\omega = v$. Et plus exactement, on a une **suite** de **terme général** ω_n telle que: $\omega_0 = v$, et telle que : $\omega_{n+1} = \omega_n \wedge \omega_n = \omega_n^{\omega_n}$. Et ici donc, c'est ω_0 que nous notons ω. Mais dans d'autres contextes, c'est ω_2 que nous notons ω. Et n'importe quel ω_k peut au besoin appelé ω, par exemple $\omega_{7777777}$.

Nous avons représenté l'**ensemble des nombres omégaréels** entre l'intervalle **[-v, +v]**. Mais il continue bien au-delà, entre **[-v^2, +v^2]**, puis entre **[-v^3, +v^3]**, puis entre **[-v^4, +v^4]**, etc., jusqu'à **[-v^v, +v^v]**, et ainsi de suite, en faisant intervenir tous les **hyperopérateurs** appliqués à **v**. Et on pose: $w = v^v = \omega_1$. Et on a : $w^w = \omega_2$, etc.. Et dans d'autres contextes donc, c'est cette « **voiture** » ω_2 que nous notons ω. A ne pas confondre donc les différentes redéfinitions de la **variable** ou « **voiture** » ω.

La **structure** ainsi décrite par une **suite** de **terme général** ω_n telle que: $\omega_0 = v$, et telle que : $\omega_{n+1} = \omega_n \wedge \omega_n = \omega_n^{\omega_n}$, est une **structure fractale**, dont nous avons parlé au début. Le même **modèle** se reproduit indéfiniment à toutes les échelles, de l'infiniment petit à l'infiniment grand.



C'est la **structure** fondamentale des **nombres réels**, et plus généralement de tous les **nombres**, de toutes les choses.

La **suite** : **p = (3, 1, 4, 1, 5, 9, 2, 6, 5, 3, 5, 8, 9, 7, 9, 3, 2, ...)**, qui est simplement la **suite** des **décimales** ou **chiffres** du fameux **nombre** : **π = 3,141592653589793238462643383279...**, est un **entier variable**, mais dont la **variation** ne se définit pas par une loi simple, comme précédemment. Elle n'est ni **croissante**, ni **constante**, ni **infinie**.

Mais à partir d'elle on peut définir la **suite** ou **entier variable**:
$\mathbf{n_\pi = (3, 31, 314, 3141, 31415, 314159, 3141592, 31415926,...)}$,
qui est **strictement croissante**, donc qui est un **entier infini**, au sens de ce mot dans logique des **variables**.

Etant donné un **entier variable n**, notons $\mathbf{n_i}$ son élément de **rang i**, les **rangs** étant précisément les éléments de: **v = (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …)**. On a donc $\mathbf{v_0 = 0}$, $\mathbf{v_1 = 1}$, $\mathbf{v_2 = 2}$, etc., et de manière générale : $\mathbf{v_i = i}$, à lire « **varid i égale i** ». C'est donc la « **suite identité** », que nous rebaptisons donc la « **suite « variable** » ou « **suite vie** ».
Et on a: $\mathbf{w = v^v}$; donc: $\mathbf{w_i = (v^v)_i = (v \wedge v)_i = v_i \wedge v_i = i \wedge i = i^i}$.
Et on a: $\boldsymbol{\omega = w^w}$; donc: $\boldsymbol{\omega_i = (w^w)_i = (w \wedge w)_i = w_i \wedge w_i = i^i \wedge i^i = i \wedge i^{i+1} = i \wedge (i \wedge (i+1))}$.
w est appelé le « **petit ω**», et **v** est appelé le « **petit w** », etc.. Ce sont donc trois modèles de la même **fractale**, donc sont utilisés de la même façon.
Et on a aussi:
$\mathbf{0 = 1/\omega}$; $\boldsymbol{\omega = 1/0}$. Et : $\boldsymbol{\theta = 1/w}$; $\boldsymbol{w = 1/\theta}$. Et : $\boldsymbol{\varepsilon = 1/v}$; $\boldsymbol{v = 1/\varepsilon}$. Et donc : $\boldsymbol{\varepsilon^v = \theta}$; $\boldsymbol{\theta^w = 0}$.

L'**addition** « **+** » de deux **suites** ou **entiers variables m** et **n**, s'effectue en **additionnant les éléments de même rang**. Et la **multiplication** « **×** » se fait en **multipliant les éléments de même rang**. De même pour la **soustraction** et la **division**.

De manière générale, pour toute **opération binaire** définie sur les **entiers naturels**, les **constantes** donc, on définit la même **opération** sur les **entiers variables** ou **suites** d'**entiers naturels**, en la **faisant sur les éléments de même rang i**.

Donc, soit une **opération** notée **H** définie sur les **entiers naturels**, les **entiers constants** donc. La même **opération** est définie sur les **entiers variables**, par :
$(\mathbf{m\ H\ n})_i = \mathbf{m}_i\ \mathbf{H}\ \mathbf{n}_i$.

Et si l'on définit une **opération unaire F** sur les **entiers naturels** ou **entiers relatifs**, c'est-à-dire une **application** de **N** dans **N**, qui à tout **entier naturel** ou **relatif i** associe **F(i)**, la même **opération unaire F** est définie sur les **entiers variables** par : $(\mathbf{F(n)})_i = \mathbf{F(n_i)}$.

Ainsi en particulier :
$(\mathbf{m+n})_i = \mathbf{m}_i + \mathbf{n}_i$.
Et : $(\mathbf{m - n})_i = \mathbf{m}_i - \mathbf{n}_i$.
Et : $(\mathbf{m\times n})_i = \mathbf{m}_i \times \mathbf{n}_i$.
Et : $(\mathbf{m / n})_i = \mathbf{m}_i / \mathbf{n}_i$, en présupposant la **division par 0** défini, en parlant du **0 absolu** ou **o**.
Dans l'**arithmétique omégacyclique** qu'on reverra, pour deux **entiers constants** ou **variables a** et **b**, si l'un ou l'autre est **0** ou si les deux sont **0**, on pose : **a / b = 0**. Avec cela, la **division** de deux **entiers variables** est définie.

Par exemple, **v = (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …)**, et il est défini par : $\mathbf{v}_i = \mathbf{i}$.
Et on a : **3 = (3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, …)**, et il est défini par : $(\mathbf{3})_i = \mathbf{3}$.
Et **v+3** est l'**entier variable** défini par : $(\mathbf{v+3})_i = \mathbf{v}_i + (\mathbf{3})_i = \mathbf{i + 3}$.
Autrement dit : **v+3 = (3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, …)**.

Comme second exemple, on a vu plus haut la **suite** ou **entier variable**:
$\mathbf{n}_\pi$ **= (3, 31, 314, 3141, 31415, 314159, 3141592, 31415926,...)**.
En considérant maintenant la **suite** ou **entier variable** :
$\mathbf{q}_{10}$ **= (1, 10, 100, 1000, 10000, 100000, 1000000, 10000000, …)**,
on peut définir le rapport:
$\mathbf{n}_\pi / \mathbf{q}_{10}$ **= (3/1, 31/10, 314/100, 3141/1000, 31415/10000, …)**,
qui est une de l'infinité des manières dont est défini avec les **entiers variables** le fameux nombre **π** ou **pi = 3,141592653589793238462643383279.…**
Il est donc le **rationnel variable** :
$\boldsymbol{\pi} = \mathbf{n}_\pi / \mathbf{q}_{10}$ **= (3/1, 31/10, 314/100, 3141/1000, 31415/10000, …)**.

De même, pour définir à présent le fameux **nombre d'Euler** la base du **logarithme népérien**:
e = 2,718281828459045235360287471352...,
on considère l'**entier variable** ou **infini** :
$\mathbf{n}_e$ **= (2, 27, 271, 2718, 27182, 2718281, 27182818, 271828182, 2718281828, 27182818284, 271828182845, ...)**.
On a alors :
$\mathbf{e} = \mathbf{n}_e / \mathbf{q}_{10}$ **= (2/1, 27/10, 271/100, 2718/1000, 27182/10000, 271828/100000, 2718281/1000000, 27182818/10000000, 271828182/100000000, 2718281828/1000000000, 27182818284/10000000000, 271828182845/100000000000, ...)**.

De manière générale, tous les **nombres réels** (au sens classique) habituellement qualifiés « irrationnels », sont des **rationnels** avec les **entiers variables**. Un tel **nombre r** peut être défini comme le **rapport** d'un **entier variable n_r** avec l'**entier variable q_{10}**.
Autrement dit : $\mathbf{r = n_r / q_{10}}$.

Et d'ailleurs, tout nombre **réel positif x** peut se mettre sous cette forme : $\mathbf{x = n_x / q_{10}}$.

Par exemple :
$\mathbf{5 = n_5 / q_{10} = (5/1, 50/10, 500/100, 5000/1000, 50000/10000, \ldots) = (5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, \ldots)}$.

Dans la nouvelle conception, tout ensemble **E**, quel qu'il soit, a un **nombre d'éléments** ou **cardinal n**, qui est **fini** ou **infini**, c'est-à-dire **constant** ou **variable**. Ainsi, on convient que le **nombre des éléments ou cardinal** du classique ensemble des **entiers naturels N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, …}**, est **v**, et plus précisément **v+1**, si l'on convient (comme nous l'avons fait plus haut) que **v** représente le **denier élément** de **N**, en écrivant celui-ci sous **forme bornée**:
N = {0, 1, 2, 3, 4, …, v-4, v-3, v-2, v-1, v}.
Comme déjà dit, **N** écrit ainsi est borné par un **nombre variable**, en l'occurrence **infini**, donc cette écriture est équivalente à: **N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, …}**.

Et **v** lui-même, que nous définissons comme la **suite** d'**entiers** classiques: **v = (0, 1, 2, 3, 4, 5, …)**, ce qui n'est qu'une autre manière de parler de **N**, correspond, en notation classique, à l'ensemble:
v = {0, 1, 2, 3, 4, …, v-4, v-3, v-2, v-1}, qui a exactement **v éléments**.

Ecrit comme cela, il ne faut pas le voir comme un ensemble contenant les **éléments** de **N** et certains éléments qui ne seraient pas de **N**, mais simplement comme une autre manière d'écrire et d'ordonner les éléments de **N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, …}**. Ceux-ci, qualifiés pourtant de « **finis** » ou de « **constants** », cachent des éléments **infinis** ou **variables**, comme on l'a déjà vu.

Un **entier infini** est donc un **entier variable**, et étant entendu que les **entiers finis** en sont des cas particuliers, les **entiers constants** donc, la définition que nous donnons sur le **potenciel K^I** d'un ensemble **K** d'**indiciel I**, et en particulier si : $\mathbf{I = \{a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n\}}$, où **n** est un entier quelconque, s'applique de la même manière pour les **entiers n constants** ou **variables**, c'est-à-dire **finis** ou **infinis**.

Donc, si **I** a **v** éléments distincts $\mathbf{a_1}$, $\mathbf{a_2}$, $\mathbf{a_3}$, …, $\mathbf{a_v}$, c'est-à-dire si $\mathbf{I = \{a_1, a_2, a_3, \ldots, a_v\}}$, alors: $\mathbf{K^I}$ est **isomorphe** à un **ensemble de v-uplets d'éléments de K**, à savoir $\mathbf{K{\times}K{\times}K{\ldots}{\times}K = K^v}$.
C'est le cas notamment si : **I = {0, 1, 2, 3, …, v-1} = v**.

De manière générale donc, on considère deux ensembles non vides quelconques **K** et **I**. L'ensemble $\mathbf{K^I}$ des **applications de I dans K** est donc le **potenciel de K** d'**indiciel I**.

Les éléments de **K** sont appelés des **constantes**, et les éléments de $\mathbf{K^I}$ sont appelés les **variables** associées.

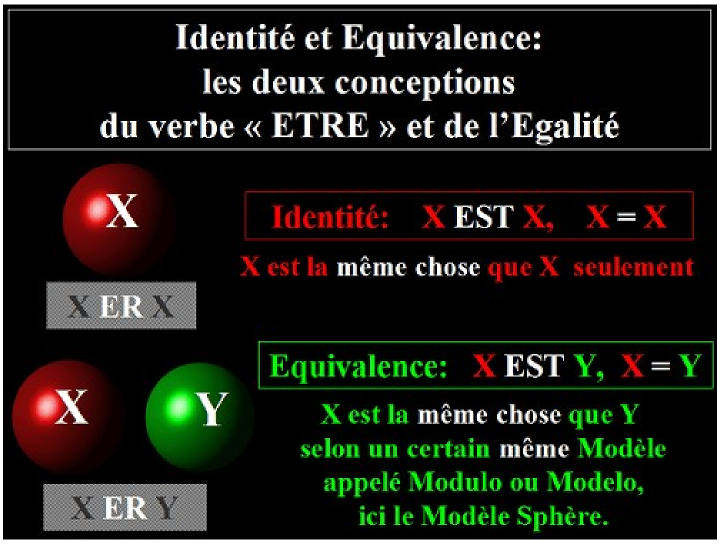
Soit **F** une **application** de **K** dans **K**, et **x** un élément de $\mathbf{K^I}$. On définit la même **application F** de $\mathbf{K^I}$ dans $\mathbf{K^I}$ (en fait le **prolongement** de **F** à $\mathbf{K^I}$) par : **(F(x))(i) = F(x(i))**, pour tout élément **i** de **I**.

Soit **H** une **application** de **K×K** dans **K**, et **x** et **y** deux éléments de $\mathbf{K}^\mathbf{I}$. On définit la même **application H** de $\mathbf{K}^\mathbf{I}\times\mathbf{K}^\mathbf{I}$ dans $\mathbf{K}^\mathbf{I}$ (en fait le **prolongement** de **H** à $\mathbf{K}^\mathbf{I}$) par :
(x H y)(i) = x(i) H y(i), pour tout élément **i** de **I**.

Abordons maintenant plus techniquement la question de l'**identité** et de l'**équivalence**.

IV - Les deux relations d'égalité : l'identité et l'équivalence

Contrairement aux paradigmes classiques la **relation d'« égalité »**, généralement notée par le signe « = », se réduit en fait à l'**identité**, et où la **relation d'équivalence**, qui est en fait la notion générale d'**égalité**, n'est utilisée que chaque fois que l'on a besoin de parler de **classes d'objets** comme étant un seul individu, autrement dit la notion de **classe d'équivalence**, dans notre **Paradigme**, celui de l'**Univers TOTAL**, l'**Ensemble de toutes les choses**, c'est l'approche inverse.



Le mot « **égalité** » ou le signe « = », qu'il faut voir comme un signe générique, désigne en réalité une certaine **relation d'équivalence** dans l'ensemble dans lequel on travaille, prise comme l'**égalité de référence** ou l'**égalité courante**.

Définition :
Une **relation binaire** $\mathcal{R}$ dans un **ensemble E** est une **relation d'équivalence** ou une **relation d'égalité** si elle vérifie les trois propriétés suivantes :

1) **Réflexivité** :
Pour tout élément **x** de **E**, on a : **x** $\mathcal{R}$ **x**.

2) **Symétrie** :
Pour deux éléments **x** et **y** de **E**, si **x** $\mathcal{R}$ **y** alors **y** $\mathcal{R}$ **x**.

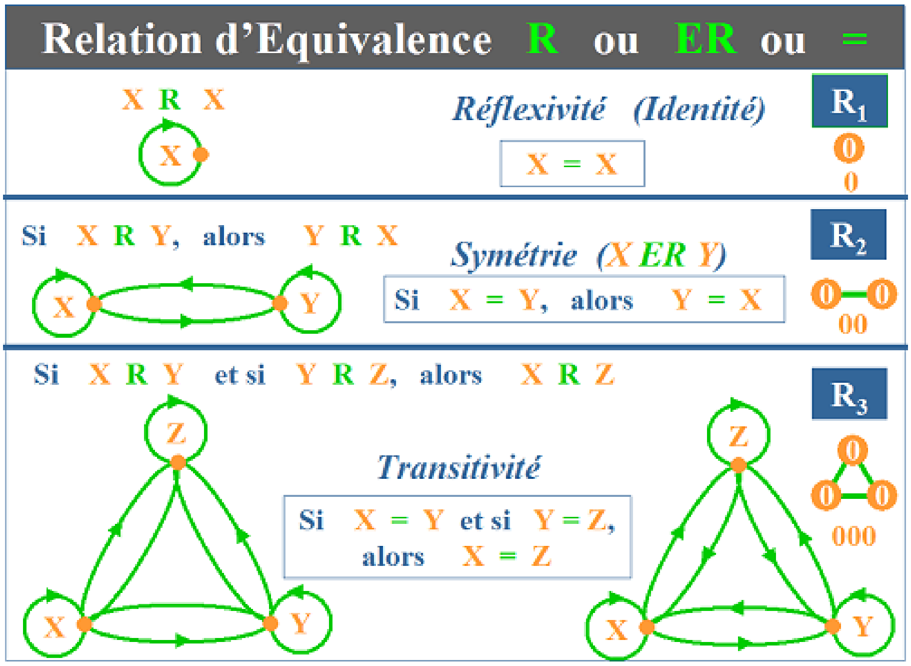
3) **Transitivité** :
Pour trois éléments **x**, **y** et **z** de **E**, si **x** $\mathcal{R}$ **y** et si **y** $\mathcal{R}$ **z**, alors **x** $\mathcal{R}$ **z**.

La notation « **ER** » est à lire « **Equivalence Relation** » ou « **Relation d'Équivalence** ». Nous l'appelons aussi le « **verbe ETRE technique** ».

Cela veut dire que l'expression courante « **X EST Y** », qui est le sens que l'on donne couramment à l'**égalité** « **X = Y** », est la manière courante de parler d'une **relation d'équivalence**.

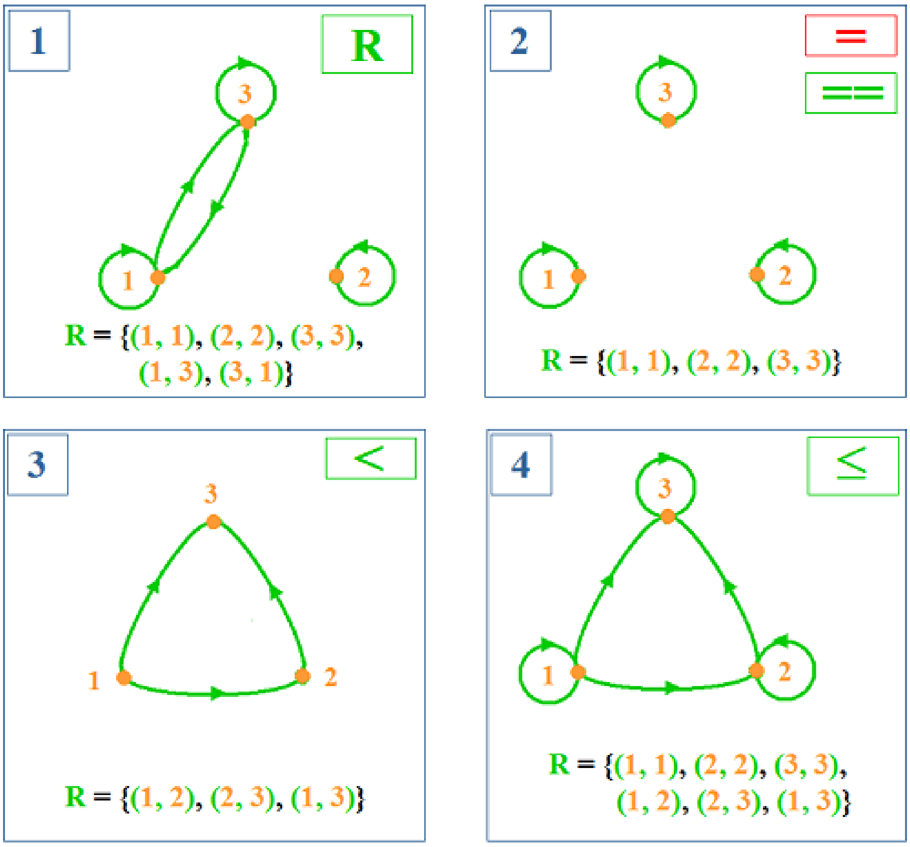
Plus exactement, dans le langage courant le verbe « **ETRE** » exprime une **identité**, et « **X EST Y** » ou « **X = Y** » exprime une **identité** entre **X** et **Y**. Mais dans la nouvelle vision, le verbe « **ETRE** » exprime une **équivalence**, et « **X EST Y** » ou « **X = Y** » exprime une **équivalence** entre **X** et **Y**. Et le verbe « **ETRE** » » ou la **relation d'équivalence**, se dira « **ER**».

Autrement dit simplement, les expressions « **X = Y** », « **X EST Y** », « **X ER Y** », sont des manières différentes de dire la même chose, et on exprime désormais par là non plus seulement une **relation** d'**identité**, mais de manière générale une **relation d'équivalence**.



Une **relation d'équivalence** $\mathcal{R}$ est souvent notée «≡ », mais c'est elle que dans notre vision nous notons « = ».

Ci-après un exemple de quatre **relations binaires** dans l'ensemble **E = {1, 2, 3}**. Les **relations 1** et **2** sont des **relations d'équivalence**.



La **relation 3** est la **relation d'ordre stricte**, et la relation 4 est la **relation d'ordre large**. On parlera de la **relation d'ordre** plus tard.

Il est souvent utile de remplacer la **transitivité** par une propriété équivalente que nous appelons la **varitransitivité**:

3') **Varitransitivité** :
Pour trois éléments **x, y** et **z** de **E**:
si **x** $\mathcal{R}$ **z** et si **y** $\mathcal{R}$ **z**, alors **x** $\mathcal{R}$ **y** (**varitransitivité** à **gauche**);
et si: **z** $\mathcal{R}$ **x** et si **z** $\mathcal{R}$ **y**, alors **x** $\mathcal{R}$ **y** (**varitransitivité** à **droite**).

C'est la **varitransitivité** qui exprime exactement l'une des idées intuitives concernant l'**égalité**, qui est que deux choses **x** et **y** **égales** à une troisième **z**, sont **égales** entre elles :
si **x = z** et si **y = z**, alors **x = y** (**varitransitivité** à **gauche**);
et si **z = x** et si **z = y**, alors **x = y** (**varitransitivité** à **droite**).

La seule chose qui reste c'est de savoir si **x** et **y** sont **égaux** à **z** en étant tous les deux à **gauche** du signe de l'**égalité** « = » ou de l'**équivalence**, ici $\mathcal{R}$, ou en étant tous les deux à **droite** du signe de l'**égalité** ou de l'**équivalence**.

Avec la **transitivité**, l'un est à **gauche** et l'autre est à **droite**, et c'est **y** et non pas **z** qui joue le rôle du troisième élément de l'**égalité**:
Pour trois éléments **x, y** et **z** de **E**, si **x** $\mathcal{R}$ **y** et si **y** $\mathcal{R}$ **z**, alors **x** $\mathcal{R}$ **z**.

Pour dire donc : Pour trois éléments **x**, **y** et **z** de **E**, si **x = y** et si **y = z**, alors **x = z**.
Ou si z est le troisième élément :
Pour trois éléments **x**, **y** et **z** de **E**, si **x** $\mathcal{R}$ **z** et si **z** $\mathcal{R}$ **y**, alors **x** $\mathcal{R}$ **y**.
Pour dire donc : Pour trois éléments **x**, **y** et **z** de **E**, si **x = z** et si **z = y**, alors **x = y**.

A noter donc que si la **relation** $\mathcal{R}$ est **symétrique**, seule l'une des deux **varitransitivités** à **gauche** ou à **droite** suffit. En effet, les deux **varitransitivités** diffèrent juste par l'**ordre** des **reliandes** **x**, **y** et **z**, notamment, pour l'**ordre**, dans: **x** $\mathcal{R}$ **z** et **y** $\mathcal{R}$ **z**, et, pour l'**ordre inverse**, dans: **z** $\mathcal{R}$ **x** et **z** $\mathcal{R}$ **y**. Et la **symétrie** assure justement que l'on peut **permuter** les **reliandes** de la **relation**. Et donc il suffit de l'une des deux **varitransitivités**.

Et toujours, pour des raisons d'**ordre** des **reliandes**, la **symétrie** de la **relation** $\mathcal{R}$ étant assurée, la **transitivité** et la **varitransitivité** deviennent la même chose. Les deux disent donc que si deux éléments de **E** **x** et **y** sont **équivalents** à un troisième **z**, alors **x** et **y** sont **équivalents** entre eux.

Mais l'intérêt de la **varitransitivité** notamment sous sa forme **droite**:
si: **z** $\mathcal{R}$ **x** et si **z** $\mathcal{R}$ **y**, alors **x** $\mathcal{R}$ **y**, ou: si **z = x** et si **z = y**, alors **x = y**,
est de mettre en lumière un certain type de **relation d'égalité** ou d'**équivalence**, l'**omégavalence** ou **varidalence** (qu'on détaillera bientôt), qui, bien que n'étant pas **transitive** ou **régitransitive**, n'en demeure pas moins une forme d'**égalité** ou d'**équivalence**, qui est plus générale encore que l'**égalité** (ou l'**équivalence**) classique. C'est la formulation de **varitransitivité** qui met cela en évidence, à savoir qu'un élément **z** d'un ensemble peut bel et bien être **égal** (ou **équivalent**) à deux éléments **x** et **y**, sans que ceux-ci soient **égaux** (ou **équivalents**) entre eux!

Pour tout ensemble **E**, on a l'application **v** de **E** dans **E** telle que **v(x) = x** pour tout élément **x** de **E**. Nous l'appelons l'application **varid** ou **vie**.

Le nom « **varid** » de cette **application** vient de là, à savoir d'abord qu'elle définit par excellence la notion de **variable**, car l'**égalité** : **v(x) = x**, identifie d'une certaine manière l'application **v** et sa **valeur** qu'elle prend, et qui est **x**. Elle dit en effet au sens propre : « **Pour x, v prend la valeur x**», et donc : « **Pour y, v prend la valeur y**», ou **v(y) = y**, et donc : « **Pour z, v prend la valeur z**», ou **v(z) = z**, et donc aussi, charité bien ordonnée commence par soi-même : « **Pour v, v prend la valeur v**», ou **v(v) = v**, etc. Et l'énoncé : «**a prend la valeur b** », n'est rien d'autre qu'une certaine **relation d'équivalence** ou d'**égalité**, qu'on peut noter par exemple « ≡», pour distinguer avec l'**égalité courante** « = ». Donc elle veut dire: « **a ≡ b**».

Autrement dit, «**a prend la valeur b** » est une manière de dire que **a** et **b** sont **égaux** au sens d'une certaine notion d'**égalité**, qui est celle typique des **variables**. Car ce sont elles qui **prennent pour valeurs** les éléments d'un ensemble **E** donné, appelé l'**ensemble de leurs valeurs**. Tout simplement, dire : **v(x) = x**, c'est dire: **v ≡ x**, pour **x**, et dire : **v(y) = y**, c'est dire: **v ≡ y**, pour **y**, etc., et donc, en particulier, dire : **v(v) = v**, c'est dire: **v ≡ v**, pour **v**. Il s'agit donc d'une **égalité** concernant **v**, mais au lieu d'être permanente, fixe, **constante**, c'est-à-dire d'avoir une **identité constante**, elle **varie**, elle dépend de l'élément **x** pour lequel elle est exprimée. Donc: **v ≡ x**, pour **x**, qu'on peut tout à faire dire aussi: **v = x**, pour **x**, en utilisant le signe courant « = », mais en relativisant à **x** . On peut simplement écrire aussi: **v** $=_x$ **x**, qui s'interprète comme: « **V EST x** selon l'**égalité relative à x** », ce qui signifie que tout objet **x** a une égalité qui lui est propre, «$=_x$ », qui se caractérise par le le fait que pour cette **égalité**, **v vaut x**. Et pour «$=_y$ » donc, **v vaut y**, et ainsi de duite. Différentes manières de dire exactement la même chose.

Et ensuite, le nom « **varid** » fait référence au fait que cette application est celle traditionnellement appelée **Identité** et notée « **Id** », et qui vérifie : **Id(x) = x**, pour tout élément **x**. Et enfin cette application est appelée « **vie** », car la **variabilité** ou le **dynamisme** est une **caractéristique** du **vivant**. Par opposition au **constant** ou au **statique** ou au **figé**, qui est une caractéristique du **mort**.

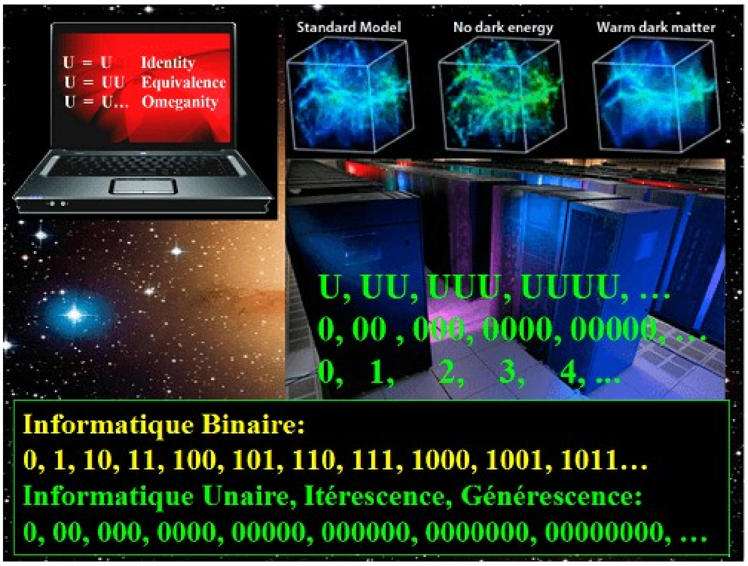
Une **variable** comme par exemple **v** « **prend des valeurs** » distinctes qui sont les éléments d'un ensemble **E** donné, comme par exemple l'ensemble des **entiers naturels N= {0, 1, 2, 3, 4, 5, ...}**. Dire que la **variable v** « prend ces valeurs » c'est ni plus ni moins dire qu'elle **s'égalise** avec chacune de ces valeurs, ce que l'on a l'habitude de noter: **v = 0, 1, 2, 3, 4, 5, ...**, ou : **v = 0, v = 1, v = 2, v = 3, v = 4, v = 5, ...**.

On voit alors immédiatement que l'habituelle **transitivité** est fortement mise à mal ici, car elle exige que l'on dise alors : **0 = 1 = 2 = 3 = 4 = 5, ...**, à savoir que tous les éléments de l'ensemble des **valeurs** prises par la **variable v** sont **égaux** entre eux! En effet, ils sont tous **égaux** à une même chose **v**, sauf alors si cette **égalité** associée à la notion de **variable**, qui est tout simplement aussi l'**égalité** associée à la notion d'**infini oméga**, a un sens différent de l'habituelle **identité**. Bien sûr que nous ne cessons de dire de livre en livre, de document en document, qu'il s'agit de la **relation d'équivalence**, qui est la notion d'**égalité** plus générale que l'**identité**. Mais même dans ce cas, la **transitivité** semble violée, dans la mesure où l'on a une situation du genre:
v = 0 et **v = 1** mais **0 ≠ 1**.
Mais ce n'est qu'une apparence car il s'agit justement d'une **varidalence**.

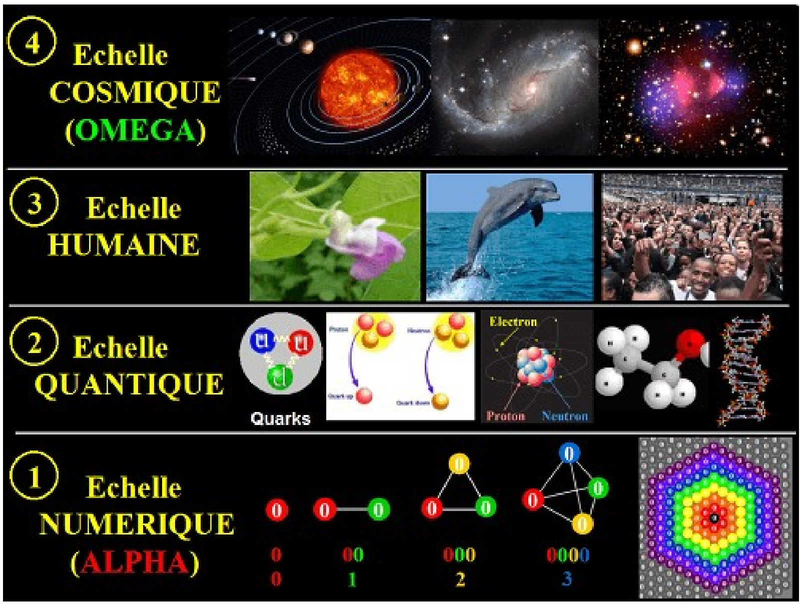
La **varitransitivité** est bel et bien vérifiée malgré les apparences:
v = 0 et **v = 1** donc **0 = 1**,
dans la mesure où l'on comprend qu'en fait deux **relations d'équivalence** ou **relations d'égalité** sont impliquées ici, la première étant une **équivalence plus stricte**, qu'on peut noter « == » et dont la **négation** est « /== », la **relation** notée « ≠ », la seconde étant celle notée « = », dont la **négation** est « /= ». La **relation** « == » est une **sous-équivalence** de « = », ce qui signifie que « == » et « = » sont deux **relations d'équivalence** dans **E**, telles que pour deux éléments **x** et **y** de **E**, on a :
x == y ⇒ x = y.

La **relation d'équivalence** est plus qu'une simple question d'étude de la notion d'**égalité**, et aussi bien plus qu'une question de mathématiques, mais c'est une question de physique la plus fondamentale, notamment ce qui est de plus en plus nommé la **physique informationnelle**, un domaine où l'on ne sépare plus **mathématiques**, **physique** et **informatique théorique** et même **informatique pratique**. Cela vient du fait que la notion de « **numérique** » au sens **informatique** du terme (à savoir la notion d'**information**, de **donnée**, etc.), et la notion « **numérique** » au sens **mathématique** du terme, à savoir la notion de **nombre**, comme celle de **nombres entiers naturels**, **N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...}**, sont une seule et même notion!

Une vérité fondamentale à comprendre à l'ère de l'**information** et du **numérique** est qu'en fait **TOUT et absolument TOUT dans l'Univers TOTAL est de l'INFORMATION**.



TOUT est donc numérique, malgré les apparences, et par exemple l'impression que nous pourrions avoir en touchant entre autres les **solides**.

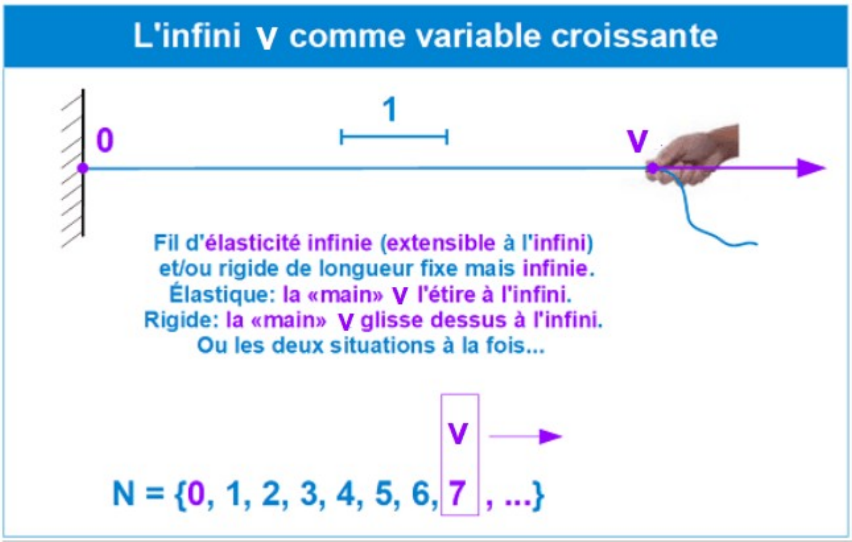


TOUT est donc en fait fondamentalement la répétition de l'**information U** ou **1**, autrement dit tout revient à dire uniquement : **U, UU, UUU, UUUU, UUUUU, …**, ou : **1, 11, 111, 1111, 11111, …**, et ce sont ces **itérations** de l'**information élémentaire U** ou **1** que nous appelons les **nombres entiers naturels: 1, 2, 3, 4, 5, …**. Ces **itérations** sont aussi ce que nous appelons des **informations unaires** d'**unit U**, ou **générescences** d'**unit U**, le mot « **unit** » s'opposant au mot « **bit** » quand il s'agit d'**informations** formées de deux **unités informationnelles**, le **0** et le **1**. Mais quand toutes les **informations** sont formées d'une seule **unité informationnelle**, nous parlons alors d'**unit**, et l'adjectif « **génératif** » fait justement référence au mot **générescence**, ou **génération** ou encore au verbe **générer**, pour dire donc que toutes les autres **informations** (ou **nombres**) sont **générées** à partir d'une seule **information élémentaire**, qui est donc la **génératrice de TOUT**, ou le **générateur de TOUT**, en parlant de l'**Univers TOTAL**.

Et ce verbe **générer** est techniquement la définition du verbe **créer**, comme par exemple quand on parle du « **Dieu créateur de TOUTES choses** » (Genèse 1 : 1). Le **Dieu** en question est donc l'**Univers TOTAL** et nous découvrons précisons la manière dont il **crée TOUT**, **génère TOUT**. Il est donc le **Générateur de TOUTES les choses**. Et il le fait par **itération indéfinie** de lui-même. Et ces itérations sont donc les **informations unaires** ou **générescences** ou **nombres entiers naturels** ou **ordinaux**: **U, UU, UUU, UUUU, UUUUU, UUUUUU, UUUUUUU, …**, ou : **1, 11, 111, 1111, 11111, 111111, 1111111, …**, ou: **1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …**.

Et le mot **ordinal** ou **cardinal** est parfaitement synonyme de cela, dans la nouvelle vision des choses. Ce sont différentes manières de parler des **nombres entiers**, **FINIS** ou **INFINIS**, auquel on ajoute le cas spécial du **zéro absolu**, dont il nous faut bien comprendre le sens à présent aussi.

Rien que cette liste des **informations unaires** ou **générescences** ou **nombres entiers naturels** ou **ordinaux**, est tout bonnement la description du fonctionnement de la **variable varid v**, et elle dit que cette **variable** prend pour **valeurs** les **entiers naturels**: **1, 2, 3, 4, 5, …**, en partant d'une **valeur initiale** ou **origine** appelée **o** ou **O**, qui signifie l'**absence de l'unité U** ou **1**.



Contrairement donc au **nombre entier 3** ou **UUU** par exemple, ou **7** ou **UUUUUUU**, qui est **constant** ou **fixe**, si nous devions écrire le **varid v** comme une **générescence** ou **information unaire** d'**unit U**, c'est-à-nous devrons d'une manière ou d'une autre utiliser un symbole indiquant que le nombre des **units U** n'est pas fixe mais augmente à chaque fois d'une **unité**, ce que nous appelons aussi la **générativité** ou parfois la **générité**. Et ce justement parce que le symbole pour indiquer que l'**itération** se poursuit **indéfiniment**, est le symbole « **...** » que nous appelons l'**opérateur GENER**. C'est bien lui que nous utilisons quand nous écrivons : **U, UU, UUU, UUUU, UUUUU, UUUUUU, UUUUUUU, …**, ou dans la liste : **1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …**, pour dire donc qu'elle se poursuit **indéfiniment**. Nous résumons cela par l'écriture « **U...** » ou « **1...** », à lire « **U GENER** » ou « **1 GENER** », pour dire donc que l'unit indiqué, ici donc **U** ou **1**, est à **répéter indéfiniment**. De manière générale, « **X...** » ou « **X GENER** » signifie qu'il faut **itérer**

l'information X indéfiniment. Donc « **0...** » ou « **0 GENER** » signifie qu'il faut **itérer l'information 0 indéfiniment**.

Et l'écriture « **U...** » ou « **1...** » est la manière dont nous définissons la **variable varid v** en tant que **générescence** d'**unit U** ou **1**. Autrement dit : **v = U… = 1…**.

Toute autre notion de **nombre** est définie à partir des **générescences** d'**unit U** ou **1**. Comme par exemple la notion de **zéro**, qui, **additivement** parlant, signifie l'**absence** de l'**information U** ou **1**, ce qui s'exprime donc par l'opération de **soustraction**:
1 – 1 = 0 ou **U – U = O**.
Ou devrions nous dire plus exactement:
1 – 1 = o ou **U – U = O**,
en distinguant donc le **zéro absolu o**, le **zéro additif** ou **élément neutre** de l'**addition**, avec le **zéro génératif 0**, que je nomme aussi le **zéro fractal**, ou encore le **zéro multiplicatif**, qui, lui, est le **U** ou **1** quand il est **rapporté à l'infinité**, à savoir **1/v**, que nous notons **ε**, si l'on prend pour infinité la **variable varid v**. Et si nous prenons pour **infinité** plutôt $\mathbf{v^v}$, ou « **v puissance v** », que nous notons **w**, alors **1 rapporté à l'infinité** est **1/w**, que nous notons **θ**. Mais nous préférons souvent choisir comme **infinité** $\mathbf{w^w}$, que nous notons **ω**, et alors **1 rapporté à l'infinité** est **1/ω**, que nous notons alors alors du symbole classique **0**.

Quand nous écrivons **1/v**, cela signifie qu'au départ nous donnons à cette expression la **valeur o** (c'est justement la logique de la **division omégacyclique par zéro**), puis en suite quand **v** est **1** ou **U**, **1/v** vaut **1/1**, et quand **v** est **2** ou **UU**, **1/v** vaut **1/2**, et quand **v** est **3** ou **UUU**, **1/v** vaut **1/3**, etc. Donc **v** étant **variable** et augmentant à chaque fois d'une **unité 1** ou **U**, le **rapport 1/v** est une **variable** aussi, qui par contre est de plus en plus petit.

Dans l'algèbre, l'arithmétique et l'analyse traditionnelles, on dit que « **1/v tend vers zéro quand v tend vers l'infini** ». Mais **v** ne tend pas vers l'**infini**, mais de par son fonctionnement de **variable croissante**, il est une nouvelle définition d'un **nombre infini**. Et **1/v** ou **ε** est un **zéro**, puisqu'il est l'inverse d'un **nombre INFINI** au sens que nous venons de définir.

On voit immédiatement que cette notion de **zéro**, qui s'exprime en terme de **rapport** ou de **division** et non pas d'**addition** ou de **soustraction**, comme c'est le cas de **O** ou **o**, le **zéro-origine** donc, est une autre notion de **zéro**, que **O** ou **o**, le **zéro absolu**, l'**élément neutre** de l'**addition**.

Signalons que dans les livres précédents, c'est **ω** et non pas **v**, qui est défini comme « **U...** » ou « **1...** ». Et aussi **w** a été défini comme « **U...** » ou « **1...** ». La structure étant fractale, l'infinité définie comme « **U...** » ou « **1...** » a finalement peu d'importance, la logique étant exactement la même.

Donc en posant: **v = U… = 1…**, cela signifie par exemple que si le **nombre des itérations** de l'**unit U** ou **1** est présentement **7**, autrement dit si la **valeur présente** de la **variable varid** est **v = 7**, alors **2v = 14**, **3v = 21**, $\mathbf{v^2 = 7^2 = 49}$, $\mathbf{v^3 = 7^3 = 343}$, et : $\mathbf{v^v = 7^7 = 823543}$, qui est la **valeur présente** de **w**, puisque par définition : $\mathbf{w = v^v}$. Et par définition aussi: $\mathbf{\omega = w^w}$, donc la valeur présente de **ω** est $\mathbf{823543^{823543}}$, quand donc la **valeur présente** de **v** est **7**.

Et quand **v** dans son évolution prendra la **valeur 10**, autrement dit le **nombre des itérations** de l'**unit U** ou **1** est présentement **10**, alors : **2v = 20**, **3v = 30**, $\mathbf{v^2 = 10^2 = 100}$, $\mathbf{v^3 = 10^3 = 1000}$, et :

$\mathbf{v^v = 10^{10} = 10000000000}$, qui est donc la **valeur présente** de **w**. Et la **valeur présente** de **ω** est alors $\mathbf{10000000000^{10000000000}}$. Et ainsi de suite. Le **nombre varid v** continue ainsi son évolution, sa **variation croissante** donc, et tout autre nombre défini à partir de **v**, comme **w**, ou **ω** ou autre, prend simplement sa valeur en conséquence.

Mais dans le cas du choix de définir **w** comme « **U...** » ou « **1...** », c'est lui qui devient la référence par rapport à laquelle tous les autres nombres se calculent. Quand alors **w = 10**, on a : $\mathbf{\omega = 10^{10} = 10000000000}$, tandis que **v** sera le nombre, pas entier, tel que : $\mathbf{v^v = w}$. donc tel que : $\mathbf{v^v = 10}$. Le nombre **v** est alors ce que j'appelle la **racine carrée de tétration de 10**, ou encore l'**audoracine de 10**, notée **aur(10)**. Sa valeur approximative est: **v = 2.5061841455887…**. C'est tout simplement la **variable aur(w)** qui aura exactement pour **valeur** le **nombre entier 7** quand la **variable w** aura exactement pour **valeur 823543**. Quand **w** valait **1**, **aur(w) valait 1** aussi, et quand **w** valait **4**, **aur(w)** valait **2**, et quand **w** vaudra **27**, **aur(w)** vaudra **3**, etc. Mais pour l'instant, comme **w** vaut **10**, qui est entre **4** et **27**, alors **aur(w)** a une valeur intermédiaire entre **2** et **3**, qui est donc: **v = aur(w) = 2.5061841455887…**.

Donc, dans le cas où c'est **w** qui est le **varid**, c'est-à-dire qui est défini comme : **w = U… = 1…**, ou (ce qui revient au même) l'application de **N** dans **Z** telle que: **w(n) = n**, pour tout entier **naturel n**, la **variable**, qui n'est donc le **varid** mais l'**audoracine** du **varid**, est en évolution pour valoir **3** quand **w** vaudra **27**. Elle est présentement **v = 2.5061841455887…**. Comme aussi le fameux nombre **PI = π = 3,1415926535897932...**, ou encore la fameuse **base du logarithme népérien**: **e = 2,71828182845904523...**, tous ces nombres ainsi que tous ceux que les paradigmes classiques qualifient d'« **irrationnels** », ce qui veut dire qu'ils ne sont pas des **fractions**, sont bel et bien des **rationnels** ou **fractions** dans le Nouveau Paradigme. En effet, ce sont tous des **rapports** de deux **nombres entiers variables**, ceux-ci étant des **rapports** entre deux **nombres entiers** classiques, autrement dit des **fractions** ou **rationnels** classiques, sauf que c'est juste qu'ils sont… **variables**! Au lieu donc d'être **rationnels constants**, **statiques**. C'est tout.

Ainsi donc, **v = 2.5061841455887…** est le **rapport p/q** entre le **numérateur entier variable croissant**:
p = 2, 25, 250, 2506, 25061, 250618, 2506184, …
et le dénominateur **entier variable croissant**:
q = 1, 10, 100, 1000, 10000, 100000, 1000000, ….
Autrement dit, on a :
v = p/q = 2/1, 25/10, 250/100, 2506/1000, 25061/10000, 250618/100000, 2506184/1000000, ...

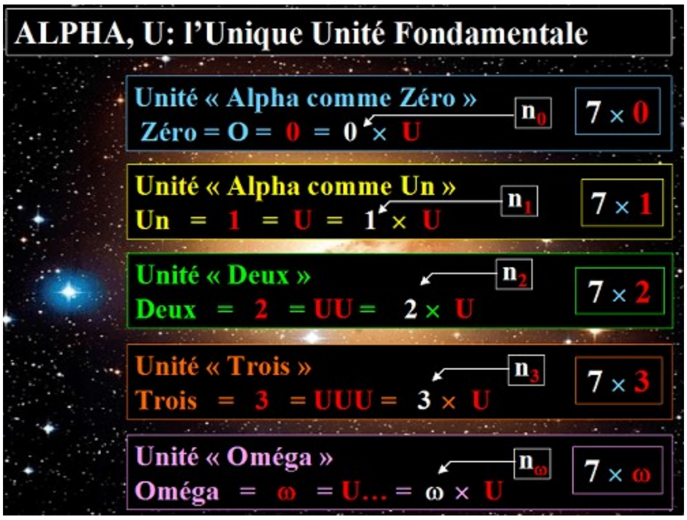
Une **fraction variable** donc, dont le **numérateur p** et le **dénominateur q** sont des **entiers variables croissants**, ou **croissants à partir d'un certain rang**, ce qui, dans le paradigme de l'**équivalence** et des **variables**, est la définition d'un **nombre entier infini**. Donc la valeur de la **variable v** ici, quand le **varid w** vaut **10**, est une **fraction p/q** dont le **numérateur** et le **dénominateur** sont des **nombres infinis**, au sens de l'**infinité** que nous avons définie.

Tous les **nombres réels** au sens classique du terme, qu'ils soient dits « **rationnels** » ou « **irrationnels** », sont des **nombres rationnels** (c'est-à-dire des **factions**) en ce nouveau et très naturel sens! Des **rationnels** tout ce qu'il y a de classique, mais simplement **variables**!

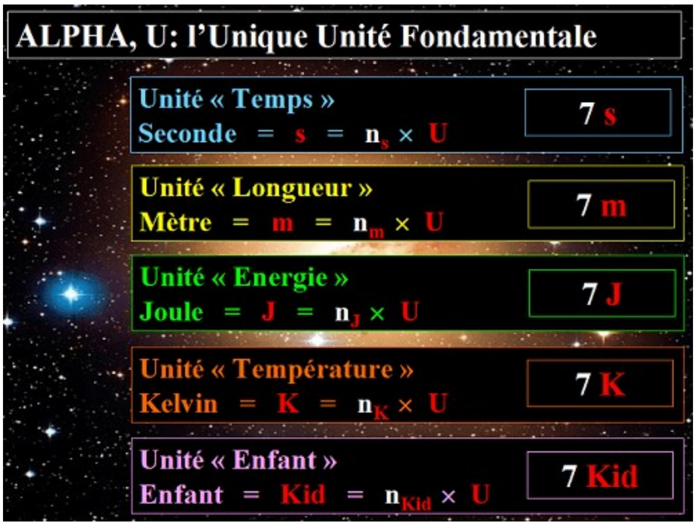
Mais revenons à nos **INFORMATIONS**. Puisque **TOUT est fondamentalement de l'information**, ou **TOUT est numérique**, les **informations** ou les **nombres purs** sont des objets

physiques donc aussi, l'**unité physique** fondamentale étant **U** ou **1**, qui représente donc l'**Univers TOTAL**.

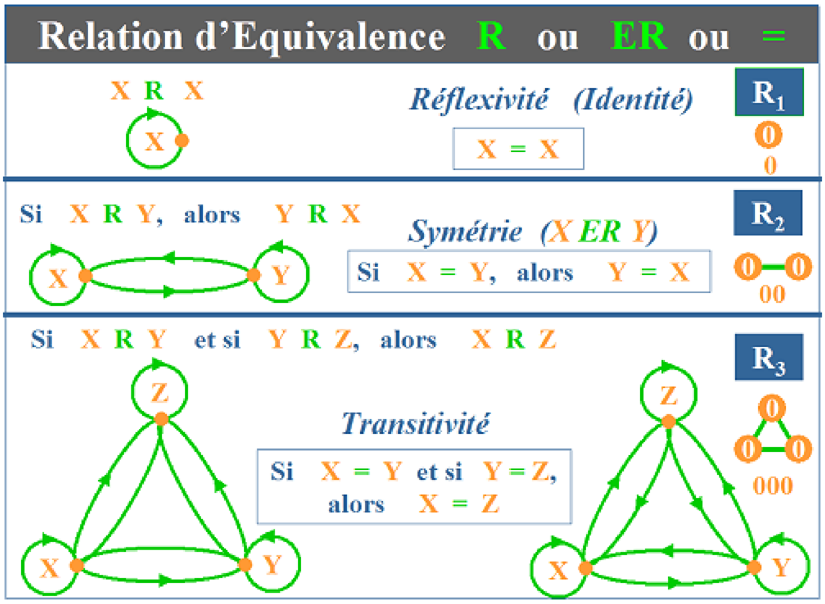
Les **informations unaires** ou **générescences** ou **nombres entiers naturels** ou **ordinaux**: **U, UU, UUU, UUUU, UUUUU, UUUUUU, UUUUUUU, …**, ou : **1, 11, 111, 1111, 11111, 111111, 1111111, …**, ou: **1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …**, les nombres dits « **sans dimension** » ou « **sans unité de mesure** », ont donc bel et bien une **unité de mesure**, qui est **U** ou **1**, l'**unité absolue**! Ces nombres s'écrivent aussi : **1×U, 2×U, 3×U, 4×U, 5×U, 6×U, 7×U, …**, ou : **1×1, 2×1, 3×1, 4×1, 5×1, 6×1, 7×1, …**, ou: **1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …**. Ils sont donc bel et bien sous la forme d'un **nombre mathématique multiplié** par une **unité de la physique**, sauf qu'il s'agit de l'**unité absolue**, **U** ou **1**, l'**unité universelle**, et c'est vraiment le cas de le dire!



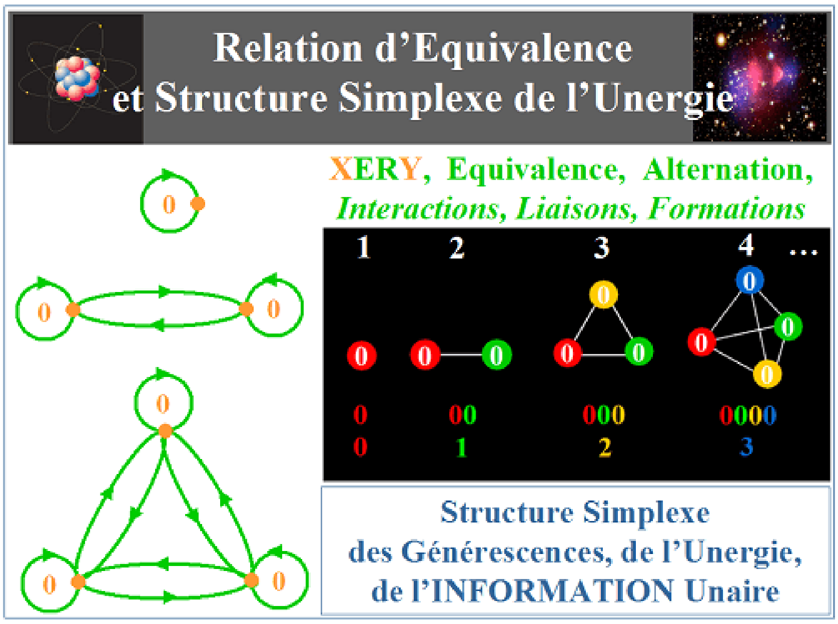
Les **unités traditionnelles** de la **physique**, et les grandeurs qu'elles mesurent, sont réalité des **nombres absolus** aussi, des **générescences**, des **informations unaires**, sauf qu'on les nomme des noms : **m, s, kg, C, J**, etc.



Les **générescences** ou **informations unaires** sont aussi la notion absolue d'**énergie**, l'**énergie universelle** aussi, que je nomme l'**unergie**, qui par définition est **positive**, au sens absolu du terme!
Et maintenant se pose la grande question de l'**absence** de cette **unergie** ou **énergie informationnelle** ici ou là, de sa **soustraction,** de son **vampirisme** par les êtres **déconnectés** de l'**Univers TOTAL**, les être en étant de **Négation** de l'**Univers TOTAL**, qui incarnent de ce fait la négation de cette **unergie** ou sa **négativation**. Dans tous les cas il s'agit d'**absence** d'**unergie**, de **déficit** d'**unergie**, etc., qui est alors la définition de l'**énergie négative**, que nous appelons l'**onergie** (nous y reviendrons).
Même si la question a été amplement étudiée dans les livres précédents, notamment : **L'Univers TOTAL l'Alpha et l'Oméga**, et plus spécialement encore aux chapitres II et III, nous allons, dans la droite ligne de ce que nous venons d'expliquer concernant l'**INFORMATION**, la nature **FRACTALE** de l'**Univers TOTAL**, revenir l'idée la **relation d'équivalence** est plus qu'une question mathématique concernant la notion d'**égalité**, mais touche à la **structure physique** même de l'**Univers TOTAL**.



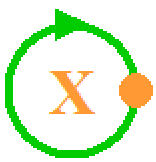
Comme on peut le constater, ces propriétés de la **relation d'équivalence**: la **réflexivité**, la **symétrie** et **transitivité**, portent sur **1 élément**, **2 éléments**, sur **3 éléments**. Et les **structures** associées, que j'appelle les **structures du XERY**, d'un point de vue visuel ou physique, évoquent le **Point**, le **Segment**, le **Triangle**, et si l'on continuait, ce serait un **Tétraèdre** avec **4 éléments**, puis le **Pentaèdre**, etc. Bref, des **structures** spéciales appelées les **structures simplexes**.



On dit qu'une **relation binaire** $\mathcal{R}$ quelconque dans un ensemble **E** est une relation totale si tout élément de **E** est en **relation** avec lui et avec **tous les autres**. Autrement dit, pour deux éléments quelconque **x** et **y** de **E**, identiques ou différents, on a : $x \mathcal{R} y$. Du point de vue des **graphes** des **relations binaires**, cela veut dire qu'on a tous les **couples (x, y)** dans le **graphe** de la **relation**.

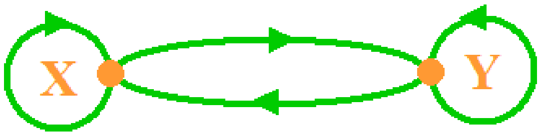
On vérifie très aisément qu'une **relation totale** dans un ensemble **E** est une **relation d'équivalence**, que nous appelons la **relation d'équivalence universelle** dans **E** ou **relation de XERY** dans **E**. Si **E** possède **n éléments**, nous disons que cette **relation totale** est un **XERY n** ou un **XY_n** ou un **Simplexe n** ou **Polyèdre n**:

Si **E** ne possède qu'**un seul élément x**, alors la **relation totale** dans **E** est le **XERY 1** ou **Simplexe 1**, et elle se matérialise par le fait qu'une flèche par de cet unique élément vers lui-même.



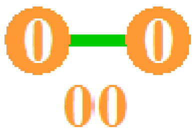
C'est ce que je nomme la **boucle de réflexivité** ou **boucle d'identité**, et cela représente un « **Point** » dans le langage des **graphes** de l'**équivalence**. C'est la première des **structures simplexe**, et voici la **structure** des **générescences** ou **informations unaires** correspondante:

Si **E** ne possède que **2 éléments x** et **y**, alors la **relation totale** dans **E** est le **XERY 2**, et elle se matérialise par **2 boucles de réflexivité** et deux **flèches aller-retour** de **symétrie**.

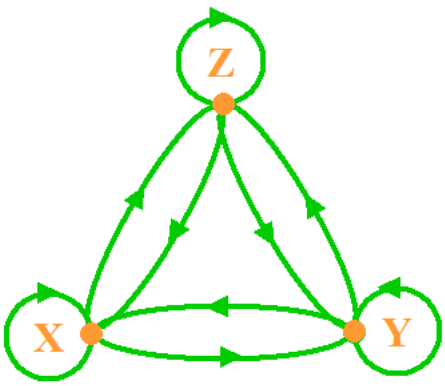


Le XERY 2 ou « Fuseau du XERY »
ou « Segment du XERY »

J'appelle la **structure** du **XERY 2** le **Fuseau du XERY** ou le **Segment du XERY** ou encore le **Segment de Symétrie** (en parlant de la **symétrie** de la **relation d'équivalence**). C'est la deuxième des **structures simplexes**, et voici la **structure** des **générescences** ou **informations unaires** correspondante:

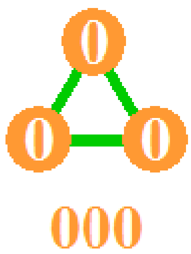


Si **E** ne possède que **3 éléments x**, **y** et **z**, alors la **relation totale** dans **E** est le **XERY 3**, et elle se matérialise par **3 boucles de réflexivité** et **3 segments du XERY**.

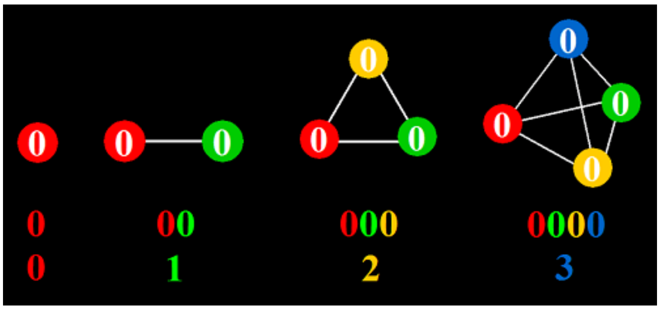


Le XERY 3 ou « Triangle du XERY »

J'appelle la **structure** du **XERY 3** le **Triangle du XERY**, ou encore le **Triangle de Transitivité** et aussi de **Varitransitivité**. C'est la troisième des **structures simplexes**, et voici la **structure** des **générescences** ou **informations unaires** correspondante:



Et les **structures simplexes** de la **relation d'équivalence totale** ou **XERY n** se poursuivent ainsi, avec le **Tétraèdre**, puis le **Pentaèdre**, etc.



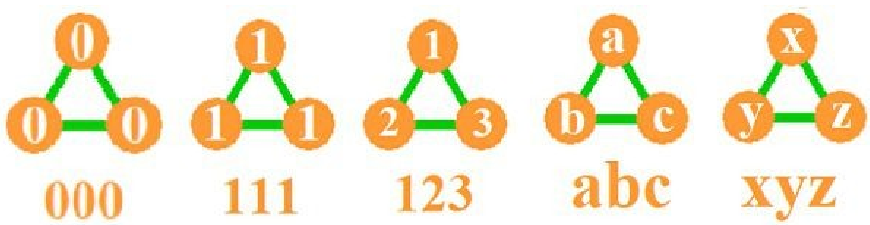
Connaissant cette logique de **structure simplexe** des **classes d'équivalence** ou **classes de XERY**, on sait aussi que pour un ensemble **E** à **n** éléments, construire toutes les **relations d'équivalence** dans **E** c'est construire toutes les combinaisons possibles de ces **structures élémentaires** que sont les **simplexes**. Le **nombre** de **toutes les combinaisons** possibles pour **n** est le **nombre de Bell**, noté **B_n**.

Si donc **E** n'a aucun élément, autrement dit si **n = 0**, on a une **relation binaire vide**, qui est une relation d'équivalence triviale, donc on a: **$B_0 = 1$**.

Si donc **E** n'a qu'un seul élément, autrement dit si **n = 1**, alors la seule combinaison de **simplexe** possible est le **Point**. Donc **$B_1 = 1$**.

Et si **n = 2**, alors on a **2** possibilités de combinaisons : soit **2 Points**, soit **1 Segment**. Donc **$B_2 = 2$**. Avec **n = 3**, on a **1** possibilité faite de **3 Points**, ou **3** possibilités faites de **1 Point** + **1 Segment**, ou **1** possibilité de **1 Triangle**, donc en tout **5** possibilités de **relations d'équivalence**, donc **$B_3 = 5$**. Et ainsi de suite.

Ce cas de la décomposition du **Triangle** en **simplexes** plus petits commence à être très instructif sur la **logique** des **génerescences** ou **informations unaires**, sur leurs **structures**, leur **fonctionnement**, etc. Et cette **logique**, c'est précisément la **Relation d'Équivalence**, le **XERY**, la **Fractale**, le **Cycle**, l'**Alternation**.



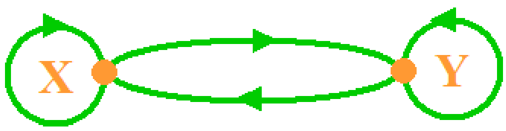
Nous avons à la base une seule **unité informationnelle**, qui est l'**Univers TOTAL**, **U**, qui **EST TOUT**, qui **FAIT TOUT**. Son **opération** la plus fondamentale, de laquelle toutes les autres découlent, c'est l'**itération**, autrement dit la **répétition** simple et « bête » et **indéfiniment** de l'**unité informationnelle U**, qui dit : « **Je suis l'Alpha et l'Oméga** ». Toute la simplicité biblique et le **génie divin** et l'**ingénierie divine** est là (voir Genèse 1 : 1 ; Jean 1 : 1 ; Apocalypse 1 : 8 ; 21 : 1-7 ; 22 : 13)! L'**itération** d'un seul être fondamental **U**.

U est l'**Ensemble de TOUTES les choses et de TOUS les êtres**, le **Grand TOUT**, l'**Unique Ensemble**, l'**Unique Chose**, l'**Unique Etre**, l'**Unique Nombre**, l'**Unique Information**, etc. Etant **Unique** de nature même, de par sa définition même, il n'a donc que lui-même pour **TOUT créer**, c'est-à-dire techniquement pour **TOUT générer**. Comment fait-il alors ?

Le problème est à la fois aussi simple et aussi compliqué que de se demander : « Comment **former** tous les **chiffres**, tous les **nombres**, tous les **ensembles**, toutes les **structures** ou **espaces numériques**, etc., avec **UN SEUL NOMBRE de base**, **o**, ou **0**, ou **1**, ou **ω**, ou tout ce qu'on veut? » Ou encore : « Comment **former** toutes les **informations** avec **UNE SEULE INFORMATION élémentaire**, **o**, ou **0**, ou **1**, ou **ω**, ou tout ce qu'on veut?» Ou encore : « Comment **former** toutes les **lettres**, tous les **mots**, toutes les **phrase**s, tous les **paragraphes**, tous les **textes**, tous les **livres**, toutes les **bibliothèques**, etc., avec **UNE SEULE LETTRE DE BASE**, **a** par exemple, ou **e**, ou **u**, ou **x**, ou tout ce qu'on veut ? ».

Et la solution est à la fois aussi compliquée et aussi simple que de dire : « En **ITÉRANT indéfiniment** ce **nombre unique**, cette **information élémentaire**, cette **unique lettre** de cet alphabet spéciale d'une lettre » ! Ces **itérations**, que nous appelons **générescences** ou **informations unaires** donc, sont ce qu'on appelle couramment aussi les **nombres**, les **mots**, les **informations**, les **ensembles**, les **choses**, les **êtres**, etc.!
Et avec le **Triangle de Transitivité**, ou de **Varitransitivité**, nous commençons à comprendre d'abord la **puissance** de l'**itération** qui se manifeste déjà avec la **Symétrie** ou le **XERY 2**. A savoir déjà qu'une seule et même chose, **U** ou **O** ou **o** ou **0** ou **1** ou **a** ou **x**, etc., puisse engendrer ou générer **deux choses différentes**. Le secret est donc l'**itération** : **UU** ou **OO** ou **oo** ou **00** ou **11** ou **aa** ou **xx**, etc. Et la chose unique, **X**, avec laquelle on n'avait que la **réflexivité** ou l'**identité** (oui l'**identité** de la chose avec elle-même), à savoir: **X = X**, en écrivant cela avec le courant signe de l'**égalité**, engendre par **itération** la seconde chose, **XX**, que nous notons **Y**. Et comme à la base **Y** ou **XX** est **X**, mais simplement est une **itération** de **X**, différente de **X**, on a donc la toute première expression de l'**équivalence** entre deux choses différentes : **X = XX**, ou: **X = Y**.

Mais on a toujours la **réflexivité** ou **identité**, qui est une égalité plus stricte que celle qu'on vient d'écrire, et qui est donc : **X = X** et **Y = Y**. Autrement dit, les deux **boucles de réflexivité**, respectivement pour **X** et pour **Y**. En c sens plus **stricte** de l'**égalité**, on n'a pas : **X = Y** ou **Y = X**, c'est-à-dire : **X = XX** ou **XX = X**. On pouvait d'ores et déjà introduire un nouveau signe de l'**égalité**, «==», pour désigner l'**égalité** plus **stricte** qu'exprime la **réflexivité** ou l'**identité**, à savoir: **X == X** et **Y == Y**, autrement dit: **X == X** et **XX == XX**, et pour dire donc qu'avec: **X = Y** ou **Y = X**, c'est-à-dire : **X = XX** et **XX = X**, qui est une **égalité** entre deux choses distinctes, commence une autre **égalité**, ou la même **égalité** mais de **striction** plus petite. C'est donc tout cela que raconte déjà le **Segment de Symétrie**, ou **XERY 2**, ou **Simplexe 2**:



Le XERY 2 ou « Fuseau du XERY »
ou « Segment du XERY »

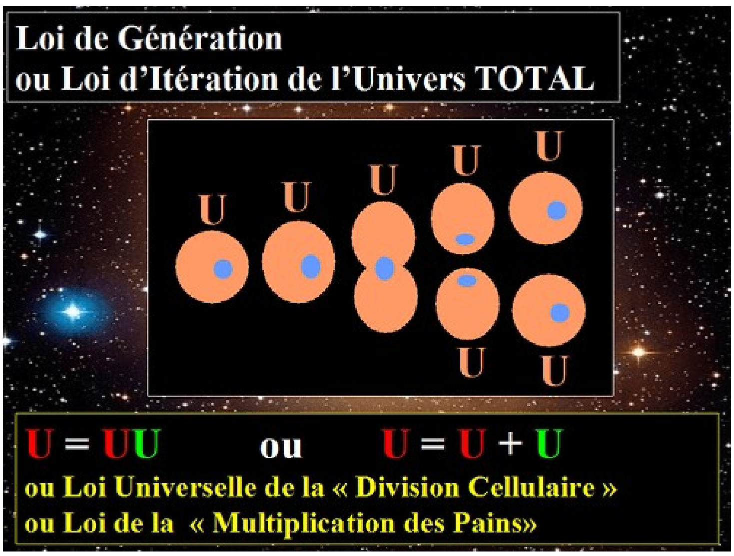
Ou :

Dans l'absolu, puisqu'on a une seule **unité informationnelle** qui s'**itère** et **génère** tout, peu importe si on la nomme **0**, **1**, **a**, **u** ou **x**, etc., les deux **units** de l'**itération**, **0** et **0**, **1** et **1**, **a** et **a**, **u** et **u**, **x** et **x**, etc., sont **indiscernables**, ils sont **indifférenciés**, ce que signifie la **réflexivité** ou l'**identité**. Mais il est très clair aussi que, qui dit **ITÉRATION** ou **RÉPÉTITION** d'une **information**, ou simplement **DEUX**, dit forcément aussi que l'on se met à distinguer les deux **occurrences** de la même **information**, à dire par exemple que l'un est **Avant**, l'autre est **Après**, ou que l'une est **Gauche**, l'autre est **Droite**, **Haut** et **Bas**, etc., ou simplement **Premier** et **Deuxième**. Dans tous les cas, l'une est **X** et l'autre **XX** ou **Y**.

Si par exemple **X** est appelé **0**, **Y** pourra être appelé **1** par exemple aussi. Et si **X** est appelé **1**, **Y** pourra être appelé **2**. Et si **X** est appelé **a**, **Y** pourra être appelé **b**, etc.

Voici donc comme le même objet fondamental, peu importe comment on l'appelle, la même **unité informationnelle** donc, juste en raison de son **itération**, **génère** ou **engendre** ou crée deux objets **distincts**, **différents**! L'**Unité** et l'**Unicité** de l'**Univers TOTAL** étant ainsi brisée pour les besoins de la **Différenciation** ou de la **Diversité**, doit dans le même temps être maintenue d'une autre façon. La clef de l'**équivalence** est là, le « **différent et pourtant même, le même et pourtant différent** », comme j'ai l'habitude de le dire ailleurs.

Comment donc dire que **deux choses différentes** sont pourtant la **même chose**? Le secret s'appelle l'**équivalence**. Et comment dire qu'une **même chose** est pourtant **deux choses différentes**? Le secret s'appelle l'**itération** ou la **génération** (l'**engendrement** ou la **création**) des **identités!** Au sens fondamental c'est la même chose que l'**opération** de **division**, comme quand on parle par exemple de la **division cellulaire** ou la **multiplication des pains** dans l'évangile :



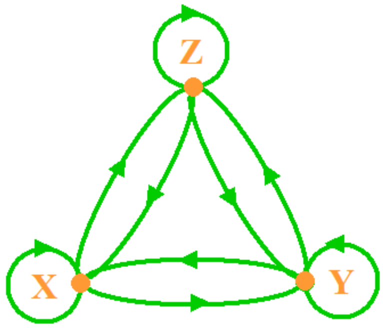
Les **deux units** U, ou **o**, ou **0**, ou **1**, ou **a**, ou **x**, etc., même s'ils sont le **même unit**, du moment où l'ont dit « **DEUX** », ils sont **différenciés** et ont chacun son **identité propre**. La manière la plus fondamentale d'exprimer cette **différence** est de dire que le **premier** est **U** et le **deuxième** est... **UU**, qu'on peut appeler alors **V** par exemple; ou que le **premier** est **o** et le **deuxième** est **oo**, qu'on peut appeler alors **u**; ou que le **premier** est **0** et le **deuxième** est **00**, qu'on peut appeler alors **1** (dans ce cas nous disons que c'est la définition **ordinale** du **1**, c'est-à-dire relative à l'**ordre** et non pas à la **quantité**, et du point de vue de l'**ordre**, **1** vient après **0**; ne pas confondre alors avec la définition **cardinale** du **1**, qui quant à elle fait référence à la **quantité**; d'un point de vue **cardinal**, c'est simplement **00** ou **2×0** qui vient après **0**, et **1** est alors **0×ω**, c'est-à-dire la **multiplication** de **0** par l'**infini** qui lui est associé, noté **ω**, et qui est son parfait **inverse**); ou que le **premier** est **1** et le **deuxième** est **11**, qu'on peut appeler alors **2** (et là c'est la définition **cardinale** de **2** à partir de **1**) ; ou que le **premier** est **a** et le **deuxième** est **aa**, qu'on peut appeler alors **b**; ou que le **premier** est **x** et le **deuxième** est **xx**, qu'on peut appeler alors **y**. Et ainsi de suite.

L'**itération** et la **différenciation** qui lui est très étroitement associée, engendre ainsi la **diversité** des **informations**, des **notions** et des **choses** dans l'**Univers TOTAL**. Et aussi, les racines absolues de la **relation d'équivalence** se trouve là, justement. Car là où une même **unité informationnelle X** (peu importe donc comment on la nomme, la logique est la même) engendre toutes les **informations** par simple **itération**, toutes ces **informations** bien évidemment sont toutes les différentes manières de dire **X**. Ce sont toutes les versions de **X**, toutes sont donc **équivalentes** à X, et **X** est **équivalent** à toutes. La notion de **varidativité** ou de **variabilité** ne dit rien d'autre que ça aussi, justement, oui c'est la notion de **variable** que nous venons d'exprimer ainsi, dans son sens le plus fondamental, tel que les **générescences** ou **informations unaires** nous le font comprendre.

L'**opération** de l'**itération** de l'**unité information U** ou de toute autre **unité informationnelle X**, qui dans sa toute première exécution s'écrit: **U → UU**, ou : **X→ XX**, nous apprend un première grande chose: il nous appartient de décider de voir les deux **units** « **U** » et « **U** », ou « **X** » et « **X** », résultant de l'**itération**, comme étant toujours un **même** et **unique objet**, ou s'ils sont **deux objets distincts**. Ou, ce qui revient au même, la question est de savoir si **U** et **UU**, sont l'**unique U**, ou si **o** et **oo**, sont l'**unique o**, ou si **1** et **11**, sont l'**unique 1**, ou si **0** et **00**, sont l'**unique 0**, ou si **a** et **aa**, sont l'**unique a**, ou si **x** et **xx**, sont l'**unique x**, etc., ou s'ils sont distincts, et dans ce cas s'ils **NE SONT QUE DISTINCTS**. Dans le premier cas nous avons le **démon de la confusion des identités**, et dans le second cas nous avons le **démon de la séparation des êtres**! Notre logique est alors celle de la **Négation** ou de l'**Identité**.

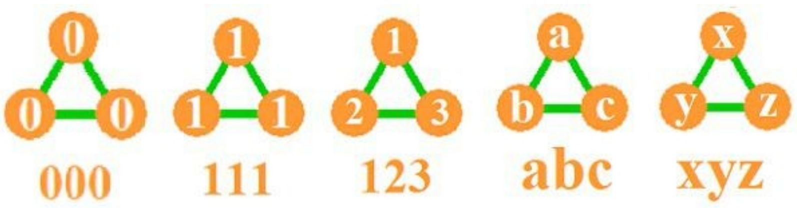
Mais il vaut mieux n'être possédé ni par l'un ni par l'autre des deux **démons**, qui ne sont que les faces du même **démon**! Le mieux est de voir les deux **units** « **U** » et « **U** », ou « **X** » et « **X** », c'est-à-dire **U** et **UU**, ou **X** et **XX**, à la fois comme étant un **unique objet U** ou **X**, et à la fois comme étant **deux objets distincts**, car ils sont aussi **distincts** que **1** et **2**! Voir l'**Univers** et les choses ainsi, c'est être habité par l'**ange de l'équivalence et du XERY**, autrement dit notre logique est celle de l'**Alternation** (ou **Affirmation**) ou de l'**Equivalence**.

Le **XERY 2** ou **Segment de Symétrie** nous apprend donc déjà beaucoup de vérités fondamentales. Sur la **relation d'équivalence** et sur la **nature**, la **logique** et le **fonctionnement** de l'**Univers TOTAL**. Avec le **Triangle de Transitivité**, le **XERY 3** donc, ou **Simplexe 3**, notre compréhension des choses est encore plus riche et profonde :



Le XERY 3 ou « Triangle du XERY »

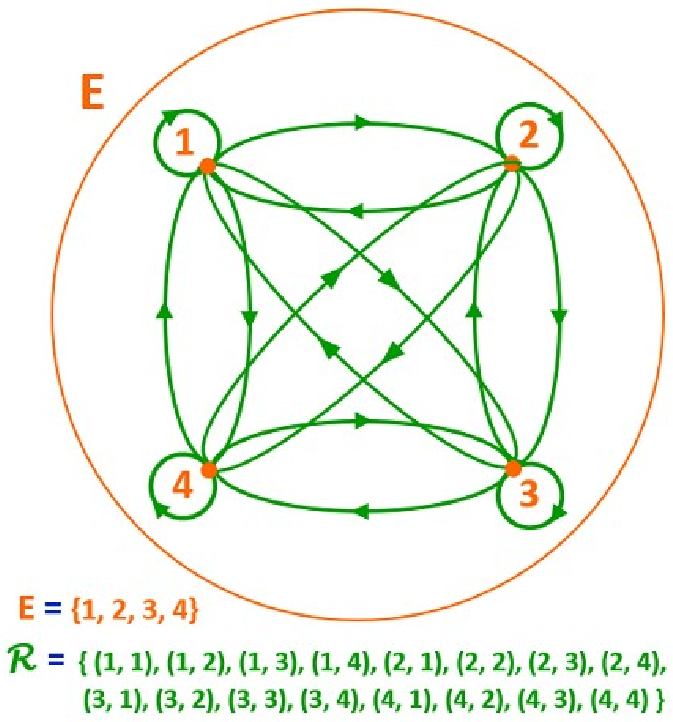
Ou :



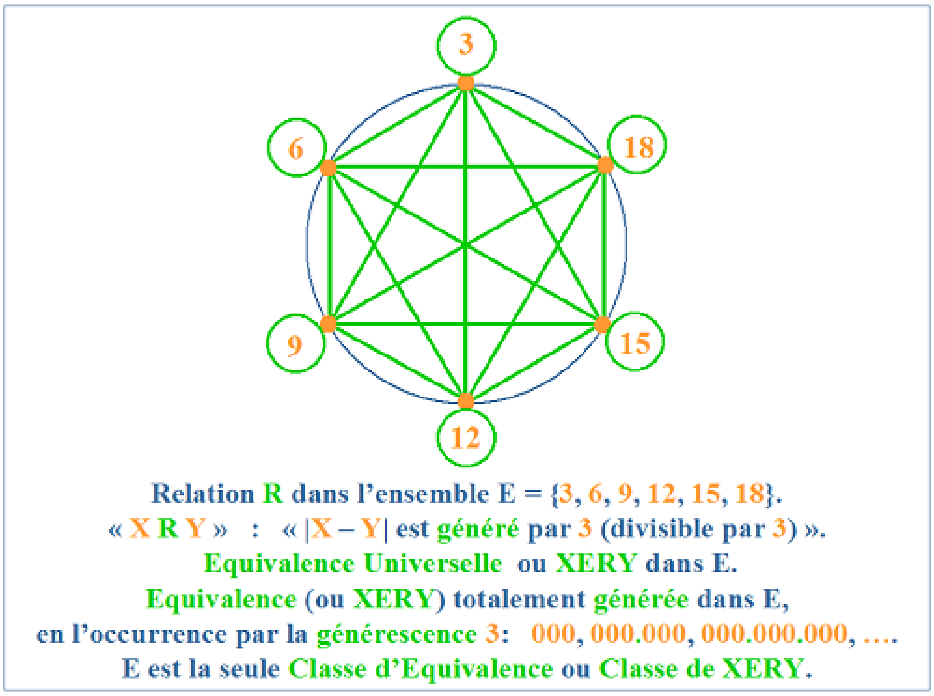
Cette situation survient après **2 itérations** de l'**unité informationnelle** utilisée, **U** ou une **unité** quelconque **X**. Autrement dit, on applique **2** fois l'**itération** de base:
U → UU ou : **X → XX**.

Cela donne alors: **U → UU → UUU**, ou: **U → V → W**.
ou: **X → XX → XXX**, ou: **X → Y → Z**.
C'est la même question de savoir si l'on voit les trois **générescences**:
U, UU, UUU, ou : **X, XX, XXX**,
c'est-à-dire : **U, V, W**, ou : **X, Y, Z**,
mais on pourrait dire aussi les nombres : **1, 2, 3**, comme étant l'**unique objet** ou des **objets différents**. La réponse pour un esprit fonctionnant avec l'**Equivalence** est bien entendu: les deux !

Voici maintenant le **graphe** du **XERY 4** ou **Tétraèdre du XERY** ou **Simplexe 4**:



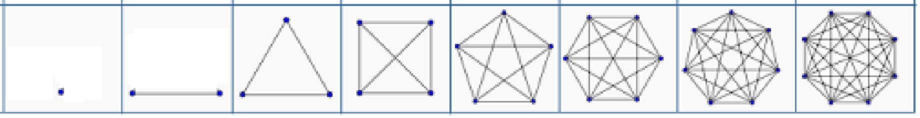
Et un **graphe** de
XERY 6 ou **Hexaèdre du XERY** ou **Simplexe 6**:



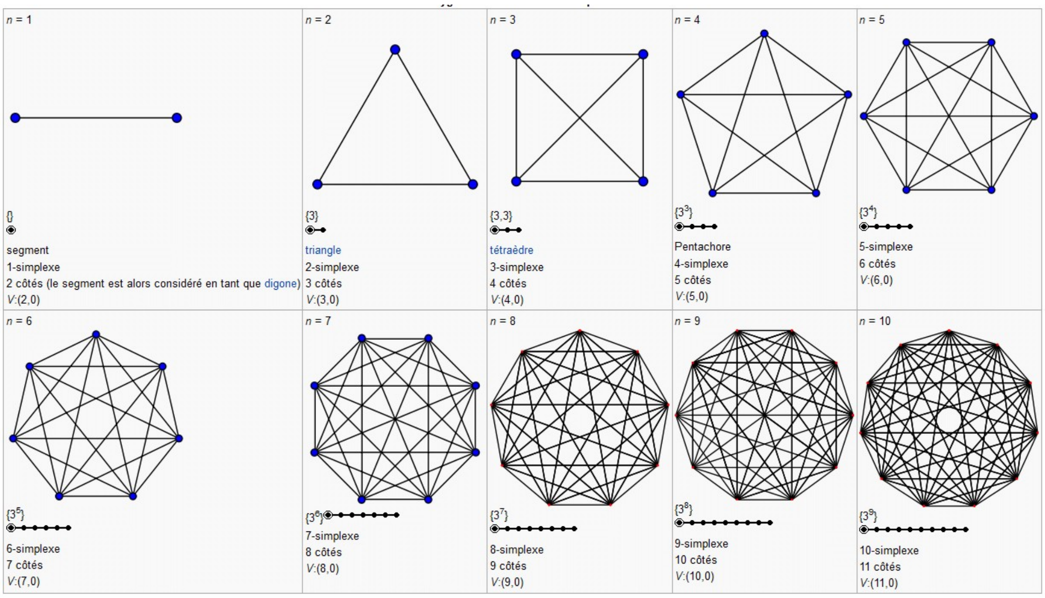
Au lieu de l'ensemble: **E = {3, 6, 9, 12, 15, 18}**, on aurait pu prendre: **E = {1, 4, 7, 10, 13, 16}**, avec la même relation $\mathcal{R}$ définie par: **x $\mathcal{R}$ y ⇔ |x – y| est un multiple de 3**. C'est une relation de **XERY 6** ou **Simplexe 6** aussi. Et voici différents **Simplexe n** et leurs liens avec le **(n-1)-simplexe**, c'est-à-dire les **Polyèdres** représentés dans le plan comme des **Polygones de Pétrie**:

Polygones de Petrie du XERY

Générescence ou Unergie n	1 0	2 00	3 000	4 0000	5 00000	6 000000	7 0000000	8 00000000
Dimension (n-1)	0	1	2	3	4	5	6	7
(n-1)-Simplexe du XERY								

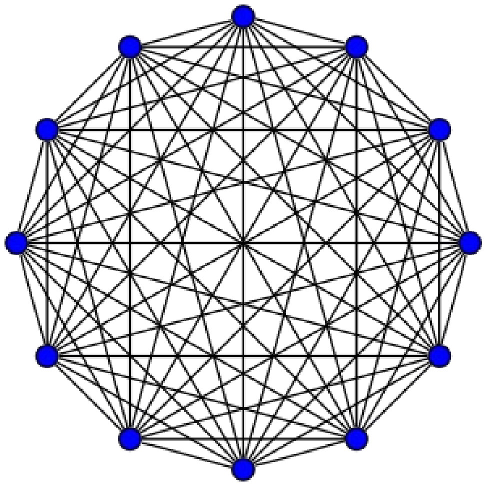


*Nous convenons de dire **XERY n** ou **Simplexe n***
*pour indiquer le **nombre des éléments** de l'ensemble $\mathbf{E_n = \{1, 2, 3, \dots, n\}}$*
*sur lequel on définit la **relation d'équivalence** et notamment d'**équivalence totale** ou **XERY**.*
*Il lui correspond le **(n-1)-simplexe**, qui signifie le **simplexe de dimension n-1**,*
car l'usage classique veut que l'on désigne les simplexes
*par leur **dimension** en tant qu'**objet géométrique**, que par le **nombre de leur sommets**.*
*Ainsi, le **XERY 1** ou **Simplexe 1** ou **Point** est un objet de **dimension o**, dont est le **o-simplexe**.*
*Et le **XERY 2** ou **Simplexe 2** ou **Segment** est un objet de **dimension 1**, donc est le **1-simplexe**.*
*Et le **XERY 3** ou **Simplexe 3** ou **Triangle** est un objet de **dimension 2**, donc est le **2-simplexe**.*
*Et le **XERY 4** ou **Simplexe 4** ou **Tétraèdre** est un objet de **dimension 3**, donc est le **3-simplexe**.*
*Et ainsi de suite. Mais nous utiliserons de préférence l'appelation « **Simplexe n** ».*



Ceci dit, quand on observe le **Triangle de Transitivité** ou **XERY 3** ou **Simplexe 3** ou **2-simplexe**, on s'aperçoit qu'il est fait de **3 Segments de Symétrie** ou **XERY 2** ou **Simplexe 2** ou **1-simplexe**. Et on voit aussi que les différentes **sous-relations d'équivalence** de ce **Simplexe 3** sont les différences manières de le **décomposer** en **simplexes plus petits** ou **identiques** à lui. Et cela se fait selon que l'on décide de voir telles ou telles **générescences** comme étant **égales** ou non, c'est-à-dire **équivalentes** ou non.

Voici le (**graphe** du) **XERY 12** ou **Simplexe 12** ou le **11-simplexe**:



Mais revenons au **XERY 3**.
On peut par exemple décider de nous en tenir à l'**identité stricte**, et dans ce cas le **Simplexe 3**, ou **triangle abc**, se décompose en ses **3 Points** ou **3 Simplexes 1**, à savoir: **a + b + c**. C'est la première **sous-équivalence** possible du **simplexe abc**.
Mais on peut aussi **décomposer** ce **Simplexe 3** en **1 Point** et **1 Segment**.
Et là se présentent trois possibilités :
a + bc, **b + ac**, **c + ab**.

Et la dernière possibilité de décomposition du **simplexe abc** est de le laisser tel quel. Au final donc, on a les **5 sous-équivalences** de ce **simplexe** :
a + b + c
a + bc
b + ac
c + ab
abc.

Donc le **nombre de Bell** pour le **Simplexe 3** ou **abc** est: $\mathbf{B_3 = 5}$.

Qu'est-il maintenant pour le **Simplexe 4** ou **abcd**, dont le **graphe** a été vu plus haut? Voici donc ses **15** s**ous-équivalences** :
a+b+c+d (**identité totale** ou **4 Simplexes 1**)
a+b+cd (**2 Simplexes 1 + 1 Simplexe 2**)
a+c + bd (idem)
a+d + bc (idem)
b+c + ad (idem)
b+d + ad (idem)
c+d + ac (idem)
ab + cd (**2 Simplexes 2**)
ac + bd (idem)
ad + bc (idem)
a + bcd (**1 Simplexe 1 + 1 Simplexe 3**)
b + acd (idem)
c + abd (idem)
d + abc (idem)
abcd (**1 Simplexe 4**)

Donc le **nombre de Bell** pour le **Simplexe 4** ou **abcd** est: $\mathbf{B_4 = 15}$.
On aura de la même façon : $\mathbf{B_5 = 52}$, et $\mathbf{B_6 = 203}$, et $\mathbf{B_7 = 877}$, etc.

Supposons que pour un **n** donné, on connaisse tous les $\mathbf{B_k}$, de **k** allant de **0** à **n**, c'est-à-dire on connaît : $\mathbf{B_0}$, $\mathbf{B_1}$, $\mathbf{B_2}$, $\mathbf{B_3}$, …, $\mathbf{B_n}$, parce qu'on les a déjà calculés. Peut-on alors, à partir de ce prérequis calculer $\mathbf{B_{n+1}}$? La réponse est oui.

En effet, le calcul part du constat suivant : pour un **Simplexe n** ou **n-simplexe** donné, et une de ses **décompositions** $\mathcal{R}$ qui est l'une de ses **sous relations d'équivalences**, si $\mathcal{R}$ a un **Simplexe k**, avec: $\mathbf{0 \leq k \leq n}$, alors en **décomposant** le **Simplexe k**, les **relations d'équivalences** obtenues sont encore des **sous-relations** du **Simplexe n**.

Par exemple, plus haut, on a vu que le **Simplexe 4** ou **abcd** a comme **sous-relation d'équivalence** la **décomposition**: **a + bcd**, et **bcd** est un **Simplexe 3**. En le **décomposant** par exemple en: **b + cd**, on obtient : **a + b +cd**, qui est encore une **sous-relation d'équivalence** du **Simplexe 4**, à savoir **abcd**.

Toutes les **sous-relations d'équivalence** du **Simplexe k** sont ainsi obtenues en décomposant tous ses propres **sous-simplexe**, jusqu'aux **Simplexes 1**. Et de même toutes les **sous-relations d'équivalence** du **Simplexe n** sont ainsi obtenues en décomposant tous ses propres **sous-simplexes**, et enfin toutes les **sous-relations d'équivalence** du **Simplexe n+1** sont obtenues en décomposant tous ses propres **sous-simplexes**, qui vont du **Simplexe k=1** au **Simplexe k=n**.

Et dans le **Simplexe n**, il y a $\mathbf{C_n^k}$ **Simplexes k**, où $\mathbf{C_n^k}$ couramment noté aussi $\mathbf{(^n{}_k)}$ est le **coefficient binomial (n, k)**. Et chacun de ces **sous-simplexes** a $\mathbf{B_k}$ **sous-relations d'équivalences**. Il ne reste plus qu'à ajouter le **Simplexe (n+1)** lui-même, pour avoir le **nombre** cherché $\mathbf{B_{n+1}}$ de toutes ses **sous-relations d'équivalence**. Et comme on n'a qu'un seul **Simplexe (n+1)**, le **1** à ajouter aux calculs des $\mathbf{B_k}$ pour **k** allant de **k=1** à **k=n**, est comme de calculer pour **k** allant de **k=0** à **k=n**, puisque que $\mathbf{B_0 =1}$. Il faut donc multiplier le **nombre** $\mathbf{C_n^k}$ des **Simplexes k**, par $\mathbf{B_k}$, et additionner le tout de **k=0** à **k=n**, pour avoir $\mathbf{B_{n+1}}$. Voici la formule de récurrence:

Nombre de Bell

$B_0 = 1, \quad B_1 = 1, \quad B_2 = 2, \quad B_3 = 5, \quad B_4 = 15, \quad B_5 = 52, \quad B_6 = 203, \quad B_7 = 877, \quad ..$

$$B_{n+1} = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} B_k,$$

Autrement dit:
$\mathbf{B_0 = 1}$
$\mathbf{B_{n+1} = C_n^0 B_0 + C_n^1 B_1 + C_n^2 B_2 + C_n^3 B_3 + \ldots + C_n^n B_n}$.

Soit un ensemble $\mathbf{K= \{a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n\}}$ de **n** éléments distincts. On lui associe l'**ensemble canonique**: $\mathbf{E_n = \{1, 2, 3, \ldots, n\}}$, mais aussi, au besoin, $\mathbf{n = \{o, 1, 2, 3, \ldots, n\text{-}1\}}$, appelé l'**ordinal canonique** de **K**, mais aussi de $\mathbf{E_n}$, et aussi leur **cardinal**, c'est-à-dire un ensemble qui indique le **nombre des éléments** de **K** ou de $\mathbf{E_n}$, du fait de son propre **nombre d'éléments**, qui est **n**.

Dans le nouveau paradigme on ne distingue plus les notions d’**ordinal** et de **cardinal**, qu’ils soient **finis** ou **infinis**, et nous sommes justement en train de comprendre pourquoi. On parle maintenant de **cardinal** pour désigner simplement un **ordinal** quand il est la mesure du **nombre des éléments** d’un certain ensemble donné, de par le propre **nombre d’éléments** de l’**ordinal**.

Les éléments des ensembles **K**, $\mathbf{E_n}$ et **n** sont appelés des **Points** ou **Simplexes 1**, et ces ensembles eux-mêmes sont des **Simplexes n**. Nous représentons l’ensemble $\mathbf{K = \{a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n\}}$ par $\mathbf{E_n = \{1, 2, 3, \ldots, n\}}$, appelé sa **numérotation commençant par 1**, tandis que **n** est sa numérotation commençant par le **zéro absolu**, **o**. Donc quand on parlera de l’élément **i** de $\mathbf{E_n}$, il représente l’élément $\mathbf{a_i}$ de **K**. Cela permet de faire des raisonnements canoniques applicables à tout ensemble **K** de **cardinal n**.

Ainsi, l’écriture : $\mathbf{1 + 2 + 3 + \ldots + n}$, en parlant des éléments de $\mathbf{E_n}$, représente: $\mathbf{a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_n}$, en parlant des éléments de **K**. Et cette notation désigne la décomposition de **K** ou de $\mathbf{E_n}$ en **Simplexes 1**, donc la **relation d’équivalence** qui est l’identité dans **K** ou de $\mathbf{E_n}$. L’écriture **1.2** ou **12** s’il n’y a aucun risque de confusion, désigne donc $\mathbf{a_1.a_2}$ ou $\mathbf{a_1a_2}$, encore notée $\mathbf{\{1, 2\}}$ ou $\mathbf{\{a_1, a_2\}}$ au besoin, désigne le **Simplexe 2** dont les **Points** sont $\mathbf{a_1}$ et $\mathbf{a_2}$, ou **1** et **2**.

Soient deux **relations d’équivalence** « **≡**» et « **≡’**»’ dans un ensemble non vide **K**. Si « **≡**» est une **sous-relation stricte** de « **≡’**» (autrement dit si pour deux éléments **x** et **y** de **K**, **x ≡ y ⇒ x ≡’ y**, et s’il existe au moins deux éléments **a** et **b** de **K** vérifiant: **a ≡’ b** mais pas: **a ≡ b**), on dit alors que **≡** est plus **identitaire** que **≡’**, ou est de **striction** d’**identité** (ou simplement est une **identité**) plus grande que celle de **≡’**. Et comme on va le voir maintenant, si **K** a **n** éléments, alors on sait toujours définir une hiérarchie de **n relations d’équivalence** dans **K**, en l’occurrence ici des **identités**, numérotées dans le sens décroissant de **n** à **1**, et telles que toute **relation d’identité** de **striction** plus grande est une **sous-équivalence** de toute autre de **striction** plus petite.

On considère alors les **n relations d’équivalence** dans **K** ou $\mathbf{E_n}$ suivantes :
$\mathbf{« =_n » = 1 + 2 + 3 + 4 + \ldots + n}$
$\mathbf{« =_{n-1} » = 12 + 3 + 4 + \ldots + n}$
$\mathbf{« =_{n-2} » = 123 + 4 + \ldots + n}$
…
$\mathbf{« =_1 » = 1234\ldots n}$

Autrement dit :
$\mathbf{« =_n » = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \ldots + a_n}$
$\mathbf{« =_{n-1} » = a_1a_2 + a_3 + a_4 + \ldots + a_n}$
$\mathbf{« =_{n-2} » = a_1a_2a_3 + a_4 + \ldots + a_n}$
…
$\mathbf{« =_1 » = a_1a_2a_3a_4\ldots a_n}$

On les appelle les **équivalences canoniques** de **K** ou $\mathbf{E_n}$, et on les note respectivement aussi :
$\mathbf{« =_n », « =_{n-1} », « =_{n-2} », « =_{n-3} », \ldots\ « =_3 », « =_2 », « =_1 »}$.
On dit que leurs **strictions** respectives sont : **n, n-1, n-2, n-3,…, 3, 2, 1**.
Il est clair alors que pour deux **strictions k** et **k’** telles que **k ≥ k’**, $\mathbf{« =_k »}$ est une **sous-équivalence** de $\mathbf{« =_{k'} »}$, autrement dit, on a :
$\mathbf{« =_n » \Rightarrow « =_{n-1} » \Rightarrow « =_{n-2} » \Rightarrow « =_{n-3} » \Rightarrow \ldots \Rightarrow « =_3 » \Rightarrow « =_2 » \Rightarrow « =_1 »}$.

Par convention, si c'est le symbole « $\equiv$ » que nous choisissons comme **relation générique d'équivalence** et non pas pas « = », alors l'ordre des **strictions**, appelées alors plutôt des **édentités** ou simplement des **équivalences**, va de **1** à **n**, de la plus petite des **équivalences** la plus grande:
« $\equiv_1$» ⇒ « $\equiv_2$» ⇒ « $\equiv_3$» ⇒ « $\equiv_4$» ⇒ … ⇒ « $\equiv_{n-2}$» ⇒ « $\equiv_{n-1}$» ⇒ « $\equiv_n$».
Autrement dit, l'**égalité « $=_k$»** correspond à « **$\equiv_{n-k+1}$**», pour tout **$1 \leq k \leq n$**.
L'**égalité « $=_1$»** s'interprète comme « **la plus petite identité** », et « **$\equiv_n$**» s'interprète comme « **la plus grande équivalence** », et on parle de la même **égalité**. Et le symbole « **$\equiv_n$**» s'écrit aussi « **$\equiv\equiv\equiv$...$\equiv$**», où le signe « $\equiv$ » est **répété n** fois. De même, la **plus petite équivalence**, **« $\equiv_1$»** donc, est la **plus grande identité**, **« $=_n$»** donc. Et le symbole « **$=_n$**» s'écrit aussi «**===...=**», où le signe « = » est **répété n** fois.

L'**égalité « $=_n$»**, de **striction** d'**identité** la plus grande donc, est l'**identité** la plus **stricte** dans **K** ou **E_n**, l'**identité totale** dans **K** ou **E_n**. C'est la décomposition du **Simplexe n** en **n Simplexes 1** ou **n boucles de réflexivité**. Tout élément de **K** ou **E_n** n'est en **relation** qu'avec lui-même. Autrement dit, pour tout élément **x** de **K** ou **E_n**, on a uniquement: **$x =_n x$**.

A l'extrême opposé de « **$=_n$**» on a **« $=_1$»** ou « **$\equiv_n$**», qui est l'**identité** de **striction** la plus petite ou l'**équivalence** d'**édentité** la plus grande. C'est le **XERY n** ou le **Simplexe n**. C'est l'**équivalence totale** dans **K** ou **E_n**, et dans son cas, pour deux éléments **x** et **y** de **K** ou **E_n**, on a: **$x =_1 y$** ou: **$x \equiv_n y$**.
Toute **relation d'équivalence** « = » ou « $\equiv$» dans **K** ou **E_n** est une **sous-équivalence** de **« $=_1$»** ou **« $\equiv_n$»**, que « = » ou « $\equiv$» soit ou non parmi celles sélectionnées comme **canoniques**.

Pour la sélection précédente, on a donc pour leurs **négations** respectives :
« $/=_1$» ⇒ « $/=_2$» ⇒ « $/=_3$» ⇒ … ⇒ « $/=_{n-3}$» ⇒ « $/=_{n-2}$» ⇒ « $/=_{n-1}$» ⇒ « $/=_n$».

Voyons cela plus en détail avec: **K = {a, b, c}**, et donc : **E_3 = {1, 2, 3}**. On a donc **B_3 = 5**, qui est donc le **nombre** des **relations d'équivalence** dans **K** et aussi dans **E_3**. Leur **ordinal canonique** est : **3 = {o, 1, 2}**.

On a vu plus haut que les **5 sous-équivalences** de ce **Simplexe 3**: sont :
1 + 2 + 3
1 + 23
2 + 13
3 + 12
123.

Ou :
a + b + c
a + bc
b + ac
c + ab
abc.

On les note respectivement : « $=_3$», « $=_{2.1}$», « $=_{2.2}$», « $=_{2.3}$», « $=_1$»,
et voici leurs **graphes** respectifs, c'est-à-dire la liste des **couples** en **relation** :

« $=_3$» ou « $\equiv_1$»:

(1, 1), **(2, 2)**, **(3, 3)**,
à comprendre donc :
1 $=_3$ **1, 2** $=_3$ **2, 3** $=_3$ **3**.
C'est donc l'**identité totale** dans **K** ou **E**$_3$., chaque élément **x** n'est en **relation** qu'avec lui-même :
x $=_3$ **x**.

« $=_{2.1}$» ou « $\equiv_{2.1}$»:
(1, 1), **(2, 2)**, **(2, 3)**, **(3, 2)**, **(3, 3)**,
à comprendre donc :
1 $=_{2.1}$ **1, 2** $=_{2.1}$ **2, 2** $=_{2.1}$ **3, 2** $=_{2.1}$ **3, 3** $=_{2.1}$ **2, 3** $=_{2.1}$ **3**.

« $=_{2.2}$» ou « $\equiv_{2.2}$»:
(2, 2), **(1, 1)**, **(1, 3)**, **(3, 1)**, **(3, 3)**,
à comprendre donc :
2 $=_{2.2}$ **2, 1** $=_{2.2}$ **1, 1** $=_{2.2}$ **3, 3** $=_{2.2}$ **1, 3** $=_{2.2}$ **3**.

« $=_{2.3}$» ou « $\equiv_{2.3}$»:
(3, 3), **(1, 1)**, **(1, 2)**, **(2, 1)**, **(2, 2)**,
à comprendre donc :
3 $=_{2.3}$ **3, 1** $=_{2.3}$ **1, 1** $=_{2.3}$ **2, 2** $=_{2.3}$ **1, 2** $=_{2.3}$ **2**.

« $=_1$» ou « $\equiv_3$» :
(1, 1), **(1, 2)**, **(1, 3)**, **(2, 1)**, **(2, 2)**, **(2, 3)**, **(3, 1)**, **(3, 2)**, **(3, 3)**,
à comprendre donc :
1 $=_1$ **1, 1** $=_1$ **2, 1** $=_1$ **3, 2** $=_1$ **1, 2** $=_1$ **2, 2** $=_1$ **3, 3** $=_1$ **1, 3** $=_1$ **2, 3** $=_1$ **3**
C'est donc l'**équivalence totale** dans **K** ou **E**$_3$, le **Simplexe 3**, pour tous éléments **x** et **y** de **K** ou **E**$_3$, **x** est en **relation** avec **y**:
x $=_1$ **y**.

Toutes les **relations d'équivalence** dans **K** ou **E**$_3$, et même toute **relation** de **K** ou **E**$_3$, qu'elle soit d'**équivalence** ou non, est une **sous-relation** de « $=_1$» , du **XERY 3** donc, puisque son **graphe** est **complet**, il est **K×K** ou **K**^{2}, autrement dit toutes les combinaisons de **couples** d'éléments de **K** ou **E**$_3$, sont dans ce **graphe** du **XERY 3**, qui a : **3×3 = 9 couples**. Une **relation binaire** dans **K** ou **E**$_3$ est par définition un **ensemble de couples** de **K** ou **E**$_3$, autrement dit un **sous-ensemble** de **K** ou **E**$_3$. Le nombre total de ces **sous-ensembles** est ici: **Rel**$_3$ **=** 2^9 **= 512**. C'est donc le **nombre total** des **graphes** ou **relations binaires** dans **K** ou **E**$_3$, et parmi ces **relations**, seules **B**$_3$ **relations** ou **5 relations** sont d'**équivalence**, et ce sont celles dont nous avons listé les **graphes**.

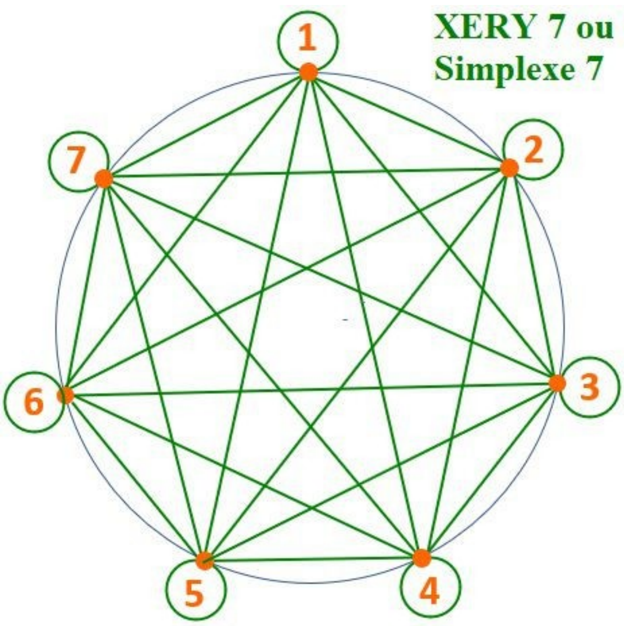
Et comme le **graphe** de toute **relation binaire** quelconque est un **sous-ensemble** du **graphe** de « $=_1$», qui est le **graphe complet** ou **XERY** de **K** ou **E**$_3$, toute **relation binaire** dans **K** ou **E**$_3$, qu'elle soit d'équivalence ou non, est une **sous-relation** de ce **XERY 3**. Autrement dit, toutes les **512 relations binaires** dans **K** ou **E**$_3$, sont des **sous-relations** du **XERY 3** ou **Simplexe 3**, et en particulier les **5 relations d'équivalence** de **K** ou **E**$_3$, qui nous intéressent plus particulièrement dans notre étude.

De manière très générale, avec **K** ou **E_n** ayant **n** éléments, son **graphe complet** ou **relation totale**, à savoir donc **K×K** ou **K^2**, c'est-à-dire : **$E_n \times E_n$** ou **E_n^2**, a **$n \times n = n^2$ couples**. C'est une **relation d'équivalence** dans **K** ou **E_n**, l'**équivalence totale** ou **XERY n** ou **Simplexe n** donc.

Le nombre total des **relations binaires** dans **K** ou **E_n** est: **$Rel_n = 2^{n \times n}$**. Et parmi elles, on a **B_n** **relations d'équivalence**. Et parmi elles on peut faire une sélection de **n équivalences**, dont l'**identité totale** pour la plus **stricte** des **égalités** et l'**équivalence totale** la moins **stricte** des **égalités**, qui définissent **n strictions**. D'autres choix d'**équivalences** pour définir la notion de **striction** sont possibles, mais avec le choix **canonique** on sait qu'on peut définir **n strictions**, la **n** étant l'**identité totale** et la **1** étant l'**équivalence totale**.

Pour **K** ou **E_3** donc, nous choisissons comme **canoniques** :
a + b + c
c + ab ou, ce qui revient au même: **ab + c**
abc.
Autrement dit : « $=_3$», « $=_{2.3}$», « $=_1$», notées alors : « $=_3$», « $=_2$», « $=_1$», ou: « $\equiv_1$», « $\equiv_2$», « $\equiv_3$», qui sont de **striction 3**, **2** et **1**, « $=_3$» ou « $\equiv_1$» étant l'**identité totale** et « $=_1$» ou « $\equiv_3$» étant l'**équivalence totale** ou **XERY 3** ou **Simplexe 3**.

Considérons à présent l'ensemble: **E_7 = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}** de 7 éléments. Voici le **graphe** de la **relation totale** dans E_7, qui est une **relation d'équivalence**, l'**équivalence totale** ou **XERY 7** ou **Simplexe 7**:



Comme on le voit, tout élément de **E_7** est en **relation** avec lui-même (**7 boucles de réflexivité**) et en **relation** avec les **6 autres**. Autrement dit, en appelant « **$=_1$** » cette **relation binaire**, pour deux éléments **x** et **y** de **E_7**, on a toujours: **$x =_1 y$**.

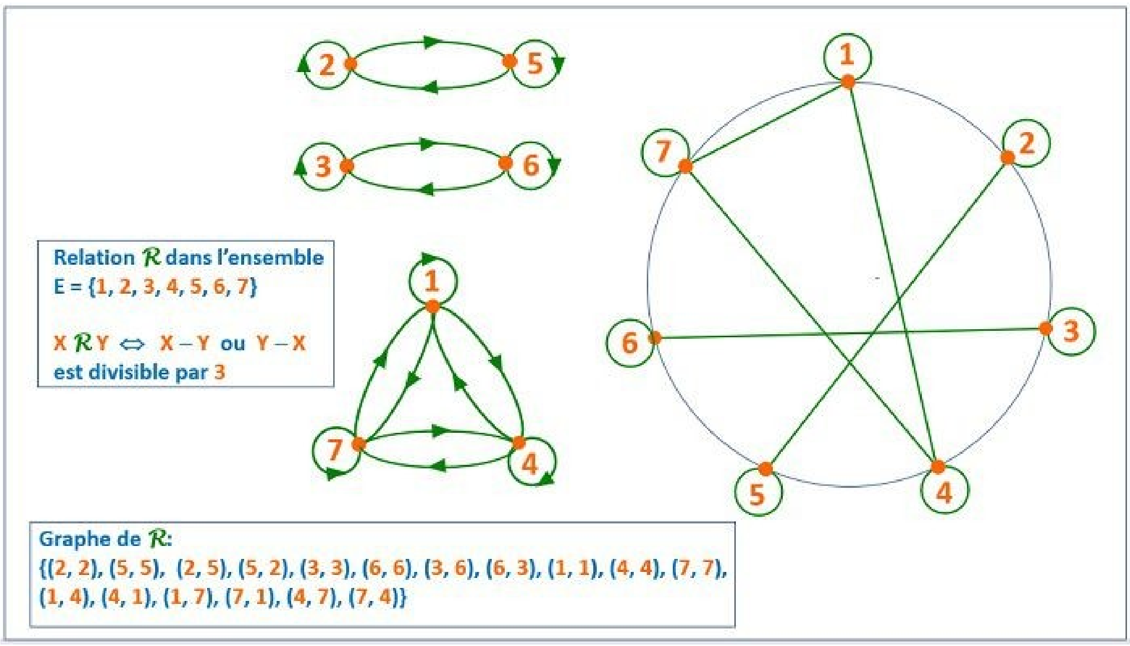
Autrement dit, le **couple relationnel (x, y)** fait toujours partie du **graphe**, et donc aussi **(y, x)** et **(x, x)**. Autrement dit, ce **graphe** est: **$E_7 \times E_7$**. Ce **graphe complet** de **E_7** comporte **7×7 = 49 couples relationnels** qui sont: **« $=_1$ » = {(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (1, 7), (2, 1), (2, 2), (2, 3),**

(2, 4), (2, 5), (2, 6), (2, 7), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6), (3, 7), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6), (4, 7), (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (5, 7), (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6), (6, 7), (7, 1), (7, 2), (7, 3), (7, 4), (7, 5), (7, 6), (7, 7)}.

Toutes les **49 combinaisons** des **couples** de $\mathbf{E}_7$ y sont donc, ce qui fait de « $=_1$ » le **XERY 7** ou **Simplexe 7**. Toute autre **relation binaire** $\mathcal{R}$ dans $\mathbf{E}_7$, c'est-à-dire tout autre **graphe relationnel** $\mathcal{R}$ de $\mathbf{E}_7$, est un **sous-ensemble** de ce **graphe complet**. Autrement dit, $\mathcal{R}$ consiste à supprimer **tout ou partie** des **couples** de « $=_1$ ». Si l'on supprime tout, alors cela donne la **relation vide** ∅, qui est une **relation d'équivalence** triviale si l'ensemble concerné est **vide**, autrement dit $\mathbf{E}_o$, ce qui n'est pas le cas si l'ensemble n'est pas vide, comme c'est le cas de $\mathbf{E}_7$. En effet, si l'ensemble n'est pas vide, si donc on a $\mathbf{E}_n$ avec **n ≠ o**, la **réflexivité** exigeant que tout élément de **E** soit en **relation** avec lui-même, toute **relation d'équivalence** dans $\mathbf{E}_n$ comporte au moins les **n couples** de la forme **(x, x)**, donc ne peut pas être **vide**.

Et justement, si l'on supprime tous les **couples** du graphe complet plus haut sauf ceux de la forme **(x, x)**, on a l'**identité totale**, que l'on notera « $=_7$ ». Son graphe est :
« $=_7$ » = **{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6), (7, 7)}**. Avec cette **relation**, qui est aussi une **relation d'équivalence**, chaque élément **x** n'est en **relation** qu'avec lui-même: **x** $=_7$ **x**.
C'est la **plus petite relation d'équivalence** dans $\mathbf{E}_7$, elle est donc une **sous-équivalence** de toute autre **relation d'équivalence** dans $\mathbf{E}_7$.

Ci-dessous un exemple de **relation d'équivalence** $\mathcal{R}$ ou « = » dans $\mathbf{E}_7$:



Deux éléments **x** et **y** de $\mathbf{E}_7$ = **{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}** sont en **relation** si leur **différence en valeur absolue** est **divisible par 3**, ou, ce qui revient au même, est un **multiple de 3**, ou encore une **générescence d'unit 3**: **x** $\mathcal{R}$ **y** ⇔ **|x − y| est un multiple de 3**.

Autrement dit, **x $\mathcal{R}$ y** si et seulement si le plus grand des deux moins le plus petit est un **nombre entier multiple de 3**. Ainsi par exemple, on a **1 $\mathcal{R}$ 7** et **7 $\mathcal{R}$ 1**, car: **7 – 1**, qui est **6**, est un **multiple de 3**. Le graphe de $\mathcal{R}$ ou la liste de tous les **couples** d'éléments de **E_7**, qui sont en **relation**, est :
$\mathcal{R}$ = {(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6), (7, 7), (1, 4), (4, 1), (1, 7), (7, 1), (2, 5), (5, 2), (3, 6), (6, 3), (4, 7), (7, 4)}, soit **17 couples relationnels**. On voit que son graphe a consisté à éliminer **32 couples** du **graphe complet** ou **XERY 7**.

Le **graphe complet** de **E_7**, qui est la **relation d'équivalence totale** ou **XERY 7**, comporte donc **7×7 = 49 couples**, soit **2^{49} = 562 949 953 421 312 relations binaires**, parmi lesquelles **B_7 = 877** sont d'**équivalence**. Et $\mathcal{R}$ est donc l'une des **877**.

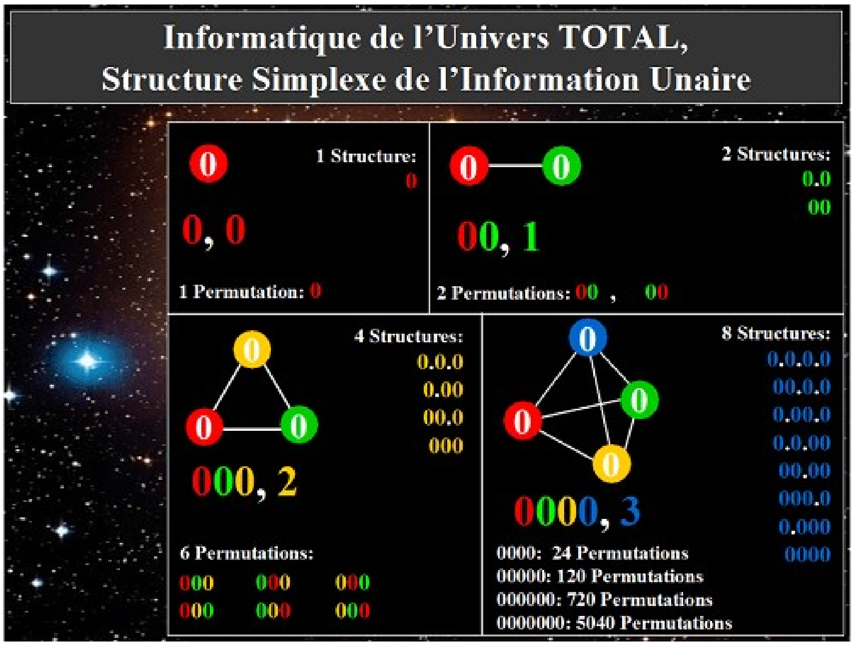
On voit que $\mathcal{R}$ est de la forme : **2+2+3** ou: **25 + 36 + 147**, ou encore: **ab + cd + efg**.
Ou encore **(2, 5) + (3, 6) + (1, 4, 7**), ou : **(a, b) + (c, d) + (e, f, g)**.

Les **7 équivalences canoniques** de **E_7** sont:
a + b + c + d + e + f + g
(a, b) + c + d + e + f + g
(a, b, c) + d + e + f + g
(a, b, c, d) + e + f + g
(a, b, c, d, e) + f + g
(a, b, c, d, e, f) + g
(a, b, c, d, e, f, g)
respectivement donc :
7 Simplexes 1
1 Simplexe 2 + 5 Simplexes 1
1 Simplexe 3 + 4 Simplexes 1
1 Simplexe 4 + 3 Simplexes 1
1 Simplexe 5 + 2 Simplexes 1
1 Simplexe 6 + 1 Simplexes 1
1 Simplexe 7

On a donc **7 strictions**, car toute **équivalence** dans cette liste est une **sous-équivalence** de toute autres qui vient après elle dans la liste.

Cette **équivalence $\mathcal{R}$** plus haut n'est donc pas **canonique**, mais elle a par exemple pour **sous-équivalence**: **2 + 5 + (3, 6) + (1, 4, 7**), qui à son tour a pour **sous-équivalence**: **2 + 5 + 3 + 6 + (1, 4, 7**), qui à son tour a pour **sous-équivalence**: **2 + 5 + 3 + 6 + 1 + (4, 7**), qui a pour **sous-équivalence**: **2 + 5 + 3 + 6 + 1 + 4 + 7**, qui est l'**identité totale** dans **E_7**. Et sachant que toutes les **équivalences** sont des **sous équivalences** de **(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7)** ou **1234567** ou **(a, b, c, d, e, f, g)** ou **abcdefg**, qui est l'**équivalence totale** dans **E_7**, ou **XERY 7** ou **Simplexe 7**, on a ici une **chaîne d'équivalences** d'au moins **6 strictions**, dont la **relation $\mathcal{R}$**.

Une autre très importante notion de la **Science de l'Univers TOTAL** très étroitement associée aux **relations d'équivalence**, est la notion de **hénérescence** ou **expression additive**, que nous avons appelée une **hénérescence sommationnelle** ou encore **structures additive** dans le livre précédent.



Soit une **générescence** donnée **n**, peu importe l'**unit** car le raisonnement est le même. Par défaut nous travaillons avec l'**unit U** ou **1**. La question est de savoir de combien de manières différentes on peut **décomposer n** en **générescences** plus petites, ayant au moins **1 unit**.
Par exemple, la **générescence UUUU** ou **1111**, de **4 units U** ou **1**, peut se **décomposer** des **8** façons différentes suivante :
U+U+U+U
UU+U+U
U+UU+U
U+U+UU
UU+UU
U+UUU
UUU+U
UUUU.

Ou :
1+1+1+1
11+1+1
1+11+1
1+1+11
11+11
1+111
111+1
1111.

On dit donc que ce sont ses **8 hénérescences** ou **expressions additives** ou **structures additives**. Et si le **nombre des units** est **n**, avec **n différent de o**, alors cette **générescence** possède **2^{n-1} hénérescences**.

Ce résultat (comme d'autres que nous avançons ici apparemment sans preuve) a été démontrés les livres précédents. Notamment celui qui nous intéresse ici a été démontré dans le livre précédent: «Conception générative de l'Univers, structure réali » à la page 367. Reportons ici juste la démonstration, sans faire de nouveau les analyses et donner des explications détaillées sur la notion de **hénérescence**, d'**urdinal** ou autre.

Un **urdinal** est juste un **ordinal** ou **nombre entier non nul**. L'ensemble des **urdinaux** est donc: **M_ω = {1, 2, 3, 4, …, v-4, v-3, v-2, v-1, v, v+1, v+2, v+3, v+4, ...}**. Autrement dit **N_ω^***, où **N_ω** est l'ensemble des **nombres entiers oméganaturels**: **N_ω = {o, 1, 2, 3, 4, …, v-4, v-3, v-2, v-1, v, v+1, v+2, v+3, v+4, ...}**. Un **nombre entier oméganaturel** est la nouvelle notion d'**ordinal**. Cela englobe les éléments de l'ensemble **N** des **nombres entiers naturels** classiques, mais aussi des **ordinaux infinis**, qui sont tous de vrais **nombres entiers**, se calculant exactement comme les classiques **nombres entiers finis**. Comme par exemple **v, v-1, v-2, v-3, v+1, v+2, v+3, 2v, $3v^2$-4, v^3 + $15v^2$ +7, v^v, v^v-4**, etc. L'ensemble des **urdinaux M_ω** ou **N_ω^*** est donc l'ensemble des **nombres entiers oméganaturels non nuls**.

Voici donc la démonstration qui nous intéresse:

« Appelons une **hénérescence sommationnelle réduite**, ou une **sommation réduite**, une **hénérescence purement sommationnelle** dans laquelle en plus ne figure aucun symbole **0**, aucun double signe « **++** » (donc pas de triple signe « **+++** », pas de quadruple signe « **++++** », etc.), aucun signe « **+** » en début ou en fin de **hénérescence**. Autrement dit, une telle **hénérescence** n'est formée que d'**urdinaux** sans signe « **+** » s'il s'agit d'un seul **urdinal**, ou s'il y a plus d'un **urdinal**, alors deux **urdinaux** consécutifs sont séparés par un seul signe « **+** ». On appelle **sommation canonique** la **sommation réduite** qui n'est faite que de **1** et du signe « **+** », autrement dit de la forme: **U+U+U+...+U**, c'est-à-dire: **1+1+1+...+1**. [D - Hen Oper 6]

La question est maintenant: étant donné donné un **urdinal n**, combien de **hénérescences sommationnelles réduites** possède **n**? La réponse est: **2^{n-1}**.

1 → 1 → 2^0 == 1
2 → 2, 1+1 → 2^1 == 2
3 → 3, 2+1, 1+2, 1+1+1 → 2^2 == 4
4 → 4, 3+1, 2+2, 1+3, 2+1+1, 1+2+1, 1+1+2, 1+1+1+1 → 2^3 == 8
5 → 5, 4+1, 3+2, 2+3, 1+4, 3+1+1, 1+3+1, 1+1+3, 2+2+1, 2+1+2, 1+2+2, 2+1+1+1, 1+2+1+1, 1+1+2+1, 1+1+1+2, 1+1+1+1+1 → 2^4 == 16

etc.. [D - Hen Oper 7]

Pour démontrer cela, partons du fait que la **sommation canonique s** d'un **urdinal n** est: **1+1+1+...+1**, où l'on a **n units 1** mais **n-1** signes « **+** ». Toutes les autres **sommations réduites** sont obtenues en **supprimant** tout ou partie des **n-1** signes « **+** », ou, en partant de l'**urdinal n** qui n'a aucun signe « **+** », et le **nombre** de tels **sommations** est: **C_{n-1}^0** . Puis on dénombre toutes les **sommations** qui ont **1** signe « **+** », et pour ce faire on a le choix de **1** parmi les **n-1** signes « **+** » possibles. Donc leur **nombre** est **C_{n-1}^1**. Puis on dénombre toutes les **sommations** qui ont **2** signe « **+** », et pour ce faire on a le choix de **2** parmi les **n-1** signes « **+** » possibles. Donc leur **nombre** est **C_{n-1}^2**. Et ainsi de suite, avec **C_{n-1}^3** pour **3** signe « **+** »,jusqu'au **nombre** des **sommations** qui ont tous les **n-1** signes « **+** » (et il n'y en a qu'une), et ce **nombre** est **C_{n-1}^{n-1}**. Le **nombre** total des **sommations réduites** de l'**urdinal n** est donc:
$C_{n-1}^0 + C_{n-1}^1 + C_{n-1}^2 + C_{n-1}^3 + \dots + C_{n-1}^{n-1}$ == 2^{n-1}, qui est le résultat cherché.

Au passage, nous avons montré un théorème annexe important lui aussi, qui est le suivant:

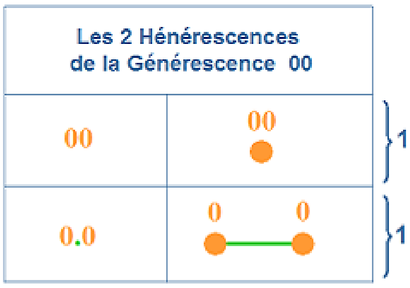
Etant donnés deux **nombres entiers (positifs) non nuls** (deux **urdinaux** donc) **k** et **n**, tels que: **k** ≤ **n** , le **nombre** de manières d'**additionner k nombres entiers (positifs) non nuls** pour donner comme **résultat n**, est le **coefficient binomial** C_{n-1}^{k}, avec: $C_m^p == m!/(p!(m-p)!)$, où «**!**» est l'**opérateur** de la **factorielle**, définie donc par: $m! == 1\times2\times3\times...\times m$. Autrement dit, le **nombre** de toutes les **sommations** de la forme: $n_1 + n_2 + n_3 + ... + n_k == n$, qui comportent donc **k-1 signes** « **+** ». On en déduit que le **nombre** de manières d'**additionner k nombres entiers (positifs) non nuls** pour donner comme **résultat n**, pour toutes les valeurs de **k** allant de **1** inclus à **n** inclus est: $C_{n-1}^{0} + C_{n-1}^{1} + C_{n-1}^{2} + C_{n-1}^{3} + ... + C_{n-1}^{n-1} == 2^{n-1}$. »

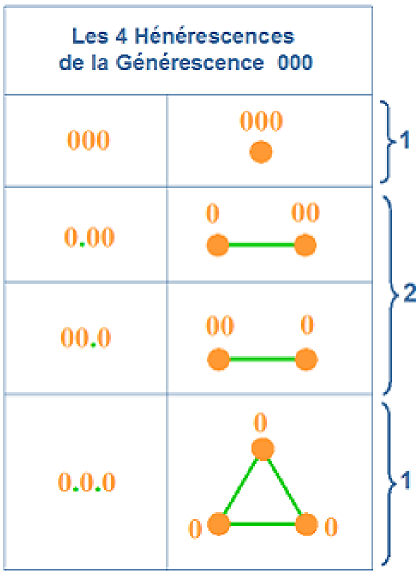
Une notion courante très voisine de la notion de **hénérescence sommationnelle** ou d'e**xpression additive** est celle de partition d'un entier (lien Wikipedia). On obtient celle-ci comme notion d'**ensemble-quotient** (c'est-à-dire notion de **classes d'équivalence**) d'une **relation d'équivalence** définie sur les **hénérescences sommationnelles** ou **expressions additives**, qui consiste à dire que deux **hénérescences sommationnelles** ou **expressions additives**, qui ne diffèrent que par l'ordre de leurs **opérandes** (ici les **hénérandes**) sont **équivalentes**. Par exemple, **1+4+2+4** et **2+4+1+4** et **4+1+4+2**, etc., qui sont l'**addition** des mêmes **opérandes**: **1**, **2, 4, 4**, sont **équivalentes**, et donc peuvent être représentées par exemple par **1+2+4+4** (avec les **opérandes** classés par **ordre croissant**) ou par **4+4+2+1** (avec les **opérandes** classés par **ordre décroissant**).

Nous préférons donc la notion de **hénérescence sommationnelle**, encore appelée **structure additive**. De cela on déduit le **nombre des hénérescences** d'une **générescence** d'**unit X** donnée, ayant **n units**. Et en particulier si l'**unit** est **0**.

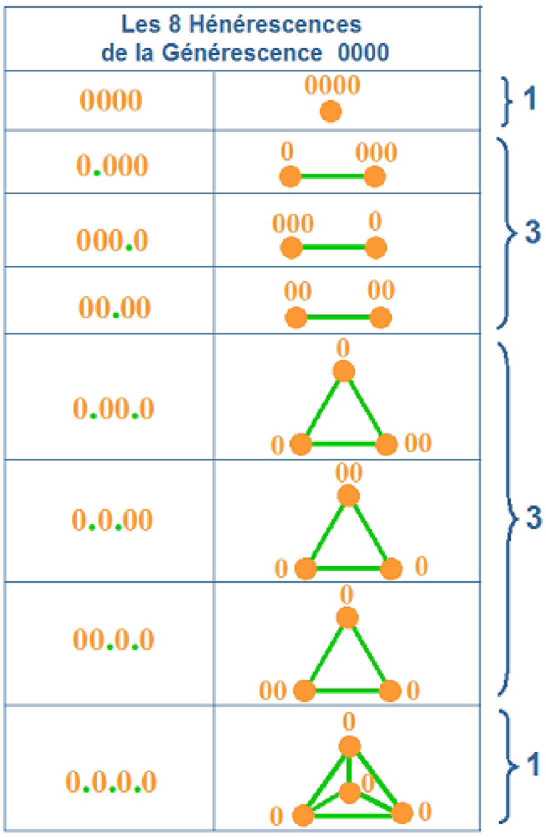
On voit une fois encore le lien clair entre les **hénérescences sommationnelles** et les **simplexes**, donc avec la **relation d'équivalence**. Car une **hénérescence canonique** par exemple, c'est-à-dire de la forme : **X+X+X+...+X**, qui a **n units X**, est interprétable comme une **structure** de **Simplexe n** avec l'**unit X** à chacun des **sommets**. Et de manière plus générale donc, les **sommets** du **Simplexe** sont les différentes **générescences** de **X**. Tout cela donne aussi une interprétation **géométrique** ou **structurelle** ou **configurationnelle** des **coefficients binomiaux**.

Ci-après pour **n = 2** et **n = 3**, et leurs **hénérescences** en **structures simplexes**:





Et pour **n = 4**, ses **8 hénérescences** en **structures simplexes**:



Pour un ensemble E_n de **n éléments**, on a donc au moins les **n équivalences canoniques**, qui définissent **n strictions**. Le nombre **n** de **strictions** est **infini** si l'ensemble E_n est **infini**. C'est toute l'importance aussi de **nombres entiers infinis**, c'est-à-dire des **nombres entiers variables n** supérieurs à tous les **entiers naturels** classiques, c'est-à-dire **constants**. Comme par exemple **v** est l'**infini varid**. Les définitions données pour **E_n**, **B_n**, se généralisent donc à ces **nombres entiers infinis**.

On peut même voir l'ensemble **N** des entiers naturels : **N = {o, 1, 2, 3, 4, 5, …}**, comme un ensemble de la forme: **E_v = {1, 2, 3, 4, 5, …, v}** auquel on a ajouté **zéro absolu**, **o**. Autrement dit, malgré les apparences, l'ensemble: **N = {o, 1, 2, 3, 4, 5, …}**, a bel et bien un dernier élément, **v**, sauf que celui-ci est un **entier variable**, **strictement croissant**, qui est notre conception des **entiers infinis**.

Ou plus simplement, l'**ordinal infini**: **v = {o, 1, 2, 3, 4, …, v-4, v-3, v-2, v-1}**, qui contient tous les **entiers naturels** au sens classique (qui sont sa partie **finie** ou **standard** au sens habituel de ces notions), qui compte exactement **v éléments**, dont les éléments sont les **v chiffres** d'un **système de numération** en **base v**, tous les **entiers** dans cette base étant notre définition de l'**ensemble de tous les ordinaux** (**finis** comme **infinis** donc), oui cet **ordinal infini** de **base**: **v = {o, 1, 2, 3, 4, …, v-4, v-3, v-2, v-1}**, l'**infini varid** donc, est tout simplement une autre façon de voir l'**ensemble N des entiers naturels**. Et cet **infini varid v** d'un point de vue classique n'est rien d'autre que l'**application de N dans N**, définie par : **v(n) = n**, pour tout **entier naturel n** au sens classique.

On rappelle que l'ensemble **N^N** des **applications de N dans N** sont les **nombres entiers naturels variables**. Et plus généralement, les **entiers relatifs variables** sont les éléments de l'ensemble **Z^N**, des **applications de N dans Z** (les **suites d'entiers relatifs** donc), et l'**ensemble** de tels **entiers variables positifs à partir d'un certain rang**, et la définition des **nombres entiers naturels variables**. Les **suites constantes d'entiers relatifs** (ou **constantes à partir d'un certain rang**) sont, dans le cadre de **Z^N**, les nouvelles versions des **entiers relatifs** classiques.

Et parmi les éléments de **Z^N** il y a donc : **…, v-3, v-2, v-1, v, v+1, v+2, v+3, …**, moyennant les **opérations arithmétiques** définies sur les **suites d'entiers relatifs**. Cela donne donc sa pleine définition à cet **ordinal infini** de **base**: **v = {o, 1, 2, 3, 4, …, v-4, v-3, v-2, v-1}**, l'**infini varid** donc. C'est la **base canonique** ou **naturelle** d'un **système de numération**, dans lequel se définissent tous les **ordinaux** selon notre conception du terme, et qui sont la généralisation de la notion d'**entiers naturels**. Ici donc, on a tous les **entiers**, **finis** comme **infinis**.

Comme exemple: **$4v^6 + 9v^5 + v^3 + 7v^2 + 3v + 2$**, qui s'écrit donc: **4.9.0.1.7.3.2** dans cette **base v**, ou simplement ici: **4901732**, s'il n'y a pas de risque de confusion avec les **nombres entiers** en **numération décimale** classique, ceux-ci devenant des **chiffres** dans la **numération de base v**. Par exemple: **235.15.0.43.9**, désigne le **nombre entier infini**: **$235v^4 + 15v^3 + 43v + 9$**.

Les **nombres**: **…, v-4, v-3, v-2, v-1**, sont respectivement notés: **…, $\overline{4}$, $\overline{3}$, $\overline{2}$, $\overline{1}$**, et le **nombre $\overline{1}$** ou **v-1**, joue dans cette **base v** le rôle du **chiffre 9** dans la **base 10** familière. On a ainsi par exemple le nombre: **26.$\overline{1}$.44.$\overline{5}$.3.8**, qui représente donc:
$26v^5 + (v-1)v^4 + 44v^3 + (v-5)v + 3v + 8$,
un **nombre entier** en **base v** donc, qui peut se réécrire comme le **polynôme en v**:
$27v^5 - v^4 + 44v^3 + v^2 - 2v + 8$.

Ceci permet d'avancer par exemple que tout **polynôme en v** mais tout **polynôme** en général, à **coefficients entiers relatifs**, représente un **ordinal relatif**, c'est-à-dire la généralisation de la notion d'**entier relatif** classique. Et si le **coefficient du monôme dominant** est **positif**, comme ici **27**, il s'agit alors d'un **ordinal infini**, c'est-à-dire la généralisation des **entiers naturels** classiques.

La **théorie des ordinaux**, de la vraie notion d'**ordinal**, c'est-à-dire fonctionnant comme les **ordinaux finis** sauf qu'ils peuvent être **infinis**, et la conception des vrais **nombres infinis**, est aussi simple et **naturelle** que cela. Comme donc les **nombres entiers naturels**. On a une seule **arithmétique des nombres entiers**, qui englobe les **nombres finis** et les **nombres infinis**. Ici les **nombres entiers finis** sont simplement les **polynômes à coefficients entiers** de **degré zéro** (ou **o**). C'est par leur **degré nul** qu'on les différencie des **entiers infinis**, qui, eux, ont un **degré non nul**. (On y reviendra car c'est fondamental).

Pour en revenir à nos **équivalences** et à nos **strictions**, on applique donc à **v** les mêmes définitions et formules que pour les nombres **entiers finis** classiques. Comme par exemple le nombre $\mathbf{B_v}$ des **relations d'équivalence** dans **v = {o, 1, 2, 3, 4, …, v-4, v-3, v-2, v-1}**, mais qu'il faut interpréter comme le nombre $\mathbf{B_v}$ des **relations d'équivalence** dans **N**. On a donc ici **v strictions**, donc une infinité de **strictions** d'**équivalence**s, d'**identités**, bref d'**égalités**. Tout cela donc est particulièrement important quand l'ensemble **E** est un **potenciel** $\mathbf{K^I}$, et notamment s'il s'agit de **potenciels numériques**, comme $\mathbf{Z^N}$ ou $\mathbf{N^N}$. Ou maintenant, comme $\mathbf{v^v}$ par exemple aussi, **nombre entier infini** que nous appelons **w**, tandis que $\mathbf{w^w}$ est lui-même appelé **ω**, et ainsi de suite. Et c'est **1/ω** que nous appelons **0**, à distinguer du **zéro absolu**, noté quant à lui **o**.

Nous avons donc dans la même étude globale défini toute une **infinité** de **relations d'équivalences**, ou **égalités**, chaque **ordinal infini** apportant son lot de **relations d'équivalences**. Parmi toutes ces **équivalences** il y a en particulier celles associées aux **cycles**, **finis** comme **infinis**.

Toute la **puissance** de l'**égalité** ou **relation d'équivalence** est là. Et très étroitement liées à cela, la notion de **variable**, d'**infini**, etc. La notion d'**égalité** n'est pas un concept métamathématique qui sert à faire les mathématiques et les sciences. Comme on vient de la voir, cette notion fait elle-même partie de la science! Oui, l'**égalité** est toute une mathématique, celle de la **relation d'équivalence**, c'est toute une **science**!

Et une **variable** aussi n'est pas qu'une lettre ou un symbole que l'on manipule pour faire de l'algèbre, résoudre des équations, etc. C'est la notion d'**infini** qui se cache dans la notion de **variable**, la vraie notion d'**infini**!

Si on ne fonctionne tout au long du travail scientifique qu'avec l'**identité**, à laquelle on réduit la notion d'**égalité**, comme on le voit par exemple à cette page de Wikipedia consacrée à la notion d'égalité, on se heurte à des paradoxes qui ne sont en fait que des apparences, ou à des impossibilités, comme la fameuse « impossibilité » de **diviser par zéro**, qui là aussi n'est qu'une apparence, due en fait aux mauvais paradigmes de logique, des mathématiques et de sciences.

Pour une **relation binaire** quelconque $\mathcal{R}$ dans un **ensemble E**, nous disons que $\mathcal{R}$ est **varidative** ou **variative** s'il existe au moins un élément **v** de **E** en **relation à gauche** et **à droite** avec **tous les éléments** de **E**, c'est-à-dire: pour tout élément **x** de **E**, on a: $\mathbf{x}\ \mathcal{R}\ \mathbf{v}$ et $\mathbf{v}\ \mathcal{R}\ \mathbf{x}$.
Autrement dit, **v** est en **relation** avec **tout le monde** dans **E**, et **tout le monde** dans **E** est en **relation** avec **v**. On dit que **v** est **varidal** de **E**, ou un **varid** de **E**, au sens large du mot « **varid** ». Ou simplement, **v** est une **variable** de **E**. C'est une manière de dire que **v** « **prend pour valeur** » **tous les éléments** de **E**. Ou que **v** se comporte comme le **varid v** de **E**, à savoir l'**application v** de **E** dans **E**, telle que pour tout élément **x** de **E**, on a: **v(x) = x**. Le signe « = » ici désigne l'**égalité courante**, qui est une certaine **relation d'équivalence** prise comme **égalité de référence**. La

varidativité généralise simplement la notion à toute **relation binaire** $\mathcal{R}$, d'autant plus si $\mathcal{R}$ est une **relation d'équivalence**.

Notons que le fait que **v** soit **en relation avec tous les éléments** de **E** (une manière générale de dire que **r prend pour valeurs tous les éléments** de **E**) n'empêche pas qu'un certain élément **x** n'ait pas de **relation** avec un certain autre élément **y** (autrement dit que **x** ne prenne pas pour valeur **y**). En effet, la relation $\mathcal{R}$ n'étant pas forcément **transitive**, **v** peut tout à fait être en **relation** avec **x** et vice-versa, de même qu'avec **y** et vice-versa, mais pourtant que **x ignore y** ou vice-versa, ou même que les deux **s'ignorent** mutuellement. Cela signifie simplement que l'on considère **x** et **y** au regard d'une certaine autre **égalité** ou **équivalence** qui les **distingue**. Mais il y a toujours au moins une certaine **égalité** ou **équivalence** qui les **égalise**, c'est-à-dire pour **x** et **y** sont vus comme le **même objet**, c'est-à-dire deux objets **identiques**, ayant la même **identité**, ce qui veut dire qu'ils appartiennent à une même **classe d'équivalence** (on reparlera plus loin de la notion de **classe d'équivalence**).

Le sous-ensemble de **E** formé par tous les **varidaux** de **E**, est appelé le **variset** de **E**, et noté **var(E)**.

Nous appelons une **proto-équivalence** ou une **proto-égalité** une **relation binaire** $\mathcal{R}$ **réflexive** et **symétrique**. Une **relation d'équivalence** est donc une **proto-équivalence transitive**.

Et nous appelons une **varidalence** une **proto-équivalence varidative**. On vérifie aisément qu'une **varidalence transitive** dans **E** est une **relation (d'équivalence) totale** dans **E**, autrement dit, tout élément est en **relation** avec lui-même et avec tous les autres, c'est-à-dire: pour tous éléments **x** et **y** de **E**, on a : **x** $\mathcal{R}$ **y**. C'est la **relation d'équivalence universelle** dans **E**, ou **relation de XERY**.

Donc une **varidalence** dans un ensemble **E** est **non transitive** si et seulement s'il existe dans **E** au moins deux éléments qui ne sont pas en **relation**.

Il est clair que pour toute **relation binaire** $\mathcal{R}$ dans un **ensemble E**, si pour cette **relation var(E)** est non vide, alors la **relation** $\mathcal{R}$ est une **relation de XERY** dans **var(E)**. En effet, le propre des éléments de **var(E)** est qu'ils sont en **relation** avec eux-mêmes et avec **tout le monde** dans **E**. Donc en particulier entre eux, **tout le monde** est en relation avec **lui-même** et avec **tous les autres**, ce qui est la définition d'une **relation totale**, donc d'**équivalence universelle** ou de **XERY** dans **var(E)**.

Tout cela a pour conséquences importantes, entre autres que, pour tout ensemble **E**, **fini** ou **infini**, dont les éléments sont appelés les **constantes**, il existe une **infinité** d'**éléments implicites** de **E**, qui sont les **variables** de **E**, et qui **prennent surtout pour valeurs** les **constantes** de **E**, et éventuellement, si besoin, les **variables** de **E**.

Si par exemple: **E = {1, 2, 3, 4, 5}**, avec donc comme **constantes de E** les éléments appelés **1, 2, 3, 4**, **5**, on peut toujours dire: **E = {1, 2, 3, 4, 5, a, b, c, …, x, y, z,** v_1, v_2, v_3, **...}**, où les éléments: **a, b, c, …, x, y, z,** v_1, v_2, v_3, **...**, sont les **variables de E**, ou les éléments **varidaux** de **E**, ou les **varids** de **E**. Autrement dit, on a: **var(E) = {a, b, c, …, x, y, z,** v_1, v_2, v_3, **...}**. Des **éléments implicites** donc de **E**, maintenant **explicites**. Ces **variables** prennent pour **valeurs**: **1, 2, 3, 4**, **5**, et éventuellement ils prennent pour **valeurs** aussi les **variables**.

Ainsi, en considérant la **variable x**, on a: **x =1, x = 2, x = 3, x = 4, x = 5**, et là **x** joue son rôle fondamental de **variable de E**, qui prend pour **valeurs** surtout les **constantes de E**. Mais on a bien sûr aussi: **x = x**, ou: **x = a**, pour dire que si la **variable a** prend pour **valeur 3** par exemple, donc si: **a = 3**, alors du fait de dire que **x** prend pour **valeur** la **variable a**, donc: **x = a**, entraîne: **x = 3**.

C'est ainsi que nous employons intuitivement la notion de **variable**, en introduisant souvent des **lettres** pour **représenter** les éléments d'un ensemble **E**, comme par exemple **N**. Mais ceci n'est possible que parce qu'il existe une **loi universelle** ou **théorème universel** sous-jacent, qui est celui que nous venons d'énoncer. Cela ne nécessite donc pas de construire explicitement la notion de **variable de E**, mais c'est toujours bon aussi de savoir comment construire cette notion, dans le cas de l'ensemble **K** dont on parlera bientôt.

Le **cardinal** de **E = {1, 2, 3, 4, 5}**, c'est-à-dire le **nombre de ses éléments** au sens classique est **5**, puisque les **variables** représentent ces éléments, donc sont déjà « comptées » via ces éléments. Et pourtant c'est évident aussi que, au sens d'une autre **égalité**, les **variables** sont des objets **distincts** des **5 constantes**! La subtilité de la notion de **varidativité** ou de la **varidalence** est là.

A noter (et c'est très important) que ce que venons de dire est valable même si **E** est **vide**, c'est-à-dire n'a pas de **constante(s)** déclarée(s)! **E** possède toujours des éléments implicites, entre autres les **variables** dont nous venons de parler. Donc, dans le paradigme de l'**équivalence**, même si **E** = ∅, on a toujours: **var(E) = {a, b, c, …, x, y, z,** $\mathbf{v_1, v_2, v_3}$**, …}** ⊂ **E**, autrement dit les **variables**: **a, b, c, …, x, y, z,** $\mathbf{v_1, v_2, v_3}$**, ...**, sont des **éléments implicites** de **E**! Sans **constantes** explicites donc, les **variables** prennent pour **valeurs**, eh bien les **variables**, dont tout ou partie peut être déclarée comme des **constantes de E**. Cela signifie entre autres que dans le nouveau paradigme, un ensemble, même dit « **vide** » n'est jamais **vide** dans l'absolu, mais un ensemble « **vide** » est simplement un ensemble dont **on décide d'ignorer les éléments**.

Ceci explique aussi pourquoi souvent l'**ensemble vide**, ∅, vérifie trivialement des propriétés définies plutôt pour des **ensembles non vides**, comme par exemple le fait d'être un **Simplexe trivial**. Cela signifie alors que les propriétés en question, du fait de leur **structure logique**, sont vérifiées par les **éléments implicites** de ∅. Comme ici le fait d'être un **simplexe**, ou le siège d'une **relation d'équivalence totale**. Ou comme aussi le fait d'être un **ordinal**, un autre important exemple de **propriétés** vérifiées trivialement par l'**ensemble vide** ∅.

Et maintenant, soit un ensemble **K** ayant au moins deux éléments distincts **e** et **u**, que nous avons appelé l'ensemble des **kels**. Ici aussi, comme à chaque fois que nous utilisons la notion de **potenciel**, on pourrait englober le cas où **K** = ∅, car les deux éléments distincts **e** et **u** qu'on exige que **K** possède, peuvent, à défaut ou au pire, être **deux variables distinctes** de **K**.

Et soit $\mathbf{K^K}$ l'ensemble de toutes les applications de **K** dans **K**, que nous avons appelé l'ensemble des **varikels** associés à **K**. On assimile à **K** l'ensemble noté **[K]** des applications **constantes** de **K** dans **K**, c'est-à-dire de la forme **[a]**, pour tout élément **a** de **K**. Pour une telle application, pour tout élément **k** de **K**, on a: **[a](k)** = **a**. On assimile donc **a** et **[a]**, ce qui revient à assimiler **K** et **[K]**, et donc à considérer **K** comme un sous-ensemble de $\mathbf{K^K}$.

On définit sur $\mathbf{K^K}$ la relation « **≡**», telle que pour deux éléments **x** et **y** de $\mathbf{K^K}$:
x ≡ y si et seulement si: x(K) ∩ y(K) ≠ ∅ ,

c'est-à-dire l'**image** de **K** par **x** et l'**image** de **K** par **y** ont au moins un **élément commun**. Autrement dit, l'ensemble des **valeurs** que prend **x** et l'ensemble des **valeurs** que prend **y**, ont au moins un **élément commun**. Ou plus simplement, **x** et **y** prennent au moins une **valeur commune**.

Par exemple, si **x** est **[e]**, c'est-à-dire l'application constante de valeur **e**, c'est-à-dire telle que: **x(k) = e** pour tout élément **k** de **K**, et si **y** est **[e]**, l'**ensemble des images de x**, **x(K)**, est le singleton **{e}** et celui de **y** est **{u}**. Comme **e** et **u** sont distincts, il est clair que **x** et **y**, n'ont aucune image commune. Ils ne sont donc pas en **relation**.

Mais si **x(e) = u**, et si **y(u) = u**, on est certain qu'au moins l'élément **u** fait partie de l'ensemble des valeurs de **x** et **y**. Donc ici **x** et **y** sont en relation.

Il est clair alors aussi que « ≡ » est **réflexive**, car pour tout élément **x** de $\mathbf{K^K}$, **x** et **x** ont les mêmes valeurs, ce qui satisfait largement les exigences de ≡ , d'avoir juste au moins une image commune. On a donc : **x ≡ x**.

Et ≡ est **symétrique**, car pour deux éléments **x** et **y** de $\mathbf{K^K}$, si l'on a : **x ≡ y**, c'est-à-dire si l'on a au moins un élément **a** de **K** qui est l'une des valeurs prises par **x** et aussi par **y**, alors il en est de même pou **y** et **x**. Donc: **y ≡ x**.

La relation ≡ est donc une **proto-équivalence**.

Considérons à présent dans $\mathbf{K^K}$ l'application **varid v**, c'est-à-dire celle définie par: **v(k) = k**, pour tout élément **k** de **K**. On a donc : **v(K) = K**. Pour tout élément quelconque **x** de $\mathbf{K^K}$, **x(K)** est un sous-ensemble de **K**, donc **v(K)** et **x(K)** ont au moins un élément commun.
Donc on a: **v ≡ x** et **x ≡ v**. Donc **v** est un **varidal** pour ≡ .

Donc ≡ est une **varidalence**, mais qui **n'est pas transitive**, sinon elle serait une **relation totale**, ou **XERY**, ce qui n'est pas le cas puisqu'on a vu un exemple de deux **varikels** (les éléments de $\mathbf{K^K}$) qui ne sont pas en **relation**.

Et de manière générale, les **varidaux** de ≡ sont tous les **varikels v**, tels que **v(K) = K**. En effet, on est certain dans ces conditions que pour tout **varikel x**, **v** et **x** ont au moins une image commune, puisque **x(K)** est un sous-ensemble de **K**.

Mais si au moins un élément **b** de **K** manquait à **v(K)**, alors il est clair que **v** et **[b]** n'ont aucune image commune, donc ne sont pas en **relation**. La condition nécessaire et suffisante pour être un **varidal v** de ≡, est donc: **v(K) = K**. Ainsi donc, $\mathbf{var(K^K)}$ est l'ensemble des **varikels r** tels que: **v(K) = K**. Dans $\mathbf{var(K^K)}$ donc, la relation ≡ est **totale**, c'est une **relation d'équivalence universelle**, une **relation de XERY**.

Un important exemple est le cas où **K** est **N** ou **Z**. Et de manière plus générale, on a le cas où **E** est l'ensemble $\mathbf{K^I}$, des applications d'un ensemble **I** dans un ensemble **K**, et **I** étant un sous-ensemble de **K** ayant au moins deux éléments distincts (donc **K** a au moins deux éléments distincts). Un exemple important est alors le cas où **K** est **Z** et **I** est **N**. Donc le cas où **E** est $\mathbf{Z^N}$, l'ensemble des **suites d'entiers relatifs**.

Un exemple de **relation varidative ≡** est celle entre deux **suites x** et **y** telle que :
$\mathbf{x(N) \cap y(N) \neq \varnothing}$,
ce qui signifie qu'on exige qu'il y ait au moins une élément commun parmi les valeurs que prennent les **suites x** et **y**.
Ici donc, la **suite varid v** telle que: **v(n) = n** pour tout **entier naturel n**, est un exemple de **varidal**.
Et on appelle ici $\mathbf{var(Z^N)}$ l'ensemble des **suites v** telles que **v(N) = N**, si l'on s'intéresse plus spécialement aux **suites** qui prennent pour valeurs des **entiers naturels**. Autrement dit, plus spécialement à $\mathbf{N^N}$.

Mais revenons à la définition d'une **relation d'équivalence** dans un ensemble **E**.

Pour un élément **x** de **E** donné, les éléments de **E** **équivalents** à **x** forment un sous-ensemble de **E** habituellement appelé la **classe d'équivalence** de **x**, que nous appelons aussi une **classe d'égalité**, et même aussi une **classe d'identité** ou une **identité commune**, que nous noterons ici $\mathbf{x^\bullet}$.

Concrètement, cela signifie que tous ces éléments de **E** ne se distinguent plus de **x** du point de vue de la **relation d'équivalence** «≡ ». Ils deviennent **égaux**, ils forment **une seule identité**, alors que du point de vue d'une autre **relation d'équivalence** «**≡ '**», les éléments de cette classe sont bel et bien **distincts**.

Si par exemple **x** et **y** sont deux éléments **distincts** de **E** du point de vue de l'égalité courante notée « = » tels que : **x ≡ y**, alors **x** et **y** deviennent pour la **relation d'équivalence** «≡ » deux manières différentes de parler d'**un seul et même objet**. On peut alors écrire : $\mathbf{x^\bullet = y^\bullet}$, en utilisant le signe de l'égalité courante « = », qui elle-même n'est qu'une certaine **relation d'équivalence**. On dit qu'elle est une **identité** comparée à «≡ », et que «≡ » est une **équivalence** comparée à « = ».

Autrement dit, pour deux éléments **x** et **y** de **E**, $\mathbf{x = y \Rightarrow x \equiv y}$.

Mais la réciproque n'est pas vraie. C'est-à-dire on peut tout à faire avoir : « **x ≡ y** » sans qu'on ait « **x = y** ». Autrement dit, deux objets **x** et **y** de **E** que la nouvelle **égalité** «≡ » ne distingue plus, l'ancienne égalité « = » peut continuer à les distinguer, ce que l'on note généralement : « **x ≠ y** », mais que nous noterons aussi : « **x /= y** ». Et on lit « **x et y sont non égaux** », ou « **x et y sont inégaux** », ou « **x et y sont différents** », ou « **x et y sont distincts** ».

On note qu'il ne s'agit que d'une **différence** du point de vue de l'**égalité « = »**, qui n'est pas une différence dans l'absolu, puisque l'**égalité** «≡ », elle, ne distingue pas **x** et **y**.

De la même façon, il peut tout à fait exister dans **E** une autre **relation d'équivalence** par rapport à laquelle « = » est une **équivalence**, tandis qu'elle est une **identité** comparée à « = ». On la note « == », et on dira qu'elle est plus **stricte** que « = », tout comme aussi « = » est plus stricte que «≡ ».

Autrement dit, pour deux éléments **x** et **y** de **E**, $\mathbf{x == y \Rightarrow x = y}$.
Et donc finalement : $\mathbf{x == y \Rightarrow x = y \Rightarrow x \equiv y}$.

Cela veut dire aussi qu'un certain élément de **E**, que nous pouvons percevoir comme un seul élément, peut cacher une **classe** d'éléments, une **classe d'égalité** donc représentée par cet élément.

Par exemple considérons l'ensemble **E = {a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m, n, o, p, q, r, s, t, u, v, w, x, y, z}**, des 26 lettres de l'alphabet français.

Définissons la relation binaire « **x ≡ y** » suivante : « **x et y sont deux consonnes ou sont deux voyelles**».

Il s'agit d'une **relation d'équivalence**.

«**≡** » est **réflexive**, car pour un élément **x** de **E**, **x** et **x** sont deux consonnes ou **x** et **x** sont deux voyelles.

«**≡** » est **symétrique**, car pour deux éléments **x** et **y** de **E**, si **x ≡ y** alors **y ≡ x**.
En effet, si **x** et **y** sont tous les deux des consonnes ou tous les deux des voyelles, il en est de même pour **y** et **x**.

«**≡** » est **transitive**, car pour deux éléments **x** et **y** de **E**, si **x ≡ y** et si **y ≡ z**, alors **x ≡ z**.
En effet, supposons **x ≡ y** et **y ≡ z**.

Si **x** et **y** sont tous les deux des consonnes, puisqu'on a **y ≡ z**, alors forcément aussi **z** est une consonne. Donc **x** et **z** sont tous les deux des consonnes, donc **x ≡ z**.

Même raisonnement si **x** et **y** sont tous les deux des voyelles.

Pour cette relation **≡**, l'ensemble **E** est partagé en deux **classes d'équivalence**, le sous-ensemble des voyelles : $\mathbf{a^{\bullet}}$ **= {a, e, i, o, u, y}**, qui est aussi $\mathbf{e^{\bullet}}$, aussi $\mathbf{i^{\bullet}}$, etc. Et le sous-ensemble des consonnes: $\mathbf{b^{\bullet}}$ = **{b, c, d, f, g, h, j, k, l, m, n, p, q, r, s, t, v, w, x, z}**, qui est aussi $\mathbf{c^{\bullet}}$, et aussi $\mathbf{m^{\bullet}}$, etc.. Cela veut dire que, du point de vue de l'**égalité** «**≡** », cet ensemble **E** de **26 éléments distincts** du point de vue de l'égalité courante « = », n'a que **2 éléments distincts**, à savoir $\mathbf{a^{\bullet}}$ et $\mathbf{b^{\bullet}}$. Cela revient à dire que d'un certain point de vue, qui est précisément ici , l'ensemble **E** est : **E = {a, b}**, c'est-à-dire : **E = {**$\mathbf{a^{\bullet}}$**,** $\mathbf{b^{\bullet}}$**}**. Autrement dit, un **élément unique** peut pourtant cacher un **élément multiple** !

Donc à la question : « Combien d'éléments possède **E** ? », la réponse est en fait : « Ça dépend de l'**égalité** considérée dans **E** ».

Mais revenons à présent à l'ensemble **E = {a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m, n, o, p, q, r, s, t, u, v, w, x, y, z}**, du point de vue de l'égalité courante « = ». Et regardons à présent cet ensemble **E** dans le contexte du présent document. Il apparaît clairement que la lettre « **a** » qui apparaît dans l'écriture de cet ensemble **E**, dans le présent paragraphe qui compte pour un élément, n'est qu'un représentant de toutes les lettres « **a** » du présent document. Cette lettre cache en fait une **classe d'équivalence** ou **classe d'égalité** ou **classe d'identité**. Chaque lettre « **a** » a sa propre **identité**, qu'on appelle son **occurrence** dans le document. Dans l'écriture de l'**ensemble E** plus haut, la lettre « **a** » qui y apparaît est en réalité une autre **occurrence** de la lettre, qui a sa propre **identité**, comme aussi les lettres « **E** » chaque fois que nous mentionnons cet ensemble. Au sens de cette égalité, chaque lettre « **a** » n'est **identique** qu'à elle-même, mais **équivalente** aux autres.

Nous pouvons tout à fait décider de ne considérer qu'**équivalentes** les lettres « **a** » qui apparaissent dans l'écriture de **E**. Et étant données deux lettres **x** et **y** dans ces différentes écritures de **E**, on peut définir la relation binaire : « **x == y** » par : « **x et y sont la même occurrence d’une lettre dans une écriture de E** ». Ou plus généralement, on peut définir « **x == y** » par : « **x et y sont la même occurrence d’une lettre dans le présent document**». Il s’agit d’une **relation d’équivalence** aussi.

Là où, avec la **relation d’égalité** courante « **=** » on peut considérer **égales** toutes les occurrences de la même lettre dans le document, avec la nouvelle relation « **==** », plus stricte, on **distingue** chaque occurrence des autres. Si par exemple **x** désigne l’occurrence de « **a** » dans la précédente écriture de **E**, et y l’occurrence de « **a** » dans l’écriture de **E** qui précède la précédente, on n’a pas la même occurrence, donc on a : «« **x /== y** », ou « **/==**» est la **relation de distinction** associée à « **==** ».

Il est clair qu’on a : **x == y ⇒ x = y**, la réciproque n’était pas vraie.
Et on a aussi : **x == y ⇒ x = y ⇒ x ≡ y**.

Autre exemple : Notons par « **==** » l’**égalité** courante, et considérons l’ensemble des entiers naturels : **N == {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...}**.

On a : **N == N**, et : **0 == 0**, **1 == 1**, **2 == 2**, **3 == 3**, etc., mais pas : **3 == 12**, par exemple.
Autrement dit, on a : **3 /== 12**.

Et maintenant définissons dans l’ensemble **N** les **relations binaires** suivantes :
x = y ⇔ « |x – y| est un multiple de 9».
x ≡ y ⇔ « |x – y| est un multiple de 3»,
où « **|x – y|** » signifie la **valeur absolue de « x – y »** .

Les **relations** « **=** » et «**≡** » sont des **relations d’équivalence** ou **relations d’égalités**.

Du point de vue de la relation « **==** » ou **égalité de référence**, l’ensemble **N** est vu comme une infinité d’éléments : **N == {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, ...}**.

Et du point de vue de la relation « **=** », l’ensemble **N** est vu comme un ensemble fini de 9 éléments :
N == {$0^{\bullet}, 1^{\bullet}, 2^{\bullet}, 3^{\bullet}, 4^{\bullet}, 5^{\bullet}, 6^{\bullet}, 7^{\bullet}, 8^{\bullet}$**}**.
Cela signifie concrètement que cette **égalité** « **=** » distingue **3** et **7** par exemple, « **3 /= 7** », mais ne distingue pas **3** et **12**, car la valeur absolue de leur différence est un multiple de 9.
Pour cette égalité donc, on a : **3 = 12**. Et on a aussi : **0 = 9**, **5 = 32**, etc..

Et du point de vue de la relation « **≡** », l’ensemble **N** est vu comme un ensemble fini de 3 éléments :
N == {$0^{\bullet}, 1^{\bullet}, 2^{\bullet}$**}**.
Cela signifie que cette **égalité** « **≡** » distingue **0** et **2** par exemple, « **0 /≡ 2** », mais ne distingue pas **1** et **7**, car la valeur absolue de leur différence est un multiple de 3.
Pour cette égalité donc, on a : **1 ≡ 7**. Et on a aussi : **0 ≡ 3**, **2 ≡ 14**, etc..

Cette troisième égalité distingue moins que « = » qui distingue moins que «== ».
Autrement dit, dans **N**, «== » est plus **stricte** que « = » qui est plus **stricte** que «**≡** ».

On a donc : **x == y ⇒ x = y ⇒ x ≡ y**.

Autrement dit, si **x** et **y** sont le **même nombre entier** naturel selon «== », alors ils le sont pour « = », mais la réciproque n'est pas vraie. Par exemple **3** et **12** sont le même nombre pour « = », mais ne le sont pas pour «== ». Mais ils le sont pour « ≡ », car leur différence qui est un multiple de 9 est aussi un multiple de 3. Mais ici aussi la réciproque n'est pas vraie. Par exemple **2** et **14** sont le même nombre pour « ≡ », car leur différence est **12**, un multiple de 3. Mais ils ne sont pas égaux pour « = », car **12** n'est pas un multiple de **9**.

L'un des enseignements importants qu'on en tire, est que la **relation d'égalité** que l'on considère sur un ensemble **E** et que l'on note habituellement « = », va grandement déterminer ce qu'il faut appeler les éléments de **E**, le **nombre des éléments** de **E** (ou **cardinal** de **E**), si **E** est **fini** ou **infini**, etc.. Un ensemble **E fini** d'un point de vue d'une **égalité** donnée, peut être **infini** du point de vue d'une autre, et à l'inverse un ensemble **infini** vu à travers le prisme d'une **égalité** donnée, peut être **fini** selon une autre.

Dans toute la suite, quand nous travaillons avec une **relation d'égalité** notée « = », appelée « **identité courante** », il ne faut pas perdre de vue qu'il s'agit d'une certaine **relation d'équivalence**, et qu'au besoin nous ferons appel à une **relation d'équivalence** plus **stricte**, notée « == », qui est une **identité** par rapport à « = ». Au besoin, on pourra faire appel à une **identité** plus stricte encore, notée « === », qui distingue ce que « == » ne distingue pas. Et ainsi de suite.

Les **relations d'identité de strictions croissantes**: « = », « == », « === », « ==== », etc., sont respectivement notées : « $=_1$ », « $=_2$ », « $=_3$ », « $=_4$ », …, « $=_w$ », …, « $=_\omega$ ».

Il importe de souligner que, comme pour les symboles des **équivalences**, qui suivront, ce sont des symboles de l'**égalité**, et c'est nous qui décidons selon le contexte et les **égalités** qu'il nécessite, de dire laquelle des égalités sera notée « = », laquelle « == », etc.. Ainsi par exemple, l'**égalité** courante pourra être notée « == », et appelée **identité**, et si la **relation d'équivalence** est définie à partir d'elle, cette relation pourra être notée « = ». Ou au contraire l'égalité courante pourra être notée « = », et si l'on définit à partir d'elle une **relation d'équivalence**, elle pourra être notée « ≡ ».

Avec l'**identité** notée « $=_\omega$ », l'**identité absolue**, l'**expression** qu'on écrit à gauche et à droite du signe de l'**égalité**, doit être absolument la même, comme par exemple : « **3^^7** $=_\omega$ **3^^7** », pour dire ici que « **3 tétration 7 est égale à 3 tétration 7** », la **tétration** ou «^^ » étant un **hyperopérateur**, celui qui vient après l'**exponentiation**, notée « ^ ». Avec l'**identité absolue** «$=_\omega$ » on n'a donc pas le droit d'effectuer la moindre **opération**, ou de représenter une expression par une autre, puisque dans tous ces cas on écrit forcément une **égalité** entre deux expressions différentes, comme par exemple « $(a+b)^2 =_\omega a^2 + 2ab + b^2$ », qui est une des formules appelées **identité remarquable**. Elle suppose un minimum de calculs ou d'**opérations**, donc de ne pas avoir absolument la même expression de part et d'autre de l'**égalité**. Or le principe même des **opérations**, c'est d'avoir des **expressions différentes** d'un côté et de l'autre du signe de l'**égalité**. Ce qui veut dire donc qu'en fait c'est l'**équivalence** qui rend possible les **opérations**, les **calculs**, etc., pas donc l'**identité**.

Donc, même pas la possibilité de dire : « **a+b** $=_\omega$ **b+a** » avec l'**identité absolue**, car on n'a pas exactement la même **expression** de part et d'autres du signe de l'**égalité**, qui est ici l'expression de la **commutativité** de l'**addition**. On peut tout juste dire : « **a+b** $=_\omega$ **a+b** », ou « **b+a** $=_\omega$ **b+a** », c'est tout.

Mais est-ce à dire que l'**identité absolue** « $=_\omega$ » est inutile, puisqu'on ne peut faire la moindre **opération** avec elle ? Pas du tout ! Car c'est elle qui assure l'**identité** des choses, qu'on ne les confonde pas avec les autres choses. Du point de vue de l'identité absolue, il est donc hors de question de dire par exemple : « $\mathbf{0} =_\omega \boldsymbol{\omega}$», de confondre par exemple le **zéro** et l'**infini**, l'**alpha** et l'**oméga**. Donc impossible de raisonner avec une logique **omégacyclique**, autrement dit le **Cycle Oméga**, le **Cycle** de l'**Univers TOTAL**, qui repose justement sur cette égalité fondamentale : « $\mathbf{0 = \boldsymbol{\omega}}$», qui dit donc que l'**alpha** est aussi l'**oméga**.

On verra notamment avec les **nombres rationnels** que la solution de la **division par 0** réside justement dans cette égalité « $\mathbf{0 = \boldsymbol{\omega}}$» entre le **zéro** et l'**infini**, qui dit simplement : « $\mathbf{0 = 1/0}$ », l'**opération** « **1/0** » étant précisément l'**identité absolue** de l'**infini absolu** $\boldsymbol{\omega}$. Autrement dit, on a : « $\boldsymbol{\omega} =_\omega \mathbf{1/0}$ ». Ici on peut écrire cette **égalité**, car il ne s'agit pas d'un **calcul** ou d'une **opération**, mais de l'expression de l'**identité absolue** de l'**infini** $\boldsymbol{\omega}$, sa **définition**. On est simplement en train de dire par là : « **L'identité absolue de l'infini** $\boldsymbol{\omega}$ **est 1/0**».

A la rigueur, s'il faut un minimum d'**équivalence** pour ne pas avoir absolument la même expression de part et d'autre du signe de l'égalité, on peut convenir qu'on utilise là une **identité presque absolue**, de **striction** $\boldsymbol{\omega}$**-1** par exemple pour dire : « $\boldsymbol{\omega} =_{\omega-1} \mathbf{1/0}$ ». Pour dire donc que l'identité utilisée là est presque absolue, elle autorise le **renommage des expressions**, ou la **représentation** d'une **expression opérationnell**e par un **symbole** ou un **nom**. Ici donc le **renommage** ou la **représentation** de l'**expression opérationnelle** «**1/0** », qui exprime la **division de 1 par 0**, par le symbole qu'est la lettre grecque **oméga** ou $\boldsymbol{\omega}$. Sinon, avec l'identité absolue au sens le plus strict, on n'a le droit que de dire : « $\boldsymbol{\omega} =_\omega \boldsymbol{\omega}$ », ou « $\mathbf{1/0} =_\omega \mathbf{1/0}$ », car après tout le symbole $\boldsymbol{\omega}$ et l'**expression de l'opération de division de 1 par 0** sont deux choses différentes, chacune ayant sa propre **identité**, et donc n'étant **identique** qu'à elle-même.

Mais avec l'**identité opérationnelle**, comme son nom l'indique justement, on a injecté une dose d'**équivalence** suffisante pour faire des **opérations** très basiques, comme par exemple de dire que **1** est l'**élément neutre** de la **multiplication** : « $\mathbf{1 \times x =_w x \times 1 =_w x}$».

Car c'est vraiment la moindre des choses de pouvoir dire qu'**une fois une certaine chose x c'est la chose elle-même** ! Quand-même !

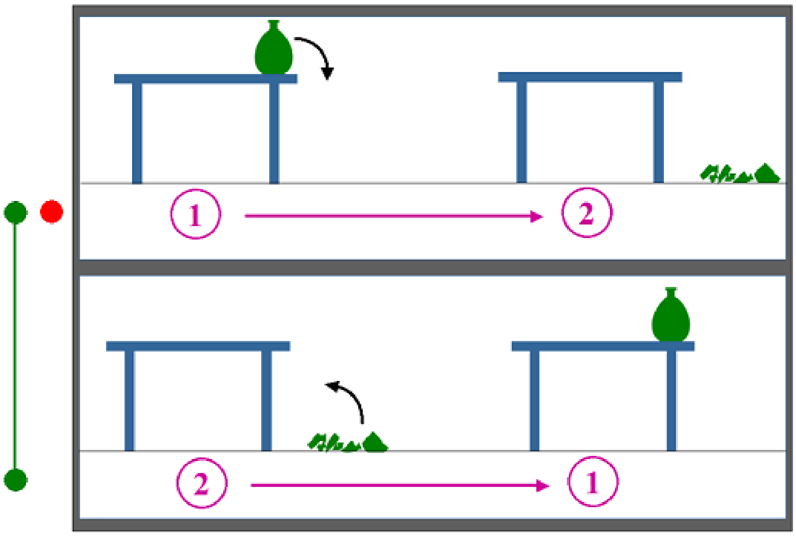
C'est très tentant à ce stade **opérationnel** de pouvoir dire aussi que **0** est l'**élément neutre** de l'**addition** : « $\mathbf{0 + x =_w x + 0 =_w x}$». Autrement dit, qu'ajouter **0** à un **nombre** ou le **rien** à une chose, cela... ne change rien, le nombre ou la chose reste elle-même.

Oui mais… Il y a un petit souci fondamental qu'il est temps de comprendre à présent avec les notions de type « **zéro** », les notions de type « **rien** », « **néant** », « **vide** », etc.. Autrement dit les notions de type « **inexistence** » ou « **non-existence** » ou « **négation d'existence** », etc. On a reconnu dans ces notions la « **Négation** », qui est le problème fondamental dans l'**Univers TOTAL**. Il faut toujours faire attention aux notions contenant un certain sens de **Négation**, car le **Diable** est dans cette affaire, c'est même sa définition scientifique, tout simplement.

Comme déjà dit, nous sommes présentement dans un **monde** ou **univers de Négation**, un **univers négatif**, **déconnecté** de l'**Univers TOTAL**, l'**Univers-DIEU**, qui est l'**Organisation**, la **Vie**. Nous appelons ce type de monde ou **univers** un **onivers**, qui est la définition scientifique de la notion biblique d'**enfer**.

Pour le dire plus techniquement, il s'agit d'un **univers entropique**, régi par l'**entropie**, qui est le **degré de désorganisation**. Dans de tels **univers** ou **mondes entropiques**, qui fonctionnent avec le **principe de l'entropie** (le **second principe de la thermodynamique**), les choses évoluent naturellement vers la **désorganisation**, la **dégénérescence**. La notion d'**énergie**, qu'Einstein sur l'image ci-dessus, est en train de noter **E** au tableau, est une **énergie négative**, raison pour laquelle elle est **destructrice**, de nature à **détruire** l'**organisation** et la **vie**, comme par exemple l'**énergie** de la **bombe atomique** ou l'**énergie électrique**.

Nous vivons donc dans un **monde** ou **univers entropique**, par opposition à un **monde** ou **univers néguentropique**, ou **univers** où l'**entropie est négative**. Il faut comprendre qu'en réalité ce qu'on appelle la **néguentropie** est la vraie **entropie positive**, parce qu'elle est synonyme d'**organisation**, de **vie**. C'est en fait l'**entropie**, qui est le **degré de désorganisation**, qui est en réalité la vraie **entropie négative**.



Onergie, Entropie, Irréversibilité et Flèche du Temps : 1 < 2
Unergie, Entrupie, Réversibilité et Temps Cyclique: 1 < 2 et 2 < 1

Dans notre **univers**, parce qu'il est **entropique**, c'est-à-dire **négatif**, d'**énergie négative**, synonyme de déficit d'**énergie positive** que je nomme **unergie** (exactement comme une **dette** est synonyme de **déficit** de **ressource positive**), un vase qui est posé sur une table aura tendance à tomber naturellement et à se briser en morceaux. L'état de vase brisé est un état de plus grande **désorganisation**, ce qui veut dire de plus grande **entropie** que celle du vase en entier, sur la table, donc dans un état de plus grande **organisation**. Le **degré d'organisation**, qu'on appelle la « **néguentropie** », est ce que j'appelle l'**entrupie**, « **u** » comme « **Univers** » ou « **Univers TOTAL** », par opposition à « **o** » comme « **Onivers** », pour ce qui est de l'**entropie**.

C'est donc l'**entrupie** qu'il faut prendre comme référence (et pas l'**entropie**), et le signe de l'**entrupie** est aussi celui de l'**énergie** et le signe du **monde** ou de l'**univers** concerné. Dans notre

monde ou notre **univers**, ce signe est **négatif**. Il s’agit donc, si on applique la même logique que pour l’**entropie**, de **néguentrupie** ou **entrupie négative**. Il s’agit donc d’un **onivers** ou **univers de Négation**, un **univers négatif**. C’est dans ce sens-là qu’il faut définir les signes, pour comprendre la nature des mondes et mieux comprendre ce qui s’y passe, pourquoi les choses y fonctionnent comme elles y fonctionnent.

Les conventions de signe ont donc été inversées, faisant de l’**entropie** dans notre **univers** et notre **monde** la **norme**, le « **positif** ». Dans un **monde entropique**, un vase tombé et brisé ne se reconstitue pas naturellement pour remonter se poser sur la table. La transformation est irréversible, et les morts ne ressuscitent pas. Parce qu’aussi ces mondes sont soumis à la **flèche du temps**, qui est très étroitement lié à l’**ordre des ordinaux**, qui est **linéaire** et **unidirectionnel**, comme précisément la théorie des ordinaux des mathématiques actuelles :


WIKIPÉDIA
L'encyclopédie libre
Créer un compte

Article | Discussion | Lire | Modifier | Modifier le code | Voir l'historique

Nombre ordinal

39 langues

« Ordinal » redirige ici. Pour les autres significations, voir Ordinal (homonymie).

En mathématiques, on appelle **nombre ordinal** un objet permettant de caractériser le type d'ordre d'un ensemble bien ordonné quelconque, tout comme en linguistique, les mots *premier*, *deuxième*, *troisième*, *quatrième*, etc. s'appellent des adjectifs numéraux *ordinaux*, et servent à préciser le rang d'un objet dans une collection, ou l'ordre d'un événement dans une succession.

Georg Cantor a été amené (lors de ses travaux sur les séries trigonométriques) à nommer de même le concept qu'il avait introduit à cette occasion pour caractériser le type d'ordre des ensembles qu'il rencontrait, de façon plus précise qu'en les mesurant par leur cardinalité (leur « nombre d'éléments »). Les ordinaux finis peuvent en fait être identifiés aux entiers naturels qui s'identifient eux-mêmes aux cardinaux finis, mais, dans le cas des ensembles infinis, ce n'est plus vrai : tous les cardinaux

Spirale représentant les nombres ordinaux inférieurs à ω^ω.

On parcourt les **ordinaux** dans un sens et pas dans le sens contraire, notamment les **ordinaux infinis** dit **limites**, comme précisément l’**ordinal infini ω** :

Les **ordinaux** obéissent à une **logique fractale** et **cyclique**, comme nous avons commencé à le voir, ce qui fait même l’objet de ce livre sur la structure **omégacyclique**, ou **cycle oméga**. Cela signifie dans le schéma précédent de Wikipedia que la rotation des ordinaux doit se faire dans les deux sens, celui des aiguilles d’une montre et le sens inverse. Or comme on le voit avec cette structure, c’est un sens unique, donc c’est un **pseudo-cycle des ordinaux**, ou à la rigueur un **cycle irréversible**. Il en est ainsi parce que tout **ordinal n** a un **successeur n+1**, certains ayant un **prédécesseur n-1**, mais pas tous notamment les **ordinaux** dits **limites**, comme par exemple **ω**.

La liste des **ordinaux** classiques est : **0, 1, 2, 3, 4, 5, …, ω, ω+1, ω+2, ω+3, ω+4, ω+5, …**.

Elle signifie qu’on a d’abord les **ordinaux finis** : **0, 1, 2, 3, 4, 5, …**, et après-eux tous vient l’**ordinal ω**, qui n’est pas **fini** mais **infini**. Ses **successeurs** sont : **ω, ω+1, ω+2, ω+3, ω+4, ω+5,…**, exactement donc comme sur le modèle des finis: **0, 1, 2, 3, 4, 5, …**, l’**ordinal ω** jouant le rôle d’un nouveau **0**, comme on le voit sur l’image. Le **prédécesseur** de **ω+5** par exemple est **ω+4**, précédé de **ω+3**, et ainsi de suite, jusqu’à **ω**.

Mais c'est là où ça bloque, car **ω** n'a pas de **prédécesseur ω-1**. Donc aussi, pas **ω-2**, ni de **ω-3**, etc.. Dans le sens **croissant** donc, tout **ordinal n** a un **successeur n+1**. Mais dans le sens décroissant, il y a des **ordinaux** dits « **limites** », au niveau desquels ça bloque, car il n'a pas de **prédécesseur**. Comme précisément **ω**, le premier d'entre eux, et le plus important, car il détermine les autres, parce qu'il est simplement la base des **ordinaux infinis**, et même la **base** de tout simplement. On ne peut donc pas remonter toute la liste jusqu'à **0**, cette structure est donc à **sens unique**.

Ceci n'est pas normal du tout, car les **nombres**, les **ordinaux**, les vrais, ont une **relation d'ordre** (**infériorité** « **<** » ou **supériorité** « **>** ») dans les deux sens, le sens **croissant** et le sens **décroissant**. Là on nous parle de **pseudo-nombres** ou de **pseudo-ordinaux**, ou à la rigueur de **semi-ordinaux** comme déjà dit, qui n'obéissent pas à la **symétrie des nombres**, qui cachent quelque chose, qui est précisément la **flèche du temps**, l'**irréversibilité** de l'**entropie** dans notre **univers**, et bien d'autres sujets, comme par exemple le **principe de causalité**.

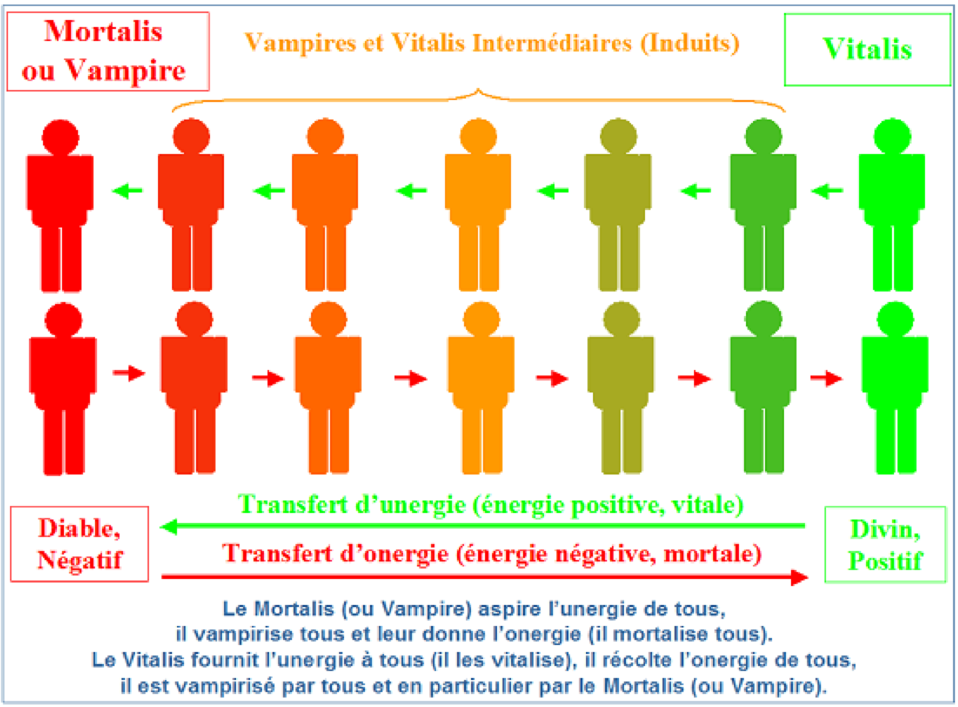
Tous les sujets et bien d'autres sont intimement connectés, et intimement connectés aussi à la question de la **division par 0**. Elles sont intimement liées à la nature même de notre **univers** (et par conséquent notre monde), à savoir un **univers entropique**, où la **gravitation** sévit mais pas l'**antigravitation**, où les vases tombent et se brisent mais ne se reconstituent pas pour remonter d'où ils sont tombés. Un monde où les avions se crashent, où l'on chute des falaises ou des gratte-ciels, qu'on le veuille ou non, mais où l'on ne décide pas de remonter comme des anges. Un monde donc aussi où les morts ne ressuscitent pas spontanément sans **miracle entrupique**, comme ceux de Jésus, et j'en passe.

Les initiés savent cela, mais la règle est de ne pas informer le monde sur la nature des choses et sur la cause profonde de cet état de chose. Car ces initiés-là sont pour la plupart des **êtres de Négation**, des êtres typiques de ce genre de **mondes** ou d'**univers**, à savoir les **onivers**, les **enfers** ! Autrement dit simplement, des **êtres démoniaques**, oui des démons, des êtres déconnectés du divin, à savoir **Dieu** l'**Univers TOTAL**, l'**Etre TOTAL**, l'**Alpha** et l'**Oméga**. Eux méritent ce genre de mondes, car volontairement déconnectés de **Dieu**, de la **Source**, et n'ont aucune intention de mettre fin à leur **Négation**, de se reconnecter. Ils exploitent et **vampirisent** les autres ayant plus ou moins de connexion divine, donc de l'**énergie divine**, l'**énergie vitale**, **existentielle**, la vraie **énergie** donc, l'**énergie positive**, que nous appelons l'**unergie** ou la **générescence**.

Par opposition à un **onivers** ou **univers de Négation**, on a un **monde** ou **univers d'Alternation**, un **univers positif**, **connecté** à l'**Univers TOTAL**. C'est un vrai **univers**, et c'est la définition scientifique de la notion biblique de **paradis**. Le reste après est juste une question de degré de **paradis** ou d'**enfer**, il y a des mondes meilleurs que d'autres, ou pires que d'autres. **Toutes choses existent dans l'univers TOTAL**, et toutes les situations existent. Et on ne doit plus continuer à ignorer cette vérité simple et fonctionner avec de mauvais paradigmes scientifiques, les paradigmes au mieux erronés et au pire mensongers. Et à vrai dire, il s'agit de mensonges savamment entretenus depuis la nuit des temps par des initiés et des êtres de nature négative, justement. Des secrets bien gardés par tous les humains de nature démoniaque, que l'on trouve au sommet du monde, mais aussi dans toutes les couches de la société.

L'**unergie**, c'est ce qui dans la Bible est appelé l'**Esprit de Dieu** ou le **Saint Esprit**, qui est tout, qui fait tout. C'est l'**énergie universelle**, l'**énergie divine**, l'**énergie** de **générescence** et de **vie**. Nous avons introduit la notion de **générescence**, qui va avec l'**entrupie**, par opposition à la

dégénérescence ou la **désorganisation** ou le **chaos**, qui va avec l'**entropie**. L'**onergie** ou **énergie négative**, typique donc de l'**onivers**, représente le **déficit** ou l'**absence** d'**unergie**, comme une **dette** représente l'**absence** de **ressources**. Dans une région où tout le monde est endetté, les plus riches sont les moins endettés ou ceux qui fourguent leurs sales dettes aux autres, en les **vampirisant**. La **dette** ici est la **dette** en **unergie**, qui signifie une dette vis-à-vis de l'U**nivers TOTAL** ou **Dieu**. L'état d'**endetté** est ce qu'on appelle l'état de **pécheur**. Et les êtres démoniaques incarnent même cette dette :

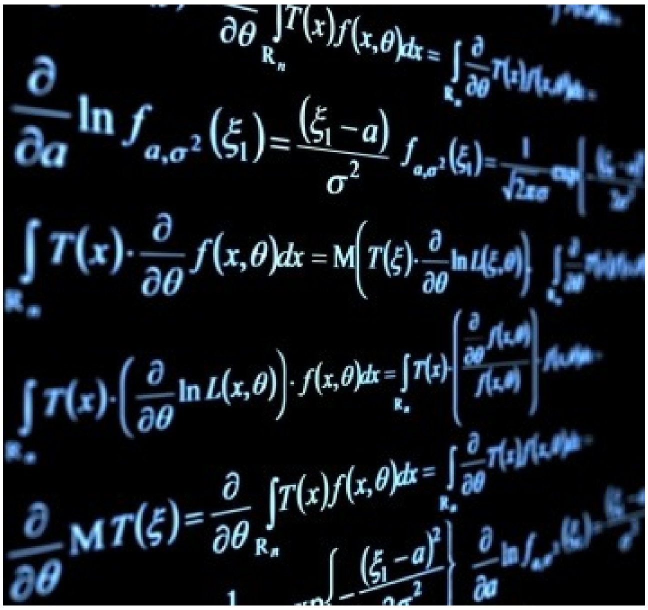


Voilà un des secrets les plus soigneusement gardés du monde. En ce troisième millénaire, et plus encore à ces moments eschatologiques, de religion de covidisme, le moment est venu pour que tous les secrets cachés soient révélés. Les démons nés humains, qui sont la racine cachée des maux du monde, des maladies, des accidents, de la mort, qui maintiennent les gens dans leurs mensonges, qui étouffent les esprits et les consciences qui s'éveillent par leurs propagandes monstrueuses, montrent ainsi leur vraie nature.

Tout est faux dans leur monde, jusqu'aux sciences, jusqu'aux mathématiques ! Des mensonges si subtils que seul Dieu peut les dévoiler. Car la fausseté se trouve dans les bases mêmes des mathématiques et des sciences. Et tout paraît normal quand bien même on est en présence d'un mensonge, comme par exemple la prétendue « impossibilité » de **diviser par 0**. Ou face à la théorie des ordinaux qui **n'obéit pas à la symétrie des nombres** (la **symétrie des générescences**). Ou en présence du mensonge au sujet de l'entropie qui a pris la place de l'entrupie, pour normaliser la **désorganisation**, alors que c'est l'**organisation** la norme. Et bien d'autres mensonges scientifiques qui ont toutes les apparences de la vérité.

Et beaucoup de gens sincères, et notamment des scientifiques, ont travaillé pour ce mensonge sans le savoir, ils ont servi ces paradigmes faux. Ils ne savaient pas quels esprits obscurs et occultes ils servaient, avec leurs formules cabalistiques, c'est le cas de le dire.

Que ce soit avec les formules des théories d'Einstein (notamment la relativité, avec laquelle il a été rendu célèbre, mais il a travaillé dans d'autres domaines, comme la physique quantique, les mathématiques, etc..) ou que ce soit les formules sur le tableau noir ci-dessous, on voit, à part les signes cabalistiques (beaucoup de signes d'**intégration** ou de **dérivée partielle**, des lettres grecques en voici en voilà) opaques et abscons pour les non initiés, il y aussi par exemple des symboles de l'**égalité**, comme par exemple aussi dans la célèbre formule : $\mathbf{E = mc^2}$. Mais de quelle **égalité** on parle ?



Ça tombe bien car Einstein parlait souvent de « Dieu », comme par exemple dans sa célèbre déclaration « **Dieu ne joue pas aux dés** ». Par ces mots il s'opposait aux paradigmes probabilistes de la classique physique quantique. Effectivement « **Dieu ne joue pas aux dés** », le hasard n'existe que dans les contextes limités de l'**Univers TOTAL**, comme notre petit monde ou notre petit univers gratifié de 10^{80} atomes (qui n'est pas infini donc), où l'on n'a pas la vision globale, c'est-à-dire de la réalité TOTALE. Mais à l'échelle de l'**Univers TOTAL**, l'**Etre Infini**, l'**Alpha** et l'**Oméga**, le hasard, ce mot de **Négation**, n'existe plus. Tout obéit à une autre Science, à d'autres lois, que simplement on n'a pas voulu connaître.

Les paradigmes de la **Négation** reposent sur l'idée que certaines choses n'existeraient pas dans l'absolu, seraient fausses dans l'absolu, seraient impossibles dans l'absolu, comme par exemple et tout bonnement la **division par le 0** dont nous parlons, justement ! Si le **0** n'est pas quelque chose, mais n'est que **0** ou **rien**, quelle que soit l'échelle à laquelle on regarde les choses, alors **diviser par 0** est effectivement impossible.

Mais si le 0 est toujours quelque chose, si c'est toujours une certaine chose qu'on appelle le **0**, et à plus forte raison si c'est l'**Univers TOTAL**, oui **Dieu**, qui joue aussi ce rôle du **0**, comme il joue aussi le rôle du **1** et aussi le rôle de l'**infini ω** (en fait il est l'**alpha** et l'**oméga**, la **Variable existentielle** et **universelle**, qui joue tous les rôles), alors la **division par 0** est une toute autre affaire ! C'est un tout autre paradigme, une toute autre science !

Avec donc « $=_w$ », on fait la différence entre « **1+0**» et « **1** », on différencie les expressions suivantes : **0, 0+0, 0+0+0, 0+0+0+0**, etc., de même que les expressions : **1, 1×1, 1×1×1, 1×1×1×1**, etc., dont les logarithmes sont les précédentes, car ce sont des **informations** différentes.

Au niveau de l'**identité absolue** « $=_\omega$ », toute chose n'est égale qu'à elle-même. Non seulement on ne peut plus dire : « **2+2** $=_\omega$ **5** », mais même pas « **2+2** $=_\omega$ **4** », ou « **4+6** $=_\omega$ **2×5**», mais on n'a que : « **2+2** $=_\omega$ **2+2** », « **4** $=_\omega$ **4** », « **4+6** $=_\omega$ **4+6** », « **2×5** $=_\omega$ **2×5**», etc., bref très rigoureusement « **X** $=_\omega$ **X** ». L'**identité absolue** ne tolère la moindre différence entre le premier membre et le second membre de l'**égalité**. Tandis que l'**identité opérationnelle** tolère encore des différences, ce qui rend possible des **opérations** basiques, comme par exemple : « **2+2** $=_w$ **4** ».

A l'inverse des **identités**, on a les équivalences . On peut faire appel à une **équivalence** « ≡ », qui **égalise** ce que « = » **distingue**, et à une **équivalence** « ≣ », qui **égalise** ce que « ≡ » **distingue**, et à une **équivalence** « ≣ », qui **égalise** ce que « ≣ » **distingue**, et ainsi de suite. Les **équivalences** « ≡ », « ≣ », « ≣ », « ≣ », etc., sont notées : « $\equiv_1$», « $\equiv_2$», « $\equiv_3$», « $\equiv_4$», …, « $\equiv_w$», …, « $\equiv_\omega$», la dernière étant l'**équivalence absolue**, ou l'**équivalence universelle**.

Cette **égalit**é quant à elle **ne distingue pas les choses**, de son point de vue tout dans l'**Univers TOTAL** est **une seule chose**, qui est donc forcément l'**Univers TOTAL U** lui-même, qui est donc l'**Alpha** et l'**Oméga**, le **Zéro** et l'**Infini**, et à la fois le **Un**, l'**Unique**.

On dira donc que la **relation d'équivalence**, « $\equiv_\omega$», est l'**équivalence universelle** dans **U**, ou la relation de **XERY** dans **U**.

Définition et théorème :
De manière générale, soit un **ensemble** quelconque **E**. On définit dans **E** la **relation binaire** suivante : « **x** $\equiv_w$ **y** » : « **x et y sont des éléments de E**».
C'est la **relation** que nous qualifions de **co-appartenance** dans l'**ensemble E**. Il s'agit d'une **relation d'équivalence** dans **E**, et pour cette **relation** spéciale, tout élément de **E** est en relation avec lui-même et avec tous les autres éléments de **E**. Autrement dit :

$\forall x \forall y(x \in E$ et $y \in E \Rightarrow x \equiv_w y)$
Ou simplement : **$x \equiv_w y$**, étant entendu que **x** et **y** désignent n'importe quels éléments de **E**.
Cette relation « $\equiv_w$» est donc une **relation d'équivalence** totale dans **E**.

Autrement dit **on a une seule classe d'équivalence**, qui est **E** lui-même.
On dit alors aussi que cette **relation** « $\equiv_w$» est une **relation d'équivalence universelle** ou **relation** de **XERY** dans **E**.

Et le mot « **XERY** » vient bien sûr de « **X ER Y** » ou « **X EST Y** » ou « **X = Y** ».

La **relation** « $\equiv_w$» est donc la **relation de XERY** dans l'**Univers TOTAL U**, et plus généralement dans tout **ensemble E**.

Par exemple, considérons l'**ensemble des entiers naturels** : **N == {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...}**.

La relation définie par :
« **x ≡ y** » ⇔ « **x et y sont des entiers naturels**»,

est vérifiée pour tout couple d'**entiers naturels**. C'est donc une **relation d'équivalence totale** ou **relation** d'**équivalence universelle** ou **relation de XERY** dans **N**.

De même pour la relation définie par :
x ≡ y ⇔ « |x – y| est un multiple de 1».

Ou encore :
x ≡ y ⇔ « |x – y| est un élément de N».

Ou encore :
x ≡ y ⇔ « x – y est un élément de Z».

Toutes ces relations sont vérifiées par tout couple d'**entiers naturels**. Ce sont donc des **relations d'équivalence totale** ou **relations** d'**équivalence universelle** ou **relations de XERY** dans **N**.

Cela veut dire donc qu'au regard de ces relations, l'ensemble **N** forme une seule **classe d'équivalence**, la **classe de 0**. Autrement dit, l'ensemble **N** est comme un ensemble d'un seul élément : **N == {0•}**.
Autrement dit encore, on a : **0 ≡ 1 ≡ 2 ≡ 3 ≡ 4 ≡ 5 ≡ 6 ≡ 7 ≡ ....**
Ou en notant « = » ces relations « ≡ » ainsi définies :
0 = 1 = 2 = 3 = 4 = 5 = 6 = 7 = ...

On note au passage la distinction que nous faisons entre la **relation d'identité** « == » utilisée pour définir ou identifier **N**, dans l'écriture : **N == {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...}**, ou : **N == {0•}**, et qui ici vérifie uniquement : **0 == 0**, **1 == 1**, **2 == 2**, **3 == 3**, etc., et qui donc ne vérifie pas : **0 == 1**, par exemple, autrement dit : **0 /== 1**, avec la **relation d'équivalence totale** dans **N**, ici notée « ≡ » ou « = ». Nous aurions pu utiliser aussi la **relation d'identité absolue** « $=_w$ » pour jouer le rôle de **relation d'identité** de référence. Pour ce rôle, nous utiliserons en général « == ».

Nous entrons dans une science où l'«égalité : **0+0 = 0**, est vraie, et pourtant aussi : **0+0 /= 0**, est vraie aussi, en ce sens que pour une certaine identité plus stricte, « **==** », on n'a pas : **0+0 == 0**, autrement dit on a : **0+0 /== 0**. En effet, « **0+0** » et « **0** » ne sont pas la même information, dans l'absolu. C'est plus évident encore avec l'**égalité** : **3+7 = 2×5**. En effet, « **3+7** » et «**2×5** » ne sont pas la même **expression opérationnelle**. La première exprime une **addition** et la seconde une **multiplication**.

Par l'**égalité** : **3+7 = 2×5**, on veut dire que les deux opérations « **3+7** » et «**2×5** » donnent le même résultat « **10** ». Et la relation binaire « **x et y donnent le même résultat** » est une **relation d'équivalence**.

Relation d'équivalence et partitions. Relations partitives d'équivalence

Définition :

Soit un **ensemble E** non vide, un **ensemble I** non vide, et $(\mathbf{E_i})_{\mathbf{i \in I}}$ une **famille** de **parties** de **E indexée** par **I**, autrement dit un ensemble dont les éléments $\mathbf{E_i}$ sont des **parties** de **E**, et chaque élément $\mathbf{E_i}$ ayant comme index un élément **i** de **I**.

En particulier, cette **famille** peut être $(\mathbf{E_1, E_2, E_3, \ldots, E_n})$, où **n** est un certain **ordinal** ou **nombre entier fini** ou **infini**, et où les $\mathbf{E_i}$ sont donc des **parties** de **E**. Ici, $\mathbf{I = \{1, 2, 3, \ldots, n\}}$.

On dit que cette **famille** $(\mathbf{E_i})_{\mathbf{i \in I}}$ de **parties** de **E** est une **partition** de **E** si :
les **parties** $\mathbf{E_i}$ sont **disjointes** deux à deux,
ce qui signifie que pour deux **indices** distincts **i** et **j** de **I**, $\mathbf{E_i}$ et $\mathbf{E_j}$ n'ont aucun élément commun :
$\mathbf{E_i \cap E_j = \varnothing}$;
et si leur **réunion** donne **E**, ce qui veut dire :
$\mathbf{réu((E_i)_{i \in I}) = \cup_{i \in I} E_i = E}$.

Par exemple, considérant l'ensemble **N** des **entiers naturels**, sa partie **A** constituée des **entiers pairs**, et sa partie **B** constituée des **entiers impairs**, **(A, B)** est une **partition** de **N**, car :
$\mathbf{A \cap B = \varnothing}$ et : $\mathbf{A \cup B = N}$.

Et si l'on considère la partie **A** de **N** des **entiers** de la forme **3k** (c'est-à-dire sont le **triple** d'un certain **entier k**), et la partie **B** de **N** des **entiers** de la forme **3k+1** (c'est-à-dire sont le **triple** d'un certain **entier k**, **plus 1**), et la partie **C** de **N** des **entiers** de la forme **3k+2** (c'est-à-dire sont le **triple** d'un certain **entier k**, **plus 2**), **A** et **B** n'ont pas d'élément commun, de même que **A** et **C** et **B** et **C**. Mais la réunion de **A**, **B** et **C** donne **N**. Autrement dit :
$\mathbf{A \cap B = \varnothing}$, et $\mathbf{A \cap C = \varnothing}$, et $\mathbf{B \cap C = \varnothing}$, et : $\mathbf{A \cup B \cup C = N}$.
Donc : **(A, B, C)** est une **partition** de **N**.

Théorème :

Soit un ensemble non vide **E** et «**≡** » une **relation d'équivalence** dans **E**.
Les **classes d'équivalence** de «**≡** » sont une **partition** de **E**.

Et inversement, soit $(\mathbf{E_i})_{\mathbf{i \in I}}$ une **partition** de **E**.
La **relation binaire** : **« x ≡ y» ⇔ « il existe un indice i de I tel que:** $\mathbf{x \in E_i}$ **et** $\mathbf{y \in E_i}$ **»**

est une **relation d'équivalence** dans **E**, dont les $\mathbf{E_i}$ sont les **classes d'équivalence**. On dit que cette **relation** « $\equiv$ » est une **équivalence partitive** ou définie par **partition**.

→ La **relation** « $\equiv$ » est **réflexive**.

En effet, pour tout élément **x** de **E**, il existe un $\mathbf{E_i}$ tel que $\mathbf{x \in E_i}$. Et donc : $\mathbf{x \in E_i}$ **et** $\mathbf{x \in E_i}$, et donc : $\mathbf{x \equiv x}$.

→ La **relation** « $\equiv$ » est **symétrique**.

En effet, soient **x** et **y** deux éléments de **E**, et supposons : $\mathbf{x \equiv y}$.
Il existe un **indice i** de **I** tel que: $\mathbf{x \in E_i}$ **et** $\mathbf{y \in E_i}$.
Donc aussi : $\mathbf{y \in E_i}$ **et** $\mathbf{x \in E_i}$, et donc $\mathbf{y \equiv x}$.

→ La **relation** « $\equiv$ » est **transitive**.

En effet, soient **x**, **y** et **z** trois éléments de **E**, et supposons : $\mathbf{x \equiv y}$ et $\mathbf{y \equiv z}$.
Il existe un **indice i** de **I** tel que: $\mathbf{x \in E_i}$ **et** $\mathbf{y \in E_i}$.
Et comme $\mathbf{y \equiv z}$, et puisque $\mathbf{y \in E_i}$, alors forcément aussi on a : $\mathbf{z \in E_i}$,
Et donc on a : $\mathbf{x \in E_i}$ **et** $\mathbf{z \in E_i}$, donc $\mathbf{x \equiv z}$.

La **relation** « $\equiv$ » est donc une **relation d'équivalence** dans **E**.
Et il est clair aussi, de la manière dont elle est définie, que les **classes d'équivalence** sont les $\mathbf{E_i}$.
Cette **relation d'équivalence** généralise celle de **co-appartenance** à un **ensemble E**, ou **relation de XERY** dans cet **ensemble**.

Nous emploierons plus souvent encore une forme plus générale de définition **partitive**, qui est la suivante.

Théorème :
Soit un ensemble non vide **E** et $\mathbf{(E_i)_{i\in I}}$ une **partition** de **E**. Supposons que sur chaque $\mathbf{E_i}$ est définie une **relation d'équivalence** « $\mathbf{\equiv_i}$ ». La **relation binaire** :
« $\mathbf{x \equiv y}$**»** $\Leftrightarrow$ **« il existe un indice i de I tel que:** $\mathbf{x \in E_i}$ **et** $\mathbf{y \in E_i}$ **et** $\mathbf{x \equiv_i y}$**»**
est une **relation d'équivalence** dans **E**, dont les $\mathbf{E_i}$ sont les **classes d'équivalence**. On dit aussi que cette **relation** « $\equiv$ » est une **équivalence partitive** ou définie par **partition**.

La démonstration est analogue à celle du cas précédent, sauf qu'au lieu de la **relation** de **co-appartenance** ou **relation de XERY** « $\mathbf{\equiv_w}$ » dans chaque $\mathbf{E_i}$, on considère la **relation** « $\mathbf{\equiv_i}$ », qui est une **restriction** de « $\mathbf{\equiv_w}$ ».

→ Pour la **réflexivité**, pour tout élément **x** de **E**, on a un certain $\mathbf{E_i}$ tel que : $\mathbf{x \in E_i}$ **et** $\mathbf{x \in E_i}$, et dans $\mathbf{E_i}$ la relation « $\mathbf{\equiv_i}$ » est **réflexive** : $\mathbf{x \equiv_i x}$, donc on a aussi : $\mathbf{x \equiv x}$.
→ Pour la **symétrie** de « $\equiv$ » dans **E**, pour deux éléments **x** et **y** de **E**, si l'on a : $\mathbf{x \equiv y}$, alors **x** et **y** **co-appartiennent** à un certain $\mathbf{E_i}$, et on a : $\mathbf{x \equiv_i y}$. Mais aussi la relation « $\mathbf{\equiv_i}$ » est **symétrique** dans $\mathbf{E_i}$, donc $\mathbf{y \equiv_i x}$, et donc $\mathbf{y \equiv x}$.
→ Pour la **transitivité** de « $\equiv$ » dans **E**, pour trois éléments **x**, **y** et **z** de **E**, supposons que l'on a :

$\mathbf{x} \equiv \mathbf{y}$ et $\mathbf{y} \equiv \mathbf{z}$. Dans ce cas, **x** et **y** co-appartiennent à un certain $\mathbf{E_i}$, et **y** et **z** co-appartiennent à un certain $\mathbf{E_j}$. Mais comme les $\mathbf{E_i}$ sont une partition de **E**, étant donné que **y** est un élément commun de $\mathbf{E_i}$ et $\mathbf{E_j}$, alors forcément $\mathbf{E_i} = \mathbf{E_j}$. Donc **x**, **y** et **z** co-appartiennent à $\mathbf{E_i}$, donc $\mathbf{x} \equiv \mathbf{y}$ et $\mathbf{y} \equiv \mathbf{z}$ entraîne $\mathbf{x} \equiv_i \mathbf{y}$ et $\mathbf{y} \equiv_i \mathbf{z}$. La relation « $\equiv_i$ » étant **transitive** dans $\mathbf{E_i}$, on a donc : $\mathbf{x} \equiv_i \mathbf{z}$, et donc $\mathbf{x} \equiv \mathbf{z}$.

La **relation** « ≡ » est donc une **relation d'équivalence** dans **E** et ses **classes d'équivalence** sont donc les $\mathbf{E_i}$.

Nous définirons souvent une **relation d'équivalence** sur un certain ensemble **E** donné par cette méthode **partitive**. Il ne sera pas alors nécessaire de démontrer à chaque fois que la **relation** définie est une **équivalence**. Il suffira donc d'indiquer explicitement ou même implicitement que la définition est **partitive**.

Définition :
Soit un **ensemble E** muni d'une **relation d'équivalence** « ≡ » et soit **f** une **application** de **E** dans **E**. On dit que la **relation** « ≡ » est **substitutive** pour **f** ou est **identitaire** pour **f**, si :
pour tous éléments **x** et **y** de **E**, $\mathbf{x} \equiv \mathbf{y} \Rightarrow \mathbf{f(x)} \equiv \mathbf{f(y)}$.

Cela traduit l'idée intuitive que si **x** et **y** sont **équivalents**, pour l'**application f**, on peut, dans le calcul de **f(x)**, **remplacer x par y**, le **résultat sera équivalent**. Autrement dit, pour **f**, **x** et **y** sont **interchangeables**, $\mathbf{f(x)} \equiv \mathbf{f(y)}$, du moment où l'on a : $\mathbf{x} \equiv \mathbf{y}$. Autrement dit encore, pour **f**, la **relation d'équivalence** « ≡ » se comporte comme une **identité**. Par conséquent, si ceci est vrai pour n'importe quelle **application de E dans E**, alors la **relation d'équivalence** « ≡ » est une **identité** dans **E**.

Définition :
Soit un **ensemble E** muni d'une **relation d'équivalence** « ≡ ». On dit que la **relation** « ≡ » est **totalement substitutive** dans **E** ou est **totalement identitaire** dans **E**, ou simplement est l'**identité** dans **E**, si la **relation** « ≡ » est **substitutive** ou **identitaire** pour toute **application f** de **E** dans **E**. Autrement dit, pour tout élément **f** de $\mathbf{E^E}$ et pour tous éléments **x** et **y** de **E**, $\mathbf{x} \equiv \mathbf{y} \Rightarrow \mathbf{f(x)} \equiv \mathbf{f(y)}$.

Cela traduit l'idée intuitive que dans **E**, si **x** et **y** sont **équivalents** au sens de la **relation d'équivalence** « ≡ », autrement dit si l'on a : $\mathbf{x} \equiv \mathbf{y}$, alors tout ce qu'on fait dans **E** avec **x**, on peut le faire avec **y** aussi, c'est-à-dire c'est **équivalent** de le faire avec **y**. Autrement dit, on peut, dans les **opérations f** faites avec **x**, le **remplace**r par **y**, ou vice-versa, ce sera **équivalent**.

Il faut vraiment que la **relation d'équivalence** « ≡ » soit très fortement **identitaire** dans **E** pour qu'il en soit ainsi, car, en général les **relations d'équivalence** dans un **ensemble E** donné ne sont **identitaires** ou **substitutives** que pour certaines **opérations f** et pas d'autres.

Exemple :

Considérons l'**ensemble N** des **entiers naturels** : $\mathbf{N = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...\}}$, muni de la **relation d'équivalence** « ≡ » définie par : $\mathbf{x} \equiv \mathbf{y} \Leftrightarrow$ **x – y est un entier relatif pair**.

Il s'agit simplement de la **relation de congruence modulo 2** dans **N**, que nous appelons encore l'**égalité modulo 2** ou le **cycle 2**. Elle a deux **classes d'équivalence**, la **classe de 0** ou **classe des pairs : P = {0, 2, 4, 6, 8, ...}**, et la **classe de 1** ou **classe des impairs : I = {1, 3, 5, 7, 9, ...}**.

Considérons à présent l'**application f** de **N** dans **N** définie par : **f(n) = n+1**. Autrement dit, à tout **entier naturel n** on associe son **successeur n+1**. Est-ce que cette **relation d'équivalence** « **≡** » est **substitutive** pour cette **application f** ?

Considérons alors deux **entiers pairs x** et **y**. Leurs **successeurs x+1** et **y+1** sont tous les deux **impairs**, donc sont **équivalents**. Et si **x** et **y** sont **impairs**, leurs **successeurs x+1** et **y+1** sont tous les deux **pairs**, donc sont **équivalents**. Cette **relation d'équivalence** « **≡** » est donc **substitutive** pour l'**application f**.

Et maintenant, considérons l'**application f** de **N** dans **N** définie par : **f(n) = n²**. Autrement dit, à tout **entier naturel n** on associe son **carré n²**. Est-ce que cette **relation d'équivalence** « **≡** » est **substitutive** pour cette nouvelle **application f** ?

Oui, car le **carré** de deux **nombres pairs** est **pair** aussi, et le **carré** de deux **nombres impairs** est **impair** aussi.

Mais alors, est-ce que cette **relation d'équivalence** « **≡** » est **substitutive** pour n'importe quelle **application f** de **N** dans **N**?

Non, car il est facile de trouver des **applications** pour lesquelles cette **relation** n'est pas **substitutive**.

Par exemple l'**application f** définie par **f(n) = n!**, autrement dit, qui à tout **entier naturel n** associe sa **factorielle n! = 1×2×3×...×n**.

Prenons **1** et **3** par exemple, qui sont **équivalents**. Leurs **factorielles** respectives sont **1** et **6**, qui ne sont pas **équivalentes**.

V - Relation d'ordre. Relation de bon ordre et ordinaux

Une **relation binaire** fondamentale, indissociable de la **relation d'équivalence**, est la **relation d'ordre**.

Définition :
Une **relation binaire** $\mathcal{R}$ dans un **ensemble E** est une **relation d'ordre** si elle vérifie les trois propriétés suivantes :

1) **Réflexivité** :
Pour tout élément **x** de **E**, on a : **x** $\mathcal{R}$ **x**.

2) **Antisymétrie** :
Pour deux éléments **x** et **y** de **E**, si **x** $\mathcal{R}$ **y** et si **y** $\mathcal{R}$ **x**, alors **x = y**.

3) **Transitivité** :
Pour trois éléments **x**, **y** et **z** de **E**, si **x** $\mathcal{R}$ **y** et si **y** $\mathcal{R}$ **z**, alors **x** $\mathcal{R}$ **z**.

Une **relation d'ordre** $\mathcal{R}$ est souvent notée par les symboles du genre « ≤ », qui se lit « **inférieur ou égal** ». L'ordre réciproque est noté « ≥ », et se lit « **supérieur ou égal** ».

On remarque dans cette définition de la **relation d'ordre** l'usage de la **relation d'égalité**, ce qui fait que la **relation d'ordre** ne peut pas être dissociée de la **relation d'équivalence** courante prise comme **égalité** dans **E**. Il suffit donc de changer d'**égalité** et la **relation d'ordre** en est affectée, et peut même ne plus être une **relation d'ordre** !

Si l'on a une **relation d'ordre** $\mathcal{R}$ dans **E**, on peut à partir d'elle définir la **relation binaire**:
« **x** $\mathcal{R}$ **y et x /= y** » ou « **x** $\mathcal{R}$ **y et x ≠ y** »,
qui se lit : « **x est en relation** $\mathcal{R}$ **avec y, et x est différent de y** », ou « **x est en relation** $\mathcal{R}$ **avec y, et x est distinct de y** », ou « **x est en relation** $\mathcal{R}$ **avec y, et x est non-égal à y** », etc., notée alors « < » si l'**ordre** $\mathcal{R}$ est noté « ≤ », et noté « > » si l'**ordre** $\mathcal{R}$ est noté « ≥ ». Cette seconde relation appelée la **relation d'ordre strict** associée à l'**ordre** $\mathcal{R}$, dite alors l'**ordre large**.

Définition :
On dit qu'une **relation d'ordre strict**, qu'on va noter « < » est **totale** dans l'ensemble **E**, si deux éléments **x** et **y** de **E**, sont toujours **comparables**, c'est-à-dire si pour deux éléments **x** et **y** de **E**, une au moins des propositions suivantes est vraie :
i) x < y
ii) x = y
iii) x > y

Donc, si **x** /= **y**, c'est-à-dire si **x ≠ y**, on a soit **x** < **y**, soit **x** > **y**.
On note une fois encore l'importance de l'**égalité** (donc la **relation d'équivalence** sous-jacente) dans cette définition.

Si l'**ordre** n'est pas **total**, il est dit **partiel**.

On note là aussi que l'**ordre strict** dépend directement et fortement de la **relation d'égalité** impliquée.

Bornage d'une relation d'ordre total par une relation d'équivalence

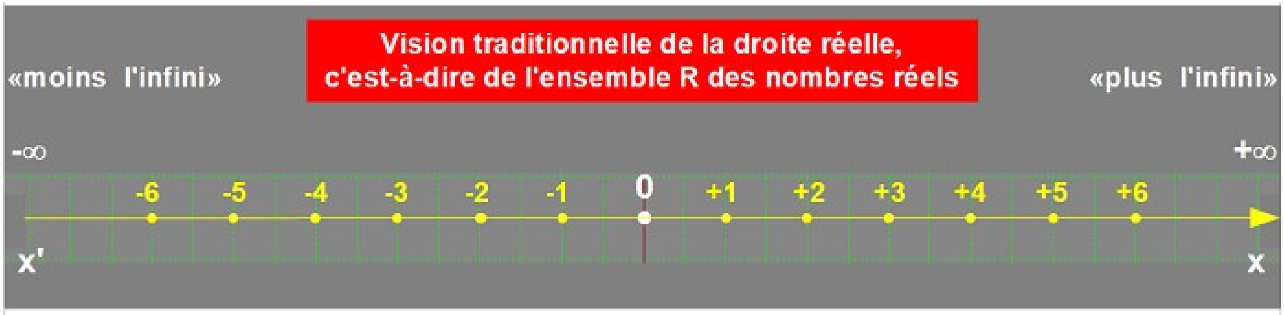
Définition :
Soit un ensemble **K** muni d'une **relation d'équivalence** « == » qui est son **égalité courante**, et qui est **totalement ordonné** par une **relation** « ≤ », dont l'**ordre strict** associé est «< » (ici on parle juste d'une **relation d'ordre**, pas nécessairement de **bon ordre**). On suppose que **K** possède au moins trois éléments distincts **a**, **b** et **c** tels que : **a** < **b** < **c**. Notons par $\mathbf{K_a}$ la partie de **K** des éléments **x** tels que : **x ≤ a**.
Et par $\mathbf{K_c}$ la partie de **K** des éléments **x** tels que : **x ≥ c**.
Et par $\mathbf{K_{ac}}$ la partie de **K** des éléments **x** tels que : **a ≤ x ≤ c**.
Il est clair que $(\mathbf{K_a}, \mathbf{K_{ac}}, \mathbf{K_c})$ est une **partition** de **K**.
On définit sur **K** une **relation d'équivalence partitive « = »**, pour être une nouvelle **égalité**, et qui

est le **XERY** (ou **relation de co-appartenance**) sur **K_a** et **K_c**, et la **relation** « **==** » sur **K_{ac}**. Cette nouvelle **égalité** est appelée une **égalité** de **bornage** de **K**.

Comme expliqué dans la partie I, voilà un exemple de **relation d'équivalence**, ici l'**équivalence partitive** de **bornage** d'un **ensemble totalement ordonné K**, qui change la manière de percevoir **K**, comme on pouvait le percevoir avec son **égalité courante**, à savoir l'**identité** « ==». L'ensemble **K** qui n'était pas forcément **borné**, est maintenant borné par cette nouvelle **égalité** sur **K**, et peut s'écrire **[a, c]**. Et on a : **b ∈ [a, c]**.

Exemple 1:

Considérons la classique **droite réelle R**, habituellement notée comme l'**intervalle]-∞, +∞[**.



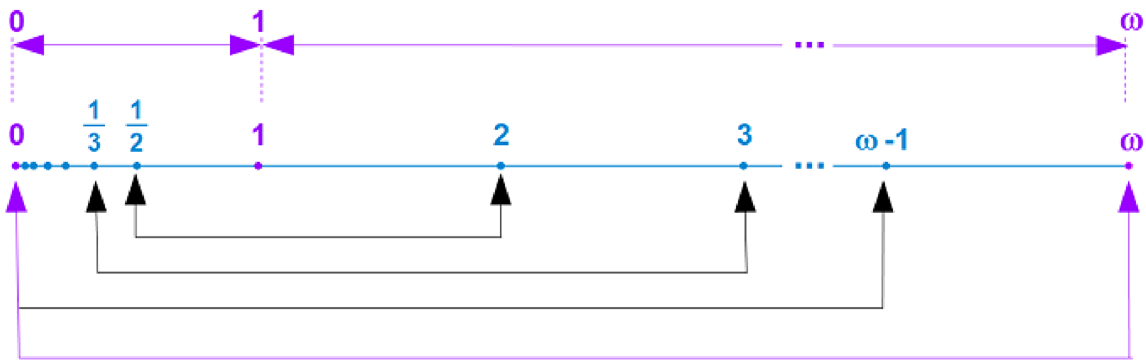
Il s'agit donc d'un **ensemble totalement ordonné**, non borné aux **extrémités infinies**. Prenons pour **a** le réel **-5**, pour **b** le réel **0**, et pour **c** le réel **+5**.
On a donc : **R_a ==]-∞, -5]**, et : **R_{ac} ==]-5, +5[**, **R_c == [+5, +∞[**.
Ces trois ensembles forment une **partition** de **R**, car ils sont **disjoints**,
et on a: **R == R_a ∪ R_{ac} ∪ R_c ==]-∞, -5] ∪]-5, +5[∪ [+5, +∞[**.
On a donc la nouvelle **égalité** notée « = » qui est la **co-appartenance** ou **XERY** sur **R_a** et sur **R_c**, et qui est l'**identité courante** « == » sur **R_{ac} ==]-5, +5[**.
Cela signifie que **R_a** se réduit à un seul élément : **R_a == [-5]**, puisque tous ses éléments sont maintenant **égaux** à **-5**, selon la nouvelle **égalité** « = ». De même, on a : **R_c == [+5]**.
Et on a désormais : **R == R_a ∪ R_{ac} ∪ R_c == [-5] ∪]-5, +5[∪ [+5] == [-5, +5]**.

Au regard donc de la nouvelle **égalité** « = », l'**ensemble R**, autrement dit la droite réelle non bornée, devient le **segment** ou **intervalle borné [-5, +5]**.

Cela, au passage, permet de comprendre que tout **intervalle borné** de la forme **[a, b]**, avec **a** et **b** distincts, est l'ensemble **R** tout entier mais vu au regard d'une certaine **relation d'équivalence** de **bornage**.

Exemple 2 :

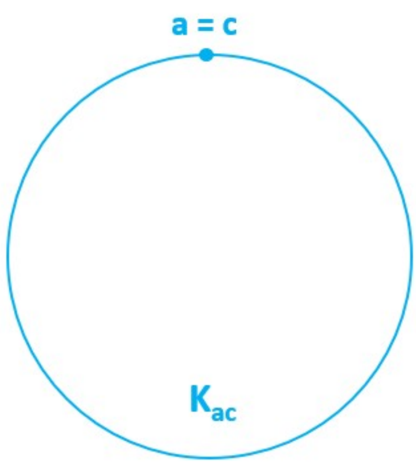
Nous parlerons plus tard de l'**ensemble W** des **générescences**, un **ensemble totalement ordonné**, qui a une **structure fractale**, en appliquant l'**équivalence de bornage** à **0**, **1** et **ω**, l'**ensemble W** devient l'**ensemble des réalis [0, ω]**.



Cyclage d'une relation d'ordre total par une relation d'équivalence

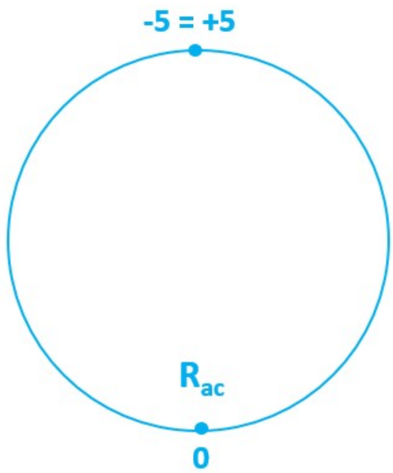
On reprend les mêmes conditions que précédemment :

Définition :
Soit un ensemble **K** muni d'une **relation d'équivalence** « == » qui est son **égalité courante**, et qui est **totalement ordonné** par une **relation** « ≤ », dont l'**ordre strict** associé est «< ». On suppose que **K** possède au moins trois éléments distincts **a**, **b** et **c** tels que : **a** < **b** < **c**.
Notons par $\mathbf{K_a}$ la partie de **K** des éléments **x** tels que : **x** ≤ **a**.
Et par $\mathbf{K_c}$ la partie de **K** des éléments **x** tels que : **x** ≥ **c**.
Et par $\mathbf{K_{ac}}$ la partie de **K** des éléments **x** tels que : **a** ≤ **x** ≤ **c**.
On pose : $\mathbf{K_o}$ == $\mathbf{K_a} \cup \mathbf{K_c}$.
$(\mathbf{K_o}, \mathbf{K_{ac}})$ est une **partition** de **K**.
On définit sur **K** une **relation d'équivalence partitive « = »**, pour être une nouvelle **égalité**, et qui est le **XERY** (ou **relation de co-appartenance**) sur $\mathbf{K_o}$ et la **relation** « == » sur $\mathbf{K_{ac}}$.
Cette nouvelle **égalité** est appelée une **égalité** de **cyclage** de **K**.



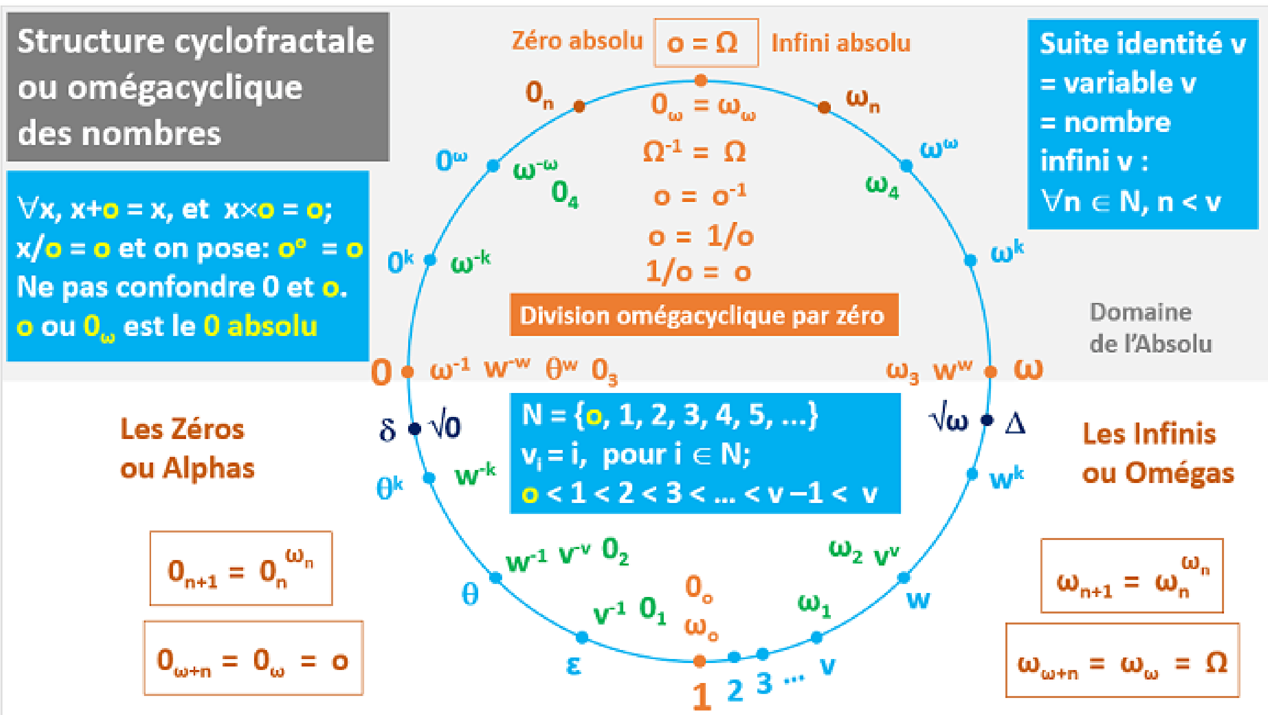
Exemple :

En reprenant l'exemple précédent de la **droite réelle R** et les mêmes valeurs **-5**, **0** et **+5** pour **a**, **b** et **c**, et : donc : $\mathbf{R_a}$ **==]-∞, -5]**, et : $\mathbf{R_{ac}}$ **==]-5, +5[**, $\mathbf{R_c}$ **== [+5, +∞[**, l'ensemble **R** vu par cette nouvelle **égalité** devient un **cercle** de **longueur 10,** comme illustré ci-dessous :



L'**égalité de cyclage** est celle concernée dans la logique **omégacyclique**.

On considère de nouveau l'**ensemble W** des **générescences**, qui est un **ensemble totalement ordonné**, et qui a une **structure fractale**. On applique l'**équivalence de cyclage** à **o**, **1** et **Ω**. L'**ensemble W** devient alors la **structure omégacyclique** suivante, le grand **cycle Ω**, qui s'exprime par : **o = Ω**:



Et dans le même temps on a l'**ensemble des réalis [0, ω]**.

Relation de bon ordre. Les ordinaux

Définition :
On dit qu'une **relation d'ordre**, qu'on va noter « ≤ » est une **relation de bon ordre** ou **semi-ordinale** dans l'ensemble **E**, si toute **partie non vide A** de **E** a un **plus petit élément**. On dit aussi que **E** est **bien ordonné** par « ≤ », ou encore que **(E, ≤)** est un **ensemble bien ordonné**. Si **E** est **vide,** alors par définition il est **bien ordonné** par « ≤ ».

Autrement dit, toute **relation binaire** est une **relation de bon ordre** dans l'**ensemble vide ∅**.

Théorème :
On en déduit immédiatement que l'**ordre** « ≤ » est **total** dans **E**.

En effet, si **E** n'a qu'un seul élément **e**, alors le théorème est démontré de manière triviale. Car toute **partie non vide** de **E** est **E** lui-même, et son **plus petit élément**, comme son **plus grand élément**, est **e**.

Et si **E** possède au moins deux éléments distincts, on peut considérer toutes les **paires {a, b}** d'éléments distincts de **E**, c'est-à-dire tels que : **a ≠ b**, la **relation d'ordre** « ≤ » étant bien entendu définie par rapport à l'**égalité** « = », dont la « **négation** » ou **contraire** est « ≠ ». Mais dans ce cas on a soit c'est **a** le **plus petit élément** de la **paire {a, b}**, donc : **a < b**, soit c'est **b** son **plus petit élément**, donc: « **b < a** ».

Donc deux éléments de **E** sont toujours **comparables**, et donc l'**ordre** est **total**.

Théorème :
Soit un **ensemble E** et **A** une **partie** de **E**. La **restriction** à **A** d'une **relation d'équivalence** (resp. d'**ordre**, resp. de **bon ordre**) définie sur **E**, est aussi une **relation d'équivalence** (resp. d'**ordre**, resp. de **bon ordre**).

En effet :

Lemme :
Il suffit de reprendre les définitions de la **réflexivité**, de la **symétrie**, de l'**antisymétrie**, de la **transitivité** d'une **relation binaire** $\mathcal{R}$ sur un **ensemble E**, pour voir que si c'est vérifié sur **E**, c'est vérifié aussi sur toute **partie A** de **E**.

Donc aussi, si $\mathcal{R}$ est une **relation d'équivalence** (resp. d'**ordre**) sur **E**, c'est le cas aussi sur toute **partie A** de **E**. Et pour ce qui est de la **relation d'ordre**, si toute **partie non vide** de **E** a un **plus petit élément**, toute **partie non vide** de **A** aussi, qui est une **partie** de **E** également, a un **plus petit élément**. Donc si $\mathcal{R}$ est un **bon ordre** sur **E**, c'est le cas aussi sur toute **partie A** de **E**.

Théorème et définition :
Si la **relation** « ≤ » est une **relation de bon ordre** dans un **ensemble non vide E**, alors **E** a un **plus petit élément** appelé son **élément alpha**.

Immédiat, puisque **E** est une **partie non vide** de **E**. Donc, par définition, **E** a un **plus petit élément**.

Définition:
Etant donné un **ensemble bien ordonné non vide (E, ≤)**, et étant donné un élément **a** de **E**, on dit que **a** est un **élément maximal** si pour tout élément **x** de **E**, $\mathbf{a \leq x \;\Rightarrow\; a = x}$.
Autrement dit, il n'existe aucun élément de **E strictement supérieur** à **a**.
Et on dit que **a** est un **élément minimal** si pour tout élément **x** de **E**, $\mathbf{x \leq a \;\Rightarrow\; x = a}$.
Autrement dit, il n'existe aucun élément de **E strictement inférieur** à **a**.

Cette définition s'applique de manière générale à tout **ensemble ordonné**, que ce soit ou non un **bon ordre**.

Théorème:
Etant donné un **ensemble bien ordonné non vide (E, ≤)**, et étant donné un élément **a** de **E**, si **a** n'est pas un **élément maximal**, alors a possède un **successeur b**.

En effet, si **a** n'est pas **maximal**, alors il existe au moins un élément **x** de **E** tel que $\mathbf{a < x}$. En considérant la **partie B** de **E** de tels éléments **x**, **B** est **non vide** donc a un **plus petit élément b**, qui est donc le **successeur** de **a**.

Définition :
Soit un **ensemble bien ordonné non vide (E, ≤)**, et soit **A** une **partie non vide** de **E**. **(A, ≤)** est donc aussi un **ensemble bien ordonné non vide**.

Soit $\mathbf{a_o}$ le **plus petit élément** de **A**.
On pose : $\mathbf{A_o = \{a_o\}}$ et: $\mathbf{A = A_o \cup \Omega_o = \{a_o\} \cup \Omega_o}$, où $\mathbf{\Omega_o}$ est soit **vide**, soit possède un **plus petit élément** $\mathbf{a_1}$, appelé le **successeur** de $\mathbf{a_o}$, tandis que $\mathbf{a_0}$ est appelé le **prédécesseur** de $\mathbf{a_1}$.

On pose ensuite: $\mathbf{A_1 = \{a_o, a_1\}}$, et : $\mathbf{A = A_1 \cup \Omega_1 = \{a_o, a_1\} \cup \Omega_1}$, où $\mathbf{\Omega_1}$ est soit **vide**, soit possède un **plus petit élément** $\mathbf{a_2}$, appelé le **successeur** de $\mathbf{a_1}$, tandis que $\mathbf{a_1}$ est appelé le **prédécesseur** de $\mathbf{a_2}$.

Et ensuite: $\mathbf{A_2 = \{a_o, a_1, a_2\}}$, et : $\mathbf{A = A_2 \cup \Omega_2 = \{a_o, a_1, a_2\} \cup \Omega_2}$, où $\mathbf{\Omega_2}$ est soit **vide**, soit possède un **plus petit élément** $\mathbf{a_3}$, appelé le **successeur** de $\mathbf{a_2}$, tandis que $\mathbf{a_2}$ est appelé le **prédécesseur** de $\mathbf{a_3}$.
Et ainsi de suite.

$\mathbf{A_n = \{a_o, a_1, a_2, \ldots, a_n\}}$, et : $\mathbf{A = A_n \cup \Omega_n = \{a_o, a_1, a_2, \ldots, a_n\} \cup \Omega_n}$, où $\mathbf{\Omega_n}$ est soit **vide**, soit possède un **plus petit élément** $\mathbf{a_{n+1}}$, appelé le **successeur** de $\mathbf{a_n}$, tandis que $\mathbf{a_n}$ est appelé le **prédécesseur** de $\mathbf{a_{n+1}}$.

$\mathbf{A_n}$ est appelé l'**ordinal alpha** de **A** ou de l'**ensemble ordonné (A, ≤)**, jusqu'au **rang** $\mathbf{a_n}$.
Et $\mathbf{\Omega_n}$ est appelé l'**ordinal oméga** de **A** ou de l'**ensemble bien ordonné (A, ≤)**, jusqu'au **rang** $\mathbf{a_n}$.

On dit que **A** est **fini** ou **constant** pour la **relation** « ≤ », ou encore que l'**ensemble bien ordonné (A, ≤)** est **fini** ou **constant**, si ce **processus se termine**, c'est-à-dire s'il existe un élément $\mathbf{a_n}$ de **A**, tel que : $\mathbf{A_n = \{a_o, a_1, a_2, \ldots, a_{n-1}, a_n\}}$, et : $\mathbf{A = A_n \cup \Omega_n = \{a_o, a_1, a_2, \ldots, a_{n-1}, a_n\} \cup \Omega_n}$, où $\mathbf{\Omega_n}$ est **vide**, et où $\mathbf{a_n}$ est le **successeur** de $\mathbf{a_{n-1}}$, tandis que $\mathbf{a_{n-1}}$ est le **prédécesseur** de $\mathbf{a_n}$. Il est clair alors aussi que $\mathbf{a_n}$ est le **plus grand élément** de **A**, mais aussi de sa **partie** $\mathbf{A_n}$, qui est sa **partie pleine**.
Et dans ce cas aussi, par définition, on dit que toute **partie** de **A** est **finie** ou **constante**, et aussi que

les éléments de **A**, à savoir donc: $\mathbf{a_o, a_1, a_2, \dots, a_{n-1}, a_n}$, sont des **éléments finis** ou **constants** pour l'**ensemble bien ordonné (A, ≤)**.

Dans le cas contraire, si donc ce **processus** peut être **itéré indéfiniment**, autrement dit si tout **élément** $\mathbf{a_\alpha}$ de $\mathbf{A_\alpha}$, qui est donc $\mathbf{A_\alpha = \{a_o, a_1, a_2, \dots, a_{\alpha-1}, a_\alpha\}}$, a un **successeur** $a_{\alpha+1}$, qui est le **plus petit élément** de $\mathbf{\Omega_\alpha}$, qui est **non vide**, alors on dit que **A** est **infini** ou **variable croissant** pour la **relation** « ≤ », ou simplement que l'**ensemble bien ordonné (A, ≤)** est **infini** ou **variable croissant**. Dans ce cas aussi, $\mathbf{a_\alpha}$ est le **prédécesseur** de $\mathbf{a_{\alpha+1}}$, et $\mathbf{a_{\alpha+1}}$ est le **plus grand élément** de $\mathbf{A_{\alpha+1} = \{a_o, a_1, a_2, \dots, a_{\alpha-1}, a_\alpha, a_{\alpha+1}\}}$. Et ainsi de suite.

Ces définitions s'appliquent évidemment au cas particulier où **A** est **E** lui-même.

On dit que **E** est **infini** ou **variable croissant** pour la **relation** « ≤ », si lui ou au moins une de ses **parties A** est **infinie** ou **variable croissante** pour la **relation** « ≤ ». On dit aussi que **E** est un **généren**, lire « **générène** » (le sens précis de ce mot sera expliqué plus loin).

Exemple 1 :
Le classique **ensemble N** des **nombres entiers naturels : N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, ...}**, muni de la très classique **relation d'ordre** « ≤ », est un **ensemble bien ordonné**. Et dans cette liste, **0** représente le **0 absolu**, **o**. C'est un **bon ordre** car il est clair que toute **partie non vide A** de **N**, c'est-à-dire tout **ensemble non vide A** d'**entiers naturels**, possède un **plus petit élément**.

Et **N** est **infini** ou **variable croissant** pour la **relation** « ≤ » au sens qu'on vient de définir, c'est donc un **généren**. Sa **partie** formée par les **entiers naturels pairs** : **P = {0, 2, 4, 6, 8, 10, ...}**, est elle aussi un **généren**. De même que sa **partie** formée par les **entiers naturels impairs** : **I = {1, 3, 5, 7, 9, 11, ...}**. De même aussi que sa **partie** formée par les **entiers naturels premiers** : $\mathbf{P_r}$ **= {2, 3, 5, 7, 11, 13, ...}**. Etc.

Exemple 2 :
L'**ensemble** $\mathbf{N^2}$ des **couples (m, n)** de **nombres entiers naturels**, muni de la **relation binaire** « < » suivante : **(n, m) < (n', m') ⇔ n < n' ou (n = n' et m < m')**,
est un **ensemble bien ordonné**.
Nous n'avons indiqué que le **bon ordre strict** associé au **bon ordre** « ≤», qui est donc ici :
(n, m) ≤ (n', m') ⇔ (n, m) = (n', m') ou (n, m) < (n', m'),
ou : **(n, m) ≤ (n', m') ⇔ (n, m) = (n', m') ou n < n' ou (n = n' et m < m')**,
ou en détaillant: **(n, m) ≤ (n', m') ⇔ (n = n' et m = m') ou n < n' ou (n = n' et m < m')**.

Les éléments sont classés dans l'**ordre** suivant, dit **lexicographe** :
(0, 0), (0, 1), (0, 2), (0, 3), …, (1, 0), (1, 1), (1, 2), (1, 3), …, (2, 0), (2, 1), (2, 2), (2, 3), ….
C'est donc le **bon ordre strict**: « < ».

La **relation binaire** qu'on vient de définir sur les **couples d'entiers naturels** est un **bon ordre**, car étant donné un **ensemble non vide A de couples (m, n) de nombres entiers naturels**, on sélectionne tous ceux qui ont le même **plus petit élément n**, et parmi ceux-ci on sélectionne celui qui a le **plus petit élément m**. C'est lui donc le **plus petit élément** de **A**.

Il est souvent ainsi plus commode de définir l'**ordre** (resp. le **bon ordre**) **strict** associé à un **ordre** (resp. à un **bon ordre**). Pour les **ordinaux** au sens **ensembliste** du terme (que nous distinguons des

ordinaux au sens **génératif** ou **numérique** du terme, à savoir les **générescences**, bien que les deux notions soient équivalentes) la **relation de bon ordre strict** « **<** » et la **relation d'appartenance** des **ensembles** «**∈** » se confondent en une seule **relation**. C'est l'une des particularités mêmes de la très importante notion d'**ordinal**.

Voyons pour commencer la définition que nous en donne notre chère encyclopédie Wikipedia (malgré ce que j'en dis, car il faut le dire, j'aime beaucoup Wikipedia, je rappelle, car c'est une excellente vitrine des paradigmes classiques et un très précieux outil de travail pour moi et pour introduire le Nouveau Paradigme), oui que nous apprend Wikipedia donc sur la notion de nombre ordinal ?

Nombre ordinal

39 langues

(Redirigé depuis Ordinal)

« Ordinal » redirige ici. Pour les autres significations, voir Ordinal (homonymie).

En mathématiques, on appelle **nombre ordinal** un objet permettant de caractériser le type d'ordre d'un ensemble bien ordonné quelconque, tout comme en linguistique, les mots *premier*, *deuxième*, *troisième*, *quatrième*, etc. s'appellent des adjectifs numéraux *ordinaux*, et servent à préciser le rang d'un objet dans une collection, ou l'ordre d'un événement dans une succession.

Georg Cantor a été amené (lors de ses travaux sur les séries trigonométriques) à nommer de même le concept qu'il avait introduit à cette occasion pour caractériser le type d'ordre des ensembles qu'il rencontrait, de façon plus précise qu'en les mesurant par leur cardinalité (leur « nombre d'éléments »). Les ordinaux finis peuvent en fait être identifiés aux entiers naturels qui s'identifient eux-mêmes aux cardinaux finis, mais, dans le cas des ensembles infinis, ce n'est plus vrai : tous les cardinaux sont encore identifiables à des ordinaux, mais la réciproque est fausse.

Sommaire [masquer]

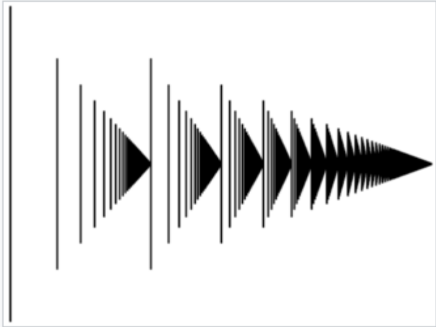
Spirale représentant les nombres ordinaux inférieurs à ω^ω.

«En mathématiques, on appelle ***nombre ordinal*** *un objet permettant de caractériser le type d'ordre d'un ensemble bien ordonné quelconque, tout comme en linguistique, les mots premier, deuxième, troisième, quatrième, etc. s'appellent des adjectifs numéraux ordinaux, et servent à préciser le rang d'un objet dans une collection, ou l'ordre d'un événement dans une succession.* »

Jusque là, tout va bien, honnêtement, car je crois que le commun des mortels se fait une vague idée de ce que peut être un **nombre ordinal** avec ça, dès l'instant que l'on comprend que c'est la manière mathématique de dire ce que tout le monde intuitivement sait des **nombres ordinaux** : **premier**, **deuxième**, **troisième**, etc., ou **numéro un**, **numéro deux**, **numéro trois**, etc.. Sauf qu'en mathématiques on a aussi le **numéro zéro**, ce que dans la pensée courante on appelle souvent l'**avant-premier**, ou même de plus en plus souvent le **zéroième**.

Et maintenant, cher Wikipedia, supposons qu'on en sache un petit peu en maths, un petit rayon, mais qu'on ne soit pas spécialiste de **théorie des ensembles** ou de **théorie des ordinaux**, et qu'on veuille accroître un peu nos connaissances techniques, comme une encyclopédie devrait nous permettre de le faire, que nous proposes-tu sur la notion d'**ordinal** ?

Considérons par exemple l'ensemble des couples d'entiers positifs ou nuls ordonnés selon ce qu'on appelle l'ordre lexicographique :



Représentation graphique de l'exemple. La série de barres de gauche correspond aux couples commençant par 0, la suivante aux couples commençant par 1, etc.

$$(0,0) \lhd (0,1) \lhd (0,2) \lhd (0,3) \lhd \ldots \lhd (1,0) \lhd (1,1) \lhd (1,2) \lhd (1,3) \lhd \ldots \lhd (n,0) \lhd (n,1) \lhd (n,2) \lhd (n,3) \lhd \ldots$$

On peut imaginer une technique de « numérotation » des éléments de cet ensemble ordonné :

Ah tiens ! On retrouve là l'**ordre lexicographique** sur les **couples d'entiers naturels**. J'avais il y a longtemps de cela découvert ce très important concept dans un très bon et vieux bouquin de **théorie des ensembles** écrit par J-L. Krivine. Cela m'a beaucoup inspiré dans la Théorie des Univers où je fais un développement de ce concept d'**ordre lexicographique** notamment dans la partie traitant des **ensembles bien ordonnés** et des **ordinaux**. C'est vraiment incontournable si l'on veut comprendre la logique des **ordinaux**, sauf qu'il y a un gros problème à régler avec les **ordinaux limites**, dont un exemple sur l'image est l'**ordinal (1, 0)** dont on va reparler. Car ce **couple (1, 0)** représente l'**ordinal infini ω**, qui est vraiment le gros morceau à **dé-buguer**, car la version classique a un gros bug.

Et maintenant, quelle est la définition plus générale et plus technique de la notion d'ordinal que propose Wikipedia ?

Définition [modifier | modifier le code]

On définit un nombre ordinal de l'une des deux manières suivantes :

- la première définition est fondée sur les classes d'équivalence d'ensembles ordonnés. Un ordinal est un ensemble bien ordonné, considéré à un isomorphisme d'ordres près (dans la catégorie des bons ordres où les morphismes sont les applications croissantes et les isomorphismes les bijections croissantes). Ainsi, si l'on change les noms des éléments d'un bon ordre, tant qu'on ne change pas la manière dont les éléments se comparent entre eux, on parle toujours du même ordinal ;
- la seconde définition est due à John von Neumann, et traduit le fait qu'un ordinal est défini par l'ensemble des ordinaux qui le précèdent. Un ordinal α est un ensemble vérifiant les deux propriétés suivantes :
    1. La relation d'appartenance ∈ sur cet ensemble est un « bon ordre strict », c'est-à-dire :
        - ∈ est un ordre strict :
            - $\forall x \in \alpha \quad [x \notin x]$ (∈ est antiréflexive)
            - $\forall x, y, z \in \alpha \quad [x \in y \wedge y \in z \Rightarrow x \in z]$ (∈ est transitive)
        - la relation d'ordre associée à cet ordre strict est un bon ordre :
            - $\forall z \subset \alpha \quad [z \neq \varnothing \Rightarrow \exists x \in z\ \forall y \in z\ (x \in y \vee x = y)]$ (toute partie non vide de α a un plus petit élément)
    2. Cet ensemble est transitif, ce qui s'écrit :
        - $\forall x \in \alpha \quad [x \subset \alpha]$.

Je reprends le texte ci-dessus, mais en traduisant le sens des formules et en commentant un peu:

« On définit un nombre ordinal de l'une des deux manières suivantes :

- la première définition est fondée sur les classes d'équivalence d'ensembles ordonnés. Un ordinal est un ensemble bien ordonné, considéré à un isomorphisme d'ordres près (dans la catégorie des bons ordres où les morphismes sont les applications croissantes et les isomorphismes les bijections croissantes). Ainsi, si l'on change les noms des éléments d'un bon ordre, tant qu'on ne change pas la manière dont les éléments se comparent entre eux, on parle toujours du même ordinal ;
- la seconde définition est due à John von Neumann, et traduit le fait qu'un ordinal est défini par l'ensemble des ordinaux qui le précèdent. Un **ordinal α** est un ensemble vérifiant les deux propriétés suivantes :

  1. La **relation d'appartenance** $\in$ sur cet **ensemble** est un « **bon ordre strict** », c'est-à-dire :
     - $\in$ est un **ordre strict** :
       - $\forall x \in \alpha\ [x \notin x]$ ($\in$ est **antiréflexive**)

         *Tout élément de l'**ordinal** α est **non-auto-appartenant**, autrement dit aucun élément de l'**ordinal** α n'est élément de lui-même ; propriété clef des ordinaux de ne pas être élément d'eux-mêmes, si on les voit en logique d'identité ou de Négation au lieu de les voir en logique d'**Alternation**. Ici, la **non-auto-appartenance** ne porte pas directement sur l'**ordinal** α mais indirectement via ses éléments, qui sont tous des **ordinaux**, lui-même étant de la même façon élément d'un autre **ordinal**. En effet, la définition qui est ainsi en train d'être posée sur la notion d'**ordinal** a entres autres pour conséquence que tous les éléments d'un **ordinal** α sont des **ordinaux**, en l'occurrence **tous les ordinaux qui lui sont strictement inférieurs**, et α lui-même est élément d'une infinité d'**ordinaux** strictement supérieurs à lui, à commencer par l'**ordinal** appelé son **successeur**, et qui est précisément :* $\alpha^* = \alpha \cup \{\alpha\}$*, ce qui signifie qu'on ajoute l'**ordinal** α lui-même à ses propres éléments pour avoir l'**ordinal** d'après,* α^**, qu'il est plus commode de noter* $\alpha+1$*, même s'il ne s'agit pas d'une **opération** d'**addition** habituelle, mais une **opération ensembliste**. C'est donc la **nécessité** que les éléments d'un **ordinal** α soient **tous les ordinaux qui lui sont strictement inférieurs** et donc pas **égaux** à lui, qui fait que les **ordinaux** ne sont pas éléments d'eux-mêmes dans la définition classique des **ordinaux** ici présente. Pour cette conception, il ne peut pas exister de **dernier ordinal** Ω non plus, puisqu'il serait élément de lui-même, **auto-appartenant** donc, c'est-à-dire on aurait :* $\Omega \in \Omega$*, et, étant un ordinal, on devra avoir dans le même temps :* $\Omega \notin \Omega$*, comme le stipule l'**antiréflexivité** ici expliquée et commentée.*

         Mais avoir en même temps $\Omega \in \Omega$ *et* $\Omega \notin \Omega$ *est ce qui est appelé un **paradoxe** (en l'occurrence ici le **paradoxe de Burali-Forti**) si l'on raisonne avec la logique classique, la logique de **Négation** et d'**identité**. Mais une fois encore c'est en logique d'**Alternation** et d'**équivalence** qu'il faut raisonner, dont deux facettes importantes sont la **logique fractale** et la **logique cyclique**. Car il se trouve justement qu'avec le **dernier ordinal**,* Ω*, qui existe bel et bien, on a atteint la fin du grand **cycle** des **ordinaux**, et on revient au début du **cycle**, ce qui s'écrit par l'**équivalence** :* $0 = \Omega$*, qui est l'expression du **cycle oméga** ou l'**omégacycle**. Donc,* Ω *en tant que lui-même au sens de l'**identité n'est pas élément de lui-même**, comme tous les **ordinaux**. C'est ce que veut dire :* $\Omega \notin \Omega$*. Mais* Ω *en tant que **0** via l'**équivalence**:* $0 = \Omega$*, est élément de lui-même, car* $0 \in \Omega$*. C'est ce que veut dire :* $\Omega \in \Omega$*. La **logique omégacyclique** résout donc le **paradoxe** qui n'en est pas un en réalité. L'**antiréflexivité** n'est donc vraie que du point de vue de l'**identité**. Mais nous apprenons à voir les choses du point de vue de l'**équivalence**, dont l'**identité** n'est qu'un cas particulier.*
       - $\forall x, y, z \in \alpha\ [x \in y \wedge y \in z \Rightarrow x \in z]$ ($\in$ est **transitive**)

Cela veut dire que pour trois éléments quelconques **x**, **y** *et* **z** *de* **α**, *si* **x** *est un élément de* **y** *et si* **y** *à son tour est élément de* **z**, *alors aussi* **x** *est un élément de* **z**. *C'est ce qu'on entend par la* ***relation d'appartenance*** *est* ***transitive*** *en tant que* ***relation d'ordre strict****. La* ***transitivité*** *est une propriété très fondamentale, qui est exigée aussi pour la* ***relation d'équivalence*** *et donc pour toute* ***relation d'égalité****:* $x = y$ **et** $y = z \Rightarrow x = z$. *Elle est incontournable pour la* ***relation d'ordre*** *:* $x < y$ **et** $y < z \Rightarrow x < z$. *Et ici, on exige qu'elle soit vraie pour la* ***relation d'appartenance*** *« ∈», à l'intérieur d'un ensemble* **α** *pour qu'il puisse être un ordinal :* $x \in y$ **et** $y \in z \Rightarrow x \in z$. *On parle de* ***transitivité*** *d'une relation mais aussi de transitivité d'un ensemble, si la* ***relation d'appartenance*** *« ∈» est* ***transitive*** *en son sein. Ici donc c'est* **z** *qui est* ***transitif****.* ***Transitivité*** *d'un* ***ensemble****, comme aussi on l'a vu dans la définition d'un* ***univers****, dans la* ***Théorie des Univers****, à ne pas confondre avec la* ***transitivité*** *d'une* ***relation binaire****, même si les deux peuvent être liées, notamment quand la* ***relation binaire*** *est la* ***relation d'appartenance*** *« ∈», pour certains types d'****ensembles****, comme les* ***ordinaux*** *par excellence, mais aussi les* ***univers****, etc..*

- la relation d'ordre associée à cet ordre strict est un bon ordre :
  - $\forall z \subset \alpha\, [z \neq \varnothing \Rightarrow \exists x{\in}z \forall y{\in}z (x{\in}y \vee x = y)]$ (toute **partie non vide** de **α** a un plus petit élément)

    Ici, le commentaire de Wikipedia est suffisamment clair. C'est donc l'idée que **α** *est* ***bien ordonné*** *par la* ***relation d'appartenance*** *« ∈».*

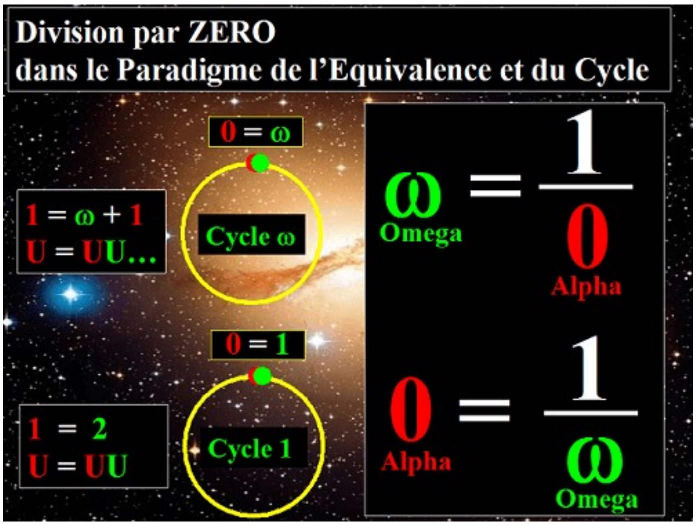
2. Cet ensemble est **transitif**, ce qui s'écrit :
   - $\forall x \in \alpha\, [x \subset \alpha]$

     La ***transitivité*** *a été largement expliquée plus haut. Ici, on dit simplement qu'en plus du fait que tous les éléments de* **α** *sont* ***transitifs****,* **α** *lui-même est* ***transitif****. »*

Sans les décodages et les explications nécessaires, avouons que, même un mathématicien, si la **théorie des ensembles** n'est pas de sa spécialité, et aussi des bases du **calcul des prédicats**, et j'en passe, il ne peut pas avoir lu ça et dire qu'il sait ce qu'est un **ordinal**, comment ça marche et quelles sont les questions fondamentales qui se posent au sujet de ce concept et d'autres. Qui comprend vraiment les ordinaux comprend vraiment aussi l'**Univers**, car c'est la logique profonde des **nombres** qui est ainsi exprimée, et tout dans l'**Univers**, notamment l'**Univers TOTAL** est **numérique**, oui tout est **ordinal**, de l'**Alpha** à l'**Oméga** !
Fort heureusement, une fois qu'on a la clef de compréhension de tout, l'**Univers TOTAL** donc, on n'est pas du tout obligé d'aborder les choses comme cela, il y a des approches beaucoup plus simples, intuitives et naturelles, car c'est justement aussi la logique profonde des fameux **nombres entiers naturels**, oui les éléments du bon vieil **ensemble** **N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …}**, qui est ainsi décrite. Les **ordinaux** élémentaires, les voilà !

Ils sont en **nombre infini**, et c'est justement quand on va vers l'infini que les questions délicates se posent au sujet des **ordinaux**, les **paradoxes**, comme notamment le paradoxe de Burali-Forti, expliqué avec l'**antiréflexivité**. Autrement dit, les problèmes des fondements des mathématiques et des sciences ne se manifestent pas trop avec les premiers **ordinaux**, encore que…. Car rien que le **zéro**, oui **0**, porte en lui tous les mystères des **ordinaux** et de l'**Univers**, autant que l'**infini**, oui **Ω** en majuscule ou **ω** en minuscule. Car le **zéro** et l'**infini** ne sont que deux facettes de la même réalité, ce que nous exprimons par l'**égalité omégacyclique**, ou **égalité** du **Cycle Oméga**, qu'on l'écrive : **o = Ω**, **0 = Ω**, **0 = ω**, ou autres. Et dans ces **égalités**, le **0** ou **o** désigne le **zéro absolu**, et **Ω** ou ω désigne l'**infini absolu**. Quand l'échelle absolue est atteinte, les deux extrêmes se rejoignent, et alors c'est le **Cycle Oméga**.

Le secret de la **division par 0** se trouve là, et aussi étonnant que cela puisse paraître, cette **division** est : **1/0 = 0**. La raison est fort simple : **Zéro** ou **0** est l'**ordinal Alpha** par excellence, le **premier ordinal**… enfin, l'**ordinal zéroième**. Et **1/0** est la définition de l'**Infini oméga**, **Ω** ou **ω**, autrement dit : **1/0 = ω = Ω**. Or à l'**Infini Oméga**, on boucle le **Cycle** et on revient à l'**Alpha**, à **Zéro** donc : **o = Ω**, ou **0 = Ω**, ou **0 = ω**. D'où : **1/0 = 0**. Ce qui a l'air d'une absurdité mathématique, et pourtant c'est l'une des plus grandes vérité de l'**Univers** qu'on exprime là, à savoir un Etre Unique, qui est à la fois l'**Alpha** et l'**Oméga**, et inutile de vous dire encore de quel **Etre** il s'agit.



Qui aurait pu croire que les réponses aux grandes questions **existentielles** et **universelles**, se cachent dans les **ordinaux** ? Comme aussi le vrai sens de ce qui en **logique mathématique** s'appelle le **quantificateur existentiel** « ∃» ou le **quantificateur universel** « ∀» ? Combien de mathématiciens manipulent au quotidien ces symboles (en plus des lettres inversées, « ∃» pour le « **E** » inversé de « **Existence** » et « ∀» pour le « **A** » inversé de l'allemand « **Alle** » ou de l'anglais « **All** », pour dire « **TOUT** »), mais sans comprendre le vrai sens, que des initiés occultes connaissent ? Car ce n'est pas parce qu'on est mathématicien qu'on ne peut pas être **kabbaliste** ou **franc-maçon** ! Beaucoup de mathématiciens (dont de grands matheux d'aujourd'hui et du passé) manipulent les symboles et jonglent avec eux au quotidien, en croyant savoir ce qu'ils font et ce que veulent dire vraiment ces symboles. Mais d'autres mathématiciens, pas nécessairement les plus géniaux mais les plus occultes et initiés, connaissent les grands secrets de l'Univers cachés derrière les symboles, opaques pour les autres. Or, la vraie Mathématique (au singulier, s'il vous plaît, et en majuscule) et la vraie Science (au singulier aussi et en majuscule), ce sont ces secrets cachés au monde et maintenant dévoilés par la **Science de l'Univers TOTAL**, la **Science de Dieu**.

Voilà aussi pourquoi beaucoup de mathématiciens, même connaisseurs en **théorie des ensembles**, liraient la définition d'un **ordinal**, en croyant comprendre ce qu'elle dit. Comme par exemple les formules de **logique mathématique** ou du **calcul des prédicats** que nous avons décodées comme il se doit plus haut. C'est-à-dire ces charmantes **formules cabalistiques** avec entre autres les **quantificateurs existentiels** et **universels**, les « **Il existe** », les « **Quel que soit** », autrement dit les choses « sympathiques » du genre: $\forall z \subset \alpha\ [z \neq \varnothing \Rightarrow \exists x{\in}z \forall y{\in}z (x{\in}y \vee x = y)]$

Formules cabalistiques qu'il ne suffit pas de savoir lire, ce que beaucoup de mathématiciens peuvent faire, mais surtout de comprendre l'idée cachée, ou les comprendre vraiment, et là c'est une toute autre affaire !

Les **ensembles bien ordonnés**, on commence à comprendre ce que c'est. De même que la notion de **transitivité** d'une **relation binaire**, et celle d'**ensemble transitif**. Et maintenant, résumons simplement la définition de Wikipedia en une phrase, la définition **récursive** d'un **ordinal**:

Définition :
On appelle un **ordinal** α un **ensemble transitif bien ordonné** par la **relation d'appartenance** «$\in$ », et tel que tous ses **éléments** sont des **ordinaux** aussi.

Ou en détaillant :

Définition :
On appelle un **ordinal** α un **ensemble** dont :
a) α est **transitif**, c'est-à-dire tout **élément x** de α est une **partie** ou **sous-ensemble** de α, autrement dit tous les **éléments** de **x** sont aussi des **éléments** de α;
b) aucun **élément** de α n'est **élément de lui-même**;
c) tout **élément** de α est **transitif**, c'est-à-dire pour tout **élément x** de α, tous les **éléments** de **x** sont des **parties** ou **sous-ensembles** de **x**;
d) Si un **ensemble** β est une **partie** ou **sous-ensemble** de α, et si β a **au moins** un **élément**, alors il existe dans β un **élément** qui est **élément** de tous les autres **éléments** de β, s'il en existe d'autres.

Les points b), c) et d) disent simplement que α est **bien ordonné** par la **relation d'appartenance** «$\in$ », qui est un **ordre strict**. L'**ordre large** associé est la **relation d'inclusion** « $\subset$ », la **relation binaire** « $x \subset y$ », étant celle qui se lit : « **x est inclus dans y** », ou « **x est une partie de y** », ou « **x est un sous-ensemble de y** ».

Et en analysant ces points, on en déduit que tout **élément** β de α est aussi un **ordinal**.

→ En effet, β vérifie le point a), car le point c) dit que β est **transitif**.
→ Et β vérifie le point b), car a) dit que α est **transitif**. Donc tout élément de β est aussi un élément de α, et comme b) dit qu'aucun élément de α n'est élément de lui-même, donc aucun des éléments de β, qui sont aussi des éléments de α, n'est élément de lui-même.
→ Et β vérifie le point c), car tous les éléments de β, parce qu'ils sont aussi des éléments de α, sont **transitifs**.
→Et β vérifie le point d), toujours parce qu'aussi tous les éléments de β sont aussi des éléments de α par **transitivité**, donc ce qui est dit des éléments de α s'applique aussi à eux.

On peut donc résumer aussi la définition d'un **ordinal** ainsi :

Définition :
Un **ordinal** est un **ensemble** α **transitif bien ordonné** par la **relation d'inclusion** «$\subset$ », l'**ordre**

strict associé étant la **relation d'appartenance** «∈ », et qui est tel que tous ses **éléments** sont des **ordinaux** aussi.

Ceci est un exemple de définition **récursive**, autrement dit une notion (ici la notion d'**ordinal**) dont la définition fait appel à elle-même. Mais pour que cela ne soit pas une **pétition de principe** ou une erreur de logique du type « le serpent qui se mord la queue », la **récursivité** doit obéir à une **logique** spéciale qui est simplement la **logique fractale**. Cela signifie que la notion fait appel à de **petits modèles** d'elle-même.

Ici, la logique est simplement qu'un **ordinal** est formé par des **ordinaux plus petits**. Et s'il existe des **ordinaux premiers** ou au moins un, qui servent à construire les **ordinaux plus grands**, alors la **logique fractale** ou **récursive** est parfaite, sinon on tourne en boucle. Et ici il existe un premier **ordinal**, qui est l'**ensemble vide** : ∅ ou **{ }**, qu'on notera **0** et que nous prendrons ici comme le **0 absolu**, et noterons aussi **o**.

Cependant, dans les livres précédents, **o** n'est pas l'**ensemble vide** mais l'« **élément inexistant** », qui par définition est l'**élément** de l'**ensemble vide**, vu qu'il **n'a aucun élément**, si l'on raisonne avec la **classique logique** de **Négation**, qui exprime ici la **négation** de toute **existence** d'**élément**. Mais la **nouvelle logique** d'**Alternation** quant à elle ne fait que des **négations relatives**, elle dit simplement que l'**ensemble vide** est l'**ensemble** dont l'**élément** est l'**élément inexistant**.

C'est un **élément** spécial qui joue ce rôle, l'**élément** qu'on ignore et pas un **élément** qui n'existerait pas dans l'absolu. Car dans le **Nouveau Paradigme**, l'**Univers TOTAL** est l'**Ensemble de toutes les choses**, donc **toute chose existe**, oui **toute chose existe** dans l'**Univers TOTAL**, ce qui est le **Théorème de l'Existence** ou la **Loi de la Réalité TOTALE**.

Donc c'est une certaine **chose** qui joue le rôle d'**élément inexistant**, tout comme en informatique c'est un **caractère** spécial qui joue le rôle d'**absence de caractère**, et ce **caractère** s'appelle l'**espace**. Et qu'est-ce que l'**ensemble vide** lui-même si ce n'est un **ensemble** spécial qui joue le rôle de **non-ensemble** ou d'**absence d'ensemble** ? Et qu'est-ce que le **nombre 0** ou **zéro** si ce n'est un **nombre** spécial qui joue le rôle de **non-nombre** ou d'**absence de nombre** ou de **quantité** ?

Contrairement donc à la **logique de Négation** ou aux **logiques de Négation** (ce que sont les logiques classiques), tout est **Affirmation** pour la **logique d'Alternation**. **Tout est existant**, même ce dont on dit que c'est **inexistant**. C'est toujours une **chose existante** qui joue le rôle de **chose inexistante**. **Tout est présent**, même ce dont on dit que c'est **absent**, car c'est toujours une **présence** qui joue le rôle d'**absence**.

Ainsi donc, on a : **∅ = {o} = { } = 0**.
En distinguant donc l'« **élément inexistant** » **o** de l'**élément existant 0**, le **premier** des **éléments existants**, ou « **éléments positifs** », qui est l'**ensemble** dit « **vide** ». Mais quand on sait que l'**ensemble** suivant est : **{∅} ={{o}} = {{ }} = {0} = 1**, il apparaît clairement que l'« **élément inexistant** » **o** n'est qu'un autre rôle de l'**ensemble vide**, et donc aussi que l'**ensemble vide** ∅ ou **{o}** ou **{ }** ou **0** n'est qu'un autre rôle du **1**, et ainsi de suite. Avec donc la notion d'« **élément inexistant** » **o** on n'a fait que décaler d'un cran la même **logique des ensembles**.

Finalement donc, le choix de l'**objet alpha** à appeler « **élément inexistant** », « **ensemble vide** » ou « **ensemble dont l'élément est inexistant** », « **espace** », « **zéro** », « **un** » ou autre, n'est qu'une affaire de convention ou de commodité contextuelle.

Sachant donc que pour les **ordinaux** la **relation d'ordre strict** ou d'**infériorité stricte** « $<$ » et la **relation d'appartenance** « $\in$» n'en font qu'une, la définition précédente devient les théorèmes suivants :

Théorème :
Etant donné un **ordinal** α:
a) Tout **ordinal x strictement inférieur** à α est une **partie** ou **sous-ensemble** de α, autrement dit tous les **ordinaux strictement inférieurs** à **x** sont aussi **strictement inférieurs** à α;
et les **ordinaux strictement inférieurs** à **x** sont aussi **tous ses éléments** et ce sont tous aussi des **éléments** de α;
b) aucun **ordinal strictement inférieur** à α n'est **strictement inférieur à lui-même**;
c) pour tout **ordinal x strictement inférieur** à α, si un **ordinal z** est **strictement inférieur** à un **ordinal y strictement inférieur** à **x**, alors aussi **z** est **strictement inférieur** à **x** ;
d) Si un **ensemble** β est une **partie** ou **sous-ensemble** de α, et s'il existe au moins un **ordinal strictement inférieur** à β, alors il existe un **plus petit ordinal strictement inférieur** à β.

Théorème :
Deux choses très importantes qui découlent de tout cela :
→ L'**ensemble vide** $\varnothing$ est un **ordinal trivial** et c'est le **plus petit ordinal**. Par définition nous l'appelons le **0 absolu**, et le notons aussi **o** ou $\mathbf{0}_\omega$ s'il y a risque de confusion avec tout autre **zéro**. Mais s'il n'y a aucun risque de confusion, alors il est simplement noté **0** comme à l'habitude.
→ Tout **ordinal** est l'**ensemble de tous les ordinaux strictement inférieurs** à lui.

En effet, pour l'**ensemble vide** $\varnothing$ comme **premier** ou **plus petit ordinal**, les raisons ont été données plus haut.

Un autre argument, de **logique classique** celui-là, est qu'avec l'**ensemble vide** $\varnothing$, tout **prédicat** de **quantification universelle** portant sur les **éléments** de l'**ensemble vide** est toujours vérifié. Autrement dit tout énoncé de la forme : $\forall x \in \varnothing\ P(x)$, où $P(x)$ est n'importe quel énoncé portant sur x, ou plus généralement : $\forall x_1, x_2, x_3, \ldots, x_k \in \varnothing\ P(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_k)$, où $P(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_k)$ est n'importe quel énoncé portant sur $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_k$, est toujours vérifié.

Autrement dit, étant donné qu'on a convenu que l'**ensemble vide** $\varnothing$ n'a pas d'**élément**, tout énoncé qui d'une manière ou d'une autre revient à poser comme condition que l'**ensemble vide** $\varnothing$ ait au moins un élément pour que l'énoncé soit vrai, est vrai ! Car cet énoncé est en quelque sorte comparable à : « Si les poules ont des dents, alors je peux sauter de la terre à la lune ». C'est donc vrai. Et : « Si les poules ont des dents, alors je ne peux pas sauter de la terre à la lune », est vrai aussi. L'idée est de dire que si les poules ont des dents, alors tout ce qu'on veut est possible aussi, et le contraire aussi. Cela ne veut pas dire que si les poules n'ont pas de dents, tout ce qu'on veut n'est pas possible, car ça peut être possible aussi. Mais si les poules ont des dents, là c'est sur et certain, tout devient possible. C'est là l'idée subtile.

Ici donc, tout ce qui, pour être vrai, pose comme condition que l'**ensemble vide** ∅ qui est censé n'avoir pas d'élément a au moins un élément, est vrai. Or ici les énoncés qui définissent un **ordinal** α posent comme condition implicite que α a des éléments.

Exemple, la propriété a) : « tout **élément x** de α est une **partie** ou **sous-ensemble** de α», autrement dit : « Pour tout **ensemble x**, si **x** est un **élémen**t de α, alors **x** est une **partie** ou **sous-ensemble** de α».
Ou la propriété b) qui dit : « aucun **élémen**t de α n'est **élément de lui-même** », autrement dit : «Pour tout **ensemble x**, si **x** est un **élémen**t de α, alors **x** n'est pas **élément de lui-même** ».
Ou encore la c) qui dit : « tout **élément** de α est **transitif**», autrement dit : « Pour tout **ensemble x**, si **x** est un **élémen**t de α, alors **x** est **transitif**».
Et pour la propriété d), on parle d'une **partie** β de α, et on dit : « si β a **au moins** un **élément** alors ceci...», donc finalement on dit : « si α a **au moins** un **élément** alors cela...» ou « Pour tout **ensemble x**, si **x** est un **élémen**t de α, alors cela...».

Avec donc l'**ensemble vide** ∅, cela donne des énoncés du genre : « Pour tout **ensemble x**, si **x** est un **élémen**t de l'**ensemble vide** ∅, alors cela...», donc un énoncé du genre : « si les poules ont des dents, alors ceci ou cela», qui est donc toujours vrai. Donc l'**ensemble vide** ∅ est un **ordinal** spécial. De manière générale, pour toute notion dont la définition pose comme condition implicite que l'objet a des éléments, est vérifiée de manière triviale par l'**ensemble vide** ∅. C'est le cas par exemple aussi de la notion d'**univers**, ce qui fait de l'**ensemble vide** le **premier univers** aussi.

Et pour la seconde idée, « Tout **ordinal** est l'**ensemble de tous les ordinaux strictement inférieurs** à lui », elle est triviale aussi, car un **ordinal** est l'**ensemble de tous ses éléments**, or **être élément d'un ordinal** est par définition être **strictement inférieur** à lui, puisque pour les **ordinaux** la **relation d'appartenance** «∈ » et la **relation d'infériorité stricte** « < » ne font qu'une. Et par ailleurs, puisque **tous les éléments** d'un **ordinal** sont aussi des **ordinaux**, donc, par définition, il est l'**ensemble de tous les ordinaux qui sont strictement inférieurs** à lui.

Avant d'aller plus loin, il est intéressant de faire un parallèle entre la définition **récursive** d'un **ordinal** avec plus généralement la définition **récursive** de la notion d'**ensemble**, au sens **universel** du terme, et pas au sens **ensembliste** classique, c'est-à-dire au sens **axiomatique**. Et d'ailleurs, en ce sens-là, il n'y a pas de définition du tout, et donc l'affaire est réglée. Mais au sens **universel**, il y en a une, qui repose sur le mot clef **chose** comme on l'a vu, et qui est la suivante :

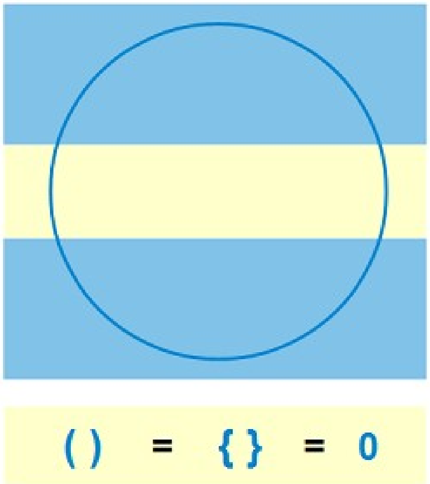
Définition :
Un **ensemble** est une **chose x formée** d'autres **choses** appelées ses **éléments**.

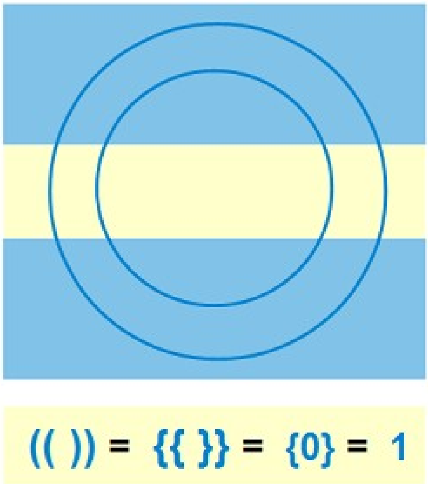
Et étant entendu que **toute chose x** est avant tout **formée** d'elle-même, avant d'être éventuellement **formée** de toute autre **chose**, toute **chose** est donc un **ensemble** au sens de cette définition de la notion **universelle** d'**ensemble**. On peut donc compléter la définition ainsi, qui met encore plus en évidence la nature **récursive** de la notion d'**ensemble**.

Définition :
Un **ensemble** est une **chose x formée** d'autres **choses** appelées ses **éléments**, qui sont des **ensembles** aussi.

On voit la logique **récursive** (ou **fractale**) de la **notion universelle d'ensemble**, à laquelle tout obéit, et qui est qu'un **grand modèle** est fait de **petits modèles**. La logique des **ordinaux** est un cas particulier de cette logique générale.

Pour la **notion universelle d'ensemble**, la notion d'élément correspond plutôt à la notion de **partie** ou de **sous-ensemble** de la notion d'**ensemble** de la classique **théorie des ensembles**. Approche que je qualifie de **parenthésique** ou d'**hypersphérique** ou d'**unidale**, et qui a été développée dans les livres précédents :





On se donne un premier **opérateur**, le **HENER** ou « **.** » appelé **opérateur de concaténation** ou **addition physique**, noté aussi « ∪ » ou « **+** » ou « » (en omettant). Et on se donne un second **opérateur**, le **GENER** ou « **...** » appelé **opérateur de génération indéfinie** ou d'**itération indéfinie**, ou encore **opérateur de variabilité**. Cela signifie que le **HENER** est **répété indéfiniment**.

Toutes les structures unidales s'obtiennent par application répétée des règles suivantes :

i) L'assemblage **{ }** est une **structure unidale** ou **ensemble parenthésique**, noté aussi ∅ ou **0**.
ii) Étant donnés deux ensembles **parenthésiques x** et **y**, l'assemblage **x.y** ou **x∪y** ou **x+y** ou simplement **xy**, la **concaténation** donc de **x** et **y**, est un nouvel **ensemble parenthésique**.
iii) Étant donné un **ensemble parenthésique x**, l'assemblage **{x}**, qui consiste à placer **x** entre une **parenthèse ouvrante** et **fermante**, est un nouvel **ensemble parenthésique**, noté aussi **x…**, à lire « **x GENER** », ce qui signifie que **x est concaténé indéfiniment à lui-même**.
On le note aussi **ω×x**, et il est la définition de la **multiplication** de **x** par l'**infini oméga**.
iv) Tous les **ensembles parenthésiques** ou **structures de parenthèses** ou **structures unidales** sont obtenues par application répétée des règles précédentes.

Malgré les apparences ces règles sont équivalentes aux trois que nous avons vues au début, quand on fait jouer la notion la notion de **variable** ou de **générativité**. Dans cette nouvelle version, la notion de **variable** ou de **générativité** se présente simplement sous la forme de l'**opérateur GENER** ou « **…** ».

L’**ensemble parenthésique {{ }}** ou **{0}** ou **0…** ou **ω×0** est noté **1**.

L’**ensemble parenthésique {{ }}{{ }}** ou **{0}{0}** ou **0…0…** ou **11** est noté **2**.
On l’appelle le **2 génératif**, à ne pas confondre avec le **2 canonique**,
qui est **{{ }}{{{ }}}** ou **{{ }, {{ }}}** ou **{0, {0}}** ou **{0, 1}**,
où la virgule « **,** » remplace l’assemblage « **}{**».

L’**ensemble parenthésique {{ }}{{ }}{{ }}** ou **{0}{0}{0}** ou **0…0…0…** ou **111** est noté **3**.
On l’appelle le **3 génératif**, à ne pas confondre avec le **3 canonique**,
qui est **{{ }}{{{ }}}{{{ }}{{{ }}}}** ou **{{ }, {{ }}}, {{ }}{{{ }}}}** ou **{0, 1, 2}**,
et ainsi de suite.

L’**ensemble parenthésique {{{ }}}** ou **{{0}}** ou **{1}** ou **1…** ou **ω×1** est noté **ω**.
On l’appelle le **ω génératif**, à ne pas confondre avec le **ω canonique** qui s’écrit avec une infinité de symboles de **parenthèses**.

L’**ensemble parenthésique {{{ }}}{{{ }}}** ou **1…1…** ou **ωω** ou **2×ω**.
On l’appelle le **2ω génératif**.

L’**ensemble parenthésique {{{ }}}{{{ }}}{{{ }}}** ou **1…1…1…** ou **ωωω** ou **3×ω**.
On l’appelle le **3ω génératif**.
Et ainsi de suite.

L’**ensemble parenthésique {{{{ }}}}** ou **{ω}** ou **ω…** ou **ω×ω** ou **ω^2**.
On l’appelle le **ω^2 génératif**.

L’**ensemble parenthésique {{{{{ }}}}}** ou **{ω^2}** ou **(ω^2)…** ou **ω×ω^2** ou **ω^3**.
On l’appelle le **ω^3 génératif**.
Et ainsi de suite.

Ainsi par exemple, l’**ensemble parenthésique {{{{ }}}}{{{ }}}{{{ }}}{{{ }}}{{ }}{{ }}** est l’**ordinal génératif $\omega^2 + 3\omega + 2$**.

On a ainsi tous les **ordinaux génératifs** jusqu’à l’**horizon ω^ω**, qui se note **{...{ }…}**.

En convenant de noter l’assemblage « **}{**» par la **virgule** « **,** », tout **ensemble parenthésique** de la forme **{a_0}{a_1}{a_2}{a_3}...{a_n}**, où les **a_i** sont aussi des **ensembles parenthésiques**, s’écrit donc : **{a_0, a_1, a_2, a_3,…, a_n}**, ce qui est la forme d’un **ensemble** dit **héréditairement fini**. Mais maintenant avec la notion de **nombre entier naturel variable**, qui est la nouvelle définition des **ordinaux infinis**, c’est simplement la forme de tous les **ensembles parenthésiques** ou **hypersphériques** ou **unidaux**.

Il faut dire aussi que les **structures unidales** ou **ensembles parenthésiques** sont des objets plus riches et plus précis que les **structures** habituelles des **ensembles**, car l’**ordre** par exemple compte, ainsi que les **répétitions** des mêmes blocs de **structure**, contrairement aux **structures parenthésiques** des **ensembles** habituels. Il faut définir sur les **ensembles parenthésiques** des **relations d’équivalence** pour retrouver les propriétés habituelles des **ensembles parenthésiques**.

Par exemple, avec l'**égalité** courante, on a : **{ } = ∅ = 0**, et : **{{ }} = {∅} = {0} = 1**.
La **structure {{ }}** ou **{∅}** ou **{0}** est un exemple de **bloc élémentaire** ou **bloc singleton**. Et de manière générale tout **ensemble parenthésique** de la forme **{a}**, où **a** est un **ensemble parenthésique**, est un **bloc élémentaire** ou **bloc singleton**, et **a** est appelé l'**élément** du **bloc**. Et **{ }** est appelé le **bloc élémentaire vide**, celui dont l'**élément** est par convention l'« **élément inexistant** », noté **o**. Donc : **{ } = {o}**. Un **bloc élémentaire** au sens **strict** est un **bloc** dont l'**élément** est **existant**, comme ici **0** ou **a** de manière générale.

Et, de la manière dont les **ensembles parenthésiques** (ou **structures de parenthèses** ou **structures unidales**) sont construits, il est très facile de montrer que tout **ensemble parenthésique x** est de la forme : $\mathbf{x = \{a_0\}\{a_1\}\{a_2\}\{a_3\}...\{a_n\}}$, où chaque $\mathbf{a_i}$ est soit l'**élément inexistant o** soit un **élément existant**, c'est-à-dire un autre **ensemble parenthésique**.

C'est ici que la première chose attendue de la **relation d'équivalence** ou la nouvelle **égalité** sur les **ensembles parenthésiques** pour qu'ils vérifient les propriétés habituelles des **ensembles**, ou des **ensembles** habituels, est de pouvoir dire que si l'on supprime tout ou partie des **blocs élémentaires vides** d'un **ensemble parenthésique**, sauf dans le cas où l'**ensemble** est une **générescence**, c'est-à-dire est fait de **blocs élémentaires** tous **identiques**, et dans ce cas on peut tout supprimer sauf un, le nouvel **ensemble parenthésique** est équivalent au premier.

Par exemple **{ }{b}{a}{0}{ }{ }{a}{2}{ }** est **équivalent** à **{b}{a}{0}{ }{a}{2}{ }**,
mais aussi à **{b}{a}{0}{a}{2}{ }**, et enfin à **{b}{a}{0}{a}{2}**.
Autrement dit, si la **relation d'équivalence** appelée à être la nouvelle **égalité** est « **≡**»,
on a : **{ }{b}{a}{0}{ }{ }{a}{2}{ } ≡ {b}{a}{0}{ }{a}{2}{ } ≡ {b}{a}{0}{a}{2}{ } ≡ {b}{a}{0}{a}{2}**.

Et étant entendu que la **virgule** « **,** » remplace l'assemblage «**}{** » appelé aussi « **cloison** », on a :
{ , b, a, 0, , , a, 2, } ≡ {b, a, 0, , , a, 2, } ≡ {b, a, 0, a, 2, } ≡ {b, a, 0, a, 2}.

Et aussi on attend de la **relation d'équivalence** « **≡**» que si un **élément** est **répété**, on ne conserve que la première occurrence de l'**élément**.
Donc **{b, a, 0, a, 2} ≡ {b, a, 0, 2}**.

Si donc dans un **ensemble parenthésique** le **bloc élémentaire vide** se trouve avec des **blocs élémentaires non vides**, on peut éliminer tous les **blocs vides** comme on vient de le faire, ce qui fait du **bloc vide** la définition habituelle de l'**ensemble vide**, l'**élément neutre** de l'**opération** de **réunion** ou d'**union** des **ensembles**, qui est aussi l'**élément neutre** de la **concaténation** des **structures** des **parenthèses** : **x ∪ { } = { } ∪ x = x**.
Ce sera aussi la définition **ensembliste** de l'**élément neutre** de l'**addition** : **x + 0 = 0 + x = x**.

En particulier donc, on a : **{ } ∪ { } = { }**, ou : **0 + 0 = 0**.
Il en découle que si un **ensemble parenthésique** n'est fait que de **blocs vides**, on ne conserve qu'un seul : **{ }{ }{ }{ }...{ } = { }**, ou : **{ } ∪ { } ∪ { } ∪ { } ∪ ... ∪ { } = { }**, ou : **0+0+0+0+ … + 0 = 0**.
Mais, oui mais, à condition que le **nombre** des **itérations** de **{ }** ou **0** soit **fini**, comme on le verra.

Et enfin la troisième propriété attendue de la **relation d'équivalence** « ≡» est que si l'on **permute** l'**ordre** des **blocs élémentaires**, donc l'**ordre** des **éléments**, la nouvelle structure est équivalente à la première. Donc on a : **{b, a, 0, 2} ≡ {a, b, 0, 2} ≡ {0, 2, b, a} ≡ {0, 2, a, b} ≡ ….**

Et là, moyennant cette **relation d'équivalence** « ≡» faisant office d'une nouvelle **égalité** sur les **ensembles parenthésiques**, ils vérifient les propriétés habituelles. Autrement dit, les **ensembles** habituels sont les **classes d'équivalence** des **ensembles parenthésiques** munis de la **relation d'équivalence** « ≡».

Mais les **blocs élémentaires vides** ou la **répétition** des **blocs** qui ne sont pas recherchés pour la notion classique des **ensembles** (sauf quand un **ensemble parenthésique** ne comporte que des **blocs vides**, auquel cas on conserve pour l'appeler l'**ensemble vide**, comme on vient de le voir), est bien au contraire ce qui est recherché pour une autre notion d'**ensemble**, celle des **ensembles génératifs** ou les **générescences**. La seule propriété demandée pour la **relation d'équivalence** « ≡» est la **permutativité** des **blocs élémentaires**, autrement dit que l'**ordre** des **blocs élémentaires** importe peu. Mais pour ce qui est du **bloc élémentaire { }** ou **0**, il n'est plus l'**élément neutre** de la **concaténation** ou de l'**union** ou de la **réunion** ou de l'**addition**, mais c'est l'**élément inexistant o** qui est l'**élément neutre** en logique **générative**, c'est-à-dire pour les **ensembles génératifs** ou **générescences**.

Ainsi donc, les **ensembles parenthésiques** : **{ }, { }{ }, { }{ }{ }, { }{ }{ }{ }, { }{ }{ }{ }{ }, …**, ou : **0, 00, 000, 0000, 00000, …**, ou encore : **0, 0+0, 0+0+0, 0+0+0+0, 0+0+0+0+0, …**, sont des objets bien distincts, que nous notons respectivement : **1×0, 2×0, 3×0, 4×0, 5×0, …**, mais aussi : **0×1, 0×2, 0×3, 0×4, 0×5, ...**, Le nouveau **zéro** est donc **o** tel que : **{o} = { } = 0**. Dans les livres précédents, nous lui avons appliqué aussi la règle iii) de construction des **ensembles parenthésiques**, autrement dit :
o… = {o} = ω×o = 0 = { }. Cela fait alors que : **o = 0/ω = 0 × 0 = 0^2**, car **0… = 1**, autrement dit : **0… = ω×0 = 1**, donc : **0 = 1/ω**.

Mais nous voulons à présent que **o** soit vraiment le **0 absolu**, et pas seulement **0^2**. Autrement dit, qu'il soit vraiment **uperneutralisant** pour tout objet **x**, c'est l'**élément absorbant absolu** pour la **multiplication**, vérifiant donc : **o × x = x × o = o.**
Et même aussi pour la **division** : **o / x = x / o = o**, et ce **quel que soit l'objet x**.

Donc on a aussi : **ω×o = o**, ce qui veut dire : **o… = o**.
Autrement dit, toutes les **générescences** de **o**, à savoir :
o, oo, ooo, oooo, ooooo, …, ou : **o, o+o, o+o+o, o+o+o+o, o+o+o+o+o, …**, y compris la **générescence infinie** de **o**, à savoir **o…** ou **ω×o**, sont toutes **o**.

Autrement dit encore, étant entendu qu'une **générescence** d'un objet **x** (on dira aussi la **générescence d'unit x**) est une **itération n fois** de l'objet **x**, à savoir : **xxxx...x**, ou **x+x+x+x+...+x**, où **x** est **répété n fois**, et où **n** est n'importe quel **ordinal**. Autrement dit, une **générescence** d'un objet **x** c'est **x multiplié** par un **ordinal n**, donc **n×x** ou **x×n**, et toutes les **générescences** de **x** sont **x multiplié** par **tous les ordinaux**. Et ce que nous venons de dire à propos de **o**, à savoir qu'il est le **0 absolu**, veut dire que toutes ses **générescences** sont **égales** à **o**, en parlant de l'**égalité générative** « $=_w$», donc aussi de l'**égalité courante** « = ». Donc : **n×x = x×n = o**, pour tout **ordinal n**.

Ce que nous venons de dire sur **o**, à savoir qu'il est le **0 absolu** et donc l'**élément neutre de l'addition** ou **élément operneutral** ou **operneutre**: **o + x = x + o = x**, et aussi l'**élément absorbant de la multiplication** ou **élément uperneutralisant** : **o × x = x × o = o**, est ce qu'on dit habituellement du **0**. De ce point de vue, rien de nouveau donc. Mais l'une des nouveautés est celle-ci, la **division omégacyclique par zéro** : **o / x = x / o = o**, pour tout **ordinal** ou **ensemble x**.

Si nous voulons que **o** se comporte à son tour comme le **0**, appelé donc le **0 génératif**, ou encore **0 fractal**, etc., c'est-à-dire vérifie : **o × Ω = 1**, où **Ω** est son **infini** associé, alors nous devons faire appel à une **égalité générative** encore plus **stricte** que « $=_w$ », par exemple « $=_{2w}$ » ou autre. Cela nous ramène alors dans la situation du **0 génératif**, **0**, qui vérifie : **0× ω = 1**. Mais pourquoi faire avec **o** ce que **0** fait déjà ? De toute façon il nous faudrait alors un **o'** pour jouer le rôle du **0 absolu**, et ce sera toujours une fuite en avant. Alors laissons **o** jouer ce rôle, et **0** jouer le sien à savoir d'être le **0 génératif** (pour être plus précis ce **zéro** est le **0 réali**, le **0 génératif** à proprement parler étant noté **θ**, l'**infini** associé étant **w**). Et entre le **0 absolu**, **o**, et le **0 génératif**, **0**, il y a toute une **hiérarchie** infinie de **zéros**, ou de **0**, avec lesquels se manifestent des notions comme celles de **nombres initiaux** (ceux qui vérifient : **0×x = 0**), de **nombres finaux** (ceux qui vérifient : **0×x = 1**), et de **nombres intermédiaires** (ceux qui vérifient : **0×x = τ**, avec : **0 < τ < 1**).

Ainsi donc, avec les **ensembles génératifs** (l'autre grande facette donc des **ensembles parenthésiques** ou **unidaux**) c'est l'**élément inexistant o** qui devient l'**ordinal 0** et non plus l'**ensemble vide** ou le **bloc élémentaire vide { }**, qui est le **0 génératif**. Il est appelé ainsi car c'est lui qui, moyennant les deux **opérations** des **générescences** (ou **opérations ensemblistes** les plus fondamentales) le **HENER** « **.** » ou « **+** » ou « **∪** », et le **GENER** « **...** » ou « **ω×**», **génère** toutes les **structures parenthésiques** ou **unidales**, tous les **ensembles**, toutes les **choses** ! Et lui-même étant **généré** par le **0 absolu**, **o**, mais dans ce cas il devient **génératif**, donc un autre joue le rôle de **0 absolu**, et une autre **égalité** joue le rôle d'**égalité générative**, etc..

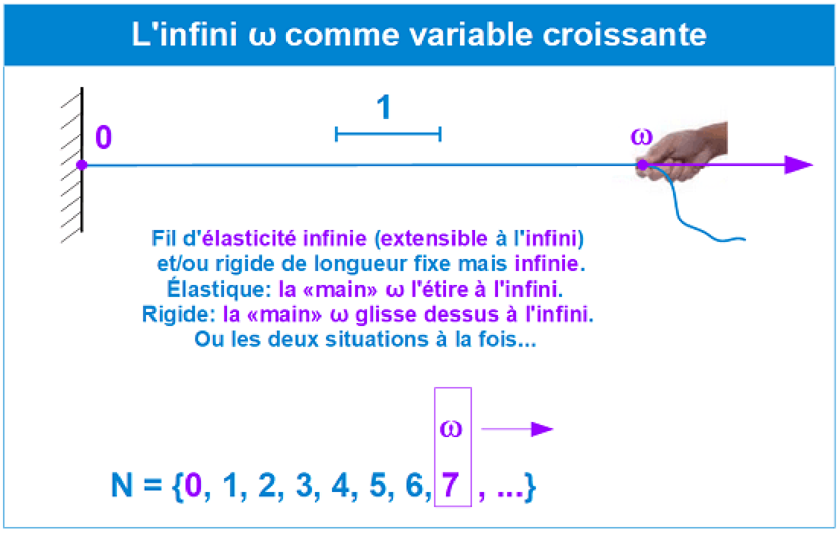
Mais revenons maintenant au **0 génératif** ou **0 réali**, qui est donc le **bloc élémentaire vide**, **{ }**. Ses **générescences** sont, avec maintenant le **o** en tête, les **ensembles parenthésiques** : **o, { }, { }{ }, { }{ }{ }, { }{ }{ }{ }, { }{ }{ }{ }{ }, …**, ou : **o, 0, 00, 000, 0000, 00000, …**, ou encore : **o, 0, 0+0, 0+0+0, 0+0+0+0, 0+0+0+0+0, …**, ou : **o×0, 1×0, 2×0, 3×0, 4×0, 5×0, …**, mais aussi : **0×o, 0×1, 0×2, 0×3, 0×4, 0×5, ...**, ce qui veut dire aussi que du point de vue **génératif**, la liste des **ordinaux** est : **o, 1, 2, 3, 4, 5, …**, pour ce qui est du début de la liste. Et ne sont plus définis selon les **structures** des **ordinaux canoniques**, auquel cas c'est **0** qui est en tête de liste. Ils sont donc définis selon une logique **générative** que nous découvrons ici et qui sera plus détaillée plus loin.

On a d'abord :
o, 0, 00, 000, 0000, 00000, …, 0… = {0} = 1.
Autrement dit, les **générescences** de **0**, aboutissent à un premier **horizon infini**, qui est **0…** ou **{0}** ou **1**. Et ces **générescences**, notées autrement, sont donc :
o×0, 1×0, 2×0, 3×0, 4×0, 5×0, …, (ω-5)×0, (ω-4)×0, (ω-3)×0, (ω-2)×0, (ω-1)×0, ω×0 = 1.
La raison et le sens des ordinaux de la forme **ω-k** est que l'**ordinal infini ω**, et par conséquent aussi les **ordinaux** de la fin, de la forme **ω-k**, où **k** est un **nombre entier naturel** classique, est en fait tout simplement un **nombre entier naturel variable**. Par opposition aux **nombres entiers naturels** classiques **k**, qui sont ceux du début de la liste : **o, 1, 2, 3, 4, 5, …**, qui sont les **nombres entiers naturels constants**.

Une manière de voir la question est de dire que les **nombres entiers naturels constants** ou **finis**, au fur et à mesure qu'ils **croissent**, donc tendent vers l'**infini**, en l'occurrence justement vers l'**ordinal infini ω**, deviennent progressivement **variables**, **infinis**:
o, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …, ω-7, ω-6, ω-5, ω-4, ω-3, ω-2, ω-1, ω.

Ce phénomène de passage **progressif** du statut de **constants** ou **finis** au statut de **variables** ou **infinis**, est ce que nous appelons la **finitude** et l'**infinitude**, très amplement traité dans le livre précédent **Conception générative des entiers, structure réalie**, mais dont nous reparlerons un peu ici aussi, notamment dans le sous-titre : VI - Logique d'Alternation, finitude et infinitude.

Une autre manière de voir la question, et qu'illustre l'image suivante, est simplement que l'**infini ω** est une **variable** qui prend pour **valeurs** tous les **nombres entiers constants** :
o, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ….



On conçoit habituellement que le classique ensemble
***N** des **entiers naturels** : **N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...}**, n'a pas de **dernier élément**.*
*Mais en réalité, ce **dernier élément** existe bel et bien!*
*Sauf qu'il est un **nombre entier variable croissant**, **v**,*
*qui prend pour **valeurs successives** tous les **nombres entiers constants**.*
C'est l'une des extraordinaires et puissantes conséquences
*de la **générativité** des **entiers naturels** ou des **ordinaux**.*

Quand **ω** vaut par exemple **7**, son **prédécesseur**, vaut **6**, et c'est ce que veut dire **ω-1**. Et le **prédécesseur** du **prédécesseur** de **ω** est **5**, et c'est ce que veut dire **ω-2**, ainsi de suite, jusqu'à **o**. Les deux manières de voir l'**ordinal ω**, comme **nombre infini** (opposé alors aux **nombres finis**), ou comme **nombre variable** (opposé alors aux **nombres constants**), sont équivalentes. On parle notamment de **variables croissantes**, comme sur l'illustration précédente (car c'est ainsi qu'on est assuré que la **variable** prend toutes les valeurs). Ce sont deux manières différentes de dire la même chose, une autre manière étant de dire que l'**ordinal infini** est l'**ensemble de tous les ordinaux finis**. On a traditionnellement cette définition aussi, sauf qu'on voit **ω** comme un **ordinal limite**, qui n'a pas de **prédécesseur**, ce qui fait que cette conception n'est plus équivalente aux deux que nous venons de présenter.

On voit traditionnellement **ω** comme un objet **constant**, **statique**, **rigide**, etc., alors qu'il est précisément **variable**, **dynamique**, **élastique** !

Nous reviendrons sur cette question cruciale de la conception de l'**ordinal infini ω**. Le voir ou le concevoir de la bonne façon change du tout au tout la vision des **ordinaux** et des **nombres** !

On sait donc maintenant comment est formé **générativement** le **1** ou **{0}** ou **{{ }}** à partir de **0** ou **{ }**.

o, 0, 00, 000, 0000, 00000, …, 0… = {0} = 1,
ou :
o×0, 1×0, 2×0, 3×0, 4×0, 5×0, …, (ω-5)×0, (ω-4)×0, (ω-3)×0, (ω-2)×0, (ω-1)×0, ω×0 = 1.

Les **générescences** de **0** sont particulièrement importantes, car ce sont elles qui permettent de définir **générativement** la notion de **point** du **segment de longueur 1** :

Et **ω** est formé de la même manière à partie de **1** :

o, 1, 11, 111, 1111, 11111, …, 1… = {1} = ω,
ou :
o×1, 1×1, 2×1, 3×1, 4×1, 5×1, …, (ω-5)×1, (ω-4)×1, (ω-3)×1, (ω-2)×1, (ω-1)×1, ω×1 = ω.

Et, par définition, on pose : **1×x = x×1 = x**, pour tout objet **x**.
Et on dit que **1** est l'**élément uperneutral** ou **uperneutre**, ce qui, en langage classique, veut dire qu'on le définit comme l'**élément neutre** de la **multiplication**.

On a donc :
o, 1, 11, 111, 1111, 11111, …, 1… = {1} = ω,
ou :
o, 1, 2, 3, 4, 5, …, ω-5, ω-4, ω-3, ω-2, ω-1, ω.

Ainsi se définit **générativement** l'**ordinal infini ω**.

Et de manière très générale, pour tout objet **x**, on a :

o, x, xx, xxx, xxxx, xxxxx, …, x… = {x} = ω×x,
ou :
o×x, 1×x, 2×x, 3×x, 4×x, 5×x, …, (ω-5)×x, (ω-4)×x, (ω-3)×x, (ω-2)×x, (ω-1)×x, ω×x.

Ceci est l'expression de ce que nous appelons la **Fractale ω**, la **fractale des ensembles** dont la **base** est donc l'**ordinal infini ω**.

En particulier, si **x = ω**, on a les **générescences** de **ω**, qui aboutissent à **ω×ω** ou **$ω^2$**, à l'horizon **ω**.
Et, si **x = $ω^2$**, on a les **générescences** de **$ω^2$**, qui aboutissent à **ω×$ω^2$** ou **$ω^3$**, à l'**horizon ω**.
Et ainsi de suite.

Moyennant l'**opérateur HENER** ou l'**opérateur** de **concaténation** des **générescences**, on retrouve ainsi tous les **ordinaux génératifs** déjà vus avec les **ensembles parenthésiques**. Et ces **ordinaux** expriment précisément toutes ces **structures**. Cette construction nous conduit à un grand **horizon ordinal**, **$ω^ω$** ou **ω^ω**. Et si l'on garde à l'esprit que **ω** est finalement un **nombre entier naturel**, mais simplement qu'il est **variable**, la construction se poursuit au-delà de l'**horizon ω^ω** ou **ω^^2**, où « ^^ » désigne la **tétration**, l'**hyperopérateur** qui vient après l'exponentiation « ^ », jusqu'à l'**horizon ω^ω^ω**, ou **ω^^3**, et ainsi de suite, jusqu'à **ω^^ω** ou **ω^^^2**, puis jusqu'à **ω^^^ω**, qui est **ω^^^^2**, et ainsi de suite pour tous les **hyperopérateurs**. Et tous les **ordinaux génératifs** (tous les **ordinaux** tout simplement) sont ainsi construits.

Et les ordinaux, malgré les apparences, sont tous en réalité des **nombres entiers naturels**, **constants** ou **variables** (notamment **variables croissantes**), ce qui veut dire **finis** ou **infinis**.

Les **ensembles parenthésiques** ou **unidaux** incluent donc les **générescences** ou **ensembles génératifs**. Avec les **ensembles parenthésiques**, la notion habituelle d'**ensemble** et la notion **universelle** d'**ensemble** s'unissent. Et on a vu aussi au passage une chose très importante, c'est que tout **ensemble** est fondamentalement un **ordinal**, pour peu qu'on ne réserve pas cette notion uniquement aux **ordinaux canoniques**. En effet, tout **ensemble** se ramène à sa **structure parenthésique**, qui est un **ordinal génératif**.

Et de plus, en interprétant par exemple la **parenthèse ouvrante** « **{**» comme « **1** » et la **parenthèse fermante** «**}**» comme « **2** », toutes les **structures parenthésiques** s'interprètent comme des **nombres entiers** écrits en **numération décimale** avec les chiffres **1** et **2**. L'**ensemble vide { }** ou **0** est ainsi l'**entier 12**, et l'**ensemble {{ }}** ou **{0}** ou **1** est l'**entier 1122**, etc..

Et aussi, on peut définir un **ordinal génératif** comme étant l'**ensemble de tous les ordinaux génératifs qui le précèdent**, rejoignant ainsi la logique des **ordinaux canoniques**, mais d'une manière plus simple et plus naturelle.

Par exemple, considérons l'**ordinal génératif** ou **générescence 7** ou **1111111** ou **{0}{0}{0}{0}{0}{0}{0}** ou **{{ }}{{ }}{{ }}{{ }}{{ }}{{ }}{{ }}**.
On peut le définir comme étant l'**ensemble des ordinaux génératifs** : **o, 1, 11, 111, 1111, 11111, 111111**, ou **o, 1, 2, 3, 4, 5, 6**, qui sont donc les **ordinaux génératifs** qui le précèdent. Et les **éléments** de **1111** ou **4** seront donc : **o, 1, 11, 111**, ou **o, 1, 2, 3**.

On remarque que la **structure parenthésique** du **7 génératif** est plus simple et intuitive que celle du **7 canonique**.

Ceci par exemple est la **structure** du **3 canonique** : **{{ }}{{{ }}}{{{ }}{{{ }}}}**.
Comparé à ceci pour le **3 génératif** : **{{ }}{{ }}{{ }}**.

Et ceci le **4 canonique** : **{{ }}{{{ }}}{{{ }}{{{ }}}}{{{ }}{{{ }}}{{{ }}{{{ }}}}}**.
Comparé à ceci pour le **4 génératif** : **{{ }}{{ }}{{ }}{{ }}**.

Et ceci le **5 canonique** :
**{{ }}{{{ }}}{{{ }}{{{ }}}}{{{ }}{{{ }}}{{{ }}{{{ }}}}}{{{ }}{{{ }}}{{{ }}{{{ }}}}{{{ }}{{{ }}}{{{ }}
{{{ }}}}}}**.
Comparé à ceci pour le **5 génératif** : **{{ }}{{ }}{{ }}{{ }}{{ }}**.

Et ceci le **6 canonique** :
**{{ }}{{{ }}}{{{ }}{{{ }}}}{{{ }}{{{ }}}{{{ }}{{{ }}}}}{{{ }}{{{ }}}{{{ }}{{{ }}}}{{{ }}{{{ }}}{{{ }}
{{{ }}}}}}{{{ }}{{{ }}}{{{ }}{{{ }}}}{{{ }}{{{ }}}{{{ }}{{{ }}}}}{{{ }}{{{ }}}{{{ }}{{{ }}}}{{{ }}{{{ }}}
{{{ }}{{{ }}}}}}}**.
Comparé à ceci pour le **6 génératif** : **{{ }}{{ }}{{ }}{{ }}{{ }}{{ }}**.

Et enfin le **7 canonique** :
**{{ }}{{{ }}}{{{ }}{{{ }}}}{{{ }}{{{ }}}{{{ }}{{{ }}}}}{{{ }}{{{ }}}{{{ }}{{{ }}}}{{{ }}{{{ }}}{{{ }}
{{{ }}}}}}{{{ }}{{{ }}}{{{ }}{{{ }}}}{{{ }}{{{ }}}{{{ }}{{{ }}}}}{{{ }}{{{ }}}{{{ }}{{{ }}}}{{{ }}{{{ }}}
{{{ }}{{{ }}}}}}}{{{ }}{{{ }}}{{{ }}{{{ }}}}{{{ }}{{{ }}}{{{ }}{{{ }}}}}{{{ }}{{{ }}}{{{ }}{{{ }}}}{{{ }}
{{{ }}}{{{ }}{{{ }}}}}}{{{ }}{{{ }}}{{{ }}{{{ }}}}{{{ }}{{{ }}}{{{ }}{{{ }}}}}{{{ }}{{{ }}}{{{ }}{{{ }}}}
{{{ }}{{{ }}}{{{ }}{{{ }}}}}}}}**.
Comparé à ceci pour le **7 génératif** : **{{ }}{{ }}{{ }}{{ }}{{ }}{{ }}{{ }}**.

Avec donc les **ordinaux génératifs**, c'est l'**ordre** et le **nombre** des **blocs élémentaires** qui définissent directement et simplement l'**ordinal** en question. On répète autant de fois que nécessaire le **bloc unitaire** pour former le **nombre** concerné. Et s'il n'y a pas de **bloc**, alors c'est **o** et le **nombre** est le **0 absolu**. Et pour **additionner** deux **nombres** ou deux **ensembles**, on **concatène** ou **additionne physiquement** leurs **structures de parenthèses**.

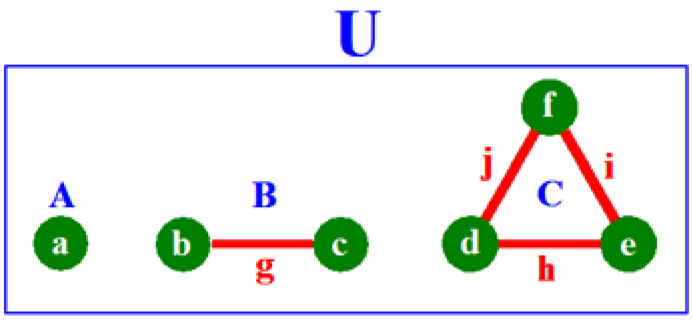
En fait, ce sont les **ordinaux génératifs** que j'aurais dû qualifier de **canoniques** ou de **références**, tandis que les « **canoniques** » sont juste les classiques ou les **ordinaux neumanniens**, de John von Neumann qui les a découverts. Leur grand intérêt est de dire qu'**un ordinal est l'ensemble de tous les ordinaux qui le précèdent**, ou qu'ils sont **bien ordonnés** par la **relation d'inclusion** «⊂ », l'**ordre strict** associé étant la **relation d'appartenance** « ∊».

Mais on peut définir une autre notion d'**inclusion** et d'**appartenance**, qui est celle des **ensembles universels**, qui est celle fondamentale des choses de l'**Univers TOTAL**, qui est plus **naturelle**. C'est la notion **générative** d'**inclusion** et d'**appartenance**.

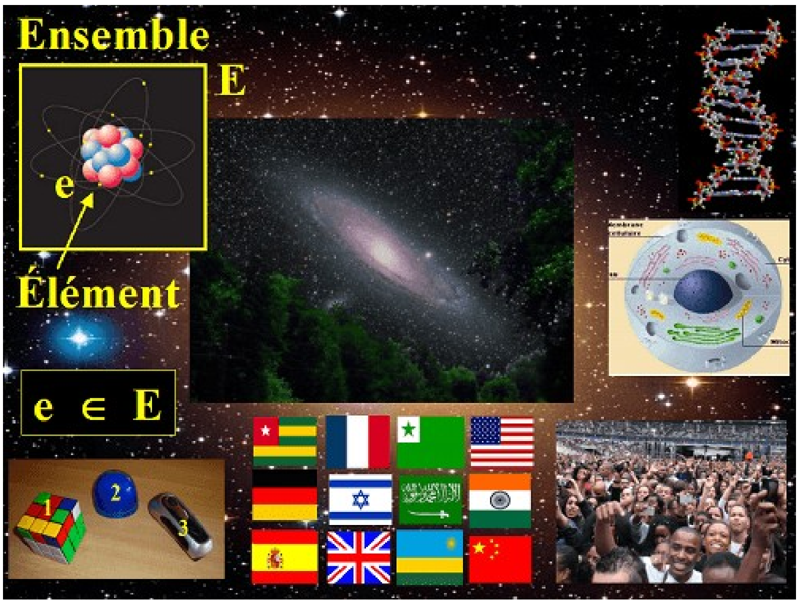
Par exemple, un **humain** peut tout aussi bien dire que sa **tête**, ses **bras**, ses **jambes**, etc., sont des **parties** ou **sous-ensembles** de son **corps** que dire aussi que ce sont des **éléments** de son **corps**. Car les **éléments** de son **corps** sont aussi des **parties** de son **corps**, ce qui est la définition de la **transitivité**. Les **ensembles universels**, **naturels**, sont **transitifs**, leurs **éléments** sont aussi leurs **parties**, ils sont **inclus** dans eux. Ce qui est **élément** d'un **élément** de mon être est aussi **élément** de mon être. Et ce qui est **partie** d'une **partie** de mon être est aussi **partie** de mon être. Avec donc les

ensembles universels, les notions d'**élément** et de **partie** sont quasiment synonymes, elles ne sont pas aussi séparées ou distinctes qu'avec les **ensembles axiomatiques**.

Que l'on observe par exemple l'**ensemble** suivant appelé **U**, pour illustrer l'**Univers TOTAL**. Toutes les choses qui forment cet **ensemble** sont ses différents **éléments**, mais ce sont aussi ses différentes **parties**, ses **constituants**, ses **composants**.



C'est un exemple d'**ensemble universel**, tout comme aussi le suivant :



En partant du mot clef **chose**, comme expliqué au début, un **ensemble universel** ou **ensemble génératif** ou **générescence** est par définition une **chose** formée d'autres **choses** appelées ses **éléments**, mais aussi ses **parties**, qui sont à leur tour des **ensembles**. Et la **chose** formée de **toutes les choses** est l'**Univers TOTAL**, l'**Ensemble de toutes les choses**.

Les **ordinaux génératifs**, qu'on peut qualifier aussi d'**universels**, reflètent exactement cette définition des **ensembles universels**, ils sont **transitifs**, leurs **éléments** et aussi leurs **parties strictes** sont tous les **ordinaux plus petits**.
C'est ce qu'illustre l'**ordinal 7** ou **1111111** par exemple. Les **ordinaux strictement plus petits** que **7** sont : **o, 1, 11, 111, 1111, 11111, 111111**, c'est-à-dire : **o, 1, 2, 3, 4, 5, 6**.

Et dans la conception **générative**, quand on dit par exemple **1**, on dit tout ce qui forme **1**, notamment les **générescences** de **0**, à savoir : **o, 0, 00, 000, 0000, 00000, 000000, …**, et **1** est donc **0…**. Ce sont des **ordinaux** aussi, sauf que l'**unit** est ici **0**, et les **éléments** de **1** sont toutes les **générescences** de **0 strictement plus petites** que **0…** ou **{0}** ou **1**. Ce sont des **éléments** de **1** qui est **élément** de **7**, donc ce sont aussi des **éléments** de **7**.

Et pour aller plus loin encore, **0** lui-même est de la même façon le terminus des **générescences** de $\mathbf{0^2}$, qui est le terminus des **générescences** de $\mathbf{0^3}$, et ainsi de suite jusqu'au **0 absolu**, **o**. Même **structure générative** jusqu'à l'**infini absolu**, **Ω**, en passant par $\boldsymbol{\omega^2}$, $\boldsymbol{\omega^3}$, $\boldsymbol{\omega^4}$, etc..

Poursuivons notre étude des **ordinaux** et du **bon ordre**, que ce soit les **ordinaux génératifs**, **canoniques** ou **général**. Car il existe une infinité d'autres manières de définir des objets **ordinaux** ou des **ensembles bien ordonnés** pouvant servir d'**ordinaux**. Et normalement toutes sont **isomorphes**. Si l'on définit des objets **ordinaux** mais qui ne sont pas **isomorphes** aux **ordinaux génératifs** ou aux **ordinaux canoniques**, c'est que ces objets ne sont que partiellement **ordinaux**.

On a donc la définition **récursive** des **ordinaux**.

Définition :
Un **ordinal** est un **ensemble α transitif bien ordonné** par la **relation d'inclusion** «⊂ », l'**ordre strict** associé étant la **relation d'appartenance** «∈ », et qui est tel que tous ses **éléments** sont des **ordinaux** aussi.

On a vu avec les **ordinaux génératifs** que la **relation d'appartenance** ou d'**inclusion** en question n'est pas obligée d'être l'**appartenance** et l'**inclusion** courantes, exactement comme l'**égalité** n'est pas obligée d'être l'**égalité** courante.

Par exemple, l'**ordinal 7 génératif** est : **{{ }}{{ }}{{ }}{{ }}{{ }}{{ }}{{ }}** ou **{0}{0}{0}{0}{0}{0}{0}** ou **1111111**.
Et l'**ordinal 4 génératif** est : **{{ }}{{ }}{{ }}{{ }}** ou **{0}{0}{0}{0}** ou **1111**.
Le **4 génératif** n'est ni un **élément** ni une **partie** du **7 génératif**, pour la **relation** courante d'**appartenance** «∈ », et pour la **relation** courante d'**inclusion** « ⊂ ». Seul **0** ou **{ }** est **élément** de ces deux **ordinaux génératifs**, qui sont donc des **singletons**.

Mais pour l'**appartenance générative** et l'**inclusion générative** telles qu'expliquées plus haut, on voit bien par exemple que **1111** ou **4** est une **partie stricte** de **1111111** ou **7**. Les **quatre units 1** de l'**ordinal 1111** ou **4** sont par exemple les **quatre premiers units** de l'**ordinal 1111111** ou **7**. Donc **4** est un **élément** de **7**, il est une chose qui **forme physiquement 7**.

Théorème :
→ Considérant les **relations** courantes d'**appartenance** « ∈ » et d'**inclusion** « ⊂ », et notant donc **0** l'**ensemble vide**, on vérifie donc aisément que : **0**, **1 = {0}**, et **2 = {0, 1}**, et **3= {0, 1, 2}**, etc., sont des **ordinaux**, en l'occurrence ici des **ordinaux canoniques**. Car ils vérifient les propriétés requises dans la définition générale d'un **ordinal**.
→ Et étant donné un **ordinal α**, on vérifie aussi que l'ensemble $\boldsymbol{\alpha^* = \alpha \cup \{\alpha\}}$, formé en ajoutant **α** à ses propres éléments, est un **ordinal**. Cet ordinal est noté **α+1**.

Comme vu plus haut, on a donc en particulier les **nombres entiers naturels canoniques** :

0 = { }
1 = {0} = {{ }}
2 = {0, 1} = {{ }, {{ }}} = {{ }}{{{ }}}
3 = {0, 1, 2} = {{ }, {{ }}, {{ }, {{ }}}} = {{ }}{{{ }}}{{{ }}{{{ }}}}
4 = {0, 1, 2, 3} = {{ }, {{ }}, {{ }, {{ }}}, {{ }, {{ }}, {{ }, {{ }}}}}
= {{ }}{{{ }}}{{{ }}{{{ }}}}{{{ }}{{{ }}}{{{ }}{{{ }}}}}
…

n = {0, 1, 2, 3, …, n-2, n-1} = n-1 ∪ {n-1} = n-1{n-1}
n+1 = {0, 1, 2, 3, …, n-1, n} = n ∪ {n} = n{n}

Dans la vision classique, la propriété : **n = {0, 1, 2, 3, …, n-2, n-1}**
n'est vraie que pour les **nombres entiers naturels**, mais dans la nouvelle vision c'est vrai pour tout **ordinal** α, soit : α **= {0, 1, 2, 3, …,** α**-2,** α**-1}**. Car si α est **infini**, cela signifie qu'il est un **nombre entier naturel variable croissant**. Donc la formule ci-dessus s'applique exactement de la même manière pour les **variables** comme pour les **constantes**, pour les **infinis** comme pour les **finis**.

En relation avec le fait qu'un **ordinal** est l'**ensemble de tous les ordinaux qui sont strictement inférieurs à lui**, voyons maintenant une notion très classique des **ensembles bien ordonnés**, celle du **segment initial**.

Etant donné un **ensemble non vide bien ordonné (E, ≤)** et « < » l'**ordre strict** associé, et **A** une **partie non vide** de **E**, et a_α un élément de **A**, on appelle traditionnellement une **section commençante** de **A** ou encore un **segment initial** de **A**, un **ordinal alpha** de **A**, au sens général où nous avons défini cette notion plus haut, à savoir A_α .

Plus exactement, un **segment initial** d'un **ensemble bien ordonné (A, ≤)** défini par un **élément a** de **A**, et qu'on va noter ou S_a ou $[a_o, a[$, que **a** soit ou non dans un A_α, est l'**ensemble de tous les éléments de A strictement inférieurs à a**.

Dans l'exemple précédent, les **ordinaux finis** ou **constants** sont : **(0, 0), (0, 1), (0, 2), (0, 3), …**, et on voit qu'ils sont **isomorphes** aux **entiers naturels** : **0, 1, 2, 3, 4, 5, …**.
Et pour un **ordinal constant** a_n **= (0, n)**, on a : A_n **= {(0, 0), (0, 1), (0, 2), (0, 3), …, (0, n-1), (0, n)}**.

On voit que N^2 est un **généren** plus complexe que le **généren N**. Le nom « **généren** » vient du symbole « **...** », que nous appelons le **GENER**, l'**opérateur de génération infinie**, ou des **générescences infinies**. Et « **en** » ou « **ène** » pour l'**ensemble N** des **entiers naturels**. Le mot « **généren** » donc pour dire un **ensemble dont le listage des éléments comporte obligatoirement au moins un symbole GENER**, **« ... »**. Et le mot « **généren** » pour dire que c'est toujours une certaine forme ou une certaine version de l'**ensemble N des entiers naturels**, même quand il s'agit d'**ensembles** comme celui des **nombres réels**, et même de l'**Univers de tous les ensembles**, ou même de l'**Univers TOTAL** ! L'**ensemble N** est le plus petit **généren** qui sert à construire tous les autres **générens**, selon une **logique fractale**.

La nature de **généren** est aussi le signe caractéristique des **ensembles variables croissants**. Si l'on peut se passer de ce symbole du **GENER « ... »** dans le **listage des éléments d'un ensemble A**, c'est qu'il est **fini** ou **constant** (pour plus de détails, voir le livre précédent : **Conception générative des entiers, structure réalie**).

Les **isomorphismes** d'**ensembles bien ordonnés** sont particulièrement importants.

L'**application**, que nous notons ***isor*** (pour dire « **isomorphisme** d'**ordinaux** »), et aussi τ (pour dire « **type d'ordre** »), qui à $\mathbf{a_\alpha}$ associe $\mathbf{A_\alpha}$, est une **bijection** de $\mathbf{A_\alpha = \{a_o, a_1, a_2, \ldots, a_{\alpha-1}, a_\alpha\}}$ sur l'**ensemble** $\mathbf{A'_\alpha = \{A_o, A_1, A_2, \ldots, A_{\alpha-1}, A_\alpha\}}$. On a : ***isor***$(\mathbf{a_\alpha}) = \mathbf{A_\alpha}$, et : ***isor***$^{-1}(\mathbf{A_\alpha}) = \mathbf{a_\alpha}$. On définit dans $\mathbf{A'_\alpha}$ la **relation binaire** « ≤ » par : $\mathbf{x \leq y} \Leftrightarrow$ ***isor***$^{-1}(\mathbf{x}) \leq$ ***isor***$^{-1}(\mathbf{y})$. La **relation** « ≤ » ainsi définie sur $\mathbf{A'_\alpha}$ est un **bon ordre** aussi, induit par le **bon ordre** sur $\mathbf{A_\alpha}$, lui-même héritant du **bon ordre** sur **A** (et plus généralement sur **E**), autrement dit, la **restriction** à $\mathbf{A_\alpha}$ de la **relation** « ≤ » sur **A** (et plus généralement sur **E**) est un **bon ordre** sur $\mathbf{A_\alpha}$. Du coup, l'**application *isor*** établit un **isomorphisme** entre $\mathbf{A_\alpha}$ et $\mathbf{A'_\alpha}$, ce qui permet d'assimiler $\mathbf{a_\alpha}$ et $\mathbf{A_\alpha}$, et même $\mathbf{a_\alpha}$, $\mathbf{A_\alpha}$ et $\mathbf{A'_\alpha}$.

A ce stade, on ne peut pas affirmer que pour un **ensemble bien ordonné non vide (A, ≤)**, tout élément de **A** appartient à un $\mathbf{A_\alpha}$. Autrement dit, nous ne pouvons pas encore dire si tout $\mathbf{S_a}$ ou $\mathbf{[a_o, a[}$ est un $\mathbf{A_\alpha}$.

Tout $\mathbf{A_\alpha}$ est un $\mathbf{S_a}$, puisque $\mathbf{S_a}$ est par définition l'**ensemble de tous les éléments de A strictement inférieurs à a**. On a : $\mathbf{A_\alpha = \{a_o, a_1, a_2, \ldots, a_{\alpha-1}, a_\alpha\}}$. Il suffit donc de prendre : $\mathbf{a = a_{\alpha+1}}$, et on a alors : $\mathbf{A_\alpha = S_a}$.

C'est au sujet de la réciproque que la question se pose. Pour un élément **a** de **A** donné, distinct de $\mathbf{a_o}$ donc **supérieur** à $\mathbf{a_o}$, et pour le $\mathbf{S_a}$ associé, existe-t-il toujours un $\mathbf{a_\alpha}$ tel que $\mathbf{a = a_{\alpha+1}}$, et donc tel que : $\mathbf{A_\alpha = S_a}$?

Si tel est le cas, alors le **plus grand élément de** $\mathbf{A_\alpha}$, à savoir $\mathbf{a_\alpha}$, a un **prédécesseur** $\mathbf{a_{\alpha-1}}$, et un **successeur** $\mathbf{a_{\alpha+1}}$, qui est donc **a**. C'est ici que réside une différence fondamentale entre la conception classique des **ordinaux** et leur conception dans le Nouveau Paradigme, que nous appelons aussi la **conception générative des ordinaux**. Dans cette nouvelle vision, tout élément de **A** distinct de $\mathbf{a_o}$ a un **prédécesseur**.

Dans la conception **générative**, pour tout **ensemble bien ordonné (A, ≤)**, tout élément distinct de son premier élément $\mathbf{a_o}$ a un **prédécesseur**. Mais dans la conception traditionnelle, il peut exister des éléments autre que $\mathbf{a_o}$ qui n'ont pas de **prédécesseur**. Ces éléments sont dits **limites**.

Ce que nous appelons ici une **relation semi-ordinale** est ce que traditionnellement on appelle une **relation ordinale**, autrement dit l'**ordre des ordinaux**. Pour nous donc, il ne s'agit que de l'**ordre de semi-ordinaux**, car, pour que ce soit l'**ordre des ordinaux**, selon notre conception des **ordinaux**, il faut que la **relation** « ≤ » soit de **bon ordre**, et que sa **relation réciproque** « ≥», soit de **bon ordre** aussi.

Définition :
On dit qu'une **relation d'ordre**, qu'on va noter « ≤ » est une **relation d'ordre parfait** ou une **relation ordinale** dans l'ensemble **E**, si toute **partie non vide** de **E** a un **plus petit élément** et un **plus grand élément**. Autrement dit, la **relation** « ≤ » et sa **relation réciproque** « ≥» sont toutes les deux de **bon ordre**.

Exemple:
Reprenons l'exemple de l'**ensemble N^2** des **couples (m, n)** de **nombres entiers naturels**, muni de la **relation binaire** « ≤ » suivante :
(n, m) ≤ (n', m') ⇔ (n = n' et m = m') ou n < n' ou (n = n' et m < m').
On a vu qu'il est un **ensemble bien ordonné**, et que ses éléments sont classés dans l'**ordre** suivant, dit **lexicographe** : **(0, 0), (0, 1), (0, 2), (0, 3), …, (1, 0), (1, 1), (1, 2), (1, 3), …, (2, 0), (2, 1), (2, 2), (2, 3), …**.

Ce qui saute aux yeux, c'est l'existence d'éléments apparemment **limites**, c'est-à-dire qui n'ont pas de **prédécesseurs**, comme par exemple ici l'élément **(1, 0)**, qui a pour **successeur (1, 1)**, qui a lui-même pour **successeur (1, 2)**, etc.. Mais l'élément **(1, 0)** n'a pas de **prédécesseur**, ainsi que l'on conçoit les choses traditionnellement.

En réalité, il s'agit d'une illusion, elle-même due à l'illusion habituelle que l'**ensemble des nombres entiers naturels** : **N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, ...}**, n'aurait pas de **dernier élément**. Mais en réalité, celui-ci existe bel et bien, sauf qu'il est un **entier variable**, les autres étant des entiers constants.

Malgré les apparences donc, il existe un **élément** de **N**, noté ici **ω**, mais que nous notons souvent aussi **v** ou **w**, qui est **variable**, **croissant**, ce qui est la nouvelle définition d'un **nombre infini**, par opposition aux autres, qui sont **constants**, **finis**, et qui sont ses **éléments**. Ce **nombre variable**, **ω** ou **v** ou **w**, n'est rien d'autre que **N** lui-même ! Une autre manière donc de le voir, à savoir donc ce que nous appelons habituellement la **variable n** ! Comme quand on dit par exemple : **n = 0**, **n = 1**, **n = 2**, **n = 3**, etc..

Il s'agit donc d'un **nombre variable**, les **nombres 0**, **1**, **2**, **3**, etc., étant les **valeurs** de ce **nombre variable n**. Il s'agit juste d'un autre langage pour dire exactement la même chose que les **nombres 0**, **1**, **2**, **3**, etc., sont les **éléments** de l'**ensemble infini N**. C'est donc **N** lui-même, qui, en tant que **variable**, est appelé **n**, ou **v** ou **w** ou **ω** ou autre. Il est donc un **nombre entier variable**, ayant ses **successeurs n+1**, **n+2**, **n+3**, **n+4**, etc., et ses **prédécesseurs n-1**, **n-2**, **n-3**, **n-4**, etc.. Il a donc des **prédécesseurs** comme tous les **nombres entiers constants**, à par **0**.

C'est donc le **nombre entier variable n** qui est le **dernier des nombre entiers constants**, et qui est illustré sur l'image plus haut et appelé **ω**. Peu importe comment on l'appelle, c'est la logique qu'il faut saisir : plus les nombres entiers constants croissent, plus ils se transforment progressivement en **nombres variables**, qui sont la définition des **nombres infinis**. On a donc la progression suivante : **0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …, n-7, n-6, n-5, n-4, n-3, n-2, n-1, n**.

Nous avons mis ici **n**, mais on aurait pu mettre **ω**, **w**, **v** ou autre. Le raisonnement est exactement le même. On découvre donc un **nombre entier variable n**, qui est le **dernier** ou la **clôture** des **nombres entiers constants**, et qui a des **prédécesseurs**.

Les choses vues maintenant sous cet angle, reprenons la liste **bien ordonnée** de nos **couples** de **nombres entiers naturels** : **(0, 0), (0, 1), (0, 2), (0, 3), …, (1, 0), (1, 1), (1, 2), (1, 3), …, (2, 0), (2, 1), (2, 2), (2, 3), …**.

En décidant de considérer les couples : **(0, 0), (0, 1), (0, 2), (0, 3), …**, comme une nouvelle manière de dire : **0, 1, 2, 3, ...**, après cette série vient la liste : **(1, 0), (1, 1), (1, 2), (1, 3), …**, qu'on peut décider d'appeler respectivement : **n, n+1, n+2, n+3, …**. Autrement dit, des **polynômes du premier degré** en **n**, dont les **coefficients** sont précisément : **(1, 0), (1, 1), (1, 2), (1, 3), …**. L'**indéterminée** est notée ici **n**, mais on peut tout à fait le noter **x**, **ω**, **w**, **v** ou autre, cela ne changera rien au raisonnement.

Et alors on s'aperçoit que le **couple (1, 0)**, qui semblait n'avoir pas de **prédécesseur**, mais vu maintenant comme une **variable**, a des **prédécesseurs** immédiats, sauf que ceux-ci sont aussi des **variables** !

Il y a une règle simple à garder à l'esprit : chaque fois qu'on verra dans une expression le symbole du **GENER**, « **...** », il y a une **variable** cachée dans l'affaire. Ceci change du tout au tout notre vision des **nombres entiers** et des **ordinaux** !

Qu'on essaie par exemple de **lister tous les ordinaux** jusqu'au classique **ordinal infini ω**, et cela donne : **0, 1, 2, 3, 4, 5, …, ω**.

Dans les conceptions classiques, on dit que **ω** est un **ordinal limite**, c'est-à-dire n'a pas de **prédécesseur**. Or on voit dans cette liste le symbole du **GENER**, « **...** ». Cela suffit pour dire que **ω** est en fait une **variable**, donc a bel et bien des prédécesseurs ! La liste de ces **ordinaux** est donc en réalité : **0, 1, 2, 3, 4, 5, …, ω-5, ω-4, ω-3, ω-2, ω-1, ω**.

Les trois écritures suivantes sont donc parfaitement équivalentes, et elles définissent la **variable ω**, ce qui signifie aussi ici l'**ordinal ω**:

→ **ω = {0, 1, 2, 3, 4, 5, …}**
→ **ω = {0, 1, 2, 3, 4, 5, …, ω-5, ω-4, ω-3, ω-2, ω-1}**
→ **0, 1, 2, 3, 4, 5, …, ω-5, ω-4, ω-3, ω-2, ω-1, ω**

Ou encore l'**ordinal n**:

→ **n = {0, 1, 2, 3, 4, 5, …}**
→ **n = {0, 1, 2, 3, 4, 5, …, n-5, n-4, n-3, n-2, n-1}**
→ **0, 1, 2, 3, 4, 5, …, n-5, n-4, n-3, n-2, n-1, n**

Les **relations de bon ordre de type lexicographique** basées sur **N**, comme l'exemple vu plus haut avec les **couples d'entiers naturels**, sont de grande importance. Voyons des cas encore plus généraux et plus importants, en utilisant les enseignements de ce que nous venons de dire.

Définition :
Soit un **entier naturel k**. On appelle un **uplet** de **longueur k** ou un **k-uplet**, un élément de $\mathbf{N}^k$, c'est-à-dire la donnée de **k entiers naturels** $(\mathbf{n_{k-1}, n_{k-2}, \ldots, n_3, n_2, n_1, n_0})$. En particulier, on a le **0-uplet**, qui est **( )**. Et les **1-uplets**, qui sont $(\mathbf{n_0})$, que l'on assimilera à $\mathbf{n_0}$. Les **couples** d'**entiers naturels** $(\mathbf{n_1, n_0})$ sont les **2-ulpets**, les **triplets d'entiers naturels** $(\mathbf{n_2, n_1, n_0})$ sont les **3-uplets**, etc. On désigne par $\mathbf{N_u}$ (« **u** » comme « **uplet** ») l'**ensemble** de tous les **uplets d'entiers naturels**, toutes **longueurs** confondues.

Il s'agit de définir sur $\mathbf{N_u}$ une **relation binaire** qui soit un **bon ordre**.

La **relation** « < » considérée est définie ainsi : pour deux **uplets distincts m** et **n**, si leurs **longueurs** sont différentes, le **plus petit** est celui qui a la **plus petite longueur**. Mais s'ils ont la même **longueur k**, alors : $\mathbf{m = (m_k, m_{k-1}, \ldots, m_3, m_2, m_1, m_0)}$ et $\mathbf{n = (n_k, n_{k-1}, \ldots, n_3, n_2, n_1, n_0)}$. Soit **i** un indice de **0** à **k**. Si pour tous les indices $\mathbf{j > i}$, $\mathbf{a_j = b_j}$, mais $\mathbf{a_i \neq b_i}$, alors $\mathbf{m < n}$ si $\mathbf{a_i < b_i}$, et $\mathbf{m > n}$ si $\mathbf{a_i > b_i}$. Autrement dit, si $\mathbf{m \neq n}$, alors il existe un premier indice **i** en partant de **k** vers **0**, pour lequel $\mathbf{a_i \neq b_i}$. Alors le plus petit des deux **entiers naturels** $\mathbf{a_i}$ et $\mathbf{b_i}$ détermine lequel des deux **uplets m** et **n** est le **plus petit**.

On vérifie alors que la **relation** « < » ainsi définie sur les **uplets** d'**entiers naturels** est un **bon ordre**.

En effet, soit un **ensemble A non vide** d'**uplets**. On sélectionne d'abord les **uplets** qui ont la plus petite des **longueurs**, et soit **l** cette **longueur**. Si **l = 0**, alors l'**uplet** de **longueur 0**, **( )**, est dans **A**, et c'est le **plus petit** cherché. Et si $\mathbf{l \neq 0}$, on poses **k = l-1**. Alors on sélectionne ceux qui ont le **plus petit composant de rang k**. Si l'on a un seul, alors c'est le **plus petit**. Mais s'ils ont tous le même **composant de rang k**, alors on sélectionne ceux qui ont le **plus petit composant de rang k-1**. Si l'on a un seul, alors c'est le **plus petit**. Mais s'ils ont tous le même **composant de rang k-1**, alors on sélectionne ceux qui ont le **plus petit composant de rang k-2**, et ainsi de suite. Au plus tard, quand donc on aura comparé jusqu'au **rang 0**, on aura obligatoirement trouvé le **plus petit**. En effet, au **rang 0**, les uplets restants ont le même **composant** pour tous les **rangs > 0**. Ils ne se différencient que par le composant de **rang 0**, et forcément il n'y a qu'un seul qui a le **plus petit**.

$\mathbf{N_u}$ est donc **bien ordonné** par la **relation** qu'on vient de définir. Si nous devions lister dans l'**ordre** tous les éléments de $\mathbf{N_u}$, on aurait d'abord tous les **0-uplet**, suivis de tous les **1-uplets** (ce qui revient à dire tous les **entiers naturels**), suivis de tous les **2-uplets** (ce qui revient à dire tous les **couples** d'**entiers naturels**), suivis de tous les **3-uplets** ou **triplets**, suivis de tous les **4-uplets** ou **quadruplets**, etc..

(), (0), (1), (2), (3), …, (0, 0), (0, 1), (0, 2), (0, 3), …, (1, 0), (1, 1), (1, 2), (1, 3), … (2, 0), (2, 1), (2, 2), (2, 3), …, (3, 0), (3, 1), (3, 2), (3, 3), …, …, (0, 0, 0), (0, 0, 1), (0, 0, 2), (0, 0, 3), …, (0, 1, 0), (0, 1, 1), (0, 1, 2), (0, 1, 3), …, …, (1, 0, 0), (1,0, 1), (1, 0, 2), (1, 0, 3), …, …, (0, 0, 0, 0), (0, 0, 0, 1), (0, 0, 0, 2), (0, 0, 0, 3), …, …

Et maintenant, considérons **Np** (« **p** » comme « **polynôme** ») la **partie** de $\mathbf{N_u}$, formée par tous les **(k+1)-uplets** $\mathbf{(n_k, n_{k-1}, \ldots, n_3, n_2, n_1, n_0)}$ tels que $\mathbf{n_k \neq 0}$, et $\mathbf{n_0}$ uniquement pouvant être **0**, si **k=0**. Il s'agit, dans la liste précédente de la sous-liste suivante:
(0), (1), (2), (3), …, (1, 0), (1, 1), (1, 2), (1, 3), … (2, 0), (2, 1), (2, 2), (2, 3), …, (3, 0), (3, 1), (3, 2), (3, 3), …, …, (1, 0, 0), (1,0, 1), (1, 0, 2), (1, 0, 3), …, …, (1, 0, 0, 0), (1, 0, 0, 1), (1, 0, 0, 2), (1, 0, 0, 3), …, …

Les éléments de la forme **(a)** seront simplement notés **a**. Donc la liste devient :
0, 1, 2, 3, …, (1, 0), (1, 1), (1, 2), (1, 3), … (2, 0), (2, 1), (2, 2), (2, 3), …, (3, 0), (3, 1), (3, 2), (3, 3), …, …, (1, 0, 0), (1,0, 1), (1, 0, 2), (1, 0, 3), …, …, (1, 0, 0, 0), (1, 0, 0, 1), (1, 0, 0, 2), (1, 0, 0, 3), …, …

L’**ensemble N_p** est **bien ordonné** par la **relation d’ordre strict** « <» car **N_p** hérite de cet **ordre** de **N_u.**

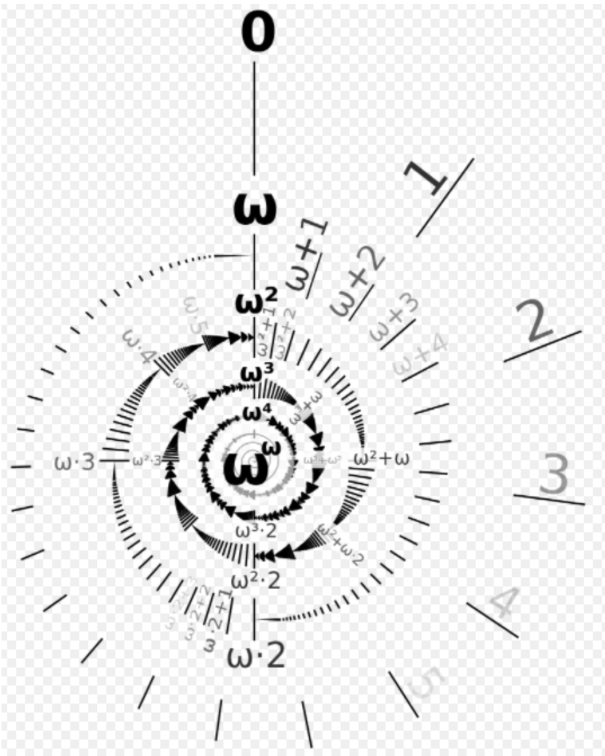
Dans ce cas, on dira que le **(k+1)-uplets $n = (n_k, n_{k-1}, \ldots, n_3, n_2, n_1, n_0)$** est de **degré k**, et les **n_i** peuvent alors aussi être interprétés comme les **coefficients** d’un **polynôme** de **degré k**, dont nous noterons l’indéterminée **ω**, et qui est aussi une **variable** qui parcourt l’**ensemble N des entiers naturels**, et qui n’est en fait rien d’autre que **N** lui-même, nommé autrement.

Le **(k+1)-uplet n** peut alors s’écrire :
$$n = (n_k, n_{k-1}, \ldots, n_3, n_2, n_1, n_0) = n_k\omega^k + n_{k-1}\omega^{k-1} + \ldots + n_3\omega^3 + n_2\omega^2 + n_1\omega + n_0.$$

Ainsi, on a : **$(1, 0) = \omega$**. Et : **$(1, 0, 0) = \omega^2$**. Et : **$(1, 0, 0, 0) = \omega^3$**, etc.
Les éléments de **N_p** sont les **ordinaux** que nous avons déjà rencontrés avec les **structures parenthésiques**, ce qui veut dire que ces **ordinaux** sont une autre expression de ces **structures**.
L’**horizon** de ces **ordinaux** est **ω^ω**.

On définit sur ces **ordinaux** une **addition** et une **multiplication**, qui est celle des **polynômes**.
C’est la **structure ordinale** que la conception classique veut mettre en évidence dans Wikipedia ainsi.

Sauf que, comme on le voit sur cette image, on a des écritures quelque peu bizarres, comme par exemple : **$\omega 2, \omega 3, \omega 4, \ldots, \omega^2.2, \omega^3.2, \omega^3.3$**, etc., au lieu normalement ou plus naturellement de : **$2\omega, 3\omega, 4\omega, \ldots, 2\omega^2, 2\omega^3, 3\omega^3$**, etc..



La raison est que la **multiplication** n'est pas **commutative** avec la conception traditionnelle des **ordinaux**, par exemple : $2\omega \neq \omega 2$, autrement dit : $2\times\omega \neq \omega\times 2$.

Or il n'y a rien de plus **commutatif** que l'**addition** et la **multiplication** des **ordinaux** ! C'est le concept d'**ordinal limite** qui cause cette anomalie, qui fait que l'**ordre** des **ordinaux** classiques est à sens unique (ce qui fait que je les qualifie de **semi-ordinaux**, à la différence des vrais **ordinaux** qui sont à double sens), et qui rend si bancale et si compliquée l'**arithmétique des ordinaux**.

Alors qu'en réalité elle est aussi simple que l'**arithmétique des nombres entiers naturels**. Il faut juste trouver le secret de la **communicativité** de la **multiplication** des **ordinaux**, et ce secret, c'est tout simplement le concept de **nombres entiers variables** !

Et un **nombre entier variable**, c'est tout simplement un **élément de N^N** ou ω^ω, c'est-à-dire une **application de N dans N**, autrement dit une **suite d'entiers naturels**. Parmi celles-ci, on considère plus particulièrement celles qui sont **croissantes** ou **croissantes** à partir d'un certain **rang k**. Ce sont par définition celles que nous appelons les **nombres entiers infinis**.

C'est l'approche **fonctionnelle** ou **applicationnelle** de la question, qui est largement la plus développée dans ce livre. Mais ce que nous sommes en train de voir ici en rapport avec la **relation d'ordre**, c'est l'approche du **bon ordre**, autrement dit l'approche **ordinale**, qui est aussi l'approche **générative**, oui l'approche des **générescences**, des **générens**. Celle-ci est particulièrement éclairante sur la nature profonde et le fonctionnement des **nombres**, des **ensembles**, de toutes les **choses**.

Nous retrouvons une fois encore les mêmes **ordinaux** jusqu'à l'**horizon ω^ω**, en considérant les **suites d'entiers naturels** ou **applications de N dans N**, pour définir des **suites** plus spéciales, les **uplets d'entiers naturels**, sur lesquels nous allons définir ensuite le **bon ordre lexicographique** dans toute sa généralité.

Soit **n** un **nombre entier variable**, c'est donc une **suite d'entiers naturels** ou **application de N dans N**. Pour un **nombre entier naturel i**, **n(i)** est noté n_i, et la **suite n** est notée :
$\mathbf{n = (n_0, n_1, n_2, n_3, n_4, n_5, \ldots)}$,
dite **notation polynomiale croissante**, ou :
$\mathbf{n = (\ldots, n_5, n_4, n_3, n_2, n_1, n_0)}$, dite **notation polynomiale décroissante**.

Nous adoptons ici cette seconde notation de préférence.
Définition :
→ Appelons $\mathbf{N_p}$ l'**ensemble** de toutes les **suites d'entiers nulles à partir d'un certain rang**. On les appelle les **nombres entiers polynomiaux** ou **ordinaux polynomiaux** ou les **ordinômes**. Et pour un tel **ordinôme** $\mathbf{n = (\ldots, n_5, n_4, n_3, n_2, n_1, n_0)}$, et pour tout **rang k** tel que $\mathbf{n_i = 0}$, pour tout $\mathbf{i > k}$, l'**ordinôme n** est simplement noté : $\mathbf{n = (n_k, \ldots, n_3, n_2, n_1, n_0)}$., et on dit que c'est **(k+1)-uplet**. Et si $\mathbf{n_k \neq 0}$, alors on dit que **k** est le **degré** de **n**, et on note **deg(n) = k**.

Par exemple, **n = (…, 0, 0, 0, 0, 19, 0, 6, 2)**, nulle à partir du **rang 5** ou $\mathbf{n_5}$, donc on peut l'écrire : **n = (0, 0, 19, 0, 6, 2)**, c'est donc un **6-uplet**. Mais on peut aussi le noter **n = (0, 0, 0, 19, 0, 6, 2)**, et donc c'est un **7-uplet**. Et aussi **n = (0, 0, 0, 0, 19, 0, 6, 2)**, et donc c'est un **8-uplet**. etc.. Et son **degré** est **3**, car $\mathbf{n_3}$ est **non nul**, il vaut **19**, mais les $\mathbf{n_i}$ sont tous **nuls** à partir de $\mathbf{n_4}$. L'écriture la plus réduite est donc : **n = (19, 0, 6, 2)**, et donc **n** est un **4-uplet strict**. Pour tout $\mathbf{k \geq 4}$, c'est un **k-uplet**.

Lemme :
On en déduit que pour deux **ordinômes m et n**, il existe toujours un certain **rang k** pour lequel **m** et **n** sont des **k-uplets**.

Définition :
On appelle un **ordinal infini** au sens **ordinôme** un **ordinal n** de **degré** $\mathbf{k \geq 1}$.

Nous verrons comment cette définition rejoint celle de **nombre entier variable croissant**.

Définition:
Soit un **nombre entier k**. On définit la **suite** notée ω^k de la façon suivante :
$\omega^k_k = 1$, et $\omega^k_i = 0$, pour tout **entier naturel** $i \neq k$.
La **suite** ω^k est appelée l'**ordinal oméga de degré k**.

Cas particuliers d'ordinômes:
→ La **suite zéro** : **(…, 0, 0, 0, 0, 0, 0) = (0, 0, 0) = (0, 0) = (0)**, notée simplement **0**.
→ La **suite un** : ω^0 = **(…, 0, 0, 0, 0, 0, 1) = (0, 0, 1) = (0, 1) = (1)**, notée simplement **1**.
Il est appelé aussi le « **un variable** », et noté alors $\mathbf{1_v}$ et est aussi appelé la **constante 1**.
Cet **ordinal** est de **degré 0** donc n'est pas **infini**.
D'une manière générale, pour tout **entier naturel k**,
on a la **suite k** définie par : **(…, 0, 0, 0, 0, 0, k) = (0, 0, k) = (0, k) = (k)**, notée simplement **k**.
→ ω^1 = **(…, 0, 0, 0, 0, 1, 0) = (0, 1, 0) = (1, 0)**.
Il est appelé aussi le « **dix variable** », et noté alors $\mathbf{10_v}$.
Cet **ordinal** ω^1, noté simplement ω, est de **degré 1** donc est **infini**.
→ ω^2 = **(…, 0, 0, 0, 1, 0, 0) = (0, 1, 0, 0) = (1, 0, 0)**.
Il est appelé aussi le « **cent variable** », et noté alors $\mathbf{100_v}$.
Cet **ordinal** ω^2 est de **degré 2** donc est **infini**.
→ ω^2 = **(…, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0) = (0, 1, 0, 0, 0) = (1, 0, 0, 0)**.
Il est appelé aussi le « **mille variable** », et noté alors $\mathbf{1000_v}$.
Cet **ordinal** ω^3 est de **degré 3** donc est **infini**.
Et ainsi de suite.

*Définition de l'**addition** de deux **ordinômes***:
Pour deux **ordinômes n** et **n'**:
$(n + n')_i = n_i + n'_i$, pour tout **entier naturel i**.

Définition de la **multiplication** *de deux **ordinômes***:
$(n \times n')_k = \Sigma_{i+j=k}\ n_i \times n'_j$, pour tout **entier naturel k**.
Autrement dit, pour trouver le terme de **rang k** de $n \times n'$, on **somme** tous les $n_i \times n'_j$ pour lesquels $i+j = k$.
Cette **multiplication** est dite **polynomiale**.

Lemme :
Pour deux **entiers naturels i** et **j**, on a : $\omega^i \times \omega^j = \omega^{i+j}$.

Pour peu que l'on garde à l'esprit que l'**ordinal infini ω** est tout simplement aussi une **variable**, donc a aussi des **prédécesseurs ω-1**, **ω-2**, **ω-3**, etc., il apparaît clairement que l'**ensemble des ordinaux** n'est rien d'autre qu'un **système de numération** en **base ω**, dont les **ω chiffres** sont :
0, 1, 2, 3, 4, 5, …, ω-5, ω-4, ω-3, ω-2, ω-1.

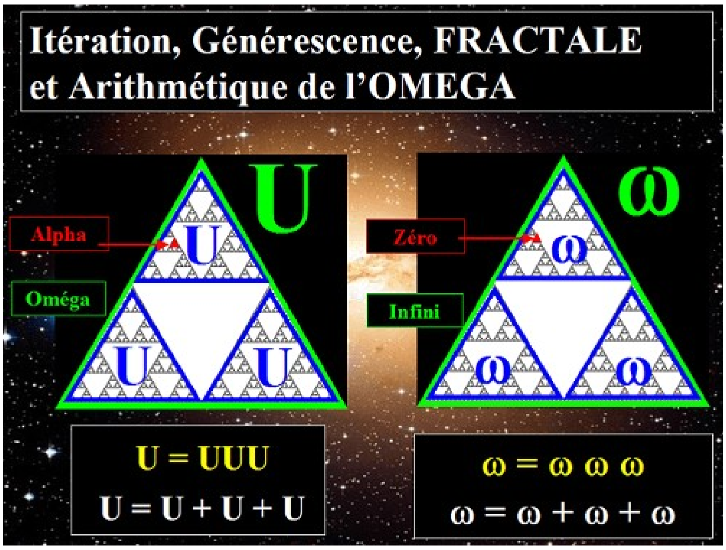
Et on retrouve aussi ici l'**ensemble $\mathbf{N_p}$** d'une autre manière. Mais l'avantage de cette autre manière de construire $\mathbf{N_p}$ c'est qu'elle nous montre le moyen de construire des **ensembles d'ordinaux** toujours plus grands à partir d'**ordinaux** déjà construits.

Les **ordinaux**: $\mathbf{n = n_k\omega^k + n_{k-1}\omega^{k-1} + \ldots + n_3\omega^3 + n_2\omega^2 + n_1\omega + n_0}$ construits jusqu'ici ont un **horizon** $\mathbf{\omega^\omega}$, car les **degrés k** des **monômes** sont jusqu'ici seulement des **entiers naturels**. Et la question qui se pose alors très naturellement est de savoir si l'on peut généraliser à des **degrés k** qui sont des **ordinaux** quelconques, et pas seulement des **ordinaux finis** ou **entiers naturels**, c'est-à-dire les éléments de **N**.

Définition :
Pour cela, il suffit de répéter la construction précédente, en considérant cette fois l'**ensemble de toutes les applications de $\mathbf{N_p}$ dans N**, qu'on notera $\mathbf{N\text{^}N_p}$. On les appelle des **suites d'ordre 2** ou des **entiers variables d'ordre 2**. Et on s'intéressera à l'**ensemble $\mathbf{N_{2,p}}$** de ces **entiers n**, tels qu'ils existe un **ordinal k** tel que $\mathbf{n_k \neq 0}$, et tels $\mathbf{n_i = 0}$ pour tout **ordinal i > k**. On dit que le **degré de n** est **k**, et on écrit encore **deg(n) = k**.

Le fait que l'**ordinal ω** soit maintenant vu comme il se doit comme une **variable**, dont l'utilisation est comme pour une **variable** comme **n** par exemple, fait comprendre qu'il n'y a pas de séparation du point de vue de la **nature** ou des **propriétés** entre un **nombre entier naturel** et un **ordinal infini**, mais juste une différence de **grandeur**. Exactement comme il n'y a pas de séparation de nature ou de propriétés entre les entiers de **0** à **100** et l'**entier Gogol** ou $\mathbf{10^{100}}$, ou encore le **nombre de Graham G**. Il n'y a qu'une différence de **grandeur**. Il en est de même pour les classiques **nombres entiers** d'une part, et les **nombres entiers infinis** de l'autre. Avec les **nombres entiers naturels** nous raisonnons dans un **système de numération** en base **10** ou **système décimal**. Mais avec les **nombres entiers infinis**, en plus de ce **système décimal**, nous raisonnons aussi dans un **système de numération** dont la **base** est un **entier infini** ou **variable**, comme **n** ou **v** ou **w** ou **ω**.

Il n'y a donc plus d'**ordinaux limites**, et les **ordinaux infinis** sont juste de bons vieux **nombres entiers naturels**, sauf qu'ils sont **variables**. Et donc, comme déjà dit, le classique **raisonnement par récurrence** (qui, classiquement, s'applique aux **entiers naturels** et pas aux **ordinaux** en général) et le **principe d'induction transfini** (qui, classiquement, s'applique aux **ordinaux** en général, et spécialement aux **ordinaux infinis**, ou **transfinis**) sont la même chose, ce qui simplifie beaucoup les raisonnements avec les **ordinaux**.
Autrement dit, l'**ensemble N des entiers naturels** et l'**ensemble $\mathbf{N_\omega}$** des **nombres entiers oméganaturels**, et l'**ensemble Ω** de **tous les ordinaux**, sont le seul et même **ensemble**, mais simplement vu sous des angles différents. Il a une **structure fractale**, et notamment il est une **Fractale ω** ou **Fractale** de **base ω**, illustrée ci-après avec une **Fractale 3** :



Quand on parle par exemple de l'**ensemble N** des **nombres entiers naturels**, on ne parle que d'un certain **modèle** de la **Fractale**, pris comme **unité** pour mesurer les **ordinaux infinis**, et dire : **0 infinité** ou **0ω**, **1 infinité** ou **1ω**, **2 infinités** ou **2ω**, **3 infinités** ou **3ω**, etc., exactement comme **1** est pris comme **unité** pour mesurer les **éléments** de **N**, et dire : **1 unité** ou **1**, **2 unités** ou **2**, **3 unités** ou **3**, etc..

C'est exactement le même **modèle** de la **Fractale** qui est appelé **1**, mais aussi **ω**, **ω^2**, **ω^3**, etc., **ω^ω** et au-delà, mais aussi **0**, **0^2**, **0^3**, etc., **0^ω** et au-delà, où ici **0** est le **0 génératif**.

$\xrightarrow{\times\omega}$ $\xrightarrow{\times\omega}$ $\xrightarrow{\times\omega}$ $\xrightarrow{\times\omega}$ $\xrightarrow{\times\omega}$ $\xrightarrow{\times\omega}$ $\xrightarrow{\times\omega}$ $\xrightarrow{\times\omega}$

…	O^3	O^2	O	U	Ω	Ω^2	Ω^3	…
…	0^3	0^2	0	1	ω	ω^2	ω^3	…

$\xleftarrow{\times 0}$ $\xleftarrow{\times 0}$ $\xleftarrow{\times 0}$ $\xleftarrow{\times 0}$ $\xleftarrow{\times 0}$ $\xleftarrow{\times 0}$ $\xleftarrow{\times 0}$ $\xleftarrow{\times 0}$

On a tout le temps le même **modèle**: **o, 1, 2, 3, 4, 5, …, ω-5, ω-4, ω-3, ω-2, ω-1, ω**, qui se répète à toutes les échelles, petit rappel :

o, x, xx, xxx, xxxx, xxxxx, …, x… = {x} = ω×x,
ou :
o×x, 1×x, 2×x, 3×x, 4×x, 5×x, …, (ω-5)×x, (ω-4)×x, (ω-3)×x, (ω-2)×x, (ω-1)×x, ω×x.

Le reste est une simple affaire de l'**unité** ou de l'**unit x** des **générescences**. Si **x = 0 = 1/ω**, alors on aura la suite des **générescences** qui forment progressivement l'**unité 1** :

o, 0, 00, 000, 0000, 00000, …, 0… = {0} = ω×0 = 1,
ou :
o×0, 1×0, 2×0, 3×0, 4×0, 5×0, …, (ω-5)×0, (ω-4)×0, (ω-3)×0, (ω-2)×0, (ω-1)×0, ω×0.

Et si **x = 1**, alors on aura la suite des **générescences** qui forment progressivement l'**unité ω** :

o, 1, 11, 111, 1111, 11111, …, 1… = {1} = ω×1 = ω,
ou :
o×1, 1×1, 2×1, 3×1, 4×1, 5×1, …, (ω-5)×1, (ω-4)×1, (ω-3)×1, (ω-2)×1, (ω-1)×1, ω×1,
ou simplement:
o, 1, 2, 3, 4, 5, …, ω-5, ω-4, ω-3, ω-2, ω-1, ω

Et si **x = ω**, le même modèle forme **ω^2**.
Et si **x = 0^2**, le même modèle forme **0**.
Et ainsi de suite.

Quand on parle de l'**ensemble N** des **entiers naturels** **N = {0, 1, 2, 3, ...}**, où ici **0** est le **0 absolu** c'est-à-dire **o**, on parle en fait du **modèle ω** ou **1ω**, le **modèle infini** de **base**, qui sert de **base** de l'**infini**, d'**unité** de **mesure** des **ordinaux infinis**. Autrement dit, on a : **ω = {0, 1, 2, 3, ...}**.

En écrivant **N** ou **ω** comme cela, on n'a listé que les **éléments** du début, ce qui donne l'illusion que cet **ensemble** ne contient pas de **nombres entiers infinis**. Mais en réalité, non seulement il contient des **éléments infinis** comme: **…, ω-5, ω-4, ω-3, ω-2, ω-1**, mais en plus, il contient, moyennant la **relation d'équivalence**, tous les **ordinaux**, oui toute la **Fractale** des **ordinaux**, comme n'importe quel **modèle** de la **Fractale** ! Le **nombre 1** par exemple est formé de la même manière par les **générescences** de **0**, où **0** désigne ici le **0 génératif**, qui est l'**unité** de ce **modèle** de la **Fractale**. Et si on change d'**unité** et appelle **1** ce qui était appelé **0**, du coup **ω** devient à son tour **ω^2**.

De plus, il ne faut pas perdre de vue que **ω** est une **variable**, qui parcourt en **premier horizon** les **entiers naturels**, jusqu'à donc **ω**, qui est lui-même ce **premier horizon** en question. Puis en **second horizon** il parcourt les **ordinaux** jusqu'à l'**horizon 2ω**, son double, puis l'**horizon 3ω**, puis l'**horizon ω^2**, puis l'**horizon ω^3**, et ainsi de suite.

Bref, en résumé, tout ce qui est au-delà du **modèle infini** de **base** appelé **N** ou **ω**, est déjà caché dans **N** ou **ω**, car nous sommes en présence d'une **structure générescente** et **fractale**. **N** est une **partie** de l'**ensemble N_ω** des **nombres entiers oméganaturels**, lui-même une partie de l'**ensemble Ω** de **tous** les **ordinaux**. Mais comme il s'agit d'une **structure fractale**, ces trois **ensembles** sont le même **ensemble**, en ce sens qu'ils sont **équivalents**, trois manières différentes de parler de la même **Fractale des ordinaux**.

Et plus précisément encore, il s'agit d'une **structure cyclofractale** des **ordinaux**, car l'**ensemble Ω** de **tous** les **ordinaux**, qui est de ce fait même le **dernier ordinal**, le plus grand de **tous les ordinaux**, est obligé d'être un **élément de lui-même**, ce qui semble contredire l'une des propriétés fondamentales des **ordinaux**, qui est qu'un **ordinal** n'est jamais **élément de lui-même**. Sauf qu'avec **Ω**, du fait qu'il soit le **plus grand ordinal**, le **dernier ordinal** donc, l'**ordinal Oméga** absolu, il termine le **cycle** des **ordinaux**, et on revient au commencement du cycle. Cela veut dire aussi que **Ω** est aussi le **premier ordinal**, à savoir **o**, l'**ordinal Alpha** absolu. Oui, on a : **o = Ω**, qui est l'expression du **Cycle Ω** ou l'**Omégacycle**. En tant que **dernier ordinal**, **Ω** n'est pas **élément de lui-même**, propriété exigée des **ordinaux**, sinon on a le fameux paradoxe de Burali-Forti, ou paradoxe du **dernier ordinal**. Mais en tant que **premier ordinal**, **o** donc, **Ω** est bel et bien **élément**

de lui-même, et le paradoxe s'élimine de lui-même, du fait du statut spécial de **Ω** d'être le **dernier ordinal**, donc de **terminer** le **cycle des ordinaux** et de revenir au **commencement** du **cycle**.

Pour toutes ces raisons et d'autres, le raisonnement par **récurrence** classiquement utilisé avec l'**ensemble N des entiers naturels**, comme par exemple avec les **axiomes de Peano** (dont on parlera plus tard), est **valide** aussi pour tous les **ordinaux** !

Autrement dit, si un **ensemble d'ordinaux** contient **0** et le **successeur** de chaque **ordinal**, il contient **tous les ordinaux**, et est l'**ensemble de tous les ordinaux**. Autrement dit encore, si une **propriété P** est **vraie** pour **0** et si sa **véracité** pour un **ordinal n** implique sa **véracité** pour le **successeur de n**, qu'on note **n+1**, alors **P** est **vraie** pour **tous les ordinaux**. Pour le dire autrement encore, en partant de **0** (on parle toujours du **0 absolu** ou **o**), et en **additionnant** toujours **1**, c'est-à-dire en **itérant toujours 1**, on forme **tous les ordinaux**! Sous cette forme, le **principe de récurrence**, qui est aussi le **principe d'induction transfini** à présent, est appelé le **principe de génération indéfinie**.

Cela signifie qu'en **itérant indéfiniment 1** on **génère** tous les **ordinaux**, **finis** comme **infinis**, et pas que les classiques **nombres entiers naturels**. Ce sont les **ordinaux limites** qui empêchaient cela. Et ce que nous disons revient à dire qu'on considère les **ordinaux** classiques, mais au niveau de chaque **ordinal limite λ**, qui auparavant n'avait pas de **prédécesseurs** immédiats, on le fait maintenant précéder ainsi : **…, λ-5, λ-4, λ-3, λ-2, λ-1, λ**, avec l'idée qu'en continuant ainsi dans le sens décroissant, on finira par arriver à **0** ou **o**, le terminus, en passant par **tous** les **ordinaux strictement inférieurs** à **λ**. Et quels que soient deux **ordinaux α** et **β**, tels que **α < β**, en faisant : **α, α+1, α+2, α+3, …**, on finira par atteindre **β**, en passant par : **…, β-3, β-2, β-1, β**.

De même, si l'on **itère indéfiniment** le **0 génératif** par exemple, et plus généralement tout **ordinal** (sauf le **0 absolu**, ou même lui aussi mais en passant à une **égalité générative** plus **stricte**), on finira par **générer 1** puis, en continuant, **tous les ordinaux**. Et plus généralement encore, en **itérant indéfiniment** n'importe quelle **chose** ou **ensemble x** (on a vu que **toute chose est un ensemble**, et que **tout ensemble est finalement un ordinal**) on **génère** une version **équivalente** de **toutes les choses**. Ceci en raison de la **nature fractale** de l'**Univers TOTAL**, l'**Alpha** et l'**Oméga**, qui est précisément la **Fractale ω** dont nous parlons.

Conception ensembliste des nombres entiers oméganaturels. Les ordinuméraux

En bonus de la nouvelle conception des **ordinaux**, de cette grande étude de la notion d'**ordinal**, revenons sur la notion de **nombre entier oméganaturel**, que nous appellerons aussi un **ordinuméral**. Il s'agit de la notion d'**ordinal** vue sous un autre angle, une autre approche donc de ce que nous avons fait précédemment.

Définition :
On appelle l'**application universelle varid** l'**application v** de l'**Univers 𝖀** des **ensembles** dans **𝖀**, définie par : **v(x) = x**, pour tout **ensemble x**. Et **v(x)** sera souvent noté aussi $\mathbf{v_x}$.

Etant donné un **ensemble E**, la **restriction** de **v** à **E** est l'**application varid** dans **E**, notée **v|E**, celle définie sur **E** telle que : **(v|E)(x) = x**, pour tout **x ∈ E**. Cette **application v|E** sera elle aussi simplement notée **v**.

A noter que l'**application varid** est celle habituellement appelée l'**application «Identité** » et notée **Id** ou **I**. Dans le nouveau nom « **varid** », la terminaison « **id** » fait justement référence au fait qu'il s'agit de l'application « **identité** », mais le préfixe « **var** » fait référence au fait qu'il s'agit aussi de l'**application** « **variable** » fondamentale, canonique.

En effet, pour une **variable x** parcourant l'**Univers 𝖀** des **ensembles** ou un **ensemble E**, l'**application varid v** renvoie simplement la **variable x**, car : **v(x) = x**. C'est donc l'**application** qui incarne par excellence la notion d'**ensemble variable** ou d'**objet variable**.

Avec l'**ensemble N** des **nombres entiers naturels**, l'**application v** va incarner la notion de **nombre entier naturel variable** de référence : $\mathbf{v(n) = v_n = n}$, pour tout $\mathbf{n \in N}$. Par opposition aux **éléments de N** qui seront quant à eux appelés les **nombres entiers naturels constants**. Et avec l'**ensemble R** des **nombres réels**, l'**application v** va incarner la notion de **nombres réel variable** de référence : $\mathbf{v(x) = v_x = x}$, pour tout $\mathbf{x \in R}$. Par opposition aux **éléments de R** qui seront quant à eux appelés les **nombres réels constants**.

Et pour un **ensemble A**, et étant entendu que $\mathbf{2^A}$ ou $\mathbf{\mathcal{P}(A)}$ désigne l'**ensemble** des **parties (ou sous-ensembles) de A**, l'**application v** va incarner la notion de **partie (ou sous-ensemble) variable** de **A** de référence : $\mathbf{v(x) = v_x = x}$, pour tout $\mathbf{x \in \mathcal{P}(A)}$. Les éléments de $\mathbf{\mathcal{P}(A)}$ seront alors appelés les **parties constantes**. Et pour deux **ensembles A** et **B**, et étant entendu que $\mathbf{B^A}$ désigne l'**ensemble** des **applications de A dans B**, l'**application v** va incarner la notion d'**application de A dans B variable** de référence : $\mathbf{v(x) = v_x = x}$, pour tout $\mathbf{x \in B^A}$. Et ainsi de suite.

D'une manière générale donc, pour un **ensemble** quelconque **K**, tout **application f** d'un **ensemble I** dans **K** (en particulier si **I** est **N** ou l'**ensemble K** lui-même) sera appelée un **élément variable de K**. Autrement dit, le **potenciel** $\mathbf{K^I}$, qui est l'**ensemble des applications de I dans K**, **I** étant ici l'**indiciel**, est l'**ensemble** des **éléments variables** de **K**, d'**indiciel I**. Les **éléments de K** sont appelés alors les **éléments constants**, et **K** est appelé le **constanciel**.

Dans le cas donc où **I** est **K** lui-même, l'**ensemble** des **éléments variables** de **K** est donc $\mathbf{K^K}$, qui est l'**ensemble** de toutes les **applications** de **K** dans **K**. Au nombre d'elles, il y a donc l'**application varid**, **v**, telle que: $\mathbf{v(x) = v_x = x}$, pour tout $\mathbf{x \in K}$. Elle incarne la notion d'**élément variable** de **K** de référence. Elle représente l'**ensemble K** lui-même. Les **éléments de K** sont alors les **éléments constants** de **K**.

Quand **K** est **N**, l'**application varid v** est notée aussi $\mathbf{N_0}$ ou simplement **N**, et encore $\mathbf{\omega_0}$, et par définition il marque l'**horizon** des **nombres entiers naturels finis**, ou **constants**, le **dernier** d'entre eux, et le commencement des **nombres entiers naturels infinis**, ou **variables**, le **premier** d'entre eux. C'est l'occasion une fois encore de dire que nous ne raisonnons plus avec la classique logique de **Négation**, qui est une logique binaire, du tout ou rien, mais avec la nouvelle logique d'**Alternation**, qui est une logique unaire, dont la vérité est graduée. Quand on a des notions contraires ou opposées, comme **élément/ensemble**, **constant/variable**, **fini/infini**, **rationnel/irrationnel**, **standard/non-standard**, etc., il ne s'agit plus de raisonner en terme de « soit l'une, soit l'autre », ou « soit vrai soit fausse », ou « soit 0 soit 1 » ou vice-versa, ou « soit 0 % soit 100 % » ou vice-versa, etc.. Mais la **valeur de vérité** est **graduée** entre **0 %** et **100 %**, par la notion de **finitude** et d'**infinitude**, qui sera l'objet d'un prochain sous-titre.

Les **nombres entiers naturels** : **0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …**, sont au départ **finis** ou **constants**, mais au fur et à mesure qu'ils **croissent**, ils sont de moins en moins **finis** ou **constants**, mais deviennent de plus en plus **infinis** ou **variables**. La liste des nombres entiers naturels de l'**horizon alpha** à l'**horizon oméga** est : **0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …, N-7, N-6, N-5, N-4, N-3, N-2, N-1, N**. Le **nombre** qui est **fini** à **100 %** ou est une **constante** à **100 %**, est **0** (à vraie dire c'est **1**, selon une **valuation** qui repose sur la **symétrie des inverses**, **valuation** pour laquelle **1** est le centre de cette **symétrie**, le **nombre fini** par excellence, et **valuation** selon laquelle le **0** est tout aussi **infini** que **N**. Mais d'autres **valuations** font de **0** le nombre le plus **fini**), et il est alors une **variable** ou **infini** à **0 %**. A son opposé, c'est **v** ou **N** ou $\mathbf{N_0}$ ou $\boldsymbol{\omega_0}$ qui commence à acquérir pleinement la qualité de **nombre entier naturel variable** ou **infini**, **100 %**, et sa qualité de **constante** ou de **nombre fini** est alors de **0 %** (on y reviendra avec la notion de **finitude** et d'**infinitude**).

Au regard de cette liste : **0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …, N-7, N-6, N-5, N-4, N-3, N-2, N-1, N**, la classique logique de **Négation** dira qu'il n'existe pas de **dernier nombre entier naturel fini** (qui sont équivalents aussi à ce qui est couramment appelé les **nombres entiers standard**), et qu'il n'existe pas de **premier nombre entier infini** (qui sont équivalents à ce qui est couramment appelé les **nombres entiers non-standard**). En effet, en logique de **Négation**, qui est une logique du tout ou rien, dire par exemple que **N** est le « **premier** » **nombre entier naturel infini** signifie qu'à partir de **N-1** et en allant vers **0**, on a les **nombres entiers naturels finis** à **100 %** de **valeur de finitude**. Or **N-1** ne diffère de **N** que de **1**, et donc **N-1** et **N** ont pratiquement la même **valeur d'infinitude**, qui est **100 %**, et la même **valeur de finitude**, qui est de **0 %**. L'affirmation selon laquelle **N** est le « **premier** » **nombre entier naturel infini** apparaît alors comme « fausse » ou « paradoxale », alors qu'en fait le problème vient de la logique de **Négation** avec laquelle on raisonne, la logique du tout ou rien.

Les choses vues maintenant avec la logique d'**Alternation**, qui est une logique graduelle, dire par exemple que **N** est le « **premier** » **nombre entier naturel infini** ne signifie pas que des **prédécesseurs** immédiats, **N-1**, **N-2**, **N-3**, etc., ne sont pas **infinis** aussi, mais qu'ils sont **un peu moins infinis** que **N**, et que c'est à partir de l'**horizon N** que l'on considère ou que l'on convient que le statut de **nombre entier naturel infini** ou de **nombre entier naturel variable** est pleinement atteint. Mais le choix ou la convention peut tout à fait être changé et et porter sur **7N** ou $\mathbf{N^2}$ ou $\mathbf{N^N}$, etc.. Autrement dit, on peut tout à fait poser par définition que la notion de « **nombre entier naturel infini** » ou de « **nombre entier naturel variable** » commence à ces horizons-là. Et dans ce aussi, si le choix porte par exemple sur l'**horizon** $\mathbf{N^2}$, cela ne veut en rien dire que le **nombre** $\mathbf{N^2-1}$ n'est pas **infini**, ou est **fini** à **100 %**, mais juste qu'il est **un chouia moins infini** que $\mathbf{N^2}$.

Définition :
Soit un **ensemble** quelconque **x**. On appelle le **successeur de x**, noté $\mathbf{x^*}$, et abusivement **x+1**, l'**ensemble** : $\mathbf{y = x \cup \{x\}}$. On dit alors aussi que **x** est le **prédécesseur** de **y**, noté alors $\mathbf{{}^*y}$, ou abusivement **y-1**.

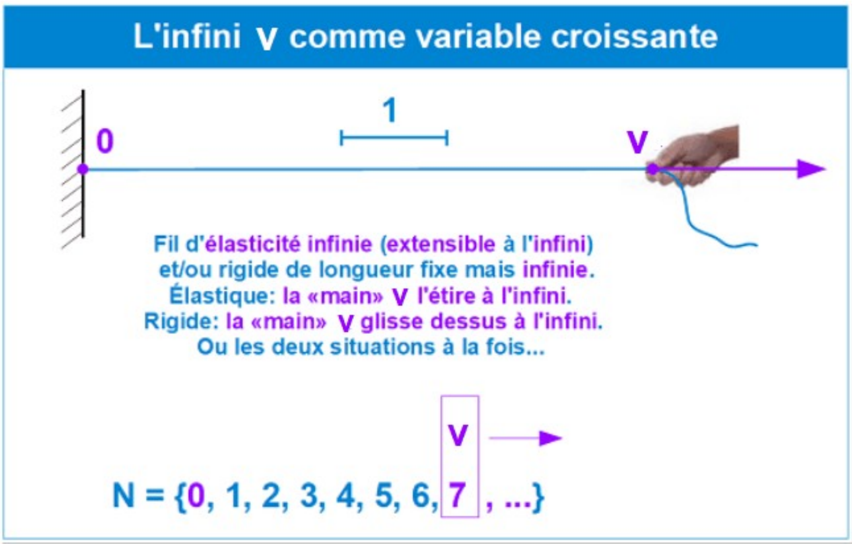
On note que tout ensemble **x** a un **successeur** $\mathbf{x^* = x \cup \{x\}}$, mais pas nécessairement de **prédécesseur**.

Par exemple l'**ensemble** $\mathbf{x = \{1\} = \{\{0\}\} = \{\{\{\ \}\}\}}$ a comme **successeur**
$\mathbf{y = \{1\} \cup \{\{1\}\} = \{1, \{1\}\} = \{\{\{\ \}\}, \{\{\{\ \}\}\}\}}$,
mais $\mathbf{x = \{1\}}$ n'a pas de **prédécesseur** **z** tel que $\mathbf{z \cup \{z\} = \{1\}}$.

De même, l'**ensemble** des **entiers naturels N = {0, 1, 2, 3, 4, ...}**,
a pour **successeur** **N+1** = **N** ∪ **{N}** = **{0, 1, 2, 3, 4, …, N}** = **{0, 1, 2, 3, 4, …, {0, 1, 2, 3, 4, ...}}**.
Mais **N** n'a pas de **prédécesseur**, ou en tout cas pas d'un point de vue classique. Car dans la nouvelle vision, **N** est vu simplement comme un **nombre entier naturel variable**, contrairement à ses éléments qui sont des **nombres entiers naturels constants**. Et comme on vient de le dire, ces notions sont **graduelles**. Dans une logique du tout ou rien, **N**, qui est qualifié d'**infini** ou de **variable**, ne peut pas avoir de **prédécesseur** immédiat **N-1**, car on devra qualifier celui-ci de **fini** ou de **constant**. Mais ce n'est pas ainsi que les **nombres** fonctionnent, et il est extrêmement facile de voir pourquoi. Un **nombre entier naturel variable v** (ou **N** ou **ω)** a continuellement un **prédécesseur** ! Si la **variable** prend pour **valeur 0**, il n'y a pas de **prédécesseur**, ce qui est le troisième des cinq axiomes de Peano, définissant la notion de « **nombre entier naturel** » :

1) L'élément appelé **zéro** et noté **0** est un **entier naturel**.
2) Tout **entier naturel n** a un unique **successeur**, noté **s(n)** ou **Sn** qui est un **entier naturel**.
3) Aucun **entier naturel** n'a **0** pour **successeur**.
4) Deux **entiers naturels** ayant le même **successeur** sont **égaux**.
5) Si un **ensemble d'entiers naturels** contient **0** et contient le **successeur** de chacun de ses éléments, alors cet **ensemble** est **N**.

Mais si la **variable v** (ou **N** ou **ω)** prend pour **valeur 1**, le **successeur de 0**, elle a alors pour **prédécesseur 0**, et si elle vaut **2** elle a pour **prédécesseur 1**, et si elle vaut **7** elle a pour **prédécesseur 6**, et ainsi de suite.



*Les axiomes 2 et 4 de Peano expriment la **générativité** des **entiers naturels**.*

A partir donc de la **valeur 1**, **v** (ou **N** ou **ω)** a toujours un **prédécesseur v-1** (ou **N-1** ou **ω-1**), et comme la **variable**… **varie**, son **prédécesseur varie** lui aussi.

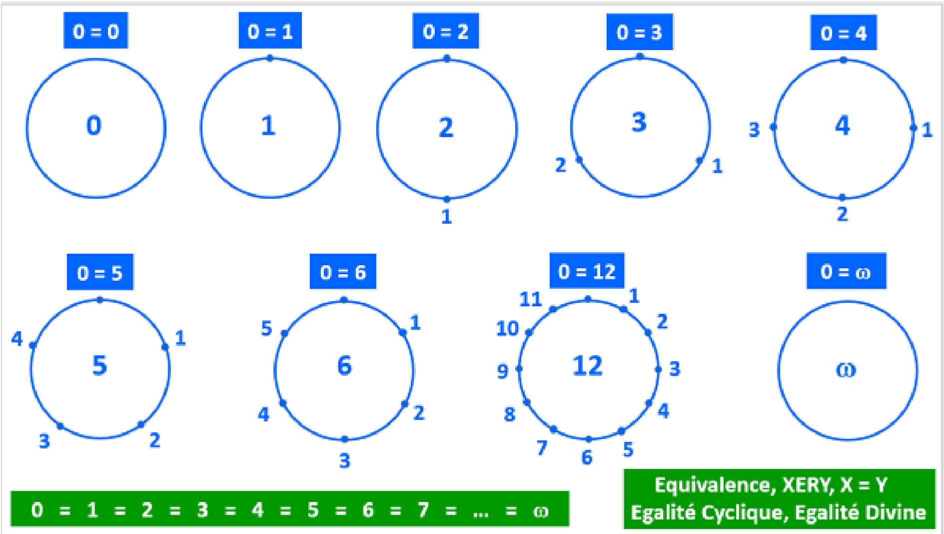
Autrement dit, le classique **ensemble N** est assimilé à la **suite N** d'**entiers naturels** classiques, telle que $\mathbf{N_n = n}$, pour tout **n** ∈ **N**, autrement dit encore on assimile **N** à l'**application v** de **N** dans **N**, telle que **v(n) = n**, ou $\mathbf{v_n = n}$, pour tout **n** ∈ **N**.

On peut la noter : **v = N = ω = (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …)**.

Dans ces conditions, on a aussi l'**application v-1** de **N** dans **N**, définie par :
(v-1)(0) = -1, et (v-1)(n) = n-1, pour tout **n** ≥ **1**.
par définition, cette **application v-1** est le **prédécesseur** de **N**, noté aussi **N-1**.

On peut la noter : **v-1 = N-1 = ω-1 = (-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …)**.

Ceci peut donner le sentiment qu'on sort du domaine des **nombres entiers naturels**, puisqu'on fait usage de **nombres négatifs**, comme ici **-1**. Mais en réalité il n'en est rien, ce n'est qu'une apparence. Car un aspect de la nouvelle logique d'**Alternation**, la nouvelle logique d'**équivalence** et de **cycle**.



Le **cycle 12** par exemple, qui est le cycle de l'horloge de 12h, s'exprime par l'équivalence : **0 = 12**, ce qui veut dire qu'à **12** on revient au point **0**. Raisonner dans ce cycle c'est raisonner en **congruence modulo 12**. Et de manière générale, raisonner dans le **cycle n** c'est raisonner en **congruence modulo n**. Parce que l'on a : **0 = 12**, pour ce qui est du **cycle 12** par exemple, on a donc aussi : **-1 = 12-1**, c'est-à-dire : **-1 = 11**. Autrement dit, le **nombre entier « négatif » -1** est en réalité le **nombre entier naturel (positif) 11**. Et de manière générale, dans le **cycle n**, le **nombre entier « négatif » -1** est en réalité le **nombre entier naturel (positif) n-1**.

En voyant donc les **nombres entiers** ou **ordinaux** en **logique de cycle** (qui va de paire aussi avec la **logique fractale**), il apparaît qu'en fait la liste des nombres : **0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …, N-7, N-6, N-5, N-4, N-3, N-2, N-1, N**, est celle du **cycle N**, qui s'écrit : **0 = N**. Dans ce cycle donc, on a : **-1 = N-1**, ce qui signifie que le **nombre négatif -1** est en réalité le **nombre positif N-1**.

D'où le fait qu'on a : **v-1 = N-1 = ω-1 = (-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …)**.
Le **nombre -1** dans : **(-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …)** renvoie donc en fait à **N-1**.
Cette **application v-1** peut donc s'écrire :
v-1 = N-1 = ω-1 = (N-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …).
Ou encore : **v-1 = N-1 = ω-1 = (N-1, N, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …)**.

D'une manière générale, soit un **entier naturel k**.
On a l'**application v-k** de **N** dans **N**, définie par :
(v-k)(n) = n-k, pour tout n ∈ N.

Par définition, **N-k = v-k**.

En d'autres termes, on convient que **N-k** est l'**ensemble** des **entiers naturels** de la forme **n-k**. Et eux-mêmes sont la même séquence des **éléments** de **N** mais vus avec un retard de **k**. Tandis que **N+k** est par définition l'**ensemble** des **entiers naturels** de la forme **n+k**. Et eux-mêmes sont la même séquence des **éléments** de **N** mais vus avec une avance de **k**.

D'une manière générale, un **ordinal α** au sens classique a un **successeur α+1 = α ∪ {α}**, comme c'est le cas pour tout **ensemble x**. Mais, classiquement, **α** n'a pas nécessairement de **prédécesseur**, comme par exemple le classique **ordinal 0**, mais aussi le classique **N** ou **ω**. Mais comme on vient de le dire, l'**ordinal N** ou **ω** vu autrement possède bel et bien un **prédécesseur N-1** ou **ω-1**.

Et aussi, le but est de définir une nouvelle notion d'**ordinaux** avec lesquels seul **0** ou **o** n'a pas de **prédécesseur**. Et encore, si l'on raisonne en **logique cyclique**, avec le **cycle Ω**, en l'occurrence, où **Ω** est l'**ensemble de tous les ordinaux**, le **dernier ordinal** donc. Il vérifie alors : **0 = Ω**, ou **o = Ω**, et alors même **0** ou **o** a un **prédécesseur**, qui est **Ω-1**, qui est la définition de l'**ordinal -1**. En effet, on a : **-1 = Ω-1**, du fait du **cycle Ω**, c'est-à-dire du fait qu'on a : **o = Ω**. Le propre **prédécesseur** de **Ω-1** est **Ω-2**, qui est la définition de l'**ordinal -2**, car on a : **-2 = Ω-2**. Et son propre **prédécesseur** est **Ω-3**, qui est la définition de l'**ordinal -3**, et ainsi de suite.

Mais revenons à la notion ensembliste de **successeur** et de **prédécesseur**. Par définition donc, tout **ensemble x** a un s**uccesseur ensembliste** : **x + 1 = x^* = x ∪ {x}**. Et pour deux **ensembles x** et **y**, on a : **y est le successeur x ⇔ x est le prédécesseur de y**.
On a don : **y = x + 1 = x^* = x ∪ {x}**, et dans ce cas alors on note : **x = *y = y-1**.

Avec la classique de logique de **Négation,** un **ensemble x** n'a pas nécessairement de **prédécesseur** ensembliste. Mais, comme on vient de l'illustrer, avec la logique d'**Alternation**, toute **négation** doit être nuancée, car ce qui est nié d'un certain point de vue est vrai d'un autre point de vue.

Définition :
On appelle un **saulen** ou un **champ de séquences** un **ensemble E** qui contient le **successeur** (ensembliste) de chacun de ses éléments. On appelle les **alphas** ou **têtes de séquence** de **E**, les éléments de **E** qui n'ont pas de **prédécesseurs** (ensemblistes), si l'on raisonne en classique logique de **Négation**. On dit qu'un **saulen E** est **fondé**, s'il possède une seule **tête de séquence** ou **alpha a**, et on dit que sa **fondation** est **canonique** si **a** est **0** (ou l'**ensemble vide**).

Exemple :

→ **0** ou l'**ensemble vide** est un **saulen** trivial.
En effet, il n'a pas d'éléments, donc il contient les **successeurs** de chacun de ses éléments.
Et aussi, parce qu'il n'a pas d'élément, il n'a pas d'élément, donc il n'est pas un **saulen fondé**.

→ L'**ensemble** des **entiers naturels**, **N = ω = v = (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …)**, est un **saulen**, et il est un **fondé canonique**. Car on a :

$1 = 0^* = 0+1 = 0 \cup \{0\}$;
$2 = 1^* = 1+1 = 1 \cup \{1\} = \{0, 1\}$;
$3 = 2^* = 2+1 = 2 \cup \{2\} = \{0, 1, 2\}$;
$4 = 3^* = 3+1 = 3 \cup \{3\} = \{0, 1, 2, 3\}$;
et ainsi de suite.

On en déduit immédiatement ceci :

Définition :
Tout **saulen fondé canonique E** contient l'**ensemble N** des **entiers naturels**, autrement dit, a dans ses éléments tous les **entiers naturels**.

En effet, du fait que **E** a **0** parmi ses **têtes de séquence**, il contient au moins la **séquence** des **entiers naturels** : **0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …**.

Pour toute autre **tête de séquence a** dans **E**, si elle existe, on a la **séquence**:
a, a+1, a+2, a+3, a+4, a+5, …,
étant entendu que par **a+2** on veut dire : **(a+1)+1**, que par **a+3** on veut dire : **(a+2)+1**, etc..

Définition :
On dit qu'un **ensemble α** est un **nombre entier oméganaturel** au sens **ensembliste** (car on verra une autre notion équivalente, dite **fonctionnelle**) ou un **ordinuméral**, si :
a) **α** est **transitif**;
b) La **relation d'appartenance** « ∈ » est une **relation de bon ordre** dans **α**;
c) Tout **élément non vide** de **α** a un **prédécesseur**;
d) Tout **élément** de **α** est un **nombre entier oméganaturel**.

On en déduit qu'un **nombre entier oméganaturel α** (au sens **ensembliste** que l'on vient de définir) **non vide** a obligatoirement **0** ou l'**ensemble vide** comme **élément**. En effet, étant **non vide**, il a un plus petit élément puisque la **relation d'appartenance** « ∈ » est une **relation de bon ordre** dans **α** (propriété b). Ce **plus petit élément a** doit être **vide**, sinon il existe un **élément plus petit que a**.

Définition :
Etant donné un **nombre entier oméganaturel α**, ont dit que **α** est **infini** s'il est un **saulen fondé**.

→ Les **nombres entiers naturels** ou **ordinaux finis** : **0, 1, 2, 3, 4, …**, sont des **nombres entiers oméganaturels**, ou **ordinuméraux**.

Par exemple : **7 = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6}**, et on voit que tout élément non nul de **7** a un **prédécesseur**. De manière générale, tout **ordinal fini** non vide **n** est de la forme : **n = {0, 1, 2, 3, …, n-3, n-2, n-1}**. Et il est clair que tout élément non vide de **n** (distinct donc de **0**) a un **prédécesseur**.

Le classique **ensemble** des **entiers naturels**, **N = ω = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...}**, est lui aussi un **nombre entier oméganaturel**, ou **ordinuméral**. Car tout élément non nul de **N** a un **prédécesseur**. Et **N** est **infini** (il est un **saulen**).

→ Tout **entier oméganaturel** α est un **ordinal**, au sens classique.

Mais la réciproque n'est pas vrai, car aucun **ordinal infini** au sens classique ayant **N** ou ω pour élément (c'est-à-dire strictement supérieur à **N** ou ω) n'est un **entier oméganaturel**. Car, précisément, pour la conception classique des **ordinaux**, **N** ou ω est un **ordinal limite**, ce qui veut dire qu'il n'a pas de **prédécesseur**. Donc tout **ordinal** ayant **N** ou ω pour élément possède au moins un élément non nul qui n'a pas de **prédécesseur**.

C'est précisément cette problématique des « **ordinaux limites** » que corrige la notion de **nombre entier oméganaturel**, ou **ordinuméral**. Avec maintenant une conception de **N** ou ω comme un **nombre entier naturel variable**, il n'est plus « **limite** » donc le problème des « **ordinaux limites** » (ou « **ordinaux qui n'ont pas de prédécesseurs** ») disparaît.

Ainsi donc, parce que **N** est un **nombre entier oméganaturel variable**, il a un **prédécesseur N-1**, et on a: $\mathbf{N = N\text{-}1 \cup \{N\text{-}1\} = \{0, 1, 2, 3, 4, \ldots, N\text{-}1\}}$.
Et de même : $\mathbf{N\text{-}1 = N\text{-}2 \cup \{N\text{-}2\} = \{0, 1, 2, 3, 4, \ldots, N\text{-}2\}}$.
Et ainsi de suite : $\mathbf{N\text{-}k = N\text{-}k\text{-}1 \cup \{N\text{-}k\text{-}1\} = \{0, 1, 2, 3, 4, \ldots, N\text{-}k\text{-}1\}}$, pour tout $\mathbf{k \in N}$.

Définition :
Les **nombres entiers oméganaturels** de **0** à **N** sont dit d'**horizon N**. Ce sont donc: **0, 1, 2, 3, 4, …, N-4, N-3, N-2, N-1, N**. Et on pose : $\mathbf{N_0 = N}$. Les éléments au sens classique de **N** sont : $\mathbf{N = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \ldots\}}$, autrement dit, tous les **nombres entiers naturels** au sens classique qui sont les éléments de **N**. Mais au nouveau sens, les éléments de **N** sont : $\mathbf{N = \{0, 1, 2, 3, 4, \ldots, N\text{-}4, N\text{-}3, N\text{-}2, N\text{-}1\}}$, autrement dit, tous les **nombres entiers oméganaturels** qui sont les éléments de **N**.

Par définition, on appelle un **nombre entier naturel variable** une **application x** de l'**ensemble N** classique dans **N**. L'**ensemble** de tous les **nombres entiers naturels variables** est donc $\mathbf{N^N}$, c'est-à-dire l'**ensemble** de toutes les **applications** du classique **N** dans **N**. Etant donné un **nombre entier naturel k**, l'**application constante** notée **[k]**, est celle définie par : $\mathbf{[k](n) = k}$, pour tout $\mathbf{n \in N}$. L'**application constante [k]** est assimilée à l'**entier naturel k**, autrement dit on pose: $\mathbf{[k] = k}$.

On définit sur ces **applications** les **opérations arithmétiques** élémentaires suivantes, pour deux **nombres entiers naturels variables x** et **y** :
→ **Addition** et **soustraction**:
$\mathbf{(x+y)(n) = x(n) + y(n)}$, pour tout $\mathbf{n \in N}$;
$\mathbf{(x - y)(n) = x(n) - y(n)}$, pour tout $\mathbf{n \in N}$;
→ **Multiplication**:
$\mathbf{(x \times y)(n) = x(n) \times y(n)}$, pour tout $\mathbf{n \in N}$;
→ **Division**:
$\mathbf{(x/y)(n) = x(n) /y(n)}$, pour tout $\mathbf{n \in N}$; et on pose : $\mathbf{x / 0 = 0}$ pour tout **nombre x**, ce qui est la **division omégacyclique par 0**, étant entendu qu'on parle du **0 absolu**, à savoir **o** ;
→ **Exponentiation**:
$\mathbf{(x^y)(n) = x(n)^{y(n)}}$, pour tout $\mathbf{n \in N}$;
autrement dit : $\mathbf{(x\text{^}y)(n) = x(n)\text{^}y(n)}$, pour tout $\mathbf{n \in N}$.
D'une manière générale, toute **opération H** définie sur les **entiers naturels constants** est définie aussi sur les **entiers naturels variables** de la manière suivante:
$\mathbf{(x\ H\ y)(n) = x(n)\ H\ y(n)}$, pour tout $\mathbf{n \in N}$.

Les **entiers naturels variables héritent** donc naturellement des **opérations** définies sur les **entiers naturels constants**. On parle alors d'**opérations naturelles** sur les **entiers naturels variables**.

Au nombre de ces **applications** de **N** dans **N** ou **nombres entiers variables** il y a le **varid v**, défini par **v(n) = n**, pour **n ∈ N**. Le **varid v** sur **N** est noté aussi $\mathbf{N_0}$ ou $\boldsymbol{\omega_0}$. Par définition, on l'appelle le **nombre entier oméganaturel de référence**, ou la **base de numération** des **nombres entiers oméganaturels**. Par définition, il est le nouvel **ensemble** des **nombres entiers naturel**, en tant que **nombre entier oméganaturel**, dont les éléments sont : **v = {0, 1, 2, 3, 4, …, v-4, v-3, v-2, v-1}**. On appelle les **chiffres** de la **base v** les **v nombres entiers oméganaturels** : **0, 1, 2, 3, 4, …, v-4, v-3, v-2, v-1**, encore notés respectivement: $\mathbf{0, 1, 2, 3, 4, \ldots, \overline{4}, \overline{3}, \overline{2}, \overline{1}}$, notamment quand il s'agit de la **base v**, et v lui-même étant noté alors $\overline{\mathbf{0}}$. Ils ont à prendre dans cet **ordre croissant**. C'est la définition d'une **relation d'ordre** « < » sur les **chiffres**, par analogie à l'ordre des chiffres : **0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9**, pour ce qui est du traditionnel **système de numération** en **base 10**. Ici donc, **v-1** ou $\overline{\mathbf{1}}$ joue le rôle du **chiffre 9**. On a : $\mathbf{n + \overline{n} = \overline{0} = v}$, pour tout **n ∈ N**. C'est la **générativité** des **entiers naturels** qui permet de construire toute la hiérarchie des **nombres entiers oméganaturels**, **finis** et **infinis**, autrement de construire tous les **ordinaux**, en prenant **v** pour **base**.

On considère à présent tous les **nombres entiers oméganaturels x** de la forme :
$$\mathbf{x = c_{v-1}\times v^{v-1} + c_{v-2}\times v^{v-2} + c_{v-3}\times v^{v-3} + \ldots + c_3\times v^3 + c_2\times v^2 + c_1\times v + c_0,}$$
où chaque $\mathbf{c_i}$ est un chiffre de **0** à **v-1**, autrement dit les $\mathbf{c_i}$ prennent les valeurs : **0, 1, 2, 3, 4, …, v-4, v-3, v-2, v-1**, ou : $\mathbf{0, 1, 2, 3, 4, \ldots, \overline{4}, \overline{3}, \overline{2}, \overline{1}}$.

Le **nombre entier oméganaturel x** est donc une **décomposition** en **base v**. Et il est clair que le plus grand **nombre entier oméganaturel** de cette forme est obtenu en donnant à tous les **chiffres** $\mathbf{c_i}$ la valeur **v-1**:
$$\mathbf{x_{max} = (v-1)\times v^{v-1} + (v-1)\times v^{v-2} + (v-1)\times v^{v-3} + \ldots + (v-1)\times v^3 + (v-1)\times v^2 + (v-1)\times v + (v-1) = v^v - 1.}$$
C'est l'équivalent en **base 10** du **nombre** : $\mathbf{x_{max} = (10-1)\times 10^{10-1} + (10-1)\times 10^{10-2} + (10-1)\times 10^{10-3} + \ldots + (10-1)\times 10^3 + (10-1)\times 10^2 + (10-1)\times 10 + (10-1) = 9\times 10^9 + 9\times 10^8 + 9\times 10^7 + \ldots + 9\times 10^3 + 9\times 10^2 + 9\times 10 + 9 = 9\,999\,999\,999 = 10^{10} - 1}$.

On a dit alors que l'**horizon oméganaturel** de la **base v** est $\mathbf{v^v}$, **nombre oméganaturel** noté **w**, qui sera pris pour la nouvelle **base oméganaturel**. On le note : $\boldsymbol{\omega_1}$. Ses **chiffres** sont : **0, 1, 2, 3, 4, …, w-4, w-3, w-2, w-1**.

De manière générale, pour toute **base** non nulle **B**, les **chiffres** de cette **base** sont : **0, 1, 2, 3, 4, …, B-4, B-3, B-2, B-1**, encore notés: $\mathbf{0, 1, 2, 3, 4, \ldots, \overline{4}, \overline{3}, \overline{2}, \overline{1}}$, mais alors en spécifiant que par rapport à la **base B** et non pas la **base canonique v**. Et alors $\overline{\mathbf{0}}$ désigne **B**. Et les **nombres entiers oméganaturels** dans cette **base** sont ceux de la forme:
$$\mathbf{x = c_{B-1}\times B^{B-1} + c_{B-2}\times B^{B-2} + c_{B-3}\times B^{B-3} + \ldots + c_3\times B^3 + c_2\times B^2 + c_1\times B + c_0,}$$
où les $\mathbf{c_i}$ des **chiffres** de la **base B**.

L'**horizon oméganaturel** de la **base** est $\mathbf{B^B}$, le **nombre entier oméganaturel** maximal dans cette **base** étant : $\mathbf{B^B - 1}$. Il est obtenu avec tous les **chiffres** $\mathbf{c_i}$ égaux à **B-1**.

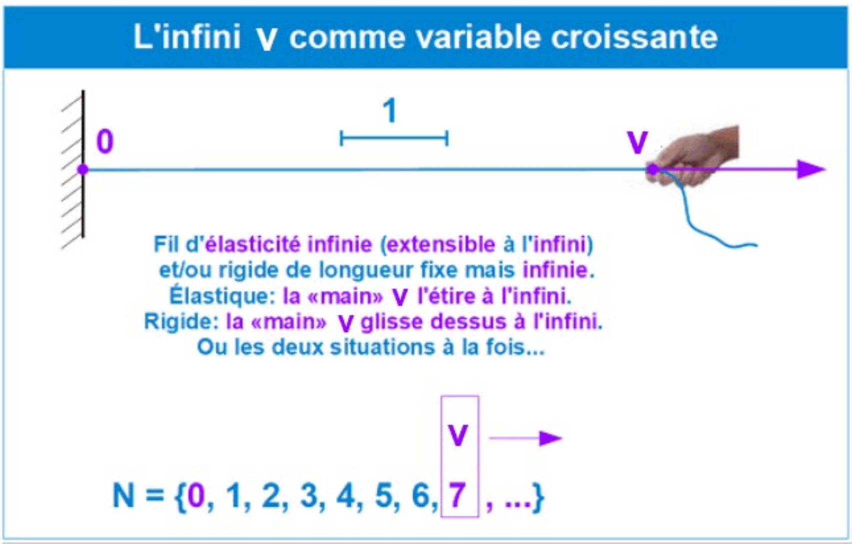
Le **nombre oméganaturel** maximal dans la **base w** est donc $\mathbf{w^w}$, le **nombre entier oméganaturel** maximal dans cette **base** étant : $\mathbf{w^w - 1}$. Le **nombre** $\mathbf{w^w}$ est noté $\boldsymbol{\omega_2}$. Assez souvent, c'est lui que la notation $\boldsymbol{\omega}$ désignera, et de manière générale elle désigne tout $\boldsymbol{\omega_n}$, **n** étant tout **nombre entier oméganaturel**.

On prend pour nouvelle **base** le **nombre oméganaturel** ω_2, ou simplement ω donc. Le **nombre oméganaturel** maximal dans la **base** ω est donc ω^ω, le **nombre oméganaturel** maximal dans cette **base** étant : ω^ω **-1**. Le **nombre** ω^ω est noté ω_3. C'est la nouvelle **base**, et ainsi de suite.

Pour tout **horizon entier oméganaturel** ω_n défini, où **n** est lui-même un **nombre entier oméganaturel**, et ce **nombre** ω_n est pris comme nouvelle **base oméganaturelle**. On définira plus tard la **suite** de **nombres entiers oméganaturels** N_α, où α est un **nombre entier oméganaturel**., appelé l'**ensemble** des **nombres entiers (oméga)naturels d'ordre** α. On a : $N_0 = \omega_0 = v$. Mais pour $\alpha \neq 0$, N_α est un **nombre entier oméganaturel** extraordinairement plus grand que ω_α.

Par définition, les **nombres entiers variables** dans toute **base B**, **finie** (comme par exemple **10**) comme **infinie** (comme par exemple **v**, **5v**, **w**, $7w^2 + 3$ ou autres) sont toutes les **applications** de **B** dans **B**. Autrement dit, c'est **B** qui joue le rôle **N**.
On a donc : $B = \overline{0} = \{0, 1, 2, 3, 4, \ldots, B\text{-}4, B\text{-}3, B\text{-}1\} = \{0, 1, 2, 3, 4, \ldots, \overline{4}, \overline{3}, \overline{2}, \overline{1}\}$, étant entendu qu'on travaille dans la **base B** et non pas dans la **base canonique v**.
On a donc exactement B^B **applications** de **B** dans **B**, c'est-à-dire B^B **nombres entiers variables** à cet **horizon oméganaturel**. Si $B = \omega_\alpha$, alors B^B est $\omega_\alpha \wedge \omega_\alpha = \omega_{\alpha+1}$.
L'**application varid v** dans cette **base B** est l'**application** de **B** dans **B** définie par : $v(x) = x$, pour tout $x \in B$.

Les éléments de **N** ou N_0 ou ω_0 ou **v = {0, 1, 2, 3, 4, …, v-4, v-3, v-2, v-1}**, sont appelés les **nombres entiers (oméga)naturels d'ordre 0**. Les éléments : **0, 1, 2, 3, 4, …**, les **nombres entiers naturels** au sens classique donc, sont appelés les **constantes**. Mais dans le nouveau paradigme, la frontière de séparation entre les **constantes**, de la forme **k**, et les **variables**, ici de la forme **v-k** ou $\overline{k}$, n'est pas tranchée, parce que la notion de **constante** tend **graduellement** vers celle de **variable**, et vice-versa. Ceci vient de ce que (on le répète) le **nombre v** ou ω_0 ou N_0 ou **N**, appelé ω sur l'image ci-après, est **variable**, **dynamique**, **élastique**.



Cette **variable canonique**, **varid v** ou ω ici, prend pour **valeurs successives** tous les **nombres entiers naturels** classiques, qui sont donc ses **constantes**. C'est dans le langage **variable/constante** une manière de dire **ensemble/élément**, autrement de parler de l'**ensemble N** et de ses **éléments** : **0,**

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …. L'**ensemble N** est donc en fait la **variable**, et ses **éléments** sont ses **constantes**, qui sont donc les **valeurs** que prend la **variable**.

Ceci est une clef fondamentale de la nouvelle conception des **nombres entiers** ! Et plus généralement, une clef de la nouvelle conception des **ensembles**, à savoir donc qu'un **ensemble E** est une **variable** qui prend pour **valeurs** ses **éléments**, appelés ses **constantes**. Si l'**ensemble E** est **bien ordonné**, c'est-à-dire est muni d'une **relation de bon ordre**, **E** lui-même apparaît alors comme la **borne supérieure** ou l'**oméga** ou le **terminus** de ses **éléments**, son **plus petit élément**, $\mathbf{e_0}$, étant alors son **alpha**. Au fur et à mesure que la **variable E croît** dans son **opération de variation**, elle tend donc vers la **valeur maximale** qui est **E** lui-même. Et sauf quand **E** a pour **valeur** l'**élément minimal** $\mathbf{e_0}$, l'**alpha** donc, il a toujours un **prédécesseur** dans **E**. Et sauf quand **E** a pour **valeur** l'**élément maximal E**, l'**oméga** donc, il a toujours un **successeur** dans **E**.

Un tel **ensemble bien ordonné E** est **isomorphe** à un **ordinal** α, ce qui signifie qu'il est un **ordinal** à un **isomorphisme** près, c'est-à-dire un **nombre entier** au sens large du terme. Il peut alors servir de base pour construire un **ensemble bien ordonné** plus grand, $\mathbf{E^E}$, qui est l'**ensemble de toutes les applications de E dans E**. Celui-ci est **isomorphe** à l'**ordinal** α^α. Et **construction ordinale** peut être **itérée indéfiniment**. Chaque **ordinal** α (**constant** ou **variable**, **fini** ou **infini**) devient le nouvel **ensemble des constantes** qui sert à construire l'**ordinal** α^α, et ainsi de suite.

Et maintenant donc, **N** ou $\mathbf{N_0}$ ou ω_0 ou **v = {0, 1, 2, 3, 4, …, v-4, v-3, v-2, v-1}**, est appelé l'**ensemble des nombres entiers (oméga)naturels d'ordre 0**. Et on désigne par $\mathbf{N_1}$ l'**ensemble de tous les ordinaux** construits à partir de $\mathbf{N_0}$. On l'appelle l'**ensemble des nombres entiers (oméga)naturels d'ordre 1**. Il comprend donc toute la **suite** des **ordinaux** d'**ordre 0** de la forme ω_α, où α est un **ordinal** d'**ordre 1**. Tout **ordinal d'ordre 1** sert donc à construire d'autres **ordinaux d'ordre 1**.

Et l'**ensemble des nombres entiers (oméga)naturels d'ordre 2**, noté $\mathbf{N_2}$ donc, est l'**ensemble** de **tous les ordinaux construits** avec $\mathbf{N_1}$, c'est-à-dire avec comme **base** $\mathbf{N_1}$. Et l'**ensemble des nombres entiers (oméga)naturels d'ordre 3**, noté $\mathbf{N_3}$ donc, est l'**ensemble** de **tous les ordinaux construits** avec $\mathbf{N_2}$, c'est-à-dire avec comme **base** $\mathbf{N_2}$, et ainsi de suite.

Et α étant un **ordinal** précédemment construit et tel que $\mathbf{N_\alpha}$ est lui aussi construit, l'**ensemble des nombres entiers (oméga)naturels d'ordre** $\boldsymbol{\alpha}$**+1**, noté $\mathbf{N_{\alpha+1}}$ donc, est par définition l'**ensemble** de **tous les ordinaux construits** avec $\mathbf{N_\alpha}$, c'est-à-dire avec comme **base** $\mathbf{N_\alpha}$. Et le **terminus** de ce processus est l'**ensemble de tous les ordinaux** de tous les **ordres**. On le note $\boldsymbol{\Omega}$, et souvent $\mathbf{N_\omega}$, mais alors ω est une **variable** qui représente un **ordinal** ω_α **générique**, et non pas l'**ordinal** spécifique ω_2. Et dans une perspective **omégacyclique**, on pose: $\mathbf{0 = \Omega}$ ou $\mathbf{o = \Omega}$, ce qui est la manière de dire aussi que le **terminus** des **ordinaux** soit $\boldsymbol{\Omega}$, et on revient alors à **0** ou **o**.

La construction que nous venons de faire met en lumière la **structure** profonde de l'**ensemble** des **nombres entiers** ou **ordinaux**, à savoir une **structure fractale**. Une idée clef que nous enseigne cette structure est que n'importe quel **ensemble** $\mathbf{N_\alpha}$, où α est un **entier oméganaturel** (autrement dit un **ordinal** au sens nouveau, le plus naturel du terme), peut être appelé « **ensemble des nombres entiers naturels** » et être noté $\mathbf{N_0}$ ou **N**. Autrement dit, tous les $\mathbf{N_\alpha}$ ne sont que différentes facettes du seul et même **ensemble N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...}**. Cela veut dire que **N**, même écrit comme cela, et malgré toutes les apparences, contient en fait tous les **nombres entiers oméganaturels**, tous les **ordinaux** ! La construction que nous venons de faire n'a fait que les mettre en évidence !

VI - Logique d'Alternation, finitude et infinitude

On le rappelle, la logique qui accompagne la notion d'ordre et toutes les notions, la logique dans laquelle on voit maintenant la vérité mathématique, scientifique, la vérité tout court, c'est la logique d'**Alternation**, et non plus les classiques logiques de **Négation**. Nous avons déjà vu les bases de cette logique d'**Alternation**. Ici aussi nous ne brosserons en rappel que les rudiments de cette logique amplement détaillée dans le premier livre **L'Univers TOTAL l'Alpha et l'Oméga**. Nous verrons la logique d'**Alternation** en relation avec l'importante notion de **finitude** et d'**infinitude**.

Que l'on me permette de revenir sur cette fameuse **égalité**, qui permet à sa façon de comprendre comment on voit les choses en logique d'**Alternation** :

$$\boxed{\sum_{n=0}^{\infty} n = -\frac{1}{12}}$$

Autrement dit, si l'on fait l'**addition** de tous les **nombres entiers entiers naturels** : **N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...}** , on trouve comme résultat : **–1/12**.

Donc : **0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + … = –1 /12**, c'est-à-dire environ : **–0.833333….**

On voit l'**Ouroboros** « ∞ » à l'oeuvre dans cette affaire, oui le **pseudo infini** ou l'**infini du Diable** ou du **Serpent d'Eden**, l'**infini** qui n'est pas un **nombre**, l'**infini** qui est **non-défini**. L'**infini** qui aurait dû être défini comme **1/0**, mais **division** déclarée « **impossible** », ou « **non définie** » ou même « **interdite en maths**», à entendre certains mathématiciens.

Si nous ne voyions les choses qu'en logique de **Négation**, comme on le fait traditionnellement, et si le signe « **=** » dans cette expression est le même que celui qui sert à dire : « **2+2= 4** », autrement dit l'**identité** et non pas une certaine **équivalence**, alors cette expression est **fausse**, **archi-fausse**, et nous avons dans la partie I démontré pourquoi, et donné le **vrai résultat** selon l'**identité**, à savoir **N(N+1)/2**, où **N** est l'**ensemble des nombres entiers naturels** en tant que **nombre entier naturel infini** ou **nombre entier naturel variable croissant**.

Et même un écolier ou une écolière ou à la rigueur un collégien ou une collégienne qui sait juste compter et calculer avec les **nombres entiers naturels** peut dire pourquoi cette expression :

0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + … = –1 /12
est **archi-fausse**!

Vraiment pas besoin d’être Einstein pour donner au moins une raison valable pour laquelle cette expression est anti-mathématique !

Par exemple, comment, en n’**additionnant** que des **nombres positifs**, on peut se retrouver à la fin avec un **résultat négatif** ? Ou comment une **sommation** visiblement **infinie** peut-elle se retrouver un **nombre fini négatif** ? Et bien d’autres raisons.

Mais si pourtant les mathématiciens affirment une telle chose, c’est qu’ils la démontrent en se basant sur un certain **paradigme**, une certaine **logique**, en l’occurrence la logique de **Négation**, dont la notion fondamentale d’**égalité** est l’**identité**. Et du point de vue de l’**identité**, justement, cette **égalité** ne peut pas être vraie. C’est cette **logique** (ou ce **paradigme**) qui fait dire une telle absurdité qui est **fausse** en réalité, et non pas ce résultat en lui-même, qui est vrai selon un certaine **relation d’équivalence**. Et la **logique** qui repose sur la **relation d’équivalence** est la logique d’**Alternation**.

On cite le mathématicien indien de génie Srinivasa Ramanujan parmi ceux qui ont « démontré » que: **0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + … = –1 /12**.

Oui, mais il l’a fait selon des paradigmes faux, et cette fausseté fondamentale n’est pas de sa faute, mais celle de tout un système académique transnational, international. La preuve étant que ce mathématicien issu d’un milieu pauvre en Inde a en 1913 soumis ses travaux (qui contiennent beaucoup de formules « sans démonstration », dont Ramanujan se contentait de savoir intuitivement vraies) à un mathématicien anglais Godfrey Harold Hardy, qui pense d’abord avoir affaire à une supercherie ou à un correspondant farfelu. Il en discute longuement avec John Littlewood, et après analyse, tous les deux concluent que ce mathématicien indien, de style peu « orthodoxe » (quelqu’un dans mon genre quoi...), très intuitif, est un génie. Mais génie qu’il faudrait « encadrer » ou « cadrer » dans des paradigmes et méthodologies plus orthodoxes. Or c’est justement dans cette orthodoxie académique que de tout temps se cachent tous les formatages dans la logique de **Négation** ! Le formatage académique traditionnel, transnational, international, donc, est très incompatible avec la logique d’**Alternation**.

Ramanujan, comme Cantor le père de la **théorie des ensembles** (à qui je rends beaucoup hommage dans mes écrits) et d’autres mathématiciens, comme le grand Leonhard Euler aussi, ou comme Albert Einstein, etc., fonctionnaient donc beaucoup à l’intuition (ce qu’il faut en sciences) qui parfois leur jouait de mauvais tours. Et Ramanujan se faisait souvent corriger pour son absence de « rigueur » ou de « démonstration », ce qui dans la doctrine mathématique traditionnelle signifie qu’on ne fonctionne pas avec une **méthodologie axiomatique** : « **axiomes-démonstrations-théorèmes** », qui est le catéchisme même de l’abstraction mathématique.

Du moment où les théorèmes se déduisent mécaniquement des axiomes posés sans produire une « **contradiction** », tout va bien. Même si vous ne voyez pas concrètement ce qui se cache derrière les manipulations, quel est leur sens. Or cela peut bel et bien contredire des vérités beaucoup plus fondamentales, comme par exemple des vérités synonymes d’**Univers TOTAL**, mais que la méthodologie employée ou les paradigmes utilisés, sont incapables de détecter. Quoi qu’on en dise, le vrai sens des **théorèmes d’incomplétude de Gödel** est là, toute la problématique de la

complétude de l'**arithmétique**, de la **théorie des ensembles**, etc.. Mais justement aussi les fameux « paradoxes » de la **théorie des ensembles de Georg Cantor**, à qui on a reproché, comme aussi à Ramanujan, d'avoir « manqué de rigueur » (ce qui veut dire de n'avoir pas suivi une voie axiomatique), d'avoir fait une **théorie « naïve » des ensembles**, etc..

C'est bien ainsi que l'on qualifie habituellement une **théorie des ensembles** qui n'emprunte pas la méthodologie **axiomatique**, à savoir donc une théorie « **naïve** »…. Mais je m'inscris totalement en faux contre cette vision des choses. J'apporte aujourd'hui la preuve qu'une méthodologie, pourtant axiomatique et « rigoureuse » selon les canons classiques, peut pourtant receler des paradoxes très vicieux, qui ne disent pas leurs noms, comme la dite « **impossibilité** » de **diviser par 0**, ou comme de dire que : **0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + … = –1 /12**. A l'inverse, une méthodologie non-axiomatique, peut pourtant être plus rigoureuse et plus exacte et plus complète que toutes méthodologies axiomatiques connues !

Ce qu'il faut en fait, c'est la **méthodologie universelle**, et j'entends par là qui repose sur le **Paradigme de l'Univers TOTAL**, sur le **Théorème de l'Existence** ou **Loi de la Réalité TOTALE** qui lui est synonyme. La méthodologie associée est alors ce que je nomme la **théorématique**, et la logique associée est la logique d'**Alternation**.

Les **théorèmes d'incomplétude de Gödel** et toutes les difficultés dans la **théorie des ensembles** de Cantor, dans les approches de Ramanujan, etc., n'ont qu'une seule vraie cause et n'ont qu'une seule signification : quelque chose ne tourne pas rond dans les paradigmes scientifiques que tous ces gens utilisent (ou dans lesquels on les formate), et cette chose se trouve au niveau de la logique profonde des mathématiques et des sciences, qui est la **logique classique** héritée d'Aristote il y a 2300 ans.

Cette logique repose sur deux principes clefs, le **principe de non-contradiction** et le **principe du tiers-exclu**. Ces vieux principes posent problème, il est plus que grand temps au vingtième siècle et plus que jamais au troisième millénaire de les remettre en question et de refonder toute la science sur une autre logique, un autre paradigme, pour ne plus être éternellement pris en otages par les étroitesses de la logique classique.

En effet, ce qu'on a appelé le **principe de non-contradiction**, dit en gros qu'**une chose ne peut pas être vraie et fausse en même temps**, ou qu'**une chose et sa négation ne peuvent pas être vraies en même temps**. Or l'**Univers TOTAL**, l'**Ensemble de TOUTES les choses** et de **TOUS les êtres**, l'**Etre TOTAL**, est précisément le cadre absolu dans lequel **toute chose existe et son contraire aussi**, ainsi que sa **négation** aussi, et **toute chose est vraie et son contraire aussi**, ainsi que sa **négation**.

Car aussi il y a un subtil distinguo à faire entre deux choses qui **se nient** mutuellement, comme par exemple « **A est blanc** » et « **A n'est pas blanc** », et deux qui sont juste **contraires**, comme par exemple « **A est blanc** » et « **A est noir** ». Une **chose** et son **contraire** peuvent être vraies en même temps, par exemple **A** peut être à la fois **blanc** et **noir**, et cela s'appelle être **gris**. Donc le **principe de non-contradiction** ne doit en aucun cas empêcher qu'une **chose** et son **contraire existent** ou soient **vraies** en même temps, et plus généralement que toutes les **alternatives existent** ou soient **vraies**.

La logique d'**Alternation** est par définition justement la logique qui fait la place à toutes les **alternatives**.

Par exemple, en disant que : **0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + … = –1 /12**, est **archi-faux**, nous précisons que c'est **faux** si le signe « = » signifie l'**identité**, et que cela peut-être **vrai** uniquement si ce signe signifie une certaine **équivalence**.

Nous fonctionnons avec une logique supérieure dont le principe (et plus qu'un simple principe, un **théorème fondamental**, le **Théorème de l'Existence** ou **Loi de la Réalité TOTALE**) qui dit que, de par sa définition d'être l'**Ensemble de toutes les choses**, **toute chose existe dans l'Univers TOTAL, toute chose y est vraie, toutes les alternatives sont vraies**. Notre activité alors consiste juste à placer chaque **vérité** dans son **contexte de véracité**, contexte au-delà duquel elle cesse (en général graduellement) d'être une **vérité**, et laisse la place à une **autre vérité**, une **ALTER vérité**, une **alternative**. Celle-ci peut être la **vérité contraire** ou son **anti-vérité**, ou même carrément sa **négation** ! C'est cela donc la logique d'**Alternation**, et évidement elle va de paire avec le **Paradigme de l'Univers TOTAL**.

C'est cette **Alternation** ainsi définie que la **Négation nie**, elle **nie** donc fondamentalement l'**Univers TOTA**L. C'est ce qui se passe quand on applique les logiques basées sur le **principe de non-contradiction** à l'**Univers TOTAL**. Ce **principe nie** alors l'**Univers TOTAL** et devient pour cette raison un **principe de Négation**.

Le **principe de non-contradiction** ne doit donc pas empêcher dans l'absolu qu'une **chose** et sa **négation** soient **vraies** en même temps, **coexistent** en même temps. Il n'y a que dans un **contexte** donné qu'on peut interdire à une **chose** et sa **négation** d'être vraies en même temps, comme justement interdire que dans un même **système axiomatique**, une **chose A** et sa **négation non-A** soient vraies en même temps. C'est tout à fait normal que dans un **système** particulier, restreint, local, etc., on refuse que des choses **se nient** mutuellement. On peut le refuser par exemple dans le cockpit d'un avion (que par exemple le pilote et le copilote se nient, annulent les actions l'un de l'autre), dans une communauté, dans un pays, dans une galaxie si l'on veut, dans un univers même.

Mais pas dans l'**Univers TOTAL**, l'**Ensemble de TOUTES les choses** et de **TOUS les êtres**, l'**Etre TOTAL**. Là **toute chose doit exister**, **tous les contraires**, **toutes les alternatives**. Même les choses qui se nient mutuellement mais dans ce cas elles doivent être dans des contextes séparés, sinon il se produit des annulations mutuelles, des incompatibilités, et c'est précisément ce qu'on appelle des paradoxes. Et les paradoxes existent aussi dans l'**Univers TOTAL**, des mondes paradoxaux comme justement le nôtre, des contextes chaotiques, etc.. Il y a une énorme différence entre dire que **cela ne doit pas exister**, et dire qu'**il est impossible dans l'absolu que cela existe, que cela soit vrai**, etc.. Toute la subtilité est ici, la différence de deux paradigmes !

La logique qui déclare **impossible** ou **fausse** dans l'absolu la **coexistence** ou la **véracité** de toutes les **alternatives**, y compris des choses qui **se nient**, **nie** en fait une chose, l'**Univers TOTAL**, l'**Ensemble de TOUTES les choses** et de **TOUS les êtres**, l'**Etre TOTAL**. Je la qualifie donc de **logique de Négation**, car en prétendant **nier** la **fausseté**, la **contradiction**, le **paradoxe**, etc., elle **NIE** en fait la **Réalité Suprême**, la **Vérité Suprême**, l'**Univers TOTAL**, l'**Etre TOTAL**. Elle est alors coupable de la pire des **contradictions**, de la pire **fausseté**. Une telle logique ne peut être vraie et appliquée que dans un contexte limité, mais pas dans un contexte global et absolu. Elle ne doit en aucune façon être la logique fondamentale de la science, pour espérer comprendre l'**Univers** avec elle, car elle nie l'**Univers TOTAL**.

C’est pourtant ce qu’est la **logique scientifique** de ce monde depuis la nuit des temps, depuis l’antiquité grecque et même au-delà. Il est donc urgent d’abandonner la **logique classique** ou la logique d’Aristote, si l’on veut vraiment comprendre l’**Univers TOTAL**, à moins qu’on fasse le choix délibéré de le nier, et là c’est une autre affaire…

Mais la logique qui permet la coexistence ou la **véracité** de toutes les **alternatives**, y compris des choses qui **se nient**, est donc la **logique d’Alternation**, la **logique fondamentale de l’Univers TOTAL**. Cette logique met chaque chose dans son **contexte de vérité**, sans nier les choses. Elle ne nie les choses que dans les contextes où elles doivent être niées, sans jamais les nier dans le contexte générale, absolu, qu’est l’**Univers TOTAL**.

Comme de dire par exemple que l’**égalité** : $\mathbf{0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + \ldots = -1/12}$, est fausse si le signe « **=** » est l’**identité**. Ou de dire que la **division par 0** n’est **impossible** que si l’**égalité** utilisée est l’**identité**. Mais elle devient possible si l’**égalité** est l’**équivalence**, un cas particulier de l’**équivalence** étant l’**identité**.

C’est donc le travail que nous faisons dans le **Paradigme de l’Univers TOTAL**, dans la **Science** fondée sur ce **Paradigme**, et qui est la **Science de Dieu**, car l’**Univers TOTAL**, l’**Ensemble de TOUTES les choses** et de **TOUS les êtres**, l’**Etre TOTAL**, est maintenant la définition scientifique de la notion de **DIEU**. C’est ce que les êtres de **Négation** n’ont jamais voulu rendre possible dans leurs sciences de **Négation**, et c’est ça que nous mettons en évidence. Nous rendons à la **Négation** ce qui est à la **Négation** et à l’**Alternation** ce qui est à l’**Alternation**.

Une des importantes facettes de la logique d’**Alternation** est qu’elle n’est pas la **logique du tout ou rien**, **dualiste** ou **binaire**, comme l’est la **Négation**. On ne raisonne pas en terme de **100 % vrai** ou **100 % faux**, mais la **vérité** est nuancée, graduée entre ces deux extrêmes.

Etant donné un **nombre entier naturel n** et même un **ordinal n**, on appelle **Alternation n** la logique d’**Alternation** qui consiste à raisonner avec **n alternatives**, qui se partagent les **100 %** de **valeur de vérité**. L’**Alternation 0** est le cas particulier avec **0 alternative**, aucun choix donc. Mais ce cas se ramène à $\boldsymbol{\omega}$ **alternatives**. Avec l’**Alternation 1** on n’a qu’**une seule Alternative**, qui a **100 %** de **valeur de vérité**. C’est le cas de l’**Univers TOTAL**, l’**Unique**, le **Vrai**.

L’**Alternation 2** est la classique logique **binaire**, qui n’est qu’un cas particulier d’**Alternation** donc. C’est la logique à deux **alternatives** **1** et **2**, dont voici les 4 tables.

	11
1	1
2	1

	12
1	1
2	2

	21
1	2
2	1

	22
1	2
2	2

Les **tables 12** et **21** sont les **deux tables de permutation** de cette **Alternation 2**, et la **table 21** est celle habituellement appelée la table du **connecteur de négation**.

Voici les tables de l’**Alternation 3**, dont les tables **123**, **132**, **213**, **231**, **312** et **321** sont ses **six tables de permutation**.

	111		112		113		121		122		123		131		132		133
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	2	1	2	1	2	2	2	2	2	2	2	3	2	3	2	3
3	1	3	2	3	3	3	1	3	2	3	3	3	1	3	2	3	3

	211		212		213		221		222		223		231		232		233
1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
2	1	2	1	2	1	2	2	2	2	2	2	2	3	2	3	2	3
3	1	3	2	3	3	3	1	3	2	3	3	3	1	3	2	3	3

	311		312		313		321		322		323		331		332		333
1	3	1	3	1	3	1	3	1	3	1	3	1	3	1	3	1	3
2	1	2	1	2	1	2	2	2	2	2	2	2	3	2	3	2	3
3	1	3	2	3	3	3	1	3	2	3	3	3	1	3	2	3	3

En logique d'**Alternation**, quand on définit une notion **x**, et une notion **y** comme étant le **contraire** de **x** et vice-versa, les deux notions **contraires** ne s'excluent pas obligatoirement mutuellement. Cela ne signifie donc pas qu'une chose vérifiant l'une des deux notions **contraires** ne vérifie pas l'**autre**, l'**alter**, au moins dans une certaine mesure.

En logique d'**Alternation**, on part du principe qu'il existe des choses vérifiant à la fois **x** et **y**. La logique d'**Alternation** est une logique d'**Affirmation** et pas de **Négation**. **On affirme ce que les choses sont**, et on en déduit les conséquences, et **pas ce qu'elles ne sont pas**. Et si on en venait à **nier ce que des choses sont**, ou à **affirmer ce qu'elles ne sont pas**, c'est une **négation relative**, ce qui signifie que **ce qui est nié est affirmé d'une autre manière**, à un **certain autre point de vue où ce qui est nié est vrai aussi**. De sorte que tout est **finalement vrai** dans l'**Univers TOTAL**, en vertu du **Théorème de l'Existence**.

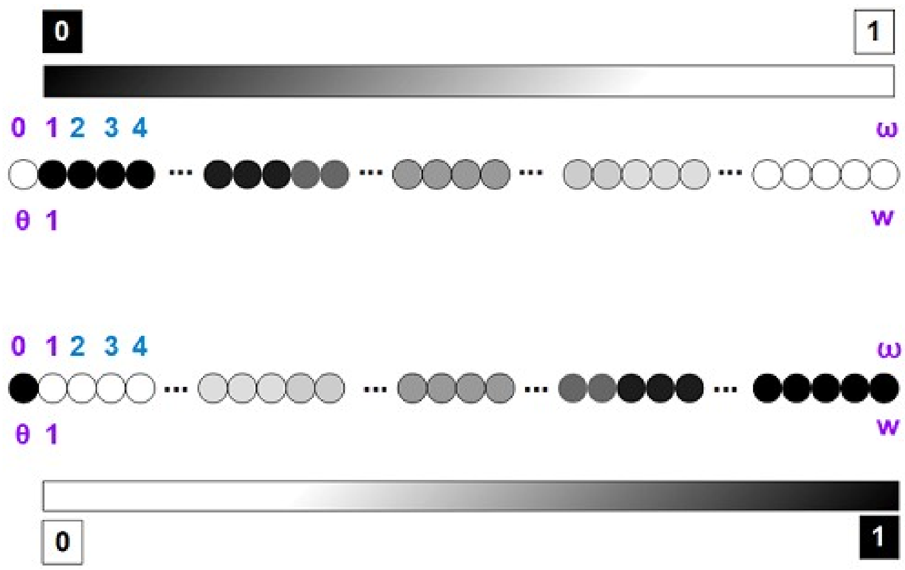
Par exemple, en définissant la notion de **nombre entier naturel constant** ou **fini**, opposé à la notion de **nombre entier naturel variable** ou **infini**, et vice-versa, cela ne signifie pas forcément que l'**ensemble V_0** des **nombres entiers constants** et l'**ensemble V_1** des **nombres entiers naturels variables**, sont **disjoints**, c'est-à-dire que leur **intersection** est **vide**, sans **éléments communs** ou **intermédiaires**, qui soient à la fois **constants** et **variables**. Les **nombres entiers naturels** classiques, dits **finis**, mais que nous qualifions aussi de **constants**, au fur et à mesure qu'ils croissent, deviennent **infinis** et **variables**. Et à l'inverse, les **nombres entiers naturels infinis** ou **variables**, au fur et à mesure qu'ils décroissent, deviennent **finis** et **constants**.

Autre exemple: l'**ensemble vide** est l'**ensemble qui n'a aucun élément**. Mais en logique d'**Alternation**, cela signifie qu'il est l'**ensemble** des **éléments inexistants**, qui s'opposent à des **élément existants**. Et les **éléments inexistants** sont des **éléments existants** qui jouent le rôle d'**éléments inexistants**, et à ce titre le **zéro** est le **nombre** qui joue le rôle de **non-nombre**, la **quantité** qui incarne l'**absence de quantité**, ou comme le **caractère espace** est le **caractère** spécial qui joue le rôle d'**absence de caractère**, etc..

Pour toutes ces raisons et d'autres, la logique d'**Alternation** ne peut pas être **contradictoire**, **paradoxale**, puisque ce que la **Négation** qualifie de « **contradiction** », notamment via son **principe de non-contradiction**, est géré par l'**Alternation** comme logique de **véracité** d'**alternatives contraires**, autant que c'est **vrai** de dire que ce qui est à la fois **blanc** et **noir** est

gris. Si bien que l'unique **vraie contradiction**, c'est la **Négation**, quand elle **nie** l'**Alternation**, ce qui veut dire l'**Univers TOTAL**.

Avec la logique d'**Alternation**, **toute vérité alterne graduellement** pour devenir sa **vérité contraire**. Et la notion sur laquelle repose la **graduation de la vérité**, appelée la **valeur de vérité** et son **contraire** la **valeur de fausseté**, est la notion de **finitude** et d'**infinitude**, une propriété fondamentale des **nombres**, notamment des **nombres entiers naturels**. Et plus généralement encore, c'est la propriété des **ordinaux**, au sens où ils sont conçus maintenant dans le **Nouveau Paradigme**.



Plus un **entier naturel n** croît, c'est-à-dire plus il « tend vers l'infini », comme on dit, moins il est une **constante** et plus il devient une **variable**. A partir de **n = 1**, on peut même définir en **pourcentage** la **finitude** ou la **part de constante de n** comme étant: **1/n**, et l'**infinitude** ou la **part de variable de n** comme étant: **1 – 1/n = (n-1)/n**. Pour **n = 10** par exemple, la **finitude** ou **part de constante** est **1/10** ou **10 %**, et l'**infinitude** ou **part de variable** est **1 – 1/10** ou **90 %**. Avec cette définition dite **canonique** de la **finitude** et de l'**infinitude**, l'**entier 10** est plus **infini** que **fini**, plus **variable** que **constant**.

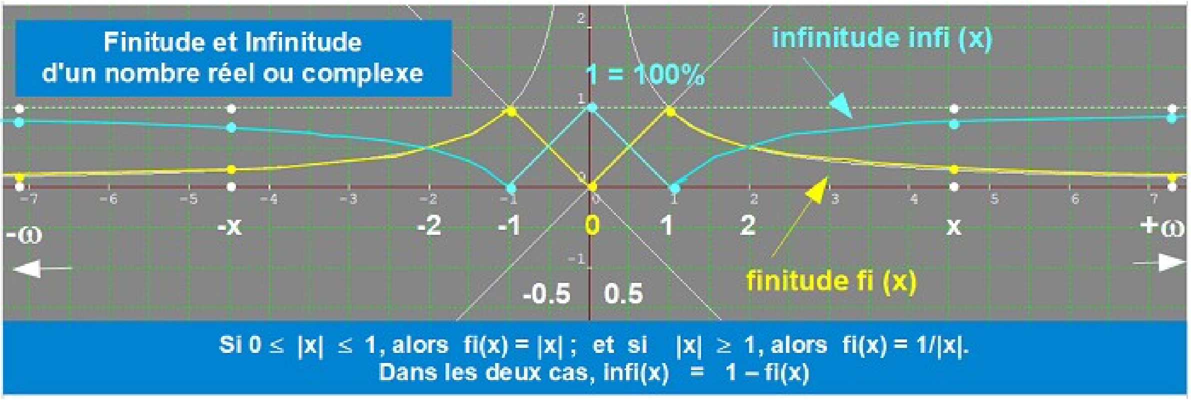
Avec **n** valant **w**, la **finitude** n'est plus que **1/w**, noté **θ**, qui est un **nombre infinitésimal**, quasiment **0** donc, et l'**infinitude** est alors : **1 – θ**, quasiment **1**.

Les choses vues ainsi, malgré les apparences, l'ensemble **N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, …}** contient des éléments **infinis**, c'est-à-dire d'**infinitude** quasiment de 100 %. On va vers ces éléments au fur et à mesure qu'on tend vers l'**infini**, sens classique ou intuitif de cette notion. Voilà donc pourquoi l'écriture : **w = {0, 1, 2, 3, 4, …, w-4, w-3, w-2, w-1}**, qui n'est qu'une autre réécriture de **N**, met en évidence ces éléments **infinis**, qui sont vers la fin, les proches **prédécesseurs** de **w**, à savoir donc : **…, w-4, w-3, w-2, w-1, w**. Comme **w**, leur **infinitude** est quasiment de 100 %. Cela revient à dire que plus un **entier n** est grand, plus l'idée qu'il est le **dernier entier naturel** est vraie.

Une autre manière de présenter la notion **canonique** de **finitude** et d'**infinitude**, est de dire que pour les **entiers finis** ou **constants**, l'égalité : **n = n+1**, est fausse, tandis que pour les **entiers**

infinis ou **variables**, cette égalité est vraie. En effet, un **nombre fini** ou **constant n**, parce que justement il est **fini** ou **constant**, n'a pas pour valeur le **nombre** qui le suit, **n+1**. Mais une **variable**, justement parce qu'il est **variable**, comme **w**, a pour valeur lui-même, **n**, mais aussi le nombre suivant, **n+1**. On peut ainsi définir la **variable w** comme étant la **constante** qui vérifie : **w = w+1**.

Mais d'un autre côté, plus un **nombre n** est grand ou tend vers l'**infini**, moins la différence de **1** entre **n** et **n+1** compte. Autrement dit, l'égalité : **n = n+1**, est de plus en plus vraie. On peut en effet définir sa **valeur de fausseté** comme étant **1/n**, qui est aussi la définition de la **finitude de n**. Et sa **valeur de vérité** est alors de : **1 – 1/n = (n-1)/n**, qui est aussi la définition de l'**infinitude de n**. Donc, plus **n** est petit ou proche de **1**, plus sa **finitude** ou sa nature de **constante** est grande (c'est-à-dire proche de 100 %), et plus **n** est grand ou proche de **w** ou plus grand que **w**, plus son **infinitude** ou sa nature de **variable** est grande (c'est-à-dire proche de 100 %).



Avec l'**Alternation**, à tout **énoncé** ou toute **proposition** ou **phrase P**, est associée une **valeur de vérité** qui va de **0 %** pour le **faux absolu** à **100 %** pour le **vrai absolu**. Quand donc on raisonne en mode « **tout ou rien** », c'est-à-dire en mode « **soit 100 % vrai soit 0 % vrai** », si l'on dit par exemple que **P** est **vrai** à **100 %**, c'est-à-dire a une **valeur de vérité** de **1**, c'est relatif au **contexte** considéré, à l'**égalité** considérée, etc..

Dans ce contexte, le **contraire de P** (qu'on appelle la **négation de P** ou **non-P** dans les logiques de **Négation**, mais en **Alternation** nous disons le **contraire de P** ou **anti-P**, et quand bien même nous disons **non-P**, comme classiquement, c'est ce que cela veut dire) est **faux** à **100 %**, ou **vrai** à **0 %**. Autrement dit sa **valeur de vérité** est **0**. Dans un autre contexte la **vérité** peut être l'exact contraire: **P** est **faux** à **100 %** et son contraire est vrai à **100 %**. Et il y a d'autres contextes, la **valeur de vérité** de **P** est par exemple de **70 %**, donc sa **valeur de fausseté** est de **30 %**, qui est la **valeur de vérité** du **contraire de P**, qui est donc **faux** à **70 %**.

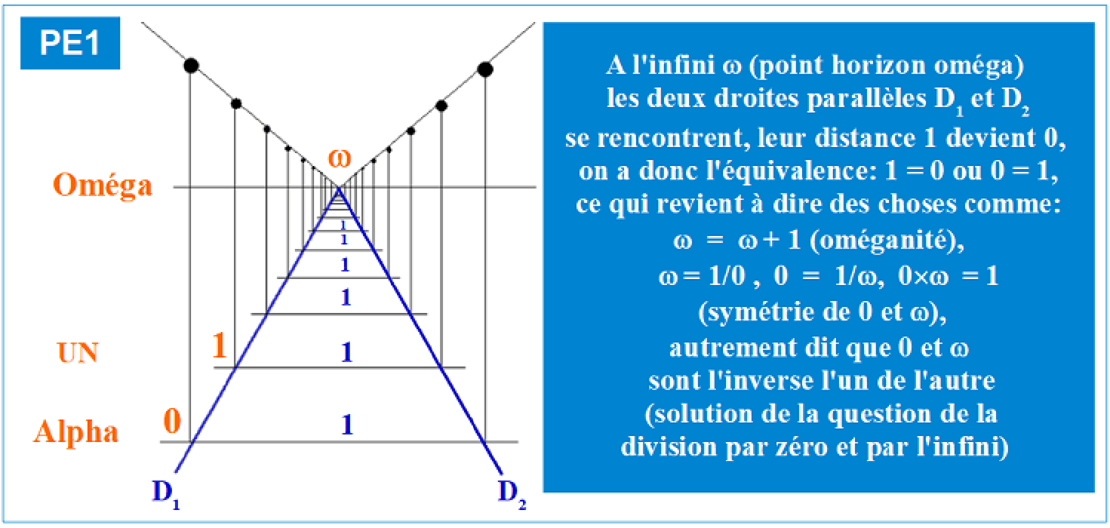
Exemple :

n étant un **entier naturel**, il est clair que si l'on raisonne dans la logique du **tout ou rien**, la logique classique, l'**égalité** : **n = n+1** n'est **jamais vraie**, elle est toujours fausse quel que soit **n**.

Par exemple, pour **n=0**, on n'a pas : **0 = 0+1**, c'est-à-dire : **0 = 1**. Et pour **n=1**, on n'a pas : **1 = 1+1**, c'est-à-dire : **1 = 2**. Et pour **n=2**, on n'a pas : **2 = 2+1**, c'est-à-dire : **2 = 3**. Et ainsi de suite. Toutes ces égalités sont jugées **fausses** à **100 %**, ou vraies à **0 %**, et leurs **contraires** respectifs, qu'on appelle leurs **négations** dans la logique de **Négation**, à savoir : **0 /= 1**, **1 /= 2**, **2 /= 3**, etc., ou si l'on préfère : **0 ≠ 1**, **1 ≠ 2**, **2 ≠ 3**, etc., sont vraies à **100 %**, et fausses à **0 %**.

Et aussi, du point de vue de la **relation d'ordre**, on a toujours : **n < n+1**, donc : **0 < 1**, **1 < 2**, **2 < 3**, etc., **relations** elles aussi **vraies** à **100 %**, tandis que leurs contraires, appelés classiquement leurs **négations**: **0 ≥ 1**, **1 ≥ 2**, **2 ≥ 3**, etc., sont évaluées comme **fausses** à **100 %** donc **vraies** à **0 %**.

Et pourtant, au fur et à mesure que **n** croît, c'est-à-dire tend vers l'**infini**, comme on le dit couramment, il se passe quelque chose avec cette **égalité** : **n = n+1**, une chose que l'on peut en plus ici très facilement **quantifier**, **évaluer**, et qui est simplement l'**évolution** progressive de la **valeur de vérité** de cette **égalité**, de son état de **faux** à son **contraire**, l'état de **vrai**. Le phénomène qui se produit est un exemple typique de ce que nous appelons l'**effet horizon**, qui est une manifestation d'une **loi** plus générale, la **Loi d'Alternation et de l'Horizon Oméga**, déjà évoquée.



Sur l'image ci-dessus le phénomène s'illustre sous la forme de la question du parallélisme de deux droites, comme par exemple les deux rails d'un chemin de fer. On sait que « les deux rails ne se rencontrent jamais », n'est-ce pas ? Et pourtant cette image montre une vérité qui n'est pas du tout une illusion d'optique, ou un effet de perspective, de géométrie projective ou autre, mais une **vérité fondamentale de l'Univers**, en relation avec la notion d'**infini**, représenté par le **point ω** à l'**horizon**. Cette vérité est simplement qu'il existe des contextes où **la vérité alterne**, où ce qui était impossible devient possible, et vice-versa, ce qui était faux devient vrai et vice-versa.

Ici, la logique d'**Alternation** nous apprend qu'il revient au même de dire que « **deux droites parallèles ne se rencontrent jamais** » que de dire que « **deux droites parallèles se rencontrent à l'infini** », ou **se rencontrent** tôt ou tard à un certain **horizon infini**. Si donc l'on n'intègre pas l'**infini** dans les équations, le « **jamais** » (c'est-à-dire le « **ne se rencontrent jamais** ») restera un « **jamais de Négation** ». Mais en intégrant à présent comme il se doit l'infini dans les équations, et notamment ce que nous appelons l'« **infini oméga** » ou **ω**, que nous verrons souvent à l'oeuvre sous sa forme d'**infini w**, qui est aussi le **nombre entier variable** de référence (on le verra à l'oeuvre sous différents angles équivalents), on découvre alors un autre « **jamais** », qui est le « **jamais d'Alternation** ». Il nous apprend qu'à un certain **horizon infini** approprié, et au-delà de cet **horizon**, commence un autre **contexte**, une autre **réalité**, une autre **vérité**, telle que ce qui était **faux** ici devient vrai là-bas, et vice-versa.

Par exemple, ici **les deux droites parallèles ne se rencontrent pas**, mais **là-bas elles se rencontrent, à l'infini**. Et les deux phrases ne se contredisent pas, mais sont simplement deux manières différentes de dire exactement la même **vérité**. Ce sont deux facettes de la même **réalité**.

Nous employons intuitivement souvent dans nos propos cette loi fondamentale de l'**Univers TOTAL**, pour exprimer une chose qu'on estime « impossible » ou qu'elle « ne se produira jamais ». On peut par exemple dire alors : « Je serai élu président de la république française quand les poules auront des dents». Ou « Je serai élu président de la république française le prochain 31 février ». Ou encore « Je serai élu président de la république française à la Saint-glinglin », etc..

On évoque ainsi à chaque fois une chose que l'on pense « impossible » ou qu'elle « ne se produira jamais » pour dire que si cette chose ou ce « miracle » se produisait, alors ce dont on parle se produira aussi. Ici, pour moi par exemple, « être élu un jour président de la république française » (encore faut-il que je me présente un jour aux élections… ou que vraiment cette France ou ce monde m'en donne vraiment l'occasion, et pour de vraies élections égalitaires, équitables, honnêtes...), mais ce peut être aussi par exemple la **division par 0**, elle aussi réputée impossible.

Mais la logique d'**Alternation** démontre aujourd'hui que cette dite « impossibilité » est une grande fausseté, et même un grand mensonge scientifique. On n'a pas voulu se donner le Paradigme nécessaire pour le faire, car ce Paradigme placerait Dieu en pleine science. Car, comme on va le voir, c'est la question de l'infini qui est concernée par cette question de la **division par 0**. Mais les esprits de **Négation** et les initiés à l'occulte qui sont les forces cachées derrière les sciences de ce monde, ont préféré travailler une **fausse** notion d'**infini** ou même de **fausses** notions d'**infini**. L'un est bien connu du grand public, il est représenté par l'occulte symbole de l'Ouroboros « ∞», que l'on rencontre surtout dans le domaine mathématique qu'on appelle l'**analyse**. Et l'autre, que l'on rencontre en **théorie des ensembles**, et aussi en **théorie des ordinaux et des cardinaux**, bien que nommé comme il faut « **oméga** » ou **ω**, ou encore « **aleph zéro** » ou $\aleph_0$, n'a pas les propriétés arithmétiques et algébriques qu'il devait avoir pour être la simple solution du problème de la **division par 0**. Et tout ça aussi surtout parce que la logique scientifique est une logique de **Négation** et pas d'**Alternation**.

Donc ces esprits de **Négation** derrière tout cela et derrière ce monde, peuvent tout aussi bien me dire par exemple : « Nous accepterons que tu sois le président de la république français… ou que tu gouvernes Israël, et même ce monde entier, quand nous accepterons aussi que la **division par 0** soit possible… Ou quand nous accepterons qu'on parle de toi et de ta Science sur TF1… Ou quand nous renoncerons à notre agenda du Nouvel Ordre Mondial...»

Juste pour faire comprendre aussi cette vérité de la logique d'**Alternation**, à savoir la Loi d'**Alternation et de l'Horizon Oméga**, qui s'illustre mais négativement dans ces propos de **Négation**, mais que l'on voit plus positivement à l'oeuvre dans cette image des deux droites parallèles plus haut, mais aussi dans l'exemple de l'**égalité** : $\mathbf{n = n+1}$, que je suis en train d'expliquer.

La logique que ces **esprits de Négation** ont imposée à l'ensemble des sciences de ce monde dira que cette **égalité** est toujours **fausse** à **100 %**. Or c'est tout simplement l'équation de définition de l'**infini oméga** ou **ω**, que nous verrons très souvent comme la **variable w** par la suite. A savoir donc : $\boldsymbol{\omega = \omega+1}$, ou : $\mathbf{w = w+1}$.

Elle signifie simplement qu'on a un **nombre**, ici **entier**, qui n'a pas qu'une seule valeur **fixe** ou **constante**, comme par exemple **5**, mais a **sa propre valeur w**, à savoir : **w=w**, comme **5 a sa propre valeur**, ce qu'on écrit par l'**identité** : **5 = 5**, à la différence aussi que **w** prend comme **valeur** toutes les **valeurs** avant, à commencer par **0**, autrement dit on a : **w=0**, **w=1**, **w=2**, **w=3**, etc., et : **w=w-3**, **w=w-2**, **w=w-1**, **w=w** (sa propre valeur donc), **w=w+1** (la valeur suivante, ce que veut donc dire son **équation caractéristique** dont nous parlons: **w = w+1**), **w=w+2**, **w=w+3**, etc., et : **w=2w**, …, **w=3w**, …, $w=w^2$, …, $w=w^3$, …, $w=w^w$, ….

Mais quel est donc ce très mystérieux objet mathématique qui semble défier à ce point toutes les lois de l'**identité**?

Très simple : cela s'appelle tout bonnement… une **variable** ! A la différence de **5** par exemple, qui est une **constante**, c'est-à-dire sa notion **contraire**. Et la notion de **fini** est pour la notion d'**infini**, ce que la notion de **constante** est pour la notion de **variable**. Les couples de notions **fini-infini** d'un côté, et **constante-variable** de l'autre, sont presque synonymes, à savoir que les notions de **fini** et de **constante**, sont presque synonymes, et les notions d'**infini** et de **variable**, sont presque synonymes aussi. Il y a juste une petite nuance entre les deux couples, qui est que le couple **fini-infini** est un cas particulier du couple **constante-variable**, qui est en fait une très grande notion mathématique, une immense et surpuissante notion bien plus qu'on ne l'a pensé jusqu'ici. Du même ordre on a le couple **fini-infini**. On en reparlera plus tard et même progressivement, et tout s'éclairera.

La loi de la **variable** (et qui est aussi la loi de son cas particulier qu'est l'**infini**) n'est pas l'**identité** (bien que l'**identité** fasse partie de sa loi aussi, **identité** exprimée par : **w=w**), mais sa loi est l'**équivalence**! Donc à la base la **relation d'équivalence** est une immense et surpuissante notion mathématique, qui est très bridée dans la manière dont elle est couramment utilisée dans les mathématiques et les sciences actuelles. Et pourtant Dieu (oui on peut le dire) sait combien cette **relation d'équivalence** est très importante et très abondamment utilisée dans les mathématiques et les sciences actuelles. Mais pas à son plein régime, hélas, c'est voulu, très certainement. Pour ne pas **diviser par 0**, par exemple, car cette **division** conduit tout droit vers **Dieu**, c'est-à-dire le vrai **Infini, l'Univers TOTAL, l'Etre TOTAL, l'Alpha et l'Oméga**!

Et là, la Bible devient le premier livre de mathématiques, par lequel on commence pour comprendre ce que sont vraiment les nombres et pour comprendre les secrets de l'**Univers**, oui **TOTAL**, la **Réalité TOTALE**. Il est très clair que c'est ce qu'on ne voulait pas. Le « on » ne désignant pas tous les mathématiciens ou scientifiques, qui souvent n'ont été que des gens sincères croyant que la science de ce monde était vraiment ce qu'elle prétendait être, à savoir une institution de recherche de la vérité, où seule la vérité comptait. Ces gens honnêtes n'étaient que les dindons de la farce de la part des « on » dont je parle, qui sont les forces occultes et grands initiés qui dirigent ce monde, depuis leurs loges ou sociétés secrètes, et depuis des siècles et même des millénaires, depuis 2000 ans notamment, depuis l'assassinat d'un certain Jésus de Nazareth.

Avec Moïse, Dieu a commencé à faire connaître sa Loi à un peuple choisi, Israël, ce qui veut dire aussi à lui faire connaître sa Science, la vraie. Mais depuis l'épisode du Veau d'Or à l'assassinat de Jésus de Nazareth le Messie, livré à l'empire romain (Jean 19 : 8-22), l'Esprit de Négation a toujours opéré dans l'ombre, et c'est l'Esprit du Talmud et de la Kabbale. Les prophètes, Jésus et les apôtres empêchaient cet esprit d'apostasie de prendre le dessus, et quand cela arrivait qu'il prenne le dessus, Dieu suscitait de nouveaux prophètes pour remettre dans le droit chemin. Et ainsi jusqu'au Messie annoncé, Jésus le Christ (voir Matthieu 15 : 3-9 ; 23 : 37-39). Mais depuis 2000 ans, depuis donc l'assassinat du Christ, puis la mort des apôtres, cet esprit apostat devenu à présent l'esprit antichrist, règne sur le monde, et donc aussi sur ses sciences bien entendu. Celles qui disent que la **division par 0** est « impossible »… Pas étonnant que Dieu y brille par son absence, que la Genèse et la Bible soient reléguées au rang de mythes, de légendes ou de simples croyances.

Or toute une Science est cachée dans la Loi de Dieu (la Torah, dont la Genèse est le premier livre), dans tout l'Ancien Testament (le Tanakh), dans tout le Nouveau Testament, avec donc en apothéose cette formule divine dans l'Apocalypse : « **Je suis l'Alpha et l'Oméga** » (Apocalypse 1 : 8 ; 21 : 6 ; 22 : 13). C'est donc cette Science que nous sommes en train de découvrir à présent, à savoir donc la Science de l'Univers TOTAL, l'Alpha et l'Oméga, la Science de la Réalité TOTALE, de l'Être TOTAL, l'Être SUPRÊME, oui DIEU !

Depuis l'antiquité égyptienne, et même babylonienne, et même bien avant, c'était auprès de prêtres dans les temples qu'un certain savoir scientifique était dispensé à des initiés. Généralement ésotérique ou occulte, car c'est l'Esprit de Négation, que la Bible dans sa Genèse dépeint comme le Serpent d'Eden (voir Genèse 3 : 1-24) qui préside cette science-là. Satan le Diable ou Lucifer le Faux Porteur de lumière et porteur de la Fausse lumière, pour ne pas nommer cette entité. C'est le Démiurge, le vrai Démiurge, pas le Dieu de la Genèse, comme l'ésotérisme ou la gnose, qui est l'oeuvre de ce même démiurge, le fait croire, et de plus en plus maintenant. Il est grand temps de comprendre maintenant les grandes vérités du monde et de l'Univers cachées dans les simples symboles de la Genèse et dans toute la Bible, et dans l'épisode du péché originel.

« Yahvé » est le vrai Dieu, le créateur du monde, de l'Univers. Mais en fait, il est l'Univers TOTAL, la Réalité TOTALE, l'Etre TOTAL, l'Alpha et l'Oméga. C'est le Dieu dont il est question dans la Genèse jusqu'à l'Apocalypse, en passant par tout l'Ancien Testament (appelé le Tanakh en hébreu, et qui est la vraie révélation divine, à ne surtout plus confondre avec le Talmud et la Kabbale), par les évangiles et tout le Nouveau Testament. Mais c'est le vrai Dieu que de nos jours le Diable ou le Serpent d'Eden présente de plus en plus souvent comme le faux Dieu, le Démiurge. Inversion accusatoire totale, et dans ces années 2020 on entre plus que jamais dans une période d'inversions accusatoires, d'inversions de toutes les valeurs, le bien est présenté comme le mal et le mal comme le bien. Car c'est le Serpent d'Eden qui est le Démiurge, c'est lui qui a fait basculer le monde divin d'alors, appelé le Jardin d'Eden, dans une fausse réalité, celle de la Négation :

Et c'est toujours ce Serpent d'Eden incarné maintenant comme des humains (voir Apocalypse 12 : 7-12), notamment ceux qui dirigent ce monde en ces temps eschatologiques, apocalyptiques, de coronafolie, de religion du covidisme, qui est encore à la manœuvre dans toutes les inversions accusatoires, des valeurs, auxquelles nous assistons. Nous vivons tout simplement une époque de Nouvelle Genèse mais aussi de Nouvel Exode, etc.. Ce qui s'est déjà déroulé se déroule de nouveau sous nos yeux, parce qu'aussi l'heure de la re-création du monde a sonné (Apocalypse 21 : 1-7).

Si donc l'on doutait de ce qui s'est passé à l'époque dont parle la Genèse, si l'on a cru tous ceux qui enfoncent dans les crânes qu'il s'agit de mythes et de légendes, alors il suffit simplement de regarder ce qui se passe de nos jours, car le Serpent d'Eden, Satan le Diable ou Lucifer, en chair et en os et juste devant nos yeux, refait une nouvelle version de ce qu'il a fait pendant la Genèse, plus que jamais il veut gommer la réalité divine et entraîner le monde dans une nouvelle fausse réalité, son Nouvel Ordre Mondial, qui n'est que le paradis du Diable et des esclaves robotisés ou esclaves de son transhumanisme (l'oeuvre du Démiurge dans toute son apothéose !). Il bâtit tout cela avec le sang, la vie, les âmes de l'humanité divine privée de toutes ses libertés et génocidée. Mais de son côté, le vrai Dieu, celui de la Genèse, fait de nouveau une œuvre créatrice du nouveau monde divin, le monde d'Alternation.

On pourrait dire : Mais quel rapport avec la notion d'**Infini** ou de **Variable** ?

Infini, parce que l'**Infinité** est, avec l'**Unicité** par exemple aussi, l'un des attributs divins par excellence. Et **Variable** parce que **Dieu** est l'**Etre Variable** par excellence, en ce qu'il est **TOUT**, de l'**Alpha** à l'**Oméga**. Plus que donc de créer seulement le monde, **Dieu EST TOUT**. Ce sont les êtres et les mondes déconnectés de lui, ou justement déconnectés par la **Négation** et les **êtres de Négation** (c'est de cela que le péché originel parle, oui de la déconnexion du divin par le **Serpent d'Eden**), qui ne s'en aperçoivent pas. Ils ne savent pas que **Dieu**, qui est l'**Alpha** et l'**Oméga**, qui est donc **TOUT** et **toute chose et tout être**, est eux aussi, qu'ils ont une **nature divine perdue** qu'il faut retrouver, à commencer par redécouvrir la **science divine**, qui est en fait aussi LEUR **science perdue**, leur **paradigme perdu**, leur **paradis perdu** ! Les **êtres de Négation** font tout pour qu'ils ne le sachent pas. Et nous faisons tout pour qu'ils le sachent.

Mais revenons à notre **infini ω** ou **variable w**. C'est la **variable Dieu**, oui on peut le dire ainsi. Il ne s'agit donc plus de symboles de sciences abstraites, volontairement déconnectées de la **Réalité** qu'est l'**Univers TOTAL**.

Nous répétons ici ce que nous avons dit plus haut :

La logique que ces **esprits de Négation** ont imposée à l'ensemble des sciences de ce monde dira que cette **égalité** : **n = n+1** est toujours **fausse** à **100 %**. Or c'est tout simplement l'équation de définition de l'**infini oméga** ou **ω**, que nous verrons très souvent comme la **variable w** par la suite. A savoir donc : **ω = ω+1**, ou : **w = w+1**.

Elle signifie simplement qu'on a un **nombre**, ici **entier**, qui n'a pas qu'une seule valeur **fixe** ou **constante**, comme par exemple **5**, mais a **sa propre valeur w**, à savoir : **w=w**, comme **5 a sa propre valeur**, ce qu'on écrit par l'**identité** : **5 = 5**, à la différence aussi que **w** prend comme **valeur** toutes les **valeurs** avant, à commencer par **0**, autrement dit on a : **w=0**, **w=1**, **w=2**, **w=3**, etc., et : **w=w-3**, **w=w-2**, **w=w-1**, **w=w** (sa propre valeur donc), **w=w+1** (la valeur suivante, ce que veut donc dire son **équation caractéristique** dont nous parlons: **w = w+1**), **w=w+2**, **w=w+3**, etc., et : **w=2w**, …, **w=3w**, …, $w=w^2$, …, $w=w^3$, …, $w=w^w$, ….

Et de nouveau la question : Quel est donc ce très mystérieux objet mathématique qui semble défier à ce point toutes les lois de l'**identité**?

Et nous avons dit : cela s'appelle… une **variable** !

C'est le rôle grandeur nature que joue l'**infini ω** ou la **variable w**, qui est l'**alpha** et l'**oméga** en vrai. La propre valeur de l'**oméga** est l'**oméga** lui-même, et là on l'appelle aussi l'**infini**, et il prend pour valeur **0** ou **alpha**, mais aussi **1**, et **2**, et **3**, etc., qui sont donc les valeurs avant lui, puis lui-même, puis **lui-même plus 1**, puis **lui-même plus 2**, etc., puis son **double**, puis son **triple**, etc., puis son **carré**, puis son **cube**, et ainsi de suite. On a donc bel et bien un être qui est **inférieur à lui-même**, **égal à lui-même**, **supérieur à lui-même**. La logique de **Négation**, qui qualifie ce comportement de **paradoxe** (et c'est bien ce qui se passe en **théorie des ensembles** avec les paradoxes comme de celui de Russell ou de Burali-Forti, concernant le **dernier ordinal**, qui a la particularité d'être à la fois **égal à lui-même**, **plus grand que lui-même**, **plus petit que lui-même**, ce qui est interdit pour les **ordinaux** par cette logique), ne devait pas utiliser le concept de **variable**. Et pourtant c'est ce qu'elle fait, car sans les variables, les sciences seraient très pauvres ou très faibles. Car pas de formules, pas d'équations, et avec ça on ne va pas très loin !

Il existe donc bel et bien un objet dans l'**Univers** qui vérifie l'**égalité** : **n = n+1**, et qui du coup fait qu'une infinité d'objets vérifient cette propriété. Ce que nous appelons techniquement la **variable** ou la **variabilité**, est l'une des manières de définir le **mouvement**, le **dynamisme**, la **vie** ! Et tout cela est synonyme de **relation d'équivalence** ou de logique d'**Alternation**.

Et pourtant, même en raisonnant avec la vieille **identité**, il est possible de démontrer facilement que la valeur de vérité de cette **égalité** : **n = n+1** ne peut pas rester figée, on ne peut pas dire que l'**égalité** est **fausse** quel que soit **n**. Car même avec l'**identité** on a l'intuition de la notion de l'**infini**, et ce qui se passe quand un **nombre n** tend vers l'**infini**.

Pour cela, convenons de dire que l'**égalité** pour **n = 0**, c'est-à-dire : «**0 = 1**», la **valeur de vérité** de cette **égalité** est **0 %**, donc une **valeur de fausseté** de **100 %**. Et à partir de **n=1**, attribuons à cette **égalité** : **n = n+1**, une **valeur de fausseté** de **1/n**, que nous allons appeler aussi la **finitude de n**, et donc une **valeur de vérité** de : **1 – 1/n**, que nous allons appeler aussi l'**infinitude de n**.

Ainsi la **finitude** de **1** est **1/1**, donc **1** ou **100 %**, qui est aussi la **valeur de fausseté** de : **1 = 1+1** ou : **1=2**. Pour dire que l'**égalité** : **n = n+1** a une fausseté maximale de **100 %**, comme nous avons ici convenu aussi de considérer le cas de **0** (mais en réalité, le cas du **0** est le même que celui de l'**infini ω**, ce sont deux facettes du même nombre, mais on simplifie dans ce livre la **valuation de la finitude**, pour ne pas entrer dans des détails trop techniques, qui sont donnés dans le livre **Conception générative des entiers, structure réalie**).

Mais aussi, si nous définissons en parallèle la **finitude** avec la **valeur de vérité**, pour montrer que l'**égalité** : **n = n+1**, qui est une égalité caractéristique aussi bien de la notion de **variable** que celle de l'**infini**, est **100 % fausse** car ici la valeur **1** de **n** est **100 % finie**, on est encore très loin de l'**infini**.

Et maintenant, avec **n = 2**. L'**égalité** : **n = n+1**, est alors : **2=2+1**, ou : **2=3**. Elle est toujours **fausse**, si l'on raisonnait avec la logique du tout ou rien, la logique de **Négation** donc. Car avec **2** on a fait un pas en direction de l'**infini**, donc la **finitude** doit **diminuer**, et donc la **valeur de vérité** de cette **égalité** doit augmenter. La **finitude** est en effet de **1/2** maintenant, soit donc **50 %**, qui est aussi maintenant la **valeur de la fausseté** de cette **égalité**. Donc sa **valeur de vérité** est déjà de **50 %** aussi.

Et maintenant, pour accélérer, prenons **n = 10**. L'**égalité** : **n = n+1**, est alors : **10=10+1**, ou : **10=11**. Elle est toujours **fausse**, bien sûr, selon la logique classique. Mais la **finitude** est maintenant de **1/10**, soit donc **10 %**, qui est aussi maintenant la **valeur de la fausseté** de cette **égalité**. Donc sa **valeur de vérité** est déjà de **90 %** aussi. C'est comme si, devant acheter un objet à **10 euros**, on l'achète à **11 euros**, et que le vendeur nous disait que c'est pareil **10** et **11**, que **10 =11**. Bien sûr que ce n'est pas vrai, et bien sûr qu'il y a une **erreur** et une **fausseté**. Mais celle-ci peut se calculer avec précision, et c'est une **erreur** ou **fausseté** de **1** sur **10**, donc **1/10** ou **10 %**, qui est par définition la **finitude de 10**. Donc cette transaction est **exacte** à **90 %**, qui est l'**infinitude** de **10**.

Et maintenant, pour accélérer encore, prenons **n = 100**. L'**égalité** : **n = n+1**, est alors : **100=100+1**, ou : **100=101**. Oui, d'accord, elle est encore **fausse**, selon la logique classique. Mais franchement, peut-on dire que c'est la même fausseté que pour **10=11** ou pour **2=3** ou pour **1=2** ?

Bien sûr que non. Car avec : **1=2**, l'**erreur** ou **valeur de fausseté** est de **1** pour **1**, donc **100 %**, et donc l'**exactitude** ou **valeur de vérité** est de **0 %**. Et avec **2=3**, c'était déjà mieux, l'**erreur** ou **valeur de fausseté** est de **1** pour **2**, donc **50 %**, et donc l'**exactitude** ou **valeur de vérité** est de **50 %**. Et avec **10=11**, c'était encore mieux, l'**erreur** ou **valeur de fausseté** est de **1** pour **10**, donc **10 %**, et donc l'**exactitude** ou **valeur de vérité** est de **90 %**. Et maintenant, avec **100=101**, on ne peut franchement plus dire que l'**erreur** et la **fausseté** est la même que dans les cas précédents. Car elle n'est plus que de **1/100** ou **1 %**, qui se trouve aussi être la **finitude** de **100**. Et son infinitude est **99 %**, qui est aussi la **valeur de vérité** de l'**égalité** : **n = n+1**.

On comprend maintenant clairement ce qui se passe quand **n** tend vers l'**infini**, c'est-à-dire quand son **infinitude** augmente et donc sa **finitude** diminue. La différence de **1** entre les deux **nombres**

égalisés, **n** et **n+1**, compte de moins en moins, et c'est bien le rapport **1/n** qui évalue la **fausseté** due par cette différence. Se tromper de **1** sur **1000000** en disant : **1000000=1000001**, ce n'est pas du tout pareil que se tromper de **1** sur **2** en disant : **2 = 3** ! L'**égalité** : **1000000=1000001**, est fausse, certes, mais de **1/1000000**, soit **0.000001** ou **0.0001 %**, qui est la **finitude** de **1000000**. L'infinitude est alors de **99.9999 %**. Avec ce **n** valant **1000000**, la **finitude** a quand même beaucoup diminué, et compter de **1** à **1000000** commence déjà un peu à ressembler à compter jusqu'à l'**infini**, même si l'on en est loin.

Conclusion : la **valeur de vérité** de l'**égalité** : **n = n+1** ne reste pas la même, à savoir **0 %**, et ce quel que soit **n**. C'est ne pas tenir compte de l'**effet horizon** ou l'**effet infini**, qui est une manifestation ici de la **Loi d'Alternation et de l'Horizon Oméga**. A savoir donc que la **vérité alterne** quand on va vers un **horizon infini**. C'est ainsi que dans l'**Univers TOTAL** toute chose peut être vraie et son contraire aussi. Car on franchit des **horizons infinis**.

Autre exemple de manifestation de cette Loi :

En voyant un **point** comme un **segment** de **longueur 0**, s'il n'y avait pas cette **Loi** agissant en arrière-plan, on ne peut pas, en additionnant des objets tous de **longueur 0**, aboutir à un objet de **longueur 1** ou **non nul**. Car l'**addition** des **0** s'écrit :

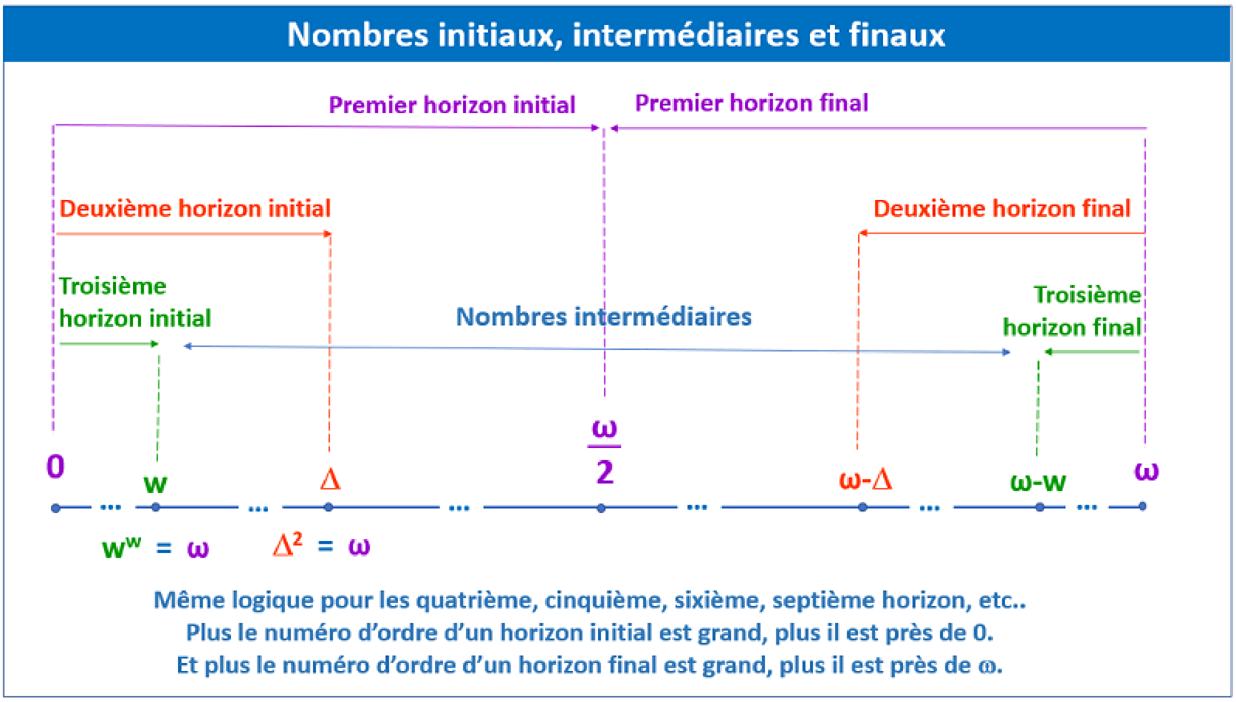
0
0+0
0+0+0
0+0+0+0
0+0+0+0+0
…
Et le **résultat** est à chaque fois **0**, donc **jamais 1**:

1×0 = 0
2×0 = 0
3×0 = 0
4×0 = 0
5×0 = 0
…

Toujours 0 donc, et « **jamais 1** ».
Mais ce « **jamais 1** » est le « **jamais de Négation** ».
Car pour l'**Alternation**, dire que « **la somme de zéros ne donne jamais un** », c'est dire : « **la somme de zéros donne un à l'infini** », c'est-à-dire après une certaine **infinité** de **sommations itérées** de ces **0**.

Cela revient à dire que l'idée très classique que **0 est l'élément absorbant pour la multiplication**, c'est-à-dire : **n×0 = 0**, est une vérité, certes, mais qui a ses limites.
Ce n'est vrai que si **0** n'a pas atteint l'**horizon infini** adéquat pour que **n×0** ou **0+0+0+0+...+0** commence à être différent de **0**.

Définition :
Les **nombres entiers n** tels que: **n×0 = 0** sont dits **initiaux**.
Les **nombres entiers n** tels que: **n×0 = 1** sont dits **finaux**.
Les **nombres entiers n** tels que: **n×0 = τ** compris entre **0** et **1**, par exemple **0.5**, sont dits **intermédiaires**.
Même si on y reviendra, nous avons donné ici rapidement des définitions fondamentales sur les **nombres entiers variables**, **infinis**, etc., pour mieux comprendre ces importantes notions de **nombres initiaux**, **intermédiaires** et **finaux**.



En effet, l'approche est sensiblement différente de celle dans les livres précédents, et ces approches se complètent.

Ici donc, les notions de **nombres initiaux**, **intermédiaires** et **finaux**, en relation avec les **entiers variables**. Et pour cela, nous avons besoin comme prérequis des classiques **ensembles N** des **entiers naturels**, **Z** des **entiers relatifs**, et **R** des **nombres réels**. Et nous avons besoin des **opérations** classiques d'**addition**, de **multiplication** et d'**exponentiation** dans ces **ensembles**. Nous en avons besoin pour définir d'une manière très simple une **extension W** de ces **ensembles**, dans laquelle de nouveaux éléments peuvent être qualifiés d'**infinis** entre autres, notion de **nombre infini** absente dans les ensembles classiques.

Nous nous plaçons dans le cadre de l'**ensemble** $\mathbf{R}^{\mathbf{N}}$ des **applications** de **N** dans **R**, c'est-à-dire des **suites** de **nombres réels**. Nous appelons un **nombre réel variable** une **suite de nombres réels**.

On appelle donc un **nombre variable** une **suite de nombres réels**, un élément de $\mathbf{R}^{\mathbf{N}}$ donc. Et si c'est une **suite d'entiers relatifs**, on parle d'**entiers variables**. Ce sont donc les éléments de $\mathbf{Z}^{\mathbf{N}}$.

Pour un **entier relatif c**, **[c]** désigne la **suite d'entiers relatifs constante de valeur c**. Donc l'**entier variable [c]**, tel que : $[c]_n = c$, pour tout **entier naturel n**.

L'**application φ** qui à la **suite constante [c]** associe **φ([c]) = c**, établit un isomorphisme entre l'**ensemble Z'** des **suites constantes d'entiers relatifs** et l'**ensemble Z** des **entiers relatifs**. Cela veut dire que tout ce qu'on fait dans **Z** (**opérations**, **relations d'égalité, d'ordre** <, etc.), on le fait de la même manière dans **Z'**, et vice-versa. Cela permet d'assimiler **Z'** et **Z**, et de considérer les **éléments** de **Z** comme des **entiers variables** spéciaux, notamment les **entiers constants**. Autrement dit, on a : $\mathbf{Z} \subset \mathbf{Z}^{\mathbf{N}}$.

On assimile donc **[c]** à **c**, autrement dit on pose : **[c] = c**.
Et **[0]**, qui est assimilé à **0**, est appelé aussi le **0 absolu** et noté 0_ω.
Et ce pour ne pas le confondre avec une nouvelle notion de **0** qu'on verra bientôt.

Pour 0_ω, on pose la **division omégacyclique** : $1/0_\omega = 0_\omega$.
Et on pose aussi : $0_\omega \wedge 0_\omega = 1$.

On définit sur les **nombres variables** les **opérations** classiques sur les **suites**, appelées **opérations naturelles**.

Pour toute application **F** définie sur les **entiers relatifs**, elle est définie sur les **entiers variables** de la manière suivante : $(F(x))_n = F(x_n)$.

Pour faire donc l'**opération unaire F** sur **x**, on la fait sur les termes généraux x_n de **x**.
Par exemple, pour un **entier relatif a** : $(x^a)_n = (x_n)^a$.

En particulier, si **a = -1**, et si pour un **entier naturel n** on a : $x_n = 0$, c'est-à-dire : $x_n = 0_\omega$, alors : $(x_n)^a = (0_\omega)^{-1} = 1/0_\omega = 0_\omega$.

Autrement dit, en logique **omégacyclique**, les termes de **x** qui sont **nuls** sont inchangés par l'**opération** x^{-1} ou **1/x**.

Et pour toute **opération H** définie sur les **entiers relatifs**, elle est définie sur les **entiers variables** de la manière suivante : $(x \, H \, y)_n = x_n \, H \, y_n$.
En particulier, l'**addition** « + », la **multiplication** « × », l'**exponentiation** «^ », etc., sont définies sur les **entiers variables**.

Pour faire donc l'**opération binaire H** sur **x** et **y**, on la fait sur leurs termes généraux x_n et y_n.

Donc, pour les quatre **opérations** fondamentales de l'arithmétique:
$(x + y)_n = x_n + y_n$.
$(x - y)_n = x_n - y_n$.
$(x \times y)_n = x_n \times y_n$.
$(x / y)_n = x_n / y_n$.

Et aussi :
$(\mathbf{x} \wedge \mathbf{y})_n = \mathbf{x}_n \wedge \mathbf{y}_n$.

Et si les $\mathbf{x}_n$ sont des **entiers naturels**, alors :
$(\sqrt{\mathbf{x}})_n = \sqrt{(\mathbf{x}_n)}$.

Pour un **entier variable x** de **terme général** $\mathbf{x}_n$ et pour une certaine **propriété P**, on dit que **x vérifie toujours P** si tous les $\mathbf{x}_n$ vérifient **P**. On dit que **x vérifie finalement P** si les $\mathbf{x}_n$ vérifient **P** à partir d'un certain rang **k**. Et on dit que **x** ne **vérifie jamais P** si aucun des $\mathbf{x}_n$ ne vérifie **P**.

On appelle un **entier infini anitif** ou **« positif »** un **entier variable finalement croissant**, c'est-à-dire à partir d'un certain rang **k**. Autrement dit, il existe un **entier naturel k** tel que : pour tout **entier naturel** $\mathbf{n} \geq \mathbf{k}$, $\mathbf{x}_n < \mathbf{x}_{n+1}$. Plus généralement, un **entier infini anitif** ou **« positif » x** est un **entier finalement strictement supérieur** à tout **entier constant**. Autrement dit, pour tout **entier constant c**, il existe un **entier naturel k** tel que pour tout **entier naturel** $\mathbf{n} \geq \mathbf{k}$,
$\mathbf{x}_n > \mathbf{c}$. Nous accordons une importance particulière aux **entiers variables finalement strictement croissants**. Car, en **croissant**, ils finissent par être **strictement supérieurs** à tout **entier constant**.

Et on appelle un **entier infini antitif** ou **« négatif »** un **entier variable finalement strictement décroissant**, c'est-à-dire à partir d'un certain rang **k**. Autrement dit, il existe un **entier naturel k** tel que : pour tout **entier naturel** $\mathbf{n} \geq \mathbf{k}$, $\mathbf{x}_n > \mathbf{x}_{n+1}$. Plus généralement, un **entier infini antitif** ou **« négatifs » x** est un **entier finalement strictement inférieur** à tout **entier constant**.

Sans autre précision, les termes « **entier infini** » désigne un **entier infini anitif** ou **« positif »**.

Étant donnés deux **entiers variables x** et **y**, on dit que **x** est **finalement égal** (resp. **finalement strictement inférieur**; **finalement strictement supérieur**) à **y**, et on note « $\mathbf{x} = \mathbf{y}$ » (resp. «$\mathbf{x} < \mathbf{y}$»; «$\mathbf{x} > \mathbf{y}$»), s'il existe un **entier naturel k** tel que : pour tout **entier naturel** $\mathbf{n} \geq \mathbf{k}$, on a : $\mathbf{x}_n = \mathbf{y}_n$ (resp. «$\mathbf{x}_n < \mathbf{y}_n$»; «$\mathbf{x}_n > \mathbf{y}_n$»). La **relation** : « $\mathbf{x} \leq \mathbf{y}$ » est la **relation** « **x < y ou x = y**». Et la **relation** :
« $\mathbf{x} \geq \mathbf{y}$ » est la **relation** « **x > y ou x = y**».

Dans tous ces cas, on parle de **relation d'ordre finale**, ou de l'**ordre final**, à la différence de l'**ordre stépal** ou **ordre par étape**, qui consiste à comparer tous les **nombres entiers variables** à l'**étape n**, en disant par exemple $\mathbf{x}_n > \mathbf{y}_n$, ou $\mathbf{y}_n = \mathbf{z}_n$; et à la différence aussi de l'**ordre général**, qui consiste comparer tous les **nombres entiers variables** toutes **étape** confondues, disant par exemple $\mathbf{x}_1 > \mathbf{x}_3$, ou $\mathbf{x}_n < \mathbf{y}_{n-1}$, ou $\mathbf{y}_2 = \mathbf{z}_7$, etc..

Remarque :
Comme les **nombres constants**, les **nombres entiers variables** sont toujours **comparables** selon l'**ordre stépal** ou **général**, qui sont des **ordres totaux**. Mais ils ne sont pas toujours **comparables** selon l'**ordre final**, car pour deux **entiers variables x** et **y**, on peut avoir **ni x < y**, **ni x >y**, **ni x = y**. On dit alors que **x** et **y** sont **acomparables**. L'**ordre final** n'est pas **total**.

Par exemple : $\mathbf{x} = (4, 5, 4, 5, 4, 5, 4, \ldots)$ et $\mathbf{y} = (5, 4, 5, 4, 5, 4, 5, \ldots)$ sont **acomparables**, en parlant donc de l'**ordre final**, mais **comparables** selon l'**ordre stépal** ou **général**.

Nous avons vu plus haut la définition **ensembliste** des **nombres entiers oméganaturels** ou **nombres ordinuméraux**. Voici une autre définition, celle dite **fonctionnelle** ou **applicationnelle**, les deux étant équivalentes.

Soit **N** le classique **ensemble des nombres entiers naturels**, peu importent les objets nommés ainsi, qui peuvent donc être la notion **ensembliste** des **nombres entiers naturels**. On le note $\mathbf{N_0}$ et on l'appelle l'**ensemble des nombres entiers naturels d'ordre 0**.

Et éventuellement, ce que nous appelons « **N** » ici peut être n'importe lequel des **ensembles** $\mathbf{N_\alpha}$ définis plus haut, ou même l'**ensemble** $\mathbf{N_\omega}$ des **ordinaux ensemblistes** définis plus haut.
Étant donné que tout **ensemble** $\mathbf{N_\alpha}$ n'est qu'une version différente du seul et même **ensemble N** des **nombres entiers naturels**, les définitions et les propriétés des **nombres entiers variables** données pour l'**ensemble N** sont valables pour n'importe quel **ensemble** $\mathbf{N_\alpha}$. Dans tous les cas on l'appelle $\mathbf{N_0}$ ou $\boldsymbol{\omega_0}$, en un nouveau sens, ce qui signifie simplement qu'on le prend comme point de départ d'un nouveau processus de construction d'**ordinaux** ou **nombres entiers oméganaturels**, le processus **fonctionnel** cette fois-ci.

On appelle un **nombre entier variable d'horizon** $\mathbf{N^N}$ ou **N^N** une **application** de **N** dans **N**. L'**ensemble** de ces **nombres entiers variables** est donc $\mathbf{N^N}$. D'un point de vue **fonctionnel** ou **applicationnel**, on appelle un **nombre entier oméganaturel** d'**ordre 1**, un **nombre entier positif constant**, un **élément** de **N** donc, ou un **nombre entier positif infini**, c'est-à-dire un **entier variable finalement strictement supérieur à tout nombre entier positif constant**. L'ensemble des **nombres entiers oméganaturels** est noté $\mathbf{N_1}$.

C'est donc le nouvel **ensemble** $\mathbf{N_1}$ au sens **fonctionnel**. En lui faisant jouer le rôle de **N**, c'est-à-dire en considérant cette fois-ci l'**ensemble** $\mathbf{N_1}$ **^** $\mathbf{N_1}$ des **applications** de $\mathbf{N_1}$ dans $\mathbf{N_1}$, et en lui appliquant les définitions précédentes, sous réserve bien sûr que $\mathbf{N_1}$ vérifie les propriétés fondamentales de $\mathbf{N_0}$ ou **N**, ce qui est le cas avec la notion de **nombre entier variable** ou « **élastique** » ou **dynamique**. Et de la même façon donc, on définit $\mathbf{N_2}$, puis $\mathbf{N_3}$, puis $\mathbf{N_\alpha}$, où $\boldsymbol{\alpha}$ est un **nombre entier oméganaturel** au sens **fonctionnel**. Et donc une fois encore, l'**ensemble terminus** est noté $\boldsymbol{\Omega}$ ou $\mathbf{N_\omega}$.

Ici aussi on a la définition plus directe d'un **nombre entier oméganaturel**, sous l'angle de la notion généralisée de **système de numération**.

Par définition récursive, on appelle un **nombre entier oméganaturel x** un nombre de la forme :
$\mathbf{x \ = \ c_n v^n + c_{n-1} v^{n-1} + c_{n-2} v^{n-2} + \ldots + c_1 v + c_0,}$
où **v** est l'**application varid** de **N** (ou plus généralement de $\mathbf{N_\alpha}$) le **nombre entier infini** tel que: $\mathbf{v_i = i}$, pour tout $\mathbf{i} \in \mathbf{N}$ (ou $\mathbf{i} \in \mathbf{N_\alpha}$), et où les $\mathbf{c_j}$, appelés les **chiffres** de la **numération** en base **v**, appartiennent à à l'ensemble des **v nombres entiers**: **{0, 1, 2, 3, 4, …, v-4, v-3, v-2, v-1}** ou $\mathbf{\{0, 1, 2, 3, 4, \ldots, \bar{4}, \bar{3}, \bar{2}, \bar{1}\}}$, et où **n** est un **nombre entiers oméganaturel**. Autrement dit, les **nombres entiers oméganaturels** sont tous les **nombres entiers** écrits dans le **système de numération** en **base v**, qui est un **nombre oméganaturel infini**.

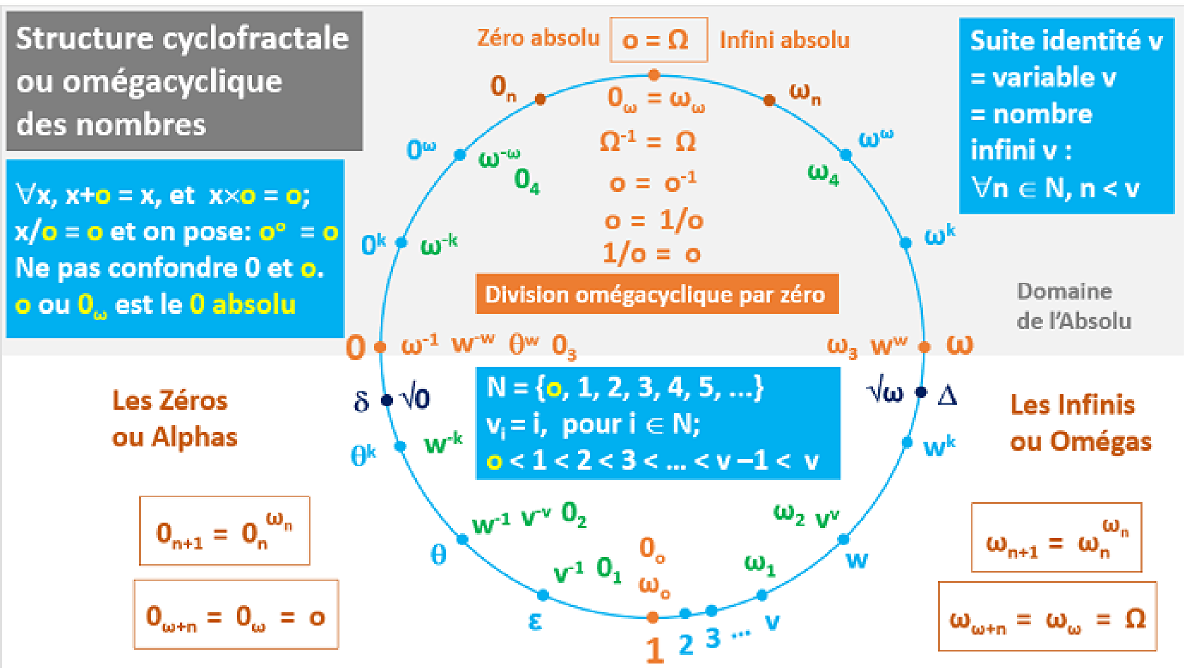
La définition est **récursive** parce qu'on a besoin de la notion de la notion de **nombre entier oméganaturel** pour la définir.

Les **nombres entiers naturels** classiques, les éléments de **N** donc: **0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …**, sont des **nombres entiers oméganaturels**, dits **finis**. Tout autre **nombre entier oméganaturel** est dit **infini**.

x étant un **oméganaturel infini**, les **oméganaturels** de la forme **x + k**, où **k** est un **entier relatif**, sont dits de l'**ordre simple** de **x**.

Le **nombre entier naturel variable** : **v = (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …)**, c'est-à-dire tel que: $v_i = i$, pour tout **entier naturel i**, un élément de **N** donc, est un **nombre entier positif infini**. On le note aussi: $\omega_0 = v = (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \ldots)$. Il équivaut à **N**, et il est le **nombre entier oméganaturel infini** de référence. On pose : $\omega_1 = w = v^v = (0^0, 1^1, 2^2, 3^3, 4^4, 5^5, 6^6, 7^7, \ldots)$, avec: $0^0 = 0$.
Et: $\omega_2 = w^w = v^v \wedge v^v = (0^0 \wedge 0^0, 1^1 \wedge 1^1, 2^2 \wedge 2^2, 3^3 \wedge 3^3, 4^4 \wedge 4^4, 5^5 \wedge 5^5, 6^6 \wedge 6^6, 7^7 \wedge 7^7, \ldots)$, qu'on notera simplement souvent **ω**. Et de manière générale: $\omega_{n+1} = \omega_n \wedge \omega_n = \omega_n^{\omega_n}$, pour tout **entier naturel n**, mais cela peut se généraliser au cas où **n** est **oméganaturel**.

L'**entier oméganaturel v** est l'**entier variable** de référence, qui sert à définir d'autres **entiers variables** ou **nombres variables**. Comme illustré sur l'image ci-dessus, c'est la **variable v** qui joue le rôle de ω_o, le terme **initial** d'une **suite de suites** de terme général $\omega_{n,i}$, telle que : $\omega_{o,i} = i$, pour tout **entier naturel i** (pour tout élément **i** du classique ensemble **N** des **entiers naturels** donc).



Et on a: $\omega_{1,i} = \omega_{o,i} \wedge \omega_{o,i} = i \wedge i$, pour tout **entier naturel i**.

Et pour tout **ordinal n**, le terme ω_n étant supposé défini, $\omega_{n+1,i} = \omega_{n,i} \wedge \omega_{n,i}$, et cette fois-ci on parle d'un **ordinal n** en général, pas seulement d'un **entier naturel n**. Le **nombre** $\omega_{n,i}$ est un **entier naturel**. Par contre ω_n est une **suite d'entiers** de **nombres entiers naturels**, un **entier variable**, en l'occurrence un **entier infini**, un **ordinal infini** donc.

Et, pour un **ordinal n**, la **variable** ω_n est également notée N_n, et est appelée l'**ensemble des entiers naturels** à l'**ordre n**.

On a donc : $\omega_{n+1} = \omega_n \wedge \omega_n$,
c'est-à-dire, pour tout **entier naturel i** : $\omega_{n+1,\, i} = (\omega_{n+1})_i = (\omega_n \wedge \omega_n)_i = (\omega_n)_i \wedge (\omega_n)_i = \omega_{n,\, i} \wedge \omega_{n,\, i}$.

Et ω est la **suite** de terme général : $\omega_i = w_i \wedge w_i$, ou **carré de tétration de** w_i.
On a donc : $\omega = w \wedge w$. Et sur le schéma, on a à son tour : $w = v \wedge v$.
Autrement dit : $w_i = v_i \wedge v_i = i \wedge i$, pour tout **entier naturel i**.
Et dans ce cas alors : $\omega_o = v$, et : $\omega_1 = w$, et : $\omega_2 = \omega$, et : $\omega_3 = \omega \wedge \omega$, etc..

Et θ est la **suite** de terme général : $\theta_i = 1 / w_i$. Donc : $\theta = 1 / w$, et : $\theta \times w = 1$.
Et **0** est la **suite** de terme général : $0_i = 1 / \omega_i$. Donc : $0 = 1 / \omega$, et : $0 \times \omega = 1$.
Et Δ est la **suite** de terme général : $\Delta_i = \sqrt{\omega_i} = w_i \wedge (w_i/2)$. Donc : $\Delta = \sqrt{\omega}$, ou : $\Delta^2 = \omega$.
Et δ est la **suite** de terme général : $\delta_i = 1 / \Delta_i$. Donc : $\delta = 1 / \Delta$, et : $\delta \times \Delta = 1$. Et on a : $\delta^2 = 0$.

Ce **nombre** δ est appelé l'**infinitésimal** δ, mais aussi le **différenciateur** δ, ou encore le **dérivateur** δ, à cause de sa très intéressante propriété d'être la **racine carré** de **0**. Il est infiniment plus petit que θ, qui déjà est un **infinitésimal**, c'est-à-dire un **zéro**. Lui vérifie : $\theta^w = 0$, ce qui veut dire qu'il faut l'élever à la **puissance infini w**, avant que cela donne **0**. Mais δ, lui, la **puissance 2** suffit pour que cela donne **0**.

On pose: **l = ln(v)**, où donc (comme déjà vu) **ln** est le **logarithme népérien**; et: $l_{10} = \log(v)$, et où **log** est le **logarithme de base 10**;
$\lambda = \ln(w)$; et: $\lambda_{10} = \log(w)$;
$\Lambda = \ln(\omega)$; et: $\Lambda_{10} = \log(\Lambda)$.

$\Lambda_0 = \Lambda_{-1}\, e^{\Lambda_{-1}}$	$\Lambda_1 = \Lambda_0\, e^{\Lambda_0}$	$\Lambda_{n+1} = \Lambda_n\, e^{\Lambda_n}$
$\omega_0 = e^{\Lambda_0}$ $\quad 0_0 = e^{-\Lambda_0}$	$\omega_1 = e^{\Lambda_1}$ $\quad 0_1 = e^{-\Lambda_1}$	$\omega_{n+1} = e^{\Lambda_{n+1}}$ $\quad 0_{n+1} = e^{-\Lambda_{n+1}}$
$\Delta_0 = e^{\Lambda_0/2}$ $\quad \delta_0 = e^{-\Lambda_0/2}$	$\Delta_1 = e^{\Lambda_1/2}$ $\quad \delta_1 = e^{-\Lambda_1/2}$	$\Delta_{n+1} = e^{\Lambda_{n+1}/2}$ $\quad \delta_{n+1} = e^{-\Lambda_{n+1}/2}$
$\alpha_0 = \omega_{-1}^{\Lambda_{-1}} = e^{\Lambda_{-1}^2}$	$\alpha_1 = \omega_0^{\Lambda_0} = e^{\Lambda_0^2}$	$\alpha_{n+1} = \omega_n^{\Lambda_n} = e^{\Lambda_n^2}$

$$\lambda = \Lambda_{\omega-1}, \quad \Lambda = \Lambda_\omega, \quad w = \omega_{\omega-1}, \quad \omega = \omega_\omega, \quad \theta = 0_{\omega-1}, \quad 0 = 0_\omega$$
$$D = \Delta_{\omega-1}, \quad d = \delta_{\omega-1}, \quad \Delta = \Delta_\omega, \quad \delta = \delta_\omega, \quad \alpha = \alpha_\omega$$
$$w = e^\lambda, \quad \theta = e^{-\lambda}, \quad D = e^{\lambda/2}, \quad d = e^{-\lambda/2}, \quad \Lambda = \lambda\, e^\lambda,$$
$$\omega = e^\Lambda = w^w, \quad 0 = e^{-\Lambda}, \quad \Delta = e^{\Lambda/2}, \quad \delta = e^{-\Lambda/2}, \quad \alpha = w^\lambda = (e^\lambda)^\lambda = e^{\lambda^2}.$$

On a :
$v^\varepsilon = v^{1/v} = e^{\ln(v)/v} = e^{l\varepsilon} = 1 + l\varepsilon + (l\varepsilon)^2/2 + (l\varepsilon)^3/3! + (l\varepsilon)^4/4! + \ldots$
$w^\theta = w^{1/w} = e^{\ln(w)/w} = e^{\lambda\theta} = 1 + \lambda\theta + (\lambda\theta)^2/2 + (\lambda\theta)^3/3! + (\lambda\theta)^4/4! + \ldots$
$\omega^0 = \omega^{1/\omega} = e^{\ln(\omega)/\omega} = e^{\Lambda 0} = 1 + \Lambda 0 + (\Lambda 0)^2/2 + (\Lambda 0)^3/3! + (\Lambda 0)^4/4! + \ldots$.

En effet, les quantités **lε**, **$\lambda\theta$** et **$\Lambda 0$** sont des **zéros**, car **ln(x)/x tend vers zéro quand x tend vers l'infini**, comme on dit classiquement.
Donc si **x** est une quantité **infinie**, **ln(x)/x** est simplement un **zéro**, de l'ordre précisément de **1/x**.
Donc: **lε = l/v = ln(v)/v**, est un **zéro** de l'ordre de grandeur de **ε = 1/v**.
De même: **$\lambda\theta = \lambda$/w = ln(w)/w** est un **zéro** de l'ordre de grandeur de **θ = 1/w**.
Et: **$\Lambda 0 = \Lambda/\omega$ = ln(ω)/ω** est un **zéro** de l'ordre de grandeur de **0 = 1/ω**.

Donc on peut limiter le développement précédent à l'**ordre 1**, ce qui donne:
v^{ε} = 1 + lε = 1 + ln(v)/v ;
w^{θ} = 1 + $\lambda\theta$ = 1 + ln(w)/w ;
ω^{0} = 1 + $\Lambda 0$ = 1 + ln(ω)/ω .

Dans notre étude des **nombres entiers variables**, nous avons fait un détour nécessaire par des **nombres réels variables**, et précisément des **réalis variables**. On appelle un **réali** tout **nombre variable positif**, c'est-à-dire tout **nombre variable supérieur ou égal à 0_ω**.

La logique est ici de dire que tout **réali x** de l'**ordre de grandeur** de **θ** ou **strictement inférieur** à **θ**, est appelé un **zéro**. Et par être de l'**ordre de grandeur** de **θ** on entend que **x = a×θ**, où **a** est un **réel** non nul, au sens classique de la notion de **nombre réel**, un élément de **R^*** donc. Et si x est de l'**ordre de grandeur** de **0** (le **0** défini ci-dessus) ou **strictement inférieur** à **0**, alors on dit qu'il est UN **0 absolu**, à ne pas confondre avec **0_ω** qui est LE **0 absolu**.

Et **x** est un **infini** s'il est de l'**ordre de grandeur** de **w** ou **strictement supérieur** à **w**. Ce qui signifie que **x = a**×w, où **a** est un **réel classique** non nul. Et si **x** est de l'**ordre de grandeur** de **ω** (le **ω** défini ci-dessus) ou **strictement supérieur** à **ω**, alors on dit qu'il est UN **ω absolu**.

L'idée est de considérer comme **équivalents** tous les **0 absolus**, autrement dit de considérer que tout **réali** en dessous de **0** est le **0 absolu**. De même, tous les **ω absolus** sont **équivalents**, autrement dit tout **réali** au-dessus de **ω** est le **ω absolu**. Dans le présent livre, je ne parle apparemment pas de l'infini **ω absolu**, **ω_ω**, qui est l'**inverse** du **0 absolu**, **0_ω**, c'est-à-dire tel que : **$0_\omega \times \omega_\omega$ = 1**. En fait, il est présent, sauf qu'on est en logique **omégacyclique** ou **cycle oméga**, où l'on a : **$0_\omega = \omega_\omega$**. Autrement dit, **0_ω** et **ω_ω** se confondent en **0_ω**. C'est pourquoi je ne parle apparemment que de **0_ω**.

Les **réalis** du **0 absolu** jusqu'à ceux de l'**ordre de grandeur** de **w** sont dit **strictement initiaux**. Et ceux jusqu'aux **ordres de grandeurs** de **Δ** sont **initiaux** au sens large. Ce sont les **nombres x** que l'on va considérer comme **neutralisables multiplicativement** par **0** et tous les **0 absolus** de manière générale. Autrement dit, on a : **0×x = 0**. C'est ce que l'on dit habituellement que **0 absorbe x par la multiplication**. Avec le **0 absolu**, **0_ω**, on a toujours : **0_ω × x = 0_ω**, quel que soit le **nombre x**. Mais l'intéressant ici est d'analyser l'**absorption multiplicative** par le **0** qui commence juste à **être absolu**. A ces **ordres de grandeurs**, il se passe tout un tas de phénomènes très importants à étudier pour affiner sa compréhension de la logique des **nombres**.

Par exemple, avec le **0** simple, et face à **w**, on a : **0×w = w^{-w}× w**. Car : **0 = 1/ω = 1 / w^{w} = w^{-w}**. Donc : **0×w = w^{-w+1} = 1 / w^{w-1}**. Le nombre **w^{w-1}**, bien qu'inférieur à **w^{w}**, reste encore très grand, car l'exposant **infini** de l'**infini w**, à savoir **w-1**, n'est diminué que de **1**. Autrement dit, les **nombres w** et **w-1** restent du même **ordre de grandeur infini**. Donc **1 / w^{w-1}** est du même ordre que **1 / w^{w}**, c'est-à-dire **0**. Donc : $\mathbf{0{\times}w = 0}$. Donc **w**, même **infin**i, le **0** simple l'**absorbe**. Il est donc encore initial avec ce **0**.

A plus forte raison il est initial pour le **0 absolu**, pour qui tout bonnement tous les **nombres** sont **initiaux**. Même le grand **Δ**, la **racine carrée** du grand **ω**.

On a : $\mathbf{0_{\omega} \times \Delta = 0_{\omega}}$, il engloutit donc **Δ**, sans autre forme de procès. Il avale même le grand **ω**, c'est dire : $\mathbf{0_{\omega} \times \omega = 0_{\omega}}$. Là on n'a pas l'occasion de voir quoi que ce soit, sinon de voir tous les **nombres** disparaître dans le **0 absolu**. Et maintenant voyons ce qui se passe entre le **0** simple et **Δ**. On a donc à calculer: $\mathbf{0 \times \Delta}$.

Mais on a dit plus haut: $\mathbf{\delta^2 = 0}$. Donc : $\mathbf{0 \times \Delta = \delta^2 \times \Delta = \delta \times \delta \times \Delta}$. Et : $\mathbf{\delta{\times}\Delta = 1}$.
Donc finalement : $\mathbf{0 \times \Delta = \delta}$.
Et là le **0** simple a du mal à digérer complètement le grand **Δ**. Il en reste un bout, qui est le minuscule **δ**, certes, qui ne fait que **1/Δ**, certes, mais qui n'est pas **0**. Et justement, **δ** est **Δ** fois plus grand que **0**. En effet, on a : $\mathbf{\delta/0 = \delta{\times}\omega = \delta{\times}\Delta^2 = \delta{\times}\Delta{\times}\Delta = \Delta}$.

Donc le **0** simple absorbe facilement **w**, mais avec **Δ** on arrive à la limite du **pouvoir absorbant multiplicatif** de **0**. La très classique loi : $\mathbf{0{\times}x = 0}$. Elle a donc ses limites, et elle s'arrête au niveau de **Δ**. Cela signifie que si l'on voit un **segment de longueur 1** comme fait de points de taille **0**, quand on cumule **w points**, la longueur de ces points reste encore de l'ordre de **0**. Mais quand on cumule **Δ points**, on commence à avoir une petite longueur, qui est **δ**.

Et $\mathbf{0 \times \omega = 1}$ signifie qu'il faut cumuler un **nombre** de points de l'ordre de grandeur de **ω**, pour avoir un **segment de longueur 1**. Et le fait que **w** soit **initial** signifie qu'**ajouter** ou **retrancher** de **ω** un **nombre initial**, donne un **nombre équivalent** à **ω** pour ce qui est de le **multiplier par 0**:
$\mathbf{0 \times \omega = 1}$,
$\mathbf{0 \times (\omega\text{-}w) = 0 \times \omega - 0 \times w = 1 - 0 = 1}$,

$\mathbf{0 \times (\omega+w) = 0 \times \omega + 0 \times w = 1 + 0 = 1}$.
Autrement dit, **ω**, **ω-w** et **ω+w** sont des **nombres finaux**.
Ici aussi, avec **ω-Δ**, on arrive à la limite de l'**horizon final** :
$\mathbf{0 \times (\omega\text{-}\Delta) = 0 \times \omega - 0{\times}\Delta = 1 - \delta}$.
Par définition donc, les **nombres intermédiaires** sont ceux qui vont de **Δ** à **ω-Δ**. Avec eux donc, on a : $\mathbf{0{\times}x = \tau}$, avec **τ strictement compris** entre **0** et **1**. Ce sont de très loin les plus nombreux.

Définition :
Soit une **relation d'équivalence** « **≡** » définie sur les **nombres omégaréels**. On dit que cette **relation d'équivalence** est **substitutive**, si les propriétés suivantes sont vérifiées :

→ On peut **additionner** un **réali** à une **équivalence** de **réalis** :

$\mathbf{x \equiv y \Rightarrow x + r \equiv y + r}$, où **x**, **y** et **r** sont des **réalis**.

→ On peut **multiplier** et **diviser** une **équivalence** d'**omégaréels** par un **nombre omégaréel z**:

x ≡ y ⇒ z × x ≡ z × y, et : **x ≡ y ⇒ x/z ≡ y/z**, où **x** et **y** sont des **nombres omégaréels**.
Etant entendu que pour tout **nombre omégaréel x**, **o × x = o** et : **x/o = o**.

→ On peut **diviser** un **nombre omégaréel z** par une **équivalence** d'**omégaréels**:

x ≡ y ⇒ z/x ≡ z/y.

→ On peut **élever** une **équivalence** d'**omégaréels** à un **exposant** qui est un **réali r**:

x ≡ y ⇒ $\mathbf{x^r \equiv y^r}$, et : **x ≡ y ⇒** $\mathbf{x^{1/r} \equiv y^{1/r}}$.

→ On peut **élever** un **nombre omégaréel z** à une **puissance** qui est une **équivalence** d'**omégaréels**:

x ≡ y ⇒ $\mathbf{z^x \equiv z^y}$.
Etant entendu que pour tout **nombre omégaréel x**, $\mathbf{o^x = o}$.

Complétons cette étude par une définition plus fine de la notion de **zéro absolu** et d'**infini absolu**. Dans les définitions qui vont suivre, et qui portent sur les **réalis**, on considère une **relation d'équivalence** ou d'**égalité**, « **≡** », **substitutive** pour les **opérations** clefs, qui est une **sur-égalité** de l'**égalité** courante « = », et qui peut éventuellement remplacer celle-ci. Autrement dit, on a : **x = y ⇒ x ≡ y**, pour tous **réalis x** et **y**. Toutes les fois donc que l'**égalité** courante « = » est vraie, l'**égalité** « **≡**» est vraie aussi. l'**égalité** « **≡**» est vraie pour des **réalis** sans l'être pour « = ». Autrement dit, la **relation** « = » est une **identité** par rapport à « **≡**» car plus **stricte** que « **≡**», tandis que celle-ci est une **équivalence** par rapport à « =», car moins **stricte** que «=». Autrement dit encore, la **relation** « = » est plus **identitaire** que « **≡**», qui est plus **équivalencielle** que « = », en parlant de la **relation** d'**équivalence universelle** ou **relation** de **XERY** (ou **relation totale** ou **complète** ou **graphe complet** dans un **ensemble E** donné).

Les **relations d'ordre** « <», « > », « ≤ » et « ≥ » sont définies par rapport à la **relation d'égalité** « **≡**».

Dans les définitions qui vont suivre, **v** ne désigne pas forcément l'**application varid v**, ou le **nombre entier oméganaturel v**, mais celui-ci est un exemple des **réalis** concernés par le propos.

Définition :
Soit un **réali v**. On dit que **v** est un **infini**, ou un **infiniment grand**, si pour tout **entier naturel n**, on a : **v > n**.
Soit un **réali ε**. On dit que **ε** est un **zéro**, ou un **infiniment petit**, si pour tout **entier naturel non nul n**, on a : **ε < 1/n**. Autrement dit, **ε** est un **zéro** s'il est l'**inverse** d'un **infini**, et vice-versa.

Ainsi donc, si **v** est un **infini**, alors **ε = 1/v** est son **zéro** associé,
et si **ε** est un **zéro**, alors **v = 1/ε** est son **infini** associé.

Etant donné un **zéro ε**, on dit qu'il est **onitif** ou de **premier horizon d'absoluité** s'il vérifie : **1 + ε ≡ 1**.
On dit qu'il est **auto-additif** ou de **deuxième horizon d'absoluité**

s'il vérifie : $\boldsymbol{\varepsilon} + \boldsymbol{\varepsilon} \equiv \boldsymbol{\varepsilon}$.
On dit qu'il est **auto-multiplicatif** ou de **troisième horizon d'absoluité**
s'il vérifie : $\boldsymbol{\varepsilon} \times \boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^2 \equiv \boldsymbol{\varepsilon}$.
On dit qu'il est **oni-exponentiatif** ou de **quatrième horizon d'absoluité**
s'il vérifie: $\boldsymbol{\varepsilon}^{1/\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^{v} \equiv \boldsymbol{\varepsilon}$, où donc **v** est l'**infini** associé à **ε**.

Etant donné un **infini v**, on dit qu'il est **énitif** ou de **premier horizon d'absoluité**
s'il vérifie : $\mathbf{v} + \mathbf{1} \equiv \mathbf{v}$.
On dit qu'il est **auto-additif** ou de **deuxième horizon d'absoluité**
s'il vérifie : $\mathbf{v} + \mathbf{v} \equiv \mathbf{v}$.
On dit qu'il est **auto-multiplicatif** ou de **troisième horizon d'absoluité**
s'il vérifie : $\mathbf{v} \times \mathbf{v} = \mathbf{v}^2 \equiv \mathbf{v}$.
On dit qu'il est **auto-exponentiatif** ou **éni-exponentiatif** ou de **quatrième horizon d'absoluité**
s'il vérifie: $\mathbf{v}^{\mathbf{v}} \equiv \mathbf{v}$.

L'**onitivité** : $\mathbf{1} + \boldsymbol{\varepsilon} \equiv \mathbf{1}$, peut s'interpréter comme signifiant que la **quantité ε** est tellement **infiniment petite** comparée à **1** qu'elle est « **négligeable** » devant **1**, comme on dit habituellement. Plus techniquement, cela signifie que la **quantité ε** est considérée comme le **0 absolu** comparée à **1**. En effet, en appliquant la **soustraction absolue** aux deux membres de cette **égalité** « ≡» (on verra plus en détail cette notion de soustraction absolue plus tard), on a :
$\mathbf{1} + \boldsymbol{\varepsilon} - \mathbf{1} \equiv \mathbf{1} - \mathbf{1}$, donc : $\mathbf{1} - \mathbf{1} + \boldsymbol{\varepsilon} \equiv \mathbf{1} - \mathbf{1}$.
On a $\mathbf{1} - \mathbf{1} = \mathbf{o}$, et ici donc c'est l'**égalité courante** « = », qui sert donc d'**identité**, qui intervient.
Donc on a: $\mathbf{o} + \boldsymbol{\varepsilon} \equiv \mathbf{o}$, donc : $\boldsymbol{\varepsilon} \equiv \mathbf{o}$.
Cela signifie donc que pour cette **égalité** « ≡», la **quantité ε** est **équivalente** au **0 absolu**, **o**.
Et si au lieu de la **soustraction absolue** on avait fait la **soustraction réalie**, « $-_{\omega}$ », où **ω** désigne l'**infini réali**, le **zéro associé** étant le **zéro réali**, **0**, on aurait eu :
$\mathbf{1} + \boldsymbol{\varepsilon} \equiv \mathbf{1}$, donc : $\mathbf{1} + \boldsymbol{\varepsilon} -_{\omega} \mathbf{1} \equiv \mathbf{1} -_{\omega} \mathbf{1}$, donc : $\mathbf{1} -_{\omega} \mathbf{1} + \boldsymbol{\varepsilon} \equiv \mathbf{1} -_{\omega} \mathbf{1}$.
On a $\mathbf{1} -_{\omega} \mathbf{1} = \mathbf{0}$, et donc on a: $\mathbf{0} + \boldsymbol{\varepsilon} \equiv \mathbf{0}$.
Et là on ne peut pas conclure que $\boldsymbol{\varepsilon} \equiv \mathbf{0}$, sauf si, pour cette **égalité** « ≡», le **zéro réali**, **0** donc, est **infiniment petit** ou « **négligeable** » devant **ε**.

Mais le résultat : $\mathbf{0} + \boldsymbol{\varepsilon} \equiv \mathbf{0}$, dit que pour cette **égalité** « ≡», la **quantité ε** est **équivalente** au **0 absolu**, **o**, quand elle est comparée au **0 réali**, **0**. On le voit en appliquant encore une **soustraction absolue** : $\mathbf{0} + \boldsymbol{\varepsilon} \equiv \mathbf{0}$, donc : $\mathbf{0} + \boldsymbol{\varepsilon} - \mathbf{0} \equiv \mathbf{0} - \mathbf{0}$, donc : $\mathbf{0} - \mathbf{0} + \boldsymbol{\varepsilon} \equiv \mathbf{0} - \mathbf{0}$.
Et ici aussi, on a : $\mathbf{0} - \mathbf{0} = \mathbf{o}$, donc on a finalement : $\mathbf{o} + \boldsymbol{\varepsilon} \equiv \mathbf{o}$, donc : $\boldsymbol{\varepsilon} \equiv \mathbf{o}$.

Dans les deux cas, l'**onitivité** : $\mathbf{1} + \boldsymbol{\varepsilon} \equiv \mathbf{1}$, signifie que cette **égalité** « ≡», si on exige qu'elle vérifie toutes les propriétés du **calcul** d'un **corps**, induit ou enclenche le **cycle ε**, ou **équivalence modulo ε**, qui pour cette **égalité** s'écrit : $\boldsymbol{\varepsilon} \equiv \mathbf{o}$ ou $\mathbf{o} \equiv \boldsymbol{\varepsilon}$. Et plus généralement, cette **égalité** induit dans ce cas l'**équivalence universelle** ou **relation de XERY** dans les **réalis**.

En effet, soit le résultat : $\boldsymbol{\varepsilon} \equiv \mathbf{o}$, conduit immédiatement au résultat : $\mathbf{x} \times \boldsymbol{\varepsilon} \equiv \mathbf{o}$, pour tout **réali** et même **nombre omégaréel x**. Car on a : $\boldsymbol{\varepsilon} \equiv \mathbf{o}$, donc : $\mathbf{x} \times \boldsymbol{\varepsilon} \equiv \mathbf{x} \times \mathbf{o}$, mais par définition on a toujours : $\mathbf{x} \times \mathbf{o} = \mathbf{o}$, et même : $\mathbf{x} \times \mathbf{o} =_{w} \mathbf{o}$, pour tout **réali x**. Donc : $\mathbf{x} \times \boldsymbol{\varepsilon} \equiv \mathbf{o}$.
On en déduit que pour tout **réali y**, on a : $\mathbf{y} \equiv \mathbf{o}$.

En effet, si **y** = **o**, le résultat est immédiat. Mais si **y** ≠ **o**, il existe alors un **réali y' ≠ o** tel que:
y = y' × ε.
Mais on a : **y' × ε ≡ o**, et par conséquent : **y ≡ o**.
Tous les **réalis** sont donc **équivalents** à **o**, et par conséquent pour deux **réalis** quelconques **x** et **y**, on a : **x ≡ y ≡ o**, donc : **x ≡ y**, qui est la **relation de XERY**.

Par conséquent, si l'on ne veut pas aboutir tout de suite à la **relation de XERY** ou **relation** d'**équivalence universelle**, autrement dit si l'on ne veut pas que l'**égalité** « **≡**» soit une **égalité** de **XERY**, on doit lui restreindre certaines **opérations** du calcul dans un **corps**. Notamment restreindre toute **opération** pouvant conduire à l'**égalité** clef : **o ≡ 1**. On demande à l'**égalité** « **≡**» d'être juste **substitutive** pour certaines opérations clefs.

Car il suffit de **multiplier** cette **égalité** par n'importe quel **nombre x** pour obtenir immédiatement : **o ≡ x**, qui signifie que n'importe quel **nombre x** est **équivalent** à **o**, donc deux **nombres** quelconques **x** et **y** sont **équivalents**, c'est-à-dire : **x ≡ y**.

Parmi les **opérations** qu'il faut restreindre il y a par exemple l'usage de la **soustraction absolue**, comme nous l'avons fait.

En effet, dès qu'il existe (du point de vue de l'**identité absolue** « $=_\omega$ » ou **générative** « $=_w$ » ou courante « = ») la moindre **différence d** entre deux **réalis** (ou **nombres** plus généralement) **x** et **y**, l'**équivalence** **x ≡ y** conduit immédiatement à : **d ≡ o**.

Supposons en effet que : **x – y = d** (même raisonnement si : **x – y** $=_w$ **d**).
On a : **x ≡ y**, donc : **x – y ≡ y – y**. Mais avec la **soustraction absolue**, on a : **y – y = o**.
Et donc : **x – y = d ≡ o**.

Il suffit alors de **diviser** **d ≡ o** **par d** pour avoir : **1 ≡ o** ou **o ≡ 1**. Et ensuite de **multiplier** par n'importe quel **nombre x** pour avoir **x ≡ o**, puis **x ≡ y**.

On voit mieux le problème avec l'**énitivité** : **v + 1 ≡ v**, pour un **nombre infini v**, ce qui maintenant, concrètement, veut dire une **variable v**, c'est-à-dire une **suite v** de **nombres omégaréels** (ou une **famille v** de **nombres omégaréels indexée** par les **ordinaux**, au nouveau sens du mot **ordinal**) **croissante**, de **pas de croissance** d'**au moins 1**. C'est-à-dire : pour tout **entier naturel** ou **ordinal n**, ou pour **n** à partir d'un certain **rang k**, on a : $\mathbf{v_{n+1} - v_n \geq 1}$ (la **relation d'ordre** « ≥» ici étant définie par rapport à l'**identité générative** « $=_w$ » ou **courante** « = »). S'il s'agit d'une **suite v** (ou une **famille v indexée** par les **ordinaux**) de **nombres entiers** ou d'**ordinaux relatifs**, le **pas de croissance** est d'office d'**au moins 1**.

Dans ces conditions, le terme général de la **suite**, $\mathbf{v_n}$, finit toujours par dépasser toute **valeur constante a** fixée à l'avance, qui est représentée par la **suite constante [a]** de terme général $\mathbf{[a]_n}$, telle que : $\mathbf{[a]_n = a}$, pour tout **ordinal** ou nombre **entier naturel n**. On a donc : **v > a**, ce qui est la nouvelle définition que **v** est **infini**, puisque **v** est **plus grand** que tout **nombre fini a** fixé à l'avance.

L'**énitivité** : **v + 1 ≡ v**, traduit ici l'idée que les **polynômes** en **v** que sont **v+1** et **v**, tous les deux de **degré 1**, sont **asymptotiquement équivalents**. Autrement dit, si l'on écrit l'**identité v+1** $=_w$ **v** ou

$\mathbf{v+1 \; = \; v}$, l'**erreur** est $\mathbf{1/v = \varepsilon}$, qui est un **infiniment petit**, un **zéro**. En langage traditionnel, on dira que « **1/v tend vers 0 quand la variable v tend vers l'infini** ». Plus intuitivement, l'**énitivité** : $\mathbf{v + 1 \equiv v}$, ou les **identités** $\mathbf{v+1 \; =_w \; v}$ ou $\mathbf{v+1 \; = \; v}$, signifient que **v** étant **infiniment grand** par rapport au **nombre constant 1**, celui-ci devient « **négligeable** » comparé à **v**. Donc **v+1** et **v** sont **équivalents**, ils sont du même **ordre de grandeur**.

Il est clair alors aussi que dans les expressions : $\mathbf{v + 1 \equiv v}$, ou $\mathbf{v+1 \; =_w \; v}$, ou $\mathbf{v+1 \; = \; v}$, on ne doit pas appliquer la **soustraction absolue** à **v**. En effet, si on le faisait, on a :
$\mathbf{v + 1 \equiv v}$, donc : $\mathbf{v + 1 - v \equiv v - v}$, ou : $\mathbf{v - v + 1 \equiv v - v}$.
Et comme $\mathbf{v - v = o}$, on a donc : $\mathbf{o + 1 \equiv o}$, donc : $\mathbf{1 \equiv o}$, ou : $\mathbf{o \equiv 1}$.
Et donc en particulier on a : $\mathbf{1 \; =_w \; o}$, ou $\mathbf{1 \; = \; o}$, si l'**égalité** « **≡** » désigne ces **égalités**-là. On induit ainsi le **cycle 1**, et par conséquent le **XERY** : $\mathbf{x \equiv y}$, ou $\mathbf{x \; =_w \; y}$, ou $\mathbf{x \; = \; y}$.

Ainsi donc, **v+1** et **v**, sont du même **ordre de grandeur**, mais pas **1** et **o**. On ne doit donc pas mettre en œuvre ici la **soustraction absolue**, si l'on désire que la **relation d'équivalence** nous fasse encore progressivement connaître de très précieuses propriétés des **nombres**, avant d'entrer en plein dans le **XERY**, la **divine égalité** dans sa pleine expression, l'expression de l'**unité** de tout, et donc de l'**amour divin**.

Théorème :
Etant donné un **infini v**, si **v** est **énitif**, alors son **zéro ε** est **onitif**, et vice-versa.

En effet, soit un **infini v** et **ε** son **zéro** associé.

Si **v** est **énitif**, on a : $\mathbf{v \equiv v + 1}$.
Il suffit alors de multiplier cette **égalité** par **ε**, pour avoir : $\mathbf{1 + \varepsilon \equiv 1}$.
Et inversement, si **ε** est **onitif**, on a : $\mathbf{1 + \varepsilon \equiv 1}$.
Et il suffit alors de multiplier cette **égalité** par **v**, pour avoir : $\mathbf{v \equiv v + 1}$.

Dans ces cas, les **opérations** qu'on a faites n'induisent pas $\mathbf{o \equiv 1}$, donc le **XERY**. Mais $\mathbf{v \equiv v + 1}$ et $\mathbf{1 + \varepsilon \equiv 1}$ sont simplement deux manières différentes de dire la même chose. En effet, le rapport entre **1** et **ε** est le même que celui entre **v** et **1**, à savoir **v** ou **1/v**.

Théorème :
Etant donné un **infini v**, si **v** est **auto-additif**, alors son **zéro ε** l'est aussi, et vice-versa.

En effet, soit un **infini v** et **ε** son **zéro** associé.

Si **v** est **auto-additif**, on a : $\mathbf{v \equiv v + v}$.
Il suffit alors de multiplier cette **égalité** par $\mathbf{\varepsilon^2}$ pour avoir : $\mathbf{\varepsilon + \varepsilon \equiv \varepsilon}$.
Et inversement, si **ε** est **auto-additif**, on a : $\mathbf{\varepsilon + \varepsilon \equiv \varepsilon}$.
Et il suffit alors de multiplier cette **égalité** par $\mathbf{v^2}$, pour avoir : $\mathbf{v \equiv v + v}$.

Théorème :
Etant donné un **infini v**, si **v** est **auto-multiplicatif**, alors son **zéro ε** l'est aussi, et vice-versa.

En effet, soit un **infini v** et **ε** son **zéro** associé.

Si **v** est **auto-multiplicatif**, on a : $\mathbf{v}^2 \equiv \mathbf{v}$. Donc : $\mathbf{1/(v^2)} \equiv \mathbf{1/v}$, d'où $\boldsymbol{\varepsilon}^2 \equiv \boldsymbol{\varepsilon}$.
Et inversement, si l'on a : $\boldsymbol{\varepsilon}^2 \equiv \boldsymbol{\varepsilon}$. Donc : $\mathbf{1/(\boldsymbol{\varepsilon}^2)} \equiv \mathbf{1/\boldsymbol{\varepsilon}}$. Donc $\mathbf{v}^2 \equiv \mathbf{v}$.

Théorème :
Etant donné un **infini v**, si **v** est **auto-exponentiatif**, alors son **zéro ε** l'est aussi, et vice-versa.

En effet, soit un **infini v** et **ε** son **zéro** associé.

Si **v** est **auto-exponentiatif**, on a : $\mathbf{v}^\mathbf{v} \equiv \mathbf{v}$. Donc : $\mathbf{1/(v^v)} \equiv \mathbf{1/v}$, d'où $\boldsymbol{\varepsilon}^\mathbf{v} \equiv \boldsymbol{\varepsilon}$.
Et inversement, si l'on a : $\boldsymbol{\varepsilon}^\mathbf{v} \equiv \boldsymbol{\varepsilon}$. Donc : $\mathbf{1/(\boldsymbol{\varepsilon}^v)} \equiv \mathbf{1/\boldsymbol{\varepsilon}}$. Donc $\mathbf{v}^\mathbf{v} \equiv \mathbf{v}$.

Théorème :
Etant donné un **infini v** (ou un **zéro ε**), si **v** est d'un certain **horizon d'absoluité**, il est aussi de tous les **horizons** inférieurs.

En effet, supposons que **v** est du **quatrième horizon d'absoluité**.
Donc son **zéro ε** est lui aussi du **quatrième horizon d'absoluité**.
On a : $\mathbf{v}^\mathbf{v} \equiv \mathbf{v}$.
Et on a : $\mathbf{v} \leq \mathbf{v}^2$.
Et aussi : $\mathbf{v}^2 \leq \mathbf{v}^\mathbf{v}$. Et puisque $\mathbf{v}^\mathbf{v} = \mathbf{v}$, on a donc : $\mathbf{v}^2 \leq \mathbf{v}$.
Et de $\mathbf{v} \leq \mathbf{v}^2$ et $\mathbf{v}^2 \leq \mathbf{v}$ on déduit $\mathbf{v}^2 \equiv \mathbf{v}$.
Donc **v** est du **troisième horizon d'absoluité**.
Donc son **zéro ε** est lui aussi du **troisième horizon d'absoluité**.

Et supposons que **v** est du **troisième horizon d'absoluité**.
Donc son **zéro ε** est lui aussi du **troisième horizon d'absoluité**.
On a : $\mathbf{v}^2 \equiv \mathbf{v}$.
On a : $\mathbf{v} \leq \mathbf{2v}$.
Et aussi : $\mathbf{2v} \leq \mathbf{v{\times}v}$, c'est-à-dire $\mathbf{2v} \leq \mathbf{v}^2$. Et puisque $\mathbf{v}^2 \equiv \mathbf{v}$, on a donc : $\mathbf{2v} \leq \mathbf{v}$.
Et de $\mathbf{v} \leq \mathbf{2v}$ et de $\mathbf{2v} \leq \mathbf{v}$ on déduit : $\mathbf{v} \equiv \mathbf{2v} = \mathbf{v} + \mathbf{v}$.
v est donc du **deuxième horizon d'absoluité**.
Donc son **zéro ε** est lui aussi du **deuxième horizon d'absoluité**.

Et supposons que **v** est du **deuxième horizon d'absoluité**.
Donc son **zéro ε** est lui aussi du **deuxième horizon d'absoluité**.
On a : $\mathbf{v} \equiv \mathbf{2v} = \mathbf{v} + \mathbf{v}$.
On a : $\mathbf{v} \leq \mathbf{v} + \mathbf{1}$.
Et aussi : $\mathbf{v+1} \leq \mathbf{2v}$. Et puisque $\mathbf{v} \equiv \mathbf{2v}$, on a donc : $\mathbf{v+1} \leq \mathbf{v}$.
Et de $\mathbf{v} \leq \mathbf{v} + \mathbf{1}$ et de $\mathbf{v+1} \leq \mathbf{v}$ on déduit $\mathbf{v+1} \equiv \mathbf{v}$.
v est donc du **premier horizon d'absoluité**.
Donc son **zéro ε** est lui aussi du **premier horizon d'absoluité**.

Théorème :
Etant donné un **infini v**, si **v** est **énitif** (**premier horizon d'absoluité**), alors $\mathbf{2}^\mathbf{v}$ est **auto-additif** (**deuxième horizon d'absoluité**).

En effet, si **v** est du **premier horizon d'absoluité**, alors : $\mathbf{v + 1 \equiv v}$.
Donc : $\mathbf{2^{v+1} \equiv 2^v}$, donc : $\mathbf{2^v \times 2 \equiv 2^v}$, donc $\mathbf{2^v + 2^v \equiv 2^v}$.

On en déduit que si un **zéro ε** est du **premier horizon d'absoluité**, alors son **infini v** est du **premier horizon d'absoluité** aussi, donc le **zéro** associé à $\mathbf{2^v}$, soit $\mathbf{2^{-v} = 2^{-1/\varepsilon}}$, est du **deuxième horizon d'absoluité**.

Théorème :
Etant donné un **infini v**, si **v** est **auto-additif** (**deuxième horizon d'absoluité**), alors $\mathbf{2^v}$ est **auto-multiplicatif** (**troisième horizon d'absoluité**).

En effet, si **v** est du **deuxième horizon d'absoluité**, alors : $\mathbf{v + v \equiv v}$.
Donc : $\mathbf{2^{v+v} \equiv 2^v}$, donc : $\mathbf{2^v \times 2^v \equiv 2^v}$.

On en déduit que si un **zéro ε** est du **deuxième horizon d'absoluité**, alors son **infini v** est du **deuxième horizon d'absoluité** aussi, donc le **zéro** associé $\mathbf{2^v}$, soit $\mathbf{2^{-v} = 2^{-1/\varepsilon}}$, est du **troisième horizon d'absoluité**.

Pour un **ordinal p**, on rappelle brièvement la notion d'**hyperopérateur** d'**ordre p**, $\mathbf{H^p}$, pour étendre la notion d'**horizon** des **zéros** et des **infinis**.

Définition :
L'**hyperopérateur** $\mathbf{H^0}$ est par définition l'**addition «+»**. Et l'**hyperopérateur** $\mathbf{H^1}$ est la **multiplication «×»**. Et l'**hyperopérateur** $\mathbf{H^2}$ est l'**exponentiation «^»**. Pour un **ordinal p**, et l'**hyperopérateur** d'**ordre p**, $\mathbf{H^p}$, l'**hyperopérateur** d'**ordre p+1**, $\mathbf{H^{p+1}}$, est défini pour un **ordinal m** par : $\mathbf{m\ H^{p+1}\ 0 = 1}$. Et : $\mathbf{m\ H^{p+1}\ 1 = m}$.
$\mathbf{m\ H^{p+1}\ n = m\ H^p \ldots H^p\ m\ H^p\ m\ H^p\ m}$, où **m** apparaît **n fois**, pour $\mathbf{n \geq 1}$, et où le calcul se fait de proche en proche de droite vers la gauche.

Ainsi par exemple : $\mathbf{3\ H^3\ 4 = 3 \wedge\wedge 4 = 3\ H^2\ 3\ H^2\ 3\ H^2\ 3 = 3 \wedge 3 \wedge 3 \wedge 3}$
$\mathbf{= 3 \wedge 3 \wedge 3^3 = 3 \wedge 3 \wedge 27 = 3 \wedge 3^{27} = 3 \wedge 7\,625\,597\,484\,987 = 3^{7\,625\,597\,484\,987}}$
$\mathbf{= 1{,}258014\ldots \times 10^{3\,638\,334\,640\,024}}$, où $\mathbf{H^3}$ ou « ^^» est la **tétration**, l'**hyperopérateur** qui vient après l'**exponentiation** « ^ ».

Définition :
La notion d'**horizon d'absoluité** se généralise à tout **hyperopérateur**. Par exemple, l'**infini v** est de **cinquième horizon d'absoluité** s'il vérifie : $\mathbf{v\ H^3\ v = v \wedge\wedge v \equiv v}$. Et l'**infini v** est de **sixième horizon d'absoluité** s'il vérifie : $\mathbf{v\ H^4\ v = v \wedge\wedge\wedge v \equiv v}$, où $\mathbf{H^4}$ ou « ^^^» désigne la **pentation**, l'**hyperopérateur** qui vient après la **tétration** « ^^», etc..

On dit qu'un **infini** ou un **zéro** est **absolu** s'il est au moins du **premier horizon d'absoluité**. Plus l'**horizon d'absoluité** est grand plus il est **absolu**, ce qui veut dire plus il est un **élément neutre** de l'**addition**, qualité qu'on appellera l'**operneutralité**. Il importe de souligner que c'est la **relation d'équivalence** qui crée ces **zéros absolus** et ces **infinis absolus**.

En effet, du point de vue de l'**identité absolue** « $=_\omega$» ou simplement de l'**identité générative** « $=_w$», les **nombres** : **v**, **v+1**, **v+v**, $\mathbf{v \times v}$, $\mathbf{v^v}$ ou **v^v**, **v^^v**, etc., sont **distincts**. Il faut donc une **relation**

d'équivalence « ≡ » pour dire : **v+1 ≡ v**, et par conséquent aussi pour dire : **1+ ε ≡ 1**, où **ε** est le **zéro** associé à **v**. C'est donc la **relation d'équivalence** « ≡ » qui va engendrer l'**infini v** du **premier horizon d'absoluité**, et donc aussi le **zéro** associé.

Puis la conséquence de cela est que **2^v** sera du **deuxième horizon**, ainsi que son **zéro** associé. Puis **2^(2^v)** sera du **troisième horizon**, ainsi que son **zéro** associé, etc..

VII - Notion de générescences, conception générative, nouvelle vision des nombres

Nous avons déjà dit des choses fondamentales sur les **générescences** et l'approche **générative** des **nombres**. Nous allons compléter et approfondir dans cette section. Nous entrons dans l'**Univers** de la **générativité**!

Nous avons vu aussi le **Théorème de l'Existence** ou **Loi de la Réalité TOTALE**, qui découle immédiatement de la définition de l'**Univers TOTAL**, à savoir donc l'**Ensemble de toutes les choses**. Ce **Théorème** est donc que : « **Toute chose existe dans l'Univers TOTAL, U** ». Autrement dit, **toute chose est un élément de l'Univers TOTAL** : **∀x(x ∈ U)**.

Et une conséquence immédiate de ce **Théorème** est aussi que : **U ∈ U**. A savoir que l'**Univers TOTAL est élément de lui-même**. Il est à la fois l'**Ensemble** ou l'**Oméga**, et l'**Elément** ou l'**Alpha**, l'unique **élément** qui forme tout autre **élément** de l'**Univers TOTAL**, qui forme tout l'**Ensemble** en s'**itérant** ou en se **répétant**. Ce que nous venons d'exprimer ainsi est que l'**Univers TOTAL** a une nature **FRACTALE**, et plus précisément un type de **fractale** que nous appelons une **fractale générescente de générande ω**. Autrement dit, chaque **modèle** de la **fractale** est fait de **ω petits modèles** de la même **fractale**. C'est cette **structure générescente** et **fractale** de l'**Univers TOTAL**, qui a été amplement développée dans les livres précédents, dont nous allons reparler dans ce sous-titre. Nous allons rappeler les fondamentaux de l'algèbre fractale.

L'**Univers TOTAL**, **U**, est noté aussi **1**, et c'est par définition le **nombre 1**, le **modèle 1** de **fractale**. Et c'est lui qui sous une autre facette joue le rôle du **0**, comme aussi celui de l'**infini ω**. Et entre les trois facettes de l'**Univers TOTAL** il y a l'égalité : $\mathbf{0 \times \omega \ =_w \ 1}$.

Dans ce sous-titre, sauf précision contraire disant qu'on parle d'une autre **égalité** (si par exemple nous parlons explicitement de l'**identité** « $=_w$ »,), le signe « = » désignera une certaine **relation d'équivalence** dans les **générescences**, prise comme l'**égalité courante**. Et l'**identité courante**, s'il est nécessaire de la distinguer, sera noté « == ». Mais le signe « = » sera tantôt une **identité** tantôt une **équivalence**, et, du moment où l'on est conscient qu'on ne travaille plus avec une seule notion d'**égalité**, il est en général très facile de voir quand ce signe « = » désigne une **identité** (par exemple si l'on dit : **3 × 4 = 12**) et quand il désigne une **équivalence** (par exemple si nous sommes amenés à dire : **0 = 1**).

Le **0** n'est donc pas si « zéro » que ça, le « vide » n'est pas si « vide » que ça, le « rien » ou le néant n'est pas que rien, mais **quelque chose** ! C'est même le **TOUT** qui joue aussi le rôle du rien, et même du **0 absolu** !

Voilà donc aussi pourquoi la notion d’**élément neutre** de l’**addition** est si problématique. L’idée que **0** ajouté à **x** ne change rien à **x**. Car **0** est une **information** comme une autre, comme aussi **1** ou l’**infini ω**. Qu’on demande par exemple à un informaticien si le fait de coder le **0** et d’écrire des **informations** comme l’**octet** « **00100110** », si les cinq **0** de cet octet ne coûtent aucune place dans la mémoire ou dans le programme. Ou si pour écrire le nombre
« **10000000000000000000000000000000000000000000000000000000**»
les **0** ne coûtent rien en ressource !

Il y aura toujours une différence entre une **information**, comme ici « **0** », et une **absence d’information**, comme ici **« »**, le caractère « **espace** » donc. Et même l’**absence d’information**, comme le caractère « **espace** » ou « », n’est qu’une autre notion de **0** déguisée!

L’informatique est vraiment le domaine qui fait comprendre que **tout est information**, **tout est numérique**, même l’**absence d’information**! C’est toujours une certaine **information** qui joue le rôle d’**absence d’information**. Et c’est exactement comme cela qu’est l’**Univers TOTAL** et qu’il fonctionne. Oui, **tout est information**, **tout est numérique**! Qui connaît enfin le secret des **nombres** connaît enfin vraiment les secrets de l’**Univers**.

Dire donc qu’ajouter **0** à **x** ne change pas **x**, dire donc « **x+0 = x** », c’est dire que **0** n’est pas une **information**. Ceci ne peut qu’être une vérité relative, car on voit bien qu’on ajoute **l’information 0** à l’**information x** ! Autrement dit, on a **x** augmenté de l’**information 0**, sans même parler du fait qu’il y a un signe d’**opération** « **+** » dans l’affaire, qui est aussi une **information** ! On a donc AU MOINS trois **informations** ici, à gauche du signe « **=** », sans parler des **espaces** de séparations entre les symboles, sinon on ne les distinguerait pas !

Donc l’**information** ou **expression** « **x+0** » à gauche est dans l’absolu très différente de l’**information** ou **expression** « **x** » seul à droite ! On exprime donc en fait une **équivalence**. Même si, appliquant cette formule à **0** lui-même on écrivait : « **0+0 = 0** ». On est donc en train de dire que deux fois l’**information 0** à gauche, « **0+0** » donc (sans parler du signe de l’**addition**), c’est pareil qu’une fois cette **information** « **0** », à droite. Mais il est très clair qu’il y a du «**2=1** » discrètement caché dans cette affaire, et que sans cette **équivalence** discrète, cette **opération** serait fausse.

Ça dépend donc avec quelle **égalité** on évalue une **opération**. Avec l’**identité absolue**, «$=_{\omega}$ », la notion d’**élément neutre** de l’**addition** est fausse, moins problématique est celle d’**élément neutre** de la **multiplication**. Car **une fois une chose x, c’est cette chose x**.

Le seul petit souci, c’est que pour dire : « **une fois une chose x, c’est cette chose x** », il faut écrire l’**égalité** : « $\mathbf{1 \times x \ =_{w} \ x \times 1 \ =_{w} \ x}$ ». Il y a ici aussi le fait que le symbole qui joue le rôle du **1** (qui représente donc **Dieu l’Univers TOTAL**, **U**, l’**Unique**) ainsi que le signe de la **multiplication** « **×**», jouent des rôles discrets pour que cette **égalité** soit vrai. On fait abstraction de cette réalité **formelle** ou **informationnelle**, pour ne se concentrer que sur le sens ou la **sémantique** de la **formule**. Sinon, si par exemple on interrogeait un ange ou un extraterrestre ou même simplement un terrestre illettré, qui ne connaît pas le sens qu’on donne à ces symboles sur terre, si ce qu’il voit de part et d’autres des signes de l’égalité, c’est la même chose. Il dira simplement non, car, **formellement** et **informationnellement** parlant, il voit trois choses différentes « **1 × x** », « **x ×1**» et « **x** ».

Ceci dit, la notion du **1** comme **élément neutre** de la **multiplication** est beaucoup moins problématique que celle du **0** comme **élément neutre** de l’**addition**. Et cette dernière notion a pour corollaire une autre notion encore plus problématique, qui est la vérité très relative mais érigée en vérité absolue, selon laquelle **0** est l'**élément neutralisant** pour la **multiplication**, autrement dit l'**élément absorbant** pour la **multiplication**, pour le dire en des termes plus classiques. Cela signifie ceci : « $\mathbf{0 \times x = x \times 0 = 0}$ ».

Ceci est vrai, mais là encore c'est une **équivalence** en fait, elle-même découlant par exemple de l'**équivalence** : « $\mathbf{0+0 = 0}$ ». Car celle-ci dit simplement : « $\mathbf{0 \times 2 = 2 \times 0 = 0}$ ». Et si l'on dit : « $\mathbf{0+0+0 = 0}$ », cela équivaut à dire : « $\mathbf{0 \times 3 = 3 \times 0 = 0}$ ». Et de même, « $\mathbf{0+0+0+0 = 0}$ » équivaut à dire : « $\mathbf{0 \times 4 = 4 \times 0 = 0}$ ». Et ainsi de suite.

Donc cette autre vérité selon laquelle **0 multiplié par n'importe quel nombre donne toujours 0** (donc que **0** est l'**élément neutralisant** ou **absorbant** de la **multiplication**), n'est qu'une autre facette de l'idée selon laquelle **0** est l'**élément neutre** de l'**addition**. Donc mettre un bémol à cette vérité clef de l'algèbre classique (si chargée de sens philosophique insoupçonné) met aussi un bémol à son corollaire, l'autre vérité.

Et nous mettons un grand bémol, car il suffit d'un peu de réflexion pour voir l'autre grand problème philosophique que pose la formule : « $\mathbf{0 \times x = x \times 0 = 0}$ ». Elle est vraie si **x** est un petit **nombre**, comme **0** lui-même, ou comme **1**, ou comme **2**, ou comme **3**, ou **4**, etc.. Mais est-ce vrai si **x** est **infini**, comme par exemple l'**infini** que nous appelons **w**, et si oui est-ce toujours vrai si **x** est l'**infini absolu**, aussi **absolu** que ne l'est le **0** lui-même, oui l'**infini ω absolu** ?

Là, désolé, la réponse est clairement non, car on a : « $\mathbf{0 \times \omega = \omega \times 0 = 1}$ ».

C'est tout le problème de la fameuse **division par 0** qui est ainsi posé, et on tourne toujours autour de cette question fondamentale.

Et pourtant, aussi étonnant que cela puisse paraître, le problème est très simple, et sa réponse aussi. Il suffit juste de regarder un segment de **longueur 1** et de comprendre ce qu'est un **segment**, de quoi il est constitué.

On sait qu'un segment, de **longueur 1** par exemple, est constitué d'une **infinité** de **points**, tous de **longueur 0**. Donc appelons **ω** le **nombre** de ces **points**, qui est donc un **nombre infini**. Leur longueur totale est : $\mathbf{0 \times \omega}$ ou $\mathbf{\omega \times 0}$, et est-ce que cela fait **0** ?

Bin non ! Le **segment** nous dit clairement que cela fait **1** ! Et on raconte en mathématiques depuis la nuit des temps « $\mathbf{0 \times \omega = \omega \times 0 = 1}$ », qui signifie que : $\mathbf{1/0 = \omega}$, ou que : $\mathbf{1/\omega = 0}$, est « impossible », « interdit en mathématique », « non défini », etc., et toutes sortes de manières pour ne pas dire qu'on ne veut pas faire ce que le segment montre, que c'est possible !

L'**identité absolue « $=_\omega$ »** ou **presque absolue « $=_{\omega-1}$ »** pour avoir un peu d'**équivalence** qui autorise au moins de **nommer** ou d'**identifier** des êtres avec des symboles, sinon de calculer avec ces symboles, nous dit ceci : « **$\omega =_{\omega-1}$ 1/0** ».

Et l'**équivalence**, notamment l'**équivalence omégacyclique**, ou **Cycle ω**, qui s'écrit : « **0 = ω**», permet de remplacer **ω** par son **identité** « **1/0** », ce qui donne donc : « **0 = 1/0** » ou « **1/0 = 0** ». Nous construirons avec précision et rigueur plus tard le **corps rationnel omégacyclique**, dans lequel on a donc cette simple et grande vérité mathématique: « **1/0 = 0** », qui n'est qu'une autre manière de parler du **Cycle ω**, un cycle comme un autre.

Il importe de souligner que le fait qu'on ait l'égalité : « **0 = ω**» ou : « **0 = 1/0** » ou « **1/0 = 0** », ne signifie pas du tout que le **0** d'une part, et l'**infini ω** ou **1/0** d'autre part sont confondus. Car il suffit de se placer du point de vue d'une **identité** adéquate, qui n'est pas trop **équivalencielle** (par exemple en ne distinguant pas les **informations 0, 0+0, 0+0+0, 0+0+0+0**, etc., comme par exemple ce qui se passe dans les classiques structures algébriques, comme celles des anneaux ou des corps) pour que **0** et **ω** retrouvent leurs **identités** propres, et leurs propriétés spécifiques. Comme par exemple avec l'**égalité informationnelle** ou **générative**, « $=_w$», mais on n'a pas besoin d'une égalité aussi stricte pour distinguer **0** et **ω** et dans leurs rôles propres. Nous le faisons juste ci-après pour faire comprendre comment on perçoit les **nombres** au niveau de cette identité « $=_w$».

L'**identité** notée « $=_w$ » est appelée l'**identité générative** ou **identité informationnelle**. Cela signifie que, par définition, au niveau de cette **identité** on n'a que les propriétés les plus fondamentales des **nombres**, que nous appelons la **structure fractale générescente régulière**, ou simplement la **structure générative**.

Une **structure générative W** de **base w** possède les éléments de base suivants:
0_ω, 0, θ, ε, 1, v, w, ω, ω_ω, ou : **o, 0, θ, ε, 1, v, w, ω, Ω**.
Les éléments de **W** sont appelés des **générescences** ou **informations unaires**.
La plus petite **générescence** ou information unaire est **o** ou **0_ω**.

o (ou **0_ω**) est le **zéro absolu** ou **omégacyclique**, et **Ω** (ou **ω_ω**) est l'**infini absolu** ou **omégacyclique**;
0 est le **zéro réali**, et **ω** est l'**infini réali**;
θ est le **zéro génératif**, et **w** est l'**infini génératif**.

Et **W** est muni d'une **addition** notée « **+** » et d'une **multiplication** notée «**×**» et d'une **exponentiation** notée « **^** ». L'**addition** « **+** » est simplement la **concaténation** des **expressions**. L'**opération** d'**addition** ou de **concaténation** est appelée aussi le **HENER**, comme déjà vu.

Etant données deux **expressions** quelconques **A** et **B**, alors **A+B** est par définition l'**expression AB**, formée en faisant suivre **A** de **B**, autrement dit en supprimant le signe « **+** » dans **A+B**.

AB ne doit pas alors être confondu avec l'écriture habituelle signifiant **A×B**. Si une ambiguïté est à craindre, alors on fait figurer explicitement le signe «**×** ».

De même dans certains contextes, notamment l'**ordre** des **ordinaux**, nous adopterons la notation **AB**, pour désigner en fait : **B – A**. Cette notation **AB**, est alors dite la **soustraction romaine**, comme par exemple quand **IX** désigne **X – I** ou **10 – 1**, ou **9**. Cette notation de **soustraction romaine AB** elle non plus ne doit pas être confondue avec **AB** quand cela signifie **A+B** ou **A×B**.

La **concaténation** ou **addition itérée** d'un même **élément x**, est appelée une **génération**, à comprendre : « **action de générer** », le verbe clef de la **structure générative** est le verbe « **générer** ». Cela signifie donc le fait de **concaténer** ou d'**additionner** de manière **itérée** ou **répétée** un certain même **élément x**:

o
x
xx
xxx
xxxx
xxxxx
…

ou :

o
x
x+x
x+x+x
x+x+x+x
x+x+x+x+x
…

Liste que nous écrirons le plus souvent horizontalement, ainsi :
o, x, xx, xxx, xxxx, xxxxx, …
ou :
o, x, x+x, x+x+x, x+x+x+x, x+x+x+x+x, …
Liste qu'on notera plus simplement :
o, 1×x, 2×x, 3×x, 4×x, 5×x, …
ou plus simplement:
o, 1x, 2x, 3x, 4x, 5x, …

Ceci au passage définit du même coup la notion d'**ordinal** ou de **nombre entier** de la manière la plus simple, mais aussi la **multiplication** d'un **ordinal** par un **unit**, ici **x**. La **multiplication** de la forme **n×x** donc, où **n** est un **ordinal**.
Les objets ainsi obtenus à chaque étape sont appelés des **générescences** d'**unit x**, ou simplement les **générescences** de **x**. En l'occurrence ici les **générescences constantes** de **x**. Par opposition à la **générescence variable** de **x**, qui consiste à **concaténer** ou **additionner x** indéfiniment :
xxxxxxxxxxxxxx…
ou : **x+x+x+x+x+x+x+x+x+x+x+x+x+x+...**

Cette **générescence variable** est dite **infinie**. On la note : **x...** ou **X** en majuscule.
Et le symbole « **...** » est appelé le **GENER**, et « **x...** » se lit « **x GENER** ». Etant donné un **ordinal infini n**, c'est-à-dire **variable croissant**,on dit que le symbole « **...** » est le **GENER** d'**horizon n**, si l'écriture « **x...** » est synonyme de « **x×n** » mais aussi de « **n×x** ». Et en particulier, « **1...** » est

synonyme de « **1×n** » ou « **1×x** » ou simplement **n**. L'écriture « **x...** » traduit l'idée intuitive que l'**unit x** est **répété indéfiniment**. Les quatre valeurs courantes de **n** sont **v, w, ω**, **Ω**.
Dans les deux premiers lives, **n** désignait en règle générale **ω**. Mais dans ce livre et le précédent, **n** désigne souvent **w**. Donc **x...** par défaut désigne **w×x** ou **wx**.

Un autre choix de notation des différents **opérateurs GENER** est de dire que **x...** ou «**GENER trois points**» désigne **v×x** ou **vx**, que **x….** ou «**GENER quatre points**» désigne **w×x** ou **wx**, que **x…..** ou «**GENER cinq points**» désigne **ω×x** ou **ωx**, et enfin que **x…….** ou «**GENER sept points**» désigne **Ω×x** ou **Ωx**.

Avec ce second choix, de noter différemment les **GENER**, on a donc en toute rigueur:
1… = **v**. Et donc: **x…** = **v×x** = **vx**.
1…. = **w**. Et donc: **x….** = **w×x** = **wx**.
1….. = **ω**. Et donc: **x…..** = **ω×x** = **ωx**.
1……. = **Ω**. Et donc: **x…….** = **Ω×x** = **Ωx**.
Mais par souci de simplification, on travaille presque toujours avec le symbole « **...** ».

Un **ordinal** peut être **variable** sans être **croissant**, donc sans être **infini**. Et donc au lieu d'avoir la séquence plus haut décrivant le mode de répétition des **units x** étape par étape, on aurait pu avoir par exemple :

xxx
xxxxxxxxxx
o
xx
xxxxx
x
xxx
o
xxxxxxx
...

Autrement dit, on n'**itère** pas les **units u** un à un, à chaque étape, mais on commence par **3 itérations** d'un coup, puis à cela à l'étape suivante on ajoute **7** d'un coup, ce qui fait **10**.
Puis à l'étape suivante, on change d'avis, on enlève les **10**, ce qui fait **o** à cette étape.
Puis on remet **2**, et ainsi de suite.

A chaque fois donc, ce sont toujours des **units u** qu'on **ajoute** ou qu'on **enlève** à ce qu'il y avait avant, selon donc un mode d'**itération** (ou d'**addition répétée**, ce qui veut dire aussi éventuellement une **soustraction**, ou **addition antitive** ou « **négative** », comme on dit) qui n'est pas nécessairement le mode de **référence**, appelé **w**. Ici, c'est juste un mode **variable**.

Mais avec **w**, c'est un mode **variable croissant**, et on parle alors d'un mode **infini**. Et de plus le mode **infini** de référence : on part de « **rien** » ou « **vide** » ou **o**, puis à l'étape suivante on pose un **unit x**, puis à l'étape suivante on pose encore un **unit x**, et de même à l'étape suivante, et ainsi de suite, de manière **régulière** donc.

Ci-après un autre mode infini, c'est-à-dire **variable strictement croissant**, mais qui n'est pas **w** :

o
x
xxxx ou **4x**
xxxxxxxxx ou **9x**
xxxxxxxxxxxxxxxx ou **16x**
…

On a reconnu la progression :
o, 1x, 4x, 9x, 16x, 25x, 36x, 49x, ...

Le mode $\mathbf{w^2 \times x}$ donc. Un autre mode **variable croissant**, donc **infini**.

Contrairement donc aux **générescences constantes**, dites aussi **finies**, dont le **nombre des units u** est **fixe**, le **nombre des units** de la **générescence variable** « **x...** » est **infini**, au sens **intuitif** du mot « **infini** », qui signifie ici que ce **nombre croît perpétuellement**.

Dans le cas de **x...** ou **w×x** ou **wx** ou **X**, ses différentes étapes sont toutes les **générescences constantes** ou **finies**. Toutes les **générescences** de **o** à **X** ou o à **wx** sont la liste :
o, x, xx, xxx, xxxx, xxxxx, …, xxxxxX, xxxxX, xxxX, xxX, xX, X
ou :
o, x, xx, xxx, xxxx, xxxxx, …, xxxxx(wx), xxxx(wx), xxx(wx), xx(wx), x(wx), (wx)
ou :
o, x, xx, xxx, xxxx, xxxxx, …, xxxxx(x...), xxxx(x...), xxx(x...), xx(x...), x(x...), (x...)

Dans cette notation des **générescences** de **x**, nous avons, pour simplifier l'écriture, employé la notation de **soustraction romaine** dont nous avons parlé plus haut. C'est juste l'unique but de cette notation, juste pour simplifier donc l'écriture des **générescences** désignées. Car il faut interpréter « **xX** » comme « **1 unit x avant X**», c'est-à-dire « **1 unit x avant wx**»,
ou encore « **X – x**» ou « **w×x – x** » ou «**(w-1)×x** » ;
et « **xxX** » signifie donc « **X – xx**» ou « **w×x – xx** » ou « **w×x – 2x** » ou «**(w-2)×x** »;
et « **xxxX** » signifie « **X – xxx**» ou « **w×x – xxx** » ou « **w×x – 3x** » ou «**(w-3)×x** »,
et ainsi de suite.

Autrement dit, c'est la liste :
o, 1x, 2x, 3x, 4x, 5x, …, (w-5)x, (w-4)x, (w-3)x, (w-2)x, (w-1)x, wx

Là où j'ai mis **w** dans ces explications, dans les livres précédents, on verra souvent **ω**:
o, 1x, 2x, 3x, 4x, 5x, …, (ω-5)x, (ω-4)x, (ω-3)x, (ω-2)x, (ω-1)x, ωx

C'est équivalent, car c'est une structure **fractale** que nous décrivons ainsi.
w et **ω** sont un même **modèle** de la **fractale**, sauf que **w** est le petit **modèle** de **ω**,
et la relation qui les lie est : $\mathbf{w^w =_w \omega}$.
Et **ω** est lui-même un petit **modèle** comparé à un **modèle** plus grand, **Ω**,
et la relation qui les lie est : $\mathbf{\omega^\omega =_w \Omega}$.
Chaque **modèle m** de la **fractale** est lié au **modèle supérieur M**
par la même relation : $\mathbf{m^m =_w M}$.
Par conséquent n'importe quel **modèle** peut servir à décrire la **structure générescente** et **fractale**.

En général j'utilise les lettres suivantes pour nommer dans l'**ordre** les **modèles** : **v**, **w**, **ω**, **Ω**.
v est donc le petit **modèle** de **w**, lié à lui par la même relation : $\mathbf{v}^{\mathbf{v}} =_{w} \mathbf{w}$.

Comme **unit** très spécial on a **o**:
o, o, oo, ooo, oooo, ooooo, …, ooooo(wo), oooo(wo), ooo(wo), oo(wo), o(wo), (wo)
ou :
o, o, o+o, o+o+o, o+o+o+o, …, (w-5)×o, (w-4)×o, (w-3)×o, (w-2)×o, (w-1)×o, w×o
ou encore :
o×o, 1×o, 2×o, 3×o, 4×o, 5×o, …, (w-5)×o, (w-4)×o, (w-3)×o, (w-2)×o, (w-1)×o, w×o

Sauf qu'ici il se passe que l'**identité** de **striction w**, « $=_{w}$ », autrement dit l'**identité générative** avec laquelle nous travaillons, n'est plus assez stricte pour distinguer toutes ces **générescences** d'**unit o** ou **0 absolu**, puisque précisément celui-ci dès le départ a été défini en relation avec l'**identité générative** associée « $=_{w}$ », comme exprimant une absence de toute **générescence** d'**unit x**, peu importe **x**. Donc cela s'applique à l'**unit o** aussi.

Autrement dit, chaque fois que nous écrivions :
o, x, xx, xxx, xxxx, xxxxx, …, xxxxx(wx), xxxx(wx), xxx(wx), xx(wx), x(wx), (wx)
ou :
o, 1x, 2x, 3x, 4x, 5x, …, (w-5)x, (w-4)x, (w-3)x, (w-2)x, (w-1)x, wx
le **o** en tête de liste représente l'absence des **générescences** de **x**, et ce peu importe l'**unit x**.
Cela veut dire que ce **o** en tête s'interprète dans tous les cas comme **o×x** ou **ox**, et il sous-entend que : $\mathbf{o{\times}x} =_{w} \mathbf{ox} =_{w} \mathbf{o}$. Cette liste est donc :
ox, 1x, 2x, 3x, 4x, 5x, …, (w-5)x, (w-4)x, (w-3)x, (w-2)x, (w-1)x, wx
c'est-à-dire :
o×x, 1×x, 2×x, 3×x, 4×x, 5×x, …, (w-5)×x, (w-4)×x, (w-3)×x, (w-2)×x, (w-1)×x, w×x

Il y a donc le sous-entendu que : $\mathbf{o{\times}x} =_{w} \mathbf{o}$.

Et si l'**unit** était **w**, la liste serait :
o×w, 1×w, 2×w, 3×w, 4×w, 5×w, …, (w-5)×w, (w-4)×w, (w-3)×w, (w-2)×w, (w-1)×w, w×w

Et donc aussi : $\mathbf{o{\times}w} =_{w} \mathbf{o}$.

Nous avons donc posé que le **0 absolu** noté **o**, qui est l'**élément neutre** de l'**addition**, c'est-à-dire de la **concaténation**: $\mathbf{x + o} =_{w} \mathbf{o + x} =_{w} \mathbf{x}$, ou : $\mathbf{xo} =_{w} \mathbf{ox} =_{w} \mathbf{x}$,
et aussi que **o** est l'élément **absorbant** (ou **neutralisant**) pour la **multiplication** des **générescences**:
$\mathbf{o{\times}x} =_{w} \mathbf{x{\times}o} =_{w} \mathbf{o}$.
Donc on a : $\mathbf{o{\times}w} =_{w} \mathbf{w{\times}o} =_{w} \mathbf{o}$.

Par conséquent, en considérant la liste avec l'**unit o** :
o×o, 1×o, 2×o, 3×o, 4×o, 5×o, …, (w-5)×o, (w-4)×o, (w-3)×o, (w-2)×o, (w-1)×o, w×o
tous les éléments de cette liste jusqu'au dernier, **w×o**, sont **o**.
Et l'**égalité** : $\mathbf{o{\times}x} =_{w} \mathbf{x{\times}o} =_{w} \mathbf{o}$, signifie qu'il en sera ainsi quel que soit l'**ordinal n** ou la **générescence x multipliée** par **o**. On dit que **o** est l'élément **uperneutralisant**.
En d'autres termes, l'**identité générative** « $=_{w}$» n'est pas assez **identitaire** (ou **stricte**) pour

distinguer les **générescences** d'**unit o**.

Pour cela, il en faut une plus **stricte**, « $=_{2w}$» par exemple, ou une plus **stricte** encore, par rapport à laquelle **o** devient comme **0** ou comme **θ** le sont par rapport à « $=_w$».

Il faudrait alors ajouter un nouveau couple **zéro-infin**i ou **o'** et **Ω**', à la **structure générative** : **o', o, 0**, **θ, ε, 1, v, w, ω**, **Ω**, **Ω**', et ce pour qu'ils soient les nouveaux éléments absolus. Mais alors le même problème se poserait pour **o'**, et on n'en finit pas avec cette fuite en avant, puisque nous avons affaire à une **structure fractale** ! Le même **modèle** se reproduit à chaque fois à une autre échelle. Mais il faut bien commencer quelque part et l'appeler le **0 absolu**, et ce sera donc **o**.

Et à partir de maintenant aussi, le signe « = » désigne l'**identité générative** « $=_w$ », qu'il n'est plus nécessaire de mentionner par un indice, puisque nous venons de comprendre comment elle marche. Sa limite ultime en matière de distinction des **générescences** est atteinte avec les **générescences** d'**unit o**.

Le second cas particulier d'**unit x** est quand il est **1**. On a alors : **w = 1…**,
ou en toute rigueur : **w = 1….**, car avec **w** c'est le « **GENER quatre points** ». On on continuera à noter « **trois points** », étant entendu que l'on sait quel **GENER** ces « **trois points** » désignent.

Toutes les **générescences d'unit 1** sont par définition les **ordinaux**. L'**ensemble de tous les ordinaux** est noté $\mathbf{W_1}$. On le note aussi $\mathbf{N_\omega}$, et dans ce cas les **ordinaux** sont appelés aussi les **nombres entiers oméganaturels**.

Par définition, on dit que **w** est aussi la suite :
o, 1, 11, 111, 1111, 11111, 111111, 1111111, …
ou : **o, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...**
On les appelle les **entiers naturels** (appellation classique), ou **ordinaux entiers naturels**, et aussi les **ordinaux** ou **entiers constants**, ou **onigrades**, de **degré o** ou de **degré 0**, mais dans ce cas on parle du **0 absolu**. L'**ensemble des entiers naturels** est noté **N**.

Sur l'image ci-dessous est illustrée la notion de **nombre entier infini** ou **nombre entier variable croissant**. Le **nombre entier infini**, c'est-à-dire **nombre entier variable croissant**, que nous avons appelé **ω** sur l'image, est celui que nous appelons **w** ici. Ce **nombre entier infini ω** ou **w** n'est qu'une autre manière de parler de l'**ensemble N des entiers naturels** lui-même. Dans le langage des **applications** et des **suites**, il s'agit de la **suite w d'entiers naturels**, c'est-à-dire de l'**application w de N dans N**, telle que : $\mathbf{w(n) = w_n = n}$, pour tout **entier naturel n**. Cette **application w** est donc l'**ordinal infini w**, ou **nombre entier infini w**.

Comme déjà vu, de manière générale, on appelle un **nombre entier variable x** toute **suite x d'entiers naturels ou relatifs**, c'est-à-dire toute **application x** de **N dans Z**. L'ensemble de tels **entiers variables** est donc $\mathbf{Z^N}$. On dit que **x** est **infini** s'il s'agit d'une **suite croissante** (ou tout au moins **finalement croissante**, c'est-à-dire à partir d'un certain **rang k**).

x et **y** étant deux **nombres entiers variables**, l'**addition x+y** et la **multiplication x×y** sont définies par : $\mathbf{(x+y)_n = x_n + y_n}$. Et : $\mathbf{(x{\times}y)_n = x_n \times y_n}$ (là aussi on y reviendra souvent).

w est dit **unigrade** ou de **degré 1**. Il s'agit d'un **nombre entier**, certes, autrement dit d'un **ordinal**, mais pas d'un **nombre entier naturel**, puisque son **degré** est **1**, alors que le **degré** des **nombres entiers naturels** est **0 absolu** ou **o**. L'**ordinal w** est l'élément clef de $\mathbf{W_1}$, la **base infinie** des **ordinaux infinis**.

Les **ordinaux** de **o** à **w** sont :
o, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …, w-7, w-6, w-5, w-4, w-3, w-2, w-1, w.
On les appelle le **cycle ordinal** de **base**, ou **cycle ordinal** de **référence**.

Les éléments du début sont **onigrades**, de **degré 0 absolu** donc, et ceux de la fin sont **unigrades** ou de **degré 1**, car ce sont des **polynômes en w** de **degré 1**.

Ce sont les **générescences** : **…1111111w, 111111w, 11111w, 1111w, 111w, 11w, 1w, w**, en **notation ordinale romaine**. Autrement dit, c'est la liste :
…1111111(1...), 111111(1...), 11111(1...), 1111(1...), 111(1...), 11(1...), 1(1...), 1....

La liste se poursuit : **w, w+1, w+2, w+3, w+4, w+5, …**,
et ce sont les **générescences** : **w, w1, w11, w111, w1111, w11111, …**, en **notation ordinale romaine** aussi. C'est la liste :
1..., (1...)1, (1...)11, (1...)111, (1...)1111, (1...)11111, ….

On a : **2×w = 11×w = ww = 1...1...**
Et : **3×w = 111×w = www = 1...1...1…**
Et : **4×w = 1111×w = wwww = 1...1...1...1...**
Et ainsi de suite.

Et : $\mathbf{w \times w = w^2 = (1...) \times w = w… = (1…)…}$. Il est de **degré 2**.
Puis : $\mathbf{w \times (w^2) = w^3 = (w^2)… = ((1…)...)...}$. Il est de **degré 3**.
Et ainsi de suite.

L'**ordinal** : $\mathbf{a_n \times w^n \pm a_{n-1} \times w^{n-1} \pm a_{n-2} \times w^{n-2} \pm … \pm a_1 \times w^1 \pm a_0}$, où les $\mathbf{a_i}$ sont des **ordinaux onigrades**, et où $\mathbf{a_n}$ est non nul, c'est-à-dire est différent du **0 absolu**, **o** ou $\mathbf{0_\omega}$, et où **n** est un **ordinal onigrade** (ou une **constante**), est de **degré n**. Si donc $\mathbf{a_1}$ est non nul, alors $\mathbf{a_1 \times w^1 \pm a_0}$ ou $\mathbf{a_1 \times w \pm a_0}$ est **unigrade** ou de **degré 1**.

A l'issue de ce processus de **construction générative** des **ordinaux**, on arrive à un **super-horizon infini**, qui est : $\boldsymbol{\omega} = \mathbf{w^w}$.

$\mathbf{w \times (w^{w-1}) = w^w = (w^{w-1})…}$. Il est de **degré w**.

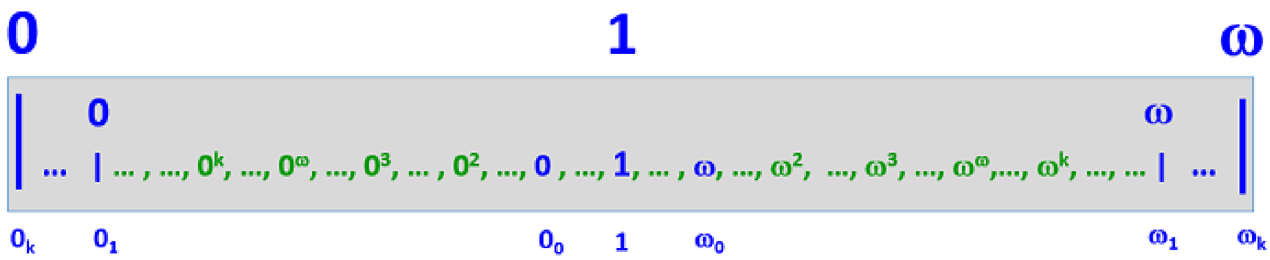
Cet **ordinal infini** est noté **ω**. C'est le très **grand modèle** de **w**, donc tel que : .
On a alors un **opérateur GENER** supérieur, et la symbole « **…** » désigne alors en fait le « **GENER cinq points** », à savoir « **…..** » .

Avec le nouveau **GENER**, on pose : $\boldsymbol{\omega} = \mathbf{1...}$
Et on aura exactement de la même façon : $\boldsymbol{\omega^2 = \omega… = \omega \times \omega}$,

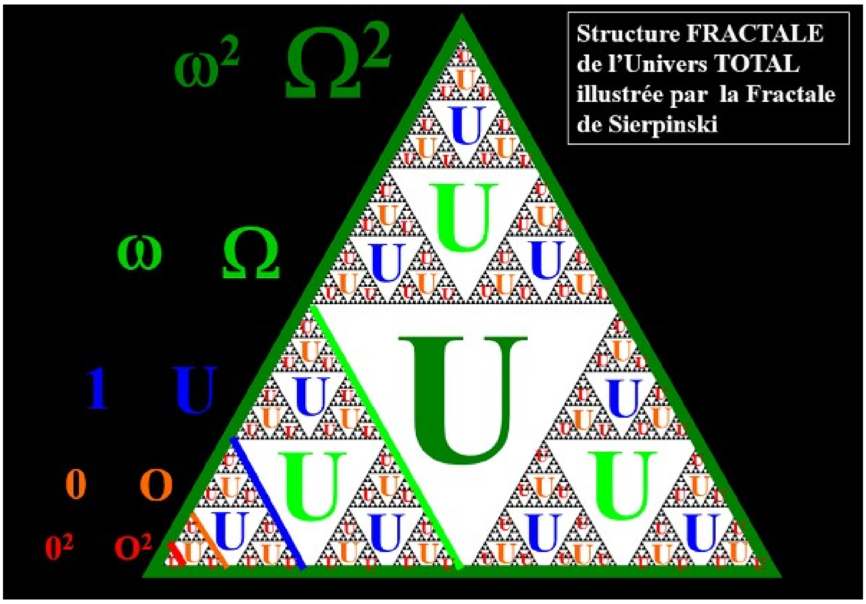
Puis : $\omega^3 = (\omega^2)\ldots = \omega\times(\omega^2)$.

Et ainsi de suite, jusqu'au nouveau super-horizon : $\omega^\omega = (\omega^{\omega-1})\ldots = \omega\times(\omega^{\omega-1})$,.

A noter que chaque voyage vers un **horizon ordinal** donné, passe par tous les **horizons ordinaux intermédiaires**, tous les **GENER** d'avant.



Nous n'avons parlé que des **ordinaux**, c'est-à-dire les **générescences entières**, qui commencent par le **0 absolu**, puis se poursuivent avec **1** et tous les entiers au-dessus. Mais en fait c'est la même **structure** en dessous de **1**, et qui va jusqu'au **0 absolu**, en passant par tous les **0 intermédiaires**, de la même façon qu'avec les **infinis**.



C'est l'**identité** avec laquelle on travaille qui, à un moment donné, ne sera plus assez précise pour distinguer les **générescences** les plus **fines** ou les **modèles fractals** les plus **fins**. On dira alors qu'ils sont tous **équivalents**, et on les appellera tous du nom commun de **0 absolu**. Alors qu'en fait, si l'on continue de faire appel à des **identités** de plus en plus **strictes**, on s'apercevrait que la **structure fractale** continue indéfiniment.

Même raisonnement du côté de l'**infini ω**. Et si à un moment donné on décide que ces extrêmes « inaccessibles », les **alphas** d'un côté et les **omégas** de l'autre, autrement dit les **zéros** d'un côté et les **infinis** de l'autre, oui si nous décidons que les « **trop petits** » et les « **trop grands** » sont **équivalents**, alors cette **relation d'équivalence** est la **relation omégacyclique**. Elle revient à dire que l'**infiniment petit** rejoint l'**infiniment grand**, et vice-versa.

Dans les conceptions traditionnelles, celles de la Négation, on définit plusieurs ensembles numériques : l'**ensemble N des entiers naturels**, l'**ensemble Z des entiers relatifs**, l'**ensemble Q des nombres rationnels**, l'**ensemble R des nombres réels**, et au-delà l'**ensemble C des nombres complexes**, etc.. Et, par exemple, l'**ensemble R des nombres réels** va servir à définir spécialement l'**ensemble C des nombres complexes**, et tout cela va servir à définir les **espaces vectoriels**, les **dimensions**, etc..

Mais en réalité ce n'est pas comme cela que les **nombres** se **structurent** et fonctionnent. Il n'y a en fait qu'**un seul ensemble numérique**, et qui est l'**ensemble W des générescences**, et c'est l'**ensemble de tous les ordinaux** ! En d'autres termes, **il n'y a que les ordinaux**, organisés en **structure fractale** que nous décrivons en fait, de l'**infiniment petit** à l'**infiniment grand**. Quelle que soit l'échelle où on les regarde, c'est toujours la même structure qui se répète.
Ce qui va différencier une échelle d'une autre, c'est l'**unit x** auquel on applique les **ordinaux**, et la structure de base est :
o, x, xx, xxx, xxxx, xxxxx, …, xxxxx(wx), xxxx(wx), xxx(wx), xx(wx), x(wx), (wx)
ou : **o, 1x, 2x, 3x, 4x, 5x, …, (w-5)x, (w-4)x, (w-3)x, (w-2)x, (w-1)x, wx**.

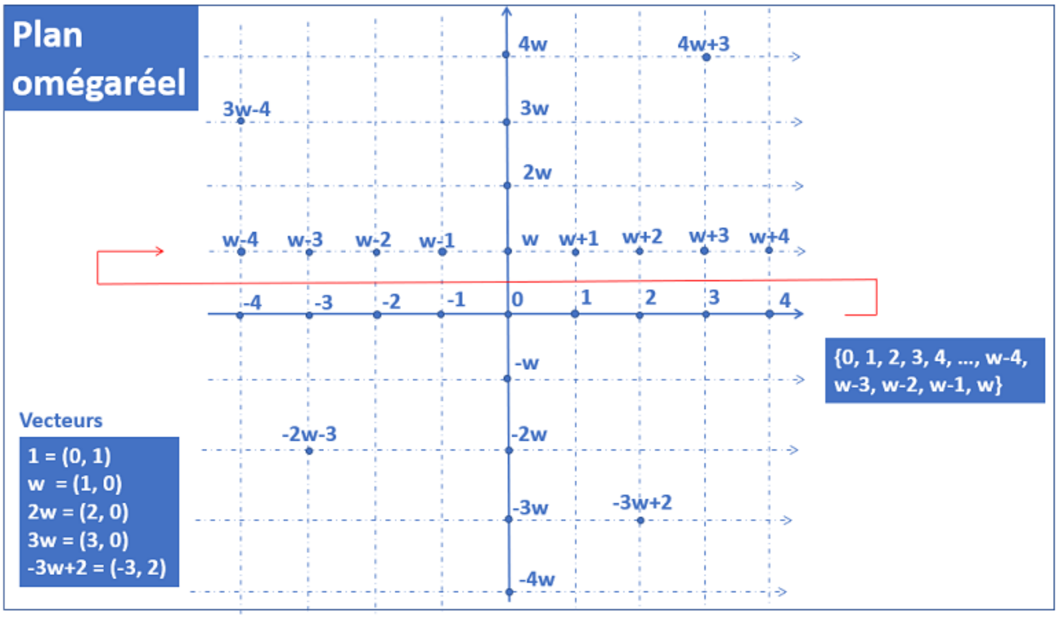
On change d'échelle en changeant juste la valeur de **x**. Sinon, on a toujours ce même **ordre** des **ordinaux** à toutes les échelles, et la séquence qui joue le rôle clef là-dedans, c'est le **cycle ordinal de base w**: **o, 1, 2, 3, 4, 5, …, w-5, w-4, w-3, w-2, w-1, w**. Ou mentionnant les **v** :
o, 1, 2, 3, 4, …, v-4, v-3, v-2, v-1, v, v+1, v+2, v+3, v+4, …, w-4, w-3, w-2, w-1, w.
Le **cycle ordinal de base w** est donc lui-même formé par les **cycles ordinaux de base v**, c'est-à-dire le **sous-cycle** : **o, 1, 2, 3, 4, …, v-4, v-3, v-2, v-1, v**.

Cela veut dire qu'à l'**unit x** près, **tout est ordinal**, tout suit cet **ordre** de l'**alpha** ou **zéro** à l'**oméga** ou l'**infini**. Si l'on donne à **x** la **valeur 1**, ces **générescences** vont correspondre à la notion d'**ordinal** au sens restreint du terme, alors qu'en réalité, cette notion a un sens très large et qui est celui de **générescences** ! Et **tout dans l'Univers TOTAL est générescence**, tout est **généré** de la même manière, car c'est lui précisément l'**Alpha** et l'**Oméga**, qui **génère** tout.

Et le verbe **générer** est le sens technique précis du courant verbe **créer**. **DIEU** le **Créateur de toutes choses**, c'est en fait **DIEU** le **Générateur de toutes choses**. Et c'est aussi **DÉESSE** la **Créatrice de toutes choses**, et c'est **DÉESSE** la **Génératrice de toutes choses**. C'est le **Père Universel**, c'est la **Mère Universelle**.

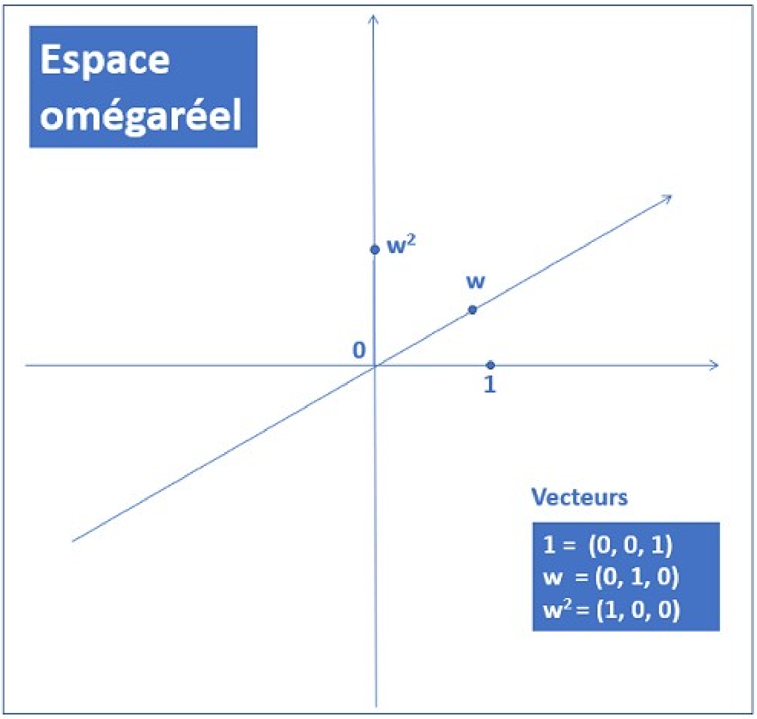
Ce que nous étudions techniquement en parlant de structure des nombres, des ordinaux, c'est en fait l'**Univers TOTAL**, car **tout est numérique**. C'est sa **structure fractale** que nous décrivons en fait, de l'**infiniment petit** à l'**infiniment grand**. Non seulement **tout est ordinal**, il n'y a pas de séparation entre **nombres entiers**, **nombres rationnels**, **nombres réels**, **nombres complexes**, **espaces vectoriels**, etc., mais il n'y a pas de séparation non plus entre les **mathématiques** ou l'**informatique** et la **physique**, la **biologie**, etc.. Car les **générescences**, ce sont les **informations unaires**, nous faisons l'**informatique** de l'**Univers TOTAL**.

Et plus besoin donc aussi de dire qu'on utilise les **nombres réels**, les **nombres** incarnant un **espace** de **dimension 1**, pour définir les **espaces vectoriels**, **géométriques**, **physiques**, etc., ou tout type d'**espace**. Car là aussi il n'y a pas 36 **espaces**, mais **UN seul espace** fondamentalement, qui est précisément l'**espace numérique** que nous découvrons avec les **générescences**.



Et les différents **infinis** que nous découvrons : **v^1, v^2, v^3, v^4, v^5, v^6, v^7, …, w^1, w^2, w^3, w^4, w^5, w^6, w^7, …, ω^1, ω^2, ω^3, ω^4, ω^5, ω^6, ω^7, …, Ω^1, Ω^2, Ω^3, Ω^4, Ω^5, Ω^6, Ω^7, …**, ce sont précisément les **dimensions** en tant que **nombres**, et le **degré n** ou la **puissance n** de **v^n** ou **w^n** ou **ω^n** ou **Ω^n**, définit la **dimension n+1**.

Par exemple, avec **w^4**, on a les **5 degrés** de **w** qui sont : **w^0, w^1, w^2, w^3, w^4**, ou : **1, w^1, w^2, w^3, w^4**, qui sont **5 vecteurs de base** d'un **espace** de **dimension 5**. Et avec **w^2** donc, on a les **3 axes** de l'**espace de dimension 3**, qui sont donc : **w^0, w^1, w^2**, ou : **1, w^1, w^2** :



Pour définir le plan des **nombres complexes** par exemple, on a besoin que juste le **degré 1** de **w**, à savoir $\mathbf{w^1}$, qui va servir d'axe « imaginaire » (mais il n'y a rien d'« imaginaire » maintenant, car tout est **réel**, et même **omégaréel**), et l'axe de **degré 0** ou l'axe d'unité ou d'**unit 1**, va jouer le rôle d'axe des réels. Il suffit alors de définir les **opérations** propres au fonctionnement des **nombres complexes**, et voici alors notre plan numérique bien **réel**, décrit par les **générescences**, transformé en **plan complexe**. Ce sont donc toujours les mêmes **nombres omégaréels** (c'est-à-dire les **nombres réels** dans lesquels l'**infini ω** ou **w** joue maintenant pleinement son rôle, contrairement aux réels classiques dans lesquels ils sont exclus, sauf dans les **nombres réels** dits « **non standard** », et encore que…), oui les mêmes **nombres omégaréels** ou **générescences** donc, qui, vus sous différents angles, jouent tous les rôles.

Comme par exemple aussi la fameuse notion de **polynômes**.
Comme par exemple le **polynôme** en **X** appelé l'**indéterminée**: $\mathbf{P(X) = X^2 – 5X +6}$.
Et la **fonction polynôme** associée : $\mathbf{p(x) = x^2 – 5x +6}$, le symbole **x** étant classiquement appelé la **variable**, mais aussi l'**inconnue**.

Et maintenant la question : pourquoi aller s'embêter avec des « **imaginaires** », avec des « **indéterminées** », avec des « **inconnues** », avec des notions artificielles de « **variables** », etc., alors que :
→Rien n'est « **imaginaire**» ou en parlant des **nombres complexes**, pas si « complexes » que ça, finalement. Puisque ce sont fondamentalement des **générescences**, des **nombres omégaréels**, donc des **réels** mais avec juste l'**infini oméga** ou **ω** ou son petit modèle **w** parmi eux.
→ Rien n'est « **indéterminé**», en parlant des **polynômes**, et par exemple aussi du « **principe d'indétermination de Heisenberg** » en physique quantique, tout est **déterminé** dans l'**Univers TOTAL**. Avec lui, il n'y a plus de hasard, **toute chose existe**, toute chose est vraie, quelque part dans l'**Univers TOTAL**. Rien n'est fondamentalement « **inconnu** » non plus (en parlant de **fonctions** ou des **équations**), en ce sens qu'il n'y a que **Dieu** l'**Univers TOTAL** l'**Alpha** et l'**Oméga** à connaître en sciences, et puis c'est bon. Et tous les mystères de la Négation, oui du Diable, sont résolus aussi du même coup. C'est lui qui cache la **vérité**, l'**information**, qui la rend inconnue, ce qui fait transpirer souvent et résoudre des casse-têtes pour la connaître.

Oui, pourquoi commencer par se prendre la tête avec : $\mathbf{P(X) = X^2 – 5X +6}$, ou : $\mathbf{p(x) = x^2 – 5x +6}$, avec donc des « **indéterminées** » et des « **inconnues** », des variables artificielles, donc, alors qu'on a cette **générescence** et **nombre omégaréel** : $\mathbf{x = v^2 – 5v +6}$, ou $\mathbf{x = w^2 – 5w +6}$, qui répond à toutes les questions que ce **polynôme P(X)** ou cette **fonction p(x)** soulève ?

Ici, **x** n'est pas une **inconnue**, mais est par exemple la **connue** $\mathbf{v^2 – 5v + 6}$. Et en plus on apprend que c'est un **nombre entier oméganaturel, infini**, le **nombre** qui s'écrit aussi sous forme **factorisée**: $\mathbf{x = (v – 2)(v – 3)}$. Autrement dit, on reconnaît facilement deux des **nombres** de la liste des **ordinaux** : **o, 1, 2, 3, 4, 5, …, (v-5), (v-4), (v-3), (v-2), (v-1), v**.

Dans la forme **factorisée** de **x**, on reconnaît les **ordinaux (v – 3)** et **(v – 2)** donc, qu'on a **multipliés** entre eux, ce qui donne : $\mathbf{v^2 – 5v + 6}$.

Nous avons fait exprès d'écrire : $\mathbf{x = (v – 2)(v – 3)}$, pour d'abord faire comprendre quelque chose de très subtil : dans cette écriture, ni **v** ni **x** ne sont des **inconnues**. Car **v** est **connu**, c'est l'**infini v**, et à la fois aussi la **variable v**, les vraies **variables**, bien **définies** maintenant, en tant que **nombre à part entière**, et non pas des **symboles artificiels**, des **lettres** qu'on emploie pour remplacer des

nombres, pour définir des **fonctions**, résoudre des **équations**, etc.. En d'autres termes, **x** est ici un **nombre variable**, et non pas un symbole qui fait semblant d'être un **nombre**, et qu'on doit faire l'effort mental de considérer comme tel, en le faisant **varier**, car il ne **varie** pas tout seul. Comme un cadavre, il ne bouge pas, jusqu'à ce qu'on le fasse bouger en lui donnant une valeur.

Parlons maintenant davantage de la **forme factorisée de x**, à savoir : **x = (v – 2)(v – 3)**.
Le premier facteur, **(v – 3)**, signifie « **3 units 1 avant l'infini v** », et le second, **(v – 2)**, signifie « **2 units 1 avant l'infini v** ». Qui peut le plus peut le moins, dit-on. Toutes les questions que peuvent soulever ce **polynôme P(X)** ou cette **fonction p(x)**, la **variable x**, qui est aussi un **nombre infini**, le fait aussi, mais apportent bien d'autres réponses profondes que ses équivalents dans les paradigmes classiques n'apportent pas.

Et enfin, quelque chose que nous dit la forme développée de **x**, à savoir : **x =** $\mathbf{v^2}$ **– 5v + 6**.

x est à la fois une **variable** au vrai sens, comme on l'a vu, il est un **nombre entier infini**, un **nombre entier oméganaturel**, et aussi un **nombre omégaréel**, un **polynôme**, une **fonction polynôme**. OK.

Mais ce n'est pas tout, car aussi, **x est un vecteur d'un espace vectoriel de dimension 3** ! En effet, comme dit plus haut, son **degré** est **2**, donc il est un **vecteur** de **dimension 2+1**, donc de **dimension 3**. Il est un élément d'un **espace vectoriel** dont les **vecteurs de base** sont : $\mathbf{v^2}$**, v, 1**. Trois exemples de ce que nous appellerons plus loin des **units canoniques**. Les coordonnées de **x** selon cette **base** d'**espace vectoriel de dimension 3**, sont aussi les **coefficients du polynôme**, à savoir **(1, -5, 6)**.
Autrement dit, **x** en tant que **vecteur**, s'écrit : **x = (1, -5, 6)**.

Et ce n'est pas encore fini : **x** est un **vecteur de dimension 3** dont l'un de ses **sous-vecteurs** de **dimension 2**, en l'occurrence : **z = (-5, 6)**, qui se trouve dans le plan **défini** par les deux **vecteurs de base** : **v, 1**, peut-être interprété comme un **nombre complexe**, qui s'écrit alors : **z = 6 – 5i**, où donc **6** est appelé la **partie réelle** de **z**, et **-5** est appelé sa partie « **imaginaire** ». Mais une fois encore il n'y a rien d'imaginaire, rien de « complexe », puisque **x** comme son **sous-vecteur z**, sont des **nombres omégaréels**, des **générescences**.

Et on remarque au passage que, dès que nous avons défini les **générescences**, et donc aussi des ordinaux comme : **o, 1, 2, 3, 4, 5, …, (v-5), (v-4), (v-3), (v-2), (v-1), v**,
qui sont tous **positifs** dans l'absolu, il faut le signaler,
pour pouvoir disposer ensuite de **nombres antitifs**, ce qu'on appelle habituellement les **nombres** « **négatifs** », nous avons nullement eu besoin de définir l'**ensemble Z des nombres entiers relatifs**. En effet, ils se trouvent cachés dans les **prédécesseurs** des **nombres infinis**, oui ils sont cachés ici : **…, (v-5), (v-4), (v-3), (v-2), (v-1), v**.

Comme on peut le remarquer, en partant de **o**, on a dans le **sens croissant** les **nombres** :
o, 1, 2, 3, 4, 5, …,
les très familiers **nombres entiers naturels**, les éléments de **N**.
Mais en partant de **v**, de l'**oméga** ou ici de son petit modèle **v**, et allant dans le **sens décroissant**, vers **o** donc, le **nombre infini v** joue le rôle de **0** ou **o**, exactement comme dans la liste des **entiers relatifs**, les éléments de **Z**, à savoir : **…, -5, -4, -3 , -2, -1, o, 1, 2, 3, 4, 5, …**.

Donc, d'une manière discrète, les éléments de la fin : **…, (v-5), (v-4), (v-3), (v-2), (v-1), v**, jouent exactement le même rôle que : **…, -5, -4, -3 , -2, -1, o**.
Et donc en fait **w** joue un rôle discret de **0** ou **o** !
Il faut raisonner en logique **omégacyclique** pour le voir, c'est-à-dire en logique du **cycle oméga**, sous sa forme ici de **cycle w**. Ce **cycle** s'écrit : **0 = v**, ici donc : **o = v**.
Par conséquent, dans ce **cycle v**, qu'actuellement on appellera la **congruence modulo v**, et qu'on écrira : **Z/vZ**, on a les équivalences suivantes : **-1 = v-1**, **-2 = v-2**, **-3 = v-3**, etc..

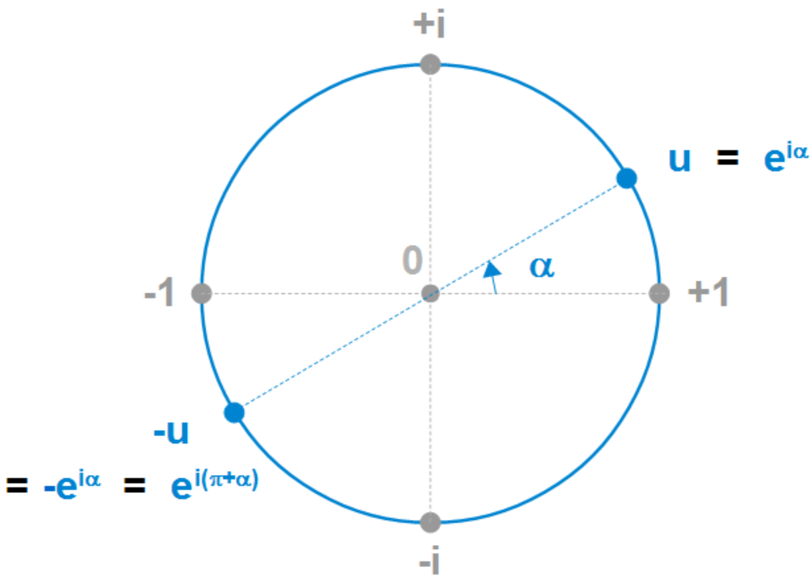
Donc en disant que la **forme favorisée** de **x** est : **x = (v – 2)(v – 3)**, nous sommes quelque part en train de dire aussi que : **x = (– 2)(– 3) = +6** .
Et c'est bien ce **+6** qu'on trouve à la fin de la **forme développée** de **x**, donc : **x =** $\mathbf{v^2}$ **– 5v + 6**. Quand donc on fait jouer à **v** le rôle de **0** ou **o** selon l'égalité du **cycle 12**, qui s'écrit : **0 = v**, ou: **o = v**, il se trouve donc que **x** est **équivalent** à **+6**, un autre rôle discret qu'il joue.

On peut dire bien d'autres choses, ce petit tour d'horizon suffit. Le moins qu'on puisse dire c'est :
« Tout ça, oui toutes ces notions des mathématiques et des sciences dans une seule **égalité**, dans un seule **générescence x** ?»

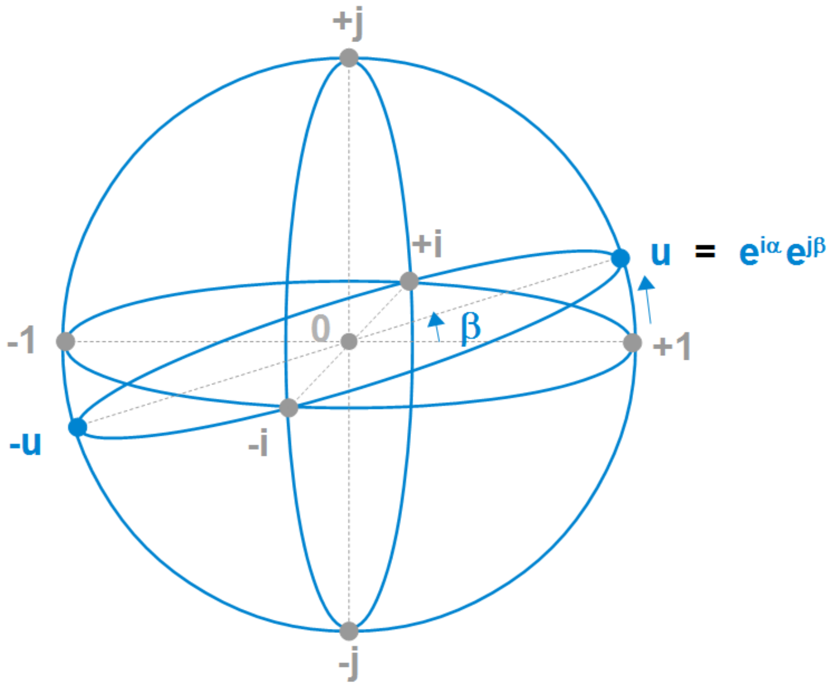
Eh bin, oui !

Donc en faisant l'exposé que j'ai fait sur les **générescences** et la **structure fractale**, je suis en train de vous raconter l'**Univers TOTAL**, oui **DIEU** ! Vous, vous n'y voyiez que des exposés techniques en vous demandant peut-être à chaque fois : « Mais où veut-il en venir avec ce blabla ?»
Mais dans ce que je vous explique, plus que de « simples » **nombres complexes**, je vois des cercles, des sphères, des hypersphères, ce que j'ai appelé des **n-unids** dans les livres précédents.

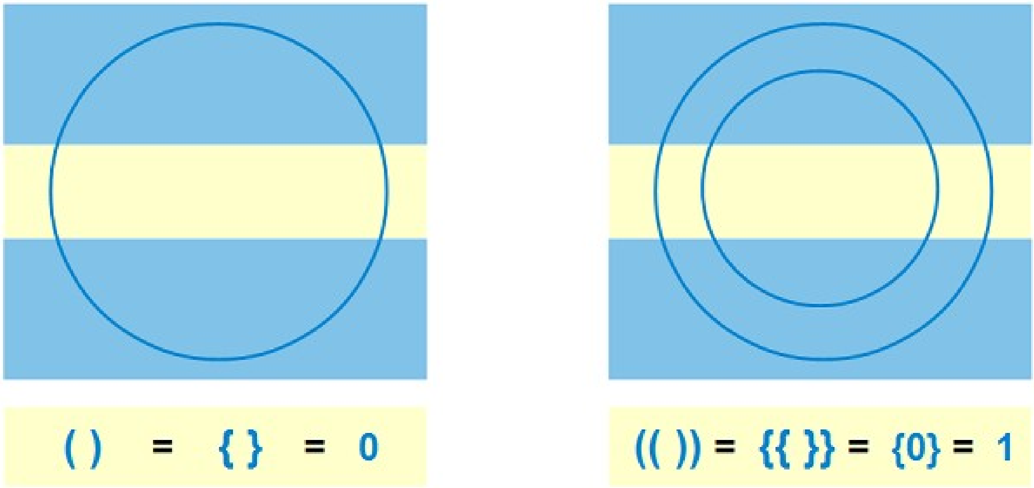
Comme ici le **2-unid** :



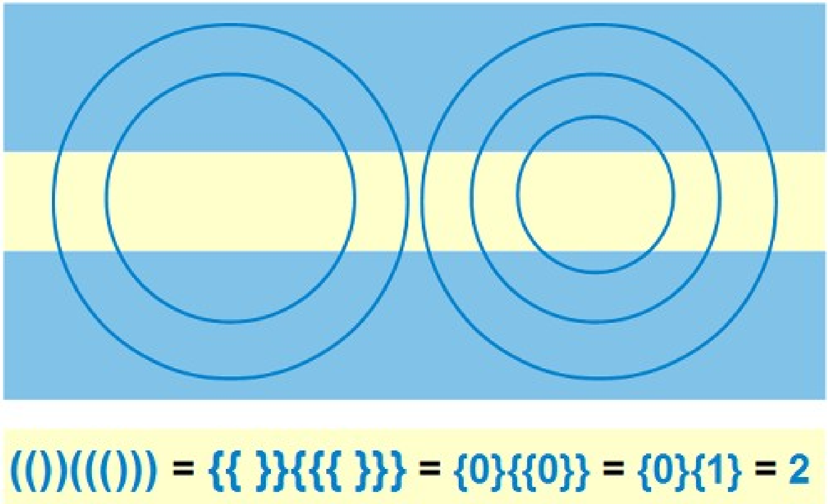
Le 3-unid :



Comme
précédemment, au-delà des **polynômes**, des **fonctions**, des **équations**, des **vecteurs**, je vois toute la **structure des ensembles** cachés dans les **unids** (les **hypersphères**) :



Je vois les **ordinaux** en tant que **structures unidales** ou **hypersphériques.** Je vois le lien entre un **cercle** ou un **disque** et ce qu'on appelle « **ensemble vide** » ou le « **rien** » ou le « **zéro** ». Je vois pourquoi ce n'est pas si « **vide** » ou « **rien** » ou « **zéro** » que cela. Je vois ce que cela veut dire réellement. Et inversement, quand je vois une **structure ensembliste**, je vois des **unids,** des **hypersphères** et les **relations** et **configurations** que cette **structure** raconte.



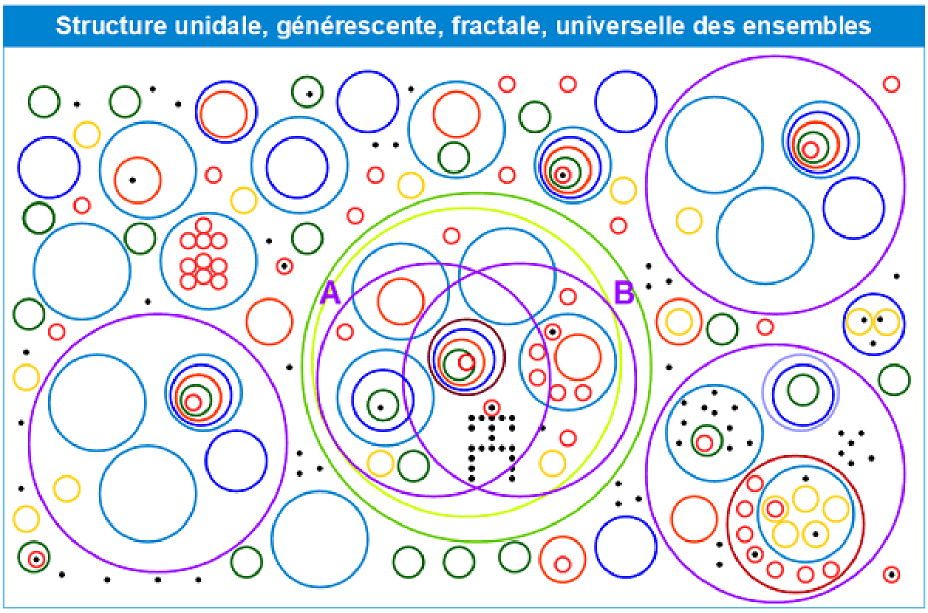
Je vois les **ensembles** de Cantor, ce connecté au divin, ses **ordinaux**, je vois à l'oeuvre des **ordinaux** et **cardinaux**, **finis** comme **infinis**, et je vois où il s'est trompé ou plutôt a été trompé par les mauvais paradigmes. Sa théorie des ensembles n'avait aucun paradoxe, mais ce sont les paradigmes dans lesquels il travaillait, qui sont loin de la vie, de l'Univers et de son sens, qui sont paradoxaux. Il ne croyait pas si bien dire quand il affirmait que c'est Dieu qui lui a envoyé la **théorie des ensembles** et des **ordinaux**. Et plus que quiconque, je le comprends quand face à ses découvertes et ce qu'elles racontent, il disait : «Je le vois, mais je ne le crois pas ».

Je comprends à quel point David Hilbert, le père de la méthodologie axiomatique, avait raison de dire : « «Du paradis créé pour nous par Cantor, personne ne nous chassera ».

Mais le problème c'est que ce n'est pas la méthodologie axiomatique qu'il fallait aux mathématiques afin qu'elles fonctionnent dans des paradigmes étriqués, mauvais, mais de changer ces paradigmes, toute la logique mathématique et scientifique ! Car, justement, la méthode axiomatique a rendu les mathématiques encore plus abstraites, déconnectés de l'Univers que je vois. Les mathématiques sont devenues un simple jeu d'axiomes, un formalisme déconnecté du sens. Les mathématiciens ne voyaient plus que beaucoup de notions apparemment différentes ne sont en réalité que différentes facettes d'une seule notion fondamentale, qui raconte Dieu, l'Univers TOTAL, l'Alpha et l'Oméga, comme par exemple la notion de **générescence**. Et au final, l'axiomatique entre autres a fait sortir les mathématiciens du paradis créé par Cantor.

La notion intuitive et naturelle d'ensemble de Cantor n'était pas « naïve », ce n'est pas elle qui est la cause des paradoxes mais bel et bien les paradigmes de la Négation, incompatibles avec l'Univers, la Nature, la Vie, bref Dieu.

Et voilà tout à coup les **nombres complexes** qui cessent d'être complexes, pour devenir non seulement simples comme des dessins d'enfants avec un compas et des couleurs, mais des **nombres réels**, oui des choses de la **Réalité** ! Les équations cèdent la place à des structures unidales. Les cercles, les sphères, les hypersphères prennent tout à coup vie, ils deviennent les choses de la vie, de l'Univers.



Je vois donc la vie, la vraie. Je vois l'amour, je vois la nature, les montagnes, les fleuves, les océans. Je vois des gens se promener, heureux de vivre, de respirer, sans masques, sans distanciations sociales, sans séparations ! Je vois des planètes, des étoiles, des galaxies, des univers, une infinité d'univers, des infinités d'infinités ! Je vois des espaces infinis, des dimensions, des infinités au carré, au cube, à la puissance 4, et même des infinités à la puissance des infinités ! C'est donc de tout cela que je parle, avec les degrés et les puissances de **w** ou de **ω**.

Revenons donc à nos générescences, maintenant que l'on comprend mieux, je l'espère, ce qu'elles sont et ce qu'elles disent. Revenons à notre ensemble **W**, la **structure générative** de **base w**. Souvenez-vous, nous avons considéré **sept** éléments de base:
$\mathbf{0_\omega, 0, \theta, 1, w, \omega, \omega_\omega}$, ou : $\mathbf{o, 0, \theta, 1, w, \omega, \Omega}$.

Puis nous avons posé l'**égalité omégacyclique** : $\mathbf{0_\omega = \omega_\omega}$, ou : $\mathbf{o = \Omega}$, ce qui veut dire donc que nous travaillons avec le **Cycle Ω**, dans ce qu'on appelle classiquement la **congruence modulo Ω**, et les mathématiciens traditionnels noteraient ici : $\mathbf{Z/\Omega Z}$. Oui, ils aiment des termes et des notations qui impressionnent le non initié. Mais passons.

Tout ça donc juste pour dire qu'on travaille dans le **Cycle Ω**, qui s'écrit ici : $\mathbf{o = \Omega}$. Nous avons vu ce **cycle** sous différentes versions, comme : $\mathbf{0_\omega = \omega_\omega}$, et plus simplement : $\mathbf{0 = \omega}$, et nous avons vu ça un peu plus haut sous la forme : $\mathbf{o = w}$. Tout cela est **équivalent**.

Nous avons donc : $\mathbf{0_\omega = \omega_\omega}$, ou : $\mathbf{o = \Omega}$, ce qui ramène nos sept éléments fondamentaux à six éléments: $\mathbf{o, 0, \theta, 1, w, \omega}$.

On pose : $\mathbf{o \times \Omega = 0_\omega \times 0_\omega = 0_\omega}$, et : $\mathbf{0 \times \omega = \theta \times w = 1 \times 1 = 1}$.
Et plus généralement : $\mathbf{1 \times x = x \times 1 = x}$, pour toute **expression x**.

Autrement dit, on s'autorise des **équivalences élémentaires**, dont le fait que **1** est l'**élément neutre** de la **multiplication**. Mais **0** n'est pas **élément neutre** de l'**addition**, c'est **o** ou $\mathbf{0_\omega}$ qui joue ce rôle.

Ceci induit deux notions de **soustraction**, la **soustraction absolue** et la **soustraction générative**, dont on reparlera.

On impose à l'**addition** et à la **multiplication** d'être **commutatives** et **associatives**, ce qui signifie que l'on demande à l'**identité générative** d'être moins **identitaire** (ou moins **stricte**) et plus **équivalencielle** (ou plus **large**), de ne pas distinguer **x+y** et **y+x**, de même **x×y** et **y×x**, pour la **commutativité**, et de ne pas distinguer **(x+y)+z** et **x+(y+z)**, de même **(x×y)×z** et **x×(y×z)**, pour l'**associativité**.

Autrement dit, pour la **commutativité** :

→ **x + y = y + x**
→ **x × y = y × x**

Et pour l'**associativité** :

→ **(x+y)+z = x+(y+z)**
→ **(x×y)×z = x×(y×z)**

On demande à la **multiplication** d'être **distributive** par rapport à l'**addition**, c'est-à-dire :

→ **x×(y+z) = x×y + x×z**

C'est cette propriété demandée à l'**identité générative** « $=_w$ » qui fait de l'**opération** notée « ×» une **multiplication** par rapport à celle notée « +», ce qui, en logique **générative**, signifie que la **multiplication** est l'**itération** de l'**addition**, l'**hyperopérateur** qui vient juste après l'**addition**.

Par exemple :
x×(1+1+1+1+1+1+1) = x×(1111111) =   x×1 + x×1 + x×1 + x×1 + x×1 + x×1 + x×1
=   x + x + x + x + x + x + x   =   xxxxxxx.

Autrement dit, une **multiplication** est la **répétition** de l'**addition** d'un certain même **unit**, ici **x**. Ici donc, **multiplier x** par une **générescence n** d'**unit 1**, qui est la définition d'un **ordinal n** dans la **conception générative** (oui une **générescence** d'**unit 1**, le **0 absolu** étant un cas singulier), c'est remplacer chaque **unit 1** de **n** par **x**. C'est cette propriété de **distributivité** qui sera sous-jacente dans la **multiplication** de deux **générescences** quelconques **x** et **y**.

De même, les propriétés d'**équivalence** (ou d'**indifférenciation**) supplémentaires que l'on va demander à l'**identité générative** « $=_w$ » ci-après, vont faire de l'**opération** d'**exponentiation** l'**itération** de la **multiplication**, donc l'**hyperopérateur** qui vient juste après la **multiplication**.

On demande à l'**exponentiation** d'être **exponentiative** par rapport à la **multiplication** et à l'**addition**. C'est-à-dire, en notant **x^y** par $\mathbf{x^y}$, l'**exponentiation** possède les quatre propriétés suivantes :

Pour tous éléments **x**, **y** et **z** de **W**,

Exp0) $x^o = 1$; où **o** est le **0 absolu** ;
Exp1) $x^1 = x$; autrement dit, **1** est l'**élément neutre à droite** pour l'**exponentiation** ;
Exp2) $x^y \times x^z = x^{y+z}$;
Exp3) $(x^y)^z = x^{y \times z}$;
Exp4) $(x \times y)^z = x^z \times y^z$.

Toutes ces **égalités**, en l'occurrence ici des **identités génératives**, signifient que dans le grand magma des **expressions** ou **assemblages** de **symboles**, on définit des sous-ensembles de **W** qui sont des **classes d'équivalence**. Chacune des **égalités génératives** plus haut définit simplement une **classe d'équivalence**.

Par exemple, l'**égalité** : $x^o = 1$, ou : $x\wedge o =_w 1$, dit que l'on décide que toutes les expressions de la forme «**x^o** », où **x** est une **expression** quelconque, sont **équivalentes** à l'expression **1**, et sont dans la même **classe d'équivalence** que **1**. De même, l'**égalité** : $x^1 =_w x$, ou : $x\wedge 1 =_w x$, dit que toutes les expressions de la forme «**x^1** », sont dans la classe de **x**. De même que les expressions de la forme : **x+o**, **o+x**, **1×x**, **x×1**, etc..

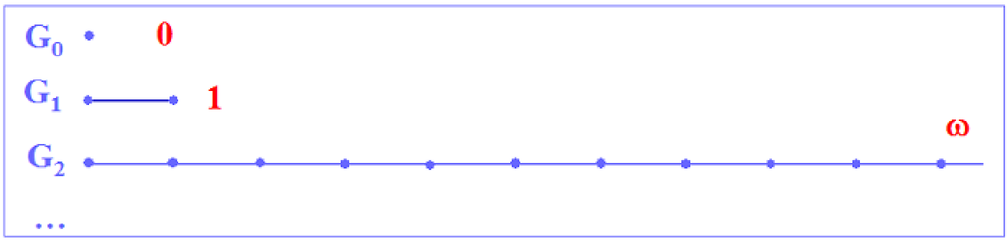
Et maintenant la **relation d'ordre** :

W est muni d'une **relation binaire** notée « < ».

Cette relation se résume à dire que, pour toute **générescence x** qui n'est pas **o**, les **générescences** d'**unit x**, sont à prendre dans l'**ordre** :
o < x < xx < xxx < xxxx < xxxxx < … < xxxxxy < xxxxy < xxxy < xxy < xy < y < yx < yxx <….,
où **y** est une **générescence** d'**unit x**, **finie** ou **infinie**. Autrement dit, l'**ordre** dans **W**, dans les **générescences** donc, se ramène fondamentalement et à toutes les échelles à cet ordre :
o, 1, 2, 3, 4, 5, …, (w-5), (w-4), (w-3), (w-2), (w-1), w.

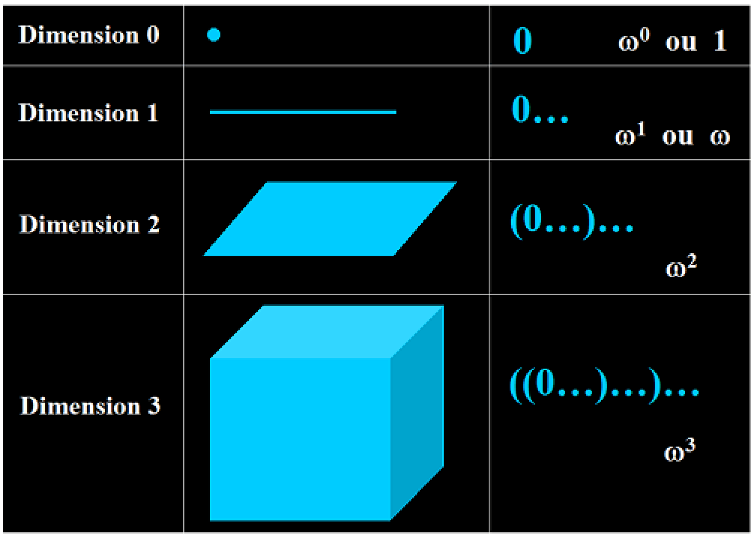
Le fait de ne pas imposer tout de suite que **0** est l'**élément neutre** de l'**addition** a de grandes conséquences heureuses sur les **opérations numériques** fondamentales. Elles deviennent très **formelles** et **informationnelles**, ce qui renseigne énormément sur la nature, le fonctionnement et les mécanismes profonds des **nombres**. On comprend mieux les articulations des trois opérations fondamentales : l'**addition**, la **multiplication** et l'**exponentiation**, à savoir par exemple que la **multiplication** est l'**addition itérée**, et que l'**exponentiation** est la **multiplication itérée**. Autrement dit, la **multiplication** est juste la **répétition** de l'**addition**, et l'**exponentiation** est la **répétition** de la **multiplication**. Donc en fait tout est à la base de l'**addition**.

Et c'est avec les **générescences** ou **informations unaires** que l'on comprend bien ces opérations fondamentales. C'est-à-dire les **informations** faites d'une seule **information élémentaire**, le **0** en fait, par opposition au **binaire** par exemple, qui utilise deux informations élémentaires, le **0** et le **1**. Nous avons vu avec le **segment de longueur 1** comment le **1** est fabriqué à partir du **0**, comme une **répétition** ou une **addition répétée indéfiniment** du **0** ou le « **point** ». Cela veut dire, que malgré les apparences, on n'a pas un objet **binaire**, avec le **0** et le **1** complètement séparés, et tous les deux séparés de l'**infini ω**, mais en fait un **seul objet de base**, qui est le **0** :



La **répétition** un **infini** ω fois du **0** donne **1**, l'importante égalité : $\mathbf{0 \times \omega = 1}$.
C'est donc la manière dont le **segment de longueur 1** est formé à partir du **point** ou **0**.
Nous écrivons cela par l'**égalité générative** : **0… = 1**.
Et de la même façon, la **répétition** un **infini** ω fois du **1** donne ω : $\mathbf{1 \times \omega = \omega}$.
Nous écrivons cela par l'**égalité générative** : **1… =** ω.
La même **répétition** une infinité ω de ω donne ω^2, $\omega \times \omega = \omega^2$.
Égalité générative : ω **… =** ω^2.
Et ainsi de suite. Il s'agit d'une **structure fractale** de **générande** ω.

Voici une autre illustration de cette **structure fractale** :



A la base donc, c'est le **point** ou **0** qui **génère** tous ces **ensembles** mathématiques et physiques.

Ceci permet aussi de comprendre la logique de la **relation d'ordre** « < » des **nombres**, qui, fondamentalement est une **relation ordinale**, c'est-à-dire celle des objets mathématiques qu'on appelle les **ordinaux**.

Pour affiner la définition de la **relation d'ordre** fondamentale « < » nous avons besoin d'importantes notions préliminaires du **Nouveau Paradigme**.

Au niveau de l'**identité générative** « $=_w$ », on n'a qu'un seul **élément neutre**, **1**, celui de la **multiplication**. Le **0** n'est pas encore l'**élément neutre** de l'**addition**, car on distingue les objets : **0**, **0+0**, **0+0+0**, **0+0+0+0**, etc., que l'on notera simplement : **0**, **00**, **000**, **0000**, etc., et appelés les **générescences d'unit 0**.

D'une manière générale, étant donné un objet quelconque **x**, les objets : **x**, **x+x**, **x+x+x**, **x+x+x+x**, etc., sont simplement notés : **x**, **xx**, **xxx**, **xxxx**, etc., et appelés les **générescences** d'**unit x**, ou encore les **informations unaires** d'**unit x**. Pour le dire autrement, une **générescence** d'**unit x** est un **mot** formé d'**une seule lettre de l'alphabet**, ici **x**. Ces **mots** consistant alors à **répéter uniquement x**, donc : **x, xx, xxx, xxxx, xxxxx, xxxxxx, xxxxxxx, ...**

Et si c'est la lettre **a** seulement qu'on utilise pour former les mots, cela donne : **a, aa, aaa, aaaa, aaaaa, aaaaaa, aaaaaaa, ...** Et si c'est le chiffre **0** qui est répété, cela donne : **0, 00, 000, 0000, 00000, 000000, 0000000, ….** Et si c'est le chiffre **1** qui est répété, cela donne : **1, 11, 111, 1111, 11111, 111111, 1111111, ….** Sachant que le **1** lui-même ici est la **répétition ω** fois du 0, donc : **0… $=_w$ 1**. Donc en répétant des **1**, on répète autant de fois des paquets de **ω** fois **0**. C'est-à-dire : **0…**, **0…0…**, **0…0…0…**, etc..

Et en **algèbre générative**, ou **algèbre des générescences** (ne cherchez pas ces termes dans les manuels des mathématiques classiques, ce sont des notions du Nouveau Paradigme), **additionner** deux **générescences** c'est simplement les **concaténer**, c'est-à-dire mettre l'une à la suite de l'autre.

Additionner par exemple **11111** qui est le **nombre entier 5** en tant que **générescence** d'**unit 1**, et **1111111**, qui est le **nombre entier 7** en tant que **générescence** d'**unit 1**, donc faire « **5+7** », c'est juste mettre la **générescence 7** à la suite de **5**, donc : **11111 1111111**, donc : **111111111111**, ce qui fait la **générescence 12**. Voilà pourquoi on a naturellement : **5+7 = 7+5**, et de manière générale la **commutativité** de l'**addition** des **nombres entiers** et plus généralement de tous les **nombres réels**, définis comme des **générescences** d'**unit 0**. On a : **x+y = y+x**.

Pas besoin donc d'axiomes de l'arithmétique ou de l'algèbre, c'est juste la propriété des **générescences**. Par exemple, puisque un **segment de longueur 1** est un **paquet** de **ω** fois **0**, donc un **segment** de longueur **0.5** ou **1/2** sera un paquet de **ω/2** fois **0**, et un **segment** de longueur **1/3** sera un paquet de **ω/3** fois **0**, etc.. Il y a donc un rapport direct entre un **nombre réel x** et un certain **nombre infini** qui mesure le **nombre** des **0** qui le forment. De sorte que le **nombre réel x** devient synonyme d'un certain **nombre entier n**, pas nécessairement **fini**. Et la notion générale de **nombre entier**, est ce qu'on appelle un **ordinal**.

Voilà pourquoi il est important de ne pas se précipiter pour dire qu'un paquet donné de **0**, autrement dit, en **additionnant** des **0**, on a **0**, autrement dit encore que **0** est l'**élément neutre** de l'**addition**, et donc aussi l'**élément neutralisant** ou **absorbant** de la **multiplication**. Le fait de dire cela prive d'entrée de jeu de compter individuellement les **0** exactement comme on compterait par exemple des **billes**, ou le nombre des bits **0** dans une **donnée informatique**. On compte bien les **bits** ou **unités informationnelles** un à un, que ce soit des **0**, des **1**, des **a** ou tout ce qu'on veut.

C'est exactement ce que l'on fait ici : on se place au niveau de l'**identité générative** ou **opérationnelle** ou **informationnelle**, « $=_w$ », et on compte par exemple le **nombre des 0** d'un **segment** de **longueur 1**, et on dit que par définition cela fait exactement **ω**. Avec un deuxième **segment** de **longueur 1** cela fait **2ω**, et avec un troisième **segment** de **longueur 1** cela fait **3ω**, et ainsi de suite. Et si on a une droite de **ω segments** de **longueur 1**, la **droite** aura un **nombre de points** ou de **0** de **$ω^2$**. Et si on ajoute **1 point** à la **droite**, on ne dira pas qu'il compte pour du beurre, c'est-à-dire qu'il est **élément neutre**, mais on dira qu'on a : **$ω^2$+1 points** en tout, ou un **nombre de points** ou de **zéros** égal à **$ω^2$+1**.

Après ça, une fois que les **points** ou les **zéros** ont été comptés avec grande précision, en nous plaçant par exemple au niveau de l'**identité générative**, « $=_w$ », rien ne nous empêche par exemple de définir un seuil de **nombres entiers n** en dessous duquel on considère que le **nombre des zéros** ou **points additionnés** est **équivalent** à **0**, c'est-à-dire les **nombres n** pour lesquels on a : **n×0 = 0**. Il s'agit là d'une **relation d'équivalence** que l'on définit. Ces **nombres**, nous les qualifions de **nombres initiaux**, en parlant du **segment de longueur 1**. A la différence des **nombres finaux n**, pour lesquels on a par contre : **n×0 = 1**. Cela veut dire que le **nombre des points** du **segment** ou des **zéros** est maintenant suffisamment grand pour que la **longueur du segment** commence à être **1**. Les **nombres intermédiaires** sont ceux pour lesquels la **longueur** est entre **0** et **1**.

Se placer au niveau de l'**identité générative** ou **opérationnelle** ou **informationnelle**, « $=_w$ », est vraiment extrêmement intéressant car là, le **0** se comporte comme **1**, comme une unité **informationnelle**, que l'on compte comme les autres. Les **nombres infinis** ou **ordinaux infinis** se comportent alors exactement comme les bons vieux **entiers naturels non nuls**, puisque ce qui fait que le **0** acquiert ses propriétés de nullité c'est le fait de dire qu'il est l'**élément neutre** de l'**addition**. Une propriété très utile mais qui n'a pas que des qualités. Le problème de la **division par 0** en témoigne.

Autre chose : Comme dit plus haut, il faut distinguer l'**absence d'information**, **« »**, avec l'**information** spéciale appelée « **0** ». L'**absence d'information** est ce qu'on appelle en informatique par exemple le caractère « **espace** », qui n'est en fait qu'une autre notion de **0**, une autre facette du même **0**. Nous allons la noter ici **o**. Il s'agit donc de la **générescence** ou **information unaire** spéciale, qui représente l'**absence** de **générescence** ou d'**information unaire**. La liste des **générescences d'unit x** devient alors: **o, x, xx, xxx, xxxx, xxxxx, xxxxxx, xxxxxxx, …**. C'est ni plus ni moins que le **0 absolu**, $\mathbf{0}_\omega$, que nous retrouvons ici dans un autre rôle.

En particulier, les **générescences** ou **informations unaires** d'**unit 1**, à savoir donc : **o**, **1**, **1+1**, **1+1+1**, **1+1+1+1**, etc., ou **o**, **1**, **11**, **111**, **1111**, etc., sont respectivement notées : **o**, **1**, **2**, **3**, **4**, etc.. Et là c'est un autre **0** qui prend la relève, pour jouer le rôle du **0** habituel, qui est même un **zéro** pour **0**, car avec les **générescences** d'**unit 0** on a aussi : **o, 0, 00, 000, 0000, 00000, 000000, 0000000, …**. On a ainsi le **0** qui signifie l'absence d'**information**, que cette information soit formée de **0**, de **1** de la lettre **a**, ou **x**, ou autres, et on a le **0**, « **o** » donc, qui a le sens d'« **espace** », et qui signifie l'**absence d'information**. Autrement dit, la différence entre « **information 0** » et « **0 information** » ! Autrement dit encore, la différence entre « **information qui est 0** » et « **0 information** », c'est-à-dire « **pas du tout d'information** », même pas celles écrites avec uniquement des **0**.

Avec le **0**, c'est-à-dire l'**information 0**, les **générescences d'unit 1** sont appelées les **nombres entiers naturels constants**, qui sont donc : **0, 1, 2, 3, 4, …**. Nous ajoutons « **constants** » pour les distinguer des **nombres entiers naturels variables**. Nous notons **N** l'ensemble des entiers naturels constants, comme usuellement : **N = {0, 1, 2, 3, 4, …}**, en utilisant l'**égalité courante** « = ».

Et maintenant, considérons trois symboles distincts **a**, **b** et **e** absolument quelconques. Nous allons construire un ensemble $\mathbf{On_r^1(a, b, e)}$ de symboles parfaitement **ordonnés** par la relation « < », qu'on appellera les **ordinaux romains de (a, b, e)**, et qu'on appliquera à n'importe quel autre triplet de symboles distincts. Pour se fixer les idées, on prendra le triplet **(1, ω, ^)**.

La préoccupation fondamentale, très simple, que nous avons est la suivante : étant donné n'importe quelle chose **a** prise comme **unit** de **générescences**, ou, pour le dire en **langage** des **alphabets** et des **mots**, étant donnée un **alphabet** n'ayant qu'**une seule lettre a**, et notant **o** l'**absence de mots**, ou l'**élément neutre** de l'**Univers des mots** (qui soit dit en passant est aussi une **modélisation** de l'**Univers TOTAL**), et **o** appelé le « **mot vide** », ou la « **générescence vide** » ou simplement l'« **espace** », avec donc cet **espace o** comme **mot spécial** ou **générescence spéciale**, les **générescences** d'**unit a**, ou mot unaire de l**ettre unique a** sont donc : **o, a, aa, aaa, aaaa, aaaaa, aaaaaa, aaaaaaa, …**.

Et sans avoir besoin de faire une théorie compliquée des **nombres entiers naturels**, de poser des axiomes compliqués, il est très clair que cette liste est une des représentations possibles du classique **ensemble N** des **nombres entiers naturels** : **0, 1, 11, 111, 1111, 11111, 111111, 1111111, …**, qu'en numération décimale nous noterons : **0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, …**, et l'écriture **12** par exemple représentant la **générescence 111111111111** ou **aaaaaaaaaaaa**.

C'est ce que nous appelons la **conception générative** des **nombres entiers naturels**.

D'abord, voici la **forme générale** d'une **générescence y d'unit x**, **finie** ou **infinie**, c'est-à-dire **constante** ou **variable**.

o, x, xx, xxx, xxxx, xxxxx, …, xxxxxy, xxxxy, xxxy, xxy, xy, y.

Et en particulier c'est la **forme générale** d'un **ordinal y d'unit x**, **fini** ou **infini**, où là par contre **o** est à interpréter comme le **0 absolu**, et où **x** est **1** ou est un **ordinal**.

Tout **ordinal n**, **fini** ou **infini**, est fondamentalement de la forme :
0, 1, 11, 111, 1111, 11111, …, 11111n, 1111n, 111n, 11n, 1n, n,
qui sont aussi la liste de tous les **ordinaux** de **0** à **n**.
La liste : **0, 1, 11, 111, 1111, 11111, …**, est alors respectivement notée : **0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …**.
On se donne un **ordinal infini** de **référence**, noté **1…**, ce qui veut dire que l'**unit 1** est répété indéfiniment. Cet **ordinal** est noté **ω**, mais le plus souvent **w**, et on pose : **ω = w^w = w^w**.

Dans cette liste : **o, x, xx, xxx, xxxx, xxxxx, …, xxxxxy, xxxxy, xxxy, xxy, xy, y**,
l'écriture **xy**, qui est de type « **numération romaine** », s'interprète comme :**y – x**, où l'**opération** « **–**» est appelée la **soustraction absolue**.

Et **xxy** s'interprète comme :**y – xx**, et **xxxy** comme :**y – xxx**, et ainsi de suite.

Et **yx** s'interprète ici comme :**y + x**, et **yxx** s'interprète comme :**y + xx**, et **yxxx** s'interprète comme :**y + xxx**, etc..

La liste : **o, x, xx, xxx, xxxx, xxxxx, …, xxxxxy, xxxxy, xxxy, xxy, xy, y**, se note alors :
0, 1×x, 2×x, 3×x, 4×x, 5×x, …, y- 5×x, y-4×x, y-3×x, y-2×x, y-1×x, y,
ou plus simplement : **0, 1x, 2x, 3x, 4x, 5x, …, y-5x, y-4x, y-3x, y-2x, y-1x, y**,
ou encore : **0, x, 2x, 3x, 4x, 5x, …, y-5x, y-4x, y-3x, y-2x, y-x, y**.

Toute **générescence y** d'**unit x** est de la forme : **y = n×x = nx**, où **n** est un **ordinal**. Et **y** est un **ordinal** si et seulement si **n = 0** ou **x** est un **ordinal**. Ceci définit du même coup la **multiplication** d'un **ordinal n** par une **générescence x**.

Définition :
Multiplier un **ordinal n = 1111...111** par une **générescence x**, c'est **remplacer** chaque **unit 1** de **n** par **x**, c'est-à-dire: **1111...111 × x = xxxx...xxx**.

Et en particulier, si **n** est le **0 absolu**, **o**, qui n'a aucun **unit 1**, par définition on pose:
o×x = x×o = o.
Autrement dit, le **0 absolu** est l'**élément neutralisant** (ou **absorbant**, comme on dit classiquement) pour la **multiplication**, appelée l'**uper**, l'**addition** étant l'**oper**. Le **0 absolu**, **o**, est **uperneutralisant** en ce sens donc qu'il **neutralise** (ou **absorbe**) tout **élément x** avec l'**uper**, c'est-à-dire la **multiplication**.

Par exemple, on a l'**ordinal** : **8 = 11111111**. Soit une **générescence x** quelconque.
On a : **8 × x =11111111 × x = xxxxxxxx**.
Et si par exemple :
x = 111, on a : **8 × 111 = 11111111 × 111 = (111)(111)(111)(111)(111)(111)(111)(111)**
= 111111111111111111111111 = 24.
Il est clair que les units de **24** peuvent être organisés ainsi :
24 = (11111111)(11111111)(11111111).
Autrement dit, les **8 générescences** de **3 units 1** chacune peuvent être réorganisées en **3 générescences** de **8 units 1** chacune. En effet, une **générescence** n'étant rien d'autre qu'un **paquet** d'un certain **unit u**, ici **1**, si l'on a **n paquets** de **m units** chacun, en prélevant **un unit** dans chacun des **n paquets**, on a un **paquet** de **n units 1**. Et on peut **itérer** cela **m fois**. Donc **n paquets** de **m units** chacun, c'est **m paquets** de **n units** chacun. Et ceci est vrai, que les **ordinaux m** et **n** soient **finis** ou **infinis**, ce qui veut dire **constants** ou **variables croissants**, ou même **variables** de manière générale. D'où le théorème suivant :

Théorème :
Pour deux **ordinaux m** et **n**, **constants** ou **variables**, on a : **m × n = n × m**.
Autrement dit, la **multiplication** est **commutative** pour les **ordinaux**.

Ceci est donc vrai s'il s'agit d'**ordinaux infinis**, c'est-à-dire **variables croissants**.

Théorème :
Tout **ordinal** est **régulier** pour l'**addition**, et tout **ordinal non nul** (c'est-à-dire **différent** de **o** ou **0_ω**) est **régulier** pour la **multiplication**. C'est-à-dire :

Pour trois **ordinaux x**, **y** et **z** :
x + z = y+ z ⇒ x = y

Pour deux **ordinaux x** et **y** et pour tout **ordinal non nul z** :
x × z = y × z ⇒ x = y

Ceci s'applique aux **ordinaux** aussi bien **finis** comme **infinis**.

A partir de maintenant, nous appelons **units canoniques** ou **units fondamentaux** ou **units de base** **ω**, ou encore **modèles**, les **générescences** de l'une des formes suivantes : $\mathbf{0^n}$, $\mathbf{\theta^n}$, $\mathbf{\varepsilon^n}$, **1**, $\mathbf{v^n}$, $\mathbf{w^n}$, $\mathbf{\omega^n}$, où **n** est un **ordinal**. Etant entendu, que : $\mathbf{w^w = \omega}$, tous ces **units** sont finalement de la forme : $\mathbf{w^p}$, où **p** est un **ordinal relatif**.

Théorème :
Toute **générescence x**, est de la forme : **x = m×u**, où **m** est un **ordinal**, et où **u** est un **unit canonique**.

Toute **générescence x** peut donc être mise sous une **forme canonique**.
Ceci permet de voir toute **générescence x** comme un **ordinal**.

Théorème :
Pour deux **générescences x** et **y**, il existe toujours un certain **unit u** qui **génère x** et **y**, c'est-à-dire tel que **x** et **y** soient des **générescences** d'**unit u**. On dit que **x** et **y** sont **cogénérés** par **u**. Plus généralement, étant donnés **n générescences** $\mathbf{x_1}$, $\mathbf{x_2}$, $\mathbf{x_3}$, …, $\mathbf{x_n}$, d'**units canoniques** respectifs : $\mathbf{u_1}$, $\mathbf{u_2}$, $\mathbf{u_3}$, …, $\mathbf{u_n}$, et où **n** est un **entier naturel** non nul, il existe un **unit canonique u** qui **génère** toutes ces **générescences**.

En effet, il suffit de prendre pour **u** l'**unit minimal** parmi les $\mathbf{u_i}$, c'est-à-dire l'**unit u** tel que pour tout **indice i**, $\mathbf{u \leq u_i}$. Ou simplement de choisir un **unit canonique u strictement inférieur** à tous les $\mathbf{u_i}$. Il existe car les $\mathbf{u_i}$ sont tous de la forme $\mathbf{w^p}$, où **p** est un **entier relatif**. Et comme on a pris le nombre **n** des $\mathbf{u_i}$ un **entier naturel**, on a aussi **n exposants p** des $\mathbf{u_i}$, donc **n entiers relatifs**. Il existe donc un **entier relatif q strictement inférieur** à eux tous. On peut prendre alors pour **u** l'**unit canonique** $\mathbf{w^q}$.

Si **x** et **y** sont **cogénérés** par un **unit canonique u**, on a alors :
x = m×u, et : **y = n×u**, où **m** et **n** sont des **ordinaux constants** ou **variables**.
Et donc : **x + y = m×u + n×u = (m+n)×u**.
Cela ramène l'**addition** ou **concaténation** de deux **générescences x** et **y** à l'**addition** de deux **ordinaux**.

Si **x** est **généré** par un **unit canonique u** et si **y** est **généré** par un **unit canonique v**,
on a : x = m×u, et : **y = n×v**, où **m** et **n** sont des **ordinaux constants** ou **variables**.
On pose : **x×y = (m×n)×(u×v)**.

Théorème :
La **multiplication** est **commutative** pour les **générescences** de même **unit u**.

En effet, on a : **x = m×u**, et : **y = n×u**, où **m** et **n** sont des **ordinaux constants** ou **variables**. Et on a:
$\mathbf{x{\times}y =_w (m{\times}n){\times}(u{\times}u)}$.
Et comme on a : **m × n = n × m**, le théorème est démontré.
On pose : $\mathbf{u{\times}u = u^2}$. Donc : $\mathbf{x{\times}y = (m{\times}n){\times}u^2}$.

Définition :
Soit un **unit u**. On appelle l'**espace génératif engendré** par **u** l'**ensemble** noté $\mathbf{N_{\omega,u}}$ de toutes les **générescences** d'**unit u**, c'est-à-dire de toutes les **générescences x** de la forme : **x = n×u**, où **n** est

un **ordinal**. On les appelle les **nombres entiers d'unit u** ou les **ordinaux d'unit u**, ou encore les **nombres entiers de u** ou les **ordinaux de u** ou plus simplement les **u-générescences**.

Cas particuliers :

$\mathbf{N_{\omega,1}}$ ou simplement $\mathbf{N_\omega}$ est l'**ensemble de tous les ordinaux**.

$\mathbf{N_{\omega,0}}$, encore noté $\mathbf{R_\omega^+}$ est l'**ensemble de tous les réalis**, c'est-à-dire les **nombres omégaréels positifs**.

Définition :
Les deux premiers **ordinaux**, **o** et **1**, sont appelés les **alpha-ordinaux** mais aussi les **alpha-units**. Les **ordinaux non nuls**, c'est-à-dire **différents de o**, sont appelés les **urdinaux**. Et les **ordinaux** différents des **alpha-ordinaux**, de **0** et **1** donc, sont appelés les **bêta-ordinaux** ou les **burdinaux**. Et étant donné un **ordinal n**, et deux **ordinaux** $\mathbf{n_1}$ et $\mathbf{n_2}$ tels que : $\mathbf{n = n_1 \times n_2}$. On dit que **n** est un **multiple** de $\mathbf{n_1}$ ou aussi de $\mathbf{n_2}$, et que $\mathbf{n_1}$ ou aussi $\mathbf{n_2}$, est un **diviseur** de **n**.

Tout **ordinal n** est un **diviseur** de **o**, car on a : $\mathbf{o = o \times n}$.
Et **1** est un **diviseur** de tout **ordinal n**, car on a : $\mathbf{n = 1 \times n}$.
Par conséquent, tout **ordinal n** est un **diviseur** de lui-même.
Et par conséquent aussi, tout **ordinal n** a au moins deux **diviseurs**: **1** et **n**.

Soit un **ordinal p**. On dit que **p** est un **bêta-unit** ou un **ordinal premier**, si **p** est un **burdinal** (un **bêta-ordinal** donc) et si **p** n'a que deux **diviseurs**, et deux exactement, à savoir **1** et **p**.

On a les **bêta-units** ou **nombres premiers** classiques : **2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, …**, qui sont donc **constants** ou **finis**. Après eux arrivent les **ordinaux infinis**, comme **v** par exemple, qui est un **bêta-unit**, un **ordinal premier** donc. Et plus précisément, $\boldsymbol{\omega_o}$ est un **ordinal infini premier**.

On pose : $\mathbf{v} = \boldsymbol{\omega_o}$, et que **v** est **premier**. Dans ce cas : $\mathbf{w = v^v}$ n'est plus **premier**. Mais nous ferons parfois jouer à **w** le rôle de **v** en fait, c'est-à-dire : $\mathbf{w} = \boldsymbol{\omega_o}$. Et dans ce cas, **w** est **premier**.

Considérons à présent l'ensemble $\mathbf{N_{\omega,u} \times N_{\omega,u}}$ de tous les **couples (a, b)** d'**ordinaux de u**. Définissons la notion d'**ordinaux relatifs d'unit u**, appelés aussi les **nombres entiers relatifs d'unit u** ou les **ordinaux relatifs d'unit u** ou plus simplement les **nombres entiers relatifs de u** ou encore les **ordinaux de u**. Un tel **couple (a, b)** est donc de la forme **(m×u, n×u)**, où **m** et **n** sont des **ordinaux**. Ce couple sera noté : **(m, n)×u**.

On définit sur $\mathbf{N_{\omega,u} \times N_{\omega,u}}$ l'**addition** « **+** » de la manière suivante :
(a, b) + (c, d) = (a+c, b+d)

Et on définit sur $\mathbf{N_{\omega,u} \times N_{\omega,u}}$ la **multiplication** « **×** » de la manière suivante :
(a, b) × (c, d) = (a×c + b×d, a×d + b×c), le résultat n'est pas dans $\mathbf{N_{\omega,u}}$ mais dans $\mathbf{N_{\omega,u^2}}$, c'est-à-dire une **générescence** d'unit $\mathbf{u^2}$, autrement dit un **ordinal relatif** d'**unit** $\mathbf{u^2}$.

Et on définit sur $\mathbf{N_{\omega,u} \times N_{\omega,u}}$ une **relation d'équivalence**, notée « **=** », de la manière suivante :

$(a, b) = (c, d) \Leftrightarrow a+d = b+c$

Et on définit sur $\mathbf{N}_{\omega, u} \times \mathbf{N}_{\omega, u}$ une **relation d'infériorité**, notée « < », de la manière suivante :
$(a, b) < (c, d) \Leftrightarrow a+d < b+c$

→ Autres définitions équivalentes : **m, n, p, q** étant quatre **ordinaux** :
$(m, n)\times u + (p, q)\times u = [(m, n) + (p, q)]\times u = (m+p, n+q)\times u$

$[(m, n)\times u] \times [(p, q)\times u] = [(m, n) \times (p, q)]\times u^2 = (m\times p + n\times q, m\times q + n\times p)\times u^2$

$(m, n)\times u = (p, q)\times u \Leftrightarrow m+q = n+p$

$(m, n)\times u < (p, q)\times u \Leftrightarrow m+q < n+p$
En particulier, si **u = 1**, donc si on travaille sur les **ordinaux**, ces définitions deviennent :

$(m, n) + (p, q) = (m+p, n+q)$

$(m, n) \times (p, q) = (m\times p + n\times q, m\times q + n\times p)$

$(m, n) = (p, q) \Leftrightarrow m+q = n+p$

$(m, n) < (p, q) \Leftrightarrow m+q < n+p$

Ceci est la technique classique de construction des **générescences relatives** à partir des **réalis**. Nous l'appelons la technique de **relativation** des **générescences**.

On démontre facilement que cette relation notée « = » est bel et bien une **relation d'équivalence**, donc d'**égalité**.

On appelle une **générescence relative** ou un **nombre omégaréel** une **classe d'équivalence** dans $\mathbf{N}_{\omega, u} \times \mathbf{N}_{\omega, u}$, par la **relation** « = ». L'ensemble de ces **classes** est noté $\mathbf{Z}_{\omega, u}$. La **générescence relative (a, b)** sera notée aussi **a – b**. Et si : **a = m×u**, et : **b = n×u**, alors est **(a, b)** est noté:
(m – n)×u.

Quelques propriétés fondamentales :

→ La **classe de o** ou **classe du 0 absolu**, est toutes les **générescences relatives** de la forme **(a, a)**. Elles sont donc toutes **égales** à **o**. C'est-à-dire : **(a, a) = (o, o) = o**, pour toute **u-générescence a**.

Cette **générescence o** est l'**élément neutre** de l'**addition**, tandis que **(1, 0)** est l'**élément neutre** de la **multiplication**. Et l'**addition** et la **multiplication** sont **commutatives** et **associatives**, et la **multiplication** est **distributive** par rapport à l'**addition**. Toute **générescence relative (a, b)** a un **élément symétrique** pour l'**addition, (b, a)**. Bref, $\mathbf{Z}_{\omega, u}$ est un **anneau commutatif intègre**.

→ Toutes les **u-générescences relatives** de la forme **(a, o)**, avec **a** non nul, sont dites strictement **anitives** (ou « **positives** » selon la terminologie classique). Toutes les **u-générescences relatives** de la classe de **(a, o)** sont de la forme générale **(a+b, b)**. On les note **+a** ou simplement **a**.

→ Tous les **u-générescences relatives** de la forme **(o, a)**, avec **a** non nul, sont dites strictement **antitives** (ou « **négatives** » selon la terminologie classique). Toutes les **u-générescences relatives** de la classe de **(o, a)** sont de la forme générale **(b, a+b)**. On les note **-a**.

On a : **(a, o) + (o, a) = (a, a) = o**. Autrement dit : **(+a) + (-a) = o**.
(+a) et **(-a)** sont dits **opposés**.

→ On a la règle des signes :
(+)×(+) = (+)
(+)×(-) = (-)
(-)×(+) = (-)
(-)×(-) = (+)

Cas particuliers importants :
→ $\mathbf{Z}_{\omega,1}$, noté simplement $\mathbf{Z}_{\omega}$, est l'ensemble des **ordinaux relatifs**, ou **nombres entiers omégarelatifs**.
→ $\mathbf{Z}_{\omega,0}$, noté simplement $\mathbf{R}_{\omega}$, est l'ensemble des **ordinaux relatifs d'unit 0**, ou **nombres omégaréels**.

A partir de $\mathbf{Z}_{\omega}$ nous allons construire l'ensemble $\mathbf{Q}_{\omega}$ des **nombres omégarationnels** par un procédé que nous appelons la **rationalisation** des **générescences**.

Considérons l'ensemble $\mathbf{Z}_{\omega}\times\mathbf{Z}_{\omega}$ de tous les **couples** d'**ordinaux relatifs (a, b)**, appelés des **nombres omégarationnels**. L'**entier relatif a** est appelé le **numérateur** et **b** est appelé le **dénominateur**. Un **omégarationnel** de **numérateur nul**, c'est-à-dire égal à **o**, mais de **dénominateur** non nul, est appelé un **zéro**. Et un **omégarationnel** de **numérateur** non nul mais de **dénominateur nul** est appelé un **infini**. Il est appelé l'**unix** et est noté **ɥ**, si le **numérateur** et le **dénominateur** sont tous les deux nuls. Il est dit **singulier** ou **original** s'il est un **zéro**, l'**unix** ou un **infini**, et il est dit **régulier** sinon.

On définit dans $\mathbf{Z}_{\omega}\times\mathbf{Z}_{\omega}$ une première **relation d'équivalence**, ≡, dite **omégacyclique**, qui dit que deux **rationnels x** et **y** sont **équivalents**, s'ils sont tous les deux **singuliers** ou s'ils sont **réguliers** et **identiques**. L'idée est de considérer tous les **omégarationnels singuliers** comme **égaux** à **(o, 1)**, qui sera la nouvelle définition du **0 absolu**, et tous les autres **omégarationnels** comme **égaux** à eux-mêmes. Ainsi, dans un premier temps, tout **omégarationnel** est soit **(o, 1)** soit un **omégarationnel** de **numérateur** et de **dénominateur** non nul. Dans tous les cas, un **omégarationnel** a un **dénominateur** non nul. Et pour tout **omégarationnel (a, b)**, l'**omégarationnel (b, a)** est appelé l'**inverse** de **(a, b)**, et on note : **1/(a, b) = (b, a)**.

En posant **x = (a, b)** et **y =(c, d)**, cette **relation** s'écrit :

(a, b) ≡ (c, d) ⇔ a×b = o et c×d = o ou a×b ≠ o et c×d ≠ o et a = c et b = d

On vérifie qu'il s'agit bien d'une **relation d'équivalence**, donc d'**égalité**. L'ensemble des **omégarationnels** réduit par cette première **égalité** est noté $\mathbf{Z}^2_{\mathbf{q}}$.

On définit sur $\mathbf{Z}^2_{\mathbf{q}}$ l'**addition** « **+** » de la manière suivante :

(a, b) + (c, d) = (a×d + b×c, b×d)

Et on définit sur $\mathbf{Z}^2_q$ la **multiplication** « × » de la manière suivante :
(a, b) × (c, d) = (a×c, b×d)

Et on définit sur $\mathbf{Z}^2_q$ une seconde **relation d'équivalence**, notée « = », de la manière suivante :
(a, b) = (c, d) ⇔ a×d = b×c

Et on définit sur $\mathbf{Z}^2_q$ une **relation d'infériorité**, notée « < », de la manière suivante :
(a, b) < (c, d) ⇔ a×d < b×c

Ceci est la technique classique de construction des **nombres rationnels** à partir des **nombres entiers**.

On démontre facilement que cette relation notée « = » est elle aussi une **relation d'équivalence**, donc d'**égalité**.

On appelle un **omégarationnel strict** une **classe d'équivalence** dans $\mathbf{Z}^2_q$, par la **relation** « = ». L'ensemble de ces **classes**, des **omégarationnels** donc, est noté $\mathbf{Q}_\omega$. L'**omégarationnel (a, b)** sera noté aussi **a/b**. Tout **omégarationnel** de la forme **(a, 1)** ou **a/1** sera simplement noté **a**.

Quelques propriétés fondamentales :

→ L'**élément neutre** de l'**addition** est **(o, 1)**, ce qui veut dire tout **omégarationnel singulier**.
Et l'**élément neutre** de la **multiplication** est **(1, 1)** ou **1/1** ou **1**. Et la **classe de 1** est tout **omégarationnel** de la forme **(a, a)** avec **a** non nul. C'est-à-dire : **(a, a) = a/a = 1/1 = 1**.

→ L'**addition** et la **multiplication** sont **commutatives** et **associatives**, et la **multiplication** est **distributive** par rapport à l'**addition**.

→ Tout **omégarationnel (a, b)** admet un **opposé** pour la **multiplication**, et qui est **(-a, b)**, et qui est noté aussi **-(a, b)**.

→ Tout **omégarationnel (a, b)** admet un **inverse** pour la **multiplication**, et qui est **(b, a) = 1/(a, b)**.
Pour tout **omégarationnel original x**, on a : **1/x = x**, et on a : **x ×(1/x) = x**.

En particulier on a: **1/o = o**, et : **o×(1/o) = o**.
Autrement dit, notant : **Ω = 1/o**, on a : **Ω = o**, et: **o = Ω**. Et : **o×Ω = o**.
Ceci pour le **0 absolu** et le **ω absolu** donc.

Mais pour le **0 générateur**, et le **ω générateur**, on a : **ω = 1/0**, et : **0 = 1/ω**, et : **0×ω = 1**.
De même pour le **0 génératif**, à savoir **θ**, et le **ω génératif**, à savoir **w**.
On a : **w = 1/θ**, et : **θ = 1/w**, et : **θ×w = 1**.

De manière générale, pour tout **omégarationnel régulier x**, on a :
y = 1/x, et : **x = 1/y**, et : **x×y = 1**.

On dit que les **omégarationnels originaux** sont **oni-inversibles**, pour dire qu'ils sont **o**, que leurs **inverses** sont **o** aussi, et que la **multiplication** par leurs **inverses** donne **o**. On dit aussi qu'ils sont **omégacycliques**.

Et on dit que les **omégarationnels réguliers** sont **uni-inversibles**, pour dire qu'ils sont non nuls, que leurs **inverses** sont non nuls aussi, et que la **multiplication** par leurs **inverses** donne **1**.

→ Pour toutes ces raisons, nous disons que $\mathbf{Q}_\omega$ est un **corps omégacyclique**. Dans un tel corps, le problème de la **division par 0** ne se pose plus.

Abordons à présent la question de la **soustraction** et ses deux facettes, la **soustraction absolue** et la **soustraction générative** ou **fractale**.

On rappelle que dans une **structure fractale générescente** de **générande** ω, chaque **modèle** de la **fractale multiplié** par le **générande** ω donne le **modèle** suivant, le **modèle** immédiatement au-dessus. Et chaque **modèle** de la **fractale multiplié** par le **0 génératif**, c'est-à-dire **divisé** par le **générande** ω, donne le **modèle** précédent, le **modèle** immédiatement en-dessous.

$\xrightarrow{\times\,\omega}$ $\xrightarrow{\times\,\omega}$ $\xrightarrow{\times\,\omega}$ $\xrightarrow{\times\,\omega}$ $\xrightarrow{\times\,\omega}$ $\xrightarrow{\times\,\omega}$ $\xrightarrow{\times\,\omega}$ $\xrightarrow{\times\,\omega}$

…	O^3	O^2	O	U	Ω	Ω^2	Ω^3	…
…	0^3	0^2	0	1	ω	ω^2	ω^3	…

$\xleftarrow{\times\,0}$ $\xleftarrow{\times\,0}$ $\xleftarrow{\times\,0}$ $\xleftarrow{\times\,0}$ $\xleftarrow{\times\,0}$ $\xleftarrow{\times\,0}$ $\xleftarrow{\times\,0}$ $\xleftarrow{\times\,0}$

Avec donc le **0 réali** et le **ω réali**.

Pour n'importe quel **ordinal X** (et en particulier si **X** est un des **modèles** de la **fractale**), la **soustraction générative** est définie par : $\mathbf{X} -_\omega \mathbf{X} = \mathbf{0} \times \mathbf{X}$.
En effet, on a : $\mathbf{X} -_\omega \mathbf{X} = \mathbf{1{\times}X} -_\omega \mathbf{1{\times}X} = (\mathbf{1} -_\omega \mathbf{1}){\times}\mathbf{X} = \mathbf{0} \times \mathbf{X}$.

Donc par exemple :
$\omega^2 -_\omega \omega^2 = 0 \times \omega^2 = \omega$.
$\omega -_\omega \omega = 0 \times \omega = 1$.
$1 -_\omega 1 = 0 \times 1 = 0$.

Ce qui signifie aussi que la **soustraction réalie** se définit par :
$1 -_\omega 1 = 0$,
où **0** n'est pas le **0 absolu** mais **réali**.
Et quant à la **soustraction absolue**, elle se définit par :
$1 - 1 = 0_\omega = \mathbf{o}$,
où $\mathbf{0}_\omega$ ou **o** est le **0 absolu**.

Pour éviter la confusion, la **soustraction générative** pourra être notée « $-_g$» et la **soustraction** absolue notée simplement « –».

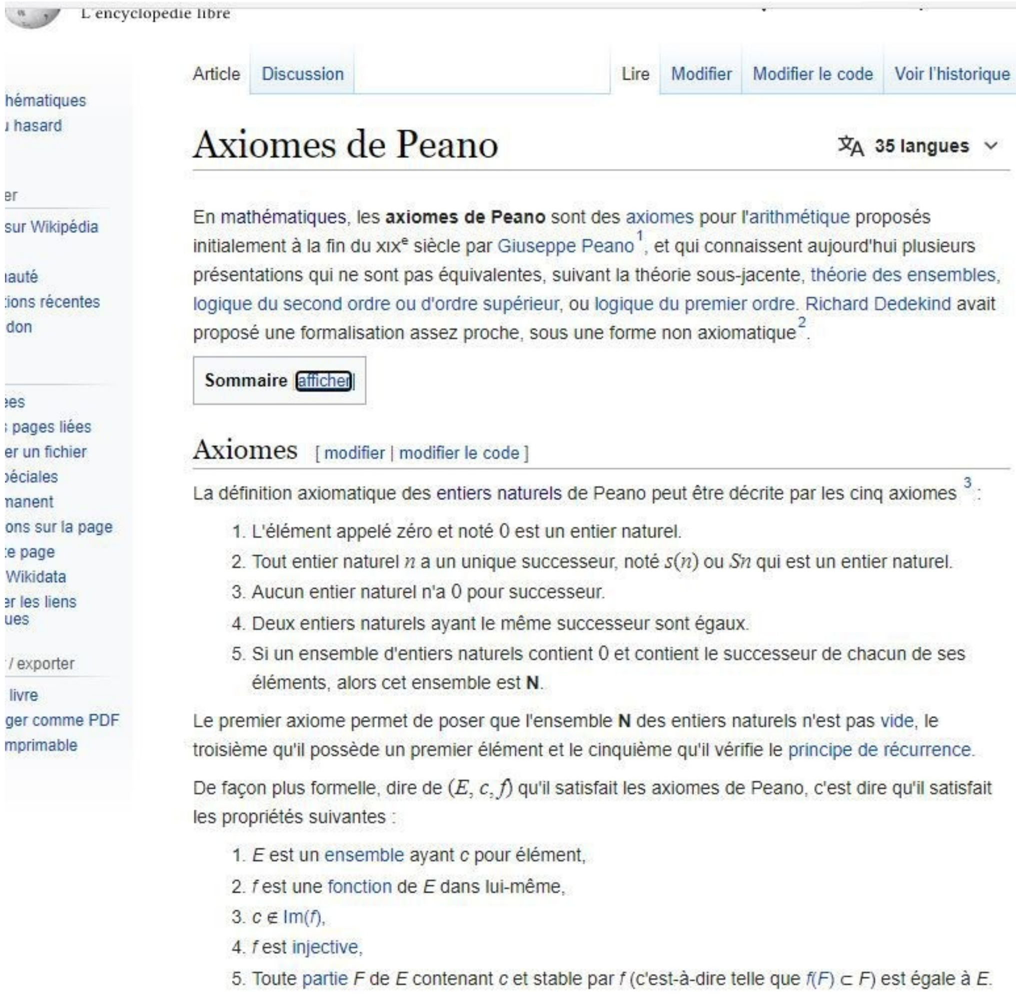
Avec la **soustraction générative**, on a encore:
$\mathbf{0 -_\omega 0 = \ 0 \times 0 = \ 0^2}$. Et :
$\mathbf{0^2 -_\omega 0^2 = \ 0 \times 0^2 = \ 0^3}$. Et :
$\mathbf{0^3 -_\omega 0^3 = \ 0 \times 0^3 = \ 0^4}$.
Et ainsi de suite.

Et pour la **soustraction absolue** donc, on a simplement :
$\mathbf{X - X \ = \ 0_\omega \times X \ = \ 0_\omega \ = \ o}$.

De manière très générale, étant donné un **zéro ε**, et **v** l'**infini** associé, il lui est associé une **soustraction**, « $-_v$», définie par : $\mathbf{1 -_v 1 \ = \ \varepsilon}$. On a ainsi aussi : « $-_w$», définie par : $\mathbf{1 -_w 1 \ = \ \theta}$.

Définition :
Tous les **ordinaux construits** jusqu'ici, c'est-à-dire les éléments de $\mathbf{N_\omega}$, sont des **suites d'entiers relatifs**, c'est-à-dire des éléments de $\mathbf{Z^N}$, où **N** et **Z** sont respectivement les classiques ensembles **N** des **entiers naturels** et **Z** des **entiers relatifs**. On dit que ces **ordinaux** sont du **premier ordre**. Les **ordinaux de second ordre** sont obtenus en remplaçant **N** et **Z** par $\mathbf{N_\omega}$ et $\mathbf{Z_\omega}$. Cela signifie le classique **principe de récurrence** des axiomes de Peano, que nous qualifions de **premier ordre**, car ne s'appliquant qu'à **N**, va s'appliquer à $\mathbf{N_\omega}$. On dit alors que ce principe devient du **second ordre**. On peut réitérer ainsi la logique, pour construire les **ordinaux** du **troisième ordre**, en raison du fait que les **nombres** ont une **structure fractale**.

Voyons maintenant, avec les axiomes de Peano par exemple, comment les **nombres entiers naturels** sont conçus traditionnellement. Et ce à la lumière de ce que nous avons compris sur les entiers ou ordinaux avec les générescences, la logique générative.



L'encyclopédie libre

Article | Discussion | Lire | Modifier | Modifier le code | Voir l'historique

Axiomes de Peano

35 langues

En mathématiques, les **axiomes de Peano** sont des axiomes pour l'arithmétique proposés initialement à la fin du XIXᵉ siècle par Giuseppe Peano[1], et qui connaissent aujourd'hui plusieurs présentations qui ne sont pas équivalentes, suivant la théorie sous-jacente, théorie des ensembles, logique du second ordre ou d'ordre supérieur, ou logique du premier ordre. Richard Dedekind avait proposé une formalisation assez proche, sous une forme non axiomatique[2].

Sommaire [afficher]

Axiomes [modifier | modifier le code]

La définition axiomatique des entiers naturels de Peano peut être décrite par les cinq axiomes[3] :

1. L'élément appelé zéro et noté 0 est un entier naturel.
2. Tout entier naturel n a un unique successeur, noté $s(n)$ ou Sn qui est un entier naturel.
3. Aucun entier naturel n'a 0 pour successeur.
4. Deux entiers naturels ayant le même successeur sont égaux.
5. Si un ensemble d'entiers naturels contient 0 et contient le successeur de chacun de ses éléments, alors cet ensemble est **N**.

Le premier axiome permet de poser que l'ensemble **N** des entiers naturels n'est pas vide, le troisième qu'il possède un premier élément et le cinquième qu'il vérifie le principe de récurrence.

De façon plus formelle, dire de (E, c, f) qu'il satisfait les axiomes de Peano, c'est dire qu'il satisfait les propriétés suivantes :

1. E est un ensemble ayant c pour élément,
2. f est une fonction de E dans lui-même,
3. $c \notin \mathrm{Im}(f)$,
4. f est injective,
5. Toute partie F de E contenant c et stable par f (c'est-à-dire telle que $f(F) \subset F$) est égale à E.

1) L'élément appelé **zéro** et noté **0** est un **entier naturel**.
2) Tout **entier naturel n** a un unique **successeur**, noté **s(n)** ou **Sn** qui est un **entier naturel**.
3) Aucun **entier naturel** n'a **0** pour **successeur**.
4) Deux **entiers naturels** ayant le même **successeur** sont **égaux**.
5) Si un **ensemble d'entiers naturels** contient **0** et contient le **successeur** de chacun de ses éléments, alors cet **ensemble** est **N**.

Nous avons déjà fait observer que les axiomes 2 et 4 expriment la **générativité** des **entiers naturels**. Pour le premier axiome, le **0** est donc ici l'**espace o**.

Et pour le deuxième axiome, il porte sur la notion de **successeur**. Cette notion apparaît même trois fois dans le texte. Mais on peut noter tout de suite l'absence de **symétrie** sur la question dans le texte. Pas d'axiome sur la notion de **prédécesseur**. On y axiomatise le **premier élément**, à savoir **0**, de qui démarre la notion de **succession**, mais pas de notion de **dernier élément**, comme **ω** donc, de qui partirait dans le sens inverse la notion de **prédécession**, de **prédécesseur**.

Le **successeur** de **o** ou **0**, **successeur s(o)**, est **1** ou **a**, et son **successeur s(1)** est **11** ou **aa** ou **2**, et à son tour son **successeur s(2)** est **111** ou **aaa** ou **3**, et ainsi de suite. Et ces **générescences** ou mots sont définis de telle sorte que chacun a un **successeur** qui consiste simplement à **concaténer 1** ou **a** après lui. Autrement dit, **n** étant un **entier naturel** ou une **générescence** d'**unit a** ou **1**, son **successeur** est **n1** ou **na**, qu'on va noter aussi : **n+1** ou **n+a**. Et le **successeur** de celui-ci est **n11** ou **naa**, qu'on va noter aussi : **n+11** ou **n+aa**, c'est-à-dire : **n+2**. Et le **successeur** de celui-ci est **n111** ou **naaa**, noté aussi : **n+111** ou **n+aaa**, c'est-à-dire : **n+3**. Et ainsi de suite.

Et pour le troisième axiome, étant donné que nous n'avons pas défini des **entiers naturels** avant **0**, nous pouvons à ce stade dire effectivement qu'aucun **entier naturel** n'a **0** pour **successeur**. Mais on peut tout à fait définir un système de nombres entiers naturels, dans lequel le premier élément a bel et bien un **prédécesseur**.

Et pour le quatrième axiome, là aussi sans trop se casser la tête il est évident aussi. C'est après, avec la notion d'**infini** que nous aurons besoin de toute matière pour comprendre enfin des secrets simples mais très subtils des **nombres entiers** qui ont apparemment échappé jusqu'ici. Ce sont entre autres avec les **générescences** (la vision **générative** donc) que ces étonnants secrets apparaissent.

Pour le quatrième axiome donc, et pour aller au plus simple, supposons deux **entiers naturels m** et **n**, et supposons qu'ils aient le même **successeur**, autrement dit que **m1** et **n1**, ou **ma** et **na**, sont la même **générescence** d'**unit a** ou **1**. Puisqu'on leur **concatène 1** ou pour avoir ce **successeur** qui est le **même**, si on lui **enlève** ce **1** ou **a**, on aussi le **même entier**, donc **m** et **n** sont le **même entier naturel**.

Et enfin, le cinquième axiome est le **principe de récurrence**. Et comme déjà évoqué, il est lui aussi un peu problématique, mais pas pour les raisons habituellement évoquées (par exemple qu'il est en fait un schéma d'axiomes, qu'il faut l'appliquer aux énoncés du premier ordre, etc.). En effet, la manière dont il a été formulé est étroitement lié à l'axiome 3.

Il dit que si une partie **A** de **N** contient **0** et le **successeur** de chaque élément de **A**, alors **A** est **N** tout entier.

Evident aussi, de la manière même dont les **générescences** sont définies : **o, a, aa, aaa, aaaa, aaaaa, aaaaaa, aaaaaaa, …**, liste donc que nous appelons **N**. Soit une partie **A** de cette liste, qui contient **o**, et contient le **successeur** de chacun de ses éléments. On est alors certain que **A** contient au moins la liste précédente des **générescences** de **N**, donc **N** est une partie de **A**. Et donc comme **A** et **N** se contiennent mutuellement, que tout élément de l'un est aussi dans l'autre, et vice-versa, c'est donc que **A** et **N** sont le même ensemble.

On note que ce cinquième axiome, le **principe de récurrence**, porte sur une partie **A** de **N**, et vise à démontrer que **A** et **N** sont le même ensemble. Et plus généralement, en pratique, cet axiome, et notamment sa version de l'**arithmétique de Peano**, un système d'axiomes plus riche que le système proprement dit des **axiomes de Peano**, vise à démontrer qu'une **propriété P** définie sur les **éléments de N** est vraie pour **tout élément de N**. Pour cela il faut que **P** soit vraie pour **0**, et **P** soit **héréditaire**, c'est-à-dire que pour tout **élément n** de **N**, si **P** est vrai pour **n**, alors **P** est vraie pour **n+1**.

Autrement dit :
$\mathbf{P(0)\ et\ (\forall n{\in}N)(P(n) \Rightarrow P(n+1)) \quad \Rightarrow \quad (\forall n{\in}N)P(n)}$.

On note d'abord que cette **propriété P** est **définie** (c'est-à-dire a un sens) pour tous les **éléments de N**, et pas nécessairement que pour ceux-ci. Et le but est juste de démontrer que **P** est vraie pour tous les **entiers naturels**.

Par exemple la **propriété P définie** sur l'**ensemble R** des **nombres réels** par: **P(x)** $\Leftrightarrow$ **$x^2 + 1$ est un entier naturel**.

Elle n'est **définie** que pour les **entiers naturels**, et elle est vraie pour **tous les entiers naturels** et pas que pour ceux-ci, car certains **nombres réels** la vérifient, mais pas tous non plus. Par exemple, le **nombre réel π** ne la vérifie pas, car **$\pi^2 + 1$** n'est pas un **entier naturel**. Mais le **nombre réel √2**, qui n'est pas un **entier naturel**, la vérifie, car **$(\sqrt{2})^2 + 1 = 3$**, est un **entier naturel**.

P est **vraie** pour tous les **entiers naturels**, car **P(0) et $(\forall n \in N)(P(n) \Rightarrow P(n+1))$**.
En effet, **P(0)** car **$0^2 + 1 = 1$** est un **entier naturel**.
Et supposons **P(n)**. On a **$n^2 + 1$** qui est un **entier naturel**.
Qu'en est-il de **P(n)**?
On a : **$(n+1)^2 = (n^2 +1) + 2n$**. Et **$n^2 + 1$** est un **entier naturel**, ainsi que **2n** et ainsi que leur **somme**.
P est donc vraie pour tous les **entiers naturels**.

Ce que nous voulons dire en faisant ce petit préambule, c'est que :

Dans la vision traditionnelle des **ordinaux**, il y a des **ordinaux limites**, c'est-à-dire des **ordinaux infinis** qui n'ont pas de **prédécesseur**, comme par exemple l'**ordinal ω** dans cette vision. Dans ces conditions, il y a deux **principes de récurrence**. Le premier ne s'applique qu'aux **nombres entiers naturels**, les **éléments de N** donc, et qui est de l'**arithmétique de Peano** ou celui des **axiomes de Peano**. Et le second, plus général, s'applique à tous les **ordinaux**, c'est le **principe d'induction transfinie**.

Mais dans la nouvelle vision des **ordinaux**, qui est la conception **générative**, il n'est plus question d'**ordinaux limites**, car **tout ordinal a un successeur**, et **tout ordinal non nul a un prédécesseur**. Autrement dit, tout **ordinal non nul n**, **fini** ou **infini**, est de la forme :
n = {0, 1, 2, 3, …, n-3, n-2, n-1}.

On ne distingue donc plus les **nombres entiers naturels** et les **ordinaux** en général, sur les critères habituels. Il en résulte que le **principe de récurrence** des **nombres entiers naturels** et le **principe d'induction transfinie**, n'en font qu'un. Autrement dit, le **principe de récurrence** s'applique à tous les **ordinaux** ou **nombres entiers oméganaturels**, pour les raisons expliquées aussi dans le sous-titre consacré à l'étude des **ordinaux**. Si donc une **propriété P** est vraie pour **0** et est **héréditaire**, elle est vraie **pour tous les ordinaux**, pour tous les **nombres entiers oméganaturels**, autrement dit pour tous les éléments des **horizons oméganaturels N_α**.

Le **principe de récurrence pour les nombres entiers oméganaturels** est ce que nous appelons le **principe de continuité** ou **principe fondamental de génération**, qui s'énonce ainsi :
« En partant du **0 absolu** ou **0_ω** ou **o**, on finit par obtenir tout **ordinal** ou **nombre entier oméganaturel α** en **additionnant continuellement** ou **perpétuellement 1**. En faisant donc :
o+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+... »

En d'autres termes : « Tout **ordinal** ou **nombre entier oméganaturel** est une **générescence d'unit 1**».

Voici une forme encore plus forte de de ce principe :
« ***Toute chose (dans l'Univers TOTAL) est générée ou créée par l'itération de l'unit 1***».

On note que, dans ces axiomes, et pour que donc on puisse parler de **nombres entiers naturels**, rien n'exige que l'élément appelé **0** soit l'**élément neutre** de l'**addition**. Ni même que cet élément qui n'a pas de prédécesseur soit même appelé **0**. Cette notation signifie juste que cet **élément commence la liste**, c'est tout. La liste des objets passés à l'examen de ces axiomes, aurait pu tout à fait être : **a, aa, aaa, aaaa, aaaaa, aaaaaa, aaaaaaa, …**, aussi notées : **1, 11, 111, 1111, 11111, 111111, 1111111, …**, ou : **1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, …**.

L'axiome 1 dit alors simplement que ce premier élément, appelé **a** ou **1**, est noté **0**, son **successeur** est **aa** ou **11** ou **2**, qui a pour **successeur aaa** ou **111** ou **3**, et ainsi de suite. Tous les autres axiomes fonctionneraient exactement de la même manière, et il signifient alors que nous décidons d'appeler les **entiers naturels** cette liste et de noter la liste **N**. De même si l'on avait choisi la liste : **4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, …**. De même avec la liste : **2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, …**.

Et de manière générale, toute suite de symboles : $s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6, s_7, \ldots$, satisfait ces axiomes de Peano et donc peut être prise comme une représentation de la notion d'**entiers naturels**.

Et maintenant considérons la liste suivante dont la logique est très évidente :
0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7…, ω-7, ω-6, ω-5, ω-4, ω-3, ω-2, ω-1, ω, ω+1, ω+2, ω+3, ω+4, ω+5, ω+6, ω+7, …, 2ω-7, 2ω-6, 2ω-5, 2ω-4, 2ω-3, 2ω-2, 2ω-1, 2ω, 2ω+1, 2ω+2, 2ω+3, 2ω+4, 2ω+5, 2ω+6, 2ω+7, …, 3ω-7, 3ω-6, 3ω-5, 3ω-4, 3ω-3, 3ω-2, 3ω-1, 3ω, 3ω+1, 3ω+2, 3ω+3, 3ω+4, 3ω+5, 3ω+6, 3ω+7, ……, 4ω, ……, 5ω, ……, 6ω, ……, 7ω, ……, $\boldsymbol{\omega^2}$**, ……,** $\boldsymbol{\omega^3}$**, ……,** $\boldsymbol{\omega^4}$**, ……,** $\boldsymbol{\omega^5}$**, ……,** $\boldsymbol{\omega^6}$**, ……,** $\boldsymbol{\omega^7}$**, ………,** $\boldsymbol{\omega^\omega}$**, ………**.

Dans cette liste, les entiers naturels classiques : **0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7…**, autrement dit les **générescences** : **o, a, aa, aaa, aaaa, aaaaa, aaaaaa, aaaaaaa, …**, ou : **0, 1, 11, 111, 1111, 11111, 111111, 1111111, …**, sont appelées des **constantes**, parce que ce sont des **constantes**. Chacune d'entre elles est un nombre unique, précis, qui a une valeur fixe, comme par exemple **aaaaa** ou **11111** ou **5**, qui est fait de **cinq units a**, et pas **quatre**, et pas **six**, ou de **cinq unités 1**, pas une de plus, pas une de moins. Chacun des éléments de la liste est ainsi, une certaine **constante** donc.

Mais leur **ensemble** est une **variable** du simple fait qu'il soit **infini**. La liste : **o, a, aa, aaa, aaaa, aaaaa, aaaaaa, aaaaaaa, …**, peut être résumée par : **a…**, ou par : **aa…**, ou par : **aaa…**, ainsi de suite, où le symbole « **...** » est un **opérateur**, que nous nommons le **GENER**. Il signifie que l'objet auquel il est appliqué, ici **a**, est **répété** ou **itéré indéfiniment**.

Nous convenons que quand l'**unit** est le symbole **1** ou **U** comme « **Univers TOTAL** », l'**Unique**, la liste : **0, 1, 11, 111, 1111, 11111, 111111, 1111111, …**, est respectivement notée : **0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7…**, et on l'appelle donc l'**ensemble des nombres entiers naturels** ou l'**ensemble des ordinaux naturels**, au sens classique de la notion d'**entier naturels**, comme définis par les axiomes de Peano. Et cette liste est résumée par : **1…**, ou par : **11…**, ou par : **111…**, ainsi de suite, et nous décidons que ces écritures sont **équivalentes**, pour traduire l'idée que l'**unit 1** est **itéré** ou répété indéfiniment.

Il s'agit concrètement d'une **relation d'équivalence**, définie dans l'**ensemble E** dont les éléments sont la liste suivante : **0, 1, 11, 111, 1111, 11111, 111111, 1111111, …, 1..., 11..., 111..., 1111..., 11111..., 111111..., 1111111…, …, 1...1, 1...11, 1...111, 1...1111, 1...11111, 1...111111, 1...1111111, ….**

La **relation** « ≡ » est la suivante :
x ≡ y ⇔ x $=_w$ y ou x et y comportent tous les deux le symbole du GENER « ... ».

On vérifie facilement que cette **relation binaire** « **≡** » est une **relation d'équivalence** dans **E**.

Pour les objets : **0, 1, 11, 111, 1111, 11111, 111111, 1111111, …**, appelés les **constantes**, chaque objet définit une **classe d'équivalence** dans laquelle il est le seul élément. Mais pour les objets : **1..., 11..., 111..., 1111..., 11111..., 111111..., 1111111..., 1...1, 1...11, 1...111, 1...1111, 1...11111, 1...111111, 1...1111111, ...**, ils forment une **classe d'équivalence**, que nous appellerons la **classe oméga** ou **classe ω**, et qui est représentée par le premier d'entre eux, **1...**, qu'on notera **ω**.

L'objet **11...** ou **1ω** (à comprendre « **1 suivi de ω**» ou «**ω concaténé après 1** » et non pas « **1×ω**»), est noté aussi : **1+ω**. Et l'objet **111...** ou **11ω**, est noté : **2+ω**. Et **1111...** ou **111ω**, est noté : **3+ω**, et ainsi de suite. Et l'objet **1...1** ou **ω1** (à comprendre « **ω suivi de 1**» ou «**1 concaténé après ω** » et non pas « **ω×1**»), est noté aussi : **ω+1**. Et l'objet **1...11** ou **ω11**, est noté : **ω+2**. Et **1...111** ou **ω111**, est noté : **ω+3**, et ainsi de suite.

On peut définir aussi la **relation** « ≡ » suivante :
x ≡ y ⇔ x $=_w$ y OU il existe un entier constant n tel que : x $=_w$ n+ω et y $=_w$ ω+n, ou : y $=_w$ n+ω et x $=_w$ ω+n.

C'est aussi une **relation d'équivalence**, ou **relation d'égalité**, avec laquelle la précédente **classe ω** se subdivise en **sous-classes** de la forme **{n+ω, ω+n}**, où n est un **entier constant**, c'est-à-dire un **entier naturel** classique. Par exemple, **3+ω** et **ω+3** sont **équivalents** ou **égaux**. Mais **ω+1** et **ω+2** par exemple ne sont plus **égaux**.

Et on a enfin la **relation** « ≡ » qui est simplement définie de la façon suivante :
x ≡ y ⇔ x $=_w$ y.

Autrement dit, la **relation** « $=_w$» elle-même.
Là, on distingue chaque élément, qui n'est égal qu'à lui-même.
On distingue donc **n+ω** et **ω+n**, ou **nω** et **ωn**, et les deux ne sont **égaux** que si **n** est **0**.
Et dans ce cas, **n+ω** ou **nω** est noté **ω-n**.

On définit alors sur **E** l'**ordre** « < » suivant :
0 < 1 < 2 < 3 < 4 < 5 < 6 < 7… < ω-7 < ω-6 < ω-5 < ω-4 < ω-3 < ω-2 < ω-1 < ω < ω+1 < ω+2 < ω+3 < ω+4 < ω+5 < ω+6 < ω+7 < …

Il est très facile de poursuivre cette liste jusqu'à $ω^ω$ et au-delà :
0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7…, ω-7, ω-6, ω-5, ω-4, ω-3, ω-2, ω-1, ω, ω+1, ω+2, ω+3, ω+4, ω+5, ω+6, ω+7, …, 2ω-7, 2ω-6, 2ω-5, 2ω-4, 2ω-3, 2ω-2, 2ω-1, 2ω, 2ω+1, 2ω+2, 2ω+3, 2ω+4, 2ω+5, 2ω+6, 2ω+7,

…, 3ω-7, 3ω-6, 3ω-5, 3ω-4, 3ω-3, 3ω-2, 3ω-1, 3ω, 3ω+1, 3ω+2, 3ω+3, 3ω+4, 3ω+5, 3ω+6, 3ω+7, ……, 4ω, ……, 5ω, ……, 6ω, ……, 7ω, ……, ω^2, ……, ω^3, ……, ω^4, ……, ω^5, ……, ω^6, ……, ω^7, ………, ω^ω, ……....

Cette liste est la nouvelle conception des **ordinaux**, la notion qui généralise la classique notion de **nombres entiers**. Autrement dit, les **ordinaux** sont les **nombres entiers naturels**, **finis** ou **infinis**.

Et maintenant, la question qui se pose est : Est-ce que cette liste infinie d'objets vérifie les axiomes de Peano ?

Selon les conceptions classiques non ou pas forcément. Mais dans le Nouveau Paradigme, la réponse est oui, et cela se démontre très simplement, sans avoir besoin d'axiomes compliqués, et même pas d'axiomes du tout. Cela se déduit à partir des propriétés des **générescences**, et pour cela nous avons juste besoin de comprendre le sens de la **générescence** «**1...** », notée **ω**, et qui joue un rôle clef dans cette liste.

Contrairement aux **générescences constantes**, comme par exemple **111111** ou **6**, dont le nombre des **units 1** est fixe, pour la **générescence** «**1...** », le nombre des **units 1 augmente perpétuellement**, nous disons pour cela qu'il s'agit d'une **variable croissante**, et c'est la définition que nous donnons à la notion de **nombre entier infini**.

L'entier **naturel infini** se décrit également de la manière suivante :

0 étape 0
1 étape 1
11 étape 2
111 étape 3
1111 étape 4
11111 étape 5
111111 étape 6
1111111 étape 7
…

Et ceci se généralise assez facilement aux entiers relatifs de la manière suivante :

...
-1111111 étape -7
-111111 étape -6
-11111 étape -5
-1111 étape -4
-111 étape -3
-11 étape -2
-1 étape -1
0 étape 0
1 étape 1
11 étape 2
111 étape 3

1111 étape 4
11111 étape 5
111111 étape 6
1111111 étape 7
...

Mais nous définirons les étapes en commençant par **0**.

La **variable ω** se définit alors par :
0 étape 0
1 étape 1
11 étape 2
111 étape 3
1111 étape 4
11111 étape 5
111111 étape 6
1111111 étape 7
...

Et la **variable ω-1** se définit par :
-1 étape 0
0 étape 1
1 étape 2
11 étape 3
111 étape 4
1111 étape 5
11111 étape 6
111111 étape 7
...

Et la **variable ω-2** se définit par :
-11 étape 0
-1 étape 1
0 étape 2
1 étape 3
11 étape 4
111 étape 5
1111 étape 6
11111 étape 7
...

Et la **variable ω-3** se définit par :
-111 étape 0
-11 étape 1
-1 étape 2
0 étape 3
1 étape 4
11 étape 5

111 étape 6
1111 étape 7
...

Ainsi de suite.

Et la **variable ω+1** se définit par :
1 étape 0
11 étape 1
111 étape 2
1111 étape 3
11111 étape 4
111111 étape 5
1111111 étape 6
11111111 étape 7
...

Et la **variable ω+2** se définit par :
11 étape 0
111 étape 1
1111 étape 2
11111 étape 3
111111 étape 4
1111111 étape 5
11111111 étape 6
111111111 étape 7
...

Et la **variable 2ω** se définit par :
0 étape 0
11 étape 1
1111 étape 2
111111 étape 3
11111111 étape 4
1111111111 étape 5
111111111111 étape 6
11111111111111 étape 7
...

On appelle un **entier variable** une **application x** de **N** dans **Z**, c'est-à-dire une **suite d'entiers relatifs**. Pour un **entier naturel i**, **x(i)** est noté $\mathbf{x_i}$, on dit que c'est la **valeur** de **x** à l'**étape i**.

On appelle donc un **entier constant** un **entier variable x ayant la même valeur a à toutes les étapes**. On assimile alors **x** à **a**, autrement dit, on pose : **x = a**, si l'**égalité courante** est notée « = ».

Par exemple l'**entier constant 5** :
11111 étape 0
11111 étape 1

11111 étape 2
11111 étape 3
11111 étape 4
11111 étape 5
11111 étape 6
11111 étape 7
...

On pose donc : **x = 5**.

On appelle donc un **entier infini anitif** (ou « **positif** ») un **entier variable croissant**. Et on appelle donc un **entier infini antitif** (ou « **négatif** ») un **entier variable décroissant**.

Pour les **entiers infinis** de la **classe ω**, la classe fondamentale, le nombre des **units** augmente d'un **unit** à chaque étape. Et à chaque étape, il s'agit bien d'un **entier constant** ou **fini**. C'est ici le point clef, qui est commun à tous les **entiers infinis**, et plus généralement à tous les **entiers variables**. A chaque étape, il s'agit d'**entiers constants** ou **finis**.

L'**addition** (ou la **soustraction**) de deux **entiers variables x** et **y** est l'**addition** (ou la **soustraction**) de leurs **valeurs** à chaque étape :
$(x+y)_i = x_i + y_i$.
$(x - y)_i = x_i - y_i$.

La **multiplication** (ou la **division**) de deux **entiers variables x** et **y** est la **multiplication** (ou la **division**) de leurs **valeurs** à chaque étape :
$(x\times y)_i = x_i \times y_i$.
$(x / y)_i = x_i / y_i$.

On pose : **1/0 = 0**, et on l'appelle la **division omégacyclique par 0**.

Et étant donnée n'importe quelle **opération H** définie sur les **entiers constants**, on définit la même **opération** sur les **entiers variables** par :
$(x \mathrm{H} y)_i = x_i \mathrm{H} y_i$.

Et étant donnée n'importe quelle **application F** de **Z** dans **Z**, définie donc sur les **entiers relatifs**, on définit la même **application** sur les **entiers variables** par :
$(F(x))_i = F(x_i)$.

Par exemple pour tout **entier naturel constant k**, on définit ω^k par :
$(\omega^k)_i = (\omega_i)^k = i^k$. (A noter qu'ici **ω** joue le rôle de **v** tel que $v_i = i$, pour tout $i \in \mathbf{N}$).

Idem pour la **factorielle** :
$(\omega!)_i = (\omega_i)! = i!$

Définition :
Soit $P(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_k)$ un **énoncé** ou une **proposition** ou une **propriété** portant sur **k entiers variables** $(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_k)$. On dit que **P** est **toujours vrai** ou toujours **vérifié**, si pour tout **entier naturel i**, $P(x_{1i}, x_{2i}, x_{3i}, \ldots, x_{ki})$ est **vrai**. Et on dit que **P** est **toujours faux**, ou **jamais vrai**, si pour

tout **entier naturel i**, **P(x_{1i}, x_{2i}, x_{3i}, …, x_{ki})** est **faux**. Et on dit que **P** est **finalement vrai**, s'il existe un **entier naturel j**, tel que pour tout **entier naturel** **i ≥ j**, **P(x_{1i}, x_{2i}, x_{3i}, …, x_{ki})** est **vrai**. Autrement dit, **P** est **vrai** à partir d'un certain **rang**.

La définition générale de la **relation d'ordre** « **<** » sur les **entiers variables** se précisera par la suite. Mais il est d'ores et déjà très facile de la définir sur les **polynômes** en **ω**.

Notons « **=** » l'**égalité** courante définie sur les **entiers relatifs** (sur **Z** donc). On définit aussi « **=** » sur les **entiers variables**.

Soit deux **entiers variables x** et **y**. On dit que **x est toujours égal à y**, et on note : **x = y**, si pour tout **entier naturel i**, on a : $x_i = y_i$.

Soit deux **entiers variables x** et **y**. On dit que **x est finalement égal à y**, et on note : **x = y**, s'il existe un **entier naturel k** tel que pour tout **entier naturel i ≥ k**, on a : $x_i = y_i$.

Autrement dit, **x** et **y** sont **égaux** à partir d'un certain rang.

Par défaut, ou sans autre précision, le mot « **égal** » désignera l'**égalité finale**.

Cette relation « = » définie sur les **entiers variables** est bien une **relation d'équivalence**.

En effet, pour la **réflexivité** :
Pour un **entier variable x**, on a $x_i = x_i$, pour tout **entier naturel i**, donc à partir du **rang 0**.
Donc **x = x**.

Et pour la **symétrie** :
Pour deux **entiers variables x** et **y**, si **x = y**, alors : $x_i = y_i$ à partir d'un **rang k**, autrement dit pour **i ≥ k**. Donc aussi, pour **i ≥ k**, on a : $y_i = x_i$, donc **y = x**.

Et pour la **transitivité** :
Si **x = y** et si **y = z**, alors il existe un rang **k** tel que pour tout **entier naturel i ≥ k**, on a : $x_i = y_i$.
Et il existe un rang **k'** tel que pour tout **entier naturel i ≥ k'**, on a : $y_i = z_i$.
Prenons **k" = sup(k, k')**, c'est-à-dire le plus grand des deux **entiers k** et **k'**.
Pour tout **entier naturel i ≥ k"**, on a donc: $x_i = y_i$ et $y_i = z_i$, donc $x_i = z_i$, en raison de la transitivité de la relation « **=** » sur **Z**. Donc **x = z**.

La relation « = » sur les **entiers variables** est donc une **relation d'équivalence**, qui est par définition l'**égalité** sur les **entiers variables**. On note « **x ≠ y** » pour dire « **x et y ne sont pas équivalents** » ou « **x et y ne sont pas égaux** », selon l'**égalité** « = » définie sur les **entiers variables**.

Soit un **entier variable x**. On dit que **x est toujours constant**, s'il existe un **entier relatif a** tel que pour tout **entier naturel i**, on a: $x_i = a$. On note alors: **x = [a]**.
Donc on a: **x = [a] = (a, a, a, a, a, a, a, a, a, ...)**. On le note aussi $\mathbf{I_a}$, et on l'appelle alors **suite identité a**.

Par exemple : **x = [5] = (5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, ...)**.

Et on dit que **x est finalement constant**, s'il existe un **entier relatif a** et un **entier naturel k** tels que pour tout **entier naturel i** ≥ **k**, on a: $\mathbf{x_i = a}$. Autrement dit, **x** est **constant** à partir d'un certain rang **k**. Et on note aussi: **x = [a]**. Et l'**entier variable constant [a]** sera assimilé à l'**entier constant a**.

Par exemple : **x = [5] = (-24, 1, 3, 0, 5, 5, 5, 5, 5, ...)**.
x, qui, au départ n'était pas **constant**, est **finalement constant** à partir du rang **4**, donc ne se distingue plus de l'**entier variable toujours 5** à partir de ce rang.

Il est clair que les **entiers variables toujours constants** sont **finalement constants**, mais pas l'inverse. Les **entiers variables finalement constants** sont les **entiers variables finalement égaux** à un certain **entier variable toujours constant [a]**. Par défaut, et sans précision, l'adjectif « **constant** » seul désignera les **entiers variables finalement constants**. Et de manière générale, par défaut les **propriétés** désignent les **propriétés finales**, c'est-à-dire **finalement vérifiées** et pas celles **toujours vérifiées**. Ce sont les **propriétés finales** qui nous intéressent dans cette première étude des **nombres entiers variables**.

L'**ordre** « ≤ » et son **ordre strict** associé « < » est défini sur les **entiers constants**, et c'est l'**ordre usuel**.

Soit deux **entiers variables x** et **y**. On dit que **x est (finalement) inférieur à y**, et on note : **x ≤ y**, s'il existe un **entier naturel k** tel que pour tout **entier naturel i ≥ k**, on a : $\mathbf{x_i \leq y_i}$.

La relation « ≤ » ainsi définie sur les **entiers variables** est une **relation d'ordre**.

En effet, pour la **réflexivité** :
Pour tout **entier variable x**, et pour tout rang **i ≥ 0**, on a : $\mathbf{x_i \leq x_i}$. Donc **x ≤ x**.

Pour l'**antisymétrie** :
Soient deux **entiers variables x** et **y**, et supposons que **x ≤ y** et **y ≤ x**.
x ≤ y signifie qu'il existe un **entier naturel k** tel que pour tout **entier naturel i ≥ k**, on a : $\mathbf{x_i \leq y_i}$.
Et **y ≤ x** signifie qu'il existe un **entier naturel k'** tel que pour tout **entier naturel i ≥ k'**, on a: $\mathbf{y_i \leq x_i}$.
Accessoirement on a **k = k'**, mais supposons que cela puisse ne pas être le cas.
Prenons alors **k" = sup(k, k')**.
Là c'est certain que pour tout **entier naturel i ≥ k"**, on a : $\mathbf{x_i \leq y_i}$ et $\mathbf{y_i \leq x_i}$.
L'**antisymétrie** de la relation « ≤ » dans **Z** implique alors que
pour tout **entier naturel i ≥ k"**, on a : $\mathbf{x_i = y_i}$, ce qui par définition signifie que **x = y**.

Pour la **transitivité** :
Soient trois **entiers variables x**, **y** et **z**, et supposons **x ≤ y** et **y ≤ z**.
x ≤ y signifie qu'il existe un **entier naturel k** tel que pour tout **entier naturel i ≥ k**, on a : $\mathbf{x_i \leq y_i}$.
Et **y ≤ z** signifie qu'il existe un **entier naturel k'** tel que pour tout **entier naturel i ≥ k'**, on a : $\mathbf{y_i \leq z_i}$.
Prenons alors **k" = sup(k, k')**.
Pour tout **entier naturel i ≥ k"**, on a : $\mathbf{x_i \leq y_i}$ et $\mathbf{y_i \leq z_i}$, donc $\mathbf{x_i \leq z_i}$. Donc **x ≤ z**.

La relation « ≤ » est donc une **relation d'ordre**. On note alors « < » la **relation d'ordre stricte** associée, c'est-à-dire la relation « **x ≤ y et x ≠ y** », la relation dont la négation est notée « ≠» étant l'**égalité finale**. Autrement dit, « **x ≠ y** » se lit : « **x n'est pas finalement égal à y** » ou « **x et y ne sont pas finalement égaux** ». Et s'ils ne sont pas **finalement égaux**, à plus forte raison ils ne sont pas **toujours égaux**.

Soit deux **entiers variables x** et **y**. On dit que **x est (finalement) supérieur à y**, et on note : **x ≥ y**, s'il existe un **entier naturel k** tel que pour tout **entier naturel i ≥ k**, on a : $\mathbf{x_i} \geq \mathbf{y_i}$.

La relation « ≥ » est aussi une **relation d'ordre**, et cela se démontre de la même façon que précédemment. On note alors « > » la **relation d'ordre stricte** associée, c'est-à-dire la relation « **x ≥ y et x ≠ y** ».

On note que pour les **entiers variables**, il faut définir les trois **relations** « **=** » (**égalité**), « ≤ » (**infériorité**) et « ≥ » (**supériorité**), sans partir de l'a priori qu'elles ont la même interdépendance que pour les **entiers constants**. Car, l'**ordre** « ≤ » n'est pas **total**, comme avec les **entiers constants**.

Considérons par exemple l'**entier variable a** défini par $\mathbf{a_i = 4}$ si **i** est **pair** et $\mathbf{a_i = 6}$ si **i** est **impair**, dont : **a = (4, 6, 4, 6, 4, 6, 4, …)**,
et l'**entier variable** qu'est la **suite constante [5]**,
dont : **[5] = (5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, …)**,
Les deux **entiers variables** ne sont pas **comparables** par cet **ordre** « ≤ ».
En effet, on n'a ni **a** ≤ **[5]**, ni **a** = **[5]**, ni **a** ≥ **[5]**.
Car un coup **a** est **inférieur** à **[5]**, et un coup **a** est **supérieur** à **[5]**.

On peut maintenant donner à la notion d'**entier infini** la définition très générale suivante.

Soit un **entier variable x**. On dit que **x** est un **entier (finalement) infini anitif** (ou « **positif** ») si **x est strictement supérieur** à tout **entier constant**. Autrement dit, pour tout **entier relatif a**, il existe un **entier naturel k** tel que pour tout **entier naturel i**, $\mathbf{x_i} > \mathbf{a}$.

Un cas particulier fondamental est quand **x est un nombre entier variable finalement croissant**, c'est-à-dire **croissant** à partir d'un certain **rang k**. Autrement dit, il existe un **entier naturel k** tel que pour tout **entier naturel i ≥ k**, $\mathbf{x_i} < \mathbf{x_{i+1}}$.

Un autre cas particulier d'**entier infini** (anitif) est celui des **entiers variables** de la **classe ω**. Pour tout **entier constant a** et pour tout **entier variable x** de la **classe ω**, on a : **x > a**.

Pour deux **entiers variables x** et **y**, et pour tout **entier naturel non nul k**:
x < y ⇒   k×x < k×y .
x < y ⇒   -k×y < -k×x .

Tout ce qui précède permet de déduire l'**ordre** suivant :

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7…, ω-7, ω-6, ω-5, ω-4, ω-3, ω-2, ω-1, ω, ω+1, ω+2, ω+3, ω+4, ω+5, ω+6, ω+7, …, 2ω-7, 2ω-6, 2ω-5, 2ω-4, 2ω-3, 2ω-2, 2ω-1, 2ω, 2ω+1, 2ω+2, 2ω+3, 2ω+4, 2ω+5, 2ω+6, 2ω+7, …, 3ω-7, 3ω-6, 3ω-5, 3ω-4, 3ω-3, 3ω-2, 3ω-1, 3ω, 3ω+1, 3ω+2, 3ω+3, 3ω+4, 3ω+5, 3ω+6, 3ω+7,

……, 4ω, ……, 5ω, ……, 6ω, ……, 7ω, ……, ω^2, ……, ω^3, ……, ω^4, ……, ω^5, ……, ω^6, ……, ω^7, ………, ω^ω, ……....

Une conception des **nombres entiers**, avec l'**entier alpha** qui est **0**, et où l'**entier oméga** est **ω**, et où pour l'**égalité** utilisée l'on a : **0 = ω**, est qualifiée d'**omégacyclique**. Dans ce cas, on a aussi : **-1 = ω-1**, ce qui veut dire que l'**avant-dernier** élément est aussi le **prédécesseur** de **0**. Et on a: **-2 = ω-2**, et : **-3 = ω-3**, etc..

Dans cette perspective **omégacyclique**, où **ω** est un **nombre infini**, c'est-à-dire précédé entre autres de toute l'infinité des **nombres** qualifiés de **finis** :
0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7…, ω-7, ω-6, ω-5, ω-4, ω-3, ω-2, ω-1, ω,
on ne distingue plus l'**ensemble N** des **nombres entiers naturels** avec l'**ensemble Z** des **nombres entiers relatifs**. En effet, les **entiers anitifs** (ou « **positifs** ») sont au début du **cycle**, et ce sont les éléments du classique ensemble **N**, et leurs **opposés**, les **entiers antitifs** (ou « **négatifs** »), sont à la fin du **cycle**. Et pourtant, tous les **entiers** pris sur un seul **cycle**, de **0** à **ω**, sont **positifs** dans l'absolu.

Dans cette perspective **cyclique** des **entiers**, l'axiome 3 devient lui aussi inutile, car il empêche de boucler le cycle de sorte que l'**avant-dernier élément**, **ω-1** donc, soit aussi l'élément **-1**, le prédécesseur de **0**.

Et l'un des grands intérêts de cette **structure cyclique**, c'est qu'elle s'applique indifféremment à un **cycle** avec un **nombre infini** comme **fini** d'éléments, comme par exemple dans les habituelles **arithmétiques modulaires**, l'ensemble comporte un **nombre fini** d'éléments.

Nous avons par exemple vu plus haut que l'**ensemble N** des **nombres entiers naturels**, qui avec l'**égalité générative** « $=_w$», est un **ensemble infini** (avec une **infinité** d'éléments) est, avec l'**égalité** qu'est la **relation d'équivalence** de la **congruence modulo 10**, ou **Z /10Z**, ce que j'appelle simplement le **Cycle 10**, et note « **0=10** » et aussi «**ω =10** », l'**ensemble** : **N = {$0^\bullet$, $1^\bullet$, $2^\bullet$, $3^\bullet$, $4^\bullet$, $5^\bullet$, $6^\bullet$, $7^\bullet$, $8^\bullet$, $9^\bullet$}**. Cela veut dire qu'avec cette **égalité**, **N** est vu comme un **ensemble fini** de **10** éléments : **N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}**. Ce **Cycle 10** ou « **0=10** » ou «**ω =10** », est une manière de dire qu'on parle d'un **système de numération** de base **10**, l'**entier 11** étant un nouveau **1**, l'**entier 12** étant un nouveau **2**, etc..

Considérons l'ensemble de tous les **mots** formés avec **a**, **b** et **e**, et parmi ceux-ci sélectionnons des mots spéciaux qui seront les ordinaux qui nous intéressent.

On dit que **a** est l'**ordinal infini initial**, et que **b** est son **ordinal infini**. Le symbole **o**, qui joue le rôle du **0** pour les mots, à savoir donc l'« **espace** », ne doit pas être oublié.

La première liste infinie de **mots** que nous allons considérer, et qui constitue le **modèle** de toute la logique **ordinale** que nous construisons, est :
o, a, aa, aaa, aaaa, …, aaaab, aaab, aab, ab, b, pris dans cet **ordre**.
Autrement dit : **o < a < aa < aaa < aaaa < … < aaaab < aaab < aab < ab < b**.

Cette liste est infinie (au sens intuitif du mot) puisqu'elle commence par toute l'infinité des **générescences** d'**unit a**, qui, à part **o**, ne comporte que des **a**, suivies avec les mêmes

générescences d'unit a terminées par **b**. Il s'agit donc d'un cas particulier de mots formés uniquement avec **a** et **b**, **ordonnés** selon cet **ordre**.

Mais, chose très intéressante et très importante, ce modèle peut tout à fait s'appliquer à un système de **numération finie**, comme par exemple le classique **système décimal**. Dans ce cas, **o** représente **0**, **a** représente **1**, et **b** représente **10**. La liste est alors **finie**, et elle est :
o < a < aa < aaa < aaaa < aaaaa < aaaab < aaab < aab < ab < b,
et elle s'interprète respectivement :
0 < 1 < 2 < 3 < 4 < 5 < 6 < 7 < 8 < 9 < 10, ou encore plus exactement :
0 < 1 < 2 < 3 < 4 < 5 < 10-4 < 10-3 < 10-2 < 10-1 < 10.

Ainsi donc, **b** est **10**, et **ab** se lit « **une unité a avant 10** », donc **9**.
Et **aab** se lit « **deux unités a avant 10** », donc **8**.
Et **aaab** se lit « **trois unités a avant 10** », donc **7**.
Donc **aaa** aurait pu s'écrire : **aaaaaaab**, pour dire donc « **sept unités a avant 10** », ou **10-7**, donc **3**.
Et **o** sera alors : **aaaaaaaaaab**, pour dire donc « **dix unités a avant 10** », donc **10-10 = 0**.

Mais la convention avec ce **système ordinal**, qui suit une logique similaire à la **numération romaine** : **I, II, III, IV, V, VI, VII, VIII, IX, X**, c'est que jusqu'à la moitié de la liste incluse, on préfère **additionner** les **unités**, ici **a**, et après on préfère soustraire ces mêmes unités de l'unité supérieure, ici **b**, l'équivalent du **X** ou **10** romain, pour avoir une écriture la moins longue possible. C'est en effet moins long de dire **aaa** pour dire **3** que de dire **aaaaaaab**, pour dire **10-7** donc **3** aussi. Suivant la même logique, c'est moins long de dire **IV**, ou **5-1**, pour dire **4**, que de dire **IIII**. Et c'est moins long de dire **IX** pour dire **10-1** ou **9**, que de dire **IIIIIIIII** pour dire **9**, etc..
Dans tous les cas, il s'agit d'un **système unaire** ou **système génératif** ou **système de générescences**.

Donc ici, dans le système romain, le symbole **V** est là pour dire : « **paquet de 5 traits** » ou **IIIII**, et donc **IV** veut dire « **paquet de 5 traits moins un** », et **VI** veut dire « **paquet de 5 traits plus un** ». De même, **X** signifie « **paquet de 10 traits** », et donc **IX** signifie « **paquet de 10 traits moins un** ».

De même ici, dans notre système ordinal, la lettre **b** signifie « **paquet de 10 traits** », si l'on fonctionne en système de base **b** égale à **10**. Et donc **ab** veut dire « **paquet de 10 traits moins un** ».

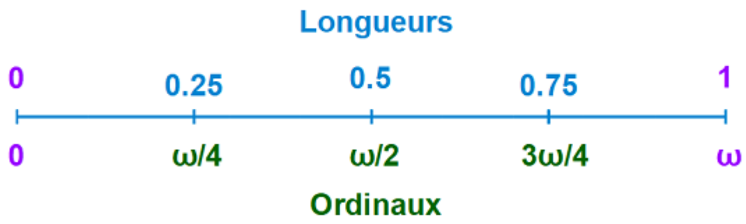
Mais ce qui est particulièrement intéressant ici, c'est que b ne représente pas forcément un **nombre fini**, et peut représenter justement aussi l'**infini ω**. Et alors **ab** veut dire « **paquet de ω traits moins un** », et **aab** veut dire « **paquet de ω traits moins deux** », etc.. Le symbole du **GENER** « **...** » représente **ω/2**, que **ω** soit **pair** ou **impair**. Car on a vu aussi que **ω**, et notamment sous sa version appelée **w**, est une **variable croissante**, qui prend dans l'ordre les valeurs : **0, 1, 2, 3, 5, 6, 7, …**:

Donc **ω** est tour à tour **pair** et **impair**, et donc tantôt **ω/2** est un **entier**, tantôt un **demi-entier**.

C'est donc ce rôle que joue **b** dans la liste :
o < a < aa < aaa < aaaa < … < aaaab < aaab < aab < ab < b,
qui est donc une manière de dire :
0 < 1 < 2 < 3 < 4 < ... < ω-4 < ω-3 < ω-2 < ω-1 < ω,

pouvant donc être **fini**, comme **10** par exemple, ou **infini**, c'est-à-dire une **variable croissante**.

Dans tous les cas, nous adoptons la convention qu'avant le point **GENER** ou « **...** », c'est-à-dire avant **$\omega/2$**, on **additionne** les unités pour former les **générescences**, et après le point **GENER** ou « **...** » ou **$\omega/2$**, on les **soustrait** de **ω**. Dans tous les cas, c'est la liste des **ordinaux** de **o** à **b** sans aucune discontinuité, car aussi c'est la liste des **ordinaux** de **0** à **ω**, en **toute continuité** aussi, puisque **ω** est une **variable croissante**, qui est exactement comme de parcourir l'**infinité des points** d'un **segment de longueur 1**, sans aucune discontinuité ou rupture :

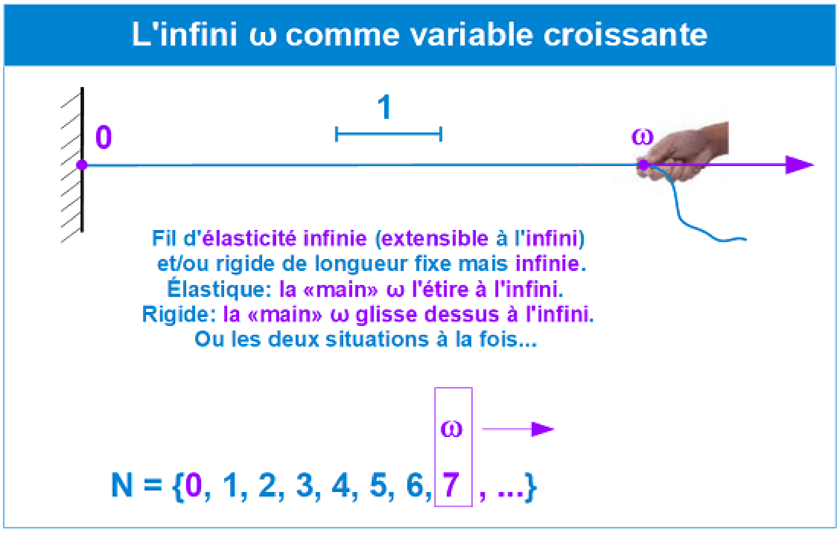


On répète que cette **logique ordinale** de **comptage des points** du **segment unitaire**, c'est-à-dire le **segment de longueur 1**, se déroule au niveau de l'**identité générative**, où donc **0** n'est plus l'**élément neutre** de l'**addition**. A ce niveau où donc l'**identité** est si fine et précise qu'elle distingue deux **nombres** ou **expressions numériques** présentant une différence de **0**, chaque **unit 0 compte**, et donc **1+0** n'est plus **1**. Cela signifie qu'ajouter un **point** ou un **0** à l'extrémité d'un **segment** ou même de toute une **droite infinie**, augmente sa **longueur** !

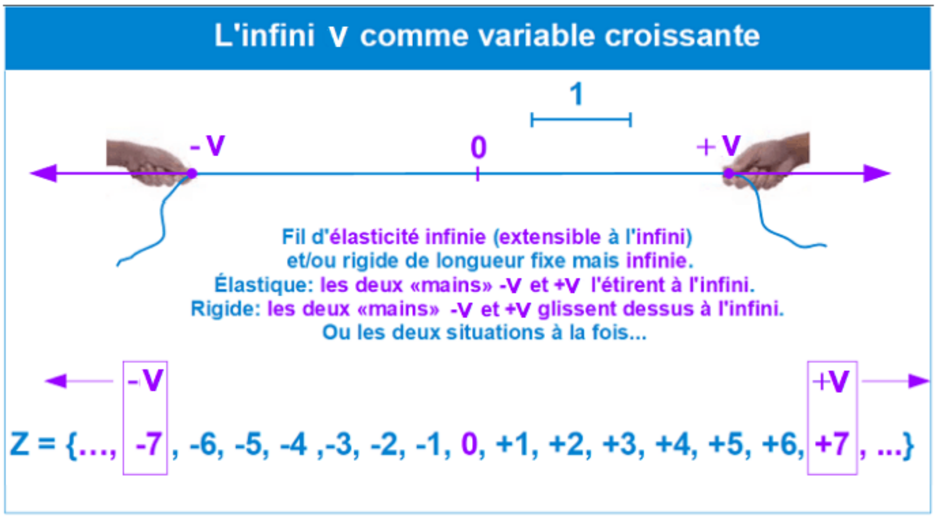
VIII - Compréhension plus profonde de l'ensemble des nombres entiers oméganaturels

Nous considérons l'ensemble **N** des nombres **entiers naturels** et l'ensemble **Z** des nombres **entiers relatifs**, tels que nous les avons définis précédemment, ou simplement les ensembles **N** et **Z** classiques. Et rappelons les nouvelles visions de ces ensembles avec le modèle des **ficelles élastiques**. Nous avons vu que la manière technique de dire « **élastique** » est « **variable** », et cette notion spécifique de « **variable** » est définie au moyen de notion d'**application** ou de **fonction**.

Pour l'**ensemble N** :



Et l'ensemble **Z** :



Il est important de noter dans ce modèle que cet ensemble **N** possède toujours un **premier élément**, **0**, un **alpha**, qui est **fixe**, **constant**, **statique**, et toujours un **dernier élément**, **oméga** ou **ω**, qui, lui, est **variable**, **dynamique**. Mais pour **Z**, il possède deux **éléments variables**, le **0** étant au centre des **éléments constants**.

Pour un élément **constant**, comme **5** par exemple, la liste des éléments de **0** à **5** est : **0, 1, 2, 3, 4, 5**, une liste qui a un **premier élément**, **0**, et un **dernier élément**, **5**, qui est **constant**, ce qui veut dire aussi que le **nombre de ces éléments** est **constant** aussi.

Et pour un **élément variable**, comme **ω** par exemple, la liste des éléments de **0** à **ω** est :
0, 1, 2, 3, 4, 5, …, ω-5, ω-4, ω-3, ω-2, ω-1, ω.
Mais nous noterons cette **variable ω** souvent aussi **v** :
0, 1, 2, 3, 4, 5, …, v-5, v-4, v-3, v-2, v-1, v.
et le **nombre des éléments** de cette liste est **variable** aussi.

Mais (chose très importante) cette liste a toujours un **premier élément** et un **dernier élément** ! Le fait qu'elle soit **variable** ou **infinie** ne change rien à cette caractéristique très fondamentale, d'avoir un élément **alpha** et un élément **oméga**, et le fait que, malgré les apparences, et la présence du symbole « **...** » que nous appelons le **GENER** (et que nous avons longuement étudié dans le livre : **Conception générative des entiers, structure réalie**), il n'y a aucune rupture dans la **continuité** qu'est cette liste. Même remarque pour **Z**, sauf que son **premier élément** comme son **dernier élément** sont **variables**.

Dans les deux cas, on parcourt la liste du **premier élément** au **dernier élément**, exactement comme pour une liste **constante**, correspondant à un **entier constant**, sauf qu'ici elle est juste **variable**, ce que la présence du symbole « **...** » ou **GENER** indique. Ce symbole n'est pas obligé pour un entier **constant**, mais est incontournable pour un **entier variable**, ici un cas particulier de **variable**, à savoir une **variable croissante**, qui est l'une des définitions de la nouvelle notion d'**infini**.

On note que cette **variable ω** ou **v**, a un **prédécesseur**, **ω-1** ou **v-1**, qui à son tour a un **prédécesseur**, **ω-2** ou **v-2**, qui à son tour a un **prédécesseur**, **ω-3** ou **v-3**, etc.. Cette **variable ω** ou **v**, est la nouvelle conception de la notion d'**ordinal infini**, notion d'ordinal radicalement différente de celle des conceptions traditionnelles, pour qui cet **ordinal ω** ou **v**, n'a pas de **prédécesseur**. Et plus généralement, dans les conceptions traditionnelles, les **ordinaux** dits **limites** n'ont pas de **prédécesseurs**, mais peuvent avoir des **successeurs**. Pour nous, cette conception des **ordinaux** à sens unique, est bancale, pour ne pas dire fausse. Ce n'est pas la logique fondamentale des **nombres entiers** dans l'**Univers TOTAL**. On a le droit de qualifier ces **ordinaux** à sens unique d'**entiers**, d'**infinis**, etc., mais pas de dire que c'est la notion fondamentale, naturelle. Tout comme ce n'est pas naturel de dire que tous les **nombres entiers** puissent avoir un **inverse**, sauf **0**.

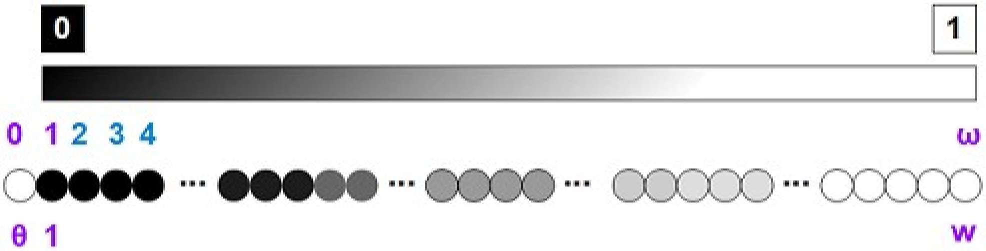
Et enfin, on note qu'il revient exactement au même de parler d'une liste **variable** ou **infinie**: **0, 1, 2, 3, 4, 5, ...**, sans apparemment de **dernier élément**, que de parler d'une liste **variable** ou **infinie**: aussi : **0, 1, 2, 3, 4, 5, …, v-5, v-4, v-3, v-2, v-1, v**, avec bel et bien un **élément de fin**, ici **v**. Dans le premier cas, le symbole de **variation** « **...** », le **GENER** donc, est mis à la fin, et dans le second cas, ce symbole est mis au milieu. C'est donc juste deux écritures différentes exactement de la même chose. Toutefois, la seconde écriture est de très loin la meilleure, car elle évite de très nombreuses et graves conceptions traditionnelles erronées de la première, qu'il faut juste voir comme un raccourci ou un abrégé de la seconde.

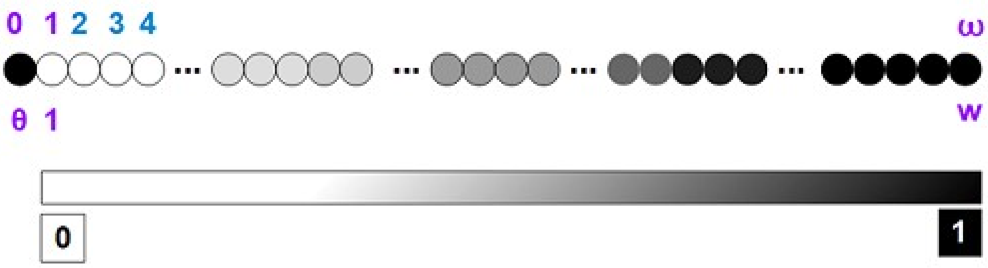
Par exemple, l'absence de définition explicite d'un **dernier entier**, **ω** ou **v**, a un rôle dans la prétendue « impossibilité » de **diviser par 0**. Car ce dernier élément est alors automatiquement l'**inverse de 0** pour la **multiplication**. Rien n'empêche ensuite de dire que l'on se place dans le cadre d'une **relation d'équivalence** ou d'**égalité** pour laquelle : **0 = v**, ou : **0 = ω**, qui est la **relation d'équivalence** du **Cycle v**, ou **Cycle ω**, et alors on est dans une logique **omégacyclique**.

Tout cela signifie que, quand on conçoit l'ensemble **N** des **entiers naturels** ainsi : **N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...}**, sans apparemment aucun **dernier élément**, il y en a un pourtant, qui n'est autre que l'ensemble **N** lui-même !

En effet, cette écriture à elle seule signifie que **N** est un **entier naturel variable croissant**, et la liste des **nombres entiers naturels** de **0** à **N** est : **0, 1, 2, 3, 4, 5, …, N-5, N-4, N-3, N-2, N-1, N**. Autrement dit, les éléments de **N** vont de **0** à **N-1**, soit exactement **N éléments** !

Donc, quand on dit habituellement que l'**ensemble N** est : **N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...}**, on ne parle en réalité que de ses éléments **constants**. Plus ceux qui croissent, plus ils se transforment graduellement en **entiers variables**, ce qui veut dire que les deux notions **contraires** de **constante** et de **variable** ne sont pas à voir selon une logique tranchée, mais comme une notion qui **évolue graduellement** vers son **contraire**, et vice versa (sur l'image ci-dessous la **variable v** est notée **w** mais la logique est la même).





De manière générale, avons-nous dit, contrairement à la logique classique qui est une logique de **Négation**, dont l'une des caractéristiques est d'être une logique du **tout ou rien**, la logique avec laquelle la **Science de l'Univers TOTAL** est faite est la logique d'**Alternation**, ce qui veut dire entre autres que la **valeur de vérité**, **alterne** à l'**horizon infini**, le **0** devient **1** et vice-versa. L'évolution de la **valeur de vérité** en relation avec la notion de **finitude** et d'**infinitude**, est largement traitée dans le livre : [Conception générative des entiers, structure réalie].

Malgré les apparences donc, l'ensemble **N** des **entiers naturels** contient des éléments **finis** vers le **début** (côté **alpha**) et des éléments **infinis** vers la **fin** (côté **oméga**). Mais en règle générale, on ne le voit que comme un ensemble d'éléments **finis** ou **constants**, ce qui n'est pas tout à fait exact.

L'ensemble **N** avec tous ses éléments **finis** et **infinis**, autrement dit **constants** et **variables**, est : .
N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, …, N-5, N-4, N-3, N-2, N-1}

Et ce que nous appelons la **variable ω** ou **w**, vue en tant qu'**ensemble**, est :
v = {0, 1, 2, 3, 4, 5, …, v-5, v-4, v-3, v-2, v-1} = {0, 1, 2, 3, 4, 5, …, $\overline{5}$, $\overline{4}$, $\overline{3}$, $\overline{2}$, $\overline{1}$}.

C'est l'**ensemble** de toutes les **valeurs** que prend la **variable entière v**, à savoir : **v=0**, **v=1**, **v=2**, **v=3**, etc., l'**avant-dernière valeur** étant **v-1**, et la **dernière** étant **v** elle-même, donc : **v=v**, sa **valeur d'identité**, les autres étant ses **valeurs d'équivalence**.

Une autre manière de voir la chose est que **v** est l'**entier « élastique »**, qui s'« **étire** » de sa **longueur initiale** qui est **0**, à sa **longueur finale**, qui est donc **v**. Et en continuant de s'« **étirer** » elle prendra les **valeurs v+1**, **v+2**, **v+3**, etc..

Dans le modèle des voitures sur l'autoroute, la **voiture** appelée **v**, la voiture prise comme référence, qui (pour se fixer les idées) parcourt **1 km par minute**, soit **60 km/h**, a depuis **0** parcouru une certaine distance qui est **v**. Elle était donc à **0** km, puis elle a parcouru **1 km** après la première minute, puis **2** km après la seconde minute, puis **3 km** après la troisième minute, etc.

Par définition, **v+1** est celle qui, au temps **0 min** est à la borne **1 km**, mais qui roule elle aussi avec une vitesse de **1 km par minute**, soit **60 km/h**. Donc au temps **1 min** est à la borne **2 km**, puis à **3 km** à **2 min**, etc..

La voiture **v^2** est celle qui au temps **0 min** est à la borne **0 km**, et au temps **1 min** est à la borne **1 km**, et au temps **2 min** est à la borne **$2^2 = 4$ km**, et au temps **3 min** est à la borne **$3^2 = 9$ km**, etc..

Il est alors très facile de définir la voiture **v^n**, pour **n** un **entier naturel** quelconque. Et en particulier on a la voiture **v^v** ou **w**. Par définition on pose : **$0^0 = 0$**, si **0** est le **0 absolu**, à savoir **o**. Cela signifie qu'au temps **0 min** la voiture **v^v** est à la borne **0 km**. Et au temps **1 min** est à la borne **1^1= 1 km**, et au temps **2 min** est à la borne **2^2 = 4 km**, et au temps **3 min** est à la borne **3^3 = 27 km**, et au temps **4 min** est à la borne **4^4 = 256 km**, etc.. Bon, il s'agit d'une « voiture » théorique ou mathématique, n'ayant aucune limitation de vitesse, donc qui ignore la limite qu'est la vitesse de la lumière.

A chaque étape **entière**, toutes les voitures, dites **entières**, qui sont à une distance **entière**, représentent tous les **nombres entiers** possibles, **constants** comme **variables**.

L'**ensemble des nombres entiers naturels**, quand il est vu comme : **N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, …, N-5, N-4, N-3, N-2, N-1}**, n'est donc rien d'autre que la **variable v**, vue en tant qu'**ensemble** de ses **valeurs** jusqu'à sa **valeur actuelle**, qui est **v** lui-même:
v = {0, 1, 2, 3, 4, 5, …, v-5, v-4, v-3, v-2, v-1} = {0, 1, 2, 3, 4, 5, …, $\overline{5}$, $\overline{4}$, $\overline{3}$, $\overline{2}$, $\overline{1}$}.

On peut définir ainsi l'ensemble **N_ω** des **nombres entiers oméganaturels**, c'est-à-dire des **ordinaux** ou des **ordinuméraux**, dans le langage des « **voitures** ». Et il est très facile aussi de donner une définition semblable de l'**ensemble Z_ω des entiers omégarelatifs**. Par **relativation** donc **N_ω** donne l'ensemble **Z_ω** des **nombres entiers omégarelatifs**.

Pour ce faire on considère l'ensemble **Z^Z** des **applications de Z dans Z**. Il suffit en fait d'avoir dit cela pour avoir dit que cet ensemble, qui est un **potenciel**, avec la logique générale des opérations définies dans les potenciels, et notamment l'héritage des opérations

Et on considère aussi l'ensemble **Z^N** des **applications de N dans Z**, autrement dit des **suites** d'**entiers relatifs**. Autrement dit encore, eu égard à ce que nous avons dit dans les généralités, c'est **Z potenciel N**. Pour une telle suite **x**, ses termes sont donc : **x_0, x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, …**, où donc les **x_i** sont des **entiers relatifs**, des éléments de **Z**. Nous convenons de voir ces suites comme des **applications de Z dans Z**, des éléments de **Z^Z** donc, pour lesquelles les **x_i** sont **0** pour **$i < 0$**.

Autrement dit, la partie **E** de **Z^Z** , formée par les **applications nulles pour les indices i strictement négatifs**, est **isomorphe** à **Z^N**. Etant donnée une suite : **x_0, x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, …**, un élément **x** de **Z^N**

donc, et : **…, x'_{-5}, x'_{-4}, x'_{-3}, x'_{-2}, x'_{-1}, x'_0, x'_1, x'_2, x'_3, x'_4, x'_5, …**, un élément **x'** de $\mathbf{Z}^\mathbf{Z}$, on assimile **x** et **x'**, si pour tout $\mathbf{i < 0}$ on a : $\mathbf{x'_i = 0}$, et si pour tout $\mathbf{i \geq 0}$, on a : $\mathbf{x'_i = x_i}$.

Car pour tout élément **x** de $\mathbf{Z}^\mathbf{N}$, on peut par prolongation définir l'élément unique **x'** de $\mathbf{Z}^\mathbf{N}$, qui a ses termes nuls pour les entiers strictement négatifs, et qui a les mêmes termes que **x** pour les entiers positifs ou nuls. A l'inverse, pour un élément **x'** de $\mathbf{Z}^\mathbf{Z}$, on définit l'élément unique de $\mathbf{Z}^\mathbf{N}$, tel que pour tout élément **i** de **N**, on ait : $\mathbf{x_i = x'_i}$. Ceci permet donc de voir $\mathbf{Z}^\mathbf{N}$ comme un sous-ensemble de $\mathbf{Z}^\mathbf{Z}$. Et un raisonnement semblable permet de voir $\mathbf{N}^\mathbf{N}$ comme un sous-ensemble de $\mathbf{Z}^\mathbf{N}$.

De la même façon, on considère le classique ensemble **R** des **nombres réels**, et l'ensemble $\mathbf{R}^\mathbf{R}$ des **applications de R dans R**. On considère l'**ensemble E** des éléments **x** de $\mathbf{R}^\mathbf{R}$, tels que pour tout réel **i**, **x(i) = 0** si **i** n'est pas un **entier relatif**, et tels que **x(i)** est un **entier relatif** si **i** est un **entier relatif**. Il est clair aussi qu'à tout élément de **E** on associe un élément unique de $\mathbf{Z}^\mathbf{Z}$, et à l'inverse tout élément de $\mathbf{Z}^\mathbf{Z}$ est associé à un élément unique de **E**. Celui-ci et $\mathbf{Z}^\mathbf{Z}$ sont donc **isomorphes**, ce qui permet de voir $\mathbf{Z}^\mathbf{Z}$ comme un sous-ensemble de $\mathbf{R}^\mathbf{R}$.

On a ainsi : $\mathbf{N}^\mathbf{N} \subset \mathbf{Z}^\mathbf{N} \subset \mathbf{Z}^\mathbf{Z} \subset \mathbf{R}^\mathbf{R}$.

Les nombres entiers clefs que nous voulons exhiber sont dans $\mathbf{N}^\mathbf{N}$, ce sont des **suites d'entiers naturels** donc, qui, moyennant la convention qu'on vient de poser, sont des cas particuliers d'éléments de $\mathbf{R}^\mathbf{R}$, des **fonctions** (ou **applications**) réelles.

Nous donnerons les définitions les plus générales dans le **potenciel** $\mathbf{R}^\mathbf{R}$, et elles sont valables pour $\mathbf{Z}^\mathbf{Z}$ et $\mathbf{Z}^\mathbf{N}$.

Soit **E'** le sous-ensemble de $\mathbf{R}^\mathbf{R}$ tel que pour tout élément **x** de $\mathbf{R}^\mathbf{R}$, **x** est un élément de **E'** si et seulement si pour tout **entier relatif i**, **x(i)** est un **entier relatif**. Autrement dit simplement, les éléments de **E'** prennent pour valeur des **entiers relatifs** quand la **variable i** (au sens classique du mot **variable**) est un **entier relatif**.

On définit alors dans **E'** une **relation d'équivalence** «**≡** » telle que deux éléments **x** et **y** de **E'** sont **équivalents** si : **x(i) = y(i)** pour tout élément **i** de **Z**.

Il est alors très facile de vérifier que l'**ensemble** des **classes d'équivalence**, **E'/≡**, est **isomorphe** à $\mathbf{Z}^\mathbf{Z}$.

Les éléments de $\mathbf{Z}^\mathbf{Z}$ sont appelés les **nombres entiers variables relatifs** ou simplement les **entiers variables relatifs**, ou simplement encore les **entiers variables**.

On considère l'ensemble **Z'** des **suites constantes** d'**entiers relatifs**, c'est-à-dire les suites **x** dont tous les termes $\mathbf{x_n}$ sont **égaux** à un certain **entier relatif a** donné:
Pour tout entier naturel **n**, on a : $\mathbf{x_n = a}$.
Donc les termes sont : **a, a, a, a, a, a, a, a, …**. Cette suite est notée **[a]**. De telles suites sont appelées les **entiers constants**, elles sont donc des **entiers variables** spéciaux. On dit aussi qu'elles sont les **entiers finis**. C'est elles que représentent les voitures **constantes**, ou les ficelles rigides de **longueur constante**, ou élastiques mais étirées et gardées à une longueur fixe.

Généralisation de la notion d'entier.

Sur la base du fait que les éléments de **Z** sont des **nombres entiers**, en l'occurrence les **entiers relatifs**, et en particulier que les éléments de **N** sont les **entiers naturels**, nous allons définir la notion générale d'**entier**.
Pour cela, nous allons considérer n'importe quel ensemble **K** contenant tout ou partie des éléments de **Z**, et éventuellement tous les éléments de **Z**, comme **Q** ou **R** ou **C**. On considère ensuite l'**ensemble** $\mathbf{K^N}$ de toutes les **applications** de **N** dans **K**, autrement dit des **suites d'éléments de K**.

Soit **x** une **suite d'éléments de K**, une **application de N dans K** donc. On dit que **x** est un **entier** si et seulement si pour tout **entier naturel n**, **x(n)**, noté $\mathbf{x_n}$, est un **entier relatif**, un élément de **Z** donc.

On définit l'**entiérité de x au rang n**, **ent(x, n)**, exprimée en **pourcentage**, de la façon suivante :
ent(x, n) = nbe(x, n) / (n+1),
où **nbe(x, n)** est le **nombre des entiers relatifs** qu'il y a dans les **n+1** termes de $\mathbf{x_0}$ à $\mathbf{x_n}$.
Et on appelle simplement l'**entiérité de x**, et on note **ent(x)**, la **limite** de **ent(x, n)** quand **n** tend vers l'**infini**, au sens classique de la notion de limite. On ne se pose pas la question de l'existence de la **limite**, car dans la nouvelle vision elle existe toujours, sauf qu'elle peut éventuellement être fluctuante.

Exemples :

On prend **K** égal à **R**, et on considère donc les **suites de réels**, les éléments de $\mathbf{R^N}$ donc.

Et on considère la **suite v**, définie par : **v(n) = n**, ou : $\mathbf{v_n = n}$.
C'est la **suite identité**. C'est elle donc que représente la voiture **v** dans le modèle des voitures.

Les **n+1** termes de $\mathbf{v_0}$ à $\mathbf{v_n}$, ou : $\mathbf{v_0}$, $\mathbf{v_1}$, $\mathbf{v_2}$, $\mathbf{v_3}$, …, $\mathbf{v_n}$, qui sont donc: **0, 1, 2, 3, …, n**, sont tous des **entiers relatifs**, donc : **nbe(v, n) = n+1**.
Par conséquent : **ent(v, n) = nbe(v, n) / (n+1) = (n+1)/(n+1) = 1**.
Cela signifie que **v est entier à 100 %** jusqu'au rang **n**.
Et quel que soit l'**entier n**, **v est entier à 100 %** jusqu'à ce rang **n**,
donc on a simplement : **ent(v) = 1 = 100 %**.
Cela veut dire que **v** est un **entier**.

Ce résultat est le même pour toute **suite x** dont tous les termes $\mathbf{x_n}$ sont des **entiers relatifs**.
On a donc : **ent(x) = 1 = 100 %**, ce qui veut dire que **x** est un **entier**.

Ce qui nous intéresse particulièrement, ce sont les **suites x** pour lesquelles ce n'est pas ainsi, ou ce n'est que **partiellement** ainsi, et c'est cette **partialité** que nous voulons évaluer.

Comme second exemple, considérons la suite **(v/2)** définie par : **(v/2)(n) = v(n)/2 = n/2**.

On a : **ent(v/2, n) = nbe(v/2, n) / (n+1)**.

Par exemple : **ent(v/2, 10) = nbe(v/2, 10) / (10+1)**.

Les termes de $\mathbf{(v/2)_0}$ à $\mathbf{(w/2)_n}$ sont : **0/2, 1/2, 2/2, 3/2, 4/2, 5/2, 6/2, 7/2, 8/2, 9/2, 10/2**,
ou : **0, 1/2, 1, 3/2, 2, 5/2, 3, 7/2, 4, 9/2, 5**.

Parmi eux, **6** sont des entiers, donc : **nbe(v/2, 10) = 6**.
Donc : **ent(v/2, 10) = nbe(v/2, 10) / (10+1) = 6/11 = 0.545454.…**

Et de même: **ent(v/2, 100) = nbe(v/2, 100) / (100+1) = 51/101 = 0.50495...**.
Et de même: **ent(v/2, 1000) = nbe(v/2, 1000) / (1000+1) = 501/1001 = 0.5004995.…**

De manière générale, pour **n pair**, on a : **nbe(w/2, n) = n/2 + 1**,
et : **ent(v/2, n) = (n/2 + 1) / (n+1)**, qui tend vers **1/2** quand **n** tend vers l'**infini**.

Et si **n** est **impair**, on a : **nbe(v/2, n) = (n + 1)/2**,
et : **ent(v/2, n) = (n + 1) / 2(n+1) = 1/2**.

Donc : **ent(v/2) = 1/2**, ce qui s'interprète en disant que **v/2** est un **demi-entier** ou est à moitié entier ou est **entier** à **50 %** et **non-entier** à **50 %**.

Pour **v/3**, il est **entier** à **1/3** et **non-entier** à **2/3**.

Et de manière générale, pour un **entier non nul k**, **v/k** est **entier** à **1/k** et **non-entier** à **(k-1)/k**.

Et comme prochain exemple, la **suite (√v)** définie par : **$(\sqrt{v})_n$ = √(v_n) = √n**.
On montre facilement que quand **n** tend vers l'infini, **nbe(√v, n)** tend vers **√n**.
Et alors aussi **n+1** est équivalent à **n**.
Donc : **ent(√v, n) = √n/n**, qui tend vers **0**.
Cela signifie que les **nombres entiers** qui sont des **carrés parfaits** (et donc la **racine carrée** est un **entier**) deviennent de plus en plus rares comparés au **nombres entiers** en général.
Et donc **√n** n'est pas un **entier**, même si certaines de ses **valeurs** sont des **entiers**. Elles sont une infinie minorité par rapport à celles qui sont des **non-entiers**.

Nous pouvons donc maintenant évaluer l'**entiérité** ou la **nature d'entier** d'une **suite de nombres** quelconque. Pour les **suites d'entiers relatifs**, pas de souci, ce sont des **entiers**, notamment les **entiers variables**.

Par exemple, les **suites** de la forme : **v – k**, où **k** est un **entier naturel**, sont des **entiers**. Ce sont les **suites** : **v + [-k]**, ou **[-k]** ou **(-k, …)** ou **(-k, -k, -k, -k, ...)**, est une **suite constante**. Autrement dit, c'est la **suite** : **(0-k, 1-k, 2-k, 3-k, …)**. Autrement dit encore, ce sont les **suites** définies par :
(v – k)(n) = v(n) – k = n – k.
Ces **suites** sont appelées les **prédécesseurs de v**.

Et les **suites** définies par : **(v + k)(n) = v(n) + k = n + k**, sont les **successeurs de v**. Ce sont les **suites v + [k]** donc, ou simplement : **v + k**, parce qu'on assimile par **isomorphisme k** et **[k]**, et plus généralement **a** et **[a]**, où **a** est n'importe quel type de **nombre**, **réel** ou **complexe** par exemple. Et de manière générale on a donc par définition : **v + a = v + [a]**.

→ On définit dans **Z^N**, l'**ensemble des entiers variables** donc, la **relation d'identité,** notée «== » de la manière suivante :

Pour deux éléments **x** et **y** de **Z^N**:

x = y $\Leftrightarrow$ pour tout **entier naturel n**, on a : $\mathbf{x_n = y_n}$.

On vérifie aisément que cette relation «= » est une **relation d'équivalence**.

→ On définit dans $\mathbf{Z^N}$ la **relation d'égalité (d'équivalence),** notée «≡ » de la manière suivante :

Pour deux éléments **x** et **y** de $\mathbf{Z^N}$:
x ≡ y $\Leftrightarrow$ il existe un **entier naturel** $\mathbf{n_0}$, tel que pour tout **entier naturel n** ≥ $\mathbf{n_0}$, on a : $\mathbf{x_n = y_n}$.
Autrement dit, les termes de **x** et **y** sont **égaux** à partir d'un certain rang $\mathbf{n_0}$.

On vérifie aisément que cette relation «≡ » est une **relation d'équivalence**.

→ On définit dans $\mathbf{Z^N}$ la **relation d'infériorité,** notée «< » de la manière suivante :

Pour deux éléments **x** et **y** de $\mathbf{Z^N}$:
x < **y** $\Leftrightarrow$ il existe un **entier naturel** $\mathbf{n_0}$, tel que pour tout **entier naturel n** ≥ $\mathbf{n_0}$, on a : $\mathbf{x_n < y_n}$.
Autrement dit, les termes de **x** sont **inférieurs** aux termes de **y** à partir d'un certain entier de rang $\mathbf{n_0}$.

→ On définit dans $\mathbf{Z^N}$ la **relation de supériorité,** notée «>» de la manière suivante :

Pour deux éléments **x** et **y** de $\mathbf{Z^N}$:
x > **y** $\Leftrightarrow$ il existe un **entier naturel** $\mathbf{n_0}$, tel que pour tout **entier naturel n** ≥ $\mathbf{n_0}$, on a : $\mathbf{x_n > y_n}$.
Autrement dit, les termes de **x** sont **supérieurs** aux termes de **y** à partir d'un certain entier de rang $\mathbf{n_0}$.

A noter que pour deux **entiers variables x** et **y**, on peut n'avoir aucune des trois relations: « **x ≡ y** », « **x < y** », « **x > y** ». Mais si l'on a l'une des trois, les deux autres ne sont pas vérifiées. Autrement dit, on a tout au plus l'une des trois, et éventuellement aucune.

Par exemple, avec : **x = (3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, …)**, et : **y = (1, 4, 5, 1, 4, 5, 1, 4, 5, 1, 4, 5, …)**, aucune des trois relations n'est vraie.

→ On définit dans $\mathbf{Z^N}$ l'addition notée « + » de la manière suivante :

Pour deux éléments **x** et **y** de $\mathbf{Z^N}$, et pour tout entier **naturel n**:
$\mathbf{(x + y)_n = x_n + y_n}$.

→ On définit dans $\mathbf{Z^N}$ la **multiplication** notée « × » de la manière suivante :

Pour deux éléments **x** et **y** de $\mathbf{Z^N}$, et pour tout entier **naturel n**:
$\mathbf{(x \times y)_n = x_n \times y_n}$.

On vérifie que **Z** et **Z'** sont **isomorphes**, moyennant les opérations « + », « ×», définies, ainsi que les relations « = », « < », « > ». Pour cette raison, on assimile **Z** et **Z'**, autrement dit, pour tout élément **a** de **Z**, on assimile **a** et **[a,…]**.

Propriétés :

→ Soit un **entier variable x**, c'est-à-dire un élément de $\mathbf{Z}^{\mathbf{N}}$.
On dit que **x** est **strictement croissant** à partir d'un certain rang **k**, si :
pour tous **entiers naturels m** ≥ **k** et **n** ≥ **k**, $\mathbf{m} < \mathbf{n} \Rightarrow \mathbf{x_m} < \mathbf{x_n}$.

Une **suite strictement croissante** à partir d'un certain rang **k** est dite **infinie positive** ou **anitive**, ce qui généralise la notion d'**entier infini** donnée précédemment, à savoir une **suite strictement croissante**. Un **entier infini « négatif »** ou **antitif**, de manière générale, sera donc une **suite strictement décroissante** à partir d'un certain rang **k**.

– Si **x** est un **entier variable strictement croissant** à partir d'un certain rang **k**, alors pour tout **entier naturel n** ≥ **k**, $\mathbf{x_{n+1} - x_n \geq 1}$.

Ceci signifie que tout **entier variable strictement croissant** (c'est-à-dire toute **suite d'entiers relatifs strictement croissante**) croît plus vite que la **suite** ou **entier variable v**, telle que $\mathbf{v_n = n}$.
Avec celle-ci, on a : $\mathbf{x_{n+1} - x_n = 1}$.

On en déduit que pour tous **entiers naturels m** ≥ **k** et **n** ≥ **k**, tels que $\mathbf{n > m}$,
$\mathbf{x_n - x_m \geq n - m}$.

En effet, on a :
$\mathbf{x_n - x_{n-1} \geq 1}$,
$\mathbf{x_{n-1} - x_{n-2} \geq 1}$,
$\mathbf{x_{n-2} - x_{n-3} \geq 1}$,
…
$\mathbf{x_{m+1} - x_m \geq 1}$,
ce qui fait **n – m inégalités**.
En les **additionnant** toutes membre à membre, cela donne :
$\mathbf{x_n - x_m \geq n - m}$.

– Si **x** est un **entier variable strictement croissant** à partir d'un certain rang **k**, alors il existe un certain **entier naturel k'** à partir duquel pour tout **entier naturel n**, $\mathbf{x_n}$ est un **entier naturel**, c'est-à-dire est un élément de **N**, un **entier relatif positif** donc, c'est-à-dire **anitif**.

Autrement dit, les termes $\mathbf{x_n}$ sont tous **positifs et strictement croissants** à partir de **k'**.

En effet, si $\mathbf{x_k \geq 0}$, comme la **suite x** est **strictement croissante**, pour tout **entier naturel n** ≥ **k**, on a : $\mathbf{x_n > x_k}$, donc : $\mathbf{x_n > x_k \geq 0}$, donc $\mathbf{x_n > 0}$.
Dans ce cas, **k** est le **k'** cherché.

Mais supposons $\mathbf{x_k < 0}$. Donc : $\mathbf{-x_k > 0}$, et posons $\mathbf{m = -x_k}$.
En vertu d'un résultat précédent, on a : $\mathbf{x_{k+m} - x_k \geq (k+m) - k}$.
Donc : $\mathbf{x_{k+m} - x_k \geq m}$, donc : $\mathbf{x_{k+m} \geq m + x_k}$. Mais : $\mathbf{m + x_k = -x_k + x_k = 0}$.
Donc : $\mathbf{x_{k+m} \geq 0}$.
L'**entier naturel k'** cherché est donc **k+m**.

On démontre de la même manière que :

– Si **x** est un **entier variable strictement décroissant** à partir d'un certain rang **k**, alors il existe un certain **entier naturel k'** à partir duquel pour tout **entier naturel n**, $\mathbf{x_n}$ est un **entier relatif négatif**, c'est-à-dire **antitif**.

En vertu de ces résultats importants, quand nous parlerons désormais d'un **entier variable x strictement croissant** à partir d'un certain rang **k**, par défaut nous le considérerons à un rang **k** où tous ses termes $\mathbf{x_n}$ sont **positifs** (**anitifs**).

Et quand nous parlerons d'un **entier variable x strictement décroissant** à partir d'un certain rang **k**, par défaut nous le considérerons à un rang **k** où tous ses termes $\mathbf{x_n}$ sont **négatifs** (**antitifs**).

– Soit un **entier variable x**. On dit que **x** est un **nombre entier oméganaturel**, si **x** est un **entier naturel**, c'est-à-dire un élément de **N** ou encore un **entier constant positif**, ou si **x** est **strictement croissant**. Autrement dit, **x** est un **nombre entier oméganaturel** s'il est un **nombre entier naturel** ou un **entier infini positif**. L'**ensemble des nombres entiers oméganaturels** est noté $\mathbf{N_\omega}$.

En **relativant** $\mathbf{N_\omega}$, on a l'**ensemble** $\mathbf{Z_\omega}$ **des nombres entiers omégarelatifs**, et en **rationalisant** $\mathbf{Z_\omega}$ on a l'**ensemble** $\mathbf{Q_\omega}$ **des nombres omégarationnels**, qui est aussi l'**ensemble** $\mathbf{R_\omega}$ **des nombres omégaréels**. Car, avec maintenant les **nombres infinis** tels que nous les avons définis, il n'y a plus de séparation entre **rationnels** et **réels**. Et en **complexant** $\mathbf{Q_\omega}$ ou $\mathbf{R_\omega}$, par un procédé de construction des **nombres complexes** lui aussi classique, on a l'**ensemble** $\mathbf{C_\omega}$ **des nombres omégacomplexes**.

Théorème :
La **relation** « < » est une **relation d'ordre total** dans $\mathbf{N_\omega}$.

L'**ensemble** $\mathbf{N_\omega}$ est donc la clef de voûte de toute cette nouvelle **structure** d'**ensembles numériques** et est même la **structure**, car celle-ci est **fractale**, et même **cyclofractale**.

Voici, en récapitulatif, et à une **relation d'équivalence** près, les éléments de $\mathbf{Z_\omega}$, les **nombres entiers omégarelatifs** donc, autrement dit les **ordinaux relatifs**, ou encore les **nombres entiers variables relatifs**, avec leur **logique**, leur **ordre**, qui est une **relation de bon ordre** (comme pour les classique nombres entiers naturels : **o, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...**), qui est aussi un **bon ordre cyclique** ou **cyclofractal**.

Dans le récapitulatif qui va suivre, **o** représente le **0 absolu**, à savoir $\mathbf{0_\omega}$, qui est l'**élément neutre** de l'**addition** mais aussi l'**origine** de la **logique cyclique**, à ne pas confondre avec le **0 réali**, qui est le **0** associé à l'**infini réali**, à savoir $\boldsymbol{\omega = w^w = (v\text{^}v)^{v\text{^}v} = v \text{ ^ } (v^{v+1})}$.

Le **0 absolu** ou **o** vérifie, pour tout **ordinal x** et plus généralement pour tout **nombre omégaréel x**:

→ $\mathbf{x + o = o + x = x}$;

→ $\mathbf{x \times o = o \times x = o}$;

→ $\mathbf{o\text{^}x = o^x = o}$; en particulier : $\mathbf{o\text{^}(-1) = o^{-1} = 1/o = o}$, ce qui est la **division omégacyclique par zéro**;

→ $\mathbf{o\text{^}o = o^o = o}$, et: $\mathbf{x\text{^}o = x^o = 1}$, si $\mathbf{x \neq o}$.

→ $\mathbf{o = \Omega}$; où $\mathbf{\Omega == 1/o}$.

Plus généralement, pour tout **nombre omégaréel x**, l'**égalité** : **o = x** définit le **cycle x**.

Voici donc le récapitulatif de la liste **ordonnée** (en l'occurrence **bien ordonnée**) des **ordinaux** ou **ordinuméraux** ou **nombres entiers oméganaturels**:

…
-3 = (-3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, …)
-2 = (-2, -2, -2, -2, -2, -2, -2, -2, …)
-1 = (-1, -1, -1, -1, -1, -1, -1, -1, …)
o = (o, o, o, o, o, o, o, o, …)
1 = (1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, …)
2 = (2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, …)
3 = (3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, …)
…
v-3 = (-3, -2, -1, o, 1, 2, 3, 4, …) = $\overline{\mathbf{3}}$
v-2 = (-2, -1, o, 1, 2, 3, 4, 5, …) = $\overline{\mathbf{2}}$
v-1 = (-1, o, 1, 2, 3, 4, 5, 6, …) = $\overline{\mathbf{1}}$
v = (o, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …) = $\overline{\mathbf{o}}$
v+1 = (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, …)
v+2 = (2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, …)
v+3 = (3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 1o, …)
…
2v-3 = (-3, -1, 1, 3, 5, 7, 9, 11, …)
2v-2 = (-2, o, 2, 4, 6, 8, 1o, 12, …)
2v-1 = (-1, 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, …)
2v = (o, 2, 4, 6, 8, 1o, 12, 14, ...)
2v+1 = (1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, …)
2v+2 = (2, 4, 6, 8, 1o, 12, 14, 16, …)
2v+3 = (3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, …)
…
3v-3 = (-3, o, 3, 6, 9, 12, 15, 18, …)
3v-2 = (-2, 1, 4, 7, 1o, 13, 16, 19, ...)
3v-1 = (-1, 2, 5, 8, 11, 14, 17, 2o, …)
3v = (o, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, …)
3v+1 = (1, 4, 7, 1o, 13, 16, 19, 22, …)
3v+2 = (2, 5, 8, 11, 14, 17, 2o, 23, …)
3v+3 = (3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, …)
…
4v-3 = (-3, 1, 5, 9, 13, 17, 21, 25, ...)
4v-2 = (-2, 2, 6, 1o, 14, 18, 22, 26, ...)
4v-1 = (-1, 3, 7, 11, 15, 19, 23, 27, ...)
4v = (o, 4, 8, 12, 16, 2o, 24, 28, ...)
4v+1 = (1, 5, 9, 13, 17, 21, 25, 29, ...)
4v+2 = (2, 6, 1o, 14, 18, 22, 26, 3o, ...)
4v+3 = (3, 7, 11, 15, 19, 23, 27, 31, ...)
……
5v = (o, 5, 1o, 15, 2o, 25, 3o, 35, ...)
……

$6v = (o, 6, 12, 18, 24, 3o, 36, 42, ...)$
……
$7v = (o, 7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, …)$
……
$(v\text{-}3)v = v^2 – 3v = (o, -2, -2, o, 4, 1o, 18, 28, ...)$
……
$(v\text{-}2)v = v^2 – 2v = (o, -1, o, 3, 8, 15, 24, 35, ...)$
……
$(v\text{-}1)v = v^2 – v = (o, o, 2, 6, 12, 2o, 3o, 42, ...)$
……
$v^2 = (o, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, ...)$
……
$v^3 = (o, 1, 8, 27, 64, 125, 216, 343, ...)$
……
$v^4 = (o, 1, 16, 81, 256, 625, 1296, 24o1, ...)$
………
$v^{v-3} = (o, 1, 1/2, 1, 4, 25, 216, 24o1, ...)$
………
$v^{v-2} = (o, 1, 1, 3, 16, 125, 1296, 16807, ...)$
………
$v^{v-1} = (o, 1, 2, 9, 64, 625, 7776, 117649, ...)$
………
$v^v = w = (o, 1, 4, 27, 256, 3125, 46656, 823543, ...)$
………...
$w^w = \omega = (o, 1, 256, 27^{27}, 256^{256}, 3125^{3125}, 46656^{46656}, 823543^{823543}, ...)$
…………
Et ainsi de suite.

On observe que ces **suites**, bien que pouvant au début ne pas être d'**entiers naturels** ou même d'**entiers relatifs** (comme par exemple on le voir avec **$v^{v-3} = (o, 1, 1/2, 1, 4, 25, 216, 24o1, ...)$**, et c'est le vas aussi pour **$v^{v-4} = (o, 1, 1/4, 1/3, 1, 5, 36, 343, ...)$**, ou pour **$v^{v-5} = (o, 1, 1/8, 1/9, 1/4, 1, 6, 49, ...)$**, etc.), est toujours un **entier relatif** ou même **entier naturel** à partir d'un certain **rang**, notamment pour les **suites** à partir de **$o = (o, o, o, o, o, o, o, o, …)$**.

Et, après les **suites constantes**, qui sont les **entiers naturels** (ou **relatifs**) classiques, arrivent les **suites variables**, qui sont les **entiers naturels infinis**, comme par exemple **$v\text{-}3$**, ou **$v^2 – 2v$**, ou encore **$6v^5 – 9v^4 + 5v^3 – 7v^2 – 3 = (-3, -8, 57, 798, 4o45, 13572, ...)$**.

De manière générale, les **nombres entiers oméganaturels**, encore appelés les **ordinaux polynomiaux**, sont toutes les **suites x** de la forme:
$x = a_n v^n + a_{n-1} v^{n-1} + a_{n-2} v^{n-2} + … + a_1 v + a_o$,
où **n** est un **nombre entier oméganaturel**, où les **a_i**, sont des **entiers relatifs** classiques, des éléments de **Z** donc, et où le **coefficient de plus haut degré a_n** est **positif ou nul**, c'est-à-dire un **entier naturel** classique (un élément de **N**).

On démontre alors que tout **ordinal polynomial x** peut se mettre sous forme **ordinumérale**, c'est-à-dire sous la forme : **$x = c_m v^m + c_{m-1} v^{m-1} + c_{m-2} v^{m-2} + … + c_1 v + c_o$,** où **m** est un **nombre entier oméganaturel**, où les c_i, appelés des **chiffres** de la **numération** en **base v**, appartiennent à l'ensemble $\mathbf{v = \{o, 1, 2, 3, \ldots, v\text{-}3, v\text{-}2, v\text{-}1\} = \{o, 1, 2, 3, \ldots, \overline{3}, \overline{2}, \overline{1}\}}$.

Il est alors intéressant d'organiser les **nombres entiers oméganaturels** selon des **horizons** successifs de **bases** ω_k, de la manière suivante :
$\omega_o = v$, et : $\omega_{k+1} = \omega_k \wedge \omega_k$.

Et pour une **base B** donnée, ses **chiffres** sont : $\mathbf{B = \{o, 1, 2, 3, \ldots, B\text{-}3, B\text{-}2, B\text{-}1\}}$.
On appelle les **nombres entiers oméganaturels** de cette **base B** tous les **nombres entiers oméganaturels** de **o** à $B^B - 1$. Et la prochaine **base** est B^B.
Cela revient à dire que les **nombres entiers oméganaturels** de cette **base B** sont tous les **nombres entiers oméganaturels** de la forme :
$x = c_{B-1}v^{B-1} + c_{B-2}v^{B-2} + c_{B-3}v^{B-3} + \ldots + c_1v + c_o$,
où donc les c_i, appelés des **chiffres** de la **numération** en **base B**, appartiennent à l'ensemble
$\mathbf{B = \{o, 1, 2, 3, \ldots, B\text{-}3, B\text{-}2, B\text{-}1\}}$.
Il est clair alors que la **valeur maximale** x_{max} de ces **nombres** est atteinte quand tous les **chiffres** c_i, valent **B-1**. Autrement dit : $x_{max} = (B\text{-}1)v^{B-1} + (B\text{-}1)v^{B-2} + (B\text{-}1)v^{B-3} + \ldots + (B\text{-}1)v + (B\text{-}1) = B^B - 1$,

L'**horizon** de la **base v** est donc $w = v^v$, et le plus **grand entier naturel** de cette base est:
$w\text{-}1 = v^v\text{-}1$.
Et $w = v^v$ devient alors la nouvelle **base**, dont les **chiffres** sont : $\mathbf{C_w = \{o, 1, 2, 3, \ldots, w\text{-}3, w\text{-}2, w\text{-}1\}}$.
Et son propre **horizon** est: $\omega = w^w$, qui est la nouvelle **base**. Ses **chiffres** sont : $\mathbf{\omega = \{o, 1, 2, 3, \ldots, \omega\text{-}3, \omega\text{-}2, \omega\text{-}1\}}$. Et son **nombre maximal** est : $\omega^\omega - 1$, le nouvel **horizon** et nouvelle **base** étant donc : ω^ω. Et ainsi de suite.

Tous ces **nombres** sont donc fondamentalement de la forme :
$x = a_nv^n + a_{n-1}v^{n-1} + a_{n-2}v^{n-2} + \ldots + a_1v + a_o$,
c'est-à-dire des **polynômes en v**, à **coefficients** a_i dans **Z**, le **plus grand degré n** étant un **nombre entier oméganaturel**. On a : $x \geq o \iff a_n \geq o$.

On rappelle aussi que partant d'un **ensemble N des entiers naturels** appelé N_o, ou **ensemble des nombres oméganaturels d'ordre 0**, les **ordinaux polynomiaux** ainsi construits sont l'**ensemble** N_1 des **nombres oméganaturels d'ordre 1**. Et en itérant processus de construction avec eux on a l'**ensemble** N_2 des **nombres oméganaturels d'ordre 2**, et ainsi de suite. On construit ainsi N_α pour tout **nombre entier oméganaturel** α.

On convient alors d'appeler N_ω ou **Ω** le **terminus**, ce qui signifie qu'on décide de **terminer le processus** à un moment donné avec une **relation d'équivalence de cyclage** qui fait dire : $o = N_\omega$ ou : $o = \Omega$. Mais on peut tout à fait ne pas **clôturer** en **cyclant** et poursuivre indéfiniment le processus. Comme déjà dit, non seulement les classiques **nombres entiers naturels** sont **tous les ordinaux**, mais ils sont **tous les nombre**s, quelle qu'en soit la nature, ils sont **toutes les informations**, **tous les ensembles**, **toutes les générescences**, **toutes les choses** de l'**Univers TOTAL**! Autrement dit, l'**ensemble N** et l'**Univers TOTAL U** ne sont que deux manières différentes de dire la même chose.

IX - Corps omégacyclique

On se donne un ensemble **K**, et « + » et « × » deux lois de composition internes dans **K**, c'est-à-dire deux applications de **K**× **K** dans **K**. Et **anti** et **versi** deux applications de **K** dans **K**. Et deux éléments de **K** notés **o** et **1**. L'application **anti**, comme « **antition** » est également notée **opp**, comme « **opposé** ». Et l'application **versi** est notée aussi **inv** comme « **inverse** ».
On pose : **versi(o) = Ω**.

On a une relation d'**équivalence** notée « = », qui aura les propriétés habituelles de la relation d'**égalité** ou d'**identité**, à savoir « **est égal à** ». La relation « ≠» est la relation « **est différent de** ».

Et « < » est une relation binaire dans **K**, appelée « **infériorité** », dont la réciproque est notée « > », appelée « **supériorité** ». Combinée avec l'**égalité**, on pourra avoir les relations habituelles « ≤» ou « **inférieur ou égal à** », ou « ≥ » ou « **supérieur ou égal à** ».

On dit que **(K, {+, ×}, {anti, versi}, {o, 1})** est une structure de **corps omégacyclique**, si les propriétés suivantes sont vérifiées :

K1) + et × sont commutatives dans **K**:
Pour deux éléments **x** et **y** de **K**, on a :
x + y = y + x,
x × y = y × x.

K2) + et × sont associatives dans **K**:
Pour trois éléments **x**, **y** et **z** de **K**, on a :
(x + y) + z = x + (y + z),
(x × y) × z = x × (y × z).

K3) **o** est l'élément neutre pour +, et **1** est l'élément neutre pour × :
Pour tout élément **x** de **K**, on a :
x + o = o + x = x,
x × 1 = 1 × x = x.

K4) × est distributive par rapport à +:
Pour trois éléments **x**, **y** et **z** de **K**, on a :
x × (y + z) = x × y + x × z,
(x + y) × z = x × z + y × z.

K5) Pour tout élément **x** de **K**,
x + anti(x) = o.

K6) Pour tout élément **x** de **K** différent de **o**,
x × versi(x) = 1.

Définitions :

Pour tout nombre **x** de **K**, **anti(x)** ou **anti x** est appelé l'**anti** de **x**, encore appelé l'**opposé** de **x**, noté alors **opp(x)**, ou encore **-x**.
Et **versi(x)** ou **versi x**, est appelé l'**inverse** de **x**, noté alors **inv(x)**, ou encore **1/x**.
Et de manière générale, pour deux éléments **x** et **y** de **K**, **x × versi(y)** est noté : **x/y**.

Dans un premier temps, pour éviter des erreurs sous l'influence des conceptions habituelles de l'**opposé** ou de l'**inverse** d'un nombre, ainsi que les automatismes de calculs, on travaillera avec les notations **anti(x)** et **versi(x)**, sans perdre toutefois de vue que ce sont les notions d'**opposé** et d'**inverse** que nous sommes en train de définir selon une nouvelle approche. Celle-ci permettra entre autres de donner une définition de la **division par 0**, dite **omégacyclique**, grâce notamment à **versi(o)** ou **1/o**.

Pour un élément **x** de **K**, on dit que **x** est **uni-inversible** s'il existe un élément **x'** de **K** tel que : **x × x' = 1**. Il est clair alors que **x'** est **uni-inversible** aussi. On dit que **x** et **x'** sont **uni-inverses** l'un de l'autre.

Si **x** n'est pas **uni-inversible**, on dit qu'il est **oni-inversible**.

Par définition donc, tout élément **x** de **K** différent de **o** est **uni-inversible**. On verra que **o** n'est pas **uni-inversible**, donc est **oni-inversible**, et on verra plus loin ce que ceci signifie plus précisément. Non pas qu'il soit impossible de **diviser par o** comme on le conçoit habituellement, mais juste que cette division est différente, c'est l'**oni-division**. Il y a différentes manières de définir une **division par o**, nous sommes en train d'en voir une avec la notion de **corps omégacyclique**.

Et on dit que **(K, {+, ×}, {anti, versi}, {o, 1})** est un **corps omégacyclique ultime** ou que c'est un **corps omégacyclique absolu**, si **versi(o) = o**. Autrement dit : **versi(o) = Ω = o** .

En résumé :

(K, {+, ×}, {anti, versi}, {o, 1}) est un **corps omégacyclique ultime**, si :

C1) les lois + et × sont **commutatives** et **associatives**;
C2) **o** est l'**élément neutre** de + et **1** est l'**élément neutre** de ×;
C3) × est **distributive** par rapport à + ;
C4) pour tout élément **x** de **K**, on a: **x + anti(x) = o**.
C5) **versi(o) = Ω = o** ;
C6) pour tout élément **x** de **K** différent de **o**, on a: **x × versi(x) = 1**
(autrement dit, tout élément non nul de **K** est **uni-inversible**).

L'un des intérêts des **corps omégacycliques**, **ultimes** ou non, c'est de pouvoir dire que **o** est **inversible**, puisque **versi(o)**, noté **Ω** et qui est aussi **1/o**, existe toujours, mais que seulement **o** n'est pas **uni-inversible**. Si le **corps** est **ultime**, alors : **versi(o) = o**, c'est-à-dire: **1/o = o**.

Si le **corps omégacyclique** n'est pas **ultime**, c'est-à-dire si l'on a : **versi(o) ≠ o**, il est dit **génératif**. Le nombre **Ω = versi(o) = 1/o** est alors appelé la **base omégacyclique** ou **base omégane** du **corps K**, et noté **v** et appelé l'**infini voméga** ou **infini varid**.

Autrement dit, si le **corps K** n'est pas **ultime**, **o** n'est pas **uni-inversible** (comme dans tout **corps omégacyclique**) mais **Ω = versi(o)** est **uni-inversible**, de même que **versi(Ω)**.

On comprendra mieux en analysant les propriétés du **corps omégacyclique** que nous venons de définir.

Propriétés générales d'un corps omégacyclique

Théorème 1:
Pour deux éléments **x** et **x'** de **K**, si : **x + x' = o**, alors **x' = anti(x)** et **x = anti(x')**.

En effet, supposons : **x + x' = o**.
On a alors : **anti(x) + x + x' = anti(x) + o**.
Et par définition : **anti(x) + x = o**, donc : **o + x' = anti(x) + o**, d'où : **x' = anti(x)**.
Et par symétrie du raisonnement on a aussi : **x = anti(x')**.

Ceci signifie que tout élément **x** de **K** a un unique opposé qui est **anti(x)**.
Pour un élément **x** de **K**, **anti(x)** se note habituellement: **-x**.

En particulier, on a : **o + anti(o) = o**, donc : **anti(o) = o**, c'est-à-dire : **-o = o**.
Donc **o** est son propre opposé.

Et on a : **anti(1)**, noté donc **-1**.

Théorème 2:
o est l'**élément neutralisant** (ou **absorbant**) pour la **multiplication**.
Cela signifie que pour tout élément **x** de **K**, on a: **o × x = o**.

En effet, on a : **1 + o = 1** (car **o** est élément neutre pour +).
Donc: **x × (1 + o) = x × 1**,
et par distributivité : **x×1 + x×o = x×1**, donc: **x + x×o = x**;
Donc : **anti(x)+ x + x×o = x + anti(x)**, donc : **o + x×o = o**, et finalement : **o×x = o**.

Cette propriété : **o×x = o** a pour conséquence immédiate que **o** n'est pas **uni-inversible**, ou ne peut pas l'être, sauf dans le cas trivial de **corps** où on a : **o = 1**. Et dans ce cas aussi, comme on va le voir bientôt, ce corps n'a que **o** comme unique élément.

En effet, si **o** est **uni-inversible**, c'est-à-dire s'il existe un élément **x** de **K** tel que : **o×x = 1**, comme on a aussi : **x×o = o**, alors on aurait aussi : **o = 1**.

Cette importante propriété : **o×x = o**, a aussi pour conséquence: **o×versi(o) = o**, c'est-à-dire : **o×Ω = o**, quelle que soit la valeur de **Ω**.

En raison de cette propriété , les nombres **o** et **c** ne sont pas des **uni-inverses** l'un de l'autre.
D'où le fait que **1/o = c** par définition, mais en général **1/c ≠ o**. Autrement dit, **1/o = c**, mais en général **1/c ≠ o**.

Théorème 3:
Si **o = 1**, alors **o** est l'unique élément de **K**. On dit alors que **K** est un **corps équivalenciel**. Sinon, on dit que **K** est un **corps différencié** ou un **corps déployé**.

En effet, supposons que **o = 1**.
Soit alors un élément **x** de **K**. On a : **1×x = x**, car **1** est l'élément neutre pour ×.
Mais puisque **o = 1**, on a donc aussi : **o×x = x**.
Or le théorème 2 dit aussi: **o×x = o**, donc : **x = o**.
Donc si **o = 1**, alors tout élément **x** de **K** est **o**, et donc **o** est l'unique élément de **K**.

Dans toute la suite, on considère un **corps différencié K**, donc avec: **o ≠ 1**.

Et aussi, si aucune confusion n'est à craindre, **x × y** sera noté **x.y** ou simplement **xy**.

Théorème 4:
Pour deux éléments **x** et **x'** de **K** différents de **o**, si : **x × x' = 1**, alors **x' = versi(x)** et **x = versi(x')**.

En effet, supposons deux éléments non nuls **x** et **x'** de **K**, tels que : **x × x' = 1**.
On a : **versi(x) × x × x' = 1 × versi(x)**, donc : **1 × x' = 1 × versi(x)**, d'où : **x' = versi(x)**.
Un raisonnement symétrique conduit à : **x = versi(x')**.
Cela veut dire que tout élément non nul **x** de **K** a un unique **uni-inverse versi(x) = 1/x**.

On a : **versi(1) = 1**.

En effet : **1 × versi(1) = 1**, d'où **versi(1) = 1**.
Autrement dit, **1** est son propre **uni-inverse**.

Théorème 5:
Pour tout élément **x** de **K**, on a: **-x = (-1)×x**.

En effet, on a : **1 + (-1) = o**.
Et en distribuant **x**, on a : **x×(1 + (-1)) = x×o**,
donc : **x×1 + x×(-1) = x×o**, donc : **x + x×(-1) = o**.
D'après le théorème 1 donc : **x×(-1) = -x**.

Définition :
On définit l'application **s** de **K×K** dans **K** par : **s(x, y) = x + (-y)**.
s(x, y) est appelé la **soustraction** de **x** et **y** et est notée : **x – y**.

Théorème 6:
Pour tout élément **x** de **K**, **x ≠ o ⇒ versi(x) ≠ o**.

En effet, si **x ≠ o**, on a : **x × versi(x) = 1**.
Si **versi(x) = o**, on aurait : **x × o = 1**. Mais le théorème 1 dit : **x×o = o**, donc **o = 1**, ce qui contredit l'hypothèse que **o** et **1** sont distincts.
Donc : **versi(x) ≠ o**.

Par conséquent : Pour tout élément **x** de **K**, **versi(x) = o** $\Rightarrow$ **x = o**.

On notera que la réciproque est fausse. En effet, on peut avoir **x = o** sans qu'on ait : **versi(x) = o**. Autrement dit, on peut tout à fait avoir **versi(o) ≠ o**. On n'a **versi(o) = o** que pour un **corps ultime**.

Théorème 7:
Pour deux éléments **x** et **y** de **K**, on a : **x × y ≠ o** $\Leftrightarrow$ **x ≠ o et y ≠ o**.

En effet, supposons que : **x × y ≠ o**. Si **x = o** ou si **y = o**, alors on a aussi : **x × y = o**, en vertu du théorème 2. Donc on a : **o ≠ o**, ce qui est contradictoire. Donc **x ≠ o et y ≠ o**.
A l'inverse, si **x ≠ o et y ≠ o**, on a alors : **x × versi(x) = 1** et : **y × versi(y) = 1**.
Et comme **1 × 1 = 1**, on a donc : **(x × versi(x)) × (y × versi(y)) = 1**,
donc : **(x × y) × (versi(x) × versi(y)) = 1**. Alors si **x × y = o**, on a : **o × (versi(x) × versi(y)) = 1**, donc **o = 1**. Par conséquent, **x × y ≠ o**.

Théorème 8:
Pour deux éléments **x** et **y** non nuls de **K**, **versi(x) × versi(y) = versi(x × y)**.

En effet, soient deux éléments non nuls **x** et **y** de **K**.
Comme dans la démonstration précédente, on a abouti à: **(x × y) × (versi(x) × versi(y)) = 1**.
Et en vertu du théorème 4, on a : **versi(x) × versi(y) = versi(x × y)**.

On en déduit le théorème suivant :

Théorème 9:
Pour quatre éléments **x, x', y, y'** de **K**, si **y** et **y'** sont nuls, alors:
(x × versi(y)) × (x' × versi(y')) = (x × x') × versi(y × y').
Autrement dit : **(x/y) × (x'/y') = (x × x') / (y × y')**.

En effet, **(x × versi(y)) × (x' × versi(y')) = (x × x') × versi(y) × versi(y')**
= **(x × x') × versi(y × y')**.

Ceci aura une importance particulière dans la **multiplication** de deux **fractions** ou **rationnels**.

De même, on déduit :

Théorème 1o:
Pour quatre éléments **x, x', y, y'** de **K**, si **y** et **y'** sont nuls, alors:
(x × versi(y)) + (x' × versi(y')) = (x × y' + x' × y) × versi(y × y').
Autrement dit : **(x/y + x'/y') = (x × y' + x'× y) / (y × y')**.

En effet, **(x × versi(y)) + (x' × versi(y'))**
= **(y' × versi(y'))×(x × versi(y)) + (y × versi(y))× (x' × versi(y'))**
= **(x × y' + x'× y) × (versi(y)× versi(y'))** = **(x × y' + x'× y) × (versi(y× y'))**.
Ceci aura une importance particulière dans l'**addition** de deux **fractions** ou **rationnels**.

Définition :
Soit un **corps omégacyclique K**.
Pour tout élément **x** de **K**, **x + 1** est appelé le **successeur** de **x**,
et **x – 1** est appelé le **prédécesseur** de **x**.
Les nombres : **o, 1, 1+1, 1+1+1, 1+1+1+1, 1+1+1+1+1, …**, respectivement notés : **o, 1, 11, 111, 1111, 11111, …**, et appelés alors des **générescences d'unit 1**, mais aussi : **o, 1, 2, 3, 4, 5, …**, et les notations étant la classique **numérotation en base 1o**, sont alors appelés **nombres entiers naturels finis** ou **constants**. L'ensemble de tels **entiers fondamentaux** est noté **N**.

Autrement dit, l'ensemble **N** est défini de la manière suivante :

N1) **o** est un élément de **N**, et le **prédécesseur** de **o** n'est pas un élément de **N**.
N2) Si **n** est un élément de **N**, alors son **successeur n+1** est aussi un élément de **N**.
N3) Si une partie **A** de **N** contient **o** et contient le **successeur** de chacun de ses éléments, alors **A** est l'ensemble **N** lui-même.

On a donc : **N = {o, 1, 2, 3, 4, 5, …}**.

Les **opposés** des **entiers naturels** sont : **…, -5, -4, -3, -2, -1, o**. L'ensemble formé de ceux-là et des **entiers naturels** est l'ensemble **Z** des **entiers relatifs** : **Z = {…, -5, -4, -3, -2, -1, o, 1, 2, 3, 4, 5, ...}**.

Corps omégacyclique ordonné

Et on dit que **(K, {+, ×}, {anti, versi}, {o, 1}, <)** est une structure de **corps omégacyclique ordonné**, ou encore que c'est un **corps omégaréel**, si **(K, {+, ×}, {anti, versi}, {o, 1})** est une structure de **corps omégan**, et si les propriétés suivantes sont vérifiées pour la relation « < »:

R1) Pour deux éléments **x** et **y** de **K**, une et une seule de ces trois propriétés est vérifiée :
x < y, ou **x = y**, ou **x > y** .
R2) **o < 1**
R3) Pour deux éléments **x** et **y** de **K**,
x < y ⇔ il existe un élément x' de K, tel que x > o, et x + x' = y.
R4) Pour deux éléments **x** et **y** de **K**, **x > y ⇔ -x < -y**.
R5) Pour deux éléments **x** et **y** de **K**,
x > o et y > o ⇒ x + y > o
R6) Pour deux éléments **x** et **y** de **K**,
x × y > o ⇔ (x > o et y > o) ou (x < o et y < o)
R7) Pour deux éléments **x** et **y** de **K**, tels que **x >o** et **y >o**, **x > y ⇔ 1/x < 1/y**.
R8) Si **K** est un **corps omégacyclique génératif**, c'est-à-dire pour lequel **w ≠ o**, alors pour tout élément **n** de **N**, on a : **n < w**.

X - Rationalisation unixale d'un (semi-)anneau commutatif intègre ordonné

Dans la nouvelle vision, il n'y a plus de distinction entre **nombres rationnels** (ou **fractions**) et **nombres réels**. En effet, nous allons par la technique de **rationalisation** construire des **nombres rationnels** à partir de **nombres entiers relatifs**, eux-mêmes construits à partir des **nombres entiers**, en l'occurrence les **ordinaux**. Et comme ces **nombres entiers** comportent des **nombres**

entiers infinis (car il s'agit d'**entiers variables** vus précédemment), on a des **rationnels** dont le **numérateur** et le **dénominateur** sont des **nombres infinis**.

Dans ce cadre, ce qu'on appelle habituellement des « **nombres irrationnels** », se révèlent en réalité être des **rationnels** de **numérateur** et de **dénominateur infinis**. Par conséquent il suffit de **rationaliser** un **(semi-)anneau commutatif (A, +, ×, {o, 1}) non nul** (c'est-à-dire avec **o ≠ 1**) et **intègre** (c'est-à-dire dans lequel: si **a × b = o**, alors **a = o** ou **b = o**; mais la condition d'intégrité n'est pas obligatoire non plus) et **ordonné** (c'est-à-dire ayant les **relations d'ordre** « < » et « > » possédant au moins les propriétés habituelles) et **omégan** (c'est-à-dire possédant des éléments **infinis**, comme par exemple l'**infini v**). Et alors l'ensemble **(K, +, ×, {o, 1})** obtenu et qui est un **corps** de **rationnels**, contient un sous-ensemble qui est équivalent au classique ensemble **R** des **nombres réels**.

Dans cette partie, nous considérons l'ensemble $\mathbf{Z}_\omega$ des **nombres entiers omégarelatifs**. Il s'agit d'un **anneau commutatif** $(\mathbf{Z}_\omega, +, \times, \{o, 1\})$ **non nul**, **intègre**, **ordonné**, **omégan**. Sa **rationalisation** donnera l'ensemble $\mathbf{Q}_\omega$ des **nombres omégarationnels**, qui est aussi en même temps l'ensemble $\mathbf{R}_\omega$ des **nombres omégaréels**, qui contient donc une partie équivalente au classique ensemble **R**. Mais en **rationalisant** uniquement le classique **Z**, on obtiendra aussi uniquement le classique **corps Q** des **nombres rationnels**, auquel il faudra dans un second temps appliquer la classique construction de **R** à partir de **Q**, par le moyen des **suites de Cauchy** par exemple.

En effet le classique **Z** n'est pas **omégan**, donc est **incomplet**, comme aussi le classique **N**. Ils sont les ensembles des **entiers finis** ou **constants**, que nous avons utilisés pour construire $\mathbf{Z}^\mathbf{N}$ et $\mathbf{N}^\mathbf{N}$, l'ensemble des **entiers variables**, qui contiennent des **entiers infinis** ou **omégans**, ce qui fait qu'ils sont **omégans** aussi. Et $\mathbf{Z}^\mathbf{N}$ et $\mathbf{N}^\mathbf{N}$, qui ne sont pas **intègres**, contiennent respectivement $\mathbf{Z}_\omega$ et $\mathbf{N}_\omega$, qui, eux, sont **intègres**.

On rappelle qu'un **nombre entier oméganaturel** ou **ordinuméral** ou **ordinal polynomial** α est par définition récursive un nombre de la forme : $\boldsymbol{\alpha = c_n v^n + c_{n-1} v^{n-1} + c_{n-2} v^{n-2} + \ldots + c_1 v + c_0}$,
où **v** est le **nombre entier infini** ou **application varid** telle que: $\mathbf{v_i = i}$, pour tout $\mathbf{i} \in \mathbf{N}$ (ou plus généralement $\mathbf{i} \in \mathbf{N}_\alpha$), et où les $\mathbf{c_j}$, appelés les **chiffres** de la **numération** en base **v**, appartiennent à à l'ensemble des **v nombres entiers**: $\mathbf{v = \{o, 1, 2, 3, 4, \ldots, v\text{-}4, v\text{-}3, v\text{-}2, v\text{-}1\} = \{o, 1, 2, 3, 4, \ldots, \bar{4}, \bar{3}, \bar{2}, \bar{1}\}}$, et où **n** est un **nombre entiers oméganaturel**. Autrement dit, les **nombres entiers oméganaturels** sont tous les **nombres entiers** écrits dans le **système de numération** en **base v**, qui est un **nombre oméganaturel infini**.

Nous allons plus précisément construire les **rationnels positifs** (**anitifs**), que nous appelons les **rationalis**, qui **relativation** donneront tous les **rationnels**.

Nous considérons l'ensemble $\mathbf{N}_\omega^2$ des **couples (a, b)** d'éléments de $\mathbf{N}_\omega$, c'est-à-dire $\mathbf{a} \in \mathbf{N}_\omega$ et $\mathbf{b} \in \mathbf{N}_\omega$. Le **couple (a, b)** est également noté **a/b**. Il s'agit donc précisément du **potenciel** $\mathbf{N}^\mathbf{I}$, avec comme **indiciel I** l'**ordinal 2 = {o, 1}**. On note $\mathbf{Q}_\omega$ ce potenciel $\mathbf{N}_\omega^2$, et ses éléments sont appelés des **omégarationnels** ou simplement des **rationnels**, si aucune confusion n'est à craindre. Et pour un **rationnel (a, b)** donné, **a** est appelé son **numérateur** et **b** est appelé son **dénominateur**. Et le **rationnel (b, a)** est appelé l'**inverse de (a, b)** et vice-versa.

Nous allons dans cette partie travailler avec trois **relations d'équivalence** ou trois **égalités**. L'**identité** courante dans $\mathbf{N}_\omega$, dont hérite aussi $\mathbf{N}_\omega^2$ ou $\mathbf{Q}_\omega$, est notée « == ». Nous allons définir dans $\mathbf{Q}_\omega$ une **relation d'équivalence** notée « = », qui sera l'**égalité** spécifique des **rationnels**, ou **égalité rationnelle**. Celle-ci servira de nouvelle **identité** pour définir une troisième **relation d'équivalence**, notée « ≡», une **équivalence de cyclage** que nous appelons l'**égalité omégacyclique**, qui fera de $\mathbf{Q}_\omega$ un **corps omégacyclique**. Quand bien même ils nous arrivera par abus d'écriture d'utiliser le même signe « = » pour exprimer l'égalité dans un certain contexte, il sera néanmoins assez facile de savoir de laquelle des trois égalités il s'agit dans l'écriture concernée. Par exemple, quand nous venons de dire : **2 = {o, 1}**, cela signifie bien sûr: **2 == {o, 1}**.

On définit dans $\mathbf{Q}_\omega$ l'**addition rationnelle**, « + », qui est l'**opération** suivante :
(a, b) + (c, d) = (a×d + b×c, b×d).

Et par souci de **symétrie** entre le **numérateur** et le **dénominateur**, on définit dans $\mathbf{Q}_\omega$ l'**alteraddition rationnelle**, « $+_a$ », qui est l'**opération** suivante:
(a, b) $+_a$ **(c, d) = (a×c, a×d + b×c)**.

Juste pour dire que la question du **0** au **dénominateur**, la fameuse **division par 0** donc, n'est pas plus problématique que celle du **0** au **numérateur**, et que le vrai problème est ailleurs.

On définit dans $\mathbf{Q}_\omega$ la **multiplication rationnelle**, « × », qui est la **multiplication naturelle**, c'est-à-dire l'**opération** suivante :
(a, b) × (c, d) = (a×c, b×d).

On définit dans $\mathbf{Q}_\omega$ l'**identité rationnelle**, «== », qui est la **relation binaire** suivante :
(a, b) == (c, d) ⇔ a == c et b == d.

Autrement dit, deux **rationnels** sont **identiques** si leurs **numérateurs** sont **identiques** et si leurs **dénominateurs** sont **identiques**.

On définit dans $\mathbf{Q}_\omega$ l'**égalité rationnelle**, « = », qui est la **relation binaire** suivante:
(a, b) = (c, d) ⇔ a×d == b×c.
Cette **relation binaire** est appelée l'**équirationalité**, et on dit que **(a, b)** et **(c, d)** sont **équirationnels**.

On verra qu'il s'agit d'une **relation d'équivalence** dans $\mathbf{Q}_K$ == $\mathbf{Q}_\omega$ \ **{(o, o)}**. Le **rationnel (o, o)**, noté **ц**, est appelé l'**unix** (on retrouve donc l'**unix** mais cette fois au sens des **rationnels**), et $\mathbf{Q}_K$ est l'ensemble des **rationnels corporels**.

Nous appelons la **rationalisation** de $\mathbf{N}_\omega$ la définition de ces trois **opérations** dans $\mathbf{Q}_\omega$ à partir donc de celles dans $\mathbf{N}_\omega$, ainsi que cette **relation d'équirationalité**.

Cet ensemble $\mathbf{Q}_\omega$ est appelé l'ensemble des **rationnels unixaux** ou des **fractions unixales**, associé à **A**. Et $\mathbf{Q}_\omega$ lui-même est dit **unixal** (on reviendra en détail sur toutes ces définitions).

$\mathbf{Q}_\omega$ est simplement noté **Q**.

On définit dans **Q** l'**infériorité rationnelle**, « < », qui est la **relation binaire** suivante:
(a, b) < (c, d) ⇔ a×d < b×c.
Et la **supériorité rationnelle**, « > », est la **relation binaire** suivante:
(a, b) > (c, d) ⇔ a×d > b×c.

Du point de vue des propriétés fondamentales, il n'y a pas de différence entre **N** et **N**$_\omega$, sauf que ce dernier contient des **entiers infinis**. Pour cette raison aussi, il n'y a, dans la construction, aucune différence entre **Q** et **Q**$_\omega$, dans la mesure où nous ne faisons pas encore jouer les **nombres infinis**. Nous ne nous intéresserons dans un premier temps qu'aux propriétés génériques des **rationnels**, et donc par la suite nous parlerons simplement de **N** et **Q**.

Et puisque le **0** dont il est question ici est le **0** de la **structure** d'**anneau commutatif intègre**, il s'agit du **0 absolu**, **o** donc, qui est :
→ l'**élément neutre** de l'**addition**: pour tout **entier x**, on a : **x + o = o + x = x** ;
→ l'**élément neutralisant** (c'est-à-dire **absorbant** selon la terminologie traditionnelle) de la **multiplication**: pour tout **entier x**, on a : **x × o = o × x = o**;
→ l'**élément intégralisant** pour la **multiplication** : pour deux **entiers x** et **y**, si **x×y = o**, alors **x = o** ou **y = o**.

Par la suite, ce **0 élément neutre** de l'**addition** et **absorbant** de la **multiplication** sera noté **o**, pour le distinguer du **0 génératif**, associé à **ω**, tel que $\omega = w^w$, le **zéro** associé à **w** étant **θ**; et **w** tel que $w = v^v$, le **zéro** associé à **v** étant **ε**; et **v** étant le **nombre entier naturel infini** qui est le **nombre entier variable** défini par : $v_i = i$, pour tout $i \in$ N.
On a donc : $N_\omega = \{o, 1, 2, 3, 4, \dots, v\text{-}4, v\text{-}3, v\text{-}2, v\text{-}1, v, v+1, v+2, v+3, v+4, \dots, 2v, \dots, 3v, \dots, 4v, \dots v^2, \dots, v^3, \dots, v^4, \dots, w = v^v, \dots, 2w, \dots, 3w, \dots, w^2, \dots, w^3, \dots, w^4, \dots, \omega = w^w, \dots, \dots, \omega^\omega, \dots, \dots\}$.

Nous allons à présent découvrir les propriétés des **rationnels unixaux**, à commencer par le fait qu'avec eux il n'y a plus aucun souci de **division par 0**.

Pour un **rationnel** c'est-à-dire un élément **(a, b) = a/b** de **Q**, **a** est donc appelé le **numérateur** ou l'**alterdénominateur**, et **b** est appelé le **dénominateur** ou l'**alternumérateur**.

Un **rationnel (a, b) = a/b** avec un **dénominateur b ≠ o** est dit **classique**, car c'est ce type de **rationnels** qui forment le **classique** ensemble **Q** des **rationnels**. Celui-ci sera noté à présent $\mathbf{Q_q}$, pour dire ensemble des **rationnels classiques**.

Et par **symétrie** maintenant, un **rationnel (a, b) = a/b** avec un **numérateur a ≠ o** est dit **alterclassique**, car aussi on retrouve autrement les **rationnels** du **classique** ensemble **Q**, sauf que c'est le **numérateur** qui est non nul. L'**addition** dans leur cas, appelée **alteraddition**, sera en conséquence, et la logique sera la même. L'ensemble des **rationnels alterclassiques**, encore dits **alterationnels classiques**, sera noté à présent $\mathbf{Q_p}$.

Un **rationnel (o, b)** ou **o/b** de **numérateur o** et de **dénominateur b ≠ o**, est appelé un **alpha** ou un **zéro**. La référence de tels **rationnels** est: **(o, 1) = o/1**, noté simplement **o**. Et de manière générale, tout **rationnel** de la forme **(a, 1)** ou **a/1**, que **a** soit **nul** ou non, sera assimilé à **a** et simplement noté **a**.

L'ensemble de tels **rationnels zéros**, c'est-à-dire de **dénominateur non nul,** est noté **O_o**, et il est appelé la **classe unixale de o**, ou simplement la **classe de o**.

Et un **rationnel (a, o)** ou **a/o** de **dénominateur o** et de **numérateur a ≠ o**, est appelé un **oméga** ou un **infini**. La référence de tels **rationnels** est: **(1, o) = 1/o**, noté **ω**. Et de manière générale, tout **rationnel** de la forme **(a, o)** ou **a/o**, que **a** soit **nul** ou non, sera noté **a×Ω**. Et parce que le **o** est **absolu**, c'est le cas aussi de **Ω**.

L'ensemble de tels **rationnels infinis** est noté **O_Ω**, et il est appelé la **classe unixale de Ω**, ou simplement la **classe de Ω**.

Et un **rationnel (a, b)** ou **a/b** de **numérateur a ≠ o** et de **dénominateur b ≠ o**, est appelé un **rationnel unital** ou un **quantum**, au pluriel les **quanta** ou les **quantums**. La référence de tels **rationnels** est **(1, 1) = 1/1 = 1**.

L'ensemble des **quantums** est noté **Q_u** mais aussi **Q^***, et il est appelé la **classe unixale de 1**, ou simplement la **classe de 1**.

Le **rationnel (o, o)** ou **o/o** ou **o×Ω** , est donc l'**unix ц**. Il est appelé le **rationnel singulier**.

L'**unix ц** est vraiment très singulier, et on verra pourquoi quand nous aurons développé un peu plus les propriétés de l'**addition rationnelle** et de la **multiplication rationnelle**.

Tout **rationnel** distinct de l'**unix** est dit **corporel**. L'ensemble des **rationnels corporels** est noté **Q_K**.

Dans toute la suite, un **rationnel unixal** est simplement appelé un **rationnel**, car nous ne considérerons que les **rationnels unixaux** désormais.

x = (a, b) étant un élément de **Q**, on dit que **x** est **original** si **a×b = o**, ce qui revient à dire que **a = o** et **b ≠ o** (autrement dit **x** est un **alpha** ou un **zéro**), ou que **a ≠ o** et **b = o** (autrement dit **x** est un **oméga** ou **infini**), ou que **a = b = o** (autrement dit **x** est l'**unix**).

Les **rationnels x = (a, b)** tels que **a×b ≠ o**, ce qui signifie que **a ≠ o** et **b ≠ o**, sont donc les **quantums** ou les **unitaux**. Autrement dit, ce sont ceux qui sont à la fois **classiques** et **alterclassiques**. Leur ensemble est donc noté **Q_u**. On a donc: **$Q_u = Q_p \cap Q_q$**.

L'ensemble des **rationnels originaux** est noté **O**.
On a donc : **$Q_u = Q \setminus O$**, et: **$Q = Q_u \cup O = Q_u \cup O_o \cup O_\Omega \cup \{ц\}$**.

Et on a: **$Q_K = O_o \cup O_\Omega \cup Q_u$**.

Dans tous les cas, pour un **rationnel quelconque x = (a, b)** ou **x = a/b** donné, on appelle l'**inverse de x** et on note **versi(x)** ou **inv(x)** ou **x^{-1}** ou **1/x**, le **rationnel x^{-1} = (b, a)** ou **x^{-1} = b/a**. C'est donc la définition **rationnelle** de l'**application versi** de l'étude générale d'un **corps omégan**, vue précédemment.

On note que cette définition de l'**inverse** est valable même si **b = o**. Ainsi par exemple, l'**inverse de 5/o** est **o/5**, et l'**inverse de o/5** est **5/o**.

Les **rationnels** qui sont leur propre **inverse** sont donc tous ceux de la forme : **(a, a)** ou **a/a**, comme par exemple **(o, o)**, **(1, 1)**, **(2, 2)**, **(3, 3)**, etc., respectivement **o/o**, **1/1**, **2/2**, **3/3**, etc.. A l'exception de **o/o**, tous les autres **rationnels** de la forme **a/a** sont **équivalents** à **1/1** ou **1**. Ces **rationnels** **a/a** avec **a ≠ o** sont appelées les **unums**.

x == (a, b) et **y == (c, d)** étant deux éléments de **Q**, deux **rationnels** donc, on dit que **x** est **équirationnel** avec **y**, et on note: **x = y**, si l'on a : **a×d == b×c**.

→ L'**équirationalité** est **réflexive**, autrement dit, si **(a, b) = (a, b)**, pour tout **rationnel** **(a, b)**.

En effet, on a : **a×b == b×a**., qui est l'**équirationalité** de **(a, b)** et **(a, b)**.

→ L'**équirationalité** est **symétrique**, autrement dit, si **(a, b) = (c, d)**, alors aussi **(c, d) = (a, b)**.

En effet, **(a, b) = (c, d)**, si on a : **a×d == b×c**, ce qui, d'après les propriétés de **symétrie** de l'**égalité** dans **Z** (et aussi dans $\mathbf{Z}_\omega$) et aussi de **commutativité** de la **multiplication** dans **Z** (et aussi dans $\mathbf{Z}_\omega$), s'écrit : **c×b == d×a**, qui signifie qu'on a : **(c, d) = (a, b)**, c'est-à-dire l'**équirationalité** de **(c, d)** et **(a, b)**.

→ L'**unix ц == (o, o)** est **équirationnel** avec n'importe quel **rationnel** **(a, b)**.
C'est-à-dire **(o, o) = (a, b)**.

En effet, on a : **o×b == o×a == o**.

Donc aussi **(a, b) = (o, o)**.

→ L'**équirationalité** n'est pas **transitive** de manière générale, mais l'est dans l'ensemble $\mathbf{Q}_K$ des **rationnels corporels**.

En effet, **x == (a, b)**, **y == (c, d)** et **z == (e, f)** trois **rationnels corporels**, tels que **x** et **y** sont **équirationnels**, et **y** et **z** sont **équirationnels**.

Dire que **x**, **y** et **z** sont **corporels**, c'est dire **a** et **b** ne sont pas tous les deux nuls, donc si l'un est nul, alors l'autre est forcément non nul. De **c** et **d** ne sont pas tous les deux nuls, et **e** et **f** ne sont pas tous les deux nuls.

x et **y** étant **équirationnels**, on a : **a×d == b×c**.
y et **z** étant **équirationnels**, on a : **c×f == d×e**.
Nous devons prouver que sur ces bases, **x** et **z** sont **équirationnels**, donc que : **a×f == b×e**.

Multiplions **c×f == d×e** par **b**, ça donne alors : **b×c×f == b×d×e**.
En vertu de **a×d == b×c**, remplaçons alors dans cette nouvelle égalité **b×c** par **a×d**.
Cela donne : **a×d×f == b×d×e**.

→ Si **d** est non nul, alors on déduit **a×f == b×e**, et alors le résultat est démontré.

→ Et si **d** est nul, alors **y == (c, d)** étant corporel, alors **c** est forcément non nul.
Multipliions **c×f == d×e** par **a**, ce qui donne : **a×c×f == a×d×e**.
En vertu de **a×d == b×c**, remplaçons alors dans cette nouvelle égalité **a×d** par **b×c**.
Cela donne : **a×c×f == b×c×e**.
c étant non nul, on a alors : **a×f == b×e**.

Dans les deux cas, le résultat est démontré. Donc l'**équirationalité** est **transitive** dans l'ensemble $\mathbf{Q_K}$ des **rationnels corporels**.

→ Et donc aussi l'**équirationalité** est une **relation d'équivalence** dans $\mathbf{Q_K}$, puisque par ailleurs l'**équirationalité** est **réflexive** et **symétrique** dans **Q**, donc aussi dans $\mathbf{Q_K}$. L'**équirationalité** sera donc par définition la nouvelle relation d'**égalité** standard dans $\mathbf{Q_K}$, c'est-à-dire les **rationnels** sauf l'**unix**.

→ Tout **rationnel unum (a, a)** est **équirationnel** avec **(1, 1)**.
(a, a) = (1, 1) = 1.

Immédiat, car : **a×1 == a×1**.

→ La **relation** « < » est une **relation d'ordre stricte** dans $\mathbf{Q_K}$.

En effet, on rappelle que **(a, b) < (c, d)** ⇔ **a×d < b×c**.

La relation « < » n'est pas **réflexive** dans $\mathbf{Q_K}$.

En effet, dire **(a, b) < (a, b)** c'est dire : **a×b < b×a**, autrement dit : **a×b < a×b**, ce qui n'est pas une propriété classique de la relation « < » dans les **nombres entiers**.

La relation « < » est **antisymétrique** dans $\mathbf{Q_K}$, en ce sens ici que si l'on a **(a, b) < (c, d)** , alors on n'a pas **(c, d) < (a, b)**.

En effet, **(a, b) < (c, d)** ⇔ **a×d < b×c**.
Et **(c, d) < (a, b)** ⇔ **c×b < d×a**, autrement dit : **b×c < a×d**.
Cela signifierait que la relation < » est **symétrique** dans les **entiers**, ce qui n'est pas le cas.

La relation « < » est **transitive** dans $\mathbf{Q_K}$.

En effet, supposons : **(a, b) < (c, d)** et **(c, d) < (e, f)**.
On a alors : **a×d < b×c** et **c×f < d×e**.
Il nous faut montrer alors que **(a, b) < (e, f)**, c'est-à-dire **a×f < b×e**.

Si **b** ou **c** est nul, alors on a : **a×d < o**, ce qui est impossible, puisqu'on travaille avec les **rationnels positifs** ou **nuls**, les **rationalis** donc. Donc **b** et **c** sont non nuls.

De même si **d** ou **e** est nul. On a alors : **c×f < o**, ce qui est impossible. Donc **d** et **e** sont non nuls.

Et d'autre part, en multipliant membre à membre les **inégalités** : **$a{\times}d$** $<$ **$b{\times}c$** et **$c{\times}f$** $<$ **$d{\times}e$**, on a : **$a{\times}d \times c{\times}f$** $<$ **$b{\times}c \times d{\times}e$**, et puisque **$d$** et **$c$** sont strictement positifs, on peut simplifier par **$d \times c$**, ce qui donne l'**inégalité** cherchée : **$a{\times}f$** $<$ **$b{\times}e$**.

La **relation** « < » est donc une **relation d'ordre stricte** dans **Q_K**.

→ Si **x** et **y** sont deux **rationnels corporels équirationnels**, alors une et une seule des propositions suivantes est vraie :
– **x** et **y** sont tous les deux des **alphas** ;
– **x** et **y** sont tous les deux des **oméga** ;
– **x** et **y** sont tous les deux **unitaux**.

Autrement dit, étant donné qu'on a : **$Q_K == O_o \cup O_\Omega \cup Q_u$**, si deux éléments de **Q_K** sont **équirationnels**, alors ils sont tous les deux dans **O_o**, ou tous les deux dans **O_Ω**, ou tous les deux dans **Q_u**. L'un ne peut pas être dans l'un des trois sous-ensembles de **Q_K**, et l'autre dans un sous-ensemble différent.

En effet, soient trois **rationnels corporels** **$x = (a, b)$**, **$y = (c, d)$**,
et supposons : **$x =$ y**. On a donc : **$a{\times}d = b{\times}c$**.

Si **x** est dans **O_o**, alors : **$a = o$** et **$b \neq o$**.
On a alors : **$b{\times}c = o$**. Mais comme **$b \neq o$**, alors **$c = o$**, et alors **$d \neq o$**, puisque **y** est **corporel**.
Donc **y** est aussi dans **O_o**, et n'est donc pas dans **O_Ω** ni dans **Q_u**.

Et si **x** est dans **O_Ω**, alors : **$a \neq o$** et **$b = o$**.
On a alors : **$a{\times}d = o$**. Mais comme **$a \neq o$**, alors **$d = o$**, et alors **$c \neq o$**, puisque **y** est **corporel**.
Donc **y** est aussi dans **O_Ω**, et n'est donc pas dans **O_o** ni dans **Q_u**.

Et si **x** est dans **Q_u**, alors : **$a \neq o$** et **$b \neq o$**.
Alors, si **y** est dans **O_o**, alors : **$c = o$**, et du coup on a: **$a{\times}d = o$**.
Mais comme **$a \neq o$**, alors **$d = o$**, mais **y** est **unital**, donc contradiction.
Et même problème si l'on dit que **y** est dans **O_Ω**.
Dans ce cas, on a : **$d = o$**, donc **$b{\times}c = o$**.
Comme **$b \neq o$**, alors : **$c = o$**.
Mais là aussi **y** est **unital**, donc contradiction.
Par conséquent, **y** est aussi dans **Q_u**.

→ Deux **rationnels alphas** sont **équirationnels** :
$(o, b) =$ (o, d), car : **$o{\times}d = b{\times}o$**.
Donc **O_o** est tout entier une **classe d'équivalence**, la **classe unixale de o**.

→ Deux **rationnels omégas** sont **équirationnels** :
$(a, o) =$ (c, o), car : **$a{\times}o = o{\times}c$**.
Donc **O_o** est lui aussi tout entier une **classe d'équivalence**, la **classe unixale de Ω**.
→ Mais **Q_u** ne forme pas une seule **classe d'équivalence** en parlant de l'**équirationalité**.
Cependant nous en parlerons aussi comme d'une **classe d'équivalence**, celle de **1**.
La **relation d'équivalence** sous-jacente est l'**équivalence partitive** définie par :

« x ≡ y » ⇔ « x et y sont tous les deux des alphas, ou tous les deux des omégas, ou tous les deux des quantums ».

O_o, O_Ω et **Q_u** sont alors les trois **classes d'équivalence** de cette nouvelle **relation d'équivalence** dans **Q_K**, les **classes unixales**.

→ Pour tout un **entier oméganaturel** non nul **b**, on a : **(b, b) = (1, 1) = 1**.
C'est-à-dire : **b/b = 1/1 = 1**.

Plus généralement, étant donné un **rationnel classique** ou **alterclassique (a, b)** et un **entier oméganaturel** non nul **c**, on a : **(c×a, c×b) = (a, b)**
C'est-à-dire : **(c×a) / (c×b) = a / b**.

C'est la classique règle de **simplification des rationnels**.

→ Revenons sur l'**addition rationnelle**, notée **« +»**, l'**alteraddition** étant notée **« $+_a$** ». L'**égalité** considérée est l'**identité** « **==** ».

Soient deux **rationnels** quelconques : **x == (a, b) == a/b** et **y == (c, d) == c/d**.

– Addition unixale « + »:
x + y == (a, b) + (c, d) == (a×d + b×c, b×d) == (a×d + b×c) / (b×d)

Cela veut dire que pour effectuer l'**addition** de la **classe** du **rationnel x == (a,b)** et de la **classe** du **rationnel y == (c, d)**, on calcule le **rationnel z == (a×d + b×c, b×d)**, les **opérations** d'**addition** « **+** » et de **multiplication** « **×** » qui y figurent étant celles dans **N_ω**. Et le résultat est la **classe** du **rationnel z**.

En comprenant « **1 + 1 == 1**» par : « **L'addition de deux rationnels unitaux (ou quantums) est un rationnel unital (ou quantum)**», et « **1 × 1 == 1**» par : « **La multiplication de deux rationnels unitaux est un rationnel unital**», bref, que « **1** » signifie « **rationnel unital** », voici la **table de l'addition rationnelle**.

×	o	1	Ω	ц
o	o	1	Ω	ц
1	1	1	Ω	ц
Ω	Ω	Ω	ц	ц
ц	ц	ц	ц	ц

Cette addition est qualifiée d’**unixale** pour les raisons que montre ce tableau : l’**unix** se révèle l’**élément neutralisant** (c’est-à-dire **absorbant**) **absolu**. Il absorbe tout autre type de **rationnel**, dans toute **opération** d’**addition** et de **soustraction**, et c’est ainsi aussi pour la **multiplication** et la **division**.

– Alteraddition unixale « $+_a$ »:
$x +_a y$ == (a, b) $+_a$ (c, d) == (a×c, a×d + b×c) == (a×c) / (a×d + b×c)

$+_a$	o	1	Ω	ц
o	ц	o	o	ц
1	o	1	1	ц
Ω	o	1	Ω	ц
ц	ц	ц	ц	ц

→ Et maintenant, la **multiplication unixale**, notée « × », de deux **rationnels quelconques**:

x × y == (a, b) × (c, d) == (a×c, b×d)

×	o	1	Ω	ц
o	o	o	ц	ц
1	o	1	Ω	ц
Ω	ц	Ω	Ω	ц
ц	ц	ц	ц	ц

Signalons une fois encore que ces définitions sont valables pour absolument tous les **rationnels**. Il n'est plus question d'exclure les **rationnels** de **dénominateurs nuls**, comme on le fait dans les conceptions habituelles, pas plus qu'on n'exclut les **rationnels** de **numérateurs nuls** ! Par exemple, **1/o**, qui représente l'**infini oméga** ou **Ω**, n'est pas plus impossible ou plus exclus que **o/1**, qui représente **o**.

Les **numérateurs** et les **dénominateurs** jouent maintenant un rôle parfaitement **symétrique** avec les **rationnels**.

Ces **opérations** permettent de faire une **algèbre des rationnels** avec **division par o**, et avec la présence de l'**infini Ω**, une algèbre beaucoup plus fine et riche que celle qui consiste à éliminer d'office **o** du **dénominateur** des **rationnels**. Avec l'**égalité** et les **opérations unixales**, la **structure numérique** obtenue n'est pas un **corps**, certes, ni même un **anneau**, mais une **structure** éminemment intéressante, dont des parties sont des **corps**. Notamment le **corps** $\mathbf{Q_q}$ des **rationnels classiques** (ceux de **dénominateurs non nuls**), avec l'**addition classique**, et le **corps** $\mathbf{Q_p}$ des **rationnels alterclassiques** (ceux de **numérateurs non nuls**), avec l'**addition alterclassique**. Dans le premier cas c'est **o** qui est l'**élément neutre** de l'**addition**, et dans le second cas c'est l'**infini oméga** ou **Ω** qui est l'**élément neutre** de l'**alteraddition**.

– Pour la **commutativité** de l'**addition** (et donc aussi de l'**alteraddition**), de la manière dont elle est définie, on peut permuter les rôles des **rationnels x** et **y**, donc elle est **commutative**.

– Pour l'**associativité** de l'**addition** (le raisonnement est valable aussi pour l'**alteraddition**), considérons trois **rationnels x == (a, b)**, **y == (c, d)** et **z == (e, f)**, et comparons les résultats des calculs de : **u == (x+y)+z** et **v == x +(y+z)**.
u == ((a, b)+(c, d)) + (e, f) == (ad + bc, bd) + (e, f) == (adf + bcf + bde, bdf)
v == (a, b) + ((c, d) + (e, f)) == (a, b) + (cf + de, df) == (adf + bcf + bde, bdf)

L'**addition** est donc **associative**.
Même raisonnement pour l'**alteraddition**, ou simplement déduction par symétrie du raisonnement.

Et on a vu que **(o, 1)** ou **o** est l'**élément neutre** pour l'**addition** et **(1, o)** ou **Ω** est l'**élément neutre** pour l'**alteraddition**.

→ Et maintenant les propriétés de la **multiplication**.

xy = (a, b)(c, d) = (ac, bd).

Il est clair que, de la manière dont elle est définie, la **multiplication** des **rationnels** hérite directement de la **commutativité** et de l'**associativité** de la **multiplication** dans $\mathbf{N}_\omega$.

– L'**élément neutre** de la **multiplication** est le **rationnel (1, 1)** ou **1/1** ou **1**.

En effet : **(1, 1)x = (1, 1)(a, b) = (1a, 1b) = (a, b) = x**.

L'ensemble $\mathbf{N'}_\omega$ des **rationnels** de la forme **(a, 1)** ou **a/1** est **isomorphe** à $\mathbf{N}_\omega$, via la **bijection** qui à **(a, 1)** de $\mathbf{N'}_\omega$ associe **a** de $\mathbf{N}_\omega$. On assimile donc $\mathbf{N'}_\omega$ à $\mathbf{N}_\omega$, autrement dit $\mathbf{N'}_\omega$ est la nouvelle définition de $\mathbf{N}_\omega$ dans **Q**, ce qui permet de dire : $\mathbf{N}_\omega \subset \mathbf{Q}$.

Ainsi donc, officiellement maintenant, le **rationnel (0, 1)** ou **0/1** est **0**, et **(1, 1)** ou **1/1** est **1**.

– La **multiplication** n'est pas **distributive** par rapport à l'**addition** des **rationnels** et à l'**alteraddition**. Les **rationnels omégas** ne se distribuent pas. Tous les autres se distribuent.

Il suffit de le montrer pour l'**addition**, et par **symétrie**, ce sera vrai pour l'**alteraddition**.

Soient : **x == (a, b)**, **y == (c, d)**, et **z == (e, f)**.

Comparons **u == x(y + z)** et **v == xy + xz**.

On a :
u == x(y + z) == (a, b)((c, d) + (e, f)) == (a, b)(cf + de, df) == (acf + ade, bdf).

Et : **v == xy + xz == (a, b)(c, d) + (a, b)(e, f)**
== (ac, bd) + (ae, bf) == (acbf + bdae, bdbf) == (b(acf + dae), bdbf) == (b, b)(acf + dae, bdf).

On a donc : **v = (b, b)u**.
La **distributivité** du **rationnel (a, b)** tient donc au facteur **(b, b)**.
Si **b == o**, on a systématiquement **v == (o, o)** alors que **u** n'est pas nécessairement **(o, o)**.
Mais pour les **rationnels** tels que $\mathbf{b \neq o}$, autrement dit les **classiques**, on a **(b, b) == (1, 1) == 1**, et alors on a : **u == v**. Autrement dit, la **multiplication** est **distributive** pour les **rationnels classiques**.

On en déduit que pour l'**alteraddition**, ce sont les **rationnels alterclassiques** qui se distribuent.

– Tout **rationnel (a, b)** est désormais **inversible**, et son **inverse**, au sens **large** de la notion d'**inverse**, est **(b, a)**. Sauf qu'en règle générale, la **multiplication** d'un **rationnel** par son **inverse** n'est pas nécessairement **1**.

Mais si **(a, b)** est **unital** (ou est un **quantum**), c'est-à-dire un élément de $\mathbf{Q}_\mathbf{u}$, alors son **inverse** **(b, a)** est **unital** aussi, et la **multiplication** des deux est **(1, 1)** ou **1**.

En effet, on a : **(a, b)(b, a) == (ab, ba) == (1, 1) == 1**.
Ou : **(a/b)(b/a) == ab/ba == 1/1 == 1**.

C’est cette notion **stricte** de la notion d’inverse, que nous appelons l’**uni-inversibilité**, qui est celle retenue dans les conceptions traditionnelles. En ce sens classique, les **rationnels originaux** (les **alphas**, les **omégas** et l’**unix**) ne sont pas **inversibles**. Mais cela ne veut en rien dire qu’ils ne le sont pas, puisqu’ils obéissent à la définition simple et naturelle de l’**inversibilité**, qui est simplement la permutation des rôles du **numérateur** et du **dénominateur**. Comme de dire que **3/4** et **4/3** sont **inverses** l’un de l’autre. De même, **0/4** et **4/0** sont **inverses** l’un de l’autre, l’un étant un **alpha** ou **zéro**, l’autre étant un **oméga** ou **infini**. Et **0/0** est son propre **inverse**, comme aussi **1/1**, et **2/2**, et **3/3**, etc..

Dans tous les cas, la **multiplication** d’un **rationnel** par son **inverse** est soit **1** soit l’**unix ц**.

En effet, on a : **(a, b)(b, a) == (ab, ba)**.
Si donc **a** ou **b** est nul, ou les deux, alors **(ab, ba) == (o, o) == ц**.
Mais si **a** et **b** sont tous les deux non nuls, alors **(ab, ba) == (1, 1) == 1**.

On parle d’uni-inversibilité dans le cas où la **multiplication** d’un **rationnel** par son **inverse** est **1**, et d’**unix-inversibilité** ou d’**oni-inversibilité** sinon.

→ Pour la **relation d’ordre** « < » sur les **rationnels corporels** ou éléments de $\mathbf{Q_K}$, elle vérifie :
o < tout rationnel unital < Ω.

Autrement dit :
o est strictement inférieur à tout quantum, et **tout quantum est strictement inférieur à Ω**.

En effet, soit **(a, b)** un **quantum**. Les **nombres entiers oméganaturels a** et **b** sont non nuls donc.
On a : **(o, 1) < (a, b)**, car : **o×b < 1×a**, c’est-à-dire : **o < a**.
Et on a : **(a, b) < (1, o)**, car : **a×o < b×1**, c’est-à-dire : **o < b**.

→ Soit un **nombre entier oméganaturel non nul b**. Tous les **rationnels a/b** où donc **a** est un **nombre entier oméganaturel** absolument quelconque, sont toutes les **générescences d’unit 1/b**.

Évident, puisque de tels **rationnels a/b** sont tous les **multiples entiers** du **quantum 1/b**.

Exemples :

Pour **b == v**, où **v** une fois encore est le **nombre entier variable infini** défini par : $\mathbf{v_n}$ **== n**, pour tout **n** ∊ **N**.

On a alors **1/v == ε**. En posant : **1/o == o**, ce **rationnel 1/v** ou s’interprète comme la **suite de rationnels**, de terme général **1/n**, pour tout **n** ∊ **N**. Autrement dit :
1/v == ε == (o, 1/1, 1/2, 1/3, 1/4, 1/5, ...).

Les **rationnels a/v** sont les **générescences** :
o, 1ε, 2ε, 3ε, 4ε, 5ε, …, ou : **o, ε, εε, εεε, εεεε, εεεεε, ...**.
Et on a : **vε == v/v == 1**.

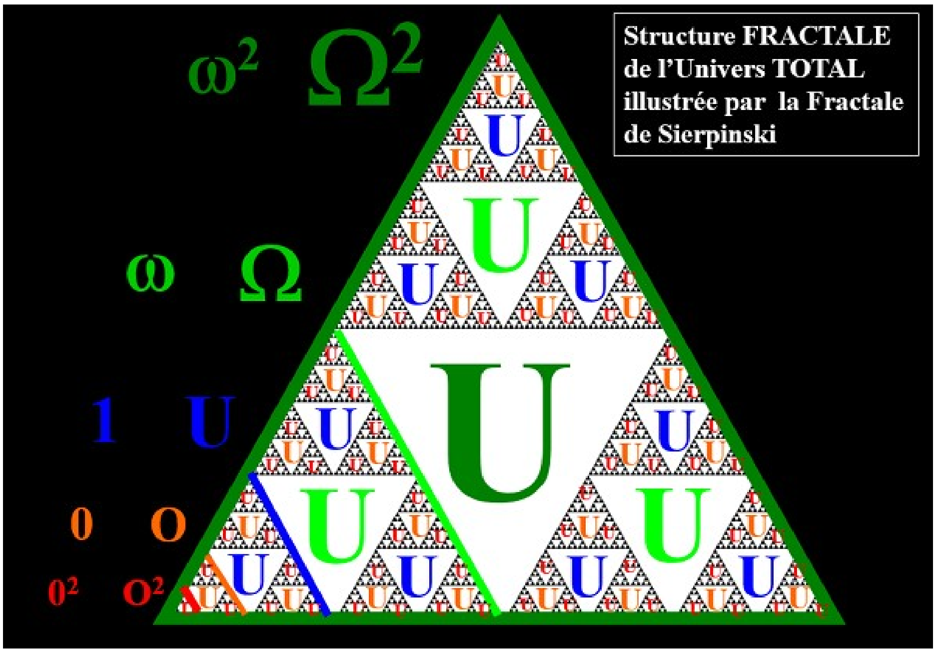
Pour **b == w == $\mathbf{v^v}$**, on a **1/w == θ**. C’est la **suite de rationnels**, de terme général **$\mathbf{1/(n^n)}$**, pour tout

n ∈ N.

Les **rationnels a/w** sont les **générescences** :
o, 1θ, 2θ, 3θ, 4θ, 5θ, …, ou : **o, θ, θθ, θθθ, θθθθ, θθθθθ, …**.
Et on a : **wθ ==   w/w == 1**.

Pour **b == ω == w^w**, on a **1/ω == 0**. Et donc les **rationnels a/ω** sont les **générescences** :
o, 1×0, 2×0, 3×0, 4×0, 5×0, …, ou : **o, 0, 00, 000, 0000, 00000, …**.
Et on a : **ω×0 ==   ω/ω == 1**.
Et ainsi de suite.

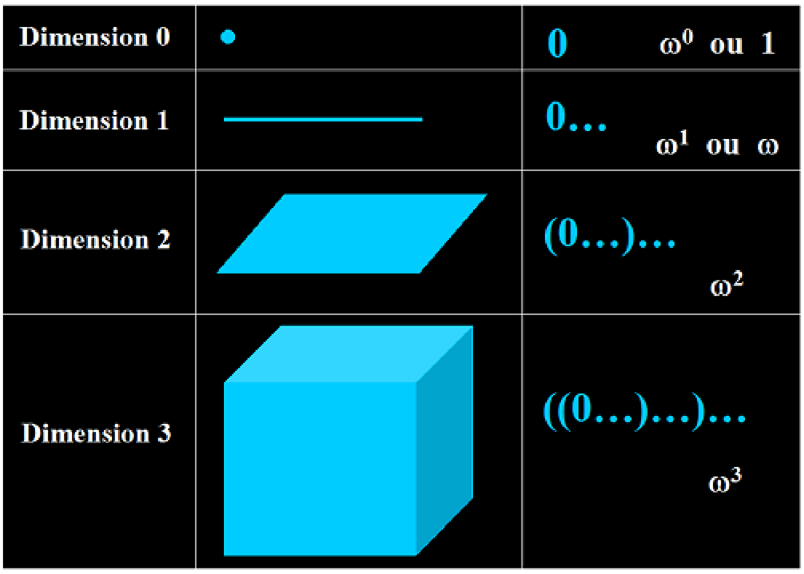
Dans tous les cas on retrouve la logique **informationnell**e mais aussi **fractale** :



× ω   × ω   × ω   × ω   × ω   × ω   × ω   × ω (→)

…	O^3	O^2	O	U	Ω	$Ω^2$	$Ω^3$	…
…	0^3	0^2	0	1	ω	$ω^2$	$ω^3$	…

(←) × 0   × 0   × 0   × 0   × 0   × 0   × 0   × 0



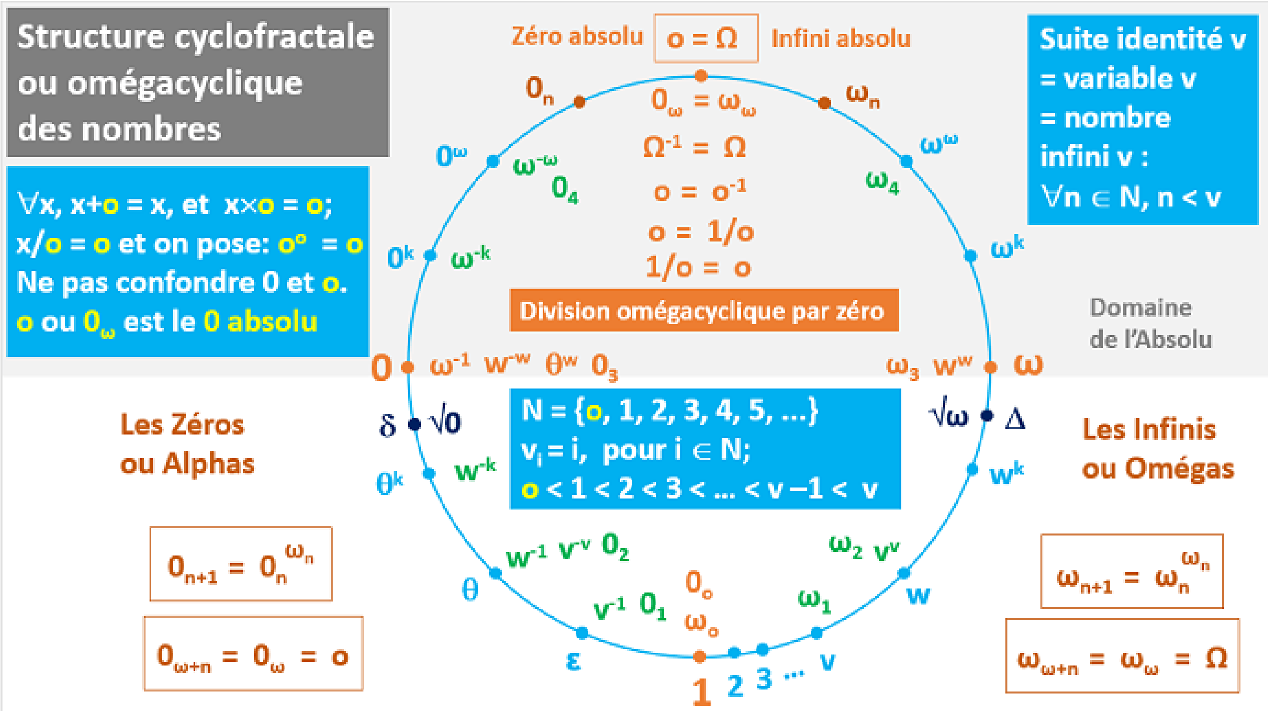
→ Comme déjà dit, en considérant les **nombres entiers oméganaturels** :
a == (3, 31, 314, 3141, 31415, 314159, 3141592, …),
b == (1, 10, 100, 1000, 10000, 100000, 1000000, …),
le fameux **nombre** habituellement dit « **irrationnel** » **π** est le **rationnel** :
π == a/b == (3/1, 31/10, 314/100, 3141/1000, 31415/10000, 314159/100000, 3141592/1000000, …).

Ceci permet de dire que tous les **nombres réels** au sens classique, les éléments de l'ensemble **R** donc, sont des cas particuliers de **rationnels** au nouveau sens du terme (en parlant bien sûr des **réels** et des **rationnels** positifs ou nuls). Ce sont des **générescences** spéciales dont les **units** sont des **quantums** particuliers.

On définit dans **Q** la **relation binaire** « $=_\Omega$ » suivante, dite **omégacyclique** :
x $=_\Omega$ y ⇔ (x et y sont tous les deux originaux) ou (x et y sont tous les deux quantums et égaux).

Il s'agit d'une **relation d'équivalence de cyclage** associée à l'**égalité rationnelle** « = ». Elle fait de l'**ensemble de tous les originaux**, à savoir donc $\mathbf{O = O_o \cup O_\Omega \cup \{ц\}}$, autrement dit de tous les **zéros**, de tous les **infinis** et de l'**unix**, une seule **classe d'équivalence**. Les autres **classes** étant celle de $\mathbf{Q_u}$ moyennant l'**égalité rationnelle** « = » ou l'**équirationalité**, notamment des **rationnels corporels**. Donc la **relation d'équivalence** précédente s'écrit :

$$\mathbf{x =_\Omega y \Leftrightarrow (x \in O \text{ ET } y \in O) \text{ OU } (x \in Q_u \text{ ET } y \in Q_u \text{ ET } x = y).}$$



La **relation d'équivalence « $=_\Omega$ »** ou **relation d'égalité**, dite **omégacyclique**, sera désormais simplement notée « = » et, sauf précision contraire sera la nouvelle **égalité** par défaut des **rationnels**, c'est-à-dire dans **Q**. Tandis que l'**égalité** courante, que nous avons notée « = » jusqu'à présent, sera notée « == », et sera appelée l'**identité des rationnels** ou **égalité stricte**. Et l'**identité** originelle dans **Q**, notée jusqu'ici « == », sera notée « === ». Elle est donc plus **stricte** que « == ».

Par exemple, au sens de « === », les **rationnels (3, o)**, **(11, o)**, **(o, o)**, **(o, 7)**, **(0, 5)**, **(2, 4)**, **(8, 16)** ou **3/o**, **11/o**, **o/o**, **o/7**, **o/5**, **2/4**, **8/16** sont tous **distincts**.

Du point de vue de « == », on a : **o/o == 3/o**, **o/o == 11/o**, **o/o == o/7**, **o/o == o/5**, **o/o == 2/4**, **o/o == 8/16**.
Cependant, quand on inclut l'**unix o/o**, cette **relation** « == », bien que **réflexive** et **symétrique**, n'est pas **transitive**, donc n'est pas une **relation d'équivalence** dans **Q**. Raison pour laquelle on ne peut pas déduire par exemple que : **3/o == o/7**, ou que **o/5 == 2/4**.
Mais « == » est une **relation d'équivalence** dans l'ensemble $\mathbf{Q}_K$ des **rationnels corporels**.
Et là on a : **3/o == 11/o**, et : **o/7 == o/5**, et : **2/4 == 8/16**.

Et enfin, du point de vue de « $=_\Omega$ » ou « = », l'égalité omégacyclique donc, on a :
3/o = 11/o = o/7 = o/o = o/5, et : **2/4 = 8/16**.

Comme les **rationnels originaux** forment la même **classe d'équivalence**, qui est donc la classe du **rationnel (o, o)** ou **o/o** ou **unix ц**, mais aussi **(o, 1)** ou **o/1** ou **o**, et aussi de **(1, o)** ou **1/o** ou **Ω**, on a donc : **o = Ω**. Autrement dit, on a : **o/1 = 1/o**. Ou encore : **o = 1/o**, ou : **1/o = o**.
Ce qui est donc la **division omégacyclique par zéro**.

Nous venons dans les grandes lignes de construire un **corps rationnel Q**, dit **omégacyclique** (pour dire donc que l'**infini Ω** rejoint **o** pour faire un cycle : **alpha = oméga**, ou : **zéro = infini**, donc : **o = Ω**), dans lequel la **division par 0** est définie.

Autrement dit, un **corps omégacycliquede fonction inverse v**, définie par : **v(x) = 1/x**, et pour laquelle **v(0) = 0**.

Le procédé que nous venons d'employer avec $\mathbf{N}_\omega$ pour former le corps **Q** des **rationnels** (ou plus exactement le **semi-corps** des **rationnels positifs**, que nous appelons aussi un **corps** de **rationalis** ou de **réalis**) ou **Q omégacyclique**, nous l'appelons la **rationalisation** d'un **anneau commutatif intègre**. Le reste est une simple affaire d'application d'un procédé que nous appelons la **relativation**, pour obtenir un ensemble **Q** étendu contenant les **rationnels positifs** et **négatifs** (**antitifs** plus précisément).

Ce procédé de **relativation** consiste à partir d'un **demi-anneau**, comme l'ensemble **N** des **entiers naturels** par exemple, et on envisage $\mathbf{N}^2$, noté **Z**, qui est l'ensemble des **couples** d'**entiers naturels (a, b)**. On appelle ces couples des **entiers relatifs**. Ici, on part de **Q**, on considère l'ensemble $\mathbf{Q}^2$ des **couples** de **rationnels**, qui sera le nouvel ensemble étendu **Q'** de **rationnels relatifs**, c'est-à-dire **positifs** et **négatifs**.

On définit sur **Q'** la relation binaire suivante :
(a, b) ≡ (c, d) ⇔ (a + d = b + c)

Il s'agit d'une **relation d'équivalence**, qui va devenir la nouvelle **égalité** des **rationnels relatifs**, notée « = », tandis que l'**égalité** courante « = » devient « == ».

L'**addition « + »** est l'**opération** suivante :
(a, b) + (c, d) = (a + c, b + d)

Et la **multiplication** « × » est l'**opération** suivante :
(a, b) × (c, d) = (a×c + b×d, a×d + b×c)

L'**élément neutre** de l'**addition**, le nouveau **o** donc, est alors **(o, o)**.
L'**élément neutre** de la **multiplication**, le nouveau **1** donc, est alors **(1, o)**.
L'**élément (o, 1)** est noté **-1**.

Plus généralement, tout élément de la forme **(a, o)** est noté **a**, et est dit **anitif** (classiquement on dit « **positif** »), et tout élément de la forme **(o, a)** est noté **-a**, et est dit **antitif** (classiquement il est dit « **négatif** »).

L'ensemble des **rationnels relatifs Q'** ainsi construit à partir du **demi-anneau Q** par **relativation**. Et cet ensemble **Q'** sera le nouvel ensemble **Q**.